

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**FERNANDA FATIMA RATAJCZYK TURRA**

**O CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CAMPO MULTIPLICATIVO DE  
PROFESSORES DO 3º E 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**TOLEDO - PR**

**2016**

FERNANDA FATIMA RATAJCZYK TURRA

O CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CAMPO MULTIPLICATIVO DE PROFESSORES  
DO 3º E 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de Licenciatura em Matemática da  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná,  
campus Toledo, como requisito parcial à obtenção  
do título de Licenciando em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Barbara Winiarski Diesel  
Novaes

TOLEDO - PR

2016

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**TERMO DE APROVAÇÃO**

O Trabalho de Conclusão de Curso intitulado “O conhecimento específico do campo multiplicativo de professores do 3º e 4º ano do Ensino Fundamental” foi considerado

**APROVADO** de acordo com a ata nº \_\_ de \_\_/\_\_/\_\_\_\_.

Fizeram parte da banca examinadora os professores:

---

Profa Dra BARBARA WINIARSKI DIESEL NOVAES  
Orientadora

---

Prof Dr RODOLFO EDUARDO VERTUAN

---

Prof Me. RENATO FRANCISCO MERLI

TOLEDO - PR

2016

## **AGRADECIMENTOS**

Quero agradecer ao meu marido Marcos Vinicius Turra. Não foram poucas as vezes que pensei em desistir, mas meu marido estava lá me apoiando, me incentivando no estudo, aceitando de coração os feriados e noites que o deixava de lado para estudar. Te amo marido!

Agradeço a minha orientadora, professora Barbara, que me orientou não só na elaboração deste TCC, mas em muitos momentos quando eu precisava ouvir uma palavra de carinho e motivação. Agradeço também aos professores da banca examinadora, professor Renato e Rodolfo, por todos os ensinamentos proporcionados.

Agradeço todos os meus professores por tudo que me ensinaram, pelos trabalhos, provas, demonstrações e todas as exigências feitas, pois tudo isso me fez estudar, compreender e refletir, proporcionando momentos de alegria intensos ao demonstrar, entender um enunciado de algum teorema, ou até mesmo perceber algo simples, singelo e belo da Matemática. Acredito que estamos todos de acordo em pensar que a Matemática é maravilhosa...

Agradeço pela oportunidade que tive de participar do Programa de Licenciaturas Internacionais, pela possibilidade de conhecer as pessoas que conheci, os meus queridos professores de Portugal e pela oportunidade de conhecer e vivenciar a cultura portuguesa.

Agradeço a todos os meus colegas de universidade, em especial ao povo PLI, pois passamos todos pelos mesmos sufocos (análise complexa que o diga!) e conseguimos vencer todos esses desafios, pois estávamos unidos.

Por fim, agradeço a todas as pessoas que passaram pelo meu caminho nestes quatro anos e meio e me apoiaram de alguma maneira. Muito obrigada!

*“Se a educação sozinha não transforma a sociedade,  
sem ela tampouco a sociedade muda”.*

*Paulo Freire*

## RESUMO

TURRA, Fernanda Fatima Ratajczyk. **O conhecimento específico do campo multiplicativo de professores do 3º e do 4º ano do Ensino Fundamental**. 2016. 64 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, 2016.

Esta pesquisa visa conhecer como está sendo o ensino de operações do campo multiplicativo no terceiro e quarto ano de uma escola pública municipal do município de Toledo e quais os conhecimentos dos professores destes anos relativos a este tema. Para isso faz-se uma revisão teórica sobre estudos relacionados, com destaque à teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990; 2009) com ênfase nos teoremas-em-ação e a classificação das atividades utilizadas para o ensino da multiplicação relacionando com as ideias de Nunes (2005). Utilizamos como instrumentos de coleta de dados as entrevistas com os professores; materiais do Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC); a provinha Brasil e seus descritores e alguns problemas utilizados pelos professores para o ensino da multiplicação, que um dos entrevistados nos forneceu. Com a análise destes dados conseguimos inferir há falta de clareza sobre o conceito da multiplicação por parte dos professores, o que influencia o ensino deste conteúdo, mas percebemos também que gradualmente estão ocorrendo transformações no ensino, uma vez que as atividades utilizadas já abordam a multiplicação de uma maneira abrangente cabendo aos professores o conhecimento e reflexão desta abrangência para uma posterior utilização em sua prática pedagógica.

**Palavras-chave:** Ensino e aprendizagem da Matemática. Campo multiplicativo. Campos conceituais. Anos iniciais.

## **ABSTRACT**

**TURRA, Fernanda Fatima Ratajczyk. The specific knowledge of the multiplicative field Teachers of the 3rd and 4th year of elementary school.** 2016. 64p. Undergraduate Math Dissertation, Paraná Federal Technological University. Toledo, 2016.

This research aims to know as being the teaching of the multiplicative field operations the third and fourth year of a public school in the city of Toledo and that teachers' knowledge of these years on this subject. For this reason it is a theoretical review of related studies especially the theory of conceptual fields of Vergnaud (1990 ; 2009) with emphasis on theorems - in-action and the classification of activities used for teaching multiplying relating to the ideas Nunes (2005). For this we use as tools data collection interviews with teachers; materials of the National Program in literacy Age One ( PNAIC ); the came Brazil and its descriptors and some problems used by teachers for teaching multiplication one of the respondents provided. With the analysis of these data we can infer lack of insight clear on the concept multiplying by teachers what influences teaching this content, but we also realize that gradually changes taking place in education, since the activities used already address the multiplication in a comprehensive manner leaving it to teachers knowledge and reflection of this scope for later absorption of these ideas in their practice.

**Keywords:** Education and learning of mathematics, multiplicative field, conceptual fields, elementary school.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: ESQUEMA DO PROBLEMA DE CORRESPONDÊNCIA UM-A-MUITOS.....	21
FIGURA 2: ESQUEMA DETALHADO DO PROBLEMA DE CORRESPONDÊNCIA UM-A-MUITOS .....	22
FIGURA 3: ESQUEMA DO PROBLEMA COM UM ÚNICO ESPAÇO DE MEDIDA .....	23
FIGURA 4: ESQUEMA DO PROBLEMA DE PRODUTO DE MEDIDAS .....	24
FIGURA 5: ATIVIDADE DO LIVRO DIDÁTICO DO 3º ANO.....	31
FIGURA 6: RECONSTRUÇÃO DO ESQUEMA UTILIZADO PELO PROFESSOR P3 .....	31
FIGURA 7: ATIVIDADE 1 DE MULTIPLICAÇÃO DE CORRESPONDÊNCIA UM-A-MUITOS.....	38
FIGURA 8: ESQUEMA MULTIPLICATIVO DA ATIVIDADE DE MULTIPLICAÇÃO DE CORRESPONDÊNCIA UM-A-MUITOS.....	38
FIGURA 9: ESQUEMA ADITIVO DA ATIVIDADE DE MULTIPLICAÇÃO DE CORRESPONDÊNCIA UM-A-MUITOS .....	39
FIGURA 10: ATIVIDADE 2 DE MULTIPLICAÇÃO DE CORRESPONDÊNCIA UM-A-MUITOS.....	39
FIGURA 11: ESPECIFICAÇÃO DA CORRESPONDÊNCIA UM-A-MUITOS .....	40
FIGURA 12: ESQUEMA DA ATIVIDADE 2 DE MULTIPLICAÇÃO DE CORRESPONDÊNCIA UM-A- MUITOS .....	40
FIGURA 13: ATIVIDADE 3 DE MULTIPLICAÇÃO DE PRODUTO DE MEDIDAS (CONFIGURAÇÃO RETANGULAR).....	41
FIGURA 14: QUESTÕES QUE ENVOLVEM A MULTIPLICAÇÃO NA PROVINHA BRASIL.....	42

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1: PROBLEMAS DE ADIÇÃO REPETIDA E DE CORRESPONDÊNCIA UM-A-MUITOS.....	16
QUADRO 2: TRÊS TIPOS DE PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO.....	20
QUADRO 3: EXEMPLO DE PROBLEMA DE CORRESPONDÊNCIA UM-A-MUITOS .....	21
QUADRO 4: TABELA RELACIONADA AO PROBLEMA DE CORRESPONDÊNCIA UM-A-MUITOS ....	21
QUADRO 5: EXEMPLO DE PROBLEMA COM UM ÚNICO ESPAÇO DE MEDIDA.....	23
QUADRO 6: EXEMPLO DE PROBLEMA DE PRODUTO DE MEDIDAS.....	24
QUADRO 7: DIFERENTES NOMENCLATURAS UTILIZADAS NA CATEGORIZAÇÃO DOS TIPOS DE ATIVIDADES DO CAMPO MULTIPLICATIVO .....	25
QUADRO 8: QUESTÕES ORIENTADORAS RELATIVAS AO ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO .....	29
QUADRO 9: QUESTÕES ORIENTADORAS RELATIVAS AO ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO .....	32
QUADRO 10: TEOREMA EM AÇÃO FALSO.....	33
QUADRO 11: QUESTÕES ORIENTADORAS RELATIVAS AO ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO .....	36
QUADRO 12: PROPOSTA DE ATIVIDADE .....	40

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>10</b>
1.2	OBJETIVOS .....	12
1.2.1	OBJETIVO GERAL.....	12
1.2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	12
1.3	JUSTIFICATIVA .....	13
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>15</b>
2.1	TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS.....	17
2.2	PENSANDO SOBRE A MULTIPLICAÇÃO.....	19
<b>3</b>	<b>ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA</b> .....	<b>26</b>
<b>4</b>	<b>O CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CAMPO MULTIPLICATIVO: O QUE AS FONTES REVELAM?</b> .....	<b>29</b>
4.1	ASPECTOS RELATIVOS AO ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO .....	29
4.2	VISÃO PARTICULAR DE CADA PROFESSOR QUANTO A MULTIPLICAÇÃO .....	32
4.3	CONHECIMENTO DE ESTUDOS SOBRE O CAMPO MULTIPLICATIVO .....	35
4.4	TAREFAS MATEMÁTICAS.....	37
4.5	MAIS ALGUMAS REFLEXÕES.....	43
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>47</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>49</b>
	<b>APÊNDICES</b> .....	<b>52</b>
	APÊNDICE A - ROTEIRO PARA ENTREVISTA .....	52
	APÊNDICE B - TRANSCRIÇÃO COMPLETA DAS ENTREVISTAS.....	53

## 1 INTRODUÇÃO

“Os professores não lidam bem com a tarefa de apresentar o raciocínio matemático que há por trás da matéria [...] não veem o raciocínio matemático por trás das operações”, essa foi uma das frases de Gérard Vergnaud em entrevista<sup>1</sup> a Carlos André Moreira realizada em junho de 2016 na matéria intitulada “ ‘Ensinar matemática é dar sentido à ciência’, diz pesquisador francês”. Assim como Vergnaud há outros autores que evidenciam a falta de entendimento dos conceitos matemáticos por parte dos professores como um dos fatores do fracasso escolar dos alunos.

Quando nos limitamos ao campo multiplicativo, definido por Vergnaud (1990, p.146, tradução nossa)<sup>2</sup> como “todas as situações que requerem multiplicação, divisão, ou uma combinação de tais operações” as mesmas inferências são válidas, pois como aponta Alencar (2014): “ há uma maior dificuldade de professores e alunos nesses conteúdos” (ALENCAR, 2014, p.269) e há uma “lacuna por parte dos professores no campo multiplicativo” (STAREPRAVO, 2010, p.4). Devido a isto, vários estudos foram realizados a respeito deste tema nos últimos anos, como nos aponta Alencar (2014) em seu estudo sobre o estado da arte de pesquisas no campo multiplicativo.

Segundo este autor, há 32 trabalhos (teses e dissertações) sobre o campo multiplicativo e, dentre estes, 14 tem a multiplicação como foco de estudo, abordando a aprendizagem dos alunos e/ou a formação de professores, além disso, o referencial teórico mais utilizado nestes estudos foram Vergnaud e Nunes. Além das dissertações e teses contabilizados por Alencar (2014) há documentos oficiais que propõem uma abordagem mais ampla da multiplicação, como o Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) (BRASIL, 2014) e os descritores da prova Brasil como analisaremos nos próximos capítulos.

Todas estas pesquisas apontam que os docentes precisam de um maior aprofundamento no objeto matemático em questão, uma vez que:

- 1)As professoras têm uma visão estreita do campo conceitual multiplicativo, principalmente no que diz respeito a exploração das situações presentes nesse campo;
- e 2) as professoras tendem a utilizar conceitos e procedimentos dentro de um domínio

<sup>1</sup> No jornal digital ZH, caderno PrOA. Disponível em:

<<http://zh.clicrbs.com.br/rs/noticias/proa/noticia/2016/06/ensinar-matematica-e-dar-sentido-a-ciencia-diz-pesquisador-frances-5939437.html#>>. Acesso em: 18 jun. 2016.

<sup>2</sup> Tradução da autora. Texto original: “*Structures multiplicatives, l’ensemble des situations qui demandent une multiplication, une division ou une combinaison de telles opérations*” (Vergnaud, 1990, p.146).

de validade que não são verdadeiros em outros domínios, sem contudo ter um entendimento claro do que é possível e do que não é possível ser conectado nesses domínios (CANOAS, 1997, p.8).

Canoas (1997) fala de conceitos e procedimentos válidos dentro de um único domínio referindo-se ao fato de que muitos professores veem a multiplicação somente como a adição de parcelas iguais, o que é válido somente no contexto dos números naturais. Além disso, a adição e a multiplicação são definidas por axiomas diferentes e, tratando-se de Matemática, se isto acontece é porque não há como definir multiplicação e adição com os mesmos axiomas:

Os axiomas que definem a adição e os que definem a multiplicação são distintos justamente porque nenhum matemático até hoje descobriu um jeito de definir uma operação em função da outra, embora a lista de matemáticos talentosos que trabalharam nisso seja enorme (CÁLCULO, 2014, p.27).

Portanto, acreditando que o professor deve conhecer o conteúdo a ser ensinado com profundidade, como nos aponta Ewbank (2002, p. 57), o professor deve ter uma visão clara sobre a multiplicação de modo que proporcione situações para que “o aluno seja capaz de diferenciar a ideia aditiva da ideia multiplicativa” (STAREPRAVO, 2010, p.19).

Em contrapartida a isto, “a prática educacional em muitos países baseia-se no pressuposto de que o conceito de multiplicação tem origem na ideia de adição repetida de parcelas iguais” (NUNES, 2005, p.84) e pode acontecer que muitos de nós tenhamos aprendido que a multiplicação é a soma de parcelas repetidas. Mas como assim? A multiplicação é ou não é igual a adição?

Durante muito tempo, como afirma Revista Cálculo (2014), professores ensinaram que a multiplicação é a adição repetida, mas segundo essa mesma fonte “ninguém deveria definir a multiplicação como sendo uma soma de parcelas iguais” (CÁLCULO, 2014, p.22).

A matéria “Uma multiplicação é uma multiplicação: ela não é, como alguns professores ainda dizem, uma adição de parcelas iguais – nem mesmo no caso dos inteiros positivos!” da Revista Cálculo, como já citado, despertou certa curiosidade e preocupações na autora: Qual a diferença entre a adição e a multiplicação? Ensina-se a multiplicação como soma de parcelas iguais? Como os professores veem a multiplicação? Como a ensinam? Como são elaborados os problemas de multiplicação? Que atividades podemos propor nas salas de aula para que a multiplicação não seja vista como a adição repetida?

Referindo-se ao trabalho do professor, Vergnaud (2009) afirma ser fundamental um “conhecimento aprofundado do conteúdo a ser ensinado e as relações desse conteúdo com a

atividade possível da criança” (VERGNAUD, 2009, p.15). Portanto entender a multiplicação é o primeiro passo para ensiná-la de modo significativo, mas em contrapartida a isto, temos a hipótese de que, infelizmente, ainda se ensina a multiplicação somente como a adição repetida e, apesar de conjecturarmos que os professores apresentam muito conhecimento de como a criança aprende e estão abertos “para conhecer o pensamento infantil e o significado que seus alunos atribuem às tarefas que lhes são propostas na escola” (SPAREPRAVO; MORO, 2005, p.137), parece que a pouca formação matemática dos professores do primeiro ciclo dos anos fundamentais seja uma possível causa deste tipo de ensino, sendo necessário então refletir sobre os conhecimentos específicos que devemos ter sobre o campo multiplicativo.

Portanto este trabalho pretende responder a seguinte questão: *Quais os conhecimentos específicos do campo multiplicativo que professores do terceiro e quarto ano de uma escola do ensino fundamental do município de Toledo possuem? De que forma é trabalhado o conteúdo de multiplicação nesta escola?* E com as reflexões proporcionadas com esta pesquisa, refletir sobre as vantagens de se ensinar a multiplicação não somente como a adição de parcelas iguais, ou seja, argumentar porque esta visão facilita o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo dos alunos, de modo a auxiliar os professores e todos os interessados a compreenderem o real sentido do campo multiplicativo.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 OBJETIVO GERAL

Investigar quais são os conhecimentos específicos do campo multiplicativo que professores do terceiro ano e quarto ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública municipal de Toledo possuem e como ensinam este conteúdo.

### 1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar um estudo teórico sobre a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud;
- Elaborar uma entrevista para a coleta dos dados com os professores do terceiro e quarto ano de uma escola da rede pública municipal de Toledo;

- Identificar teoremas-em-ação presentes no pensamento multiplicativo dos professores;
- Verificar se houve influências do PNAIC na prática docente dos professores envolvidos na pesquisa;
- Verificar se a provinha Brasil, aplicada nos 2º anos, aborda aspectos relativos a multiplicação, conforme citado na matriz de referência desta prova;
- Analisar algumas atividades que os professores entrevistados utilizam para o ensino da multiplicação.

### 1.3 JUSTIFICATIVA

Ler a frase marcante e radical de Keith Devlin: “Professores, por favor parem de dizer aos seus alunos que a multiplicação é a adição repetida” (DEVLIN, 2008b, tradução nossa)<sup>3</sup>, assim como causou revolta em alguns professores, nos chama para a reflexão: Porque faz-se uma afirmação deste tipo? O que há de errado em ensinar a multiplicação como adição repetida? É preocupante ler essa frase quando se aprendeu a multiplicar através de somas repetidas e, como se não bastasse, se recebeu orientações para ensinar a multiplicação como adição de parcelas repetidas. O que fazer? Refletir! E a escolha por este assunto de pesquisa foi repleto de reflexão, uma vez que, assim como pode estar acontecendo com você leitor, a autora também ficou um tanto desorientada com a problemática.

No processo de decisão dois fatos tiveram grande influência: um envolve um aluno para o qual lecionei e outro envolve meu marido. Descreverei brevemente cada um deles.

Numa aula particular surgiu um problema que necessitou a resolução da operação  $300 \div 0,1$  e depois de fazer o algoritmo da divisão, o aluno não entendia como o resultado (3000) poderia ser maior do que o dividendo. Ele comentou que não entendia como que, ao dividir 300 objetos, obtinha um resultado maior do que o que estava dividindo. Chamei-o para reflexão lembrando-o que a multiplicação e divisão são operações inversas, fizemos uma lista onde o dividendo permanecia sendo 300 e o divisor começando em 10 decrescia até 1, depois para valores menores que um inteiro, mas nada disso convenceu o menino. Disse para ele refletir sobre esse assunto, mas até o final da aula ele ainda não havia se convencido do resultado

---

<sup>3</sup> Tradução da autora. Texto original: “*Teachers, please stop telling your pupils that multiplication is repeated addiction*” (DEVLIN, 2008b).

encontrado e infelizmente não sei se já se convenceu da viabilidade da resposta, pois não tive a oportunidade de revê-lo novamente depois desse episódio.

O segundo fato ocorreu quando foi solicitado para minha sobrinha dividir 12 bombons entre 5 pessoas, incluindo eu e meu marido. Ela começou a organizar grupos de 5 bombons onde, se tivesse tido a oportunidade de terminar sua tarefa, o número de grupos corresponderia ao número de bombons que cada um deveria receber. Mas ela não conseguiu finalizar sua tarefa pois meu marido a interrompeu dizendo que não estava bem o que ela estava fazendo. Em casa, naquele dia, o questionei sobre o quociente de 300 por 0,25 e depois da resposta obtida por meio de uma calculadora, ele demonstrou não compreender. Ele nunca havia reparado que o quociente entre dois números poderia ser maior que o dividendo.

Como podem reparar essas duas questões envolvem a divisão, mas como nos aponta os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), a multiplicação e a divisão fazem parte das estruturas multiplicativas e, portanto, devem ser trabalhadas interligadas:

Destaca-se a importância de um trabalho conjunto de problemas que explorem a multiplicação e a divisão, uma vez que há estreitas conexões entre as situações que os envolvem e a necessidade de trabalhar essas operações com base em um campo mais amplo de significados do que tem sido usualmente realizado (BRASIL, 1997, p.72).

Assim, neste trabalho visamos compreender como três professores do Ensino Fundamental veem as estruturas multiplicativas e como a ensinam, de modo mais específico a multiplicação. Isso permitirá que levantemos hipóteses a respeito das facilidades ou possíveis dificuldades que os alunos podem apresentar na compreensão desse campo conceitual<sup>4</sup>, incluindo entre esses, o aluno que aqui foi comentado e o meu marido.

Para isso faremos uma explanação geral sobre o ensino do campo multiplicativo no capítulo 2, para depois explicar a teoria dos campos conceituais proposta por Vergnaud e categorização das atividades do campo conceitual multiplicativo. No capítulo 3 explicaremos os aspectos metodológicos desta pesquisa, para, no capítulo 5, analisar os dados recolhidos através dos instrumentos dessa pesquisa, onde abordaremos o ensino da multiplicação, a visão dos professores relativa ao conceito da multiplicação, os seus conhecimentos sobre os estudos recentes a esse respeito e algumas tarefas matemáticas, finalizando com uma análise geral onde trataremos algumas orientações para exploração da multiplicação nos anos iniciais de modo a possibilitar o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo pelos alunos.

---

<sup>4</sup> Ver a fundamentação teórica no capítulo 2 (p. 18).

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo abordaremos as estruturas multiplicativas dialogando com vários autores e documentos oficiais, para depois focarmos na teoria dos campos conceituais de Vergnaud, para finalizar com uma categorização dos tipos de atividades que envolvem a multiplicação.

No Brasil, as pesquisas em Psicologia da Educação Matemática começaram a ganhar mais destaque no ano de 1996 com a realização do grupo de trabalho denominado “Psicologia da Educação Matemática” (FALCÃO, 2008) e já em 1997 o tema aqui abordado entrou nos Parâmetros Curriculares Nacionais e desde então vem sendo bastante discutido, como nos aponta a Cálculo (2014, p.30). Talvez possa haver quem nos questione a respeito do grau elevado de importância que estamos a dar neste tema, para estes, cabe-nos colocar a ideia de Franchi (2010), que ao realizar um estudo com a resolução de problemas do campo multiplicativo argumentou:

Ocupar-nos-emos, sobretudo, das situações iniciais, porque a influência dessas situações na constituição dos significados das operações matemáticas e os danos causados pelo descarte dessa influência no ensino são mais fortemente identificados comparativamente às mais avançadas (FRANCHI, 2010, p.191).

E, segundo (Devlin, 2008a), há muitos alunos que apresentam uma falta de compreensão da aritmética básica, portanto torna-se necessário “reconhecer que a conexão entre multiplicação e adição não é conceitual” (NUNES, 2005, p.84), ou seja, perceber que o invariante conceitual da multiplicação e da adição são diferentes, cabendo aqui a definição de invariante conceitual:

Os invariantes do conceito são propriedades relacionadas a um determinado conceito, as quais não variam, ou seja, independente da situação na qual o conceito está inserido ou da representação simbólica utilizada para o conceito, as propriedades permanecem inalteradas (PESSOA, 2009, p.51)

Uma vez que “o raciocínio aditivo refere-se a situações que podem ser analisadas a partir de um axioma básico: o todo é igual a soma das partes” (NUNES, 2005, p.84) sendo representados por ações como juntar, separar e colocar em correspondência um-a-um, temos que o invariante conceitual da adição é a relação parte-todo. Por outro lado, “o invariante conceitual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis

(ou duas grandezas ou quantidades). Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si” (NUNES<sup>5</sup>, 2005, p.85).

Observemos os exemplos do Quadro 1:

**Quadro 1: Problemas de adição repetida e de correspondência um-a-muitos**

*Adição repetida:* Antônio tem 3 carrinhos e Ana tem 3 bonecas. Quantos brinquedos eles têm ao todo?

*Correspondência um-a-muitos:* A mãe de Ana está fazendo 2 panelas de sopa. Em cada panela ela vai usar 3 tomates. Quantos tomates ela vai usar ao todo?

Fonte: Nunes (2005, p.103).

No primeiro exemplo temos as parcelas iguais sendo que a soma destas nos dá o todo, que neste caso são os brinquedos. No segundo exemplo temos a correspondência 1 *panela para 3 tomates*, ou seja, temos tomates, panelas e tomates/panela. Desse modo, como nos aponta Nunes (2005, p.105), o número de grandezas<sup>6</sup> envolvidas em cada situação é diferente, enquanto que a adição envolve uma única grandeza sendo ela o número de brinquedos, na multiplicação há duas grandezas (panelas de sopa e tomates).

Diante disto, o que “fazer” com a ideia das somas repetidas? Devlin (2008b) acredita que depois de ter ensinado a multiplicação como a relação fixa entre duas grandezas (“regra” válida para toda multiplicação independente do contexto ou conjunto na qual se realiza) pode-se sim, ensinar aos alunos o grande truque de mágica que facilita os cálculos: “Nos números naturais, a multiplicação pode ser vista como a soma repetida de parcelas iguais!”, ou, melhor ainda, propiciar um ambiente de investigação onde os alunos “possam descobrir por si mesmos, esse maravilhoso truque: a multiplicação lhes dá uma maneira super rápida para calcular uma soma repetida. Por que privar as crianças dessa maravilhosa peça de magia?” (DEVLIN, 2008b, tradução nossa)<sup>7</sup>. Formando assim alunos que compreendam os processos, raciocínios e procedimentos matemáticos.

Para nos aprofundarmos neste tema tomaremos como base a teoria dos campos conceituais de Vergnaud com ênfase nos teoremas-em-ação, pois conforme nos aponta Franchi

<sup>5</sup> Vale salientar que no caderno 4 do PNAIC: Operações na resolução de problemas (BRASIL, 2007, p.81) essa autora é mencionada como sugestão de leitura aos participantes.

<sup>6</sup> Grandeza: Tudo que pode ser medido.

<sup>7</sup> Tradução da autora. Texto original: “*Can discover for themselves, this wonderful trick that multiplication gives you a super quick way to calculate a repeated addition sum. Why deprive the kids of that wonderful piece of magic?*” (DEVLIN, 2008b).

(2010) as “pesquisas fundamentadas na teoria dos campos conceituais tem tomado como objeto de estudo as situações de estrutura aditiva e as situações de estrutura multiplicativa” (FRANCHI, 2010, p.19).

## 2.1 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A teoria dos campos conceituais foi proposta por Vergnaud que, em sua tese de doutorado, foi orientado por Jean Piaget e, portanto, suas ideias têm fortes influências e até mesmo a partilha de certos conceitos pensados por este último.

Enquanto Piaget centra seus estudos no problema da gênese do conhecimento, ou seja, em como o indivíduo forma os seus conceitos de uma maneira mais geral sem considerar domínios de conhecimentos específicos, Vergnaud direciona seus estudos para a formação do conceito focado em um conteúdo do conhecimento, pois para ele o desenvolvimento cognitivo depende necessariamente da área que estamos considerando, sendo assim os estudos deveriam se basear em algo mais específico e não na generalidade como fez Piaget. Aqui pensaremos no desenvolvimento de um conceito matemático específico, apesar da teoria dos campos conceituais não ser específica da matemática (VERGNAUD, 1990).

Uma vez que um conceito não se aplica a uma única situação e uma situação não se esgota em um único conceito, além do fato de que a apropriação de um conceito é um processo gradual que se dá com o estabelecimento de conexões, Vergnaud considerou distintos campos conceituais, ainda que dependentes, ou seja, elaborou diferentes conjuntos de problemas e situações, sendo que cada um destes requer determinados conceitos, esquemas e representações para o seu entendimento, mas com tudo interligado, como podemos perceber na definição de campo conceitual:

é a identificação de formas estáveis de organização da atividade (os esquemas) frente a uma variedade de situações; e a análise das relações entre diferentes situações, para que possamos as classificar. São essas diferentes classes de situações e rede de conceitos que podemos tratar, o que eu chamo campo conceitual (VERGNAUD<sup>8</sup>, 2012, p.301, tradução nossa).

---

<sup>8</sup> Tradução da autora. Texto original: “ *l’identification des formes stables d’organisation de l’activité (les schèmes), face à des situations d’une certaine variété; ainsi que l’analyse des relations entre elles de différentes situations, qu’on peut ainsi classer. Ce sont ces différentes classes de situations et le réseau des concepts qui permet de les traiter que j’appelle champ conceptuel*” (VERGNAUD, 2012, p.301).

Ou seja, “campo conceitual é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição” (Vergnaud<sup>9</sup> *apud* Moreira, 2011, p.206) sendo que o domínio de um campo conceitual se dá de maneira progressiva, através do enfrentamento com situações que promovam a reflexão do indivíduo exigindo dele o conhecimento dos conceitos, teoremas, palavras e símbolos eficazes para lidar com determinada situação.

Portanto essa teoria tem por base a formação do conceito que, segundo Vergnaud (1990, p.145-146), é visto como um tripleto de conjuntos  $C=(S,I,R)$  onde:

- S é um conjunto de situações;
- I é um conjunto de invariantes;
- R é um conjunto de representações simbólicas.

Nesse tripé, S refere-se ao referente do conceito, I ao significado do conceito e R aos significantes. Analisaremos conjunto por conjunto.

Podemos “pensar em situação como um dado complexo de objetos, propriedades e relações num espaço e tempo determinados, envolvendo o sujeito e suas ações” (FRANCHI, 2010, p.193), ou seja, uma combinação de tarefas que darão sentido ao conceito, não sendo essas ‘tarefas’ o sentido, mas os processos cognitivos e as respostas que essa tarefa despertará no indivíduo.

Para entendermos os invariantes operatórios<sup>10</sup> pensemos inicialmente na definição de esquema: “a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações” (VERGNAUD, 1990, p. 136, tradução nossa), ou seja, são um conjunto de esquematizações e ações (como se fosse um plano de ação-resolução) que envolvem metas e antecipações, regras de ação do tipo “se ... então” (que constituem a parte verdadeiramente geradora do esquema) e os invariantes operatórios.

Portanto “os invariantes operacionais são componentes essenciais dos esquemas, mas não esgotam o conteúdo, especialmente devido ao seu papel fundamental no funcionamento de esquemas, objetivos, regras e inferências” (VERGNAUD<sup>11</sup>, 2012, p.303, tradução nossa). Os

---

<sup>9</sup> Em: VERGNAUD, G. “A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: Carpenter, T., Moser, J. e Romberg, T. Addition and subtraction. A cognitive perspective”. Hillsdale, N.J.:Lawrence Erlbaum, 1982.pp.39-59.

<sup>10</sup> Invariante operatório é chamado por alguns autores da literatura como invariante lógico.

<sup>11</sup> Tradução da autora. Texto original: “Les invariants opératoires sont des constituants essentiels des schèmes, mais ils n’en épuisent pas le contenu, notamment à cause du rôle essentiel, dans le fonctionnement des schèmes, des buts, des règles, et des inférences” (VERGNAUD, 2012, p.303).

invariantes operacionais envolvem os teoremas-em-ação que são proposições que o sujeito toma como verdadeiras. Vale salientar que, para o indivíduo que o contém, esse teorema é verdadeiro, mas isso nem sempre se verifica cientificamente e “o seu âmbito é frequentemente local (que ainda está em fase emergente); ele pode permanecer implícito ou pode até estar errado” (VERGNAUD<sup>12</sup>, 2012, p.302, tradução nossa). Além dos teoremas-em-ação há os conceitos-em-ação que são os objetos ou categorias de pensamento tidas como pertinentes para a situação em questão.

Nogueira e Rezende (2014, p.50) chamam a atenção que estes invariantes operatórios estão presentes nos momentos em que resolvemos uma situação, embora muitas vezes não consigamos expressar verbalmente as justificativas<sup>13</sup> para as nossas ações:

Os invariantes operatórios [...] concernem às propriedades estruturais de qualquer esquema generalizáveis ou não a diversas situações, aos mais diversos objetos a conhecer. Estes conhecimentos, chamados de conhecimentos em ação, podem ser explicitáveis ou não, conscientes ou não. Os conhecimentos tornam-se explicitáveis quando há tomada de consciência do sujeito (NOGUEIRA; REZENDE, 2014, p.51).

Assim os esquemas podem ser vistos “como uma totalidade dinâmica que surge a partir do teorema-em-ação, estando ambos ligados a competência do sujeito nas resoluções de problemas” (CANOAS, 1997, p.61).

Por fim as representações simbólicas que englobam toda a simbologia utilizada para o trabalho com a situação, englobando a linguagem natural, linguagem matemática ou qualquer outro tipo de representação do conceito. A escolha por uma destas está relacionada com os invariantes operatórios e com a situação em questão.

Portanto, estudaremos o campo multiplicativo que “consiste de todas as situações que podem ser analisadas como problemas de proporções simples e múltiplas para os quais geralmente é necessária uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação dessas operações” (MOREIRA, 2011, p.208), com ênfase na ideia de multiplicação.

## 2.2 PENSANDO SOBRE A MULTIPLICAÇÃO...

---

<sup>12</sup> Tradução da autora. Texto original: “*Leur portée est souvent locale (elle l'est toujours dans la phase d'émergence); ils peuvent rester implicites; ils peuvent même être faux*” (VERGNAUD, 1990, p.135).

<sup>13</sup> Pode ser entendida como os teoremas-em-ação mobilizados para a solução de determinada situação.

Segundo Vergnaud<sup>14</sup> (1990, p.135, tradução nossa) “um conceito não se reduz à sua definição”, uma vez que não vale para uma única situação, mas para uma heterogeneidade de situações e, por outro lado, uma situação não se reduz a um único conceito. Portanto Vergnaud distingue duas grandes categorias de relações multiplicativas, sendo elas o isomorfismo de medidas e o produto de medidas, que englobam problemas que podem ser identificados “segundo a forma de relação multiplicativa, segundo o caráter discreto ou contínuo das quantidades em jogo, segundo as propriedades dos números utilizados, etc” (VERGNAUD, 2009, p.260).

Vale salientar que alguns autores apontam que Vergnaud classifica as atividades como isomorfismo de medidas, produto de medidas e proporção múltipla, mas conforme sua obra mais atual (VERGNAUD, 2009) temos a categorização descrita no parágrafo anterior.

Segundo Vergnaud (2009, p.239-260) o isomorfismo de medidas é uma relação<sup>15</sup> quaternária entre quatro grandezas, sendo que duas delas são medidas de um certo tipo e outras duas de outro tipo. Os problemas desta categoria podem ser com uma das quantidades igual a um ou sem que uma das medidas seja igual a um (chamados de problemas de proporção múltipla com a necessidade de uma regra de três para resolvê-los), ou ainda problemas de um mesmo espaço de medida como podemos observar no Quadro 2:

**Quadro 2: Três tipos de problemas do campo multiplicativo da categoria Isomorfismo de medidas**

Tenho três pacotes de iogurte. Há 4 iogurtes em cada pacote. Quantos iogurtes eu tenho?	Vou comprar 12 garrafas de vinho a R\$19,50 por três garrafas. Quanto vou gastar?	São necessários 2 metros de tecido para fazer uma saia. São necessários três vezes mais para se fazer um conjunto. Quanto de tecido é necessário para se fazer um conjunto?
---	---	---

Fonte: Vergnaud (2009, p.239-240;262).

Como este trabalho tem como foco a multiplicação, tomaremos o primeiro e o terceiro exemplo do Quadro 2 para o nosso estudo.

<sup>14</sup> Tradução da autora. Texto original: “*Um concept ne peut être réduit à sa définition, du moins si l’ on s’intéresse à son apprentissage et à son enseignement. C’est à travers des situations et des problèmes à résoudre qu’un concept acquiert du sens pour l’enfant*” (VERGNAUD, 1990, p.135).

<sup>15</sup> Relação “consiste em estabelecer relações e organizá-las em sistemas” (VERGNAUD, 2009, p.23).

Pensando na proporção onde uma das quantidades relacionadas é igual a um, Nunes (2005) diz que o pensamento envolvido nesses problemas é o de correspondência um-para-muitos. No Quadro 3, temos um exemplo<sup>16</sup>:

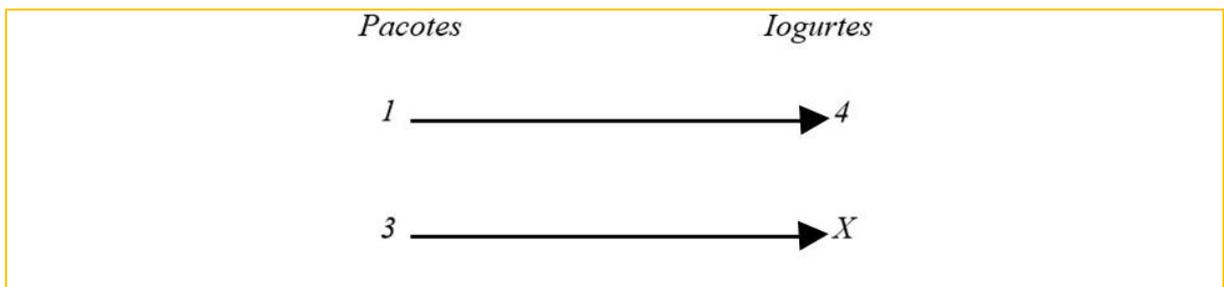
**Quadro 3: Exemplo de problema de correspondência um-a-muitos**

Tenho três pacotes de iogurte. Há 4 iogurtes em cada pacote. Quantos iogurtes eu tenho?

Fonte: Vergnaud (2009, p.239).

Esse problema poderia ser representado pelo seguinte esquema<sup>17</sup>:

**Figura 1: Esquema do problema de correspondência um-a-muitos**



Fonte: Vergnaud (2009, p.240).

Repare que faz sentido pensarmos na correspondência-um-para-muitos, pois nesse exemplo temos que 1 *pacote corresponde a 4 iogurtes*. Temos também o Quadro 4 que mostra o pensamento proporcional existente entre as duas medidas envolvidas:

**Quadro 4: Tabela relacionada ao problema de correspondência um-a-muitos**

	Pacotes	Iogurtes
	1	4
	2	8
	4	16
	5	20
	6	24

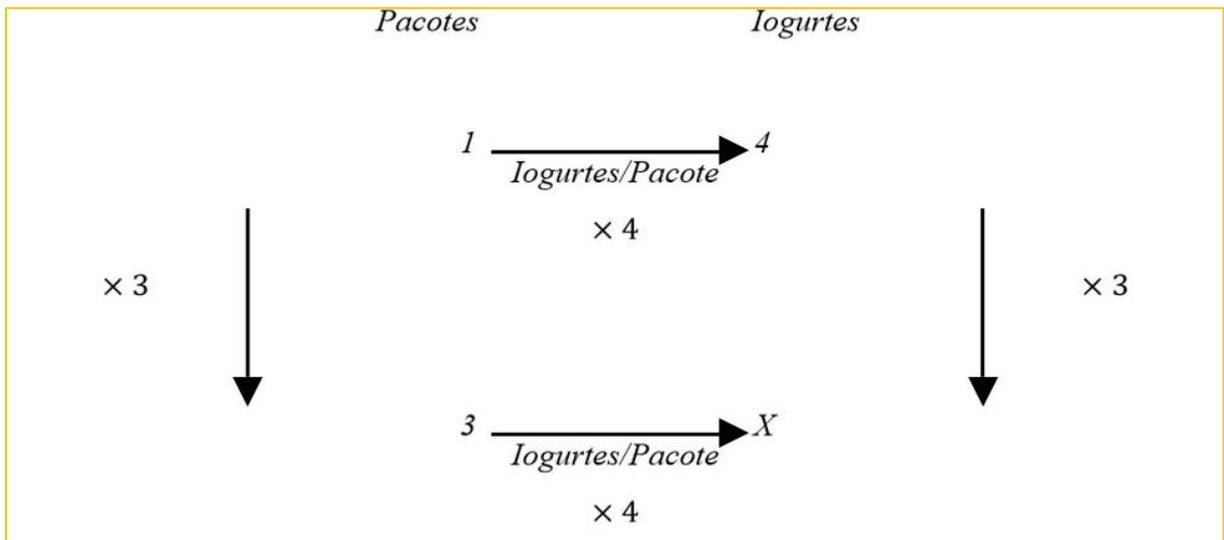
Fonte: Vergnaud (2009, p.241).

<sup>16</sup> Este exemplo e análise foram retirados de Vergnaud (2009, p.243-246)

<sup>17</sup> Com a linguagem de NUNES (2005), temos que 1 pacote corresponde a 4 iogurtes. Portanto utilizaremos os termos isomorfismo de medidas ou correspondência um-para-muitos para denominar este tipo de problemas.

Analisemos as relações existentes neste exemplo conforme Figura 2.

Figura 2: Esquema detalhado do problema de correspondência um-a-muitos



Fonte: Vergnaud (2009, p.243).

Neste esquema, 1 e 3 são medidas que representam a quantidade de pacotes e 4 e  $x$  são medidas que representam a quantidade de iogurtes, ou seja, os tipos de medidas são diferentes.

Os operadores  $\times 3$  são escalares e, portanto, não tem dimensão física, permitindo que se passe de uma linha para outra na mesma categoria de medidas. Os operadores  $\times 4$  é a função que permite passar de uma categoria a outra, podendo ainda ser vista como a relação fixa existente entre as duas grandezas envolvidas:  $4 \text{ iogurtes/pacote}$ .

Há duas possibilidades para encontrar o valor desejado. Uma delas envolve utilizar o operador  $\times 3$  ( $4 \text{ iogurtes} \times 3 = x \text{ iogurtes}$ ) e a outra o operador  $\times 4$  ( $3 \text{ pacotes} \times 4 \text{ iogurtes/pacote} = x \text{ iogurtes}$ ). Pensando em proporção temos:

$$\frac{x \text{ iogurtes}}{4 \text{ iogurtes}} = \frac{3 \text{ pacotes}}{1 \text{ pacote}}$$

$$(4 \text{ iogurtes}) \times \left( \frac{x \text{ iogurtes}}{4 \text{ iogurtes}} \right) = \left( \frac{3 \text{ pacotes}}{1 \text{ pacote}} \right) \times (4 \text{ iogurtes})$$

$$x \text{ iogurtes} = \frac{3 \text{ pacotes} \times 4 \text{ iogurtes}}{1 \text{ pacote}}$$

$$x \text{ iogurtes} = \frac{3 \times 4 \text{ iogurtes}}{1}$$

$$x \text{ iogurtes} = 3 \times 4 \text{ iogurtes}$$

Ou ainda:

$$\frac{x \text{ iogurtes}}{3 \text{ pacotes}} = \frac{4 \text{ iogurtes}}{1 \text{ pacote}}$$

E com procedimentos análogos ao acima mostrados obtemos

$$(3 \text{ pacotes}) \times \left( \frac{x \text{ iogurtes}}{3 \text{ pacotes}} \right) = \left( \frac{4 \text{ iogurtes}}{1 \text{ pacote}} \right) \times (3 \text{ pacotes})$$

$$x \text{ iogurtes} = 3 \times 4 \text{ iogurtes}$$

Os problemas com um único espaço de medidas se apresentam como o exemplo do Quadro 5.

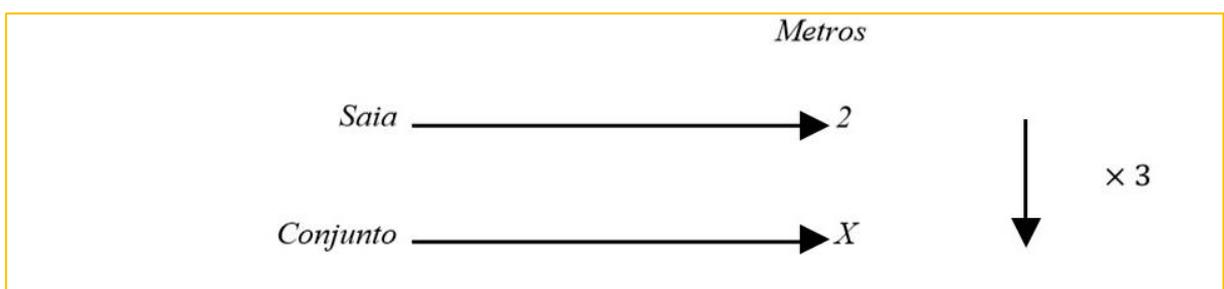
**Quadro 5: Exemplo de problema com um único espaço de medida**

São necessários 2 metros de tecido para fazer uma saia. São necessários três vezes mais para se fazer um conjunto. Quanto de tecido é necessário para se fazer um conjunto?

Fonte: Vergnaud (2009, p.262).

Esse problema, apesar de ser uma correspondência, não nos permite elaborar um isomorfismo de medidas, uma vez que a correspondência ocorre entre duas quantidades e dois objetos, como podemos observar na Figura 3.

**Figura 3: Esquema do problema com um único espaço de medida**



Fonte: Vergnaud (2009, p.262).

Neste caso, temos:  $x \text{ metros} = 2 \text{ metros} \times 3$ . Segundo Vergnaud (2009, p.262) esse exemplo pode provocar a reflexão dos alunos quanto a diferenciação entre operadores escalares e medidas.

Diferente dos problemas de isomorfismo de medidas que envolvem relações quaternárias, os problemas de produto de medidas envolvem três quantidades, onde a terceira delas é o produto das outras duas. Pensemos no exemplo apresentado no Quadro 6:

**Quadro 6: Exemplo de problema de produto de medidas**

Três rapazes e quatro moças querem dançar. Cada rapaz quer dançar com cada moça e cada moça, com cada rapaz. Quantos seriam os casais possíveis?

Fonte: Vergnaud (2009, p.253).

Esse problema poderia ser representado pela seguinte tabela cartesiana considerando  $R = \{a, b, c\}$  o conjunto dos rapazes e  $M = \{f, g, h, i\}$  o conjunto das moças, conforme Figura 4.

**Figura 4: Esquema do problema de produto de medidas**

		M			
		f	g	h	I
R	a	(a,f)	(a,g)	(a,h)	(a,i)
	b	(b,f)	(b,g)	(b,h)	(b,i)
	c	(c,f)	(c,g)	(c,h)	(c,i)

Fonte: Vergnaud (2009, p.254).

Ou seja, cada casal é a associação de um elemento do conjunto R com um elemento do conjunto M, assim temos que:

$$x \text{ casais} = 3 \text{ rapazes} \times 4 \text{ moças}$$

No que diz respeito a essa classificação de atividades, BRASIL (1997) e os descritores da prova Brasil<sup>18</sup> utilizam outras nomenclaturas, como podemos observar no descritor 20 que coloca o seguinte objetivo: “resolver problemas com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória” (BRASIL<sup>19</sup>, 2008, p. 108).

O Quadro 7 pode esclarecer as diferentes nomenclaturas utilizadas na categorização dos tipos de atividades do campo multiplicativo.

<sup>18</sup> A provinha Brasil será abordada no item 4.4 desta pesquisa.

<sup>19</sup>Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil\\_matriz2.pdf](http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf)>. Acesso em jun. 2016.

**Quadro 7: Diferentes nomenclaturas utilizadas na categorização dos tipos de atividades do campo multiplicativo**

<b>Outros autores/ documentos</b>	Proporcionalidade	Comparação	Configuração retangular e Combinatória
<b>Vergnaud</b>	Isomorfismo de medidas	Isomorfismo de medidas (Com um único espaço de medidas)	Produto de medidas

Fonte: da autora, 2016.

Ou seja, podemos pensar em problemas de proporcionalidade, de combinatória, configuração retangular e de comparação multiplicativa. No decorrer deste trabalho utilizaremos os últimos termos, pois nos permitem diferenciar a tipologia ‘produto de medidas’ em problemas de configuração retangular e de combinatória.

### 3 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Esta pesquisa<sup>20</sup> tem um caráter qualitativo “que leva em conta todos os componentes de uma situação em suas interações e influências recíprocas” (ANDRÉ, 1995, p.17). A modalidade é o estudo de caso pois enfatiza o estudo do particular em que:

o interesse do pesquisador ao selecionar uma determinada unidade é compreendê-la como uma unidade. Isso não impede, no entanto, que ele esteja atento ao seu contexto e as suas inter-relações como um todo orgânico e sua dinâmica como um processo, uma unidade de ação (ANDRÉ, 1995, p.31).

Além disso, a pesquisa qualitativa tem seu foco na interpretação e na subjetividade, pois permite uma certa flexibilidade, uma vez que está inserida em um contexto que também deve ser analisado, além de orientar-nos para o processo e não para os resultados.

Como procuramos conhecer quais as concepções sobre a multiplicação que os professores têm, bem como os fatores que levam a estas concepções e sobretudo como se dá o ensino e aprendizagem deste conteúdo (exemplos de atividades e problemas utilizados em sala de aula), esta pesquisa apresenta-se como exploratória, pois seu objetivo foi “levantar informações sobre um determinado objeto [...] mapeando as manifestações desse objeto” (SEVERINO, 2007, p.123).

Visando atingir esses objetivos utilizamos como instrumentos de coleta de dados as entrevistas com os professores; a análise documental da provinha Brasil e seus descritores; os materiais do PNAIC; alguns problemas fornecidos por um dos professores entrevistados e os referenciais teóricos já citados.

Optamos pelas entrevistas, pois estas permitem um contato mais direto com os indivíduos pesquisados, nos permitindo perceber as suas concepções e crenças, conforme aponta Duarte (2004):

Entrevistas são fundamentais quando se precisa/deseja mapear práticas, crenças, valores e sistemas classificatórios de universos sociais específicos [...] se forem bem realizadas, elas permitirão ao pesquisador fazer uma espécie de mergulho em

---

<sup>20</sup> Pesquisa aprovada pelo comitê de ética da Universidade Tecnológica Federal sob o número CAAE 54379316.4.0000.5547.

profundidade, coletando indícios dos modos como cada um daqueles sujeitos percebe e significa sua realidade (DUARTE, 2014, p.215).

Mas antes de realizar as entrevistas foram observadas algumas aulas de Matemática na sala de aula dos professores participantes, pois segundo Duarte (2014, p. 216) para uma boa entrevista é necessário conhecer, com alguma profundidade, o contexto em que se pretende realizar a investigação, possibilitando também questões mais específicas, como por exemplo, o motivo da abordagem, tal como foi feita em determinada tarefa observada.

O objetivo das entrevistas foi perceber o entendimento destes professores com relação a multiplicação, perceber como a ensinam, quais as dificuldades e facilidades no ensino deste conteúdo, como avaliam sua própria prática, quais as influências (se houve) do estudo dos materiais do PNAIC, além de identificar teoremas-em-ação presentes no pensamento multiplicativo dos professores que são fortes candidatos a justificar o não convencimento dos professores quanto a definição de multiplicação, conforme aponta Devlin (2008a).

O critério de inclusão de participantes para a entrevista foi considerar os professores concursados da rede municipal de ensino de Toledo – PR que atuassem nos terceiros e quartos anos da escola em investigação no ano de 2016. Foram excluídos desta pesquisa os professores que estavam afastados de suas funções a mais de seis meses. Procuramos elaborar questões (Apêndice A) que não ofendiam nem colocavam os entrevistados em situação de constrangimento, mas mesmo assim este foi um risco assumido, por isso os entrevistados podiam optar por não responderem a alguma questão. A entrevista permitiu a reflexão sobre alguns aspectos relativos à sua prática docente, pois:

Quando realizamos uma entrevista, atuamos como mediadores para o sujeito apreender sua própria situação de outro ângulo, conduzimos o outro a se voltar sobre si próprio; incitamo-lo a procurar relações e a organizá-las. Fornecendo-nos matéria-prima para nossas pesquisas, nossos informantes estão também refletindo sobre suas próprias vidas e dando um novo sentido a elas (DUARTE, 2014, p.220).

Dos professores que o nosso critério de inclusão envolveu, três aceitaram participar desta pesquisa. Estes serão denominados como P1, P2 e P3, de modo a garantir seu anonimato. O Quadro 8 traz algumas informações a respeito destes participantes.

**Quadro 8: Informações a respeito dos professores participantes da pesquisa**

<b>Professor</b>	<b>Ano em que atua</b>	<b>Formação</b>	<b>Tempo de profissão na área da educação</b>
P1	3º ano	Magistério, Teologia e Pedagogia	16 anos
P2	4º ano	Ciências Contábeis, Pedagogia e Psicopedagogia	20 anos
P3	3º ano	Pedagogia e Psicopedagogia	9 anos

**Fonte: da autora, 2016.**

Considerando nossas hipóteses iniciais, o roteiro da entrevista já apresentava o que nós denominamos como categorias de análise, sendo elas: Ensino da multiplicação, a visão particular de cada professor quanto a multiplicação e o conhecimento de estudos sobre o campo multiplicativo. Portanto, a análise das entrevistas,<sup>21</sup> se deu através da leitura sistematizada das transcrições, que além de confirmar a relevância das categorias elaboradas a priori, revelou a necessidade de uma nova categoria: As tarefas matemáticas.

Para completar a análise foram observadas a Provinha Brasil do ano de 2015 e algumas atividades disponibilizadas por um dos entrevistados, averiguando se as mesmas já traziam questões que abordam a multiplicação e como é esta abordagem.

---

<sup>21</sup> As transcrições completas das entrevistas e o questionário encontram-se no apêndice B.

## 4 O CONHECIMENTO ESPECÍFICO DO CAMPO MULTIPLICATIVO: O QUE AS FONTES REVELAM?

Neste capítulo serão analisados todos os dados recolhidos, sendo subdivididos em cinco subcapítulos. O primeiro envolve aspectos relativos ao ensino da multiplicação, o segundo envolve a visão particular de cada professor quanto a multiplicação, o terceiro investiga se os professores conhecem os estudos recentes sobre o campo multiplicativo proposto por Vergnaud, o quarto analisa brevemente algumas tarefas matemáticas e o último faz uma reflexão geral com algumas sugestões de atividades para o ensino da multiplicação.

Vale ressaltar que algumas respostas foram diferentes do esperado, uma vez que esperávamos mais conceitos, definições e casos mais específicos, talvez por sermos matemáticos, enquanto que várias respostas abrangeram um aspecto mais relacional<sup>22</sup>. No momento das entrevistas não questionamos a respeito, porque questões deste gênero não estavam planejadas e poderia acontecer de, ainda que de modo não intencional, ofendermos ou constrangermos os professores entrevistados.

### 4.1 ASPECTOS RELATIVOS AO ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO

O professor é quem orienta o ensino e está implícito neste as noções que o próprio professor tem do conteúdo em questão, ou seja, “o conceito de aprendizagem do professor direciona e organiza as suas ações e processos de ensino da multiplicação” (EWBANK, 2002, p. 184). Desse modo procuramos perceber como os professores entrevistados ensinavam a multiplicação, pois “o papel do professor no ensino da multiplicação centra-se, principal e prioritariamente, na escolha adequada das situações, questões e procedimentos que proporcionariam diálogos e meios (...) para que esta construção ocorra na interação sujeito-objeto” (EWBANK, 2002, p. 208).

Faziam parte desta categoria as questões descritas no Quadro 8.

#### Quadro 9: Questões orientadoras relativas ao ensino da multiplicação

- *Como você introduz o conceito de multiplicação?*

<sup>22</sup> Temos a impressão de que, nós matemáticos, muitas vezes somos mais objetivos...

- *Como você define a multiplicação para seus alunos?*
- *Os alunos demonstram alguma dificuldade na compreensão da ideia de multiplicação?*

Fonte: da autora, 2016.

As respostas para essa categoria nos revelaram que os professores relacionam a multiplicação com a adição repetida e além disso procuram englobar o cotidiano dos alunos, como podemos perceber em suas falas:

*A criança, eu penso que ela tem que entender que a multiplicação é uma operação que está presente também na adição no sentido de aumentar, de ajuntar [...]. Como a gente desenvolve esse conceito na prática? A partir também de coisas que elas mesmos trazem para a sala (Professor P1 em entrevista)*

*A multiplicação e a adição andam juntas; começamos sempre por questões concretas do dia a dia (situações problemas) [...]. É necessário [...] apresentar o desenho como registro. Geralmente é com o desenho porque é aquilo que é mais próximo para criança, aquilo que ela sabe, uso dos dedos, uso das unidades do material dourado, dezenas, tabuada, cálculo mental (Professor P2 em entrevista).*

*Eu comecei [...] a partir das continhas de mais. Coloquei os desenhos e fui explicando a multiplicação através dos desenhos: quantos grupos e quantos desenhos em cada grupo (Professor P3 em entrevista).*

O professor P1 comentou que a multiplicação aumenta, o que nos levou a pensar que, ao fazer essa afirmação, está considerando somente o universo dos números naturais, uma vez que estes são os números mais naturais para os alunos, como o próprio nome do conjunto nos diz, mas esta análise fica para o próximo subcapítulo.

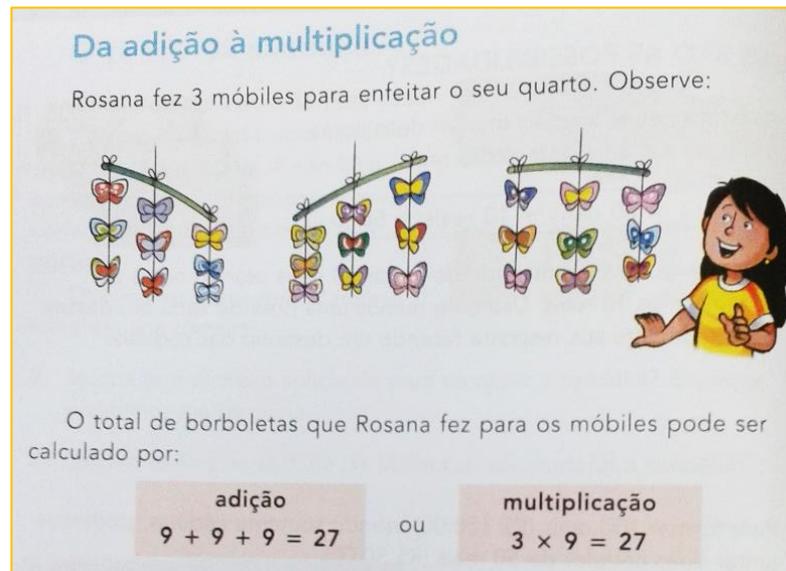
O professor P3 foi o único que em sua fala citou algo que poderíamos assemelhar aos problemas de proporcionalidade: “*quantos grupos e quantos desenhos em cada grupo*” (Professor P3 em entrevista) que certamente refere-se a correspondência um-para-muitos.

Vale salientar que, ao afirmar isto, estamos tomando como base as entrevistas, donde concluímos que os professores P1 e P2 não citaram este tipo de pensamento, o que não implica que não desenvolvam esse tipo de ideia com seus alunos<sup>23</sup>.

Em outro momento da entrevista os professores foram perguntados sobre o modo que introduziriam determinada atividade, presente no livro didático do 3º ano adotado pela escola, conforme Figura 5.

<sup>23</sup> Essa colocação vale para todas as análises que estamos fazendo aqui neste trabalho.

**Figura 5: Atividade do livro didático do 3º ano**

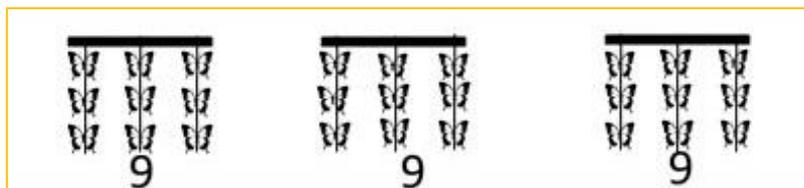


Fonte: (Dante, 2014, p.74).

Os professores P1 e P2 responderam de modo mais geral, “*pode adicionar ou fazer por multiplicação. Quantos móveis e quantas borboletas em cada um? Eu faço sempre pelas duas vias ou vai adicionando, você pode... 9 + 9 + 9*” (Professor P2 em entrevista).

O professor P3, como havia realizado essa atividade na semana anterior, foi mais específico e, juntando sua fala com seus gestos e reação acreditamos que o desenho no quadro tenha ficado semelhante ao apresentado na Figura 6.

**Figura 6: Reconstrução do esquema utilizado pelo professor P3**



Fonte: da autora, 2016.

*Eu fiz o desenho no quadro dos 3 móveis. A gente fez a contagem de quantas borboletas havia em cada móvel. E anotei os números. Depois expliquei para eles assim: são três vezes, cada vez com nove, portanto eles fizeram essa associação. Depois a gente fez a continha: 9 + 9 + 9* (Professor P3 em entrevista).

Portanto, como haviam apontado no início da entrevista, os alunos são levados a pensar na multiplicação relacionando-a com a adição. Percebemos também que a primeira abordagem que o livro faz à multiplicação é relacionando-a com a adição de parcelas iguais.

Quando questionados sobre as possíveis dificuldades dos alunos, todos afirmaram que os alunos, em sua maioria, conseguem entender bem o conceito que lhes é ensinado, salvo aqueles alunos com algumas especificidades e/ou dificuldades, como nos mostra a resposta do professor P3, quando questionado se os alunos demonstram algumas dificuldades: “*alguns, os que tem alguma dificuldade de aprendizagem, que tem necessidade de mais material de apoio, explicação individual sim. Mas no geral a turma conseguiu, eles entenderam bem*” (Professor P3 em entrevista).

#### 4.2 VISÃO PARTICULAR DE CADA PROFESSOR QUANTO A MULTIPLICAÇÃO

Uma vez que “para planejar estratégias que possibilitem ao aluno a construção da noção de multiplicação é necessário que o professor conheça o conteúdo em profundidade” (EWBANK, 2002, p. 57), a nossa segunda categoria visou perceber o conhecimento dos professores sobre a multiplicação.

Faziam parte desta categoria as questões descritas no Quadro 9:

**Quadro 10: Questões orientadoras relativas ao ensino da multiplicação**

• Para você o que é a multiplicação?
• Que orientações recebeu (na graduação) quanto ao ensino da multiplicação?
• Você se lembra de como a sua professora ensinou a multiplicação?
• Há similaridades e/ou diferenças quanto ao modo como você ensina a multiplicação?

Fonte: da autora, 2016.

O professor P2 respondeu que a “*multiplicação é algo que aumenta, de proporção, é o número que aumenta, dentro de um quantitativo*” (Professor P2 em entrevista).

O professor P1 vai além da Matemática para nos responder. Para ele “*a multiplicação é a oportunidade de ampliar horizontes, de ampliar muito além do conteúdo, [...] também tem que se multiplicar: o respeito, o carinho, a vontade de vencer [...] multiplicar também a necessidade de ampliarmos vocabulário, ler mais, multiplicar leitura, sabe, ampliar as coisas...*” (Professor P1 em entrevista). Percebe-se claramente que esse professor relaciona a

multiplicação com ampliação, como confirmamos com outro trecho de sua resposta: “*o conceito de multiplicação é de aumentar, de ter mais, de adquirir mais*” (Professor P1 em entrevista).

Já havíamos observado no subcapítulo anterior que no ensino deste conteúdo para os alunos estes dois professores relacionavam a multiplicação com a ampliação, porém nas respostas para esta categoria de perguntas, não comentaram que essa ampliação acontece somente em alguns casos de multiplicação, o que nos permitiu identificar o seguinte teorema-em-ação (Quadro 10).

**Quadro 11: Teorema em ação falso**

Teorema em ação falso: *A multiplicação entre dois números tem como produto um número maior que o multiplicando, independente do domínio a que se refere.*

Fonte: da autora, 2016.

Como imaginávamos que este teorema-em-ação poderia surgir, havia uma questão que questionava como explicariam aos alunos que  $0,5 \times 2 = 1$ . Essa questão foi posta para, de certo modo, confrontá-los com o teorema-em-ação descrito acima e presente em suas falas, mas eles não se atentaram ao fato de que o produto era menor que um dos fatores e que isso, de certo modo, contradizia suas falas anteriores.

No momento, percebendo que essa questão deixou os professores um tanto tensos, não direcionamos o pensamento deles para esse fato e pensamos que talvez teria sido mais impactante se tivéssemos utilizado uma multiplicação onde o produto é menor que um dos multiplicador e o multiplicando (por exemplo  $0,5 \times 0,5 = 0,25$ ), mas mesmo assim surgiram aspectos interessantes como veremos a seguir.

O professor P1 disse que no momento não saberia explicar, argumentando que os alunos não trabalhavam com números decimais no terceiro ano e que precisava estudar novamente isso para recordar-se. Comentamos também que, além disso, os professores do primeiro ciclo do Ensino Fundamental lecionam todas as disciplinas para os seus alunos e, portanto, tem uma formação mais ampla e não específica e aprofundada em um determinado ramo, como a Matemática por exemplo.

O professor P2 depois de analisar a conta que se mostrava exatamente do mesmo jeito que acima, afirmou que o cálculo estava certo. Devido a sua fala: “*metade de um multiplicado por dois é igual a um ... porque duas vezes cinco décimos é igual a um*” (Professor P2 em entrevista) e ao fato de que, “quando a criança já trabalha com números com vírgula, a presença

destes no multiplicando não traz qualquer problema, mas traz ao multiplicador” (VERGNAUD, 2009, p. 183), resolvemos perguntar se ela optaria por escrever  $2 \times 0,5$ , mas a resposta foi negativa: “*não, tanto faz, eu sempre ponho lá em cima zero ponto cinco multiplicado por dois* ( $\begin{matrix} 0,5 \\ \times 2 \end{matrix}$ ), *eu acho que é mais fácil para criança*” (Professor P2 em entrevista) revelando que pensava no algoritmo da multiplicação.

A fala do professor P3 foi a que menos manifestou o teorema-em-ação descrito acima, pois para ele a multiplicação “*é algo que vai facilitar o trabalho quando a gente precisar somar grandes números. A gente utiliza a multiplicação para não precisar fazer a continha de mais*” (Professor P3 em entrevista)<sup>24</sup>. Apesar de percebermos em sua fala uma forte relação da multiplicação com a adição, em nenhum momento da entrevista ele afirma que a multiplicação amplia ou aumenta. Além disso, a continuação de sua resposta revelou um aspecto que ainda não havia sido comentado, a configuração retangular: “*se a gente tem uma área para calcular: quantas carteiras a gente tem dentro da sala? Não precisa contar uma por uma, a gente verifica a quantidade na coluna, a quantidade na linha e multiplica. Então eu expliquei assim que é para facilitar. É um dos conceitos que a gente também utiliza na nossa vida igual a conta de mais que a gente usa toda a hora*” (Professor P3 em entrevista).

Sobre as origens da visão de cada professor com relação a multiplicação, foi-lhes perguntado se recordavam do seu tempo de escola, quando aprenderam a multiplicação, ou das orientações que receberam quanto ao ensino deste conteúdo, pois nosso objetivo era fazer um paralelo destas informações com o entendimento que cada professor têm sobre a multiplicação e também com a maneira que lecionam este conteúdo, de modo a perceber se houveram influências. Mas as lembranças que os professores relatavam eram muito específicas, por exemplo o professor P1 comentou que, em sua época escolar “*trabalhava direto com a tabuada*” e não entendia o que aqueles números representavam, além disso revelou que percebeu que a multiplicação engloba a adição e de certo modo a divisão já no Magistério: “*na multiplicação está presente a divisão, a adição, [...] isso aí eu fui aprender no Magistério*” (Professor P1 em entrevista). Apesar de termos observado apenas três horas aula deste professor, ficamos com a impressão de que ele tenta superar a mera transmissão dos conteúdos que certamente vivenciou em sua época escolar e fazer com que os alunos compreendam as ideias e os conceitos. O conteúdo que lecionava quando o observamos era a adição, mas

---

<sup>24</sup> Compreendemos o trecho “*somar grandes números*” como somar um determinado número, uma grande quantidade de vezes.

acreditamos que, do mesmo modo que estava preocupado com a compreensão da adição, ele também faria assim com o ensino da multiplicação, ou a tabuada mais especificamente.

O professor P3 disse que não se recorda de como foi orientado a ensinar a multiplicação: *“eu tive Matemática só no último semestre da faculdade e não foi trabalhado muito essa questão. Me lembro de uma aula em que foi passado o vídeo “Donald no País da Matemática” que foi o que mais me marcou. O restante foram questões muito, muito simples e eu não tive esse embasamento para trabalhar hoje com os alunos”* (Professor P3 em entrevista). Esta fala nos leva a pensar sobre a hipótese que elaboramos no início desta pesquisa, que apontava para a pouca formação matemática como um dos possíveis fatores para a dificuldade na compreensão da complexidade das estruturas multiplicativas e que, com esta frase, mostra-se ainda persistente.

Vale ressaltar que os três professores comentaram estar participando de algum tipo de formação ou curso, seja na área da escrita e leitura, quanto na Matemática, o que demonstra que esses profissionais estão realmente interessados e procurando melhorar cada vez mais sua prática docente. Também podemos perceber esse interesse pelo fato de terem aceitado participar desta pesquisa.

#### 4.3 CONHECIMENTO DE ESTUDOS SOBRE O CAMPO MULTIPLICATIVO

Identificamos um teorema-em-ação falso na fala dos professores, sendo que dois deles deixaram claro em suas falas a relação da multiplicação com a ampliação, o que implica que eles têm consciência desse teorema-em-ação.

Como *“para Vergnaud, a desestabilização de invariantes operatórios falsos proporciona momentos de aprendizagens aos alunos”* (NOGUEIRA; REZENDE, 2014, p.52) acreditamos que isso se dá também com os professores. Assim as perguntas dessa categoria visavam perceber se os professores tinham conhecimento de algum estudo sobre o campo multiplicativo, de modo que pudessem refletir sobre as suas respostas anteriores e sobre as suas próprias práticas, pois *“quando o professor detecta alguma dificuldade no seu aluno, em determinado assunto, isso pode estar refletindo sua própria dificuldade nesse mesmo assunto”* (STAREPRAVO, 2010, p.6).

Faziam parte desta categoria as seguintes questões do Quadro 11:

**Quadro 12: Questões orientadoras relativas ao ensino da multiplicação**

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Você participou da formação com o PNAIC? Já ouviu os debates e discussões que atualmente ocorrem quanto a multiplicação?</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Você ensinaria de um modo diferente?</li> </ul>   |

Fonte: da autora, 2016.

Nossa intenção ao propor estas questões era perceber se o professor havia frequentado o PNAIC que ocorreu no ano de 2014, pois neste ano estudou-se os cadernos de Matemática e dentre eles houve um intitulado: “Operações na resolução de problemas” que englobava, dentre outros assuntos, as estruturas aditivas e multiplicativas afirmando que “o raciocínio multiplicativo é diferente do raciocínio aditivo, e é importante conhecermos e diferenciarmos as características de cada um” (BRASIL, 2014, p.31) e além disso, analisava algumas atividades que evidenciam esta diferença. Esse programa era destinado aos professores do primeiro ciclo.

Dos três professores entrevistados, dois participaram desta formação no ano de 2015, que não contemplou a estrutura multiplicativa. Ao verificar esses cadernos verificamos que a estrutura multiplicativa é apenas citada num determinado momento sendo referenciado o caderno do ano anterior.

Assim, temos que estas perguntas não surtiram o efeito que esperávamos. Mesmo comentando sobre Vergnaud e sobre as estruturas multiplicativas, tentando lembrar os professores, ninguém manifestou conhecer esses estudos e, portanto, nenhum refletiu sobre o teorema-em-ação identificado nesta pesquisa (considerando-se apenas o momento da entrevista).

O professor P2 não participou do PNAIC em 2014, pois estava fazendo especialização, o professor P1 não citou nenhum motivo específico e a professor P3 explicou que lecionava na Educação Infantil, portanto não estava no público alvo do programa naquela época, mas comentou que havia participado do Pro-Letramento e, numa pesquisa posterior a entrevista, descobrimos que este programa, apesar de não utilizar o termo “campo multiplicativo” ou semelhantes, ao discutir sobre a provinha Brasil fala sobre as diferentes abordagens da multiplicação (multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória).

Como já comentamos nas seções anteriores, essa professora foi a única que relacionou algo além da adição de parcelas iguais com a multiplicação e acreditamos que, um dos possíveis

fatores para isso foi o fato dessa participação no Pró Letramento, mas isso é uma hipótese. Pode ser que os outros professores também tenham participado desse programa, mas como o questionamento não perguntava especificamente isso, eles não se manifestaram, e como a entrevista com a professor P3 foi a última, não questionamos os outros professores sobre este programa.

#### 4.4 TAREFAS MATEMÁTICAS

Os trabalhos de Nunes (2005), Franchi (2010) e Starepravo e Moro (2005) apresentam tarefas que desenvolvem o raciocínio multiplicativo dos alunos. Essas tarefas por sua vez, apresentam-se de variados modos, que possibilitam e/ou exigem diferentes representações, isto porque “um conceito não é somente uma definição dada por meio de um enunciado e texto, mas é também aquilo que é subjacente às competências e permite que a ação seja operatória” (VERGNAUD *apud* FRANCHI, 2010, p.199), ou ainda, “a operacionalidade de um conceito abrange uma diversidade de situações, manifestando-se sob uma variedade de ações e de esquemas” (FRANCHI, 2010, p.200), demonstrando assim o cuidado que deve-se ter na escolha das tarefas, para que não permitam o entendimento da multiplicação somente como a adição repetida e contemplem o raciocínio multiplicativo de maneira integral.

Diante disto e da disponibilidade de um dos professores entrevistados, que nos forneceu algumas folhas com problemas que utiliza em sala de aula, faremos aqui uma breve análise quanto a tipologia de tarefas utilizadas para o ensino da multiplicação.

Das folhas que recebemos excluimos de imediato aquelas onde não havia nenhum problema que envolvesse a multiplicação. Assim ficamos com 14 folhas que continham 75 questões ao total. Destas questões, 19 referiam-se a problemas de isomorfismo de medidas como podemos observar um exemplo na Figura 7.

**Figura 7: Atividade 1 de multiplicação de correspondência um-a-muitos**

2- Quatro amigos foram jantar em uma cantina e fizeram o seguinte pedido:

Cantina da Lila		Cantina da Lila	
Picanha.....	18 reais	Espaguete de molho.....	8 reais
Lasanha.....	12 reais	Salada.....	6 reais
Arroz.....	3 reais	Suco natural.....	3 reais

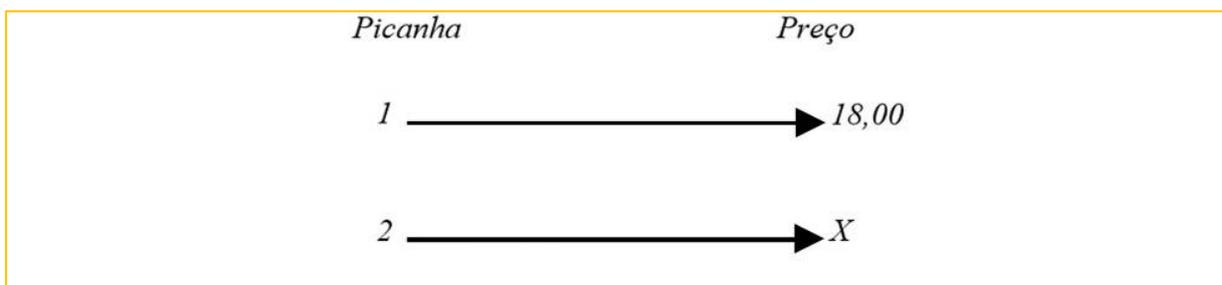
2 picanhas,  
1 lasanha,  
1 espaguete,  
2 saladas e  
4 sucos naturais

a) Qual foi o valor da conta?  
b) Quanto gastou cada um se dividiram a conta igualmente?

Fonte: folhas de atividades disponibilizadas por P2 em jun. 2016.

Percebemos que, assim como nos afirmou o professor P2 em entrevista, “*abro para multiplicação e já vou junto com a divisão e daí eu levo as quatro juntas, [...], porque parece que ajuda mais. Eu não trabalho separado*” (Professor P2 em entrevista), as folhas não envolviam problemas somente de multiplicação, ou até mesmo de um determinado campo conceitual, mas envolviam as quatro operações como podemos observar na atividade acima. Uma das possíveis soluções para este problema envolveria calcular o preço total a ser pago pela picanha, como podemos observar na Figura 8:

**Figura 8: Esquema multiplicativo da atividade de multiplicação de correspondência um-a-muitos**

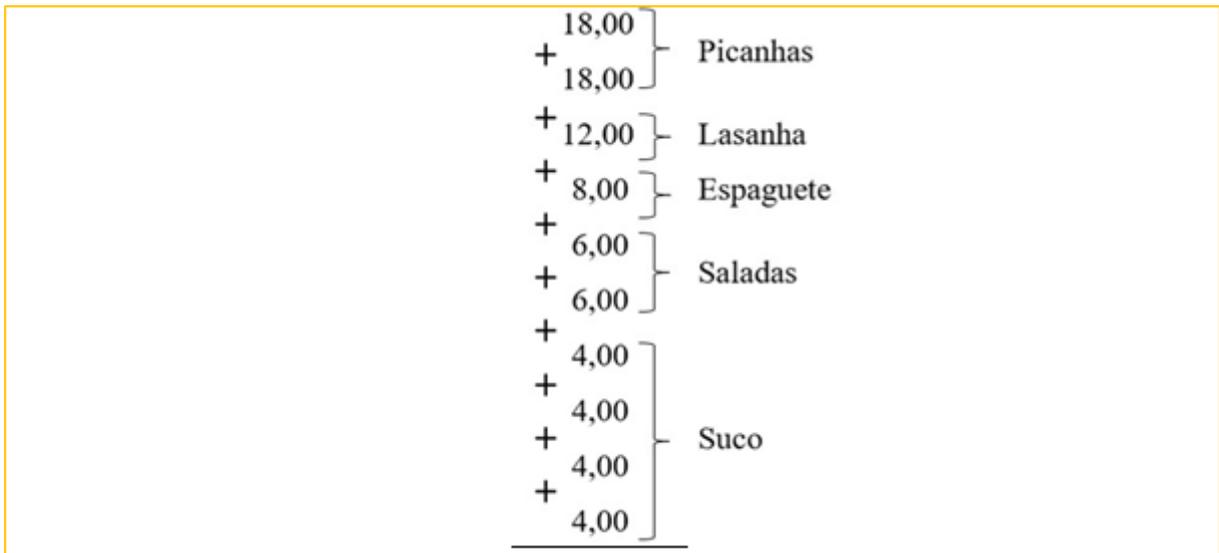


Fonte: da autora, 2016.

E depois calcular o preço dos sucos, da salada, do espaguete e da lasanha de modo análogo ao esquema acima, seguindo com a soma dos valores encontrados, sendo esse um pensamento rico do ponto de vista do campo multiplicativo, pois vai além da soma de parcelas iguais, permitindo vários esquemas de correspondência um-para-muitos.

Por outro lado, o aluno poderia simplesmente utilizar a soma (Figura 9).

**Figura 9: Esquema aditivo da atividade de multiplicação de correspondência um-a-muitos**



Fonte: da autora, 2016.

Perceba que, apesar de válida, essa abordagem não aproveita todo o potencial da atividade, portanto o professor tem um papel muito importante, pois deve estimular o aluno a pensar na correspondência um-para-muitos, conforme a primeira resolução, pois segundo Nunes (2005) esse tipo de pensamento é mais enriquecedor para o desenvolvimento do aluno.

O exemplo da Figura 10 é apelativo visualmente e possibilita discussões muito ricas.

**Figura 10: Atividade 2 de multiplicação de correspondência um-a-muitos**

O gráfico mostra o número de carros que entraram em um estacionamento numa manhã.

a) Se entre 8 h e 9 h entraram 15 carros, quantos carros representa o símbolo 🚗 ?

b) Em que período entraram exatamente 25 carros?

c) Em que período entraram mais carros? Quantos?

d) Se não saiu nenhum carro dos que entraram até meio-dia, quantos carros havia nesse horário?

**Quantidade de carros pela manhã**

entre 7 h e 8 h > 🚗 🚗 🚗 🚗 🚗

entre 8 h e 9 h > 🚗 🚗

entre 9 h e 10 h > 🚗 🚗

entre 10 h e 11 h > 🚗

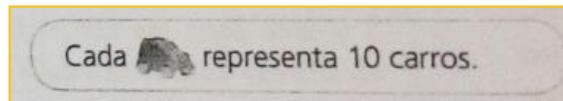
entre 11 h e 12 h > 🚗 🚗 🚗

Cada 🚗 representa 10 carros.

Fonte: folhas de atividades disponibilizadas por P2 em jun. 2016.

Repare que neste exemplo temos a seguinte correspondência, como nos mostra a Figura 11:

**Figura 11** Especificação da correspondência um-a-muitos



Fonte: Folhas de atividades disponibilizadas por P2 em jun. 2016.

Ou seja, a correspondência é feita num nível elementar e figurativo, embora ainda exija abstrações, uma vez que a figura de um carro não representa um único carro, mas 10 carros (no caso mais elementar seria feito o desenho dos 10 carros, um por um). Nesse sentido, Nunes (2005, p. 109) afirma que “os gráficos vão tornar-se cada vez menos figurativos, ou seja, vão conter cada vez menos desenhos e mais representações formais”.

Além disso, essa atividade pode abordar a multiplicação com o multiplicador sendo um número decimal, por exemplo, com o problema descrito no Quadro 12.

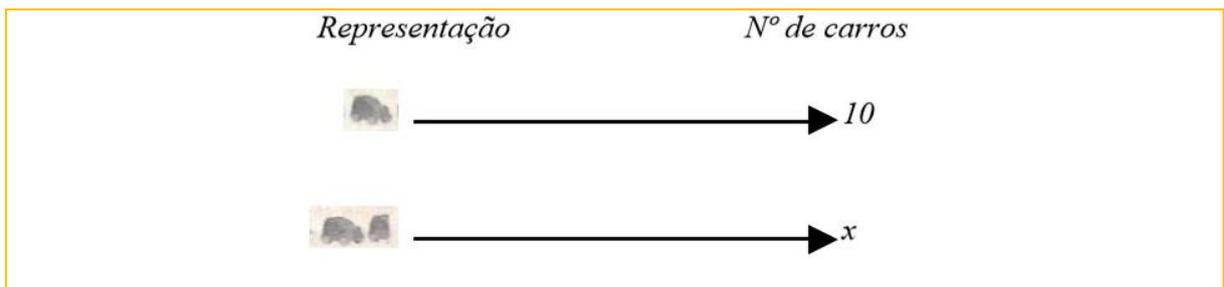
**Quadro 13:** Proposta de atividade

Qual o número de carros estacionados entre às 8h e às 9h?

Fonte: da autora, 2016.

Donde obtemos (Figura 12):

**Figura 12:** Esquema da atividade 2 de multiplicação de correspondência um-a-muitos



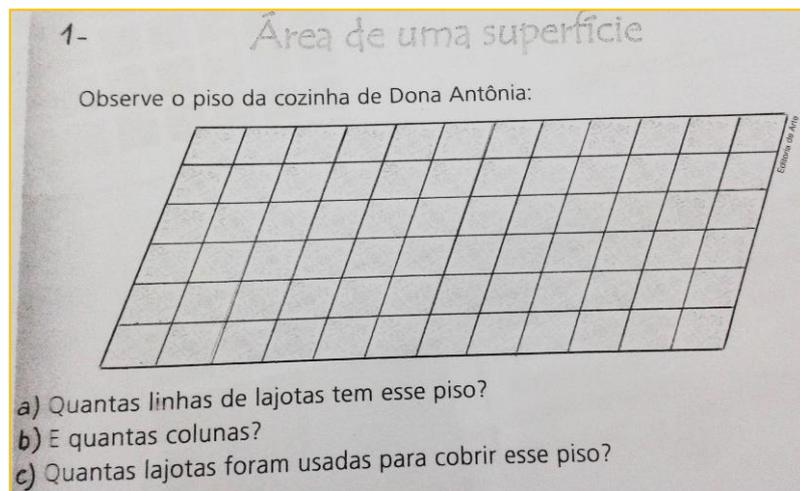
Fonte: da autora, 2016.

Desse mesmo modo, o professor poderia explorar a multiplicação com 0,5, pois com isso, o produto seria menor que o multiplicando. Pensando nessa abordagem com os desenhos dos carros, isso é acessível e compreensível para a criança, uma vez que podemos pensar em 0,5 como metade, conceito já aprendido pelas crianças, conforme a fala do professor P3 quando questionado sobre como explicaria  $\left(\frac{1}{2} \times 2 = 1\right)$ : “Aqui eu trabalharia a metade. A metade de

dois é um [...] Porque [...] a gente [...] só trabalha com números inteiros, por isso que eu partiria para metade” (Professor P3 em entrevista).

Pensando na categoria dos problemas que envolvem produtos de medidas, verificamos que não havia nenhuma questão específica de combinatória, mas havia uma questão que podemos considerar de disposição retangular<sup>25</sup> (Figura 13):

**Figura 13: Atividade 3 de multiplicação de produto de medidas (configuração retangular)**



Fonte: folhas de atividades disponibilizadas por P2 em jun. 2016.

Percebemos que esse exemplo foi utilizado para discutir a medida de uma superfície e isso é algo que, se bem discutido, pode fazer com que os alunos compreendam o motivo de, quando falamos em área, a nossa unidade de medida ser ao quadrado:

$x$  unidades de medida quadrada = 12 unidades de medida  $\times$  6 unidades de medida

Considerando que a unidade de medida é o metro, temos:

$x$  metros quadrados = 12 metros  $\times$  6 metros

Desse modo, “a noção de metro quadrado tem, assim, dois sentidos complementares, aquele de quadrado de um metro de lado, e aquele de produto de duas medidas de comprimento (metro  $\times$  metro)” (VERGNAUD, 2009, p. 255) sendo que essa relação é o que dá sentido às escritas simbólicas das unidades de área:  $m^2$ ,  $cm^2$ ,  $km^2$ , etc segundo o mesmo autor.

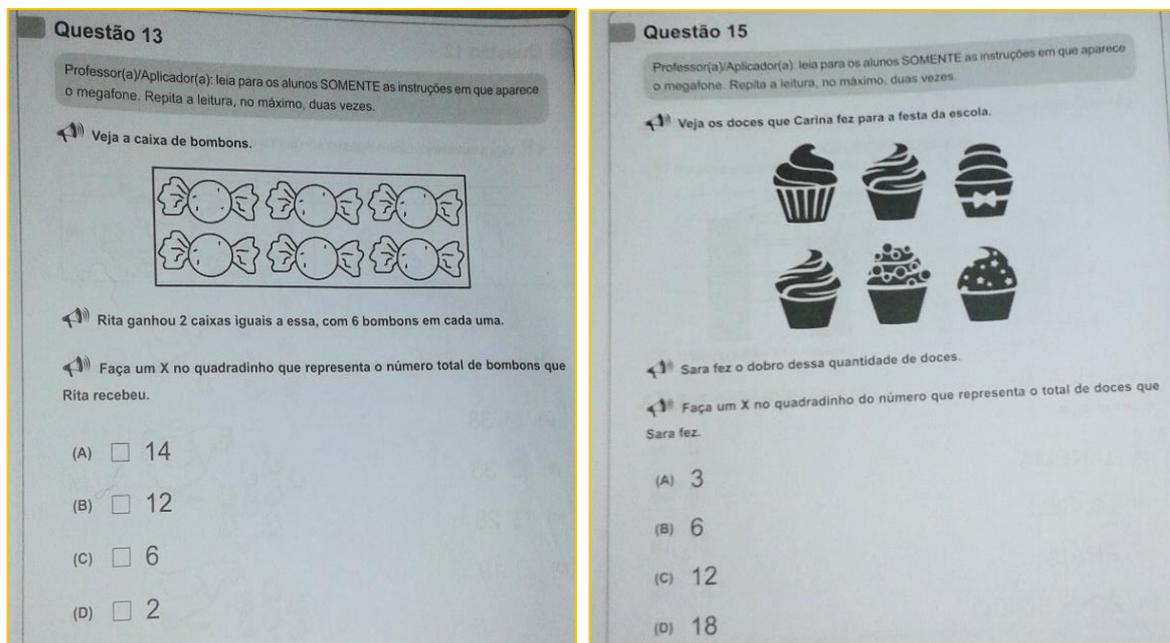
Apesar de haver cinco questões envolvendo formas geométricas, a maioria solicitava que fosse calculado o perímetro, mas de uma maneira contextualizada. Além disso, haviam dois

<sup>25</sup> A forma geométrica envolvida é um paralelogramo, mas como cada unidade de área está sendo representada por paralelogramos, podemos dizer que a área é comprimento vezes largura, como em um retângulo.

problemas de comparação (ou com um único espaço de medida) cujo escalar era o dobro em ambos casos.

Observando as duas fases da provinha Brasil do ano de 2015, realizado com as turmas do segundo ano, no início e no término do ano letivo em questão, verificamos a presença de uma questão em cada prova que envolvia especificamente a multiplicação. No Teste 1, o problema envolvia o isomorfismo de medidas e no Teste 2, a comparação, cujo escalar novamente era o dobro como podemos observar na Figura 14.

**Figura 14: Questões que envolvem a multiplicação na provinha Brasil**



Fonte: BRASIL (2015a, p.20); BRASIL (2015b, p.22) em jun. 2016.

Perceba que, apesar dos descritores da provinha Brasil não citarem a tipologia das tarefas multiplicativas em seus descritores<sup>26</sup> é possível identificar as tipologias indicadas nesta pesquisa, o que nos permite acreditar que, já no segundo ano do Ensino Fundamental, os professores devem ter clareza quanto ao conceito da multiplicação, uma vez que esse campo conceitual se dá de maneira gradual, conforme já citado no referencial teórico, de modo que incentivem e orientem o aluno para que vá se apropriando do conceito real da multiplicação desde os primeiros anos escolares.

<sup>26</sup> Descritor 3.1: "Resolver problemas que envolvam as ideias da multiplicação." Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/download/provinhabrasil/2011/matriz\\_provinha\\_matematica.pdf](http://download.inep.gov.br/download/provinhabrasil/2011/matriz_provinha_matematica.pdf)>. Acesso em: 01 jun. 2016.

Além disso, essas verificações nos permitiram levantar a hipótese de que o escalar  $\times 2$  nas situações com um único espaço de medida é bastante frequente, apesar da provinha Brasil ser destinada aos alunos do 2º ano e as atividades fornecidas pelo professor P2 serem destinadas ao 4º ano. Assim pensamos que poderiam haver mais variações quanto a esse escalar.

#### 4.5 MAIS ALGUMAS REFLEXÕES

Pensando nas colocações dos pesquisadores apresentados no referencial teórico, as afirmações dos professores nos deixaram inicialmente sem ações, pois de certo modo, a prática parece estar acontecendo de uma maneira que não é a mais indicada. Diante disso, poderíamos simplesmente afirmar que a nossa hipótese para a problemática havia se confirmado, mas optamos por refletir e pesquisar um pouco mais.

Uma das maneiras pelas quais podemos resolver algumas multiplicações é a adição repetida, mas de modo algum, esta última pode ser reduzida somente na adição, conforme nos aponta Brasil (2014):

na escola é comum o ensino da multiplicação como adição de parcelas iguais. Há, de fato, a possibilidade de resolver alguns problemas multiplicativos mais simples por estratégias próprias ao raciocínio aditivo. No entanto, o raciocínio multiplicativo é diferente e bem mais abrangente e complexo que o raciocínio aditivo (BRASIL, 2014, p.32).

Compreendido isso, ainda há um grande desafio a ser feito: Como fazer para que as crianças vejam a adição não somente como a adição de parcelas iguais? Como o professor P1 nos disse:

*A gente começa de uma maneira bem mais informal, até mesmo buscando nela a ideia que ela já tem sobre isso, o que ela já entende sobre isso partindo delas mesmas. Que as vezes a gente pode ir com uma ideia achando que vai revolucionar ou dar alguma coisa nova para a criança, mas ela já tem aquele entendimento (Professor P1 em entrevista).*

Portanto, temos que partir do universo conhecido da criança, ou seja, os números naturais. Sobre isso Belfort e Mandarino (2008) afirmam que: “considerando, porém, que o enfoque da multiplicação como adição de parcelas repetidas é mais natural, a professora ou o

professor deve inicialmente se prender a experiências deste tipo” (BELFORT; MANDARINO, 2008, p. 15).

Portanto, introduzir o conteúdo dessa maneira é o mais natural e acessível para a criança, mas não devemos ficar somente nisso, uma vez que a escola, ao partir do conhecido da criança, deve levá-la a pensar no desconhecido. É preciso “que o professor tenha cuidado para não empobrecer a construção do conhecimento em nome de uma prática de contextualização” (PARANÁ, 2008 p.28), ou seja, é necessário que “o contexto seja apenas o ponto de partida da abordagem pedagógica, cujos passos seguintes permitam o desenvolvimento do pensamento abstrato e da sistematização do conhecimento” (PARANÁ, 2008, p.28).

Para provocar a reflexão da criança sobre a multiplicação devemos utilizar atividades diversificadas. Um exemplo em que percebemos duas grandezas e uma relação fixa entre elas (num único espaço de medidas, ou multiplicação comparativa) pode ser dado com um elástico e seu comprimento,<sup>27</sup> em que percebe-se com certa clareza que a aplicabilidade da soma de parcelas repetidas não irá fornecer resultados satisfatórios: Imaginem que um elástico tem 5cm inicialmente e depois de esticado o seu comprimento passe a medir 10cm. Dificilmente alguém pensará no elástico esticado como a junção de dois elásticos de 5cm. Do mesmo modo, se começarmos com o elástico esticado e depois o soltarmos o nosso escalar será menor que 1, possibilitando ao aluno uma situação onde a multiplicação nos devolve um valor menor que o inicial, ou seja, superando “a persistente sensação de que a multiplicação sempre aumenta os números” (CÁLCULO, 2014, p.25).

Podemos solicitar, ainda, que os alunos pensem na multiplicação  $0,5 \times 0,5$  referindo-se a laranjas por exemplo, onde somos levados a pensar em quanto é a metade da metade de uma laranja donde teremos como resposta a metade da metade pensando na linguagem da criança, ou 0,25, 25% ou ainda, em séries posteriores,  $\frac{1}{4}$  da laranja.

O professor pode ainda investigar com os alunos o contexto das frações, por exemplo:  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  observando que o produto é menor que cada um dos fatores. Sobre isso, Lins e Silva (2008) afirmam que: o “trabalho com multiplicações por frações pode, também, ajudar nossos alunos a pensarem mais flexivelmente sobre a multiplicação” (LINS; SILVA, 2008, p.34)

Vale salientar que, apesar da introdução da multiplicação se dar inicialmente com os números naturais por ser o que os alunos compreendem melhor, o professor deve conhecer a diferença entre a multiplicação e adição, incluindo o entendimento de que a multiplicação é

---

<sup>27</sup> Exemplo do elástico retirado da Revista Cálculo (2014, p.24-25).

uma relação fixa entre duas grandezas, o que não implica que ela sempre aumenta. Isso é importante para que, em sala de aula, o professor não faça afirmações aos alunos dizendo que a multiplicação aumenta, pois, como podemos observar nas tarefas anteriormente citadas, é possível fazer com que o aluno nos anos iniciais perceba que isso não acontece sempre. Caso contrário, poderá acontecer que os alunos, quando se depararem com situações em que “a regra” que diz que a multiplicação sempre aumenta não se verifica, fiquem com a sensação de que para aprender Matemática é necessário saber aplicar as “novas regras” sem ênfase na compreensão das ideias e conceitos básicos, uma vez que terão que se desfazer das ideias nas quais já acreditavam e “a mudança arbitrária da regra constitui um obstáculo real para a criança” (VERGNAUD, 2009, p.177). E assim como aponta Brasil (2007), há muitas pessoas que não compreendem a ideia da multiplicação:

Há muitos estudos que mostram que as pessoas não aceitam muito que, para calcular o preço de meio litro de azeite, podemos usar uma multiplicação (por 0,5). É que crescemos com as ideias de que dividir diminui e multiplicar aumenta. Então, se é para calcular o preço de meio litro – que é menos que um litro, só podemos dividir (BRASIL, 2007, p.34).

Devlin (2008a) afirma que, mesmo em níveis de ensino mais elevados há alunos que apresentam dificuldades na Matemática básica:

O que me preocupava eram algumas postagens do blog e uma série de e-mails que recebia de professores que disseram que, em poucas palavras, o que eu estava fazendo muito barulho por nada. Que estava tudo bem em dizer aos alunos algo que é totalmente e completamente falso, e modificar cada vez que os alunos encontrassem uma situação onde o que lhes foi ensinado claramente não funciona. [...]. Não só é educacionalmente imprudente ficar mudando as regras, eu, pessoalmente, fico ressentido porque esse indivíduo eventualmente acaba na minha sala de aula da faculdade, onde sou esperado para ensinar matemática de nível universitário e descubro que os estudantes não entendem corretamente aritmética básica e trazem profundamente enraizado concepções errôneas que dificultam seu progresso na matemática (DEVLIN, 2008<sup>a</sup>, tradução nossa)<sup>28</sup>.

---

<sup>28</sup> Tradução da autora. Texto original: “*What worried me were some blog entries and a number of emails I received from teachers who said, in a nutshell, that I was making much ado about nothing. That it was okay to tell students something that is totally and utterly false, and then keep modifying it each time the students subsequently encountered a situation where what they were taught plainly does not work. If ever there were a case of passing the buck, that is it. Not only is that educationally unwise to keep changing the rules, I personally resent it because that buck eventually ends up in my college classroom, where I discover that I am expected to teach university-level mathematics to students who do not properly understand basic arithmetic, and have formed deep-rooted, but erroneous conceptions that get in the way of progressing in mathematics.*” (DEVLIN, 2008a)

Assim, percebe-se que a não compreensão do campo multiplicativo pode comprometer o desempenho futuro dos alunos na aprendizagem matemática, pois o raciocínio multiplicativo é uma habilidade elementar para a aprendizagem da matemática.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a realização desta pesquisa concluímos que ainda temos muito o que pesquisar e conhecer sobre as estruturas multiplicativas, pois Starepravo (2010, p.87-88) em sua tese já apontava indícios de que muitos professores viam a multiplicação somente como a soma de parcelas iguais, relacionando os seus estudos com a pesquisa de Canoas (1997), Ewbank (2002), dentre outros. Aqui continuamos essa ligação, ou seja, as referenciamos para inferir que ainda temos que avançar no que se refere ao ensino da multiplicação, uma vez que os resultados aqui discutidos se assemelham ao posto por essas autoras.

Reparamos que o assunto dos campos conceituais, especificamente o campo multiplicativo, está sendo bastante discutido, pois as formações como o PNAIC, que visam proporcionar uma formação continuada e de qualidade para os professores dos anos iniciais, abordam esse tema e percebemos que algumas mudanças já estão ocorrendo, ainda que de maneira gradual. Essa percepção vem do fato de que haviam problemas de multiplicação que possibilitavam discussões e reflexões ricas que poderiam levar os alunos a ver a multiplicação não somente como a adição de parcelas iguais. Mas para que isso aconteça é preciso que o professor tenha uma visão clara do conceito da multiplicação, para que possa orientar os alunos para a reflexão, uma vez que:

Tarefas significativas por si só, não são suficientes para um ensino eficaz. Os professores devem, também, determinar: quais os aspectos a realçar numa dada tarefa; como organizar e orientar o trabalho dos alunos; que perguntas fazer de modo a desafiar os diversos níveis de competência dos alunos; como apoiá-los. (NCTM, 2007, p.20).

Por outro lado, a fala dos professores aponta para a necessidade de inovações, ainda que visando aspectos que não são puramente didáticos (o governo e o nome da escola a cuidar):

*A gente trabalha também atrás de um resultado, você não trabalha apenas para criança aprender, você trabalha por resultados, porque o sistema te cobra, você trabalha por que você tem nome na escola, você trabalha por que o seu aluno é importante para você, você trabalha por tudo.* (Professor P2 em entrevista).

Ou seja, ainda que forçados por programas, metas e avaliações externas, os novos estudos acabam por chegar nas escolas. Dessa forma, percebemos que estamos caminhando rumo ao real entendimento do campo multiplicativo. Contudo os professores precisam compreender que tem um papel fundamental, como aponta Vergnaud (2012):

Os professores são os mediadores. Seu primeiro ato de mediação é a escolha de situações para oferecer aos estudantes. Esta escolha é alimentada tanto para a epistemologia do domínio matemático em causa e conhecimento do desenvolvimento do aluno em sua diversidade [...]. Mas o trabalho de mediação do professor não se limita a escolha das mais fecundas e oportunas situações: ele deve esclarecer os objetivos e sub-objetivos da atividade, ajudando os alunos a antecipar e fazer conjecturas, para custear uma parte do trabalho, de modo a aliviar os alunos de algumas dificuldades [...] Ele ainda deve acompanhar os alunos na identificação de relações e inferências relevantes (VERGNAUD, 2012, p.303, tradução nossa)<sup>29</sup>.

Portanto, os professores estão trabalhando com problemas do campo multiplicativo diversificados, porém eles ainda têm uma visão estreita a este respeito, ou seja, utilizam as atividades sem perceber o motivo e a importância dessa diversificação, que é tão necessária para a aprendizagem dos alunos.

Nesse contexto, a prática docente também é influenciada por essa visão, uma vez que é organizada e conduzida em conformidade aos objetivos propostos. Desse modo, essa pesquisa é uma oportunidade para a discussão e reflexão sobre o campo multiplicativo, mais necessariamente para o real entendimento do conceito da multiplicação.

E quanto ao aluno para o qual lecionei? Infelizmente não o vi mais. E quanto ao meu marido? Continuo provocando reflexões de modo a auxiliá-lo na reconstrução do conceito de multiplicação, o que não é uma tarefa fácil, mas tenho que persistir!

---

<sup>29</sup> Tradução da autora. Texto original: “*Les enseignants sont des médiateurs. Leur premier acte de médiation est les choix des situations à proposer aux élèves. Ce choix s’alimente à la fois à l’épistémologie du domaine mathématique concerné et à la connaissance du développement des élèves, dans leur diversité [...]. Mais le travail de médiation de l’enseignant ne s’arrête pas au choix des situations les plus fécondes et les plus opportunes: il lui faut clarifier les buts et les sous buts de l’activité, aider les élèves à anticiper et à faire des conjectures, prendre à sa charge une partie du travail, de manière à soulager les élèves de certaines difficultés [...]. Il lui faut encore accompagner les élèves dans l’identification des relations pertinentes et dans les inférences qui leur permettront d’agir*” (VERGNAUD, 2012, p.303).

## REFERÊNCIAS

ALENCAR, Edvonete Souza de. Um estado do conhecimento sobre a formação contínua de professores dos anos iniciais no campo multiplicativo. In: Encontro Paulista de Educação Matemática. **Anais do XII Encontro Paulista de Educação Matemática**. Birigui : SBEM-SP: IFSP, 2014.

ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Etnografia da prática escolar**. Campinas, DP: Papirus, 1995.

BELFORT, Elizabeth; MANDARINO, Mônica. Fascículo 2 - Operações com Números Naturais. In: BRASIL, Ministério da Educação/SEB. **Pró-Letramento: Programa de formação continuada de professores dos anos/séries iniciais do Ensino Fundamental: Matemática**. – edição revista e ampliada incluindo SAEB / Prova Brasil matriz de referência / Secretaria de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=6003-fasciculo-mat&category\\_slug=julho-2010-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=6003-fasciculo-mat&category_slug=julho-2010-pdf&Itemid=30192)>. Acesso em: 01 jun. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (PCN)**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação/SEB. **Pró-Letramento: Programa de formação continuada de professores dos anos/séries iniciais do Ensino Fundamental: Matemática**. – edição revista e ampliada incluindo SAEB / Prova Brasil matriz de referência / Secretaria de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=6003-fasciculo-mat&category\\_slug=julho-2010-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=6003-fasciculo-mat&category_slug=julho-2010-pdf&Itemid=30192). Acesso em: 01 jun. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. PDE: **Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília : MEC, SEB; Inep, 2008. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil\\_matriz2.pdf](http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf) >. Acesso em: 01 jun. 2016.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Operações na resolução de problemas** / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014. 88 p. Disponível em: <[http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/cadernosmat/PNAIC\\_MAT\\_Caderno%204\\_pg001-088.pdf](http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/cadernosmat/PNAIC_MAT_Caderno%204_pg001-088.pdf) > Acesso em: 01 set. 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Provinha Brasil 2015, Matemática -Teste 1**. Brasília : MEC, SEB; Inep, 2015a. Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/provinha\\_brasil/kit/2015/Guia\\_Aplicacao\\_MT\\_1-2015.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/provinha_brasil/kit/2015/Guia_Aplicacao_MT_1-2015.pdf)>. Acesso em: 01 jun. 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Provinha Brasil 2015, Matemática - Teste 2**. Brasília : MEC, SEB; Inep, 2015b. Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/provinha\\_brasil/kit/2015/guia\\_aplicacao\\_MT\\_2-2015.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/provinha_brasil/kit/2015/guia_aplicacao_MT_2-2015.pdf)>. Acesso em: 01 jun. 2015.

CÁLCULO. **Uma multiplicação é uma multiplicação**: ela não é, como alguns professores ainda dizem, uma adição de parcelas iguais – nem mesmo no caso dos inteiros positivos!. Editora Segmento. Edição 41- junho, 2014.

CANOAS, Silvia Swain. **O campo conceitual mutiplicativo na perspectiva do professor das series iniciais (1ª a 4ª série)**. 1997. 209p. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). Pontifca Universidade Católica (PUC), São Paulo, 1997.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática, 3º ano**. São Paulo: Ática,2014.

DEVLIN, Keith. **It's still not repeated addiction**. 2008a. Disponível em: <[http://www.maa.org/external\\_archive/devlin/devlin\\_0708\\_08.html](http://www.maa.org/external_archive/devlin/devlin_0708_08.html)> Acesso em: 02 set. 2015.

DEVLIN, Keith. **It Ain't not repeated addiction**. 2008b. Disponível em: <[http://www.maa.org/external\\_archive/devlin/devlin\\_06\\_08.html](http://www.maa.org/external_archive/devlin/devlin_06_08.html)> Acesso em: 02 set 2015.

DUARTE, Rosália. Entrevistas em pesquisas qualitativas. In: **Revista Educar**. Curitiba. Editora UFPR n. 24, p. 213-225, 2004.

EWBANK, Mara Sílvia André. **O ensino da multiplicação para crianças e adultos: conceitos, princípios e metodologias**. 2002, 256p. Tese (Doutorado)- Universidade Estadual de Campinas- Faculdade de Educação, Campinas, 2002.

FALCÃO, Jorge Tarcísio da Rocha. **Psicologia da Educação Matemática: Uma introdução**. 1ª reimp. Belo Horizonte:Autêntica, 2008.

FRANCHI, A. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In MACHADO, S. D. A.; **Educação Matemática, uma nova (re)introdução**. São Paulo: EDUC, 2010.

LINS, Rômulo Campos; SILVA, Heloisa da. Fascículo 4 - Frações. In: BRASIL, Ministério da Educação/SEB. **Pró-Letramento: Programa de formação continuada de professores dos anos/séries iniciais do Ensino Fundamental: Matemática**. – edição revista e ampliada incluindo SAEB / Prova Brasil matriz de referência / Secretaria de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=6003-fasciculo-mat&category\\_slug=julho-2010-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=6003-fasciculo-mat&category_slug=julho-2010-pdf&Itemid=30192)>. Acesso em: 01 jun. 2016.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de aprendizagem**. 2 ed. amp. São Paulo: EPU, 2011.

National Council of Teachers os Mathematics (NCTM). **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Tradução: Associação dos Professores de Matemática. Principles and Standards for School Mathematics. 2ed. Lisboa, 2007.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius; REZENDE, Veridiana. **A teoria dos campos conceituais no ensino de números irracionais**: implicações da teoria piagetiana no ensino

de matemática. In: Revista eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas. V. 6, n. 1 Jan-Jul. 2014. Disponível em:<  
<http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/scheme/article/view/3950/2963>>. Acesso em jun. 2016.

NUNES, Terezinha. A origem dos conceitos de multiplicação e divisão. In NUNES, Terezinha. **Educação Matemática: Números e operações numéricas**. São Paulo. Cortez, 2005.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação do Paraná, Departamento de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática (DCE)**. Curitiba, 2008.

PESSOA, Cristine Azevedo dos Santos. **Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório do 2º ano do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio**. 2009. 267 f. Tese (Doutorado) -Universidade Federal de Pernambuco, Recife: 2009.

SEVERINO, Antônio Joaquim. Teoria e prática científica. In SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 23. ed. São Paulo: Cortez, 2007.

STAREPRAVO, Ana Ruth; MORO, Maria Lucia Faria. **As crianças e suas notações na solução de problemas de multiplicação**. In: MORO, Maria Lucia Faria; SOARES Maria Tereza Carneiro. Curitiba: Ed. da UFPR, 2005.

STAREPRAVO, Ana Ruth. **A multiplicação na escola Fundamental I: análise de uma proposta de ensino**. 2010. 262p. Tese (Doutorado). Faculdade de Educação – Universidade de São Paulo, São Paulo: 2010.

VERGNAUD, Gérard. **La théorie des champs conceptuels. Recherche en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, vol. 10, n. 2.3, p. 133-165, 1990.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade**. 3. ed. Tradução: MORO, M. L F. Curitiba. UFPR. 2009.

VERGNAUD, Gérard. Forme opératoire et forme predicative de la connaissance. In: **Investigações em Ensino de Ciências – v.17**, pp. 287-304, 2012.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A - ROTEIRO PARA ENTREVISTA

1. Momento 1 (O entrevistador se apresentará lembrando o entrevistado a pesquisa na qual está ajudando e explicará o termo de consentimento bem como os direitos do entrevistado conforme o Comitê de Ética em Pesquisa da UTF PR)
  - 1.1 Nome
  - 1.2 Idade
  - 1.3 Formação
  - 1.4 Tempo de profissão
2. Momento 2 (Aspectos relativos ao ensino da multiplicação)
  - 2.1 Como você introduz o conceito de multiplicação?
  - 2.2 Como você define a multiplicação para seus alunos?
  - 2.3 Os alunos demonstram alguma dificuldade na compreensão da ideia de multiplicação?
3. Momento 3 (Como o professor vê a multiplicação e origens desta visão)
  - 3.1 Para você o que é a multiplicação?
  - 3.2 Que orientações recebeu (na graduação) quanto ao ensino da multiplicação?
  - 3.3 Você se lembra de como a sua professora ensinou a multiplicação?
  - 3.4 Há similaridades e/ou diferenças quanto ao modo como você ensina a multiplicação?
4. Momento 4 (Como pensa-se a multiplicação atualmente)
  - 4.1 Você participou da formação com o PNAIC? Já ouviu os debates e discussões que atualmente ocorrem quanto a multiplicação?
  - 4.2 Você ensinaria de um modo diferente?
5. Momento 5 (Questões a serem inseridas quando assuntos relacionados surgirem)
  - 5.1 Por que abordou determinada atividade de tal forma? (Alguma atividade que tenha sido observada em sala)
  - 5.2 Você se sente bem preparado para ensinar os conteúdos matemáticos, mais especificamente a multiplicação?
  - 5.3 Como explicaria a multiplicação com os números decimais, por exemplo, o fato de que  $0,5 \times 2 = 1$  ?
  - 5.4 Alguma experiência que queira comentar.

## APÊNDICE B - TRANSCRIÇÃO COMPLETA DAS ENTREVISTAS

Segue as transcrições completas das entrevistas realizadas com os professores. A primeira refere-se ao professor P1, que leciona no 3º ano do Ensino Fundamental, seguida da transcrição da entrevista realizada com o professor P2, do 4º ano do Ensino Fundamental e por fim, a transcrição da entrevista com o professor P3 que leciona no 3º ano do Ensino Fundamental. A indicação P refere-se a pesquisadora autora e PP refere-se a professora orientadora deste TCC.

### • PROFESSOR P1

P- Então só lembrando que, se o senhor resolver não responder alguma questão, o senhor pode ficar à vontade e falar “próximo”, que a gente passa para próxima.

P1- Está certo.

P- A primeira coisa que eu gostaria de perguntar para o senhor [...]³⁰: Qual é a sua formação?

P1- Eu tenho Magistério, sou Teólogo e também Pedagogo.

P- E a quanto tempo o senhor está nessa profissão?

P1- Me formei em 1990, mas atuando mesmo, eu passei a atuar a partir de 2000. Fiquei 10 anos no seminário, colégio interno, estudei Teologia, mas atuando a partir de 2000.

P- E o senhor já começou a atuar de primeiro a quinto ano?

P1- É, exatamente. Pré-escola na época, até onde eu fui formado em 1989, eu fiz Magistério em São Paulo e saiu uma normativa de que até então era 3 anos de Magistério, mas quem quisesse atuar no Magistério tinha que fazer um quarto ano que, na época, foi chamada de especialização em pré-escolas, então eu fiz o quarto ano somente voltado para o pré-escolar. Então a partir daí eu comecei a atuar desde o pré-escolar em diante.

P- Então, agora vamos passar aspectos relativos a multiplicação: Como o senhor introduz o conceito de multiplicação para os alunos?

P1- O conceito de multiplicação, eu gosto de trabalhar atrelado a questão da adição. A criança, eu penso que ela tem que entender que é multiplicação é uma operação que está presente também na adição no sentido de aumentar, de ajuntar, então dependendo do resultado eu mostro para ela que é possível fazer na multiplicação e na adição. E o conceito de multiplicação é de aumentar, de ter mais, de adquirir mais. Como a gente multiplica isso? Como a gente desenvolve esse conceito na prática? A partir também de coisas que elas mesmos trazem para a sala como o estojo, objetos que nós temos aqui na sala também ... de brinquedos para brincar, tudo isso. A gente começa de uma maneira bem mais informal, até mesmo buscando nela a ideia que ela já tem sobre isso, o que ela já entende sobre isso partindo delas mesmas. Que as vezes a gente pode ir com uma ideia achando que vai revolucionar ou dar alguma coisa nova para a criança, mas ela já tem aquele entendimento, então o tempo para mim conta muito, não você chover no molhado, mas partir de algo que seja concreto para ela avançar.

P- Eu percebo que o senhor envolve bem o cotidiano deles, e eles demonstram alguma dificuldade, eles conseguem relacionar com o que eles já sabem de multiplicação?

P1- Conseguem, conseguem. Conseguem porque os pais têm acompanhado elas, os pais tem ajudado, eu percebo isso, algumas tem mais dificuldades, outras menos...

---

<sup>30</sup> Os momentos com [...] representam diálogos que aconteceram, mas que são irrelevantes para este estudo.

P- É normal.

P1- É normal. Nessa, nessa idade eles começam a adquirir, demonstrar mais assim ... um certo medo de se expor perante os colegas, vergonha de dizer que não sabe porque o outro sabe ou ser menos assim ..., então é assim o desenvolvimento que eu procuro fazer com eles em sala, deles se exporem, é justamente para quebrar essa barreira de que ninguém sabe mais que o outro, e quem sabe, mas sabe naquele ponto, mas aí dependendo a outra situação o outro sabe mais, então nós temos que compartilhar esse conhecimento, então elas se abrem mais, falam mais.

P- É. Eu observei que eles podem falar, não precisa ter medo de errar.

P1- Uhum, até mesmo essa disputa que se instala, a partir do terceiro ano especialmente, eles fazem uma disputa para saber quem sabe mais, quem termina antes, tudo isso aí, eu procuro quebrar isso aí para ajudar, porque tem criança que se inibe ela é envergonhada, (*inaudível*) ela não sabe que tem vergonha, ou até, no caso do professor homem, essas turmas nunca tiveram professor homem. No magistério a gente sabe também que é feminino, é feminino, então eles tem um pouquinho de medo, receio no início, no primeiro bimestre foi assim, um bimestre de quebrar barreiras, de adquirir a confiança deles, de procurar envolvê-los nas atividades, confiando na figura do professor masculino.

P- Então agora vamos passar para a parte de como o senhor vê a multiplicação [...] Para o senhor o que é a multiplicação?

P1- A multiplicação é a oportunidade de ampliar horizontes, de ampliar muito além do conteúdo, é a questão da experiência de vivência junto aos colegas, a multiplicação deve levar as pessoas e os alunos a perceber que mesmo no setor na área social, na área afetiva, na área financeira, não especificamente ligado a financeira, mas também de números, mas também em outras áreas também tem que se multiplicar: o respeito, o carinho, a vontade de vencer. Então nesse sentido multiplicar também a necessidade de ampliarmos vocabulário, ler mais, multiplicar leitura, sabe, ampliar as coisas...

P- Não só no sentido da Matemática...

P1- Não só no sentido da Matemática, mas em todos os setores, têm que ser multiplicadas e trabalhar nesse sentido com a criança também.

F- O senhor se recorda de como aprendeu a multiplicação e como o senhor foi orientado ensinar a multiplicação na graduação ou na sua vida escolar de primeiro a quinto ano?

P1- Eu me recordo que a gente trabalhava direto com a tabuada. Até onde me lembro eu aprendi com a tabuada, direto na tabuada.

P- Mas o senhor lembra se o senhor entendeu a tabuada ou foi  $2 \times 3 = 6$  sem necessariamente entender nada?

P1- Digamos assim essa ampliação da criança perceber que na multiplicação está presente a divisão e a adição, esse conceito, essa ideia ampla, eu não aprendi não, isso aí eu fui aprender no Magistério. Eu li um livro chamado “Ensinar a pensar” de Hatz, é um livro muito bom e até volta e meia eu dou uma olhadinha nele e ali eu aprendi como ensinar, me abriu horizontes de como ensinar Matemática para crianças com todos os conteúdos, sempre questionando ela e até mesmo colocando em dúvida aquilo que ela, perante os colegas de preferência, aquilo que ela responde porque alguém mais pode ir questionar e reforçar: “é isso mesmo, não é!”. Então quer dizer, eu aprendi a questionar a criança ensinar ela a pensar sempre questionando se aquilo que ela está pensando e está afirmando é verdadeiro de acordo como que ela tem aprendido.

P- Então mudando um pouco de assunto agora, o senhor já ouviu falar do programa PNAIC, Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa?

P1- Estamos ouvindo muito falar sobre isso.

P- Pois, e o senhor participou de alguma formação, ou foi orientado a participar de alguma formação nesse PNAIC?

P1- Não, eu não participei ainda, mas estamos sendo orientados a participar, e até na última formação, estamos tendo uma formação na área de escrita e leitura, leitura e escrita, são dez encontros ao longo desse ano, e parece que tem uma certa obrigatoriedade imposta pelo MEC de que todos os professores que estão atuando até o terceiro ano, não é que ele participe se quiser, ele é obrigado a participar, ele tem que participar para adquirir essa capacidade para poder estar trabalhando com as crianças.

P- É, e há novos estudos, tem o Vergnaud que tem uma ...

P1- É a questão do auto letramento, que é coisa até nova digamos assim, no discurso pelo menos, mas na prática o letramento está presente sempre na história da educação, mas como discurso, como formação eu penso que é coisa nova. O que é letramento? É a questão mais abrangente, além da letra digamos assim. Então nesse sentido o PNAIC também quer levar a professora a estar se capacitando pelo que eu tenho percebido.

P- A observação que eu fiz na aula do Senhor [...] Quando se começa a falar sobre a multiplicação, como o senhor explicaria essa parte inicial, essa atividade com esses móveis?

P1- Eu explicaria o seguinte, as crianças trazem seus estojos, tem materiais diversos ou mesmo pegando a própria criança: se eu por dois grupos de criança ou três grupos de criança. Aqui é 3 por exemplo (referindo-se a atividade do livro) Rosane tem três móveis, tá. Então (*inaudível*) observar qual o total aqui, ... eu poderia colocar 3 num grupo, 3 noutro; Eu poderia observar a questão da estatura delas, três crianças de estaturas diferenciadas ou três meninas ou três meninos, quantos grupos tem? Dois grupos! Dois grupos? Como que eu posso fazer essa conta, como é que eu posso juntar isso, digamos assim, no conceito da Matemática fazendo uma operação matemática:  $2 \times 3$  ou  $3 \times 2$ , operação inversa, daqui pra lá ou de lá pra cá, eu falo pra eles: a ordem dos fatores não altera o produto, o resultado, então poderia começar com elas mesmas ou mesmo pegar o estojo de um, o estojo de outro, aqui eu tenho três lápis, aqui eu tenho três, de quem é esse lápis? São três vezes quanto? Três cubinhos que vai dar quanto ao total? É juntar isso aqui as quantidades.

P- E o senhor se sente preparado para ensinar esses conteúdos matemáticos, a multiplicação dentre eles?

P1- Olha eu me sinto sim, me sinto sim, é claro que se sentir preparado não nos dá o direito de parar no tempo. Você diz preparado eu penso que é continuar estudando, ninguém adquire diploma ou certificado e coloca na parede e fala “Eu estou pronto!” Não está pronto a gente está sempre no processo de estar pronto.

P- E até o fato do senhor lidar com as crianças, a experiência...

P1- Exatamente, exatamente. (*inaudível*) justo por isso também que nós temos planejamento, no horário de hora-atividade e que eu tenho que planejar as minhas próximas aulas olhando para as aulas anteriores, o que foi acertado, o que eu preciso melhorar, quais as dificuldades que eles apresentaram, onde eu preciso fortalecer, então quer dizer, estar preparado é ter essa visão do ontem das aulas passadas, o que eu vou dar hoje e o que eu pretendo, onde eu pretendo chegar, então me sinto preparado sim, nesse sentido, de estar sempre aprimorando melhorando.

P- [...] Como explicaria a multiplicação com números decimais, por exemplo o fato de que,  $0,5 \times 2 = 1$ ?

P1- Deixa eu ver aqui ... [...].

P- Os decimais eu acredito que eles não veem ainda...

P1- Eles não veem ainda. Isso aqui na verdade eu teria que, por exemplo assim: Ver meus filhos, por exemplo, que estão indo para a escola, nono ano, e tem coisas que elas me perguntam de Matemática e eu falo: “Filha esse aqui o pai não está sabendo”. Nesse momento eu teria que fazer o quê? Eu teria que me debruçar em cima deste conteúdo

novamente, rever, porque o professor tem que estar revendo também os seus conceitos, o que aprendeu como eu disse antes, para poder responder. Para as minhas filhas eu estaria introduzindo assim para elas também, então no momento essa pergunta aqui eu não tenho resposta para você.

P- E também há o fato de que o senhor tem que ensinar todas as áreas.

P1- Exatamente.

P- Não tem como focar em Matemática, tem que saber de tudo um pouco.

P1- Eu tenho 5 aulas de Matemática por semana, mais 5 de Português, mais 3 de Ciências, História duas, Geografia duas, quer dizer a gente tem que estar dispensando, o que vai ter amanhã, depois, então essa pergunta aí eu vou passar.

P- E alguma experiência que o senhor queira comentar.

P1- Ao longo desse período de Magistério, as experiências mais gratificantes para mim é ter trabalhado com pessoas especiais. Eu trabalhei com um autista, só autista na verdade e outras crianças que eu vejo inclusas que, por vezes, faz com que o professor regente fique sem saber para onde vai, porque a nossa inclusão ela não tem ninguém capacitado para tratar disso em sala de aula e por vezes também nem lá onde se coordena porque é novo para todo o mundo, é novo para todo mundo. Eu estou fazendo um curso aí sobre transtornos globais do desenvolvimento, TGD, justamente para aprender um pouco mais sobre cada situação: mental, física, TGD, Asperger e assim vai, justamente pra gente saber lidar com esse aluno especial. Eu fiquei um ano, tanto de manhã quanto de tarde no integral, com um aluno Asperger, muito querido ele, mas era dopado, eu digo, na tal da Ritalina. Ele vinha de manhã com uma Ritalina chegava às 8:30 já todo zumbizado, às 1:00 da tarde eu dava outra para ele porque era orientação, e eu perdi esse aluno, eu não tinha esse aluno. A partir do momento que começou a faltar remédio, não é que não deram, faltou o mesmo, não tinha onde ter remédio, tinha que aguardar, tem que pegar ficha, tem que fazer requerimento então eu comecei a descobrir esse aluno sem a Ritalina, ele começou a tomar menos, de repente ele começou a não tomar nada, mas esse era ele e não... então ele foi mais autêntico, ele se desenvolveu mais..., não na escrita e coisa e tal, mas na fala, começou a demonstrar conhecimento.

Atualmente também estou com um quinto ano onde tem uma aluna inclusa. Ela lê, mas lê de uma maneira fantástica, melhor do que a maioria dos alunos na sala, ela dá respostas, ela tem sentimentos sabe, então essa experiência, essa história de alunos me mostra que, por um lado, me dá a seguinte experiência, o seguinte entendimento: nós como professores não estamos preparados para lidar com isso em sala de aula, estamos aprendendo ainda, por outro lado precisamos estar correndo atrás de orientação, de formação, ser um auto didáta nesse campo, adquirir esse conhecimento por si mesmo não esperar que venha pronto de alguém. Eu tenho um aluno incluso, eu posso não querer aquele aluno, mas hoje a tarde ele estará ali, então tenho que buscar conhecimento para saber como minimamente lidar com aquele aluno em sala de aula e é claro, é direito deles também ter um PAPE, alguém vai auxiliar de maneira específica, mas mesmo com esse PAPE eu não devo me eximir de estudar, de conhecer aquele aluno, aquela situação específica e trabalhar com ele da melhor maneira possível em sintonia com o PAPE, com o auxiliar de sala. Isso é uma coisa que, digamos, me emociona até, porque essas crianças precisam ser entendidas, trabalhadas, precisamos buscar entendê-las dentro de seus mundos, do seu contexto, porque senão essa inclusão na verdade se torna uma exclusão: Colocar ela dentro de uma sala onde tem 30 alunos e não dar a atenção devida conforme os outros... a ideia é que ele se sinta acolhido como todos, não é fácil mas tem que ter paciência e acreditar.

[...]

PP- O senhor segue o livro didático?

P1- Seguimos, sim. No livro didático, algumas coisas minimamente foram vistas até agora, porque eles estão no terceiro, em transição. Agora que nós vamos começar nesse bimestre a usar mais o livro didático.

PP- E o senhor tem algum outro livro didático que gosta também de seguir? Porque às vezes o professor tem também algumas preferências na área de Matemática?

P1- Não na verdade, a gente às vezes...

PP- É que vocês ajudam a escolher o livro...

P1- Ajudamos a escolher o livro, exatamente. Eu não participei desse processo da escolha do livro, mas a gente ajuda a escolher o livro sim.

[...]

P- Professor gostaríamos de agradecer a participação do senhor.

P1- Foi um prazer ter contribuído de alguma forma.

P- Com certeza, obrigado.

- PROFESSOR P2

P- Só lembrando que a senhora pode optar por não responder alguma questão, é só dizer “vai para próxima” que a gente parte para a próxima questão, está bem?

P2- Está.

P- A primeira coisa que eu gostaria de perguntar, é a formação da senhora.

P2- A minha primeira faculdade, eu fiz Contábeis só que eu não consegui atingir meu objetivo, não gostei, trabalhava na área bancária, mas não foi aquilo que eu sonhava. Voltei para o Magistério, depois eu fiz Pedagogia e também Psicopedagogia.

P- E o tempo de profissão da senhora?

P2- Aproximadamente 20 anos só em sala de aula.

P- De primeiro ao quinto ano?

P2- Dei aula para a pré-escola também. Fiquei 12 anos em Cascavel e quando assumi o primeiro concurso em Cascavel fiquei 03 anos na pré-escola, mas depois já alfabetização, quarto, quinto ano que foram as séries que mais deram para mim.

P- Agora questões relacionadas ao ensino da multiplicação, como a senhora introduz o conceito de multiplicação para os alunos?

P2- Eu sempre digo que a multiplicação e a adição andam juntas; Começamos sempre por questões concretas do dia a dia (situações problemas), é a divisão do lanche, ideia de repartir e repetir a mesma quantidade. É necessário o conhecimento prévio do S.N.D para avançar e apresentar o desenho como registro. Geralmente é com o desenho porque é aquilo que é mais próximo para criança, aquilo que ela sabe, uso dos dedos, uso das unidades do material dourado, dezenas, tabuada, cálculo mental.

P- A senhora comentou de divisão, então a senhora já relaciona a divisão com a multiplicação?

P2- Sim. Como eu falei, nós trabalhamos adição com reserva e a subtração com recurso porque era necessário trabalhar muito neste primeiro bimestre, porque eles ainda não tinham esse conceito, não tinham entendido o processo. Agora eu já abro para multiplicação e já vou junto com a divisão e daí eu levo as quatro juntas, eu não separo. Porque antes já eu trabalhava a questão mais oral, “Como é? Eu vou dividir, divisão-repartição e agora eu estou multiplicando”, divisão de comparação ou medida, para saber quantos grupos pode formar com um certo número de objetos, (tampinhas, palitos, canudos); eu trabalho muito oral, mas aí eu vou levando tudo junto, porque parece que ajuda mais. Eu não trabalho separado.

P- E os alunos, eles demonstram alguma dificuldade na ideia da multiplicação, de relacionar com a divisão como operações inversas?

P2- Olha, alguns, mas na maioria não. Alguns sim, quando eles não têm ainda aprendido bem a questão da subtração, da adição, a formação do número aí eles apresentam algumas dificuldades sim, daí geralmente vai ser na divisão, a gente vê alunos com DA que tem algumas dificuldades assim que já vem meio que se arrastando e geralmente na matemática, parece que a gente vê os problemas mais aflorados, que a divisão é o centro. Daí entra na fração, então alguns tem dificuldades, mas na maioria conseguem conciliar as operações junto com o dia a dia.

P- E para a senhora, o que é a multiplicação?

P2- Multiplicação é algo que aumenta, de proporção, é o número que aumenta, dentro de um quantitativo.

P- E a senhora lembra-se se a senhora recebeu algum tipo de orientação quanto ao ensino da multiplicação na graduação?

P2- Não...

P- Não se recorda... E a senhora já vou falar do PNAIC, Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa?

P2- Sim eu já vi.

P- E a senhora participou?

P2- Sim, participei, no ano de 2015 eu participei. Eu estava na alfabetização e a gente trabalha. O PNAIC é dentro da alfabetização, dos primeiros anos até o terceiro ano, se você está num desses anos você pode frequentar esse curso (*inaudível*).

P- E a senhora não lembra de ter visto nada relacionado com as estruturas multiplicativas? Porque esse PNAIC fala de um pesquisador chamado Vergnaud que aborda os Campos Conceituais, dentre eles o campo multiplicativo...

P2- Vergnaud, eu não conheço não.

PP- A gente fez o de Matemática, o numeramento foi em 2014 não foi? [...] O letramento foi em 2014 e o numeramento foi em 2015.

P2- Peço desculpas foi em 2014 que eu estive presente, ano passado eu não estive porque eu estava com a especialização daí eu não frequentei.

PP- Não foi trabalhado isso...

P2- Não lembro de ter ouvido esse matemático, não.

P- E é bom saber, porque a gente vê a teoria, pegamos os cadernos vimos o que havia lá, mas não sabemos o que realmente foi passado, é por isso que a gente precisa de um contato assim. Agora uma pergunta da sua aula: A senhora disse que  $2 \times 3$  é mesma coisa que  $3 \times 2$ . Como que se deu essa aprendizagem para os alunos? Eles perceberam? A senhora explicou? Como que aconteceu? Foi a partir de contextos?

P2- A partir de como a criança associa e compreende o valor, cada uma tem uma ideia de como ela aprende, por qual caminho que ela vai. Às vezes o Pedrinho vai dizer  $2 \times 3$  e a Maria  $3 \times 2$  e daí a professora entra e diz que está correto, isso não vai mudar o resultado, a relação ali é a mesma.

P- A senhora se sente bem preparada para ensinar esses conteúdos matemáticos?

P2- Não, eu gosto, mas eu não me sinto bem preparada. Não me sinto bem preparada...

P- Eu lembro que, quando eu vim ter a primeira conversa com a senhora, a senhora comentou do Geoplano, que ia pedir a ajuda da diretora e foi super legal...

P2- Talvez ela não vai estar aqui, mas eu vou pedir para minha coordenadora porque ela também sabe. Mas eu vou trabalhar sim, eu vou até o fim eu não tenho medo de trabalhar, mas eu não me sinto preparada, eu gostaria de ter o curso superior na Matemática; Mas eu precisaria de mais conhecimento na área, não na questão do cálculo e do número, porque o cálculo, o número e a quantidade é o que mais se trabalha na escola, o problema são os outros eixos que as vezes a gente deixa de trabalhar porque você não se tem segurança e isso lá na frente pode ter um resultado negativo e a gente sabe. Então hoje, eu me proponho a trabalhar todos os eixos, talvez eu não tenha segurança em todos, mas vou procurar saber e trabalhar com os meus alunos.

P- Uma outra questão aqui, como a senhora explicaria essa multiplicação aqui ( $0,5 \times 2 = 1$ )... Esse cinco décimos pode ser visto como a fração meio ( $\frac{1}{2}$ ), por exemplo.

P2- Então, metade de um multiplicado por dois é igual a um ... porque duas vezes cinco décimos é igual a um inteiro. Qual é o problema?

P- Então a senhora optaria por colocar duas vezes cinco décimos ( $2 \times 0,5$ )?

P2- Não, eu colocaria  $0,5 \times 2$  aí depois tu conta a casa e põe a vírgula.

P- Faria o algoritmo?

P2- É, eu acho que sim. Porque se você colocar... não, tanto faz, eu sempre ponho lá em cima zero ponto cinco multiplicado por dois ( $\begin{matrix} 0,5 \\ \times 2 \end{matrix}$ ), eu acho que é mais fácil para criança.

PP- Não tem jeito certo professora, você tem que olhar o aluno naquele momento...

P- E perceber o jeito que eles vão melhor se adaptar e melhor aprender.

P2- Tem criança que, você percebeu, tem crianças que dão resultado muito antes da gente, então nós temos muitos pensantes, e cada um pensa de uma maneira diferente, aí a gente aproveita para socializar essa ideia diferente. Eu acho bacana, porque o professor aprende com os alunos, aprende muito.

P- E eles demonstraram estratégias bem interessantes...

P2- Sim, eles estão críticos, eles são pensantes na maioria e eu valorizo muito.

P- Por fim, alguma experiência que a senhora gostaria de comentar.

P2- Na área Matemática?

P- Não necessariamente, alguma coisa que a senhora se sentiu bem fazendo como professora.

PP- Se a senhora quiser focar na Matemática, alguma coisa em relação ao ensino da multiplicação, divisão ou alguma outra coisa.

P2- Eu teria que pensar, eu não lembro assim de mente, porque são tantas coisas que ocorrem nesse tempo de trabalho, nessa relação de professor e aluno. O que mais marca um professor é ouvir o seu aluno dizer satisfeito que já está compreendendo os processos matemáticos trabalhados. Algo que me marcou também foi o trabalho de medir um campo de futebol com as crianças, explorando o espaço, para depois terem que fazer o desenho daquele lugar numa folha de papel. Ficaram entusiasmados em perceber que a ideia de representar podia ser infinitamente menor do que a real, mas compreensível na Matemática em se falando de área.

PP- Como os alunos se saem na provinha Brasil? Eles fazem no final do segundo ano...

P2- Sim, eles fazem no segundo ano a Provinha Brasil e no terceiro ano a prova ANA e fazem no final do quinto ano a prova do SAEB. No ano passado eu tinha turma do segundo ano, então eles foram avaliados e foram muito bem porque eu trabalhei muito, eu trabalhei porque a gente trabalha atrás de um resultado, você não trabalha apenas para criança aprender, você trabalha por resultados porque o sistema exige, você trabalha porque sua escola tem nome, você trabalha por que o seu aluno é importante para você, você trabalha por tudo.

P- E uma coisa complementa a outra.

P2- Eu acho assim que a Matemática é uma questão muito de interpretação, tem o raciocínio lógico que você tem que trabalhar. O que me faltou no ano passado na provinha Brasil no segundo ano, foi a questão da troca do dinheiro, que foi uma questão que as crianças erraram, mais ou menos metade das crianças erraram, então a falha foi minha, eu lembro assim consideravelmente e depois eu voltei e trabalhei o mesmo conteúdo na troca do sistema monetário e olha que eu fazia, mas não fazia com o dinheirinho, vi a importância de você trabalhar o concreto, mexer, manipular, contar, somar, tirar, socializar entre, trabalhar com o mercadinho na sala. Trazer esse concreto para as crianças, a questão da pesquisa em casa que transforma sala de aula numa coisa mais significativa porque eles levam da sala para fora e lá eles conseguem viver, não adianta só entre as quatro paredes, o abstrato é muito complicado para a criança. Você tem que unir a casa, a rua, o shopping, o supermercado e todos os lugares e fazer com que a Matemática chegue até aqueles lugares e àquela Matemática de lá chega à sala para ajudar. Então a pesquisa é muito importante, a questão hoje, da internet, deles ter que buscarem também porque eles trazem coisas boas para mim e daí a gente pega e divide esse conhecimento, mas a prova do 2º ano foi a troca e foi o relógio, na hora de ver o relógio eu trabalhava muito esse normal de ponteiros e eu não trabalhei o digital e lá deu negativo também. Foram os dois conteúdos que deram

resultados abaixo do esperado e que eu lembro até hoje, que depois a gente trabalhou novamente.

PP- (*inaudível*) A troca de dinheiro tem a ver com a numeração decimal também e esse é considerado um dos conteúdos mais difíceis das séries iniciais. Tem alunos que chegam no quinto ano ou até mais e não conseguiram ainda entender porque é muito abstrato, é bem difícil entender o sistema de numeração decimal. Eu dei uma palestra agora quinta-feira justamente sobre isso, o número decimal está na base [...] aí lembro todos os doutores falavam que os conteúdos mais difíceis são frações e sistema de numeração decimal. (*inaudível*) É bem comum assim, as estatísticas mostram que é bem complicado [...].

P2- A formação do número que a gente trabalha bastante, entra aí também o sistema de numeração decimal e a formação do número e eu vejo que eu tenho alunos que, por exemplo, não compreendem ainda o sistema de numeração decimal, como é que ele vai avançar? É difícil para ele avançar e eu tenho que voltar lá no primeiro ano, para fazer ele entender que o cinco pode ser formado de quatro mais um, por isso que dá algumas falhas de sequência na aprendizagem.

PP- Mas isso é super importante, não precisa ter o material dourado em sala, mas separar tampinhas, separar gravetos, qualquer coisa (*inaudível*).

P2- Canudinhos...

PP- Canudinhos, é muito importante mesmo que eles tenham esse primeiro contato (*inaudível*).

P2- Até eles têm trazido algumas cédulas diferentes que nós vimos, os euros, que o pai foi para Europa, aí o aluno trouxe os euros. Esse dinheiro diferente que fez eles compararem e eu vejo assim, nós vamos ter que comparar, mesmo que no quarto ano, não importa, acho que você tem que trabalhar o concreto, nós vamos pegar, cada um vai ter que ter o seu dinheiro, o dinheirinho faz de conta e vamos fazer as trocas porque senão não vai, nós não vamos atingir o objetivo.

[...]

P- Na verdade o problema era mais ou menos assim: tinha 3 móveis e em cada móvel tinha nove borboletas, aí a pergunta que eu fiz para professor foi como que ele colocaria esta atividade para os alunos.

P2- É, pode adicionar ou fazer por multiplicação. Quantos móveis e quantas borboletas em cada um? Eu faço sempre pelas duas vias ou vai adicionando, você pode...  $9 + 9 + 9$ ...

P- Perfeito. Então professora [...] a gente agradece participação da senhora [...].

- PROFESSOR P3

P- Professora então só para lembrar, a senhora pode pular qualquer pergunta que senhora queira, basta dizer “próxima!” que nós vamos para a próxima. Então a primeira coisa que eu queria saber é a sua formação.

P3- Eu sou formada em Pedagogia e estou terminando agora a pós em Psicopedagogia.

P- E quanto tempo de profissão que a senhora tem?

P3- Desde 2007, 9 anos.

P- E a senhora pegou turmas de primeiro a quinto ano?

P3- Não, eu já trabalhei com Educação Infantil, com os projetos de Arte, incentivo a leitura, Informática, Educação Física...

P- De tudo um pouco...

P3- De tudo um pouco.

P- E sobre a multiplicação, como a senhora introduz o conceito de multiplicação?

P3- Como introduz? Eu comecei um pouquinho essa semana, a partir das continhas de mais. Coloquei desenhos e fui explicando a multiplicação através do desenho: quantos grupos e quantos desenhos em cada grupo.

P- Isso, perfeito. E os alunos demonstraram alguma dificuldade para compreender?

P3- Alguns, os que tem alguma dificuldade de aprendizagem, que tem necessidade de mais material de apoio, explicação individual sim. Mas no geral a turma conseguiu, eles entenderam bem.

P- E a senhora fez alguma tarefa depois, alguma atividade que eles precisavam multiplicar?

P3- Não, ainda não foi feito.

P- Porque minha pergunta seria se eles fizeram pela multiplicação ou pela adição...

P3- Não fiz ainda porque eu comecei essa semana, mas com certeza eles vão começar pela adição.

P- Pela adição?

P3- É, eles vão formando as parcelas.

P- E para a senhora, o que é multiplicação?

P3- Deixa eu pensar... a multiplicação, eu vou te falar como que expliquei para eles, é algo que vai facilitar o trabalho quando a gente precisar somar grandes números. A gente utiliza a multiplicação para não precisar fazer a continha de mais, ela vai ajudar nesse sentido e outro conceito que eu passei também é, por exemplo, se a gente tem uma área para calcular: Quantas carteiras há dentro da sala? Não precisa contar uma por uma, a gente verifica a quantidade na coluna, a quantidade na linha e multiplica. Então eu expliquei assim que é para facilitar. É um dos conceitos que a gente também utiliza na nossa vida, igual a conta de mais que a gente usa toda a hora.

P- E a senhora lembra que orientações recebeu para ensinar a multiplicação na graduação? Ou não se recorda de ter trabalhado especificamente esse tema?

P3- Não, eu tive Matemática só no último semestre da faculdade e não foi trabalhado muito essa questão. Me lembro, assim, de uma aula em que foi passado o vídeo “Donald no País da Matemática” que foi o que mais me marcou. O restante foram todas questões muito, muito simples e eu não tive esse embasamento para trabalhar hoje com os alunos.

P- E a senhora se sempre preparada para ensinar esses conteúdos?

P3- Não. Tanto que a gente está sempre se preparando, fazendo curso. Agora mesmo à noite eu participo de uma formação, segunda feira de 15 em 15 dias, que é na área de Matemática então muita coisa que eu aprendo lá, eu trago para cá e aplico na sala de aula, ou recorro aos colegas e a coordenadora quando tenho alguma dúvida, eles sempre tem alguma coisa para colaborar (*inaudível*).

P- Tem a professora Edna (diretora da escola) também, ela tem alguma formação em Matemática, não é?

P3- Sim, ela é professora de Matemática e a gente pede ajuda.

P- E quando a senhora aprendeu, lembra também ou é muito remoto?

P3- Eu aprendi do método mais tradicional: Continha e decorar a tabuada, não tinha todo esse material de apoio que a gente tem hoje.

P- E os alunos, eles já compreenderam a tabuada, eles já estudam a tabuada?

P3- A turma que eu tenho hoje, não. Eles viram alguma coisa no segundo ano, mas sobre os conceitos de dobro e triplo. No primeiro bimestre eu retomei todos esses conceitos e agora que eu comecei a introduzir, agora que eu comecei esse trabalho.

P- Então, mudando um pouquinho de assunto agora, a senhora já ouviu falar do PNAIC, Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa?

P3- Sim.

P- E a senhora participou de alguma das formações?

P3- Eu participei o ano passado e para esse ano eu fiz as inscrições novamente, mas a gente está no caderno de Língua Portuguesa.

P- Pois é isso que eu ia dizer, acho que foi a dois anos atrás, em 2014, que teve a formação em Matemática e a senhora não chegou a ir?

P3- Não, porque eu estava com uma turma da Educação Infantil, e o curso, ele é ofertado para professores de primeiro a terceiro ano. Eu fiz o pró-letramento que é um programa anterior a esse onde eu vi toda a parte de Matemática, antes do PNAIC.

P- E tinha alguma coisa de multiplicação?

P3- Não tinha.

P- [...] Eu queria perguntar para a senhora, é que eu dei uma olhada no livro, quando começa a multiplicação, deixa eu ver se eu encontro...

P3- É a parte que eu estou trabalhando agora então, deve estar aqui.

[...]

P- Esse exemplo aqui dos móveis, como que a senhora explicou para os alunos?

P3- Eu fiz o desenho no quadro dos 3 móveis. A gente fez a contagem de quantas borboletas havia em cada móvel e anotei os números. Depois expliquei para eles assim: São três vezes, cada vez com nove, portanto eles fizeram essa associação. Depois a gente fez a continha:  $9 + 9 + 9$ .

P- Então, por exemplo aqui tinha 9, aqui tinha 9 e aqui tinha 9?

P3- Isso.

P- E mais uma outra pergunta, a mais polêmica. Como que a senhora explicaria essa multiplicação aqui: meio vezes dois é igual a um ( $0,5 \times 2 = 1$ )?

P3- Aqui eu trabalharia a metade. A metade de dois é um.

P- Então enxergaria esse meio como metade?

P3- Como metade. A metade de uma bala, metade de uma figura, algo nesse sentido, a metade do nosso corpo...

P- E se fosse colocado invertido...?

P3- É, também...

P- Duas vezes meio.

P3- Sim, é porque no terceiro ano, a gente ainda não trabalha com esse número, só trabalha com números inteiros, por isso que eu partiria para metade, metade da figura.

P- Eu gostaria de agradecer a senhora por ter participado desta pesquisa, obrigada.

P3- Foi bem tranquilo, precisando pode chamar. Passei no teste?