

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**VINICIUS ARANTES DE SOUZA**

**ANÁLISE DE EFICIÊNCIA NAS MAIORES REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA DO BRASIL UTILIZANDO A ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE  
DADOS**

**FRANCISCO BELTRÃO – PR**

**2019**

**VINICIUS ARANTES DE SOUZA**

**ANÁLISE DE EFICIÊNCIA NAS MAIORES REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA DO BRASIL UTILIZANDO A ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE  
DADOS**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de Especialização  
em Métodos Matemáticos Aplicados da  
UTFPR – Universidade Tecnológica  
Federal do Paraná em exigência para  
obtenção do título de Especialista em  
Métodos Matemáticos Aplicados.  
Orientador: Prof. Me. Maiquiel Schmidt de  
Oliveira  
Coorientador: Prof. Me. Franklin Angelo  
Krukoski

**FRANCISCO BELTRÃO – PR**

**2019**



## **TERMO DE APROVAÇÃO**

### **Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização**

#### **ANÁLISE DE EFICIÊNCIA NAS MAIORES REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA DO BRASIL UTILIZANDO A ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS**

por

**VINICIUS ARANTES DE SOUZA**

Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização apresentado às 10 horas do dia 09 de novembro de 2019, como requisito parcial para obtenção do grau de especialista em Métodos Matemáticos Aplicados, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *Campus* Francisco Beltrão. O(a) candidato(a) foi arguido(a) pela Banca Avaliadora composta pelos professores que abaixo assinam este Termo. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho \_\_\_\_\_ (Aprovado ou Reprovado).

\_\_\_\_\_  
**MAQUIEL SCHMIDT DE  
OLIVEIRA**

Professor(a) Orientador(a)

\_\_\_\_\_  
**FRANKLIN ANGELO KRUKOSKI**

Professor(a) Coorientador(a)

\_\_\_\_\_  
**CAMILA NICOLA BOERI DI  
DOMENICO**

Membro da Banca

\_\_\_\_\_  
**Prof. Vilmar Steffen**

Responsável pela Coordenação do CEMMA  
Curso de Especialização em Métodos Matemáticos Aplicados

**FOLHA DE APROVAÇÃO ORIGINAL (ASSINADA) ENCONTRA-SE NA COORDENAÇÃO DO  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MÉTODOS MATEMÁTICOS APLICADOS.**

## RESUMO

O sistema de distribuição de energia elétrica no Brasil conecta fisicamente o sistema de transmissão ao usuário final, sendo que tal conexão é de responsabilidade das empresas de distribuição. Após a ANEEL adotar os índices de eficiência das empresas de distribuição para regulamentar suas tarifas, a busca pela eficiência tem sido constante. Neste sentido, este estudo teve como objetivo analisar a eficiência das dez maiores redes de distribuição de energia elétrica do Brasil (referentes às unidades consumidoras do ano de 2014) utilizando a técnica de Análise Envoltória de Dados (Data Envelopment Analysis). A escolha de tais empresas se deu através do Anuário Estatístico de Energia Elétrica, produzido pela Empresa de Pesquisa Energética (2015). Já os dados foram retirados dos Atributos Físicos-Elétricos dos Conjuntos de Unidade Consumidora, de 2014, disponível no site da ANEEL. Utilizando-se a metodologia de Análise Envoltória de Dados e escolhendo os insumos e produtos através de pesquisa bibliográfica e usando o modelo BCC orientado ao produto, calculado através da ferramenta DEA-Solver LV 8.0 e executado pelo software Microsoft Excel®, duas empresas de distribuição de energia elétrica foram eficientes, sendo elas: ELETROPAULO (SP) e ENEL (CE). Deste modo, a ELETROPAULO (SP) serviu de referência para nove empresas de distribuição de energia que estão ineficientes, já a ENEL (CE) serviu de referência para duas empresas. Por fim, referente aos retornos variáveis de escala, nota-se que a empresa ELETROPAULO (SP) se encontra na melhor situação possível, com eficiência técnica pura e retorno constante de escala.

**Palavras-Chave:** Análise Envoltória de Dados, Modelo BCC, Análise de Eficiência, Redes de Distribuição de Energia Elétrica.

## ABSTRACT

The electricity distribution system in Brazil physically connects the transmission system to the end user, and such connection is the responsibility of the distribution companies. After ANEEL adopted the efficiency ratios of distribution companies to regulate their tariffs, the search for efficiency has been constant. In this sense, this study aimed to analyze the efficiency of the ten largest electricity distribution networks in Brazil (referring to consumer units in 2014) using the Data Envelopment Analysis technique. The choice of such companies was made through the Statistical Yearbook of Electric Energy, produced by the Energy Research Company (2015). The data were taken from the Physical-Electrical Attributes of Consumer Unit Sets, 2014, available on the ANEEL website. Using the Data Envelopment Analysis methodology and choosing the inputs and products through literature search and using the product-oriented BCC model, calculated using the DEA-Solver LV 8.0 tool and run by Microsoft Excel® software, two distribution companies. electricity was efficient, namely: ELETROPAULO (SP) and ENEL (CE). Thus, ELETROPAULO (SP) has served as a reference for nine inefficient energy distribution companies, while ENEL (CE) has served as a reference for two companies. Finally, regarding variable returns to scale, it is noted that the company ELETROPAULO (SP) is in the best possible situation, with pure technical efficiency and constant return of scale.

**Key words:** Data Envelopment Analysis, BCC Model, Efficiency Analysis, Electricity Distribution Networks

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Eficiência técnica e alocativa.	17
Figura 2 – Função de Produção.	18
Figura 3 – Regressão Linear.	20
Figura 4 – Metodologia DEA.	21
Figura 5 – Análise DEA para um conjunto de empresas.	22
Figura 6 – Retornos de escala do Modelo BCC.	25
Figura 7 – Eficiência técnica e de escala.	25

## LISTA DE GRÁFICOS

- Gráfico 1 – Eficiência média das empresas de distribuição de energia públicas e privadas. 36
- Gráfico 2 – Ilustração das empresas de distribuição de energia eficientes e ineficientes. 37

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Estudos aplicando a técnica DEA realizadas no setor elétrico.	28
Quadro 2 – Insumos e produtos adotados.	31
Quadro 3 – Pesos atribuídos aos insumos e produtos.	35

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Número de unidades consumidoras de Energia Elétrica na Rede – 10 Maiores Distribuidoras em 2014.	30
Tabela 2 – As distribuidoras e seus insumos e produtos.	32
Tabela 3 – Índices de eficiência aplicados aos insumos e produtos.	33
Tabela 4 – Estatísticas das variáveis dos insumos e produtos.	34
Tabela 5 – Intervalo dos pesos atribuídos aos insumos e aos produtos.	34
Tabela 6 – Escores de eficiência aplicados aos insumos e produtos considerando os pesos.	35
Tabela 7 – Intervalo dos pesos atribuídos aos insumos e aos produtos após aplicar a restrição aos pesos.	37
Tabela 8 – Contribuição de cada empresa eficiente para as ineficientes	38
Tabela 9 – Frequência com que as empresas eficientes aparecem como referência para as ineficientes.	38
Tabela 10 – Retornos de escalas para as empresas distribuidoras de energia elétrica analisadas.	39
Tabela 11 – Projeção para os insumos das DMUs.	40
Tabela 12 – Projeção para os produtos das DMUs.	41

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABRADEE	Associação Brasileira de Distribuidores de Energia Elétrica
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
AR	<i>Assurance Region Model</i>
BCC	Banker, Cooper e Charnes
CCR	Charnes, Cooper e Rhodes
CELESC	Centrais Elétricas de Santa Catarina
CELPE	Companhia Energética de Pernambuco
CEMIG	Companhia Energética de Minas Gerais
COELBA	Companhia de Eletricidade do Estado da Bahia
COPEL	Companhia Paranaense de Energia
CPFL-P	Companhia Paulista de Força e Luz
DEA	<i>Data Envelopment Analysis</i>
DMU	Unidades de Tomada de Decisão
ELETROPAULO	Eletropaulo Metropolitana
ENEL-CE	<i>Ente Nazionale per L'energia Elettrica - Ceará</i>
ENEL-GO	<i>Ente Nazionale per L'energia Elettrica - Goiás</i>
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
LIGHT	Light Serviços de Eletricidade S.A.
PPP	Problema de Programação Linear
TMA	Tempo Médio de Atendimento
UNIOESTE	Universidade Estadual do Oeste do Paraná
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>11</b>
1.1	OBJETIVOS	<b>13</b>
1.1.1	Objetivo Geral	13
1.1.2	Objetivos Específicos	13
<b>2</b>	<b>DESENVOLVIMENTO</b>	<b>14</b>
2.1	REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	14
2.2	ANÁLISES DE EFICIÊNCIA	15
2.2.1	Técnicas Paramétricas e Não-Paramétricas	19
2.2.2	Análise Envoltória de Dados (DEA)	19
2.2.2.1	Modelo CCR	22
2.2.2.2	Modelo BCC	24
2.2.2.3	Restrições aos Pesos	27
2.2.3	Estudos já Realizados Utilizando a Técnica DEA no Setor Elétrico	28
2.3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	29
2.3.1	Escolha das Empresas de Rede de Distribuição de Energia	30
2.3.2	Insumos e Produtos Para a técnica DEA	31
2.3.3	Aplicação da técnica DEA	32
<b>3</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS</b>	<b>33</b>
<b>4</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>42</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>43</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O sistema de distribuição de energia elétrica no Brasil conecta fisicamente o sistema de transmissão (podendo ser unidades geradoras de médio e pequeno porte) ao consumidor final. Esta conexão pode ser de tipo aérea (suportada pelos postes) ou de tipo subterrânea (com fios ou cabos localizados abaixo do solo, dentro de dutos subterrâneos). A conexão, o atendimento e a entrega da energia elétrica ao consumidor final ficam a cargo das redes distribuidoras de energia. De acordo com a Associação Brasileira de Distribuidores de Energia Elétrica (ABRADEE, 2019), do total da energia elétrica distribuída no país, o setor privado é responsável pela distribuição de aproximadamente 60% da energia, já as empresas públicas ficam responsáveis por aproximadamente 40%.

O setor de energia do Brasil é segmentado em 4 categorias: geração, transmissão, distribuição e comercialização. Assim, cada empresa do setor de energia trabalha em cada um destes segmentos (JUNIOR, 2017).

As redes de distribuição são muito extensas e ramificadas, pois devem chegar a todos os domicílios. Ainda, tais redes são compostas por linhas de alta, média e baixa tensão (ABRADEE, 2019).

No Brasil, as redes de distribuição privadas são cedidas através de concessões e são asseguradas de não terem concorrência na região onde está operando, ou seja, não existem duas redes de distribuição de energia elétrica para atender a um mesmo domicílio. Contudo, as empresas privadas/públicas distribuidoras de energia não podem estabelecer os seus próprios preços, pois é regulado pelo Poder Concedente, representado pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) (ABRADEE, 2019).

Segundo Souza (2018), a ANEEL define para cada empresa distribuidora o preço da tarifa praticada de acordo com o seu índice de eficiência, comparada as demais empresas do setor. Para o cálculo das eficiências, a ANEEL utiliza a metodologia de Análise Envoltória de Dados (DEA). Neste sentido, é importante que as empresas aumentem os seus índices de eficiência, para conseguirem manter tarifas compatíveis com suas despesas.

Realizando-se uma análise de eficiência as concessionárias poderão saber os seus índices e, caso não estejam satisfatórios, poderão promover medidas para se adequar e aumentar a sua eficiência. A técnica DEA utiliza variáveis de entrada (insumos) e de saída (produtos) para tal cálculo. Sendo assim, as empresas podem reduzir os insumos e manter os produtos ou manter os insumos e maximizar os produtos para aumentar a eficiência.

O estudo foi estruturado em 4 capítulos. O presente capítulo faz a introdução do trabalho, apresentando brevemente os temas de redes de distribuição de energia elétrica e Análise Envoltória de Dados (DEA), além do objetivo proposto.

No capítulo 2 é abordado o desenvolvimento do trabalho, introduzindo o referencial teórico das redes de distribuição de energia elétrica e análise de eficiências. Ainda, é explicado brevemente as técnicas paramétricas e não paramétricas que dão base para a Análise Envoltória de Dados, além dos Modelos CCR e BCC propostos por Charnes *et al.* (1978 e 1984). Ainda, é apresentando a metodologia proposta, com a escolha das empresas de distribuição de energia analisadas por este trabalho, a definição dos insumos e produtos e a aplicação da técnica DEA, que se deu por meio da ferramenta DEA-Solver LV executado a partir do Microsoft Excel.

O capítulo 3 descreve os resultados obtidos nos cálculos. São apresentados os escores a partir do Modelo BCC orientado ao produto sem a adição de restrição nos pesos e estatísticas variáveis sobre valores máximos, médios, mínimos e o desvio padrão. Posteriormente, é apresentado o valor dos escores após adicionar a restrição aos pesos, a fim de não existir valores nulos. Em seguida é exibido a frequência com que empresas eficientes são referências para empresas ineficientes e o percentual de contribuição de cada empresa eficiente para as ineficientes. Finalizando, são apresentadas quais empresas estão operando em regiões de retornos constantes de escala, crescentes ou decrescentes.

Por fim, o capítulo 4 exhibe a conclusão deste trabalho, realizando um resumo geral sobre o estudo, desde o objetivo proposto, a metodologia utilizada, os resultados obtidos para o Modelo BCC e a recomendação para novos estudos a serem realizados na área.

## 1.1 OBJETIVOS

Os subtópicos a seguir elencam o objetivo geral e os objetivos específicos do trabalho.

### 1.1.1 Objetivo Geral

Analisar a eficiência das dez maiores redes de distribuição de energia elétrica do Brasil (referentes as unidades consumidoras do ano de 2014).

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Definir as variáveis de insumos e produtos através de outros estudos na área; e
- Identificar os benchmarkings (exemplos de boas práticas) dentre as distribuidoras de energia elétrica e, apontar para aquelas distribuidoras ineficientes, quais as projeções de insumos e/ou produtos devem ser otimizados para que os mesmos atinjam a fronteira de eficiência.

## 2 DESENVOLVIMENTO

Este capítulo visa formar a base de conhecimento sobre as redes de distribuição de energia elétrica, a análise de eficiência – com foco para a Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis*) e os modelos propostos por Charnes *et al.* (1978 e 1984) –, apresentar a metodologia proposta – incluindo a escolha das variáveis de insumos e produtos e seleção das empresas de distribuição de energia elétrica analisadas.

### 2.1 REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

A Lei número 8.631/1993 que dispõe sobre a fixação dos níveis das tarifas para o serviço público de energia elétrica, extingue o regime de remuneração garantida e dá outras providências, foi um marco importante para o setor elétrico brasileiro, tendo como um dos maiores objetivos aumentar a eficiência das empresas de redes de distribuição de energia elétrica (DORIA, 2011 *apud* REMPEL, 2014).

No ano de 1997, através da Lei número 9.427/1996 e do Decreto número 2.335 foi criada a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), vinculada ao Ministério de Minas e Energia. A ANEEL tem por finalidade regular e fiscalizar a produção, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica, em conformidade com as políticas e diretrizes do governo federal (BRASIL, 1996).

De acordo com Souza (2018) é objetivo da ANEEL:

“oferecer condições favoráveis para o desenvolvimento do mercado, mantendo o equilíbrio entre os agentes do setor, com a manutenção da livre concorrência, e o atendimento às necessidades dos consumidores, garantindo pleno acesso a serviços de energia elétrica de qualidade. Ademais, o setor de distribuição de energia é caracterizado como aquele responsável pelo rebaixamento da tensão proveniente do sistema de transmissão e pelo fornecimento de energia às unidades consumidoras”.

O modelo atual de tarifas de energia elétrica praticado no Brasil é revisado, em média, a cada 4 anos no setor de distribuição. Na primeira revisão tarifária, ocorrida em 2003, os contratos com a concessão utilizavam-se do regime *price cap*,

ou seja, o regulador é quem definia uma tarifa inicial e como seria o reajuste anual de acordo com a inflação e ganhos de produtividade (PESSANHA, 2007).

Na segunda revisão tarifária ocorrida em 2007, a ANEEL instituiu o *benchmark* (indicadores de eficiência) regulatório, onde foi criada uma distribuidora virtual para ser usada como referência. Com a criação da distribuidora virtual, as prestadoras de serviços de distribuição de energia elétrica foram inseridas nas mesmas condições das distribuidoras reais, diferenciando-se que tal simulação prevê que a empresa utiliza seus recursos de forma eficiente, com isso, estabelecendo um *benchmark* para empresas ineficientes (REZENDE, 2014).

Por fim, a partir da terceira revisão tarifária, a ANEEL substituiu a empresa virtual a ser seguida, apresentando um novo modelo de *benchmark* regulatório, definido através de uma fronteira de eficiente. Tal fronteira é obtida através da metodologia de Análise Envoltória de Dados (DEA), uma técnica não paramétrica, baseada na programação linear (COELLI, 2005).

## 2.2 ANÁLISES DE EFICIÊNCIA

Segundo Xavier (2015) a análise de eficiência é fundamentada na teoria econômica, especificamente nos conceitos de tecnologia de produção e de eficiência do processo produtivo, destacando o estudo proposto por Farrell (1957), que foi o ponto inicial para a criação da metodologia DEA.

De acordo com Lovell (1993) a metodologia DEA é baseada no conceito econômico de produtividade e pode ser entendido como:

$$Eficiência = \frac{\text{produtos (output)}}{\text{insumos (input)}} \quad (1)$$

Ademais, de acordo com o mesmo autor, cada empresa possui um nível de produtividade variando de acordo com os seguintes componentes:

- Tecnologia da produção;
- Eficiência do Processo;
- Ambiente Produtivo.

Farrell (1957) inovou propondo um modelo baseado em dados reais de empresas, ao contrário do que era feito anteriormente, onde eram usadas funções matemáticas. Tais funções, desenvolvidas por engenheiros, é válida, porém não considera a complexidade da indústria, pois a melhor função matemática criada, dificilmente irá estimar a necessidade de mão de obra indireta, por exemplo. De acordo com Farrell (1957), é mais consistente comparar a eficiência de uma empresa com a melhor eficiência já observada, do que comparar com uma fórmula matemática muitas vezes não alcançável.

Farrell propôs em 1957 uma metodologia não paramétrica para encontrar uma função produção e calcular a eficiência técnica e alocativa das unidades produtivas. Xavier (2015) define eficiência técnica e alocativa como:

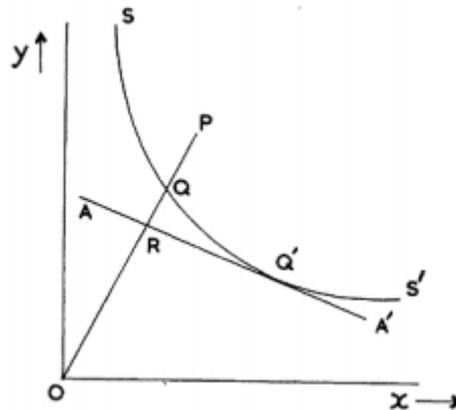
“A eficiência técnica se refere à habilidade de evitar desperdícios, seja na utilização de uma quantidade de insumos maior que o necessário, seja na produção de bens em quantidades inferiores às consideradas possíveis. Já a eficiência alocativa se refere à habilidade de uma empresa maximizar a receita e minimizar custos e que, portanto, envolve as quantidades e os preços dos insumos consumidos e dos produtos gerados.”

Para demonstrar o método, Farrell (1957) considerou um exemplo composto por uma firma produzindo  $p$  produtos com o uso dos insumos  $x$  e  $y$  e admitindo que a função de produção seja conhecida:

$$p = f(x, y) \tag{2}$$

Através do retorno constante de escala, escreve-se  $f(x, y) = 1$ . Combinando os insumos que geram uma unidade de produto, obtém-se a eficiência técnica e alocativa apresentada na Figura 1.

Figura 1 – Eficiência técnica e alocativa.



Fonte: Farrell (1957).

Onde:

- P – Representa a quantidade de dois insumos para a fabricação de um produto;
- Q – Representa uma empresa eficiente que utiliza dois fatores da mesma proporção.

Podemos observar que o ponto Q é formado pela reta que liga a origem ao ponto P, onde podemos concluir que esta produz o mesmo produto que P, porém usando menores quantidades de x e y. Neste sentido, a razão entre  $OQ/OP$  é considerada a eficiência técnica da empresa P. Devemos observar que a eficiência técnica varia entre 0 e 1 e se a eficiência técnica for igual a 1, significa que a empresa é tecnicamente eficiente, visto estar sobre a isoquanta<sup>1</sup>, casos dos pontos Q e Q'. Caso a eficiência técnica seja inferior a 1, significa que a empresa não é eficiente tecnicamente e necessita reduzir seus insumos e manter os seus produtos (caso do Ponto P).

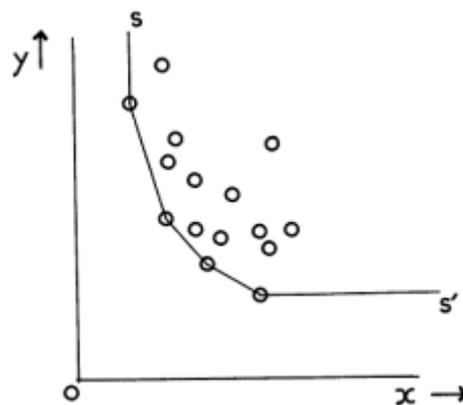
Neste sentido, a eficiência proposta por Farrell (1957) pode ser medida pela diferença entre o valor 1 e a máxima redução proporcional de todos os insumos, porém mantendo todos os níveis dos produtos. Porém, é importante saber como a empresa estudada faz o uso dos seus preços, dados os seus insumos. Sendo assim, a reta AA' da Figura 1 relaciona as proporções conhecendo seus preços. Assim a reta Q' é o ponto ótimo e o índice de eficiência alocativa da empresa P é a razão  $OR/OQ$ . A

<sup>1</sup> É a curva que representa todas as possíveis combinações de insumos que resultam no mesmo nível de produção (Matos, 2013).

redução dos custos de produção é representada pela distância RQ e ocorre quando a empresa opera em Q' e não em Q, ponto que não existe eficiência alocativa, mas existe eficiência técnica. A eficiência global é obtida através da multiplicação das eficiências técnica e alocativa. Para a empresa P a eficiência global é a razão entre OR e OP.

As medidas de eficiência são baseadas na suposição de que a função de produção é conhecida, contudo, existem diversas formas de definir tal função, a citar duas principais: as definidas por engenheiros com base em cálculos matemáticos e outra com base nos melhores resultados observados na prática das demais empresas do setor. Farrell (1957) opta por desenvolver a função de produção a partir da análise das eficiências de diversas empresas, considerando seus insumos e produtos. Neste sentido o autor considerou outro exemplo, onde cada ponto no diagrama de dispersão da Figura 2 é representando por uma empresa e os eixos x e y representam os insumos utilizados.

Figura 2 – Função de Produção.



Fonte: Farrell (1957).

A problemática é definir a isoquanta eficiente a partir do diagrama da Figura 2. A curva SS' é a estimativa mais cautelosa, considerando que a isoquanta é convexa e nenhum trecho possui inclinação positiva. Neste sentido, SS' será a função de produção para o exemplo proposto Farrell.

Medir a eficiência técnica de uma empresa e comparar com outra hipotética é a essência do modelo de Farrell (1957), desde que as empresas utilizem fatores de produção na mesma proporção. Tal empresa hipotética é construída após dados médios insumos e produtos de duas empresas reais.

Charnes *et al.* (1978) generalizou os estudos de Farrell (1957) no sentido de trabalhar com múltiplos insumos e produtos. Tal generalização deu origem a Análise Envoltória de Dados.

### 2.2.1 Técnicas Paramétricas e Não-Paramétricas

De acordo com Ramos (1999) a mensuração dos níveis de eficiência pode ser realizada através de diversos métodos. A diferenciação desses métodos está no tipo de técnica utilizada para descrever a fronteira do conjunto produtivo. Metodologias paramétricas e não-paramétricas podem ser utilizadas para determinar os limites desse conjunto. Para o caso da metodologia paramétrica pressupõe-se que a fronteira do conjunto produtivo possa ser representada por uma função de produção caracterizada por parâmetros constantes. A maior restrição dessa metodologia vem do fato das medidas de eficiência obtidas através desse método variarem de acordo com a forma funcional que foi especificada, pois a definição dos critérios de eficiência está internamente ligada à seleção da forma funcional apropriada.

Já as abordagens não-paramétricas, ainda de acordo com o mesmo autor, não se baseiam em uma função especificada e sim consideram que o conjunto de produção deve satisfazer determinadas propriedades, tais como: livre disponibilidade, convexidade – provocando retornos de escala não-crescentes e retornos variáveis – ou proporcionalidade – provocando retornos constantes de escala. Deste modo, o objetivo central é determinar, a partir de hipóteses preestabelecidas, quais observações podem ser consideradas elementos da fronteira. Tal determinação é realizada através da resolução, para cada observação, de um sistema de equações lineares definido para mensurar o nível de eficiência referente a cada observação. Esse método de determinação dos pontos eficientes é conhecido como DEA.

### 2.2.2 Análise Envoltória de Dados (DEA)

A Análise Envoltória de Dados, do inglês *Data Envelopment Analysis* (DEA), foi criado por Charnes *et al.* em 1978. O primeiro modelo ficou conhecido como CCR, em homenagem as iniciais dos nomes dos autores (CHARNES *et al.*, 1978). Posteriormente, Charnes *et al.* criou um segundo modelo, conhecido por BCC, novamente em homenagem aos autores do projeto (CHARNES *et al.*, 1984).

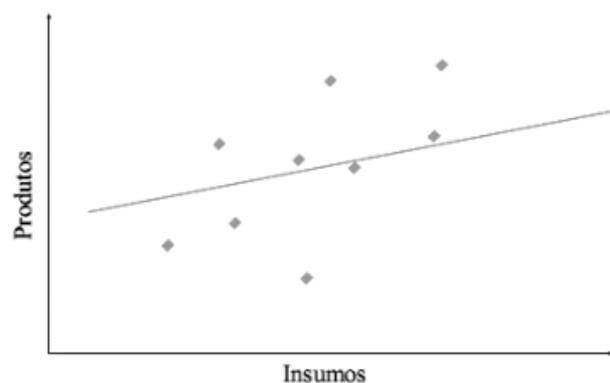
A DEA é uma metodologia não paramétrica baseada na programação linear que tem como objetivo medir e avaliar a eficiência relativa de um conjunto de Unidades de Tomada de Decisão (DMU), utilizando-se múltiplas entradas que podem produzir múltiplas saídas (TAVANA, 2011 *apud* REMPEL, 2014). Ademais, a DEA compara entidades que realizam tarefas similares, diferenciando-se pela quantidade dos respectivos insumos e produtos, permitindo determinar a eficiência de uma empresa comparativamente as demais (CORREA, 2016).

Os dois modelos criados por Charnes *et al.* (1978 e 1984) podem maximizar a eficiência sobre duas formas: orientado a produto e orientado a insumo. De acordo com Pandya (2008), quando orientado ao insumo, o modelo retorna quantas vezes pode ser reduzido a entrada (*input*) mantendo o mesmo nível da saída (*output*) e quando orientado ao produto, quanto pode aumentar a saída mantendo o mesmo valor de entrada.

De acordo com Charnes *et al.* (1978) a metodologia possui características importantes: as observações empíricas são a base para o cálculo dos índices de eficiência, as variáveis não precisam ser convertidas em valores monetários e os pesos de tais variáveis são definidos de forma objetiva, ou seja, o modelo fornece o peso considerável ótimo para cada variável.

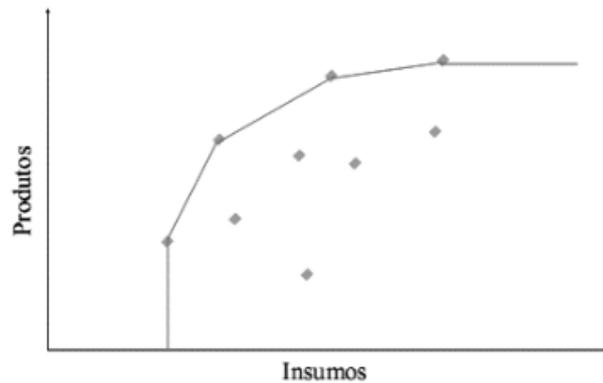
Para Xavier (2015) o foco de DEA está nas observações individuais representadas para cada unidade de tomada de decisão e não nas médias e estimativas de parâmetros que estão associadas a aproximações estatísticas. As Figuras 3 e 4 apresentam uma comparação entre o método de regressão linear e a metodologia DEA.

Figura 3 – Regressão Linear.



Fonte: Adaptado de Xavier (2015).

Figura 4 – Metodologia DEA.



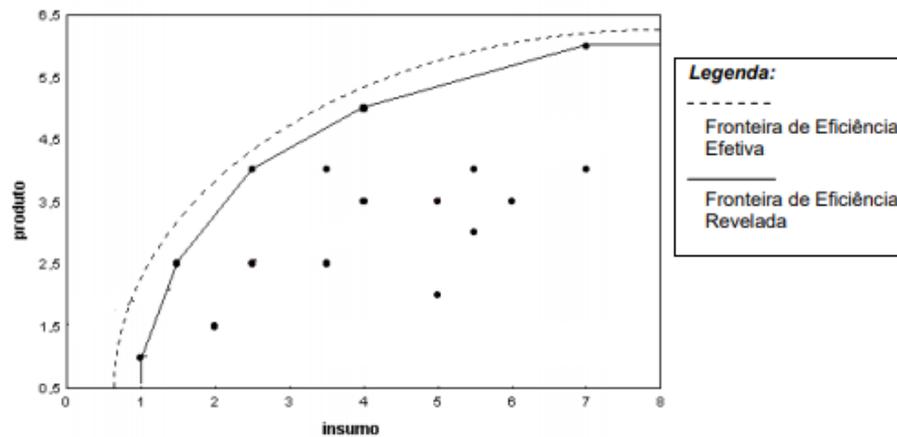
Fonte: Adaptado de Xavier (2015).

Nota-se que a regressão linear resulta em uma reta onde a soma das distâncias em relação a uma observação é zero, sendo assim, isso não ilustra o desempenho de uma Unidade de Tomada de Decisão (DMU) analisada. Já a metodologia DEA calcula a máxima medida de desempenho para cada DMU relativa a todas as outras DMU, onde cada DMU abaixo da fronteira é dita ineficiente.

Santos (2008) exemplificou a metodologia DEA através de um grupo de empresas. Tendo o seu plano de produção realizado, pode-se construir uma curva de produção que se constitui no conjunto de produção revelado. Após resolver o problema de programação linear (PPP) proposto para cada empresa, pode-se identificar aquelas empresas cujo seu plano de produção, dados seus pesos determinados para cada insumo e produto, não pode ser superado por nenhuma outra empresa. Esta empresa é dita eficiente, tornando-se referência para as outras. Resolvendo o PPP para todas as empresas, é determinado quais empresas são eficientes. A Figura 5 representa os planos de produção de cada empresa em forma de pontos.

A curva de produção reúne empresas cujo plano de produção não foi superado por nenhuma outra empresa, ela é chamada de Fronteira de Eficiência. Nota-se que a fronteira revelada é para esse determinado grupo de empresas analisados. Caso seja inserida ou excluída uma empresa, o conjunto de produção será modificado e conseqüentemente a fronteira. Os pontos abaixo da curva de eficiência representam planos de produção que foram envolvidos pela operação das empresas eficientes.

Figura 5 – Análise DEA para um conjunto de empresas.



Fonte: Santos (2008).

### 2.2.2.1 Modelo CCR

De acordo com Xavier (2015), o modelo CCR considera que as DMUs que estão sendo analisadas possuem uma ótima escala, visto que aumentar ou diminuir os insumos pode provocar um acréscimo ou diminuição proporcional nos produtos. Tal modelo permite mensurar e ordenar os índices de eficiência de cada unidade de tomada de decisão, assim como calcular a distância que a DMU ineficiente se encontra da fronteira.

Deste modo, Charnes *et al.* (1978) propôs que a eficiência de qualquer DMU é obtida como o máximo da razão de saídas ponderadas para entradas ponderadas, sujeitas a condição de que proporções semelhantes para cada DMU sejam maiores ou iguais a unidade. O modelo é descrito pelas Equações 3 a 5:

$$\text{Max } h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \quad (3)$$

sujeito a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1; \quad j = 1, \dots, n, \quad (4)$$

$$u_r, v_i \geq 0; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m. \quad (5)$$

Onde  $y_{rj}$  e  $x_{ij}$  (todos positivos) são produtos e insumos das unidades de tomadas de decisão  $j$  e  $u_r, v_i \geq 0$  são os pesos das variáveis determinadas para a

solução do problema, ou seja, todos os dados das DMUs que são usadas no conjunto de referência. A eficiência de um membro deste conjunto de referência de  $j = 1, \dots, n$  DMUs deve ser classificada em relação aos outros. A maximização indicada de  $h_0$  concede a essa DMU a ponderação de pesos mais favorável que as restrições permitem.

Para as DMU que nos interessam, os valores  $y_{rj}$  e  $x_{ij}$ , que são constantes, serão os valores passados como entradas e o resultado será a saída. No entanto, caso seja possível, tais valores podem ser substituídos por outros valores determinados teoricamente, para assim realizar as avaliações de eficiência.

O modelo possui uma restrição que nenhuma saída possa ser produzida sem que haja uma entrada, com isso, o problema consiste em achar valores para  $u$  e  $v$  que maximize a soma ponderada dos produtos dividido pela soma ponderada dos insumos. Como o modelo proposto possui infinitas soluções ótimas, para transformá-lo em um problema de programação linear, seleciona-se a solução em que o somatório de  $v$  e  $x$  sejam igual a 1 ( $\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$ ), resultando no seguinte problema equivalente descrito pelas Equações 6 a 9:

$$\text{Max } h_0 = \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \quad (6)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \quad (7)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0; \quad j = 1, \dots, n, \quad (8)$$

$$u_r, v_i \geq 0; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m. \quad (9)$$

Onde  $y_{rj}$  é o produto e  $x_{ij}$  o insumo das DMU  $j$  e ambos são positivos. Já  $u_r, v_i \geq 0$  são os pesos das variáveis determinadas para a solução do problema, ou seja, todos os dados das DMUs que são usadas no conjunto de referência.

### 2.2.2.2 Modelo BCC

Charnes *et al.* (1984) propõe uma nova técnica DEA, que se baseia no princípio de convexidade, onde a eficiência se divide entre eficiência técnica e de escala. É estimada a eficiência pura e identificado se estão presentes ganhos de escala crescente, decrescente e constantes, para futura exploração. De acordo com Belloni (2000):

“Ao possibilitar que a tecnologia exiba propriedade de retornos à escala diferentes de sua fronteira, esse modelo admite que a produtividade máxima varie em função da escala de produção”.

A formulação matemática do Modelo BCC é descrita pelas Equações 10 a 13:

$$\text{Max } h_0 = \sum_{r=1}^m u_r y_{r0} - u_0 \quad (10)$$

sujeito a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1; \quad j = 1, \dots, n, \quad (11)$$

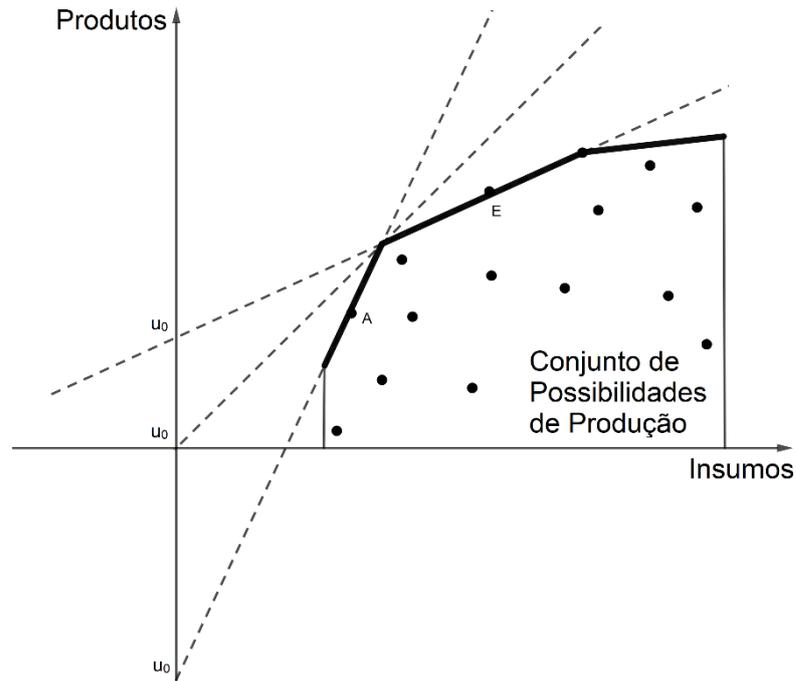
$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - u_0 \leq 0; \quad j = 1, \dots, n, \quad (12)$$

$$u_r, v_i \geq 0; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m. \quad (13)$$

Onde  $y_{rj}$  e  $x_{ij}$  (todos positivos) são produtos e insumos das unidades de tomadas de decisão  $j$ ,  $u_0$  representa os retornos variáveis de escala e  $u_r, v_i \geq 0$  são os pesos das variáveis determinadas para a solução do problema.

Nota-se que a nova variável  $u_0$  não precisa atender uma restrição de positividade. De acordo com Charnes *et al.* (1984) o escalar  $u_0$  pode receber valores negativos, positivos e nulos, sendo negativo para retornos crescentes de escala ( $\Delta x < \Delta y$ ), positivo para retorno decrescente de escala ( $\Delta x > \Delta y$ ) e nulo para retorno constantes de escala ( $\Delta x = \Delta y$ ), conforme ilustrado na Figura 6. O escalar neste modelo assegura que uma DMU ineficiente será comparada a outra de tamanho semelhante.

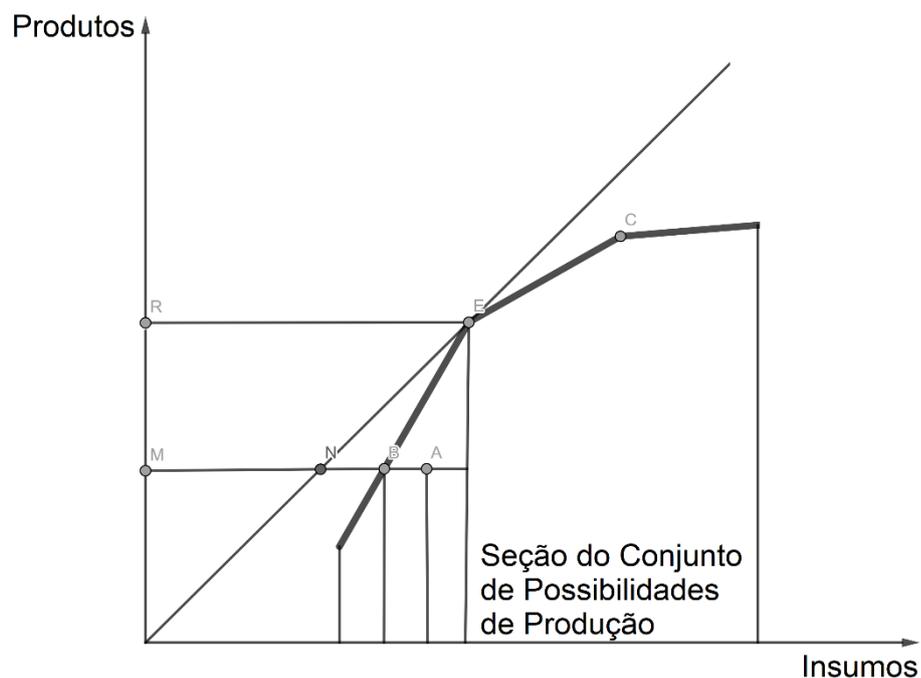
Figura 6 – Retornos de escala do Modelo BCC.



Fonte: Adaptado de Charnes *et al.* (1984).

Distinguindo a eficiência técnica da eficiência de escala, o modelo pode ser usado para diversas DMUs com diversos tamanhos, visto que tal modelo está livre de dificuldades relacionadas com escalas de produção. A Figura 7 ilustra o ponto A como sendo uma DMU a ser avaliada:

Figura 7 – Eficiência técnica e de escala.



Fonte: Adaptado de Charnes *et al.* (1984).

A razão MN/MA compara o ponto A com o ponto N e mede a eficiência técnica e de escala, sendo o último reflexo do ponto com maior produtividade de escala. A razão MB/MA mede a eficiência técnica de A, comparando o ponto A com o ponto B, este com maior eficiência e mesma escala que o ponto A. A eficiência de escala é medida pela razão entre MN e MB.

Ferreira *et al.* (2009) realizou uma análise detalhada das possibilidades de retornos de escala a partir da eficiência ou ineficiência de uma DMU. Caso a DMU tenha retorno crescente de escala e seja eficiente, isso significa que não existem insumos utilizados em excesso e o volume dos produtos está inferior a escala ótima, ou seja, a DMU pode aumentar a produção em custos decrescentes. Com isso, o aumento da produção deve ocorrer mediante inclusão de insumos, mas mantendo as relações entre as quantidades de insumos e produtos. Se for ineficiente significa que existe *ineficiência técnica*, devido ao uso excessivo de insumos, e ineficiência de escala. Essa última ocorre devido a DMU estar operando abaixo da escala ótima. A eliminação dos excessos na utilização dos insumos é necessária para aumentar a eficiência técnica. Já para operar em ótima escala é necessário aumentar a produção. Resumindo, a DMU deve aumentar a produção, contudo, esse aumento deve ocorrer com objetivo de que as relações entre quantidades utilizadas de insumo e produto sejam reduzidas.

Para as DMUs com retorno decrescente de escala e eficientes: indica que é tecnicamente eficiente, porém está operando acima da escala ótima. Uma possibilidade é reduzir a produção da DMU, mantendo a relação entre insumos e produtos. Como não existe ineficiência técnica, a superutilização da planta poderá ser vantajosa. Uma alternativa para aumentar a produção seria a adoção de políticas quantitativas, ou seja, o aumento da produtividade dos fatores possibilitaria o crescimento da produção mantendo a quantidade de insumos. Contudo, nessa situação, o aumento da produção dar-se-á a custos crescentes. Caso seja ineficiente: a DMU está operando acima da escala ótima e possui ineficiência técnica. É necessário a correção de ambos os problemas. Deve-se eliminar o excesso de utilização dos insumos (o que equivale a produzir mais usando os mesmos insumos) para aumentar a eficiência técnica. Já com relação à escala, pode-se reduzir a produção em cada DMU ou utilizar um número maior de DMUs menores para produzir a mesma quantidade anterior. Isso irá depender das condições objetivas do mercado,

da competitividade e da estrutura do setor. Ainda, pode-se melhorar a tecnologia, aumentando a produtividade dos fatores de produção ou insumos.

Com relação as DMUs com retorno constante de escala, caso seja eficiente estará na situação ótima, os recursos são utilizados pela DMU sem desperdício e operam em ótima escala. O aumento da produção deve ocorrer mantendo a proporção de uso dos fatores e o aumento dos custos é proporcional ao aumento da produção. Se for ineficiente, apesar de estar operando em escala ótima, existe *ineficiência técnica*, ou seja, pode-se reduzir o uso dos insumos e manter a quantidade de produtos (orientação ao insumo). Ao mesmo tempo, a produção pode crescer utilizando os mesmos insumos (orientação ao produto). Eliminando as ineficiências técnicas, a DMU torna-se eficiente com retornos constantes.

#### 2.2.2.3 Restrições aos Pesos

Os modelos CCR e BCC possuem liberdade na escolha dos pesos para maximizar o valor de eficiência de cada DMU. Tal liberdade de escolha é apontada como uma das vantagens da metodologia DEA. Porém, os pesos calculados podem ser contraditórios em relação aos valores relativos dos insumos e produtos. Neste sentido, a inclusão de ponderações do valor de cada variável no cálculo das medidas das eficiências surge como evolução natural ao usar a técnica DEA para problemas reais. Caso exista preferência entre insumos e produtos pelos agentes da decisão, essas ponderações são incorporadas as técnicas DEA através da restrição aos pesos associadas aos insumos e aos produtos de cada DMU (GOMES, 2011).

Deste modo, em determinados casos, para que uma DMU seja eficiente, os pesos atribuídos a ela podem não ser reais. Ainda, nos valores dos pesos ótimos das técnicas DEA para as DMUs ineficientes, podem-se encontrar valores nulos, o que significa que a DMU apresenta vulnerabilidade nestes itens, comparadas as DMUs eficientes. Neste sentido, restringir os pesos incide na imposição de limites para os valores dos pesos empregados em cada DMU. Impondo restrições aos pesos dos insumos e produtos, percebe-se uma redução dos escores de eficiência, ou seja, DMUs eficientes sem a restrição dos pesos, podem se tornar ineficientes após essas restrições (NOVAES, 2001 *apud* OLIVEIRA, 2013).

Um dos modelos de restrições aos pesos é o Método da Região de Segurança (*Assurance Region Method - AR*). O software DEA-Solver LV 8.0, desenvolvido por

Kaoru Tone, trabalha com está técnica. A Região de Segurança usa os mesmos valores dos insumos e produtos que o modelo BCC, contudo adiciona pesos como restrições para que não seja atribuído valores zeros para insumos e/ou produtos. De acordo com Cooper (2000), o método impõe restrições adicionais aos pesos para itens especiais, conforme a Equação 14:

$$L_{i,j} \leq \frac{V_j}{V_i} \leq U_{i,j} \quad (14)$$

Onde  $L_{i,j}$  e  $U_{i,j}$  são os limites inferior e superior, respectivamente, que a relação  $V_j$  e  $V_i$  podem assumir. Já os valores de  $V_j$  e  $V_i$  são os pesos dos insumos. Oliveira (2013) expõe que é possível impor relações entre os produtos, caso seja necessário e o modelo trabalhe com mais de um produto.

### 2.2.3 Estudos já Realizados Utilizando a Técnica DEA no Setor Elétrico

A técnica DEA é bem difundida e utilizada para análises de eficiência. Neste sentido, foi realizada uma pesquisa na literatura em estudos já publicados que analisaram a eficiência de redes de distribuição de energia elétrica, aplicando a técnica DEA. Deste modo, o Quadro 1 apresenta brevemente alguns desses estudos:

Quadro 1 – Estudos aplicando a técnica DEA realizadas no setor elétrico.

<b>Autores</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Insumos</b>	<b>Produtos</b>
Estache, Tovar, Trujillo (2008)	Documentar os níveis de eficiência econômica na distribuição de eletricidade da África, sua evolução e as fontes dessa evolução	Número de empregados e capacidade do transformador	Energia distribuída e o número de consumidores
Pérez; Tovar (2009)	Análise de eficiência de 21 empresas de distribuição de eletricidade turcas durante o período de 2002-2009	Número de empregados, extensão da rede, capacidade do transformador e número de subestações	Energia distribuída e o número de consumidores
Çelen (2013)	Analisar a evolução da produtividade das empresas distribuidoras de energia elétrica no Peru, a fim de saber se as reformas de 1993 atingiram seus objetivos	Número de empregados, extensão da rede e capacidade do transformador	Energia distribuída e o número de consumidores

<b>Autores</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Insumos</b>	<b>Produtos</b>
Rempel; Diehl; Martins; Hansen (2014)	Analisar a eficiência técnica relativa de empresas brasileiras distribuidoras de energia elétrica	Número de empregados, a extensão da rede e a potência instalada (capacidade do transformador)	DGC (indicador de desempenho global de uma distribuidora), TMA (tempo médio de atendimento), energia elétrica consumida (corresponde a energia distribuída) e densidade demográfica (quantidade de clientes atendidos em relação à área total atendida)
Xavier (2015)	Propor uma abordagem conjunta entre a metodologia Data Envelopment Analysis (DEA) e o conceito de Redes Unificadas (RU) na análise da eficiência técnica das concessionárias de distribuição de energia elétrica	Número de empregados, a extensão da rede, a capacidade do transformador e o indicador TINT	Energia distribuída e o número de consumidores
Fernandes, Filho (2017)	obter e analisar os escores de eficiência quanto aos custos operacionais (OPEX) das Companhias Distribuidoras de Energia Elétrica brasileiras	Opex – custos operacionais	Energia distribuída, rede total e número de consumidores
Oliveira, Niyama, Mota, Souza (2018)	Averiguar se as distribuidoras de energia elétrica apresentaram eficiência técnica no período de 2003 a 2013, tendo como base as métricas do índice de Malmquist e a Window Analysis, comparando os dois métodos utilizando-se a DEA,	Opex – somatório dos gastos de pessoal, material, serviços de terceiros, impostos e outros – e extensão da rede	Energia distribuída

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

### 2.3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

De acordo com Vergara (2004) a presente pesquisa se classifica como descritiva, por apresentar características de um determinado fenômeno e por estabelecer correlações entre variáveis definindo sua natureza. Essa pesquisa caracteriza-se como um estudo de caso, visto que é direcionada a uma ou poucas unidades, entendidas como pessoa, produto, empresa, órgão privado ou mesmo país.

Com relação aos objetos de estudo, neste trabalho são empresas distribuidoras de energia elétrica e, através de pesquisa documental, os dados foram retirados do Anuário Estatístico de Energia Elétrica, desenvolvido pelo EPE (2015) e dos Atributos Físicos-Elétricos disponível no *site* da ANEEL.

Para o problema de pesquisa, esta caracteriza-se por ter uma abordagem quantitativa, a fim de reduzir os fenômenos a valores numéricos, através de utilização de instrumento matemático como base do processo de análise do problema (RICHARDSON, 1999).

### 2.3.1 Escolha das Empresas de Rede de Distribuição de Energia

A metodologia para escolha das redes de distribuição de energia elétrica deste estudo se deu através do Anuário Estatístico de Energia Elétrica, desenvolvido pelo EPE (2015), alusiva ao ano de 2014. Tal ano foi escolhido por ser o último ano disponível na base de dados da ANEEL referente aos Atributos Físicos-Elétricos, que serão base para os insumos e produtos. Desde modo, foram escolhidos as 10 maiores distribuidoras no que tange as maiores quantidades de unidades consumidoras, conforme apresentado na Tabela 1:

Tabela 1 – Número de unidades consumidoras de Energia Elétrica na Rede – 10 Maiores Distribuidoras em 2014.

Posição	Distribuidora	Administração	Consumidores (Unidades)	Brasil (%)
1 <sup>a</sup>	CEMIG (MG)	Pública	8.008.097	10,40
2 <sup>a</sup>	ELETROPAULO (SP)	Privada	6.745.599	8,70
3 <sup>a</sup>	COELBA (BA)	Privada	5.578.430	7,20
4 <sup>a</sup>	COPEL (PR)	Pública	4.327.105	5,60
5 <sup>a</sup>	LIGHT (RJ)	Privada	4.221.824	5,50
6 <sup>a</sup>	CPFL-P (SP)	Privada	4.077.962	5,30
7 <sup>a</sup>	CELPE (PE)	Privada	3.433.625	4,50
8 <sup>a</sup>	ENEL (CE) <sup>2</sup>	Privada	3.294.859	4,30
9 <sup>a</sup>	ENEL (GO) <sup>3</sup>	Privada	2.715.867	3,50
10 <sup>a</sup>	CELESC (SC)	Pública	2.680.450	3,50
<b>Total</b>			<b>45.083.818</b>	<b>58,50</b>

Fonte: Elaborado pelo autor com base no EPE (2015).

<sup>2</sup> A distribuidora ENEL-CE chamava-se COELCE, com isso, no Anuário Estatístico de Energia Elétrica de 2015, com ano base de 2014, foi pesquisado os dados referentes a COELCE.

<sup>3</sup> A distribuidora ENEL-GO chamava-se CELG, com isso, nos Atributos Físico-Elétricos do site da ANEEL, foi pesquisado os dados referentes a CELG para o ano de 2014.

É importante observar que os dados referentes aos insumos e produtos são provenientes dos Atributos Físicos-Elétricos disponível no site da ANEEL referentes ao 4º trimestre do ano de 2014<sup>4</sup>. Ainda, as distribuidoras CEMIG (MG), COPEL (PR) e CELESC (SC) são públicas e as demais possuem administração privada.

### 2.3.2 Insumos e Produtos Para a técnica DEA

Para a definição das variáveis de insumo e produto foi realizado uma pesquisa de outros estudos que utilizaram a metodologia DEA para calcular a eficiência no setor de energia elétrica.

Neste sentido, com base nos artigos, os insumos adotados por esse trabalho foram a extensão da rede de distribuição (medida em km - quilômetros) e a capacidade do transformador (potência instalada de transformadores de distribuição, medida em kVA – quilovoltampere). Já os produtos foram o número de unidades consumidoras e a energia distribuída (energia consumida, medida em GWh - gigawatt-hora) (Quadro 2).

Quadro 2 – Insumos e produtos adotados.

<b>Insumos (I)</b>	<b>Produtos (O)</b>
Extensão da rede de distribuição (km)	Número de unidades consumidoras
Capacidade do transformador (kVA)	Energia distribuída (GWh)

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

É importante observar que a extensão da rede de distribuição irá abranger as áreas urbanas e rurais, incluindo redes próprias e particulares. Já o número de unidades consumidoras e a energia distribuída levarão em conta as classes residenciais, comerciais, industriais, rurais e outras. Para simplificação, a extensão da rede de distribuição será abreviada para “Rede”, a capacidade do transformador para “Potência”, já o número de unidades consumidoras para “Consumidores” e a energia distribuída para “Energia”. A Tabela 2 informa os valores dos insumos e produtos para todas as distribuidoras analisadas:

<sup>4</sup> A distribuidora CPFL Paulista possui os dados referentes apenas ao 3º trimestre de 2014.

Tabela 2 – As distribuidoras e seus insumos e produtos.

<b>Distribuidoras</b>	<b>(I) Rede (km)</b>	<b>(I) Potência (kVA)</b>	<b>(O) Consumidores</b>	<b>(O) Energia (GWh)</b>
CEMIG (MG)	410.220,23	22.477.828,00	8.008.097	30.020.257,33
ELETROPAULO (SP)	20.412,42	12.522.192,50	6.745.599	37.873.530,69
COELBA (BA)	170.351,39	9.442.863,90	5.578.430	13.490.128,70
COPEL (PR)	183.946,84	11.295.379,00	4.327.105	23.819.632,99
LIGHT (RJ)	22.984,00	13.138.465,20	4.221.824	20.852.778,59
CPFL-P (SP)	79.276,05	15.809.039,00	4.077.962	24.681.371,03
CELPE (PE)	75.458,19	6.021.326,00	3.433.625	9.929.306,22
ENEL (CE)	83.377,67	5.425.638,00	3.294.859	17.216.435,27
ENEL (GO)	175.445,59	8.602.970,00	2.715.867	9.998.385,26
CELESC (SC)	78.907,36	10.740.195,20	2.680.450	16.441.152,75

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

### 2.3.3 Aplicação da técnica DEA

Para a análise de eficiência das redes de distribuição de energia elétrica será utilizada a técnica de Análise Envoltória de Dados. Com relação a construção dos escores de eficiência, será utilizado o modelo BCC orientado ao produto, visto que se espera maximizar os produtos e manter os insumos. O modelo BCC é justificado pela variação da extensão da rede e da potência das diversas redes de distribuição de energia elétrica.

De posse dos dados referentes aos insumos e aos produtos das dez redes de distribuição de energia elétrica selecionadas, a Análise Envoltória de Dados será realizada com auxílio do Microsoft Office Excel® através da ferramenta DEA-Solver-Learning Version (LV 8.0).

O DEA-Solver LV é uma importante ferramenta para cálculos de análise de eficiência, possuindo em sua versão gratuita 28 grupos de análises, a incluir os Modelos BCC e CCR, ambos orientado aos insumos e aos produtos, e o Método de Região de Segurança.

### 3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados dos índices de eficiência obtidos para as dez maiores distribuidoras de energia elétrica do Brasil. Com os insumos e produtos utilizados construiu-se o índice de eficiência descrito pela Equação 15:

$$\text{Índice de Eficiência} = \frac{\text{Rede} + \text{Potência}}{\text{Consumidores} + \text{Energia}} \quad (15)$$

A partir desse índice aplicou-se o Modelo BCC orientado ao produto através do *software* DEA-Solver LV 8.0, obtendo-se os resultados de eficiência apresentados na Tabela 3:

Tabela 3 – Índices de eficiência aplicados aos insumos e produtos.

<b>Distribuidoras</b>	<b>Escore</b>
CEMIG (MG)	1,00
ELETROPAULO (SP)	1,00
COELBA (BA)	1,00
COPEL (PR)	1,00
LIGHT (RJ)	1,00
CPFL-P (SP)	0,70
CELPE (PE)	0,65
ENEL (CE)	0,63
ENEL (GO)	0,54
CELESC (SC)	0,50

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Analisando a eficiência das empresas distribuidoras de energia elétrica, nota-se que as empresas CEMIG (MG), ELETROPAULO (SP), COELBA (BA), CELPE (PE) e ENEL (CE) se mostraram eficientes. Ainda, é observado que as empresas CPFL-P (SP) e LIGHT (RJ) possuem um índice de eficiência muito próximo, respectivamente 0,65 e 0,63. Já a CELESC (SC), dentre as empresas distribuidoras de energia elétrica avaliadas, é a que possui o menor escore, com 0,50.

A Tabela 4 informa os valores máximos, médios, mínimos e o desvio padrão das variáveis escolhidas como insumos e produtos:

Tabela 4 – Estatísticas das variáveis dos insumos e produtos.

<b>Estatísticas</b>	<b>Rede (%)</b>	<b>Potência (%)</b>	<b>Consumidores (%)</b>	<b>Energia (%)</b>
Máximo	100,00	100,00	100,00	100,00
Mínimo	4,98	24,14	33,47	26,22
Média	31,70	51,37	56,30	53,95
Desvio Padrão	26,58	21,01	20,85	22,40

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Nota-se que existe uma variação grande entre os valores mínimos e máximos para todas as variáveis. Ademais, o valor do desvio padrão ficou equivalente para todos, com um pequeno acréscimo para a Rede em relação as demais variáveis.

Os pesos atribuídos pelo Modelo BCC orientado ao produto estão listados na Tabela 5:

Tabela 5 – Intervalo dos pesos atribuídos aos insumos e aos produtos.

<b>Variáveis</b>	<b>Intervalo dos Pesos</b>	
	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>
Rede	0,00	1,26E+14
Potência	0,00	1,90E+14
Consumidores	0,00	1,00E+14
Energia	0,00	7,31E+12

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

É observado que os pesos variam de 0 até valores muito grandes. A técnica DEA pode atribuir peso zero a insumos e produtos em que as unidades de tomadas de decisão têm desempenho inferiores, o que não deve ser aceito pelo pesquisador (FERREIRA *et al.*, 2009 *apud* OLIVEIRA, 2013).

De acordo com Oliveira (2013), os valores dos insumos iguais a zero pode ser uma forma de as distribuidoras se mostrarem eficientes. Contudo, os pesos nulos necessitam da utilização de uma técnica para restringi-los. O Método da Região de Segurança impede essa situação.

Utilizando-se os valores dos pesos atribuídos pelas redes de distribuição de energia elétrica, foram feitos diversos testes, dividindo os valores dos pesos dos insumos Rede e Potência, dividindo posteriormente os pesos dos produtos Consumidores e Energia, intercalando a divisão entre o insumo Rede e o produto Consumidores, o insumo Rede e o produto Energia, o insumo Potência e o produto Consumidores e assim sucessivamente, até que os pesos atribuídos a todos os

insumos e produtos fossem diferente de zero. Por fim, o Quadro 3 apresenta os valores dos pesos atribuídos aos insumos e aos produtos:

Quadro 3 – Pesos atribuídos aos insumos e produtos.

<b>Pesos (Mínimo)</b>	<b>Insumos (I) / Produtos (O)</b>	<b>Insumos (I) / Produtos (O)</b>	<b>Pesos (Máximo)</b>
1,00	(I) Rede	(I) Potência	5,00
0,50	(O) Consumidores	(O) Energia	1,00
1,00	(I) Potência	(O) Energia	5,00

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Após a atribuição de todas as restrições e aplicando o Modelo BCC através do Método da Região de Segurança no *software* DEA-Solver LV obtemos os resultados descritos na Tabela 6:

Tabela 6 – Escores de eficiência aplicados aos insumos e produtos considerando os pesos.

<b>Distribuidoras</b>	<b>Escore</b>
ENEL (CE)	1,00
ELETROPAULO (SP)	1,00
CELPE (PE)	0,71
LIGHT (RJ)	0,57
CEMIG (MG)	0,55
CPFL-P (SP)	0,54
COPEL (PR)	0,53
COELBA (BA)	0,51
CELESC (SC)	0,41
ENEL (GO)	0,29
<b>Eficiência Média</b>	<b>0,61</b>

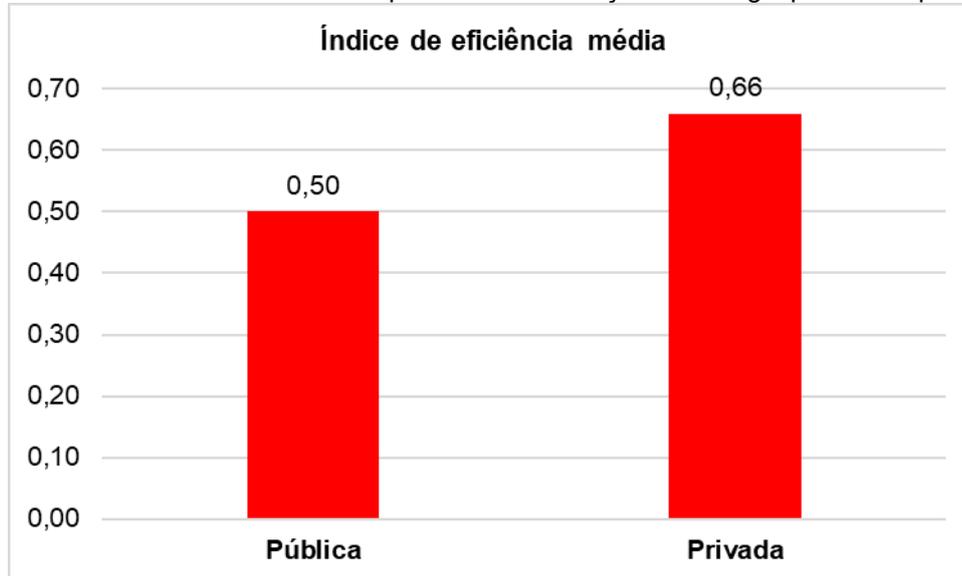
Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Analisando a eficiência das empresas distribuidoras de energia elétrica após a aplicação das restrições, nota-se que houve uma diminuição do número de empresas eficientes. Apenas a ENEL (CE) e a ELETROPAULO (SP) continuaram na fronteira de eficiência. Ainda, é observado que as empresas CEMIG (MG) e COELBA (BA) perderam aproximadamente metade de seu escore de eficiência, comparada ao modelo sem restrição de pesos.

Ainda de acordo com a Tabela 6, verifica-se que a eficiência média é de 0,61 e apenas as empresas eficientes (ENEL (CE) e ELETROPAULO (SP)) e a CELPE

(PE) possuem escores acima de tal valor. Destaca-se que as duas empresas consideradas eficientes são de iniciativa privada. A eficiência média entre as redes de distribuição de energia elétrica públicas e privadas são apresentadas no Gráfico 1:

Gráfico 1 – Eficiência média das empresas de distribuição de energia públicas e privadas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

As empresas de rede de distribuição de energia elétrica públicas e privadas possuem um índice de eficiência média, respectivamente de 0,50 e 0,66. Foram analisadas 3 empresas públicas e 7 privadas, sendo que desses, apenas 2 empresas privadas foram consideradas eficientes.

Correa (2016) analisou a eficiência de nove distribuidoras de energia elétrica no Brasil para os anos entre 2005 e 2014, sendo 3 públicas e 6 privadas. Para o ano de 2014, a eficiência média das empresas públicas e privadas foram, respectivamente, de 0,57 e 0,61. Contudo, o autor usou variáveis econômico-financeiras de insumo e produto, tais como: Participação de Capitais de Terceiros, Composição do Endividamento, Imobilização do Patrimônio Líquido e Imobilização de Recursos não Correntes para os insumos e Liquidez Imediata, Liquidez Corrente, Liquidez Geral, Retorno Sobre o Patrimônio Líquido e Retorno Sobre o Ativo para os produtos.

A Tabela 7 lista os pesos atribuídos pelo Modelo BCC usando o Método da Região de Segurança:

Tabela 7 – Intervalo dos pesos atribuídos aos insumos e aos produtos após aplicar a restrição aos pesos.

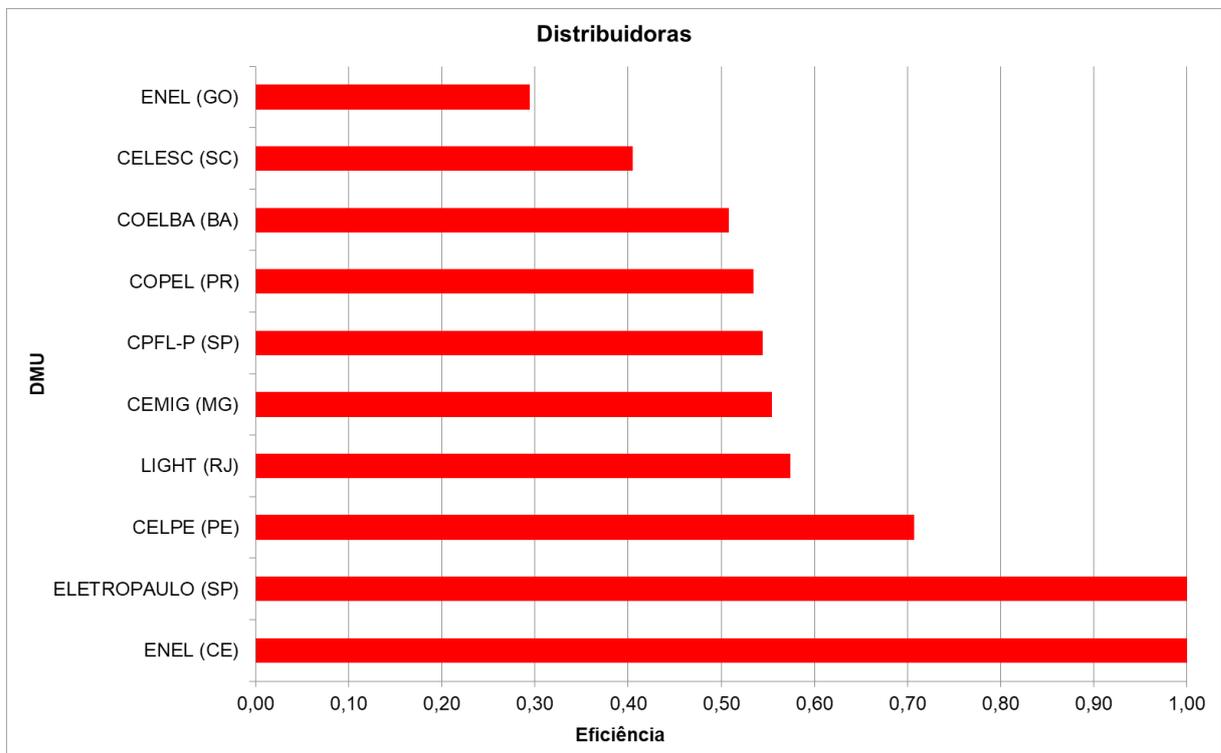
Variáveis	Intervalo dos Pesos	
	Mínimo	Máximo
Rede	0,05	1,75
Potência	0,40	2,54
Consumidores	0,28	0,66
Energia	0,34	0,72

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Analisando a tabela acima observa-se que não existem mais pesos nulos e o menor peso pertence ao insumo Rede e o maior peso ao insumo Potência.

Neste sentido, após a aplicação das restrições, o Gráfico 2 ilustra as empresas de distribuição de energia elétrica ELETROPAULO (SP) e ENEL (CE) como as únicas eficientes para o modelo proposto.

Gráfico 2 – Ilustração das empresas de distribuição de energia eficientes e ineficientes.



Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

A seguir na Tabela 8 é demonstrada a contribuição percentual ( $\lambda$ ) de cada empresa de distribuição de energia eficiente para as ineficientes. De acordo com Oliveira (2013), os valores da contribuição percentual podem ser interpretados

relacionando as empresas eficientes e ineficientes, ou seja, para uma empresa de distribuição de energia ineficiente se tornar eficiente, terá que observar os produtos das empresas eficientes e verificar o quanto pode maximizar os seus produtos mantendo a quantidade de insumos para assim atingir a fronteira de eficiência.

Tabela 8 – Contribuição de cada empresa eficiente para as ineficientes

<b>Empresas distribuidoras de energia elétrica</b>	<b>Eficientes</b>	<b><math>\lambda</math></b>	<b>Eficientes</b>	<b><math>\lambda</math></b>
CEMIG (MG)	ELETROPAULO	1,00		
COELBA (BA)	ELETROPAULO	1,00		
COPEL (PR)	ELETROPAULO	1,00		
LIGHT (RJ)	ELETROPAULO	1,00		
CPFL-P (SP)	ELETROPAULO	1,00		
CELPE (PE)	ELETROPAULO	0,45	ENEL-CE	0,55
ENEL (GO)	ELETROPAULO	1,00		
CELESC (SC)	ELETROPAULO	1,00		

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

De acordo com a Tabela 8, pode-se verificar que para a CELPE (PE) tornar-se eficiente, precisa se basear 45% na ELETROPAULO (SP) e 55% na ENEL (CE). Já as demais empresas ineficientes devem-se basear apenas na ELETROPAULO (SP) para atingirem a fronteira de eficiência.

Neste sentido na Tabela 9 é apresentada a tabela com a frequência com que as empresas de redes de distribuição de energia elétrica servem de referência para as empresas ineficientes:

Tabela 9 – Frequência com que as empresas eficientes aparecem como referência para as ineficientes.

<b>Empresas de distribuição de energia</b>	<b>Frequência</b>
ELETROPAULO (SP)	9
ENEL (CE)	2

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Observa-se que a ELETROPAULO (SP) serve de referência para ela mesma e mais 8 empresas de distribuição de energia que estão ineficientes, totalizando 9 referências. Já a ENEL (CE) serviu de referência para ela mesma e mais uma distribuidora, completando 2 referências.

Outra análise importante do Modelo BCC é verificar os retornos de escala. Através dos retornos é possível verificar quando uma unidade produtiva possui eficiência técnica. De acordo Ferreira *et al.* (2009) a melhor situação para uma DMU é se encontrar na combinação entre eficiência técnica pura e retornos constantes de escala. Deste modo, os retornos de escala para as redes de distribuição de energia elétrica analisadas estão na Tabela 10:

Tabela 10 – Retornos de escalas para as empresas distribuidoras de energia elétrica analisadas.

Distribuidoras	Escore	
	Eficiente	Ineficiente
CEMIG (MG)		Constante
ELETROPAULO (SP)	Constante	
COELBA (BA)		Constante
COPEL (PR)		Constante
LIGHT (RJ)		Constante
CPFL-P (SP)		Constante
CELPE (PE)		Crescente
ENEL (CE)	Crescente	
ENEL (GO)		Constante
CELESC (SC)		Constante

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Ao analisar a Tabela 10 de acordo com as considerações de Ferreira *et al.* (2009) nota-se que apenas a empresa ELETROPAULO (SP) encontra-se na melhor situação possível, com eficiência técnica pura e retorno constante de escala, ou seja, o escalar  $u_0$  possui valor nulo. Já a ENEL (CE), apesar de ser eficiente, encontra-se com retorno crescente de escala, o que significa que o escalar  $u_0$  possui valor negativo e o volume de produção está abaixo da escala ótima. Com relação a CELPE (PE), única empresa distribuidora de energia elétrica ineficiente e com retorno crescente de escala ( $u_0 < 0$ ), é necessário aumentar a produção, contudo esse aumento deve ocorrer a fim de que as relações entre quantidade utilizada de insumo e o volume das produções sejam reduzidas.

Para as demais empresas distribuidoras de energia elétrica que se encontram ineficientes e com retornos constantes de escala ( $u_0$  possui valor nulo), pode-se reduzir os insumos e continuar com a mesma quantidade de produtos ou aumentar a

produção e manter a quantidade de insumos, com isso, eliminando as ineficiências técnicas, a DMU torna-se eficiente com retornos constantes. De acordo com Oliveira (2013), acréscimo nas quantidades de insumos geram aumentos mais que proporcionais nas quantidades de produtos.

A Tabela 11 apresenta as projeções para os insumos de cada empresa de distribuição de energia elétrica. Já a Tabela 12 apresenta as projeções para os produtos:

Tabela 11 – Projeção para os insumos das DMUs.

DMU	1 / Escore	Rede		Potência	
		Projeção	Mudança	Projeção	Mudança
CEMIG (MG)	1,80	4,98	-95,02%	55,71	-44,29%
ELETROPAULO (SP)	1,00	4,98	0,00%	55,71	0,00%
COELBA (BA)	1,97	4,98	-88,02%	55,71	32,61%
COPEL (PR)	1,87	4,98	-88,90%	55,71	10,86%
LIGHT (RJ)	1,74	4,98	-11,19%	55,71	-4,69%
CPFL-P (SP)	1,84	4,98	-74,25%	55,71	-20,79%
CELPE (PE)	1,41	13,39	-27,19%	38,40	43,34%
ENEL (CE)	1,00	20,32	0,00%	24,14	0,00%
ENEL (GO)	3,39	4,98	-88,37%	55,71	45,56%
CELESC (SC)	2,47	4,98	-74,13%	55,71	16,59%

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

De acordo com a Tabela 11 as empresas distribuidoras de energia elétrica ENEL (CE) e ELETROPAULO (SP), por serem consideradas eficientes, não necessitam de mudanças nos seus insumos. Com relação as empresas ineficientes, a CEMIG (MG) necessita diminuir em 44,29% a capacidade de seu transformador (potência instalada) para se igualar a ELETROPAULO (SP) e tornar-se eficiente. Já a LIGHT (RJ) precisa diminuir em 11,19% a extensão da sua rede para atingir a fronteira de eficiência.

Tabela 12 – Projeção para os produtos das DMUs.

DMU	1 / Escore	Consumidores		Energia	
		Projeção	Mudança	Projeção	Mudança
CEMIG (MG)	1,80	84,23	-15,77%	100,00	26,16%
ELETROPAULO (SP)	1,00	84,23	0,00%	100,00	0,00%
COELBA (BA)	1,97	84,23	20,92%	100,00	180,75%
COPEL (PR)	1,87	84,23	55,89%	100,00	59,00%
LIGHT (RJ)	1,74	84,23	59,78%	100,00	81,62%
CPFL-P (SP)	1,84	84,23	65,42%	100,00	53,45%
CELPE (PE)	1,41	60,61	41,35%	70,09	167,35%
ENEL (CE)	1,00	41,14	0,00%	45,46	0,00%
ENEL (GO)	3,39	84,23	148,38%	100,00	278,80%
CELESC (SC)	2,47	84,23	151,66%	100,00	130,36%

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Segundo a Tabela 12, a ELETROPAULO (SP) e a ENEL (CE) não precisam de mudanças nos seus produtos, por serem eficientes. Já a CELESC (SC), por ser ineficiente, precisa aumentar em 151,66% a sua quantidade de consumidores em relação a ELETROPAULO (SP), para atingir a fronteira de eficiência e a COPEL (PR) necessita aumentar em 59,00% a sua energia distribuída, em relação a ELETROPAULO (SP), para tornar-se eficiente.

## 4 CONCLUSÃO

O setor de redes de distribuição de energia elétrica no Brasil baseia-se em modelos de concessão, onde cada área é atendida especificamente por apenas uma empresa. Contudo, tais empresas não podem definir suas próprias tarifas, ficando a cargo da ANEEL esta definição.

Neste sentido, a ANEEL define para cada empresa de distribuição de energia uma tarifa máxima de acordo com o seu índice de eficiência e para calcular as tarifas, é utilizado a metodologia de Análise Envoltória de Dados.

Deste modo, o presente trabalho analisou a eficiência das dez maiores redes de distribuição de energia elétrica no Brasil, no que tange a quantidade de unidades consumidoras. Utilizou-se a metodologia de Análise Envoltória de Dados através do Modelo BCC orientado ao produto. Para construção do índice foram considerados dois insumos – extensão da rede de distribuição e capacidade do transformador – e dois produtos – número de unidades consumidoras e energia distribuída.

Os resultados mostraram que 5 empresas de distribuição de energia elétrica foram eficientes. Contudo, o Modelo BCC orientado ao produto executado pelo DEA-Solver LV não leva em consideração restrições aos pesos, com isso diversas variáveis de insumos e produtos possuíam valores nulos, o que pode caracterizar valores de eficiência não fidedignos. Após adicionar restrições para que os pesos das variáveis não obtivessem valores nulos, apenas 2 distribuidoras foram eficientes, sendo elas: ELETROPAULO (SP) e ENEL (CE).

Deste modo, analisando os resultados conclui-se que ELETROPAULO (SP) é a distribuidora que se encontra na melhor situação possível, com eficiência técnica pura e retorno constante de escala. Além disso, tal empresa serve de referência para que outras 8 distribuidoras ineficientes alcancem a fronteira de eficiência.

Para estudos futuros, sugere-se a aplicação de outras variáveis, a citar as *Opex*, que são o somatório dos gastos de pessoal, material, serviços de terceiros, impostos e outros. Ainda, pode-se inverter a orientação do trabalho, orientando-o aos insumos, com o objetivo de minimizá-los e manter os produtos. Além disso, realizar uma Análise de Janelas, visando analisar as variações na eficiência técnica de uma determinada DMU ao longo do tempo.

## REFERÊNCIAS

ABRADEE. Associação Brasileira de Distribuidores de Energia Elétrica. A distribuição de energia. Disponível em: <<http://www.abradee.org.br/setor-de-distribuicao/a-distribuicao-de-energia>>. Acesso em 28 de abril de 2019.

ANEEL. Agência Nacional de Energia Elétrica. Atributos físicos-elétricos dos conjuntos de unidade consumidora. Disponível em: <<http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/atributosfisicoeletricos/>>. Acesso em 27 de abril de 2019.

BELLONI, J. A. Uma metodologia de avaliação da eficiência produtiva de Universidade Federais Brasileiras. 2000. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) –Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, do Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas, da Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2000.

BRASIL. Decreto nº 2.335, de 6 de outubro de 1997. Constitui a Agência Nacional de Energia Elétrica -ANEEL, autarquia sob regime especial, aprova sua Estrutura Regimental e o Quadro Demonstrativo dos Cargos em Comissão e Funções de Confiança e dá outras providências.

BRASIL. Lei nº 8.631, de 4 de março de 1993. Dispõe sobre a fixação dos níveis das tarifas para o serviço público de energia elétrica, extingue o regime de remuneração garantida e dá outras providências.

BRASIL. Lei nº 9.427, de 26 de dezembro de 1996. Institui a Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL, disciplina o regime das concessões de serviços públicos de energia elétrica e dá outras providências.

ÇELEN, A. Efficiency and productivity (TFP) of the Turkish electricity distribution companies: An application of two-stage (DEA&Tobit) analysis, Energy Policy, 2013.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring efficiency of decision-making units. European Journal of Operational Research, v. 2, n. 6, p. 429-444, 1978.

CHARNES, A.; BANKER, R. D.; COOPER, W. W. Some models for the estimation of technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. Management Science, v. 30, n. 9, p. 1078-1092, 1984.

COELLI, T. J., RAO, D. S. P., O'DONNELL, C. J. e BATTESE, G. E. An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis. Springer, 2nd ed. USA, 2005. Disponível em: < <http://dl.icdst.org/pdfs/files/3a67240be4e2274e4c95655ec16931de.pdf>>. Acesso em 09 de outubro de 2019.

Cooper, W. W.; Seiford, L. M.; Tone, K. Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software. Kluwer Academic, Boston, 2000. Disponível em: <

[https://www.academia.edu/3411291/DATA\\_ENVELOPMENT\\_ANALYSIS\\_A\\_Comprehensive\\_Text\\_with\\_Models\\_Applications\\_References\\_and\\_DEA-Solver\\_Software](https://www.academia.edu/3411291/DATA_ENVELOPMENT_ANALYSIS_A_Comprehensive_Text_with_Models_Applications_References_and_DEA-Solver_Software) >. Acesso em 11 de novembro de 2019.

CORREA, A.; TAFFAREL, M.; RIBEIRO, F.; MENON, G. Análise de Eficiência: uma comparação das empresas estatais e privadas do setor de energia elétrica brasileiro. *Revista Catarinense da Ciência Contábil – CRCSC*, v. 15, n. 46, p. 09-23, Florianópolis, SC, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.16930/2237-7662/rccc.v15n46p9-23>>. Acesso em 10 de outubro de 2019.

EPE. Empresa de Pesquisa Energética. Anuário Estatístico de Energia Elétrica – 2015. Disponível em: <[http://epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-160/topico-168/Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2015.pdf](http://epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-160/topico-168/Anuário_Estatístico_de_Energia_Elétrica_2015.pdf)>. Acesso em 28 de abril de 2019.

ESTACHE, A.; TOVAR B.; TRUJILLO, L. Are African electricity distribution companies efficient? Evidence from the Southern African Countries. *Energy Policy*, v. 36, no. 6, 2008.

FARRELL, M. J. The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, v.120, n.3, 1957. Disponível em: <<https://www.jstor.org/stable/2343100>>. Acesso em 10 de outubro de 2009.

FERNANDES, D. P.; FILHO, M. A. R. Eficiência de custos operacionais das Companhias de Distribuição de Energia Elétrica (CDEE) no Brasil: uma aplicação (Dea&Tobit) em dois estágios, 2017. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/283056244\\_Eficiencia\\_de\\_custos\\_operacionais\\_das\\_companhias\\_de\\_distribuicao\\_de\\_energia\\_eletrica\\_CDEE\\_no\\_Brasil\\_Uma\\_aplicacao\\_DEA\\_TOBIT\\_em\\_dois\\_estagios](https://www.researchgate.net/publication/283056244_Eficiencia_de_custos_operacionais_das_companhias_de_distribuicao_de_energia_eletrica_CDEE_no_Brasil_Uma_aplicacao_DEA_TOBIT_em_dois_estagios)>. Acesso em 28 de abril de 2019.

FERREIRA, C. M. C.; GOMES, A. P. Introdução à Análise Envoltória de Dados: teoria, modelos e aplicações. Editora UFV, 2009, Viçosa.

GOMES, E. G.; MELLO, J. C. C. B. S.; ABREU, U. G. P.; CARVALHO, T. B.; ZEN, S. Avaliação dos desempenhos econômico e socioambiental de sistemas modais de pecuária de cria com modelos DEA com restrição aos pesos. XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Disponível em: <<https://www.alice.cnptia.embrapa.br/alice/bitstream/doc/901259/1/Avaliacaodosdesempenhoseconomico...pdf>>. Acesso em 11 de novembro de 2019.

JUNIOR, S. P. C.; RODRIGUES, L. F. Análise de eficiência de distribuidoras de energia elétrica: um estudo envolvendo o modelo DEA baseado em folgas. XXXVII Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2017.

Lovell, C.K. Production Frontiers and Productive Efficiency. In: Fried, H.O., Lovell, C.K. and Schmidt, S.S., Eds., *The Measurement of Productive Efficiency-Techniques and Applications*, Oxford University Press, Oxford, 3-67, 1993.

MATOS, M. P. Introdução a Microeconomia. Instituto de Economia, UFRJ, 2013. Disponível em: < [http://www.ie.ufrj.br/intranet/ie/userintranet/hpp/arquivos/aula\\_15-2013-1.pdf](http://www.ie.ufrj.br/intranet/ie/userintranet/hpp/arquivos/aula_15-2013-1.pdf)>. Acesso em 10 de outubro de 2019.

OLIVEIRA, A. F.; NIYAMA, J. K.; MOTA, R. H. G.; SOUZA, A. N. M. Análise envoltória de dados na avaliação da eficiência técnica das distribuidoras de energia elétrica brasileiras: uma abordagem comparativa entre o índice de Malmquist e Window Analysis. Revista Ambiental Contábil, UFRN, vol. 10, n.1, 2018. Disponível em: < <https://periodicos.ufrn.br/ambiente/article/view/12404/9106>>. Acesso em 10 de outubro de 2019.

OLIVEIRA, M. S. Aplicação de uma metodologia para análise de eficiência em terminais de contêineres brasileiros. Dissertação (Mestrado em Engenharia Oceânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio Grande. Rio grande, p. 110, 2013.

PANDYA, K.; CHUDASAMA, K. M. Measuring efficiency of indian ports: an application of Data Envelopment Analysis. The Icfai University Journal of Infrastructure, v. 6, n. 2, 2008.

PÉREZ, R.; TOVAR, B. Measuring efficiency and productivity change (PTF) in the Peruvian electricity distribution companies after reforms. Energy Policy, v. 37, no. 6, 2009.

PESSANHA, J. F. M., SOUZA, R. C. e LAURENCEL, L. C. Um modelo de análise envoltória de dados para o estabelecimento de metas de continuidade do fornecimento de energia elétrica. Pesquisa Operacional, v.27, n.1, p. 51-83, 2007. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0101-74382007000100004](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-74382007000100004)>. Acesso em 9 de outubro de 2019.

RAMOS, F. S.; SOUZA, M. C. S. Eficiência técnica e retornos de escala na produção de serviços públicos municipais: o caso do Nordeste e do Sudeste brasileiros. Revista Brasileira de Economia, volume 53, número 4, Rio de Janeiro, 1999. Disponível em: < [http://www.scielo.br/scielo.php?frbrVersion=2&script=sci\\_arttext&pid=S0034-71401999000400002&lng=en&tlng=en#tx02](http://www.scielo.br/scielo.php?frbrVersion=2&script=sci_arttext&pid=S0034-71401999000400002&lng=en&tlng=en#tx02)>. Acesso em 10 de outubro de 2019.

REMPEL, C.; DIEHL, C. A.; MARTINS, V. Q.; HANSEN, P. B. Análise da eficiência técnica relativa de empresas brasileiras distribuidoras de energia elétrica: uma abordagem DEA. XXI Congresso Brasileiro de Custos – Natal, RN, Brasil, 2014.

REZENDE, S. M., PESSANHA, J. F. M. e AMARAL, R. M. Avaliação cruzada das distribuidoras de energia elétrica. Production, v. 24, n. 4, p. 820-832, 2014. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-65132014000400008](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-65132014000400008)>. Acesso em 10 de outubro de 2019.

RICHARDSON, R. J. Pesquisa social: métodos e técnicas. 3ª ed. São Paulo: Atlas, 1999.

SANTOS, A.; NOVA, S. P. C. C. Aplicação da análise envoltória de dados utilizando variáveis contábeis. RCO – Revista de Contabilidade e Organizações, v.3, n.2, p. 132

– 154, 2008. Disponível em:  
<<http://www.revistas.usp.br/rco/article/view/34717/37455>>. Acesso em 10 de outubro de 2019.

SOUZA, P. H. Y. Análise de eficiência no setor de distribuição de energia elétrica: uma abordagem combinando clusterização e retornos constantes a escala. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) – Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminense, p. 66, 2018.

VERGARA, S. C. Projetos e Relatórios de Pesquisa em Administração. 5. ed. São Paulo: Atlas; 2004.

XAVIER, S. S. Análise de Eficiência Técnica das Concessionárias de Distribuição de Energia Elétrica utilizando DEA (Data Envelopment Analysis) e Redes Unificadas. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Itajubá. Itajubá, p. 220, 2015.