

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
CÂMPUS CURITIBA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

PATRICIA FONTANA

**ANÁLISE DE MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO TRANSVERSAL DE  
CARGAS EM SUPERESTRUTURAS DE VIGA EM SEÇÃO CAIXÃO  
DE PONTES E VIADUTOS ALARGADOS**

DISSERTAÇÃO  
ÁREA DE ESTRUTURAS

CURITIBA  
2016

PATRICIA FONTANA

**ANÁLISE DE MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO TRANSVERSAL DE  
CARGAS EM SUPERESTRUTURAS DE VIGA EM SEÇÃO CAIXÃO  
DE PONTES E VIADUTOS ALARGADOS**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Área de Concentração: Estruturas. Orientador: Prof<sup>o</sup>. Dr. Rogério Francisco Kuster Puppi

CURITIBA

2016

---

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação**

---

F679a Fontana, Patricia  
2016 Análise de modelos de distribuição transversal de cargas em superestruturas de viga em seção caixão de pontes e viadutos alargados / Patricia Fontana.-- 2016.  
151 f.: il.; 30 cm

Texto em português com resumo em inglês.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Área de Concentração: Estruturas, Curitiba, 2016.  
Bibliografia: p. 148-151.

1. Engenharia civil - Dissertações. 2. Pontes. 3. Viadutos. 4. Concreto. 5. Rodovias. I.Puppi, Rogério Francisco Küster. II.Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDD: Ed. 22 -- 624

---

**Biblioteca Ecoville da UTFPR, Câmpus Curitiba**



## TERMO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO N.º 078

### ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO TRANSVERSAL DE CARGAS EM SUPERESTRUTURAS DE VIGA EM SEÇÃO CAIXÃO DE PONTES E VIADUTOS ALARGADOS

POR

PATRICIA FONTANA

Esta dissertação foi apresentada às 09:00 do dia 16 de dezembro de 2015, como requisito parcial para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL**, área de Construção Civil, Linha de pesquisa Estruturas e Geotecnia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR. A Candidata foi arguida pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho APROVADO.

(aprovado / reprovado)

Prof. Dr. Rogério Francisco Kuster Puppi  
(Orientador - UTFPR)

Prof. Dr. Mauro Lacerda Santos Filho  
(UTFPR)

Prof.ª Dr.ª Renata Sá Brito Stramandinoli  
(UTFPR)

Prof. Msc. Amacim Rodrigues Moreira  
(UTFPR)

Visto da Coordenação:

Prof. Dr. Ronaldo Luis dos Santos Izzo  
Coordenador do PPGEC

## RESUMO

FONTANA, Patricia. Análise de modelos de distribuição transversal de cargas em superestruturas de viga em seção caixão de pontes e viadutos alargados. 2016. 151 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil: Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

O presente trabalho apresenta uma comparação entre resultados da análise estrutural da superestrutura de um viaduto em seção celular obtidos do estudo por métodos teóricos e pelo método dos elementos finitos com uso de *software* adequado, visando a validação dos métodos empregados para obras em seção celular, observando os critérios de tempo, custo e resultados satisfatórios. Foram analisados os coeficientes de distribuição transversal dos esforços na superestrutura de um viaduto quando da ampliação da obra com uso de seção caixão de dimensões diferentes da original e sem haver simetria, visto a ampliação apenas para um lado da obra. Tal determinação apresenta grande importância, visto que o conhecimento das distribuições transversais entre as longarinas que compõem a obra permite a elaboração de projetos de alargamento de pontes mais precisos, buscando a melhor aproximação entre os modelos numéricos e o comportamento real da estrutura. Os resultados obtidos mostraram que os modelos tridimensionais são aqueles que mais se aproximam da condição real da estrutura, porém com alto nível de complexidade para desenvolvimento e uma demanda de tempo elevada. Os modelos de grelha e o modelo baseado na teoria de Fauchart apresentaram resultados divergentes dos modelos tridimensionais, se mostrando conservadores e com respostas imprecisas, não sendo indicados para análise de estruturas em seção caixão. Já o Método de Mason apresentou bons resultados, com valores próximos aos modelos tridimensionais, porém com um prazo mais reduzido de desenvolvimento e obtenção de resultados, caracterizando um método eficiente para estudos de ampliações de obras de arte com seção caixão, quando da análise dos critérios de custo, tempo e resultados.

**Palavras chave:** Obras de arte especiais, pontes, viadutos, concreto, ampliação, rodovias, distribuição transversal de cargas.

## ABSTRACT

FONTANA, Patricia. Transversal load distribution models analysis in box cross section beam superstructures for bridges and widened viaducts. 2016. 151 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil: Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

The present work shows a comparison between results of the structural analysis of a cellular box cross section viaduct superstructure, the results are obtained with analytic simplified methods and with the finite element method using a suitable software, aiming the validation of the methods used for constructions in cellular box cross section, observing the criteria of time, cost and satisfactory results. The stress transversal distribution coefficients for the superstructure of a box cross section viaduct were analyzed for the expansion of the construction with the use of box cross section with different dimensions from the original one and with no symmetry, regarding the expansion only for one side of the construction. Such determination presents a huge importance, once the knowledge of the transversal distributions among the stringer beams that comprise the construction allows the elaboration of more accurate bridge widening designs, searching for the best approximation between the numerical models and the real behavior of the structure. The results showed that the three-dimensional models are those that are closer to the real condition of the structure, but with high level of complexity for development and a high demand of time. The grid model and the model based on the Fauchart's theory show different results of the three-dimensional models, proving to be conservative and with inaccurate answers, not being indicated for the analysis of box cross section structures. On the other hand, the Mason's Method showed good results, with values close to the ones of the three-dimensional models, however with a shorter time of development and delivery of results, featuring an efficient method for box cross section artworks widening studies, when analyzing the criteria of cost, time and results.

**Key words:** Bridges, viaducts, concrete, widening, roads, load transversal distribution.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Obras de arte avaliadas no Relatório Gerencial.....	17
Figura 2: Vista geral de um viaduto, mostrando os principais elementos constituintes. .....	22
Figura 3: Seção transversal de uma superestrutura de um viaduto do tipo grelha....	23
Figura 4: Seção transversal de uma superestrutura de um viaduto do tipo celular - viga seção caixão. ....	23
Figura 5: Seção transversal de pontes executadas até 1950.....	25
Figura 6: Seção transversal de pontes executadas de 1950 a 1960.....	25
Figura 7: Seção transversal de pontes executadas de 1960 a 1975.....	26
Figura 8: Seção transversal de pontes executadas de 1975 a 1985.....	26
Figura 9: Seção transversal de pontes executadas após 1985.....	27
Figura 10: Projeto básico de ampliação de viadutos com longarinas em seção caixão, na BR376 – Curitiba. ....	28
Figura 11: Transmissão pela laje dos esforços entre vigas de seção celular.....	33
Figura 12: Cargas externas atuantes nas vigas de seção celular. ....	33
Figura 13: Deslocamentos e giros de torção.....	34
Figura 14: Esforços de ligação da laje. ....	38
Figura 15: Arranjos de elementos finitos. ....	41
Figura 16: Procedimento para desenvolvimento de um modelo em elementos finitos. .....	42
Figura 17: Discretização de tabuleiro com elementos de barra e de placa. ....	43
Figura 18: Representação de uma grelha com elementos de barra.....	45
Figura 19: Esforços atuantes em elementos de barra.....	46
Figura 20: Elemento de casca triangular (3 nós).....	48
Figura 21: Elementos de casca quadrilátero (4 nós). ....	48
Figura 22: Elemento tipo <i>shell</i> . ....	49
Figura 23: Elemento tipo <i>shell</i> sujeito a cargas verticais.....	49
Figura 24: Elemento tipo <i>shell</i> sujeito a mais de um carregamento. ....	49
Figura 25: Viaduto em seção transversal celular com ampliação para apenas um lado. .....	54
Figura 26: Propriedades do material utilizado. ....	55
Figura 27: Seção transversal da obra no apoio.....	56
Figura 28: Eixos locais dos elementos de barras. ....	56
Figura 29: Modelo estrutural 3D com elementos de barras.....	57
Figura 30: Casos de carregamentos. ....	58
Figura 31: Posição dos casos de carregamentos.....	58
Figura 32: Posição das seções de interesse.....	59
Figura 33: <i>Section cut</i> da viga caixão de ampliação na posição S1.....	59
Figura 34: <i>Section cut</i> da viga caixão de ampliação na posição S2.....	60
Figura 35: <i>Section cut</i> da viga caixão de ampliação na posição S3.....	60
Figura 36: <i>Section cut</i> da viga caixão de ampliação na posição S4.....	61
Figura 37: <i>Section cut</i> da viga caixão existente na posição S1.....	61
Figura 38: <i>Section cut</i> da viga caixão existente na posição S2.....	62
Figura 39: <i>Section cut</i> da viga caixão existente na posição S3.....	62
Figura 40: <i>Section cut</i> da viga caixão existente na posição S4.....	63
Figura 41: Propriedades do concreto da seção caixão de ampliação. ....	68
Figura 42: Modelo discretizado com elementos de barras e com a consideração dos	

diferentes materiais utilizados. ....	69
Figura 43: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão existente, dada a análise do Modelo 'A' .....	72
Figura 44: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão de ampliação, dada a análise do Modelo 'A' .....	73
Figura 45: Modelo tridimensional discretizado com elementos de casca ( <i>shell</i> ). ....	74
Figura 46: Elementos de área. ....	74
Figura 47: Seção transversal do Modelo 'B' .....	75
Figura 48: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão existente, dada a análise do Modelo 'B' .....	78
Figura 49: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão de ampliação, dada a análise do Modelo 'B' .....	79
Figura 50: Elemento auxiliar para ligação nó-mestre nó-escravo entre a laje e a viga da seção caixão existente. ....	80
Figura 51: Elemento auxiliar para ligação nó-mestre nó-escravo entre a laje e a viga da seção caixão de ampliação. ....	80
Figura 52: Definição da rigidez nas barras de ligação entre a laje e a viga. ....	81
Figura 53: Modelo de grelha 'C' com as barras rígidas de ligação entre as lajes e as vigas destacadas em preto.....	81
Figura 54: Propriedades da barra representando a seção caixão existente. ....	82
Figura 55: Propriedades da barra representando a seção caixão de ampliação. ....	82
Figura 56: Elementos de barra definidos para representação das lajes.....	83
Figura 57: Elemento de barra utilizado para representar uma laje com 20cm de espessura.....	83
Figura 58: Segunda versão do modelo 'C', considerando a inércia elevada da região da seção caixão. ....	85
Figura 59: Multiplicador da inércia das barras das lajes na região da seção caixão. ....	85
Figura 60: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão existente, dada a análise do Modelo 'C' .....	86
Figura 61: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão de ampliação, dada a análise do Modelo 'C' .....	87
Figura 62: Modelo de grelha 'D'. ....	88
Figura 63: Modelo 'D' em sua visualização tridimensional. ....	88
Figura 64: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão existente, dada a análise do Modelo 'D' .....	90
Figura 65: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão de ampliação, dada a análise do Modelo 'D' .....	90
Figura 66: Modelo transversal da obra de arte especial estudada, com base na teoria do Método de Fauchart. ....	94
Figura 67: Pontos de aplicação da carga unitária para análise da distribuição transversal das cargas. ....	94
Figura 68: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão existente, dada a análise do modelo baseado na teoria do Método de Fauchart. ....	96
Figura 69: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão de ampliação, dada a análise do modelo baseado na teoria do Método de Fauchart. ....	96
Figura 70: Distância 'b' .....	97
Figura 71: Distância 'l'. ....	98
Figura 72: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção	

caixão existente, dada a análise do modelo baseado na teoria de Mason (1977).	105
Figura 73: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão de ampliação, dada a análise do modelo baseado na teoria de Mason (1977).	106
Figura 74: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do Modelo 'B' (em cinza).	108
Figura 75: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do Modelo 'B' (em cinza).	108
Figura 76: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do Modelo 'C' (em verde).	109
Figura 77: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do Modelo 'C' (em verde).	110
Figura 78: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do Modelo 'D' (em laranja).	111
Figura 79: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do Modelo 'D' (em laranja).	111
Figura 80: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Fauchart (em lilás).	112
Figura 81: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Fauchart (em lilás).	113
Figura 82: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Mason (em vermelho).	114
Figura 83: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Mason (em vermelho).	115
Figura 84: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do Modelo 'C' (em verde).	116
Figura 85: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do Modelo 'C' (em verde).	116
Figura 86: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do Modelo 'D' (em laranja).	117
Figura 87: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do Modelo 'D' (em laranja).	118
Figura 88: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Fauchart (em lilás).	119
Figura 89: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação	

obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Fauchart (em lilás).....	119
Figura 90: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Mason (em vermelho).....	120
Figura 91: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Mason (em vermelho).....	121
Figura 92: Disposição das cargas do veículo tipo TB-450 da NBR 7188/2013. ....	123
Figura 93: Simplificação do trem tipo da NBR 7188.....	124
Figura 94: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga existente obtida com o estudo do Modelo 'A'. ....	126
Figura 95: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga de ampliação obtida com o estudo do Modelo 'A'. ....	126
Figura 96: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga existente, dado o Modelo A. ....	127
Figura 97: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga de ampliação, dado o Modelo A. ....	128
Figura 98: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga existente obtida com o estudo do Modelo 'B'. ....	128
Figura 99: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga de ampliação obtida com o estudo do Modelo 'B'. ....	129
Figura 100: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga existente, dado o Modelo B. ....	129
Figura 101: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga de ampliação, dado o Modelo B. ....	130
Figura 102: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga existente obtida com o estudo do Modelo 'C'. ....	130
Figura 103: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga de ampliação obtida com o estudo do Modelo 'C'. ....	131
Figura 104: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga existente, dado o Modelo C. ....	132
Figura 105: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga de ampliação, dado o Modelo C. ....	132
Figura 106: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga existente obtida com o estudo do Modelo 'D'. ....	133
Figura 107: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga de ampliação obtida com o estudo do Modelo 'D'. ....	134
Figura 108: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga existente, dado o Modelo D. ....	135
Figura 109: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga de ampliação, dado o Modelo D. ....	135
Figura 110: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga existente obtida com o estudo do modelo baseado no Método de Fauchart. ....	136
Figura 111: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga de ampliação obtida com o estudo modelo baseado no Método de Fauchart. ....	137
Figura 112: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga existente, dado o Modelo baseado na teoria de Fauchart. ....	138

Figura 113: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga de ampliação, dado o Modelo baseado na teoria de Fauchart. ....	138
Figura 114: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga existente obtida com o estudo do modelo baseado na teoria de Mason.....	139
Figura 115: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga de ampliação obtida com o estudo modelo baseado na teoria de Mason.....	140
Figura 116: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga existente, dado o Modelo baseado na teoria de Mason .....	140
Figura 117: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga de ampliação, dado o Modelo baseado na teoria de Mason. ....	141

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Evolução da malha rodoviária federal brasileira de 1999 a 2013. ....	16
Tabela 2: Classificação do estado geral das rodovias brasileiras - Gestões Concedida e Pública.....	17
Tabela 3: Esforços solicitantes nas seções de estudo. ....	64
Tabela 4: Momentos fletores solicitantes e coeficientes de distribuição transversal na Seção 4 de estudo (meio do vão).....	66
Tabela 5: Propriedades dos materiais da obra de estudo. ....	67
Tabela 6: Esforços solicitantes nas seções de estudo, dada a análise do Modelo 'A'. ....	69
Tabela 7: Porcentuais das distribuições transversais entre as longarinas existente e de ampliação na seção 4 de estudo (meio do vão), dada a análise do Modelo 'A'. ..	71
Tabela 8: Esforços solicitantes nas seções de estudo, dada a análise do Modelo 'B'. ....	75
Tabela 9: Porcentuais das distribuições transversais entre as longarinas existente e de ampliação na seção 4 de estudo (meio do vão), dada a análise do Modelo 'B'. ..	77
Tabela 10: Porcentuais das distribuições transversais entre as longarinas existente e de ampliação na seção 4 de estudo (meio do vão), dada a análise do Modelo 'C'. ..	84
Tabela 11: Porcentuais das distribuições transversais entre as longarinas existente e de ampliação na seção 4 de estudo (meio do vão), dada a análise do Modelo 'C' com o multiplicador das inércias das lajes. ....	86
Tabela 12: Porcentuais das distribuições transversais entre as longarinas existente e de ampliação na seção 4 de estudo (meio do vão), quando da análise do Modelo 'D'. ....	89
Tabela 13: Porcentuais das distribuições transversais entre as longarinas existente e de ampliação quando da análise do modelo baseado na teoria do Método de Fauchart. ....	95
Tabela 14: Propriedades das seções caixão.....	98
Tabela 15: Comparativos entre os resultados do Modelo 'A' e dos demais modelos estudados, quando da análise da OAE com a atuação das cargas do veículo tipo TB-450 da Norma NBR 7188. ....	142
Tabela 16: Comparativos entre os resultados do Modelo 'B' e dos demais modelos estudados, quando da análise da OAE com a atuação das cargas do veículo tipo TB-450 da Norma NBR 7188. ....	143

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>14</b>
1.1 OBJETIVO GERAL .....	14
1.2 OBJETIVO ESPECÍFICO.....	15
1.3 JUSTIFICATIVA.....	15
1.4 LIMITAÇÃO DO ESTUDO .....	19
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>21</b>
2.1 OBRAS DE ARTE ESPECIAIS .....	21
2.1.1 Componentes das obras de arte especiais.....	21
2.2 EVOLUÇÃO DO GABARITO TRANSVERSAL DAS PONTES E VIADUTOS RODOVIÁRIOS NO BRASIL.....	24
2.3 SISTEMAS ESTRUTURAIS DE PONTES E VIADUTOS DA MALHA RODOVIÁRIA BRASILEIRA.....	27
2.4 MÉTODOS DE ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO TRANSVERSAL DAS CARGAS NO TABULEIRO DE OBRAS DE ARTE ESPECIAIS .....	28
2.4.1 Método de Fauchart.....	30
2.4.2 Método da distribuição transversal em estruturas celulares por Jayme Mason (1977).....	32
2.4.3 Métodos dos elementos finitos .....	40
2.5 EFEITOS DAS PROPRIEDADES DOS MATERIAIS NA ANÁLISE DAS DISTRIBUIÇÕES TRANSVERSAIS DAS CARGAS .....	50
<b>3. DISTRIBUIÇÃO TRANSVERSAL DAS CARGAS EM PONTES E VIADUTOS EM SEÇÃO CAIXÃO.....</b>	<b>52</b>
3.1 PROCEDIMENTO DE ESTUDO .....	52
3.2 SEÇÃO DE ESTUDO.....	53
3.3 MODELO 'A' .....	54
3.3.1 Efeitos das propriedades dos diferentes materiais envolvidos .....	67
3.4 MODELO 'B' .....	73
3.5 MODELO 'C' .....	79

3.6	MODELO 'D' .....	87
3.7	MODELOS TEÓRICOS .....	91
3.7.1	Método de Fauchart.....	91
3.7.2	Método da distribuição transversal em estruturas celulares (Por Mason, 1977) 97	
<b>4.</b>	<b>DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....</b>	<b>107</b>
4.1	COMPARATIVO ENTRE O Modelo 'A' E O Modelo 'B' .....	107
4.2	COMPARATIVO ENTRE O Modelo 'A' E O Modelo 'C' .....	109
4.3	COMPARATIVO ENTRE O Modelo 'A' E O Modelo 'D' .....	110
4.4	COMPARATIVO ENTRE O MODELO 'A' E O MODELO BASEADO NO MÉTODO DE FAUCHART .....	112
4.5	COMPARATIVO ENTRE O MODELO 'A' E O MODELO BASEADO NO MÉTODO DE MASON .....	114
4.6	COMPARATIVO ENTRE OS MODELOS 'B' E 'C' .....	115
4.7	COMPARATIVO ENTRE OS MODELOS 'B' E 'D' .....	117
4.8	COMPARATIVO ENTRE O MODELO 'B' E O MODELO BASEADO NO MÉTODO DE FAUCHART .....	118
4.9	COMPARATIVO ENTRE O MODELO 'B' E O MODELO BASEADO NO MÉTODO DE MASON .....	120
4.10	DISCUSSÃO SOBRE OS COMPARATIVOS.....	121
4.11	ANÁLISE DA ATUAÇÃO DAS CARGAS MÓVEIS, SEGUNDO A NBR 7188/2013 .....	122
4.11.1	Modelo 'A' .....	125
4.11.2	Modelo 'B' .....	128
4.11.3	Modelo 'C' .....	130
4.11.4	Modelo 'D' .....	133
4.11.5	Modelo baseado no Método de Fauchart .....	136
4.11.6	Modelo baseado no Método de Mason (1977) .....	139
4.11.7	Discussão sobre os resultados obtidos com a análise da atuação do veículo tipo da NBR 7188.....	141
<b>5.</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>144</b>

5.1 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS .....	147
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>148</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A maioria das obras de arte especiais existentes hoje no país são da década de 60 e 70, quando estavam em vigor outras normas que não as atuais. Com a atualização das normas, surgiram diversas alterações dos critérios de cálculos e dimensionamento de obras de arte especiais no país.

Com o desenvolvimento da malha rodoviária brasileira, em virtude do acréscimo de tráfego e da alteração dos veículos que trafegam nas rodovias, está se fazendo necessário o alargamento das mesmas.

Sendo assim, com o conjunto desses dois itens citados, de alteração da norma e, conseqüentemente, alteração das classes de trem tipo nas rodovias, e a questão do alargamento das rodovias, torna-se cada vez mais importante o estudo estrutural das ampliações das obras de arte especiais da malha rodoviária do país.

Visto que a ampliação das obras de arte especiais com seções de diferentes dimensões e assimétricas gera distribuições transversais atípicas, se faz necessário um estudo detalhado dos esforços que se transferem entre a obra já existente e a obra de ampliação a ser executada.

Apresenta-se a seguir o estudo desenvolvido a fim de se determinar como se distribuem transversalmente os esforços entre os elementos estruturais que compõem a superestrutura das obras existente e de ampliação.

### 1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho é o estudo das distribuições transversais das cargas entre as estruturas, quando da execução de uma ampliação em obras de arte especiais.

Será analisada uma seção padrão do tipo celular, também denominada de seção caixão, utilizada em diversas obras de arte especiais nas rodovias do país, com o intuito de se determinar um processo funcional e de prazo reduzido para o desenvolvimento de projetos estruturais dessas obras, visto que o aumento da demanda desses projetos é uma tendência no mercado brasileiro.

## 1.2 OBJETIVO ESPECÍFICO

O objetivo específico deste trabalho consiste no desenvolvimento de modelos estruturais com base no Método dos Elementos Finitos em um *software* específico da área e na realização de estudos com o uso de métodos simplificados e teorias clássicas sobre o assunto, voltadas para a análise de obras em seção caixão.

Dado o desenvolvimento de um modelo tridimensional refinado, com o uso do *software* SAP2000, os resultados dos esforços obtidos serão comparados com os resultados de modelos simplificados, também desenvolvidos no *software* citado e, ainda, com os resultados das análises com o uso de modelos clássicos sobre as distribuições transversais dos esforços em superestruturas de pontes e viadutos.

Com a comparação dos resultados dos esforços do modelo tridimensional refinado e dos modelos simplificados, serão validados os processos de forma tal a se indicar aqueles que apresentem resultados coerentes e prazo reduzido de elaboração e processamento.

## 1.3 JUSTIFICATIVA

Segundo Pianegonda (2014), aproximadamente 60% do que é produzido no país passa por rodovias, sendo o modal rodoviário o mais utilizado no Brasil, informação essa que comprova a importância do estudo desse modal.

O DNIT (Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes) apresenta frequentemente estudos da evolução da malha rodoviária brasileira federal, que atualmente é composta por 64.045,10 km de estradas pavimentadas, dos quais 1331,90 km se encontram em obras de ampliação. (DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES, 2015)

Na Tabela 1, a seguir, pode ser observada a evolução da malha rodoviária brasileira federal de 1999 à 2013, o que representa uma evolução de aproximadamente 17% das rodovias pavimentadas federais, em 14 anos, constatando a evolução desse que é o principal modal do país.

**Tabela 1: Evolução da malha rodoviária federal brasileira de 1999 a 2013.**

Ano	Pavimentada (km)	Não Pavimentada (km)
1999	55.905	14.843
2000	56.097	14.522
2001	55.998	14.551
2002	57.211	13.575
2003	57.723	13.594
2004	57.933	14.777
2005	58.149	14.651
2006	58.152	14.857
2007	60.351	13.605
2008	60.304	13.636
2009	61.920	13.775
2010	62.351	13.844
2011	63.966	12.975
2012	64.921	12.541
2013	65.320	12.662

Fonte: Adaptada de Caixeta (2013).

Com relação às condições da malha rodoviária brasileira, a Pesquisa CNT de Rodovias, realizada pela Confederação Nacional do Transporte (CNT) e pelo Serviço Social do Transporte e Serviço Nacional de Aprendizagem do Transporte (Sest Senat), elaborou um relatório que compreende o levantamento das condições de toda a malha federal pavimentada e, das malhas estaduais, os trechos mais relevantes para o transporte de cargas e de passageiros.

Em sua 18ª edição, datada de 2014, 98.475 km de rodovias federais e estaduais (que apresentam importância relevante, como citado anteriormente) foram avaliadas, das quais 79.515 km (80,7%) se encontram sob gestão pública e 18.960 km (19,3%) estão concedidas.

O estado geral das rodovias foi avaliado e são apresentados na Tabela 2, a seguir, transcrita do Relatório Gerencial: Pesquisa CNT de Rodovias (2014).

Tabela 2: Classificação do estado geral das rodovias brasileiras - Gestões Concedida e Pública.

Estado Geral	Gestão Concedida		Gestão Pública	
	km	%	km	%
Ótimo	7.099	37	2.879	3,6
Bom	6.962	37	20.421	25,7
Regular	4.125	22	33.483	42,1
Ruim	657	4	16.052	20,2
Péssimo	117	1	6.680	8,4
<b>TOTAL</b>	<b>18.960</b>	<b>100</b>	<b>79.515</b>	<b>100</b>

Fonte: Adaptada da Pesquisa CNT de Rodovias (2014).

Observa-se que o maior percentual das obras sob gestão pública se encontra em estado regular a péssimo, evidenciando a necessidade de manutenção das estradas brasileiras.

Com relação às obras de arte especiais, dos 98.475 km percorridos e avaliados foi identificado que 52,0% (51.154 km) da extensão possuem pontes e/ou viadutos, sendo que a maioria das obras observadas não apresentam critérios mínimos de segurança, como a presença de acostamentos e dispositivos básicos de proteção. Na Figura 1 são apresentadas as porcentagens das obras de arte especiais que apresentam as condições básicas de segurança. (CONFEDERAÇÃO NACIONAL DO TRANSPORTE, 2014).

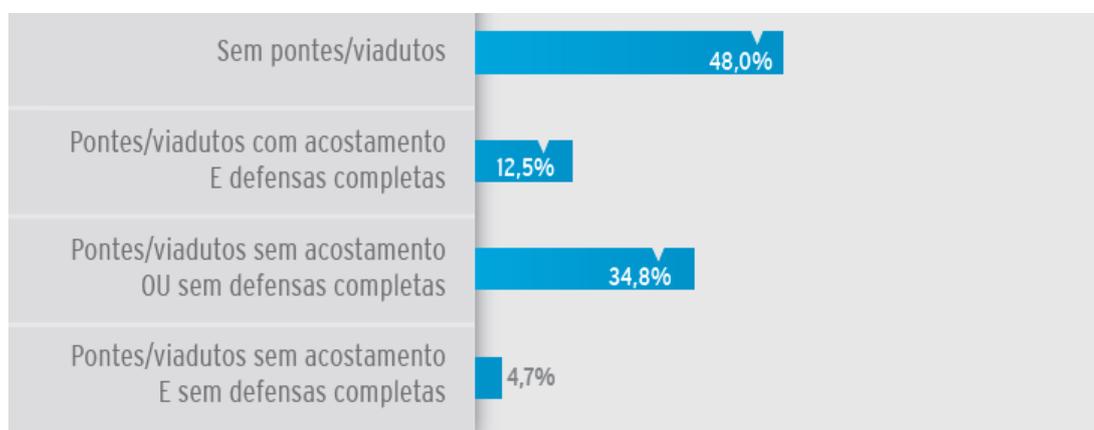


Figura 1: Obras de arte avaliadas no Relatório Gerencial.

Fonte: (CONFEDERAÇÃO NACIONAL DO TRANSPORTE, 2014).

A evolução da malha rodoviária brasileira se deu com o aumento do tráfego de veículos. Nas rodovias administradas pela Invepar, que compreende em 5 trechos no estado do Rio de Janeiro, 2 trechos na Bahia, 2 trechos em São Paulo, um trecho em Minas Gerais e um trecho em Pernambuco, foi registrado no primeiro semestre de 2014 um aumento de 20% do tráfego de veículos. (INVEPAR, 2014)

Segundo Sérgio Luiz Pedrosa do Sindicato das Empresas de Transportes de Carga do Estado de Minas Gerais (Setcemg), além do aumento da frota, os caminhões que trafegam nas rodovias brasileiras são maiores, como os bitrens e os superbitrens, de até 30 metros de comprimento. Essa mudança do tráfego caracteriza uma preocupação para as obras de arte especiais, visto que grande parcela das obras nas rodovias brasileiras não foram dimensionadas para esse tipo de carga, sendo que um caminhão bitrem, por exemplo, é uma 'anomalia' para elas, assim como afirma o diretor do Sindicato da Arquitetura e da Engenharia (Sinaenco), Eduardo Serrano. (SEQTRA, 2013)

Com esse aumento da demanda do tráfego rodoviário no país se torna necessário em diversas situações, o alargamento das pistas das rodovias, o que gera uma necessidade de ampliação das obras de arte especiais existentes ao longo desses trechos.

A manutenção das rodovias e, por consequência, das obras de arte especiais é tão importante que, em 2011, o DNIT lançou o Programa de Reabilitação de Obras de Arte Especiais (Proarte) que visa o atendimento imediato das necessidades de intervenções de restauração, reforço estrutural e/ou alargamento de aproximadamente 2.500 mil obras de arte especiais da malha rodoviária federal. (DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES, 2011).

Sendo assim, somando-se os fatores apresentados, que são o aumento do tráfego nas rodovias, a necessidade de atualização das classes dos trens tipos de tráfego nas obras de arte especiais e as más condições das rodovias no país, é observado que o número de solicitações de projetos estruturais de ampliação de obras de arte especiais tem aumentado e, conseqüentemente, a necessidade de estudos sobre o assunto a fim de se otimizar o processo de cálculo.

Visto que a determinação da distribuição transversal das cargas em obras de arte especiais é um processo complexo, em virtude das variáveis envolvidas, exigindo cálculos mais específicos e demandando uma maior atenção, é interessante realizar um estudo compilando-se as informações de diversos estudos, dentre modelos

estruturais e cálculos com base em métodos e teorias clássicas, a fim de se validar os modelos estudados, visando processos de cálculo e dimensionamento mais rápidos e confiáveis.

Com relação ao meio acadêmico, observa-se a ausência de trabalhos que avaliem os possíveis processos para cálculo das distribuições transversais das cargas em obras de arte especiais, principalmente no caso de ampliações, onde a geometria e características dos materiais podem influenciar. Constata-se a existência de alguns trabalhos avaliando os efeitos de elementos transversais (transversinas) nas distribuições das cargas em obras de arte novas, que se utilizam de *softwares* com base no método dos elementos finitos. Tais trabalhos não facilitam a avaliação dos efeitos das distribuições assimétricas no caso de obras com ampliações de diferentes dimensões e, ainda, utilizam como base a modelagem de estruturas discretizadas, que demandam um elevado tempo.

Buscando validar os processos estudados, o presente trabalho apresenta o desenvolvimento de diferentes modelos de análise das distribuições transversais das cargas em uma obra de arte especial em seção caixão, visando orientar os interessados no assunto sobre a precisão e facilidade dos processos.

A opção por estudo de obras compostas por vigas em seção celular (ou seção caixão) se deu devido à grande quantidade de obras com essa concepção estrutural e, ainda, devido à ausência de trabalhos que abordem as distribuições transversais das cargas nesse tipo de obras de arte especiais, principalmente para a situação de alargamento com acréscimo de novas seções vinculadas, sem juntas longitudinais.

#### 1.4 LIMITAÇÃO DO ESTUDO

O estudo apresentado se limita à análise da superestrutura de viadutos e pontes de concreto armado em seção caixão. Segundo apresentado por Vitorio (2002) “A superestrutura de pontes formada por duas lajes, uma superior e outra inferior, interligadas por vigas longitudinais e transversais denomina-se estrado celular ou caixão celular.”

Estruturas com essas características apresentam como vantagem a grande rigidez à torção e o aspecto estético.

Outros tipos de seção, como vigas pré-moldadas, vigas “T”, pontes ou viadutos de lajes, dentre outras, não foram analisadas.

A meso e infraestruturas da obra de arte especial em análise não foram estudadas no presente trabalho.

Com relação aos elementos de cálculo, esse estudo se limita à análise da distribuição dos esforços transversais entre as vigas da obra, não sendo abordados os cálculos de reforço da estrutura existente, caso necessário, nem os cálculos de dimensionamento da nova obra de ampliação.

Não são tratados no presente trabalho os efeitos dos esforços na ligação entre a obra existente e a obra de ampliação pelo fato de dependerem de outras análises que fogem ao alcance deste trabalho.

As comparações se limitam às pontes ou viadutos com um vão e dois balanços.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No presente capítulo são apresentadas as premissas necessárias para desenvolvimento dos estudos da distribuição transversal das cargas em pontes e viadutos compostos por uma superestrutura em seção caixão. São abordados os assuntos referentes ao tipo de obra estudada, que se trata de obras de arte especiais em seção caixão, aos materiais de composição da obra e, ainda, informações sobre os procedimentos de cálculo das distribuições transversais das cargas.

### 2.1 OBRAS DE ARTE ESPECIAIS

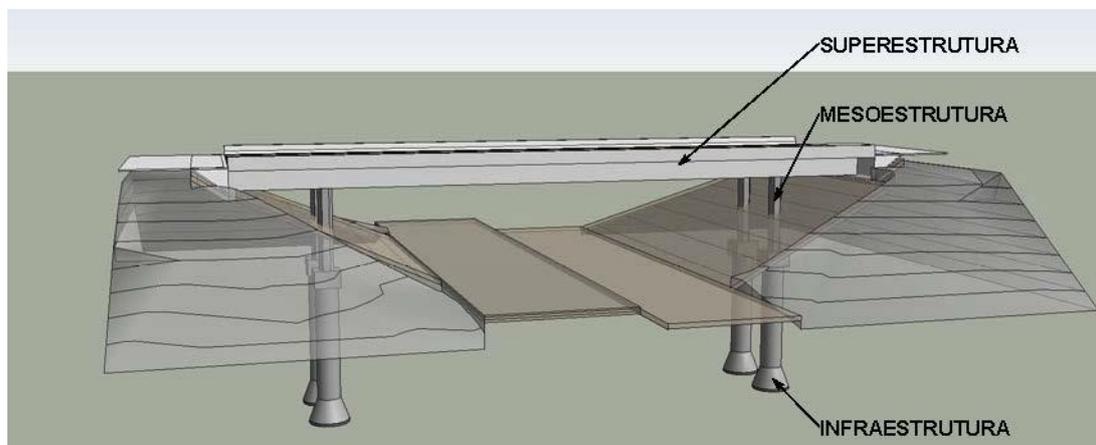
Obras de arte especiais (OAEs) são estruturas que têm como função a transposição de obstáculos para conclusão de uma via ou acesso. São obras que, pelas suas proporções e características peculiares, requerem projetos específicos, desenvolvidos por engenheiros qualificados, e que exige supervisão constante e adequada, em todas as fases da construção. (FREITAS, 1978) (MARCHETTI, 2011)

Fazem parte desse grupo de obras:

- Viadutos, cujo obstáculo trata-se de uma via ou vale;
- Pontes, quando o obstáculo é constituído por água, como rios, mar, lagos;
- Passagens inferiores, obra destinada à transposição sobre uma via permitindo a continuidade do leito normal da via principal.
- Passarelas, obra para transposição de obstáculos com tráfego exclusivo de pedestres.

#### 2.1.1 Componentes das obras de arte especiais

Para o estudo da estrutura das obras de arte especiais, a mesma é dividida em superestrutura, mesoestrutura e infraestrutura. Essa nomenclatura facilita a execução do projeto e o entendimento da obra de arte estudada.



**Figura 2: Vista geral de um viaduto, mostrando os principais elementos constituintes.**  
**Fonte: Autoria própria.**

A Figura 2 representa a estrutura de um viaduto e indica os elementos que compõe uma OAE.

Segundo apresentado por Mason (1977), a superestrutura é aquela que recebe diretamente as cargas do tráfego, sendo composta por vigamentos principal e secundário. O vigamento principal se dá com as longarinas e o secundário, ou transversal, com as transversinas. Completando a superestrutura, observa-se o tabuleiro, que se trata da pista de rolamento, a qual se encontra submetida diretamente à ação do tráfego.

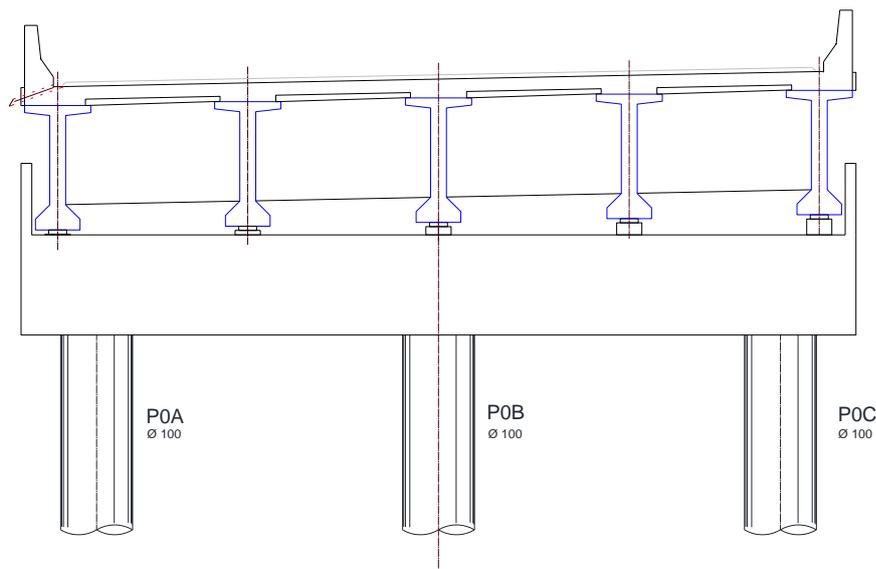
Pfeil (1979), também aborda a composição das pontes e apresenta que as cargas citadas anteriormente, recebidas pela superestrutura, são transmitidas à mesoestrutura, composta por pilares e encontros, que, por sua vez, transfere as cargas à infraestrutura. Segundo o autor, a mesoestrutura também recebe os esforços gerados pela pressão dos ventos, da água em movimento e esforços recebidos de outras forças solicitantes da ponte.

Finalizando os componentes de obras de arte especiais, a infraestrutura compreende os elementos que transmitem os esforços da mesoestrutura ao solo (PFEIL, 1979). Fazem parte da infraestrutura as estacas, as sapatas, os blocos de fundação e também as peças de ligação, como blocos de coroamento das estacas e vigas de enrijecimento desses blocos.

No presente trabalho são estudados apenas os elementos que constituem a

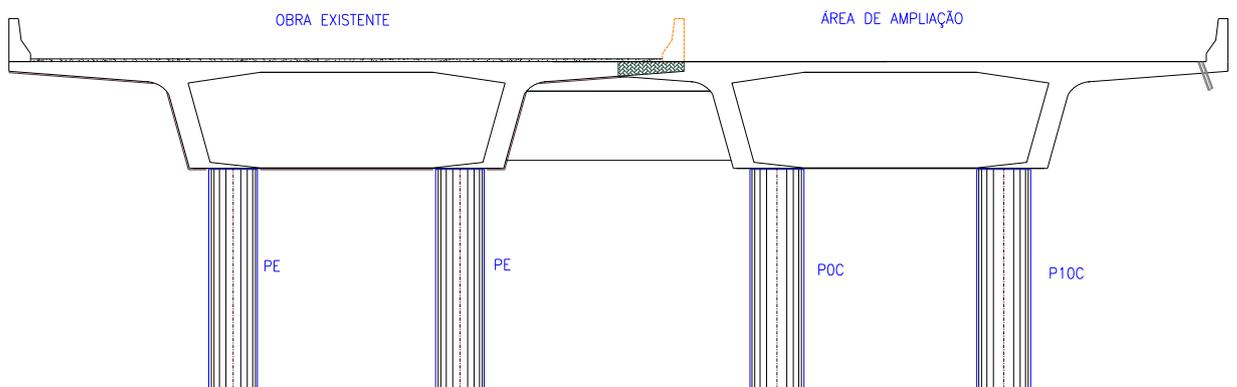
superestrutura das OAEs. Segundo apresentado por Pfeil (1979), “a superestrutura, composta geralmente de lajes e vigas principais e secundárias, é o elemento de suporte imediato do estrado, que constitui parte útil da obra, sob o ponto de vista de sua finalidade”.

Nas figuras 3 e 4 são apresentados exemplos de superestruturas em grelha e seção celular, nessa ordem.



**Figura 3: Seção transversal de uma superestrutura de um viaduto do tipo grelha.**

Fonte: Autoria própria.



**Figura 4: Seção transversal de uma superestrutura de um viaduto do tipo celular - viga seção caixão.**

Fonte: Autoria própria.

Assim como citado no item 1.4, o presente trabalho se limitará à análise da superestrutura das obras (existente e de ampliação) em seção caixão, adotando-se que as mesos e infraestruturas serão independentes para cada uma das obras.

## 2.2 EVOLUÇÃO DO GABARITO TRANSVERSAL DAS PONTES E VIADUTOS RODOVIÁRIOS NO BRASIL

Segundo apresentado no Manual de Inspeção de Pontes Rodoviárias do DNIT (2004), a malha rodoviária Federal do Brasil começou a ser implantada na década de 40, época em que começaram a ser publicadas as primeiras Normas Brasileiras referentes ao cálculo e execução de estruturas em concreto armado.

Do início do desenvolvimento da malha rodoviária até os dias atuais, foram realizadas obras com diferentes geometrias transversais. Conforme apresentado no Manual, de acordo com as características originais da seção transversal, as obras podem ser facilmente identificadas no que se refere à época do projeto e sua Classe de Projeto (DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES, 2004).

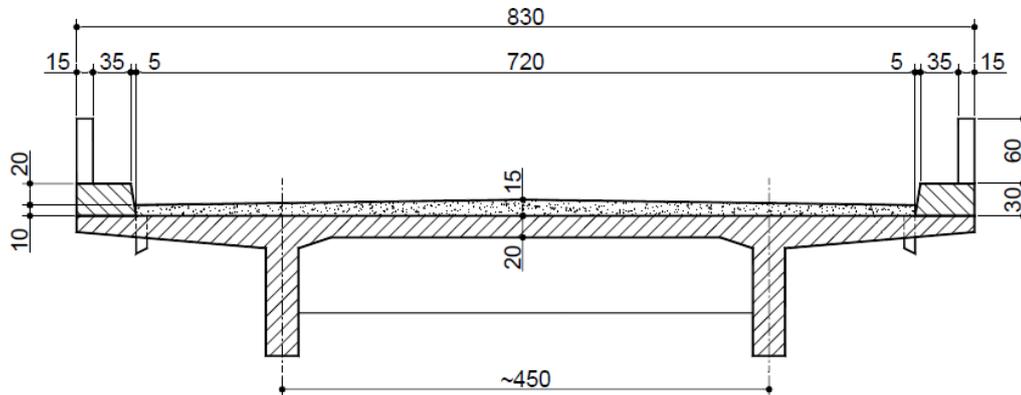
Mason (1977) afirma que a seção transversal das pontes é determinada em função das dimensões mínimas dos veículos que trafegam no tabuleiro da mesma e pelo número de faixas de tráfego.

Conforme apresentado no Relatório de Pesquisa da Deltacon (2011), com os anos foi observado um elevado aumento de tráfego nas rodovias brasileiras e, ainda, uma variação nos tipos de veículos trafegando. Tais mudanças tornaram necessária a modificação do gabarito transversal das obras, que segue, basicamente, o apresentado no Manual de Inspeção de Pontes Rodoviárias do DNIT (2004), transposto a seguir.

As pontes executadas até 1950 apresentam como características gerais uma largura de seção transversal total de 8,30 metros, da qual 7,20 metros referem-se à pista, mais dois guarda-rodas de 0,55 metros e dois guarda-corpos de 0,15 metros em cada lado. Tais obras não proviam de faixa de acostamento.

Considerava-se à época o tráfego de um compressor de 24 toneladas, 2,50 metros de largura e 6,00 metros de comprimento e tantos caminhões de 9 toneladas

quantas fossem as faixas de tráfego menos uma, de 2,50 metros de largura e 6,00 metros de comprimento.

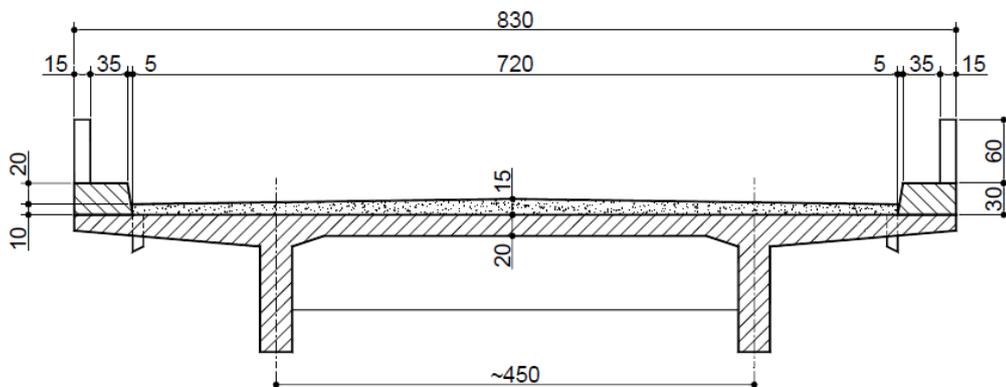


**Figura 5: Seção transversal de pontes executadas até 1950.**

**Fonte: (DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES, 2004).**

De 1950 a 1960 as pontes foram executadas com a mesma seção transversal apresentada anteriormente, das obras até 1950, sendo 7,20 metros de pista, mais dois guarda-rodas de 0,55 metros e dois guarda-corpos de 0,15 metros em cada lado, totalizando uma seção transversal total com 8,30 metros, não provendo faixas de acostamento.

A diferença se dá nas cargas móveis consideradas para cálculo, dadas por um compressor de 24 toneladas, 2,50 metros de largura e 6,00 metros de comprimento e tantos caminhões de 12 toneladas quantas fossem as faixas de tráfego menos uma, de 2,50 metros de largura e 6,00 metros de comprimento.



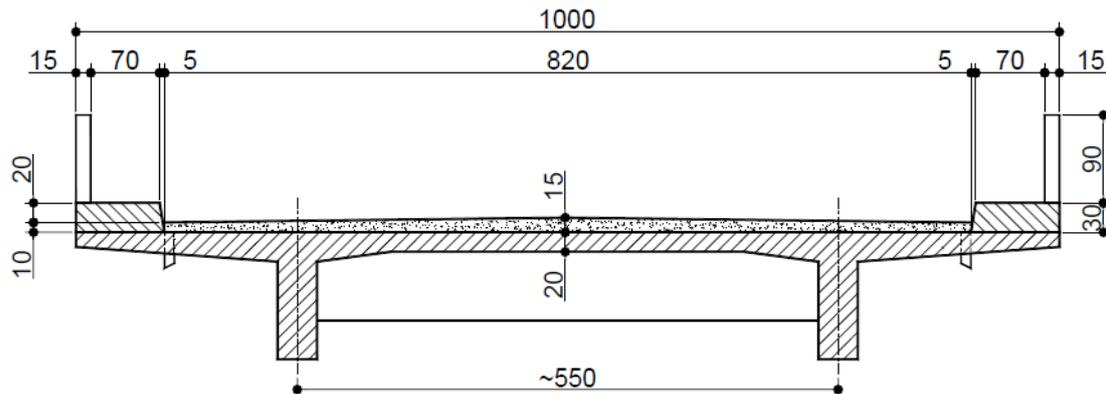
**Figura 6: Seção transversal de pontes executadas de 1950 a 1960.**

**Fonte: (DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES, 2004).**

Entre 1960 e 1975 as pontes foram executadas com largura total de 10 metros,

sendo 8,20 metros de pista, mais dois guarda-rodas de 0,90 metros e dois guarda-corpos de 0,15 metros em cada lado.

Considerava-se o tráfego de um veículo tipo Classe 36 (36 toneladas) de 3,00 metros de largura e 6,00 metros de comprimento.

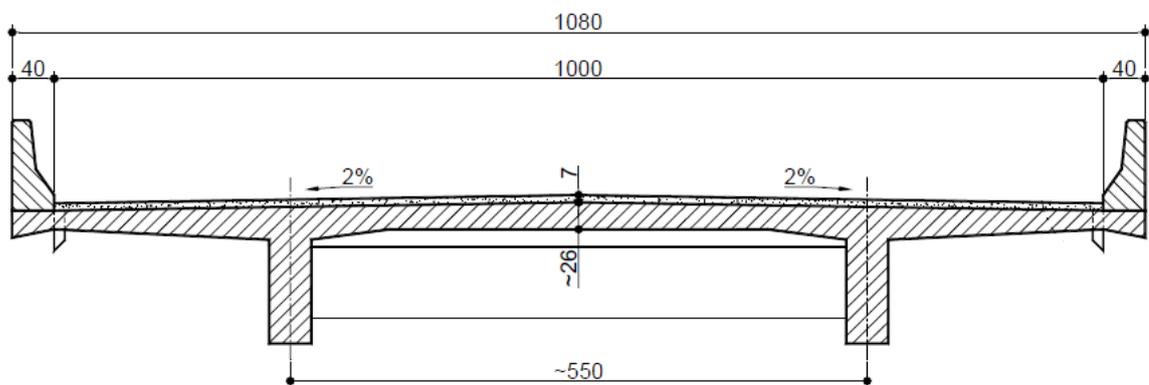


**Figura 7: Seção transversal de pontes executadas de 1960 a 1975.**

Fonte: (DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES, 2004).

Entre 1975 e 1985 as pontes foram executadas com largura total maior ou igual à 10,80 metros, sendo pelo menos 10,00 metros de pista mais duas barreiras tipo New Jersey de 0,40 metros de largura.

Considerava-se o tráfego de um veículo tipo Classe 36 (36 toneladas) de 3,00 metros de largura e 6,00 metros de comprimento.

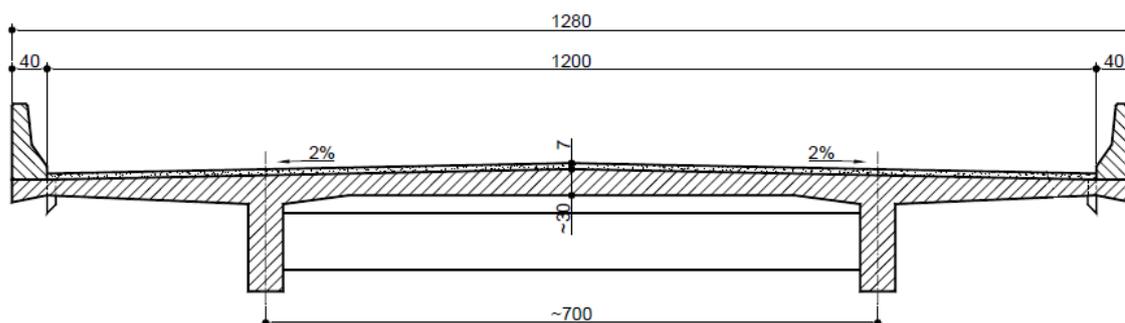


**Figura 8: Seção transversal de pontes executadas de 1975 a 1985.**

Fonte: (DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES, 2004).

Após 1985 as pontes foram executadas com largura total de 12,80 metros, sendo 12,00 metros de pista mais duas barreiras tipo New Jersey de 0,40 metros de largura.

Considera-se o tráfego de um veículo tipo Classe 45 (45 toneladas) de 3,00 metros de largura e 6,00 metros de comprimento.



**Figura 9: Seção transversal de pontes executadas após 1985.**

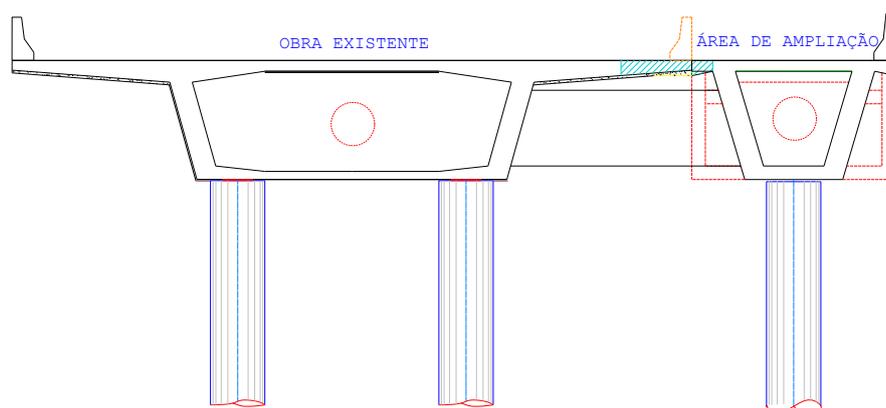
Fonte: (DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES, 2004).

### 2.3 SISTEMAS ESTRUTURAIS DE PONTES E VIADUTOS DA MALHA RODOVIÁRIA BRASILEIRA

Vitório (2013) apresenta em seu trabalho que tabuleiros em vigas de concreto armado ou protendido são o sistema mais usual de execução de pontes e viadutos, sendo que 94% das obras do país foram executadas dessa forma.

Tais obras podem ser constituídas por duas vigas, por vigas múltiplas (tabuleiro em grelha) ou ainda por um tabuleiro celular. O último tipo citado é muito comum para a execução de obras curvas e de grandes vãos, cuja grande resistência à torção permite uma boa distribuição transversal dos esforços entre as vigas principais. (VITÓRIO, 2013)

No presente trabalho é abordado o estudo de uma obra com superestrutura em seção celular que deve ser ampliada com uma nova seção celular, caracterizando uma seção transversal assimétrica, assim como pode ser observado na Figura 10, a seguir.



**Figura 10: Projeto básico de ampliação de viadutos com longarinas em seção caixão, na BR376 – Curitiba.**

**Fonte: Autoria própria.**

Luchi (2001) e O’Connor (1975) afirmam que vigas em seção celular apresentam uma distribuição de cargas excêntricas eficiente, alta rigidez e resistência à torção. Como característica que agrega valor ao sistema estrutural em estudo, destaca-se, ainda, a grande resistência aos momentos fletores positivos e negativos, devido à existência de mesas de compressão superior e inferior.

Segundo Vitório (2002), esse tipo de estrutura é indicada para pontes curvas e sobre pilares isolados ou, ainda, quando se dispõe de pequena altura para as vigas principais. Apresenta como vantagem a estética, sendo particularmente indicada para vigas contínuas de concreto protendido ou de concreto convencional.

## 2.4 MÉTODOS DE ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO TRANSVERSAL DAS CARGAS NO TABULEIRO DE OBRAS DE ARTE ESPECIAIS

São diversos os métodos utilizados para cálculo das superestruturas de pontes e viadutos. Os mais comuns e estudados baseiam-se no conceito de placas ortotrópicas. Segundo apresentado por Góes *et al* (2006), o método da placa ortotrópica é aquele em que “a complexidade da ortotropia física (material) e geométrica da ponte pode ser reduzida para uma placa ortotrópica com propriedades

elásticas equivalentes”. Dessa forma, estruturas complexas, com diversas dimensões, reações e comportamentos diferentes podem ser simplificadas e estudadas de forma menos trabalhosa.

Segundo Alves, Almeida e Judice (2004), o primeiro estudo sobre placas ortotrópicas foi realizado por Huber em 1914, o qual analisou as lajes de concreto armado com suas propriedades elásticas em ambas as direções ortogonais.

Diversos estudos posteriores foram realizados e em 1940 Leonhardt desenvolveu um estudo de lajes ortotrópicas analisando grelhas engastadas e contínuas, sendo este o conhecido "Método de Leonhardt". Tal método foi utilizado para o estudo dos coeficientes de distribuição transversal, desprezando-se a torção do conjunto e considerando a laje apenas como uma parcela colaborante na inércia das vigas (ALVES, ALMEIDA e JUDICE, 2004).

Também em 1940, Courbon e Engesser desenvolveram o método dos coeficientes de distribuição transversal para modelos em grelha, considerando transversinas com rigidez infinita. Este método é conhecido como "Método de Engesser-Courbon", mas que não é possível de ser aplicado para vigas de seção celular com longarinas não paralelas, visto que uma das premissas é a de que as longarinas são paralelas, ligadas entre si perpendicularmente por transversinas e possuem inércia constante.

A partir de 1946, Guyon, juntamente a Massonet e Bares, desenvolveram novos estudos sobre lajes ortotrópicas, chegando-se por fim ao Método de Guyon – Massonet – Bares, um dos métodos clássicos de cálculo de tabuleiros, que analisa a grelha do tabuleiro assimilada a um sistema contínuo, ou placa ortotrópica, incluindo a rigidez à torção das vigas. (ALVES, ALMEIDA e JUDICE, 2004)

Jacques Fauchart apresentou em 1972 um estudo das distribuições transversais dos carregamentos em estruturas, avaliando as rigidezes das vigas que compõem a estrutura através de molas. (FANTI, 2007)

Em 1977, Jayme Mason estudou o efeito da laje e de transversinas na distribuição transversal de esforços na superestrutura de seções celulares, apresentando uma metodologia de estudos para determinação dos coeficientes de distribuição transversal nesse tipo de estrutura. (MASON, 1977)

Segundo apresentado por Azevedo (2003), nas décadas de 60 e 70 o Método dos Elementos Finitos foi apresentado, sendo o termo “elemento finito” utilizado pela

primeira vez por Ray Clough em seu artigo “*The Finite Element in Plane Stress Analysis*”, datado de 1960. Foi nas décadas de 80 e 90, juntamente ao desenvolvimento de computadores, que tal método passou a ser utilizado por engenheiros para análise de estruturas.

No presente trabalho são abordados os métodos de Fauchart e o método apresentado por Mason (1977), os quais permitem a aplicação para o estudo de estruturas em seção celular. Os demais métodos não são abordados, pois a estrutura em estudo não apresenta as premissas necessárias para aplicação.

Ainda, foram desenvolvidos 4 modelos discretizados com base no método dos elementos finitos, os quais serão explicados mais detalhadamente no Capítulo 3, itens 3.3 a 3.6.

Nos próximos itens são descritos cada um dos métodos utilizados, para melhor entendimento e posterior uso quando da análise das estruturas celulares.

#### 2.4.1 Método de Fauchart

O Método de Fauchart permite a transformação de um modelo bidimensional em unidimensional, com base na avaliação das rigidezes das vigas longitudinais com uso de molas (ou parâmetros de rigidezes). (FANTI, 2007)

Hambly *apud* Klinsky (1999) apresenta que para tabuleiros com vão principal de dimensão muito superior à sua largura, o mesmo pode ser idealizado como viga, desenvolvendo, assim, um modelo unidimensional onde os efeitos de flexão e de torção atuantes na seção transversal ocasionam deslocamentos relativos inferiores aos deslocamentos gerados na direção longitudinal.

Segundo Stucchi (2006), o Método de Fauchart apresenta as seguintes características:

- Aplicação a vigas múltiplas sem transversinas intermediárias, somente podendo ser consideradas transversinas nos apoios.
- Tem como hipóteses do processo:
  1. Trabalho das longarinas conforme a Resistência dos Materiais.
  2. Seção com inércia constante e vigas biapoiadas.
  3. O comportamento longitudinal das lajes é desprezado.

O processo desenvolve-se determinando parâmetros de rigidez (molas), que representam o comportamento das vigas principais. Os valores são obtidos através das equações (1) e (2), apresentadas a seguir, sendo que as rigidezes das barras no modelo são dadas pela rigidez da seção transversal da laje numa faixa de 1 metro. (FANTI, 2007)

– Mola vertical

$$k_v = \left( \frac{\pi}{\ell} \right)^4 \times EI \quad (1)$$

Onde,

$k_v$  é o valor da mola vertical;

$\ell$  é o comprimento da viga entre pontos de momento nulo;

$E$  é o módulo de elasticidade do material que compõe a viga principal;

$I$  é a inércia da seção da viga principal.

– Mola à torção

$$k_t = \left( \frac{\pi}{\ell} \right)^2 \times G \times I_t \quad (2)$$

Sendo,

$k_t$  o valor da mola à torção;

$\ell$  o comprimento da viga entre pontos de momento nulo;

$G$  o módulo de elasticidade transversal do material que compõe a viga principal;

$I_t$  a inércia à torção ou constante de torção da seção da viga principal.

Conforme apresentado na NBR 6118/2014 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, o módulo de elasticidade transversal do concreto é dado por:

$$G = \frac{E_{cs}}{2,4} \quad (3)$$

Giongo (2010) apresenta os procedimentos de cálculo para determinação da inércia à torção, que é dado pela seguinte equação:

$$I_t = \frac{4 \times A^2}{\sum_{i=1}^n \frac{\ell_i}{t_i}}$$

(4)

Sendo,

**A** = área do contorno da seção celular;

**I<sub>t</sub>** = constante da torção da seção celular;

**t** = espessura da parede / laje;

**ℓ** = comprimento da parede / laje.

Segundo apresentado por Stucchi (2006), para obter as distribuições transversais das cargas nas vigas basta calcular a estrutura sobre apoios elásticos, que representam as rigidezes das vigas, para uma série de posições de uma carga unitária. Conforme apresentado pelo autor, é importante considerar pelo menos uma posição para cada viga e cada seção considerada relevante. “Costuma-se dizer que basta passear com a carga unitária sobre a estrutura anotando para cada posição dos esforços de interesse.”

#### 2.4.2 Método da distribuição transversal em estruturas celulares por Jayme Mason (1977)

O método apresentado no seguinte capítulo é baseado na teoria apresentada por Mason (1977), quando da análise dos efeitos da laje e de transversinas na distribuição de esforços na superestrutura.

A metodologia de estudo dos efeitos de distribuição transversal das cargas pelas lajes que compõem uma obra de duas vigas seções celular é apresentado partindo das condições indicadas na Figura 11.

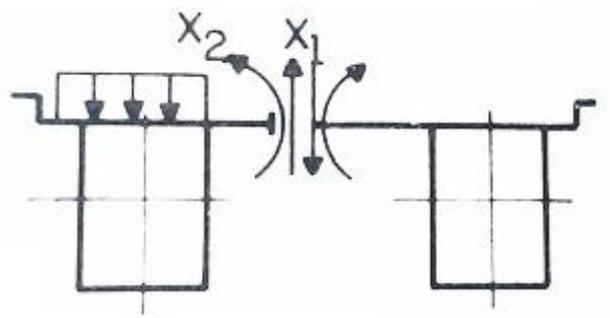


Figura 11: Transmissão pela laje dos esforços entre vigas de seção celular.

Fonte: Mason (1977).

O método consiste na determinação dos esforços internos correspondentes às ligações suprimidas quando cortamos a laje no ponto de ligação entre as vigas de seção celular que compõem a obra.

De acordo com Mason (1977), o método se baseia nas seguintes hipóteses simplificadoras:

- As vigas são tratadas pela teoria elementar da flexão e da torção de Saint-Venant;
- “A laje do tabuleiro será considerada como constituída de faixas independentes, justapostas, no sentido longitudinal da ponte”;
- A superestrutura é considerada simplesmente apoiada nos extremos.

Considera-se uma obra composta por duas vigas de seção celular sujeitas à cargas externas verticais ( $q$ ) ou de momentos ( $m$ ), assim como apresentado na Figura 12.

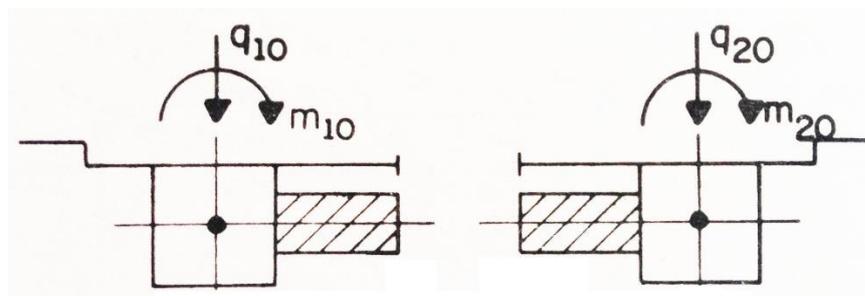


Figura 12: Cargas externas atuantes nas vigas de seção celular.

Fonte: Mason (1977).

Tais carregamentos externos,  $q_{10}$ ,  $q_{20}$ ,  $m_{10}$  e  $m_{20}$ , reduzidos ao centro das vigas, geram deslocamentos ( $w$ ) e giros de torção ( $\theta$ ) na estrutura, assim como apresentado na Figura 13.

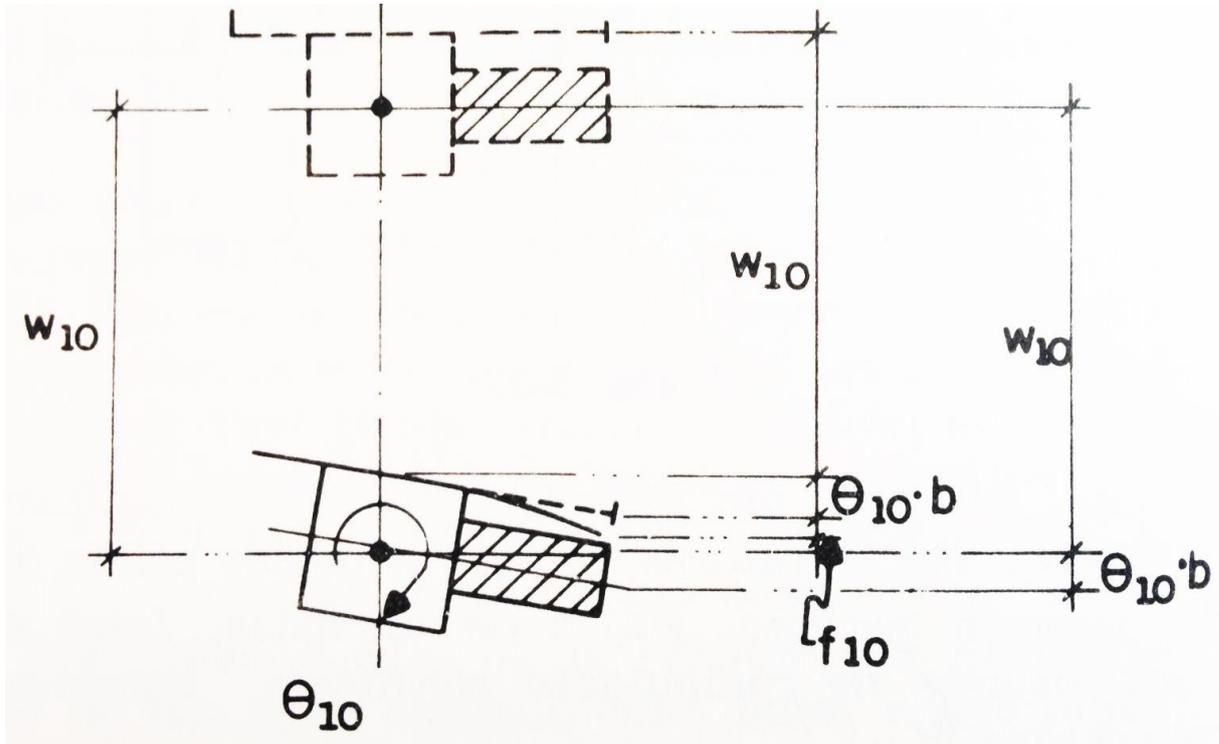


Figura 13: Deslocamentos e giros de torção.

Fonte: Mason (1977).

Supõem-se que as cargas externas atuantes sejam representadas por séries de Fourier de senos, no período  $2\ell$ , sendo  $\ell$  o vão da obra em estudo. Então,

$$q_{10} = \sum_{n=1}^{\infty} q_{10n} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{\ell} \quad (5)$$

$$q_{20} = \sum_{n=1}^{\infty} q_{20n} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{\ell} \quad (6)$$

$$m_{10} = \sum_{n=1}^{\infty} m_{10n} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{\ell} \quad (7)$$

$$m_{20} = \sum_{n=1}^{\infty} m_{20n} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{\ell} \quad (8)$$

Sendo  $w(x)$  a flecha e  $\theta(x)$  o ângulo de torção das vigas, valem as seguintes relações:

$$w' = \frac{q}{EI} \quad (9)$$

$$w'' = -\frac{M}{EI} \quad (10)$$

$$\theta' = -\frac{T}{GI_t} \quad (11)$$

$$\theta'' = -\frac{m}{GI_t} \quad (12)$$

Onde,

**E** é o módulo de elasticidade do material que compõe a viga principal;

**G** é o módulo de elasticidade transversal do material que compõe a viga principal;

**M** é o momento de flexão;

**T** é o momento torçor;

**I** é a inércia à flexão;

**E I<sub>t</sub>** é a inércia à torção.

Introduzindo os desenvolvimentos em série apresentados nas equações (5) à (8) nas equações (9) à (12), obtêm-se os deslocamentos e giros de torção apresentados na Figura 13.

$$\begin{aligned}
 w_{10} &= \sum_{n=1}^{\infty} w_{10n} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{\ell} & ; & & \theta_{10} &= \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{10n} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{\ell} \\
 w_{20} &= \sum_{n=1}^{\infty} w_{20n} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{\ell} & ; & & \theta_{20} &= \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{20n} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{\ell}
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Sendo,

$$\begin{aligned}
 w_{10n} &= \frac{1}{n^4 \pi^4} \cdot \frac{q_{10n} \ell^4}{EI} & ; & & \theta_{10n} &= \frac{1}{n^2 \pi^2} \cdot \frac{m_{10n} \ell^2}{GI_t} \\
 w_{20n} &= \frac{1}{n^4 \pi^4} \cdot \frac{q_{20n} \ell^4}{EI} & ; & & \theta_{20n} &= \frac{1}{n^2 \pi^2} \cdot \frac{m_{20n} \ell^2}{GI_t}
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Com base nas equações citadas anteriormente, pode-se calcular o deslocamento e a rotação da face do corte feito através da laje de ligação das vigas seção celular que compõem a obra.

Os deslocamentos ou as rotações das faces dos cortes feitos na laje serão caracterizados pela notação  $\delta$ , seguida de dois índices, sendo que o primeiro representa o sentido do deslocamento, ou da rotação, e o segundo a causa. Os índices elevados, por exemplo  $\delta_{11}^{(1)}$ , caracterizam a viga em questão, viga 1 ou viga 2.

Para o deslocamento e a rotação da face de corte da laje, respectivamente, tem-se as seguintes condições de compatibilidade:

$$\delta_{10}^1 = w_{10} + \theta_{10} \cdot b + f_{10}
 \tag{15}$$

$$\delta_{20}^1 = \theta_{10} + \varphi_{10}
 \tag{16}$$

Onde  $f_{10}$  e  $\varphi_{10}$  representam o deslocamento e a rotação do extremo do balanço da laje do tabuleiro, em consequência da flexão, por ação direta das cargas externas atuantes.

Substituindo nas equações (15) e (16), os desenvolvimentos em série, obtém-se as seguintes expressões:

$$\delta_{10}^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{10n}^{(1)} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{\ell} \quad ; \quad \delta_{10n}^{(1)} = w_{10n} + \theta_{10n} \cdot b + f_{10n} \quad (17)$$

$$\delta_{20}^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{20n}^{(1)} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{\ell} \quad ; \quad \delta_{20n}^{(1)} = \theta_{10n} + \varphi_{10n} \quad (18)$$

Tais equações fornecem os deslocamentos e rotações, respectivamente, das faces de corte, devidos aos carregamentos externos sobre a viga.

Nas equações acima,  $f_{10n}$  e  $\varphi_{10n}$  apresentam os coeficientes de Fourier do desenvolvimento de  $f_{10}$  e  $\varphi_{10}$ , os quais podem ser determinados como apresentado a seguir, quando tais deslocamentos são constantes ao longo do vão das vigas:

$$f_{10n} = \frac{4f_{10}}{\pi n} \quad (n = 1, 3, 5, \dots) \quad (19)$$

$$\varphi_{10n} = \frac{4\varphi_{10}}{\pi n} \quad (n = 1, 3, 5, \dots) \quad (20)$$

O objetivo do método consiste na obtenção dos esforços de ligação da laje. Para tal, serão obtidos resultados análogos aos apresentados anteriormente, considerando as forças de ligação, as quais são apresentadas na Figura 14, a seguir.

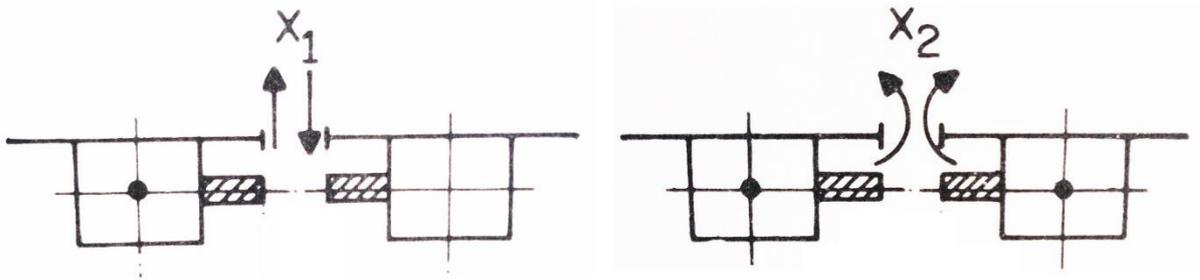


Figura 14: Esforços de ligação da laje.

Fonte: Mason (1977).

Tais esforços de ligação podem também ser expressos pelas séries de Fourier:

$$X_1 = \sum_{n=1}^{\infty} X_{1n} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{\ell} \quad (21)$$

$$X_2 = \sum_{n=1}^{\infty} X_{2n} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{\ell} \quad (22)$$

Sendo assim, torna-se possível determinar os deslocamentos e rotações nas faces de corte, causados pelos esforços de ligação  $X_1$  e  $X_2$ .

Efeitos do esforço de ligação  $X_1$

$$\delta_{11n} = \frac{1}{\pi^4 n^4} \cdot \frac{X_{1n} \ell^4}{EI} + \frac{1}{\pi^2 n^2} \cdot \frac{X_{1n} \ell^2 b^2}{GI_t} + f_{11n} \quad (23)$$

Onde,

$$f_{11n} = \frac{4}{\pi n} \cdot \frac{X_1 \ell_t^3}{3EI_\rho} \quad (24)$$

Sendo,

$\ell_t$  o comprimento da laje em balanço;

$I_\rho$  a inércia da laje à flexão.

$$\delta_{21n} = \frac{1}{\pi^2 n^2} \cdot \frac{X_{1n} b \ell^2}{G I_t} + \theta_{11n} \quad (25)$$

Efeitos do esforço de ligação  $X_2$

$$\delta_{12n} = \frac{1}{\pi^2 n^2} \cdot \frac{X_{2n} \ell^2 b}{G I_t} + \frac{4}{\pi n} \cdot \frac{X_2 \ell_t^2}{2 E I_\ell} \quad (26)$$

$$\delta_{22n} = \frac{1}{\pi^2 n^2} \cdot \frac{X_{2n} \ell^2}{G I_t} + \frac{4}{\pi n} \cdot \frac{X_2 \ell_t}{E I_\ell} \quad (27)$$

Dados os resultados apresentados, obtém-se um sistema de equações que permite determinar as incógnitas desejadas, que se tratam das forças de ligação  $X_1$  e  $X_2$ . Para desenvolvimento do sistema de equações, exige-se que os deslocamentos e as rotações das faces dos cortes na laje e na transversina sejam iguais em ambas as vigas. Dessa forma, apresentam-se os sistemas de compatibilidade, dados os deslocamentos e as rotações das faces dos cortes na laje, respectivamente apresentadas como Equação (28) e Equação (29).

$$-\delta_{10n}^{(1)} + \delta_{11n} + \delta_{12n} = -\delta_{10n}^{(2)} - \delta_{11n} + \delta_{12n} \quad (28)$$

$$\delta_{20n}^{(1)} - \delta_{21n} - \delta_{22n} = \delta_{20n}^{(2)} - \delta_{21n} + \delta_{22n} \quad (29)$$

Dado tal sistema de equações, torna-se possível a determinação das forças de ligação devido ao corte na laje,  $X_1$  e  $X_2$ .

### 2.4.3 Métodos dos elementos finitos

Com o avanço do desenvolvimento de modelos computacionais para estudo de estruturas, as análises das distribuições transversais das cargas nas superestruturas de pontes e viadutos se tornaram ainda mais precisas, visto que tal tecnologia permite uma aproximação à situação real de comportamento da estrutura.

Segundo Mason (1977), tais *softwares* se baseiam na conceituação de elementos finitos, onde a estrutura é discretizada em diversos elementos a fim de obter uma análise mais precisa. Martha (1994), afirma que a conceituação principal do método dos elementos finitos se baseia na subdivisão dos domínios da equação que descreve o fenômeno físico analisado em pequenas regiões, ou elementos, aproximando o comportamento do campo por um polinômio de grau baixo, o qual é escrito em função de valores de campo nos nós do elemento finito, valores estes que caracterizam as incógnitas do modelo discretizado, e que são determinados através da minimização de um funcional associado à uma equação diferencial.

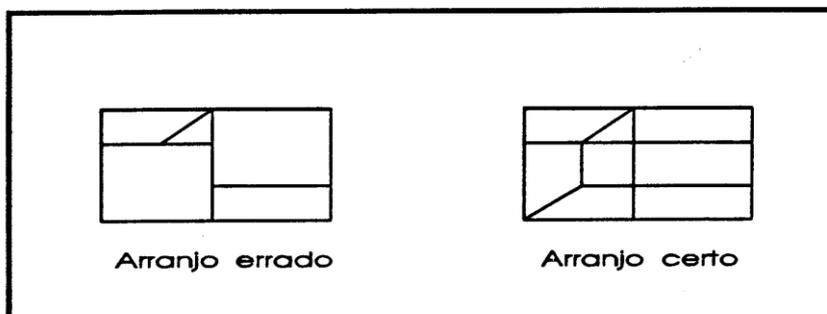
Complementando o exposto, conforme apresentado por Luchi (2001), o princípio do método está em se desenvolver um modelo matemático com a resolução de inúmeras equações algébricas, em função dos diversos elementos discretizados, o qual só se tornou possível com uso corrente de computadores.

Martha (1994) aborda em seu texto um tema importante com relação ao uso dos *softwares* com base nos elementos finitos, que trata da discretização do modelo de estudo, o qual receberá um capítulo específico a seguir. Segundo o autor, os programas de elementos finitos trabalham com a malha fornecida pelo usuário, sendo que a tarefa de subdivisão do domínio em elementos, quase sempre não é verificada pelo programa. Conforme essa informação ressalta-se a importância do conhecimento do usuário com relação à conceituação de elementos finitos.

Visto isso, a seguir são apresentadas algumas características importantes a serem consideradas quando do desenvolvimento de um modelo discretizado de elementos finitos, segundo Martha (1994):

- Elementos finitos são objetos de geometria quase sempre convexa, sendo que suas formulações usualmente privilegiam as formas mais regulares. Portanto, elementos finitos triangulares são melhores quando se aproximam de um triângulo equilátero e quadrados são melhores que retângulos.

- Intersecções que resultem em trechos de uma face ou aresta devem ser evitadas. Tal situação é elucidada na Figura 15, abaixo.



**Figura 15: Arranjos de elementos finitos.**

**Fonte: (MARTHA, 1994).**

- O processo de geração da malha deve ser realizado em quatro etapas:
  - 1ª. Fornecimento das coordenadas dos nós do elemento estudado.
  - 2ª. Discretização da malha.
  - 3ª. Informações das propriedades dos materiais utilizados.
  - 4ª. Aplicação das cargas atuantes nos nós ou diretamente no elemento de barra, casca ou sólido, quando for o caso.

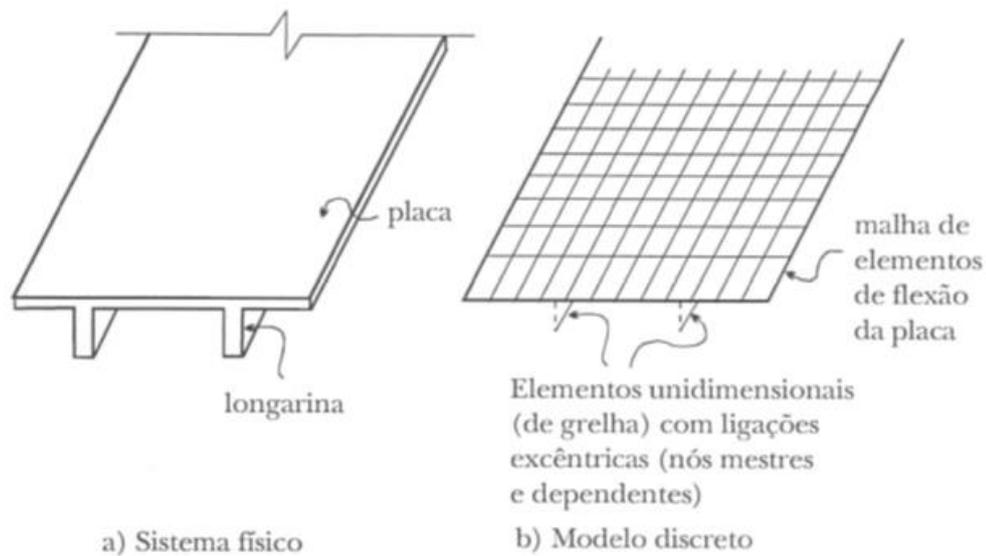
Vitório (2013) apresenta uma sequência executiva para desenvolvimento de um modelo discretizado, a qual é reproduzida na Figura 16, com a análise da qual podemos reafirmar a importância do refino da malha de estudo.



**Figura 16: Procedimento para desenvolvimento de um modelo em elementos finitos.**  
 Fonte: Adaptada de Vitório (2013).

Soriano (2003) apresenta que tais modelos podem apresentar alto grau de refino ou, ainda, apresentarem simplificações com o intuito de acelerar o processo de desenvolvimento do projeto, como por exemplo a modelagem do tabuleiro da ponte em viga simplesmente apoiada, que é mostrado na Figura 17.

No caso dessa simplificação a modelagem pela teoria elementar em análise estática dispensa a discretização da viga, cuja solução obtida com um único elemento unidirecional é igual à solução com diversos elementos.



**Figura 17: Discretização de tabuleiro com elementos de barra e de placa.**

Fonte: (SORIANO, 2003)

Segundo Manterola *apud* Vitório (2013), um modelo constituído por barras e elementos de casca pode ser útil para um tabuleiro em grelha de vigas e lajes, principalmente quando não existem problemas secundários relacionados à torção. Visto que para seções celulares, objeto de estudo da presente dissertação, os efeitos de torção são importantes, um modelo constituído de barras e elementos de casca pode ser utilizado, porém exige uma análise especial para que todas as características da seção padrão sejam consideradas na simplificação.

Dessa forma, será analisada como uma hipótese simplificada de estudo do viaduto ampliado um modelo em grelha constituído por elementos de barras e casca, o qual poderá ser comparado a modelos tridimensionais refinados.

Os modelos tridimensionais de estudo foram desenvolvidos com uso de *software* específico de modelagem em elementos finitos.

#### 2.4.3.1 Refino da malha

Independente do tipo do modelo utilizado, seja ele constituído por elementos de barras ou casca, o refino da malha apresenta grande importância, assim como citado por Vitório (2013), Soriano (2003) e Tavares (2003), sendo que os resultados

das modelagens ainda dependem muito do conhecimento e da experiência do profissional que se encontra desenvolvendo um projeto.

Segundo Vitório (2013), não é necessário que a densidade da malha seja constante em todo o modelo, sendo indicado que o número de elementos discretizados seja maior onde houver variação de forças internas e concentração de tensões, como por exemplo na região dos apoios. No estudo aqui apresentado não foi realizado um refino específico para as regiões de concentração de tensões, como nos apoios e na ligação das obras, visto que este não é um objetivo do trabalho e não apresenta interferências rigorosas no resultado das distribuições transversais das cargas entre as obras.

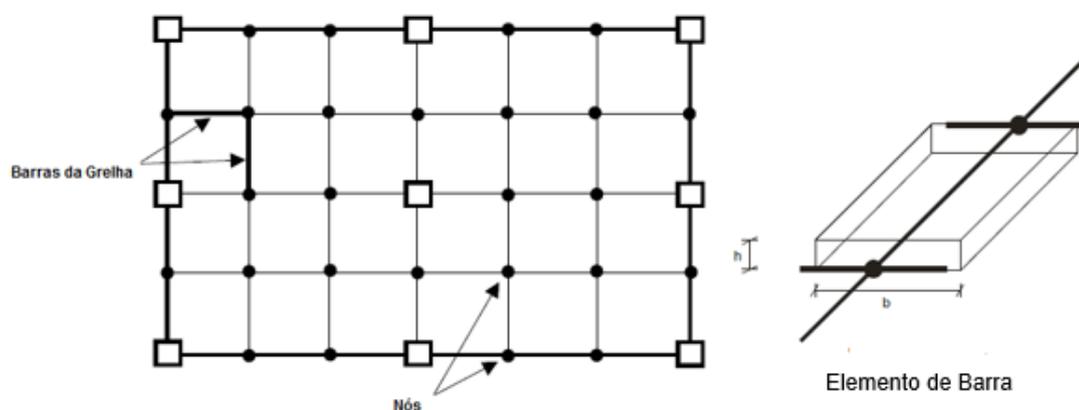
Henrichs (2003) apresenta em seu trabalho uma compilação de regras básicas a serem seguidas quando da confecção e refino de uma malha de elementos finitos, a qual é reproduzida a seguir, complementada por informações apresentadas por Martha (1994):

- a) Quanto menores forem as dimensões dos elementos adotados, ou seja, mais refinada a malha, melhores serão os resultados. Entretanto, essa melhora cessa quando a largura do elemento for menor que 2 a 3 vezes a espessura do mesmo;
- b) Junto às regiões de concentração de tensões é recomendável que a largura do elemento não seja maior que 3 ou 4 vezes a espessura do mesmo;
- c) Os espaçamentos dos elementos em cada uma das direções não podem apresentar valores muito diferentes, a fim de se garantir uma melhor distribuição dos esforços.

#### 2.4.3.2 Modelo de elemento finito de barra

Segundo apresentado por Martha (1994), elemento de barra é aquele apresenta seção transversal de dimensões pequenas quando comparadas com o seu comprimento.

Schwetz (2011) afirma que o elemento de barra se configura em apenas uma dimensão e pode ser visualizado como uma linha reta conectada por dois pontos, assim como apresentado na Figura 18.



**Figura 18: Representação de uma grelha com elementos de barra.**

Fonte: (TAVARES, 2003).

Um elemento de barra, ou elemento de viga, apresenta seis graus de liberdade por nó, sendo três graus de liberdade à translação ( $u_1, u_2, u_3$ ) e três graus de liberdade à rotação ( $r_1, r_2, r_3$ ). Para esses elementos os efeitos de flexão e de tensão normal são considerados separadamente e depois superpostos. (CUBAS, 2012) (TAVARES, 2003) (COMPUTERS AND STRUCTURES, 2007)

#### 2.4.3.2.1 Elemento finito de barra (*frame*) do software SAP2000

Conforme apresentado pelo desenvolvedor do software SAP2000, os elementos de barra podem ser retos ou curvos. Para o desenvolvimento de um modelo com uso de elementos de barra, nós intermediários são criados automaticamente nas interseções com outros elementos para garantir a conectividade dos elementos finitos. Esse modelo permite cargas concentradas e distribuídas no vão, considera a deformação por força normal e a deformação por força cortante.

Cada elemento possui seu próprio sistema de coordenadas local (1, 2, 3) para a definição das propriedades dos materiais e de sua seção transversal, do carregamento a ser aplicado e para a interpretação dos resultados da análise. O primeiro eixo é aquele direcionado ao longo do comprimento do elemento e os demais

eixos são perpendiculares ao eixo local 1, definidos de acordo com a orientação do elemento de barra. (COMPUTERS AND STRUCTURES, 2007)

O elemento permite a aplicação de cargas de gravidade em qualquer direção, cargas concentradas, cargas distribuídas e cargas devidas a mudanças de temperatura.

Tais cargas podem gerar esforços de flexão biaxial no plano 1-2 ( $M_2$ ), em torno do eixo 3; de flexão biaxial no plano 1-3 ( $M_3$ ), em torno do eixo 2; esforço de torção ( $T$ ); força axial ( $P$ ) e forças de cisalhamento nos planos 1-2 ( $V_2$ ) e 1-3 ( $V_3$ ), assim como ilustrado na Figura 19, adiante.

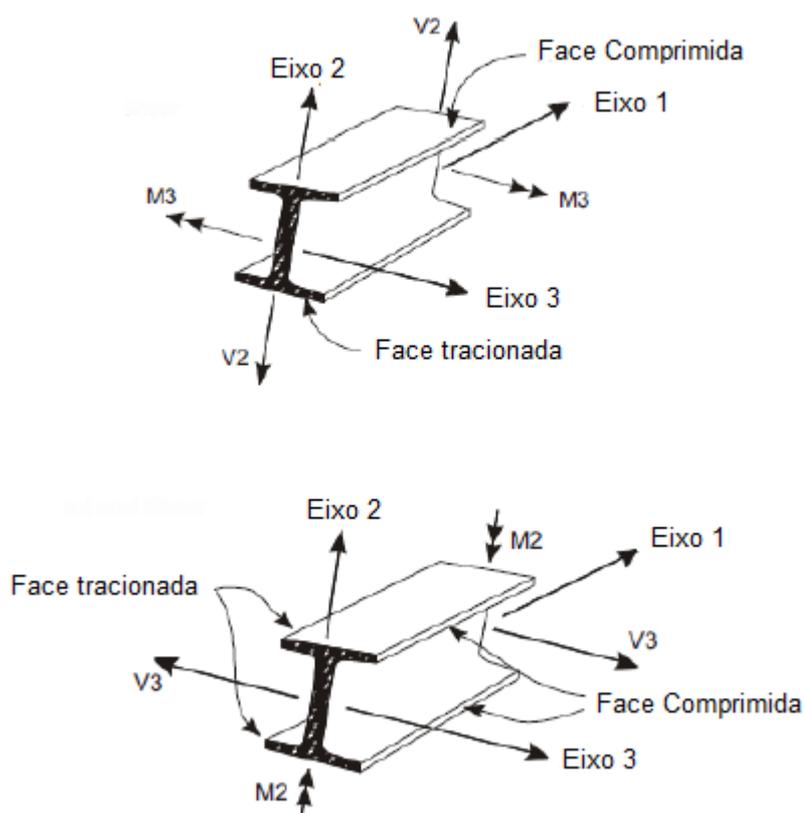


Figura 19: Esforços atuantes em elementos de barra.

Fonte: Adaptado de Computer and Structures (2007).

### 2.4.3.3 Modelo de elemento finito de casca

Um elemento de casca trata-se de uma estrutura laminar bidimensional, que apresenta uma de suas dimensões muito inferior às demais (Martha, 1994). Segundo Azevedo (2003), estruturas laminares são as que se desenvolvem para ambos os lados de uma superfície média, mantendo-se na sua vizinhança. Diz-se que quando a superfície média é plana, a estrutura laminar pode ser classificada como parede, laje ou casca plana. Tal classificação pode ser explicada pelas possibilidades de carregamento de um elemento, sendo uma parede aquela que se encontra sujeita apenas a ações paralelas ao seu plano médio. Uma laje pode ter aplicadas forças perpendiculares ao plano médio e momentos cujo vetor está contido no plano médio. Já quando uma estrutura laminar plana é sujeita a outros tipos de ações, a mesma é designada como casca plana. Quando a superfície média não é plana, tem-se uma casca tridimensional.

Segundo trabalhos como o de Cubas (2012), modelos com elementos de casca são eficientes para a simulação do comportamento de lajes e apresentam menor custo computacional em função da facilidade de manejo dos comandos do *software*.

Schwetz (2011) afirma que as tensões, forças internas e momentos são calculados nos pontos de Gauss do elemento e extrapolados para os nós.

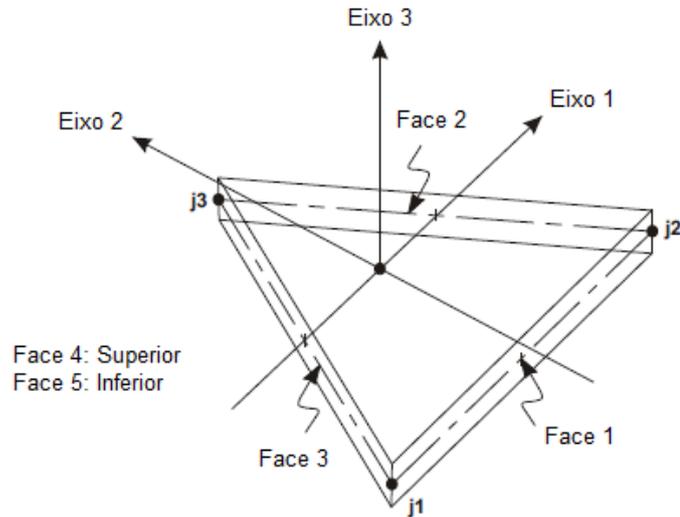
#### 2.4.3.3.1 Elemento finito de casca (*shell*) do *software* SAP2000

Um elemento de casca no *software* SAP2000 pode ter 3 ou 4 nós (Figura 20 e Figura 21) e estar sujeito a diversos tipos de carregamento, sendo eles: gravidade, cargas uniformemente distribuídas em qualquer direção, cargas devidas aos efeitos de temperatura e forças concentradas. (CUBAS, 2012) (COMPUTERS AND STRUCTURES, 2007).

O elemento de casca abordado no presente trabalho trata-se do elemento *shell homogeneous*, cuja formulação combina separadamente as forças de membrana e os esforços de flexão de placas. Tal elemento possui seis graus de liberdade por nó: três graus de liberdade à translação ( $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ ) e três graus de liberdade à rotação ( $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ ). O elemento *shell homogeneous* é indicado para análise de estruturas

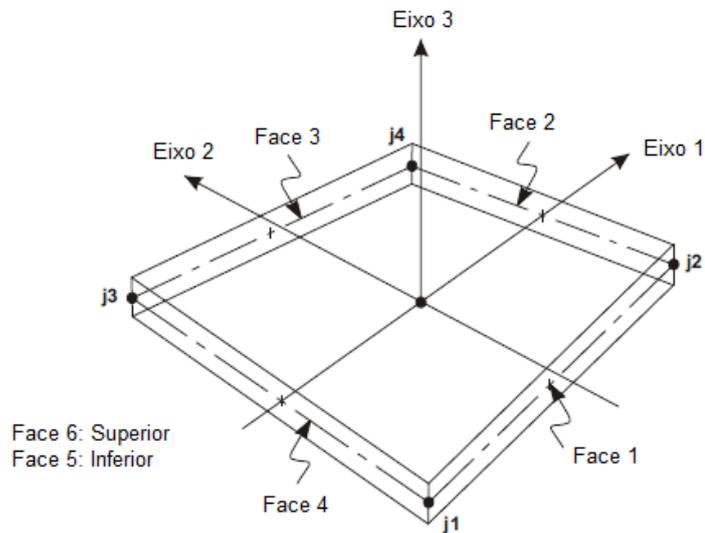
compostas por um material homogêneo (SCHWETZ, 2011).

Na figuras 20 e 21, que seguem, são apresentados os elementos *shell* possíveis de serem utilizados: elemento triangular e quadrilátero.



**Figura 20: Elemento de casca triangular (3 nós).**

Fonte: (COMPUTERS AND STRUCTURES, 2007)



**Figura 21: Elementos de casca quadrilátero (4 nós).**

Fonte: (COMPUTERS AND STRUCTURES, 2007)

Nas figuras 22, 23 e 24, são apresentados os graus de liberdade citados anteriormente, os eixos locais do elemento e o funcionamento de um elemento *shell*, quando sujeito à atuação de cargas.

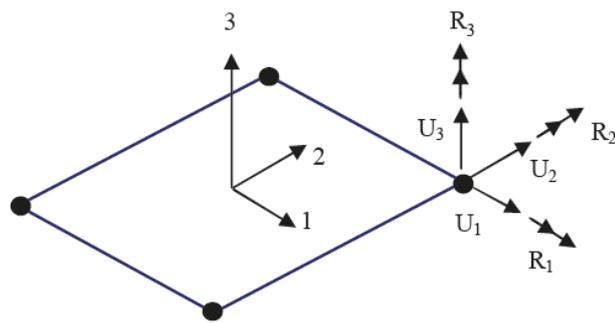


Figura 22: Elemento tipo *shell*.

Fonte: Adaptada de Hernandez.

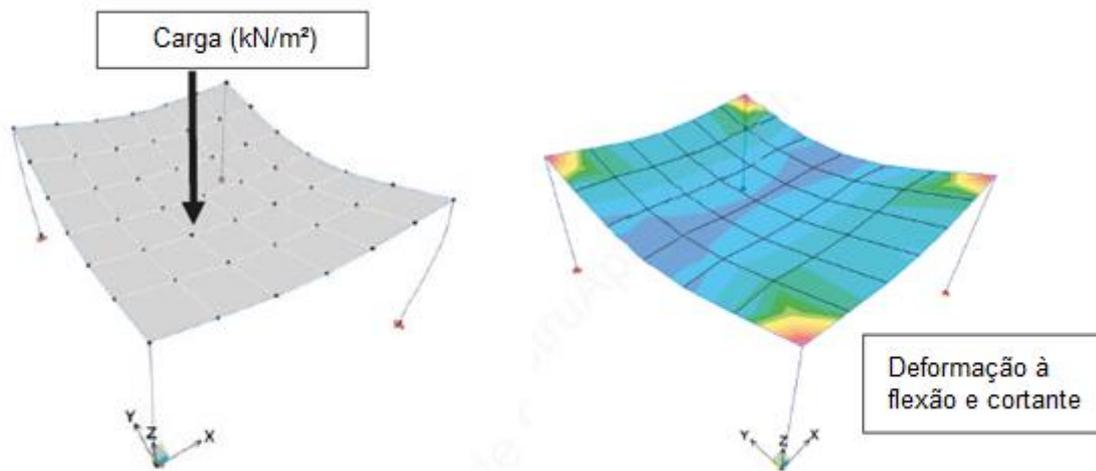


Figura 23: Elemento tipo *shell* sujeito a cargas verticais.

Fonte: Adaptada de Hernandez.

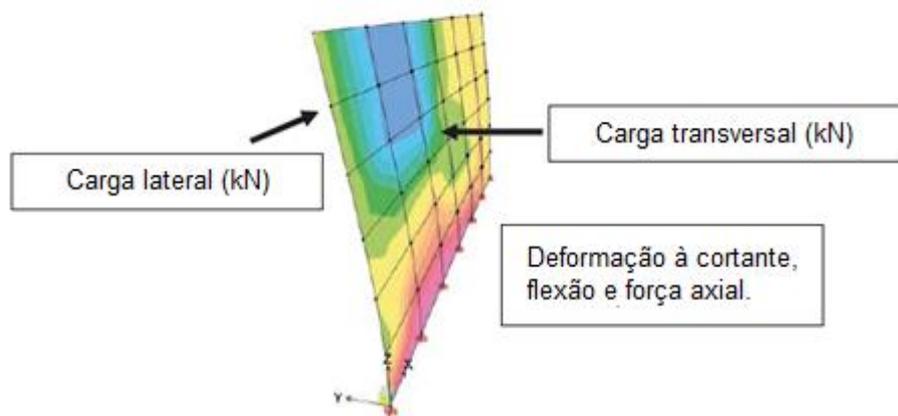


Figura 24: Elemento tipo *shell* sujeito a mais de um carregamento.

Fonte: Adaptada de Hernandez.

## 2.5 EFEITOS DAS PROPRIEDADES DOS MATERIAIS NA ANÁLISE DAS DISTRIBUIÇÕES TRANSVERSAIS DAS CARGAS

Para o correto desenvolvimento dos modelos de análise de superestrutura de pontes e viadutos estudados devem ser levadas em consideração as diferenças das propriedades e características das obras. Visto que os materiais apresentam idades, inércia e resistência do concreto diferentes é importante analisar esses critérios quando da elaboração do modelo estrutural.

Para análise dos diferentes materiais empregados na obra de estudo, serão considerados os valores de módulo de elasticidade de cada uma das vigas em seção caixão que compõem a obra.

Vogt (2006) descreve que o módulo de elasticidade avalia a resistência do material à deformação elástica e é uma medida da sua rigidez. “Materiais com baixo módulo deformam muito elasticamente quando sujeitos a solicitações mecânicas.”

Visto que os materiais utilizados na seção caixão existente e na seção caixão de ampliação possuem resistências características à compressão ( $f_{ck}$ ) diferentes, foram avaliados os efeitos da diferença dos materiais com base no valor do módulo de elasticidade do concreto adotado.

A determinação do valor do módulo de elasticidade foi realizada com base na formulação apresentada na NBR 6118/2014 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento.

Segundo apresentado na norma, na avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou seção transversal, pode ser adotado um módulo de elasticidade único, à tração e à compressão, igual ao módulo de deformação secante  $E_{cs}$ , dado pela expressão:

$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci} \quad (30)$$

Sendo  $E_{ci}$  o módulo de elasticidade ou módulo de deformação tangente inicial do concreto, referindo-se sempre ao módulo cordal a 30%  $f_c$ , dado por:

$$E_{ci} = \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (31)$$

Para  $f_{ck}$  de 20 MPa a 50 MPa.

Sendo:

$f_{ck}$ : resistência característica à compressão do concreto;

$\alpha_E$ : parâmetro em função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade.

$\alpha_E = 1,0$  para granito como agregado graúdo.

E:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0$$

**(32)**

### 3. DISTRIBUIÇÃO TRANSVERSAL DAS CARGAS EM PONTES E VIADUTOS EM SEÇÃO CAIXÃO

Neste capítulo é apresentada a análise estrutural da superestrutura de uma ponte, ou viaduto, em seção caixão, sujeitas à ampliação com nova seção caixão de dimensões diferentes da obra original, sem simetria.

Para tal, é estudada uma seção caixão padrão, de 12,50 metros de largura de seção transversal, a ser alargada para 16,75 metros com o acréscimo de uma seção caixão de 3,75 metros de largura.

A obra de estudo apresenta 55 metros de comprimento, sendo composto por dois balanços de 8,50 metros e um vão central de 38 metros.

É de fundamental relevância ressaltar que os estudos aqui apresentados se referem ao tabuleiro da obra de arte em estudo, ou seja, são avaliadas as distribuições transversais das cargas, com uso de modelagens por elementos finitos e por métodos clássicos, das longarinas que compõem a obra de estudo.

#### 3.1 PROCEDIMENTO DE ESTUDO

Para desenvolvimento dos estudos das distribuições transversais das cargas torna-se necessário, primeiramente, determinar as propriedades dos materiais e seções do projeto.

Dadas as seções padrões das vigas principais, a serem apresentadas no item que segue, o desenvolvimento do trabalho foi empreendido através da elaboração de modelos tridimensionais e modelos em grelha, com uso do *software* SAP2000. A seguir são apresentados os modelos analisados:

- a) Modelo 'A': Modelo tridimensional discretizado com elementos de barra;
- b) Modelo 'B': Modelo tridimensional discretizado com elementos de casca;
- c) Modelo 'C': Modelo de grelha, desenvolvido através da associação no plano de elementos de barra, de maneira a formar uma grelha;

- d) Modelo 'D': Modelo de grelha, desenvolvido através de elementos de placa enrijecidos por elementos de barra representando a seção caixão.

Em seguida foram desenvolvidos cálculos com uso dos métodos e teorias clássicos apresentados no capítulo 2, item 2.4. Esses cálculos foram realizados de forma manual e simplificada, conforme recomendações dos autores responsáveis pelas teorias estudadas e, eventualmente, com o auxílio do *software* Ftool, que se trata de um programa destinado ao estudo do comportamento estrutural de pórticos planos.

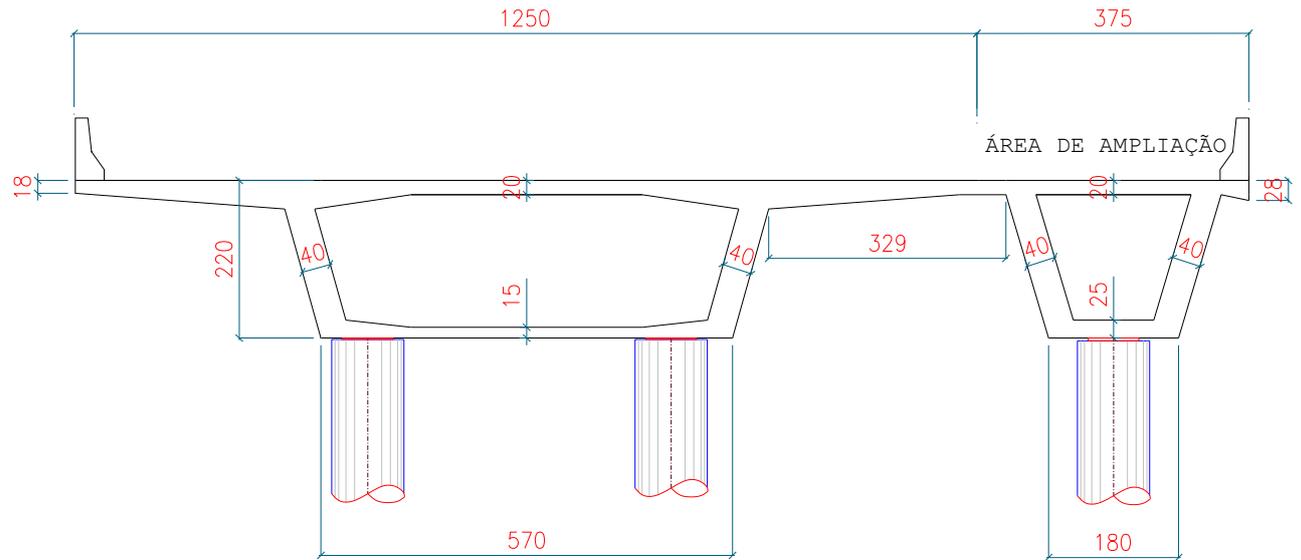
Os dados obtidos das análises com métodos e teorias clássicos e dos modelos estruturais discretizados com uso do SAP 2000, são comparados para, então, validação dos métodos estudados quando da análise de critérios como o tempo de desenvolvimento e de processamento e a qualidade dos resultados obtidos.

### 3.2 SEÇÃO DE ESTUDO

O presente trabalho trata de pontes e viadutos em seção celular sujeitos à ampliação com uso de uma seção transversal de dimensões diferentes das originais e assimétrica, visto o alargamento apenas para um lado da rodovia.

Tal situação caracteriza uma distribuição transversal diferenciada, que exige estudos específicos para determinação dos coeficientes de distribuição, que podem variar de acordo com as dimensões da seção transversal existente e de ampliação e, ainda, de acordo com as propriedades dos materiais utilizados nas diferentes etapas de execução.

É estudada uma seção padrão observada em diversas obras, dentre pontes e viadutos, na cidade de Curitiba, estado do Paraná, Brasil, cuja seção transversal pode ser observada na Figura 25.



**Figura 25: Viaduto em seção transversal celular com ampliação para apenas um lado.**

**Fonte: Autoria própria.**

Trata-se de uma obra existente em seção caixão com largura transversal de 12,50 metros sujeita a uma ampliação com uma seção caixão de 3,75 metros de largura, totalizando em uma nova seção transversal de 16,75 metros de largura.

### 3.3 MODELO 'A'

Com uso do *software* SAP 2000 versão 16.0.0 Ultimate foi desenvolvido o Modelo 'A', que se trata de um modelo tridimensional discretizado com elementos de barras.

Inicialmente foram determinadas as propriedades do material utilizado e as seções das barras que compõem o elemento.

Na Figura 26 são apresentadas as propriedades do material utilizado, que se trata do concreto com resistência característica de 18 MPa, referente à resistência do concreto da obra existente.

**Figura 26: Propriedades do material utilizado.**

**Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.**

Em virtude da variação das espessuras das lajes, foram definidas propriedades de elementos de diferentes espessuras, todos com comprimento de 50cm, visto que o modelo foi discretizado em uma malha 50x50cm.

A escolha por uma malha de 50x50cm foi definida a partir de uma análise inicial com uma malha de 100x100cm. Foram verificados os resultados de um modelo com malha de 25x25cm, com os quais foi possível verificar que a malha de 50x50cm se apresentou satisfatória com relação aos resultados esperados.

Na figura que segue pode ser observada uma seção transversal do modelo, dadas as variações da espessura da laje, assim como citado anteriormente.

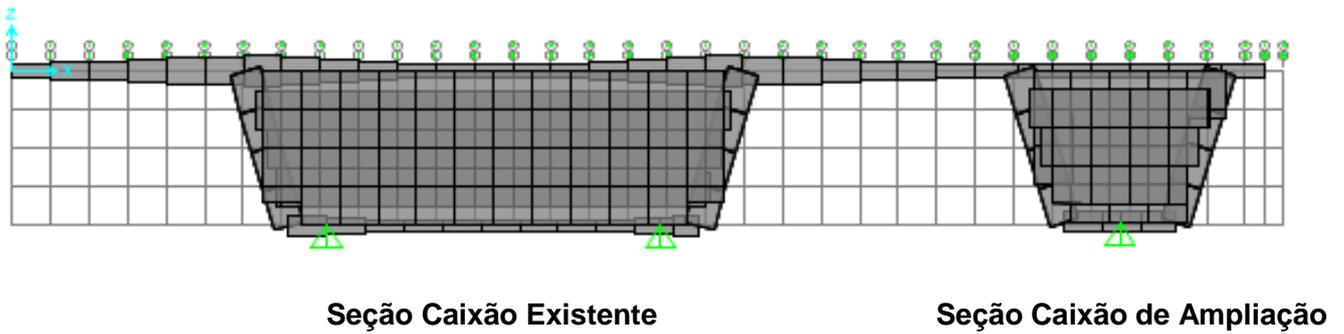


Figura 27: Seção transversal da obra no apoio.

Fonte: Autoria própria, com uso do *software* SAP2000.

As barras que representam as vigas principais da seção caixaão tiveram seus eixos locais ajustados para a inclinação das vigas, como apresentado na Figura 28.

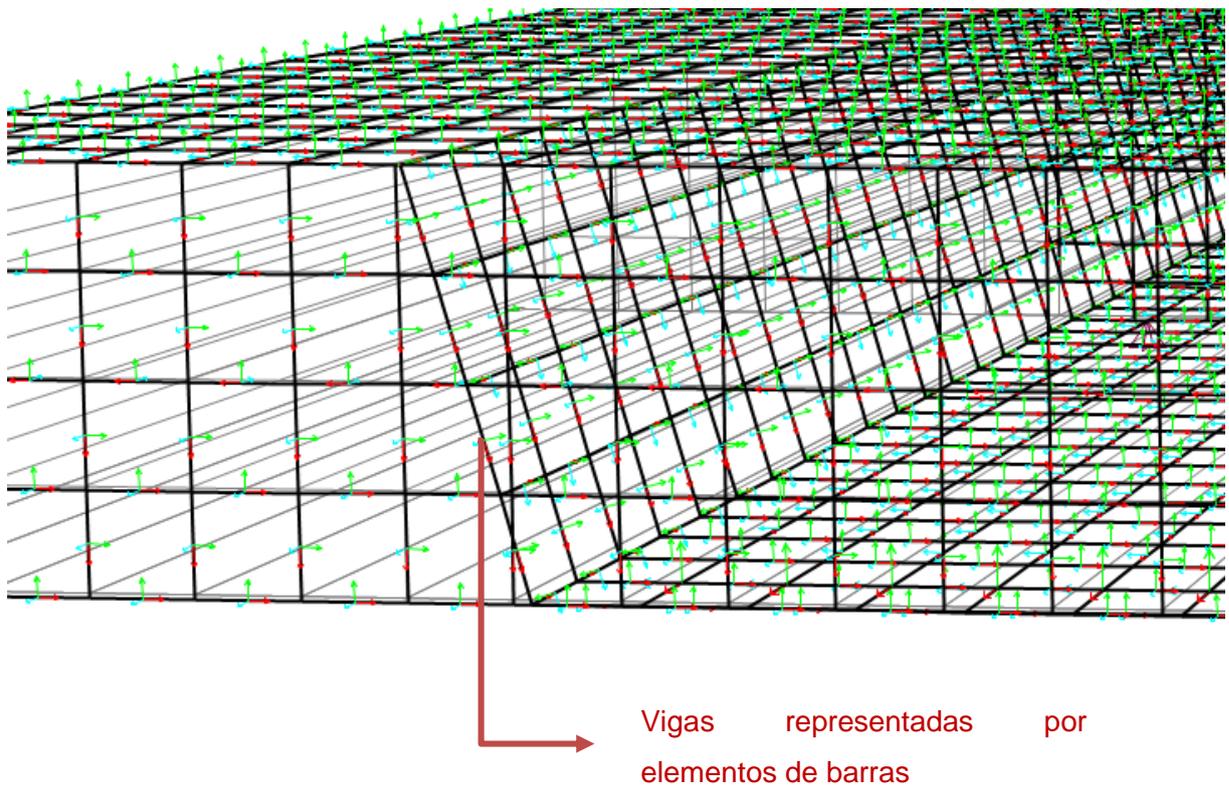
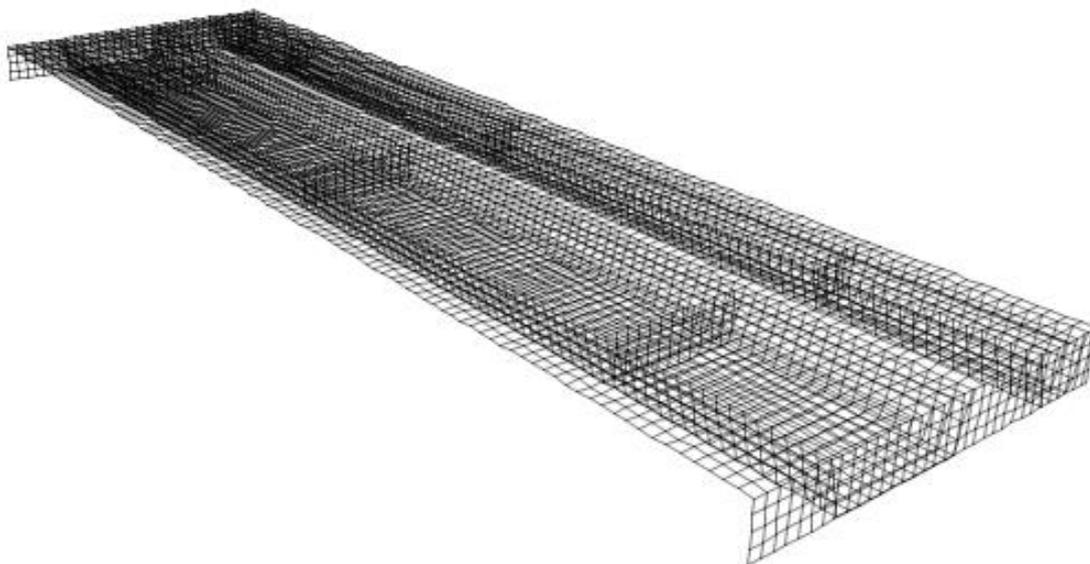


Figura 28: Eixos locais dos elementos de barras.

Fonte: Autoria própria, com uso do *software* SAP2000.

Na Figura 29, abaixo, é apresentada a modelagem da estrutura.



**Figura 29: Modelo estrutural 3D com elementos de barras.**

**Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.**

Para obtenção dos coeficientes de distribuição transversal dos momentos fletores, foram considerados casos de carregamentos de 1kN/m, distribuídos longitudinalmente, em diversas posições da obra em estudo, os quais são listados abaixo e apresentados na Figura 30.

UNIT\_BAL\_E: Carga distribuída linear unitária sobre a extremidade (balanço) do caixão existente.

UNIT\_V1E: Carga distribuída linear unitária sobre a V1 da seção caixão existente.

UNIT\_MVE: Carga distribuída linear unitária no meio da seção caixão existente.

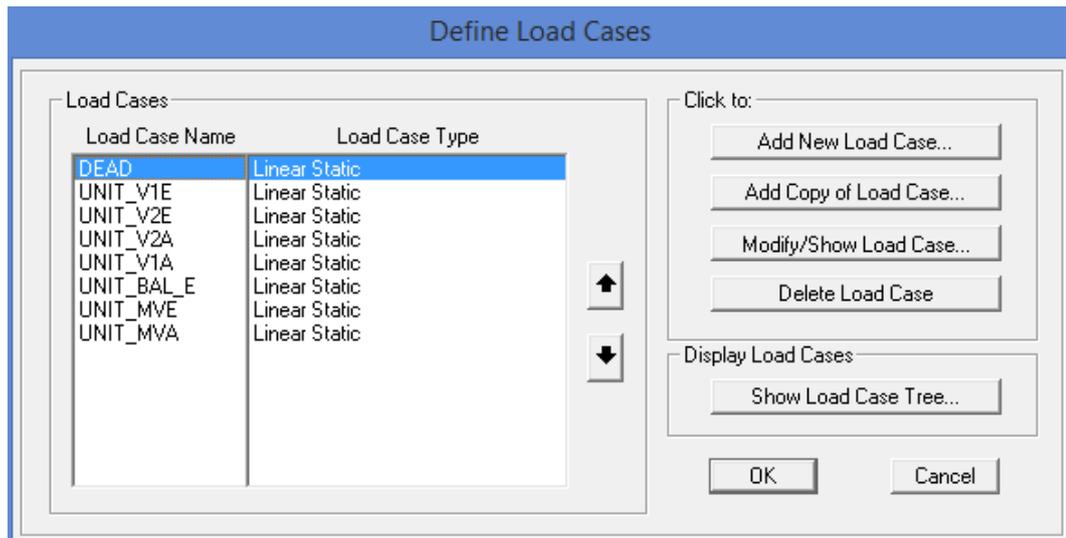
UNIT\_V2E: Carga distribuída linear unitária sobre a V2 da seção caixão existente.

UNIT\_V1A: Carga distribuída linear unitária sobre a V1 da seção caixão de ampliação.

UNIT\_MVA: Carga distribuída linear unitária no meio da seção caixão de ampliação.

UNIT\_V2A: Carga distribuída linear unitária sobre a V2 da seção caixão de ampliação.

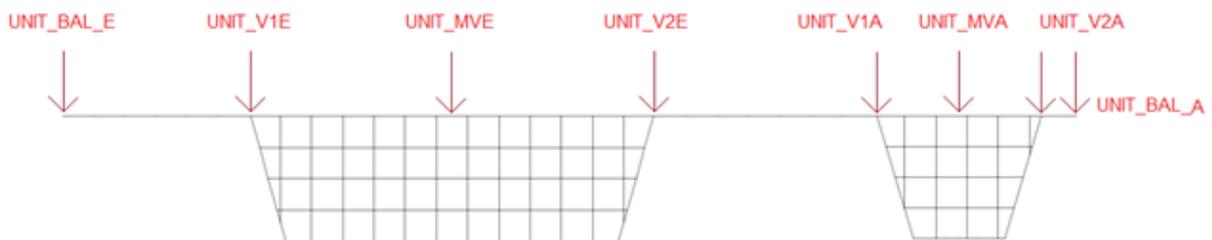
UNIT\_BAL\_A: Carga distribuída linear unitária sobre a extremidade (balanço) do caixão de ampliação.



**Figura 30: Casos de carregamentos.**

Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.

As indicações da posição dos carregamentos podem ser observadas na ilustração apresentada na Figura 31.



**Figura 31: Posição dos casos de carregamentos.**

Fonte: Autoria própria.

Para obtenção dos esforços solicitantes de momento fletor em cada uma das vigas seção caixão, empregou-se a ferramenta *Section Cut*. Tal ferramenta permite a determinação dos esforços solicitantes em uma determinada seção do modelo de estudo.

Portanto, com o uso das *section cuts* foi possível determinar os momentos fletores solicitantes nas vigas de seção caixão existente e na viga seção caixão de ampliação em diversas posições de interesse.

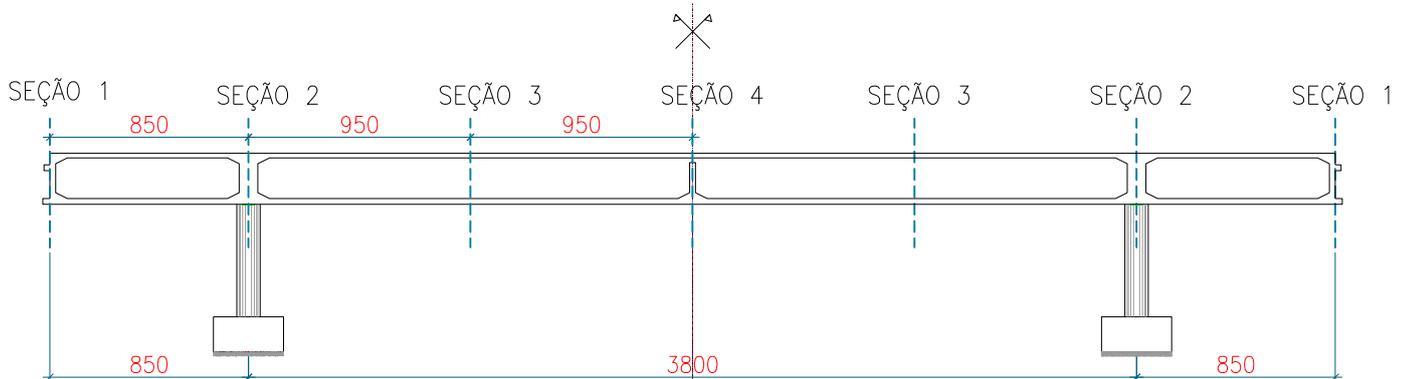
São as posições citadas:

Seção 1 (S1): seção localizada na extremidade da obra ( $y = 0$ ).

Seção 2 (S2): seção localizada no apoio da obra ( $y = 8,50$  metros).

Seção 3 (S3): seção localizada em  $\frac{1}{4}$  do vão livre da obra ( $y = 18,00$  metros).

Seção 4 (S4): seção localizada no meio do vão livre da obra ( $y = 26,50$  metros).



**Figura 32: Posição das seções de interesse.**

Fonte: Autoria própria.

As definições das *section cuts* criadas são apresentadas nas figuras 33 a 40, a seguir. Nas mesmas são indicadas as coordenadas e os eixos das seções definidas, para cada uma das vigas que compõem a obra, viga existente e viga de ampliação.

Section Cut Data

Edit

**Section Cut Name** SCAmpliacaoS1

Coordinate System GLOBAL Units KN, m, C

Section Cut Defined By  
 Group  
 Quadrilateral Cutting Planes

Section Cut Group  
 Group ALL

Section Cut Result Type  
 Analysis (F1, F2, F3, M1, M2, M3)  
 Design (P, V2, V3, T, M2, M3)

Results Reported at this Location  
 Default  
 User Defined  
 X Coordinate  
 Y Coordinate  
 Z Coordinate

Section Cut Local Axes Orientation - Analysis  
 Rotation about Z 270,  
 Rotation about Y\* 0,  
 Rotation about X\*\* 0,  
 Advanced Axes Advanced

Results Reported Are On This Side of Elements  
 Positive 3 Axis Side of Quadrilateral  
 Negative 3 Axis Side of Quadrilateral

Quadrilateral Cutting Planes  
 Number of Quadrilaterals 1  
 Currently Displayed Quadrilateral: 1

Point	X	Y	Z
1	12,5	0,	1,
2	18,	0,	1,
3	18,	0,	-3,
4	12,5	0,	-3,

Check For Legal Quadrilateral

Section cut results are reported for all elements that are fully cut by quadrilaterals and have their associated objects included in the section cut group.

OK  
Cancel

**Figura 33: Section cut da viga caixão de ampliação na posição S1.**

Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.

**Section Cut Data**

Edit

<b>Section Cut Name</b>	SCAmpliacaoS2	<b>Coordinate System</b>	GLOBAL	<b>Units</b>	KN, m, C																				
Section Cut Defined By		Results Reported Are On This Side of Elements																							
<input type="radio"/> Group <input checked="" type="radio"/> Quadrilateral Cutting Planes		<input type="radio"/> Positive 3 Axis Side of Quadrilateral <input checked="" type="radio"/> Negative 3 Axis Side of Quadrilateral																							
Section Cut Group		Quadrilateral Cutting Planes																							
Group: ALL		Number of Quadrilaterals: 1																							
Section Cut Result Type		Currently Displayed Quadrilateral: 1																							
<input checked="" type="radio"/> Analysis (F1, F2, F3, M1, M2, M3) <input type="radio"/> Design (P, V2, V3, T, M2, M3)		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Point</th> <th>X</th> <th>Y</th> <th>Z</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>12,5</td> <td>8,5</td> <td>1,</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>18,</td> <td>8,5</td> <td>1,</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>18,</td> <td>8,5</td> <td>-3,</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>12,5</td> <td>8,5</td> <td>-3,</td> </tr> </tbody> </table>				Point	X	Y	Z	1	12,5	8,5	1,	2	18,	8,5	1,	3	18,	8,5	-3,	4	12,5	8,5	-3,
Point	X	Y	Z																						
1	12,5	8,5	1,																						
2	18,	8,5	1,																						
3	18,	8,5	-3,																						
4	12,5	8,5	-3,																						
Results Reported at this Location		Check For Legal Quadrilateral																							
<input checked="" type="radio"/> Default <input type="radio"/> User Defined		Section cut results are reported for all elements that are fully cut by quadrilaterals and have their associated objects included in the section cut group.																							
X Coordinate: <input type="text"/> Y Coordinate: <input type="text"/> Z Coordinate: <input type="text"/>		<input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="Cancel"/>																							
Section Cut Local Axes Orientation - Analysis																									
Rotation about Z: 270																									
Rotation about Y: 0,																									
Rotation about X: 0,																									
<input type="checkbox"/> Advanced Axes <input type="button" value="Advanced"/>																									

**Figura 34: Section cut da viga caixão de ampliação na posição S2.**

Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.

**Section Cut Data**

Edit

<b>Section Cut Name</b>	SCAmpliacaoS3	<b>Coordinate System</b>	GLOBAL	<b>Units</b>	KN, m, C																				
Section Cut Defined By		Results Reported Are On This Side of Elements																							
<input type="radio"/> Group <input checked="" type="radio"/> Quadrilateral Cutting Planes		<input type="radio"/> Positive 3 Axis Side of Quadrilateral <input checked="" type="radio"/> Negative 3 Axis Side of Quadrilateral																							
Section Cut Group		Quadrilateral Cutting Planes																							
Group: ALL		Number of Quadrilaterals: 1																							
Section Cut Result Type		Currently Displayed Quadrilateral: 1																							
<input checked="" type="radio"/> Analysis (F1, F2, F3, M1, M2, M3) <input type="radio"/> Design (P, V2, V3, T, M2, M3)		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Point</th> <th>X</th> <th>Y</th> <th>Z</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>12,5</td> <td>18,</td> <td>1,</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>18,</td> <td>18,</td> <td>1,</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>18,</td> <td>18,</td> <td>-3,</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>12,5</td> <td>18,</td> <td>-3,</td> </tr> </tbody> </table>				Point	X	Y	Z	1	12,5	18,	1,	2	18,	18,	1,	3	18,	18,	-3,	4	12,5	18,	-3,
Point	X	Y	Z																						
1	12,5	18,	1,																						
2	18,	18,	1,																						
3	18,	18,	-3,																						
4	12,5	18,	-3,																						
Results Reported at this Location		Check For Legal Quadrilateral																							
<input checked="" type="radio"/> Default <input type="radio"/> User Defined		Section cut results are reported for all elements that are fully cut by quadrilaterals and have their associated objects included in the section cut group.																							
X Coordinate: <input type="text"/> Y Coordinate: <input type="text"/> Z Coordinate: <input type="text"/>		<input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="Cancel"/>																							
Section Cut Local Axes Orientation - Analysis																									
Rotation about Z: 270,																									
Rotation about Y: 0,																									
Rotation about X: 0,																									
<input type="checkbox"/> Advanced Axes <input type="button" value="Advanced"/>																									

**Figura 35: Section cut da viga caixão de ampliação na posição S3.**

Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.

**Section Cut Data**

Edit

**Section Cut Name** SCAmpliaoS4

Coordinate System: GLOBAL Units: KN, m, C

Section Cut Defined By:  Group  Quadrilateral Cutting Planes

Results Reported Are On This Side of Elements:  Positive 3 Axis Side of Quadrilateral  Negative 3 Axis Side of Quadrilateral

Section Cut Group: Group: ALL

Section Cut Result Type:  Analysis (F1, F2, F3, M1, M2, M3)  Design (P, V2, V3, T, M2, M3)

Quadrilateral Cutting Planes: Number of Quadrilaterals: 1

Results Reported at this Location:  Default  User Defined

Currently Displayed Quadrilateral: 1

Point	X	Y	Z
1	12,5	27,5	1,
2	18,	27,5	1,
3	18,	27,5	-3,
4	12,5	27,5	-3,

Check For Legal Quadrilateral

Section cut results are reported for all elements that are fully cut by quadrilaterals and have their associated objects included in the section cut group.

Section Cut Local Axes Orientation - Analysis: Rotation about Z: 270, Rotation about Y: 0, Rotation about X: 0

Advanced Axes Advanced

OK Cancel

**Figura 36: Section cut da viga caixão de ampliação na posição S4.**

Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.

**Section Cut Data**

Edit

**Section Cut Name** SCExistenteS1

Coordinate System: GLOBAL Units: KN, m, C

Section Cut Defined By:  Group  Quadrilateral Cutting Planes

Results Reported Are On This Side of Elements:  Positive 3 Axis Side of Quadrilateral  Negative 3 Axis Side of Quadrilateral

Section Cut Group: Group: ALL

Section Cut Result Type:  Analysis (F1, F2, F3, M1, M2, M3)  Design (P, V2, V3, T, M2, M3)

Quadrilateral Cutting Planes: Number of Quadrilaterals: 1

Results Reported at this Location:  Default  User Defined

Currently Displayed Quadrilateral: 1

Point	X	Y	Z
1	-1,	0,	1,
2	12,5	0,	1,
3	12,5	0,	-3,
4	-1,	0,	-3,

Check For Legal Quadrilateral

Section cut results are reported for all elements that are fully cut by quadrilaterals and have their associated objects included in the section cut group.

Section Cut Local Axes Orientation - Analysis: Rotation about Z: 270, Rotation about Y: 0, Rotation about X: 0

Advanced Axes Advanced

OK Cancel

**Figura 37: Section cut da viga caixão existente na posição S1.**

Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.

**Section Cut Data**

Edit

<b>Section Cut Name</b>	SCExistenteS2	<b>Coordinate System</b>	GLOBAL	<b>Units</b>	KN, m, C																				
<b>Section Cut Defined By</b> <input type="radio"/> Group <input checked="" type="radio"/> Quadrilateral Cutting Planes		<b>Results Reported Are On This Side of Elements</b> <input type="radio"/> Positive 3 Axis Side of Quadrilateral <input checked="" type="radio"/> Negative 3 Axis Side of Quadrilateral																							
<b>Section Cut Group</b> Group: ALL		<b>Quadrilateral Cutting Planes</b> Number of Quadrilaterals: 1 Currently Displayed Quadrilateral: 1																							
<b>Section Cut Result Type</b> <input checked="" type="radio"/> Analysis (F1, F2, F3, M1, M2, M3) <input type="radio"/> Design (P, V2, V3, T, M2, M3)		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Point</th> <th>X</th> <th>Y</th> <th>Z</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>-1,</td> <td>8,5</td> <td>1,</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>12,5</td> <td>8,5</td> <td>1,</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>12,5</td> <td>8,5</td> <td>-3,</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>-1,</td> <td>8,5</td> <td>-3,</td> </tr> </tbody> </table>				Point	X	Y	Z	1	-1,	8,5	1,	2	12,5	8,5	1,	3	12,5	8,5	-3,	4	-1,	8,5	-3,
Point	X	Y	Z																						
1	-1,	8,5	1,																						
2	12,5	8,5	1,																						
3	12,5	8,5	-3,																						
4	-1,	8,5	-3,																						
<b>Results Reported at this Location</b> <input checked="" type="radio"/> Default <input type="radio"/> User Defined X Coordinate: <input type="text"/> Y Coordinate: <input type="text"/> Z Coordinate: <input type="text"/>		<input type="button" value="Check For Legal Quadrilateral"/>																							
<b>Section Cut Local Axes Orientation - Analysis</b> Rotation about Z: 270, Rotation about Y: 0, Rotation about X: 0, <input type="checkbox"/> Advanced Axes		<input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="Cancel"/>																							

Section cut results are reported for all elements that are fully cut by quadrilaterals and have their associated objects included in the section cut group.

**Figura 38: Section cut da viga caixão existente na posição S2.**

Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.

**Section Cut Data**

Edit

<b>Section Cut Name</b>	SCExistenteS3	<b>Coordinate System</b>	GLOBAL	<b>Units</b>	KN, m, C																				
<b>Section Cut Defined By</b> <input type="radio"/> Group <input checked="" type="radio"/> Quadrilateral Cutting Planes		<b>Results Reported Are On This Side of Elements</b> <input type="radio"/> Positive 3 Axis Side of Quadrilateral <input checked="" type="radio"/> Negative 3 Axis Side of Quadrilateral																							
<b>Section Cut Group</b> Group: ALL		<b>Quadrilateral Cutting Planes</b> Number of Quadrilaterals: 1 Currently Displayed Quadrilateral: 1																							
<b>Section Cut Result Type</b> <input checked="" type="radio"/> Analysis (F1, F2, F3, M1, M2, M3) <input type="radio"/> Design (P, V2, V3, T, M2, M3)		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Point</th> <th>X</th> <th>Y</th> <th>Z</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>-1,</td> <td>18,</td> <td>1,</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>12,5</td> <td>18,</td> <td>1,</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>12,5</td> <td>18,</td> <td>-3,</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>-1,</td> <td>18,</td> <td>-3,</td> </tr> </tbody> </table>				Point	X	Y	Z	1	-1,	18,	1,	2	12,5	18,	1,	3	12,5	18,	-3,	4	-1,	18,	-3,
Point	X	Y	Z																						
1	-1,	18,	1,																						
2	12,5	18,	1,																						
3	12,5	18,	-3,																						
4	-1,	18,	-3,																						
<b>Results Reported at this Location</b> <input checked="" type="radio"/> Default <input type="radio"/> User Defined X Coordinate: <input type="text"/> Y Coordinate: <input type="text"/> Z Coordinate: <input type="text"/>		<input type="button" value="Check For Legal Quadrilateral"/>																							
<b>Section Cut Local Axes Orientation - Analysis</b> Rotation about Z: 270, Rotation about Y: 0, Rotation about X: 0, <input type="checkbox"/> Advanced Axes		<input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="Cancel"/>																							

Section cut results are reported for all elements that are fully cut by quadrilaterals and have their associated objects included in the section cut group.

**Figura 39: Section cut da viga caixão existente na posição S3.**

Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.

Section Cut Data

Edit

**Section Cut Name** SCEistenteS4

Coordinate System: GLOBAL Units: KN, m, C

Section Cut Defined By:  
 Group  
 Quadrilateral Cutting Planes

Results Reported Are On This Side of Elements:  
 Positive 3 Axis Side of Quadrilateral  
 Negative 3 Axis Side of Quadrilateral

Section Cut Group:  
 Group: ALL

Section Cut Result Type:  
 Analysis (F1, F2, F3, M1, M2, M3)  
 Design (P, V2, V3, T, M2, M3)

Quadrilateral Cutting Planes:  
 Number of Quadrilaterals: 1  
 Currently Displayed Quadrilateral: 1

Point	X	Y	Z
1	-1,	27,5	1,
2	12,5	27,5	1,
3	12,5	27,5	-3,
4	-1,	27,5	-3,

Check For Legal Quadrilateral

Section cut results are reported for all elements that are fully cut by quadrilaterals and have their associated objects included in the section cut group.

Results Reported at this Location:  
 Default  
 User Defined  
 X Coordinate:   
 Y Coordinate:   
 Z Coordinate:

Section Cut Local Axes Orientation - Analysis:  
 Rotation about Z: 270,  
 Rotation about Y: 0,  
 Rotation about X: 0,  
 Advanced Axes

**Figura 40: Section cut da viga caixão existente na posição S4.**

**Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.**

Dadas as *section cuts* apresentadas, foram determinados os valores dos esforços solicitantes máximos para cada uma das seções de estudo, com base nos carregamento previamente determinados e indicados na Figura 30. Os valores desses esforços solicitantes são apresentados na Tabela 3.

Os valores indicados como F1, F2 e F3 correspondem aos esforços normais e cortantes nas direções locais 1, 2 e 3 e M1, M2 e M3 correspondem aos momentos fletores e torçores em torno das direções locais 1, 2 e 3, respectivamente.

Dados os eixos adotados no modelo de análise, as direções locais 1, 2 e 3, acima citadas, equivalem às direções globais X, Y e Z. Sendo assim, os valores de interesse para o estudo das distribuições transversais são aqueles referentes ao momento fletor indicado como M2.

Tais resultados foram obtidos considerando, para toda a seção transversal da ponte, um módulo de elasticidade igual ao correspondente à seção existente do viaduto ( $f_{ck} = 18 \text{ MPa}$ ).

Tabela 3: Esforços solicitantes nas seções de estudo.

(continua)

Section Cut Forces - Analysis								
SectionCut	OutputCase	CaseType	F1 (kN)	F2 (kN)	F3 (kN)	M1 (kNm)	M2 (kNm)	M3 (kNm)
SCAmpliacaoS1	UNIT_V1E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS1	UNIT_V2E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS1	UNIT_V2A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS1	UNIT_V1A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS1	UNIT_BAL_E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS1	UNIT_BAL_A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS1	UNIT_MVE	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS1	UNIT_MVA	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS2	UNIT_V1E	LinStatic	-1,955	1,052	1,987	3,7046	11,1268	-2,2904
SCAmpliacaoS2	UNIT_V2E	LinStatic	1,412	-3,305	-1,519	-0,3051	-8,6044	7,8306
SCAmpliacaoS2	UNIT_V2A	LinStatic	0,58	8,418	-10,708	-4,1918	-48,8714	-21,9531
SCAmpliacaoS2	UNIT_V1A	LinStatic	1,48	-3,559	-7,737	-4,7158	-30,2621	4,414
SCAmpliacaoS2	UNIT_BAL_E	LinStatic	-3,652	3,253	3,856	5,5721	21,4747	-7,4526
SCAmpliacaoS2	UNIT_BAL_A	LinStatic	0,43	11,063	-11,331	-4,1155	-52,7798	-27,8958
SCAmpliacaoS2	UNIT_MVE	LinStatic	-0,172	-0,993	0,509	1,8602	2,1714	2,7802
SCAmpliacaoS2	UNIT_MVA	LinStatic	1,024	2,293	-9,272	-4,5283	-39,6382	-8,4962
SCAmpliacaoS3	UNIT_V1E	LinStatic	1,333	-0,891	0,398	1,7932	17,719	0,1994
SCAmpliacaoS3	UNIT_V2E	LinStatic	-2,58	0,981	2,955	7,382	26,4726	-1,9839
SCAmpliacaoS3	UNIT_V2A	LinStatic	-5,172	0,104	7,839	-20,7833	45,3736	8,705
SCAmpliacaoS3	UNIT_V1A	LinStatic	-5,516	1,421	5,861	2,5822	39,8278	0,7721
SCAmpliacaoS3	UNIT_BAL_E	LinStatic	3,278	-1,804	-0,929	-1,0868	14,9656	1,7653
SCAmpliacaoS3	UNIT_BAL_A	LinStatic	-5,12	-0,174	8,261	-25,7939	46,5494	10,5434
SCAmpliacaoS3	UNIT_MVE	LinStatic	-0,524	0,042	1,599	4,5974	21,1092	-0,9432
SCAmpliacaoS3	UNIT_MVA	LinStatic	-5,37	0,777	6,856	-8,9447	42,7299	4,6818
SCAmpliacaoS4	UNIT_V1E	LinStatic	4,11	-0,119	0,008576	-0,4053	22,361	0,5621
SCAmpliacaoS4	UNIT_V2E	LinStatic	-4,21	0,081	0,032	1,9003	41,0595	-4,7039
SCAmpliacaoS4	UNIT_V2A	LinStatic	-9,94	-0,071	0,534	-4,7378	79,4498	16,7907
SCAmpliacaoS4	UNIT_V1A	LinStatic	-9,83	0,214	0,382	2,4539	64,0386	1,5461
SCAmpliacaoS4	UNIT_BAL_E	LinStatic	7,345	-0,135	-0,026	-1,6639	13,6404	2,5817
SCAmpliacaoS4	UNIT_BAL_A	LinStatic	-9,907	-0,088	0,567	-6,3157	82,795	19,7141
SCAmpliacaoS4	UNIT_MVE	LinStatic	0,21	-0,045	0,028	0,6828	31,1582	-2,3784
SCAmpliacaoS4	UNIT_MVA	LinStatic	-9,951	0,062	0,453	-1,0758	71,7879	9,1842
SCExistenteS1	UNIT_V1E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_V2E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_V2A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_V1A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_BAL_E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_BAL_A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_MVE	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_MVA	LinStatic	0	0	0	0	0	0

Fonte: Autoria própria.

Tabela 3: Esforços solicitantes nas seções de estudo.

(conclusão)

Section Cut Forces - Analysis								
SectionCut	OutputCase	CaseType	F1 (kN)	F2 (kN)	F3 (kN)	M1 (kNm)	M2 (kNm)	M3 (kNm)
SCExistenteS2	UNIT_V1E	LinStatic	2,384	-1,043	-9,977	-13,7274	-42,9386	20,7588
SCExistenteS2	UNIT_V2E	LinStatic	-2,057	3,238	-6,489	13,958	-23,7689	-23,276
SCExistenteS2	UNIT_V2A	LinStatic	-1,308	-8,155	2,681	-7,4685	16,4014	12,7749
SCExistenteS2	UNIT_V1A	LinStatic	-2,783	3,573	-0,282	-3,1454	-2,5629	-24,4947
SCExistenteS2	UNIT_BAL_E	LinStatic	4,605	-3,213	-11,837	-24,8864	-53,0164	42,9056
SCExistenteS2	UNIT_BAL_A	LinStatic	-1,064	-10,776	3,3	-8,2074	20,3683	20,5219
SCExistenteS2	UNIT_MVE	LinStatic	0,109	0,954	-8,508	2,1751	-34,2264	-1,7955
SCExistenteS2	UNIT_MVA	LinStatic	-2,043	-2,147	1,254	-5,6694	6,9879	-6,1059
SCExistenteS3	UNIT_V1E	LinStatic	-0,385	0,67	9,597	34,1078	77,3485	-5,1165
SCExistenteS3	UNIT_V2E	LinStatic	3,951	-0,877	7,065	-14,9887	68,6294	31,4043
SCExistenteS3	UNIT_V2A	LinStatic	6,708	0,469	2,158	-12,0458	49,88	42,8095
SCExistenteS3	UNIT_V1A	LinStatic	7,225	-1,004	4,172	-23,3864	55,4742	54,5627
SCExistenteS3	UNIT_BAL_E	LinStatic	-2,454	1,419	10,912	56,5125	80,1039	-23,2136
SCExistenteS3	UNIT_BAL_A	LinStatic	6,622	0,78	1,728	-9,64	48,6948	40,3489
SCExistenteS3	UNIT_MVE	LinStatic	1,647	-0,111	8,407	8,9326	73,9478	12,158
SCExistenteS3	UNIT_MVA	LinStatic	7	-0,28	3,159	-17,806	52,5522	48,9984
SCExistenteS4	UNIT_V1E	LinStatic	-2,736	0,101	0,49	2,1283	123,0246	-25,2148
SCExistenteS4	UNIT_V2E	LinStatic	6,299	-0,08	0,472	-2,4542	104,3441	51,742
SCExistenteS4	UNIT_V2A	LinStatic	12,378	0,12	-0,044	2,7776	66,0065	78,7463
SCExistenteS4	UNIT_V1A	LinStatic	12,351	-0,209	0,128	-2,4815	81,4461	93,6028
SCExistenteS4	UNIT_BAL_E	LinStatic	-6,37	0,12	0,522	4,4022	131,6317	-55,8636
SCExistenteS4	UNIT_BAL_A	LinStatic	12,299	0,125	-0,083	3,9656	62,6396	75,2666
SCExistenteS4	UNIT_MVE	LinStatic	1,533	0,032	0,472	-0,0319	114,2535	11,5432
SCExistenteS4	UNIT_MVA	LinStatic	12,442	-0,026	0,052	0,0175	73,6879	86,7652

Fonte: Autoria própria.

Para determinação dos coeficientes de distribuição transversal, foram considerados os valores dos momentos fletores M2 na seção 4, que caracteriza o meio do vão da obra. Nesta seção, o momento fletor pode ser determinado simplificadaamente com a expressão de momento fletor para uma viga biapoiada com balanços, dada por:

$$M = \frac{q \ell_{vão}^2}{8} - \frac{q \ell_{balanço}^2}{2} \quad (33)$$

Sendo:

q = carga distribuída atuante;

 $\ell_{vão}$  = comprimento do vão;

$\ell_{\text{balanço}}$  = comprimento do balanço;

M = momento fletor solicitante.

O valor obtido com tal expressão contribui para a verificação dos valores obtidos no modelo de estudo.

$$M = \frac{q\ell_{\text{vão}}^2}{8} - \frac{q\ell_{\text{balanço}}^2}{2} = \frac{1 \times 38^2}{8} - \frac{1 \times 8,5^2}{2} = 144,38 \text{ kNm}$$

Os momentos fletores solicitantes na Seção 4, que caracteriza o meio do vão da obra estudada, são apresentados em resumo na Tabela 4.

**Tabela 4: Momentos fletores solicitantes e coeficientes de distribuição transversal na Seção 4 de estudo (meio do vão).**

Caso de Carregamento	Viga	Momento Fletor (kNm)	ΣMomentos (kNm)	Coeficiente de distribuição transversal (%)
UNIT_BAL_E	Caixão Existente	131,63	145,27	90,6%
	Caixão de Ampliação	13,64		9,4%
UNIT_V1E	Caixão Existente	123,02	145,39	84,6%
	Caixão de Ampliação	22,36		15,4%
UNIT_MVE	<b>Caixão Existente</b>	<b>114,25</b>	<b>145,41</b>	<b>78,6%</b>
	<b>Caixão de Ampliação</b>	<b>31,16</b>		<b>21,4%</b>
UNIT_V2E	Caixão Existente	104,34	145,40	71,8%
	Caixão de Ampliação	41,06		28,2%
UNIT_V1A	Caixão Existente	81,45	145,48	56,0%
	Caixão de Ampliação	64,04		44,0%
UNIT_MVA	<b>Caixão Existente</b>	<b>73,69</b>	<b>145,48</b>	<b>50,7%</b>
	<b>Caixão de Ampliação</b>	<b>71,79</b>		<b>49,3%</b>
UNIT_V2A	Caixão Existente	66,01	145,46	45,4%
	Caixão de Ampliação	79,45		54,6%
UNIT_BAL_A	Caixão Existente	62,64	145,43	43,1%
	Caixão de Ampliação	82,80		57,0%

Fonte: Autoria própria.

Os valores obtidos se apresentam satisfatórios visto a pequena variação entre os momentos fletores obtidos (média de 145,40 kNm) com relação ao momento fletor

calculado conforme a expressão (33), no valor de 144,38 kNm. A variação de 0,70% pode ser justificada pelas dimensões dos elementos quando do lançamento no *software*, que está sujeito a pequenos desvios.

### 3.3.1 Efeitos das propriedades dos diferentes materiais envolvidos

O fato de estarem sendo ligadas duas estruturas executadas com diferentes materiais leva à necessidade de realizar uma análise com o intuito de verificar a influência desse fator nos resultados dos coeficientes de distribuição transversal.

Tal avaliação permite verificar se tais interferências são relevantes quando do estudo de obras de ampliação ou, ainda, se podem ser simplificadas à fim de se otimizar o processo.

A diferença do concreto utilizado é avaliada com base no módulo de elasticidade secante que, segundo apresentado na NBR 6118/2014 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, deve ser utilizado nas análises elásticas de projeto, especialmente para determinação de esforços solicitantes.

A formulação para determinação do valor do módulo de elasticidade secante foi apresentada no capítulo 2.5. Na tabela que segue são apresentados os resultados dos módulos de elasticidade para a seção caixa existente, executada com concreto de resistência característica à compressão igual a 18 MPa, e para a seção caixa de ampliação, executada com concreto de resistência característica à compressão igual a 35 MPa.

**Tabela 5: Propriedades dos materiais da obra de estudo.**

Propriedade	Seção Caixa Existente	Seção Caixa da Ampliação
Resistência à compressão ( $f_{ck}$ )	18 MPa	35 MPa
$a_i$	0,845	0,8875
Módulo de Elasticidade Inicial ( $E_{ci}$ )	23759 MPa	33130 MPa
<b>Módulo de Elasticidade Secante (<math>E_{cs}</math>)</b>	<b>20076 MPa</b>	<b>29403 MPa</b>

Fonte: Autoria própria.

Portanto, para a seção caixão referente à obra existente foram adotadas as propriedades apresentadas na Figura 26, e para a seção caixão, referente à ampliação, consideradas as propriedades apresentadas na Figura 41.

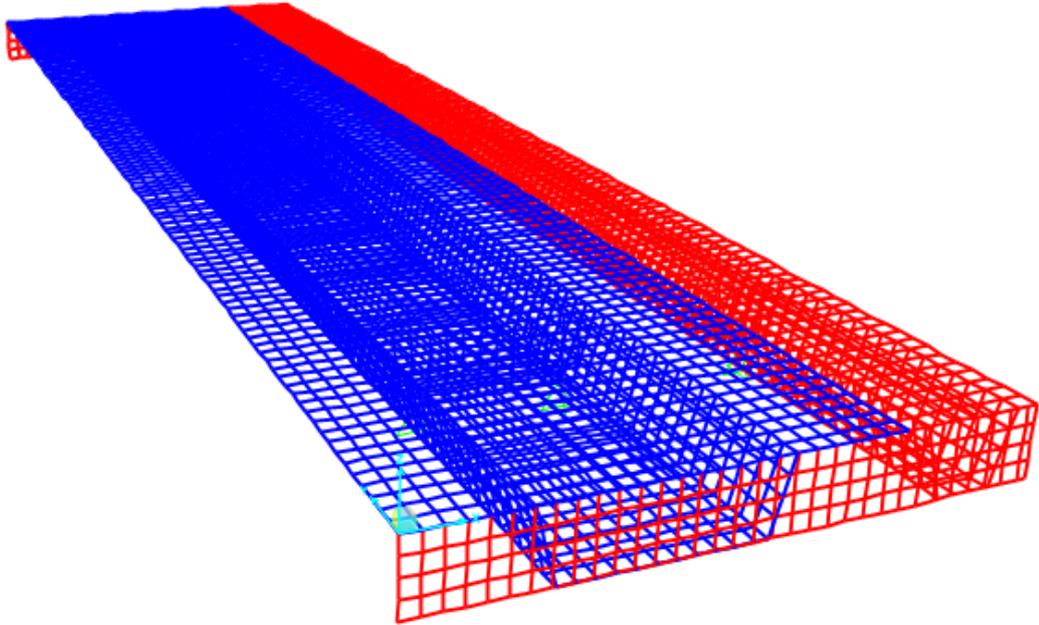
The image shows a 'Material Property Data' dialog box with the following fields and values:

- General Data:**
  - Material Name and Display Color: ConcreteC35
  - Material Type: Concrete
  - Material Notes: Modify/Show Notes...
- Weight and Mass:**
  - Weight per Unit Volume: 25
  - Mass per Unit Volume: 2,5493
- Units:** KN, m, C
- Isotropic Property Data:**
  - Modulus of Elasticity, E: 29403000
  - Poisson's Ratio, U: 0.2
  - Coefficient of Thermal Expansion, A: 9,900E-06
  - Shear Modulus, G: 12251250
- Other Properties for Concrete Materials:**
  - Specified Concrete Compressive Strength, f'c: 35000
  - Lightweight Concrete:
  - Shear Strength Reduction Factor: [Empty field]
- Switch To Advanced Property Display:**

**Figura 41: Propriedades do concreto da seção caixão de ampliação.**

**Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.**

O modelo estudado com elementos de barras foi ajustado com a definição das propriedades de cada uma das estruturas que compõem o viaduto em estudo. Na Figura 42, a seguir, pode ser observado o modelo estudado, onde as barras em azul representam os elementos em concreto de resistência 18 MPa e as barras em vermelho representam os elementos em concreto de resistência 35 MPa.



**Figura 42: Modelo discretizado com elementos de barras e com a consideração dos diferentes materiais utilizados.**

**Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.**

Na Tabela 6 são apresentados os valores dos esforços solicitantes na obra em função dos carregamentos unitários, descritos anteriormente, em cada uma das seções de interesse.

Em seguida são apresentados os valores dos coeficientes de distribuição transversal para a seção no meio do vão central (Seção 4) utilizada no presente trabalho como referência para análise das distribuições transversais.

**Tabela 6: Esforços solicitantes nas seções de estudo, dada a análise do Modelo 'A'.**

(continua)

<i>Section Cut Forces - Analysis</i>								
<i>SectionCut</i>	<i>OutputCase</i>	<i>CaseType</i>	<i>F1 (kN)</i>	<i>F2 (kN)</i>	<i>F3 (kN)</i>	<i>M1 (kNm)</i>	<i>M2 (kNm)</i>	<i>M3 (kNm)</i>
SCAmpliacaoS1	UNIT_V1E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS1	UNIT_V2E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS1	UNIT_V2A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS1	UNIT_V1A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS1	UNIT_BAL_E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS1	UNIT_BAL_A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS1	UNIT_MVE	LinStatic	0	0	0	0	0	0

**Fonte: Autoria própria.**

Tabela 6: Esforços solicitantes nas seções de estudo, dada a análise do Modelo 'A'.

(continua)

Section Cut Forces - Analysis								
SectionCut	OutputCase	CaseType	F1 (kN)	F2 (kN)	F3 (kN)	M1 (kNm)	M2 (kNm)	M3 (kNm)
SCAmpliaoS1	UNIT_MVA	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliaoS2	UNIT_V1E	LinStatic	-1,955	1,265	2,331	5,076	13,6751	-3,4183
SCAmpliaoS2	UNIT_V2E	LinStatic	1,283	-3,991	-1,466	0,3468	-8,5305	9,7353
SCAmpliaoS2	UNIT_V2A	LinStatic	0,623	7,907	-10,72	-4,8929	-48,9907	-20,8019
SCAmpliaoS2	UNIT_V1A	LinStatic	1,222	-4,12	-7,71	-4,4082	-30,5279	6,3005
SCAmpliaoS2	UNIT_BAL_E	LinStatic	-3,542	3,909	4,367	7,3033	25,4331	-10,2147
SCAmpliaoS2	UNIT_BAL_A	LinStatic	0,534	10,554	-11,355	-5,0303	-52,8873	-26,8696
SCAmpliaoS2	UNIT_MVE	LinStatic	-0,22	-1,217	0,712	2,8626	3,4558	3,213
SCAmpliaoS2	UNIT_MVA	LinStatic	0,914	1,781	-9,254	-4,7077	-39,8146	-7,0205
SCAmpliaoS3	UNIT_V1E	LinStatic	1,611	-1,086	0,574	2,346	22,3705	1,0377
SCAmpliaoS3	UNIT_V2E	LinStatic	-2,361	0,939	3,45	9,5715	32,6146	-1,6521
SCAmpliaoS3	UNIT_V2A	LinStatic	-4,8	-0,154	8,276	-20,398	51,9808	9,5987
SCAmpliaoS3	UNIT_V1A	LinStatic	-5,175	1,247	6,429	4,2256	47,1335	1,5546
SCAmpliaoS3	UNIT_BAL_E	LinStatic	3,59	-2,061	-0,912	-1,3663	19,201	3,1743
SCAmpliaoS3	UNIT_BAL_A	LinStatic	-4,74	-0,45	8,671	-25,6813	53,0123	11,4578
SCAmpliaoS3	UNIT_MVE	LinStatic	-0,279	-0,068	1,933	5,9562	26,3384	-0,4234
SCAmpliaoS3	UNIT_MVA	LinStatic	-5,008	0,558	7,358	-7,9514	49,6801	5,5359
SCAmpliaoS4	UNIT_V1E	LinStatic	4,639	-0,144	0,011	-0,5791	28,1974	2,2325
SCAmpliaoS4	UNIT_V2E	LinStatic	-3,714	0,095	0,055	2,4784	50,1578	-4,806
SCAmpliaoS4	UNIT_V2A	LinStatic	-8,917	-0,097	0,502	-4,9505	88,842	17,9262
SCAmpliaoS4	UNIT_V1A	LinStatic	-9,011	0,209	0,406	2,982	74,8781	2,3033
SCAmpliaoS4	UNIT_BAL_E	LinStatic	7,871	-0,157	-0,037	-2,2377	18,1101	4,7647
SCAmpliaoS4	UNIT_BAL_A	LinStatic	-8,845	-0,125	0,523	-6,6831	91,8762	20,9671
SCAmpliaoS4	UNIT_MVE	LinStatic	0,728	-0,055	0,042	0,8691	38,5089	-1,6327
SCAmpliaoS4	UNIT_MVA	LinStatic	-9,018	0,047	0,45	-0,9242	81,9171	10,1347
SCExistenteS1	UNIT_V1E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_V2E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_V2A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_V1A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_BAL_E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_BAL_A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_MVE	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_MVA	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS2	UNIT_V1E	LinStatic	2,413	-1,268	-10,318	-12,3437	-45,4691	22,0692
SCExistenteS2	UNIT_V2E	LinStatic	-1,896	3,907	-6,535	13,7379	-23,8269	-23,9459
SCExistenteS2	UNIT_V2A	LinStatic	-1,224	-7,693	2,688	-6,7712	16,614	12,0578
SCExistenteS2	UNIT_V1A	LinStatic	-2,383	4,117	-0,305	-3,2212	-2,208	-23,4131
SCExistenteS2	UNIT_BAL_E	LinStatic	4,541	-3,884	-12,346	-22,52	-56,9404	45,0677
SCExistenteS2	UNIT_BAL_A	LinStatic	-1,046	-10,318	3,319	-7,3866	20,5688	19,4041
SCExistenteS2	UNIT_MVE	LinStatic	0,175	1,164	-8,706	2,8036	-35,5016	-1,7309

Fonte: Autoria própria.

Tabela 6: Esforços solicitantes nas seções de estudo, dada a análise do Modelo 'A'.

(conclusão)

Section Cut Forces - Analysis								
SectionCut	OutputCase	CaseType	F1 (kN)	F2 (kN)	F3 (kN)	M1 (kNm)	M2 (kNm)	M3 (kNm)
SCExistenteS2	UNIT_MVA	LinStatic	-1,794	-1,668	1,236	-5,2932	7,258	-5,8289
SCExistenteS3	UNIT_V1E	LinStatic	-0,78	0,853	9,426	34,8601	72,6303	-8,9331
SCExistenteS3	UNIT_V2E	LinStatic	3,591	-0,884	6,579	-12,8439	62,3951	28,4119
SCExistenteS3	UNIT_V2A	LinStatic	6,145	0,626	1,711	-8,9926	43,1361	37,6939
SCExistenteS3	UNIT_V1A	LinStatic	6,683	-0,919	3,602	-19,9378	48,0336	49,7463
SCExistenteS3	UNIT_BAL_E	LinStatic	-2,895	1,684	10,899	56,5869	75,7965	-27,9455
SCExistenteS3	UNIT_BAL_A	LinStatic	6,052	0,953	1,306	-6,662	42,0945	35,153
SCExistenteS3	UNIT_MVE	LinStatic	1,279	-0,03	8,081	10,354	68,6433	8,8873
SCExistenteS3	UNIT_MVA	LinStatic	6,439	-0,156	2,651	-14,5307	45,4648	43,9509
SCExistenteS4	UNIT_V1E	LinStatic	-3,471	0,127	0,487	2,2177	117,076	-32,4461
SCExistenteS4	UNIT_V2E	LinStatic	5,603	-0,095	0,449	-2,5	95,131	46,5934
SCExistenteS4	UNIT_V2A	LinStatic	11,031	0,136	-0,012	2,4919	56,4293	67,322
SCExistenteS4	UNIT_V1A	LinStatic	11,244	-0,208	0,105	-2,3989	70,4426	84,4312
SCExistenteS4	UNIT_BAL_E	LinStatic	-7,068	0,143	0,531	4,5704	127,0741	-63,3692
SCExistenteS4	UNIT_BAL_A	LinStatic	10,907	0,153	-0,039	3,5907	53,3682	63,3706
SCExistenteS4	UNIT_MVE	LinStatic	0,807	0,042	0,459	-0,0098	106,786	5,315
SCExistenteS4	UNIT_MVA	LinStatic	11,203	-0,02	0,055	-0,061	63,3843	76,3663

Fonte: Autoria própria.

Tabela 7: Porcentuais das distribuições transversais entre as longarinas existente e de ampliação na seção 4 de estudo (meio do vão), dada a análise do Modelo 'A'.

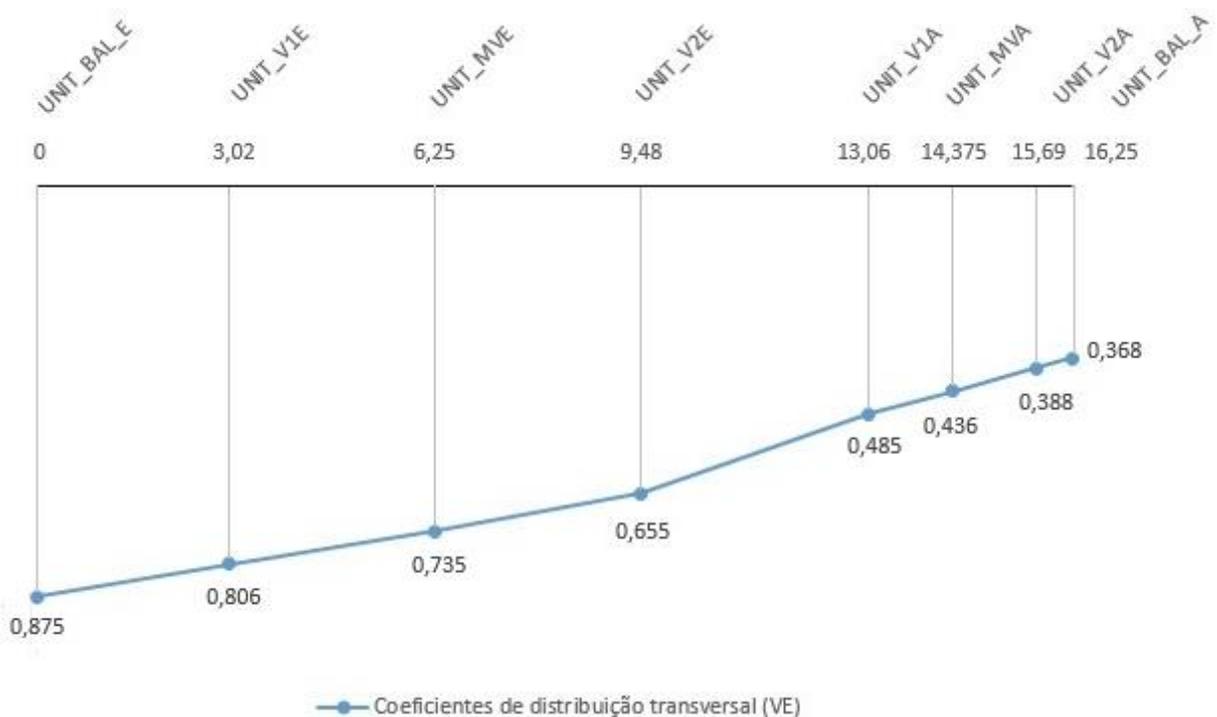
Caso de Carregamento	Viga	Momento Fletor (kNm)	ΣMomentos (kNm)	Coefficiente de distribuição transversal (%)
UNIT_BAL_E	Caixão Existente	127,07	145,18	87,5%
	Caixão de Ampliação	18,11		12,5%
UNIT_V1E	Caixão Existente	117,08	145,27	80,6%
	Caixão de Ampliação	28,20		19,4%
UNIT_MVE	<b>Caixão Existente</b>	<b>106,79</b>	<b>145,29</b>	<b>73,5%</b>
	<b>Caixão de Ampliação</b>	<b>38,51</b>		<b>26,5%</b>
UNIT_V2E	Caixão Existente	95,13	145,29	65,5%
	Caixão de Ampliação	50,16		34,5%
UNIT_V1A	Caixão Existente	70,44	145,32	48,5%
	Caixão de Ampliação	74,88		51,5%
UNIT_MVA	<b>Caixão Existente</b>	<b>63,38</b>	<b>145,30</b>	<b>43,6%</b>
	<b>Caixão de Ampliação</b>	<b>81,92</b>		<b>56,4%</b>
UNIT_V2A	Caixão Existente	56,43	145,27	38,8%
	Caixão de Ampliação	88,84		61,2%
UNIT_BAL_A	Caixão Existente	53,37	145,24	36,8%
	Caixão de Ampliação	91,88		63,3%

Fonte: Autoria própria.

Observa-se que, com a consideração da diferença dos materiais dado o estudo do módulo de elasticidade, a distribuição transversal das cargas se altera de forma tal que as mesmas se distribuem mais para a viga de ampliação, caracterizando uma distribuição mais coerente. As variações observadas foram da ordem de até 17%, representando uma margem relevante.

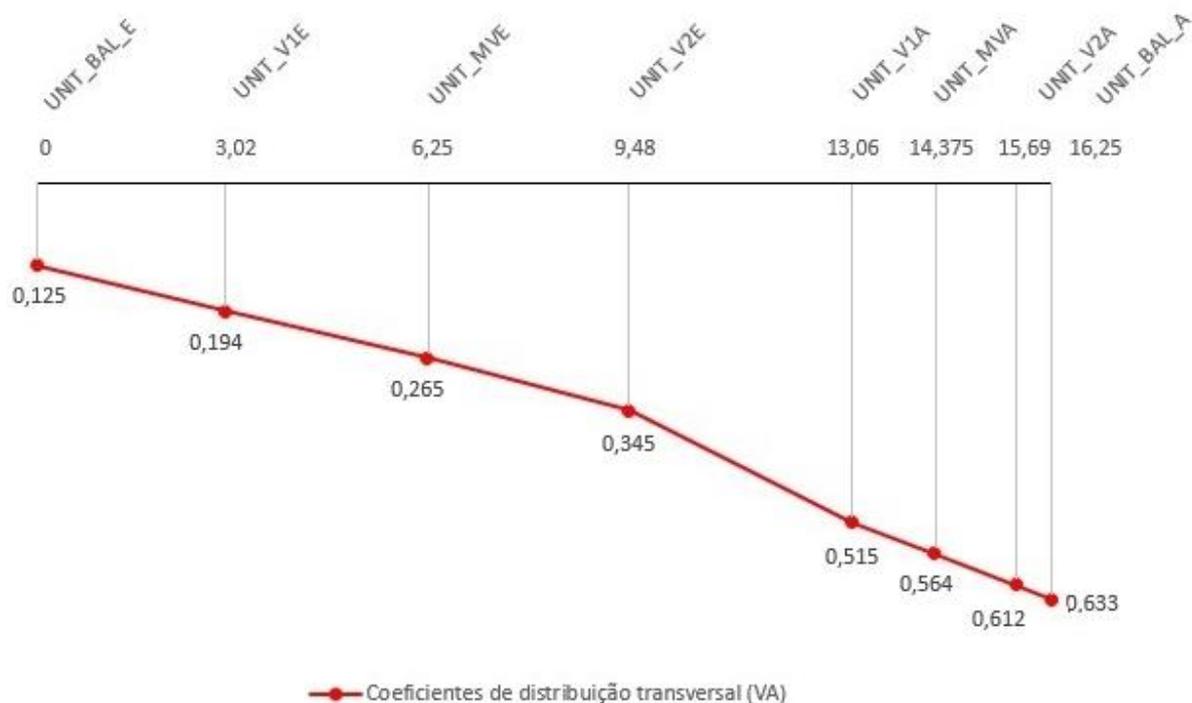
Com tal análise, confirma-se a importância do estudo dos módulos de elasticidade nos efeitos das distribuições transversais, assim como será reafirmado no Capítulo 3, item 3.7, quando do estudo das distribuições com base nas teorias clássicas apresentadas no Capítulo 2, item 2.4.

Dados os resultados obtidos e apresentados na Tabela 7, foram determinadas as linhas de influência das distribuições das cargas, na seção 4, para cada uma das vigas seção caixão estudada.



**Figura 43: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão existente, dada a análise do Modelo 'A'.**

Fonte: Autoria própria.



**Figura 44:** Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão de ampliação, dada a análise do Modelo 'A'.

Fonte: Autoria própria.

### 3.4 MODELO 'B'

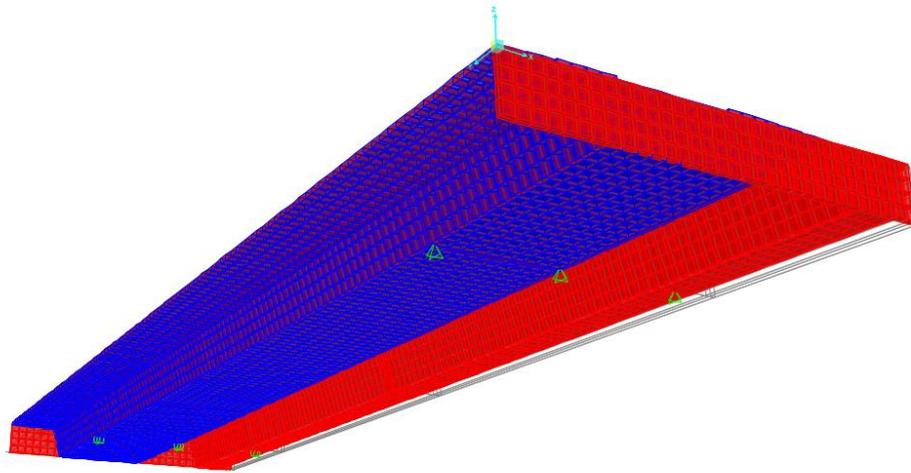
O modelo 'B' trata-se de um modelo tridimensional com o uso de elementos de casca (*shell*), também desenvolvido com uso do *software* SAP 2000 versão 16.0.0 *Ultimate*.

O estudo iniciou-se com a confecção de uma malha de 100x100cm com a consideração de cargas concentradas nos nós de 1kN e de 0,5 kN nos nós de extremidade. Na sequência realizou-se o refino da malha para 50x50cm que apresentou uma convergência maior para o resultado esperado. O refino para uma malha de 25x25cm não apresentou resultados satisfatórios o suficiente que justificasse seu uso, sendo que tal modelo apresenta maior tempo de processamento e de confecção.

Portanto, o modelo tridimensional se deu com a consideração de elementos de casca de 50x50cm para caracterizar as longarinas, transversinas e as lajes que compõem a superestrutura da obra em estudo.

Visto a importância do módulo de elasticidade quando da análise das distribuições transversais das cargas, apresentada no Capítulo 3, item 3.3.1, na modelagem por elementos finitos de casca foi analisado apenas um modelo, considerando as propriedades dos materiais utilizados.

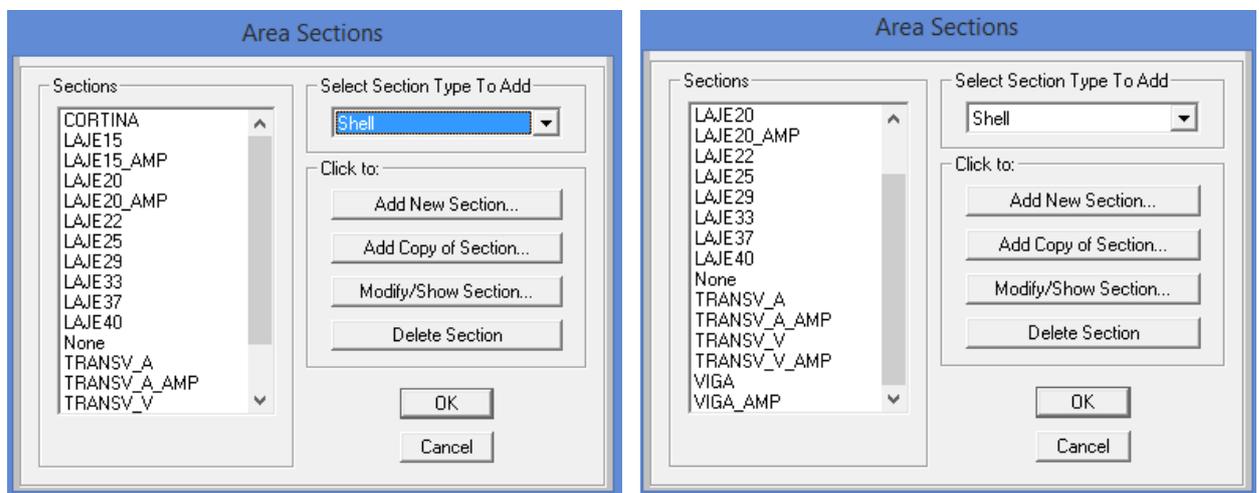
Na Figura 45 é apresentado o modelo discretizado com elementos de casca, sendo os elementos em azul referentes à obra existente e os elementos em vermelho referentes à obra de ampliação.



**Figura 45: Modelo tridimensional discretizado com elementos de casca (*shell*).**

Fonte: Autoria própria, com uso do *software* SAP2000.

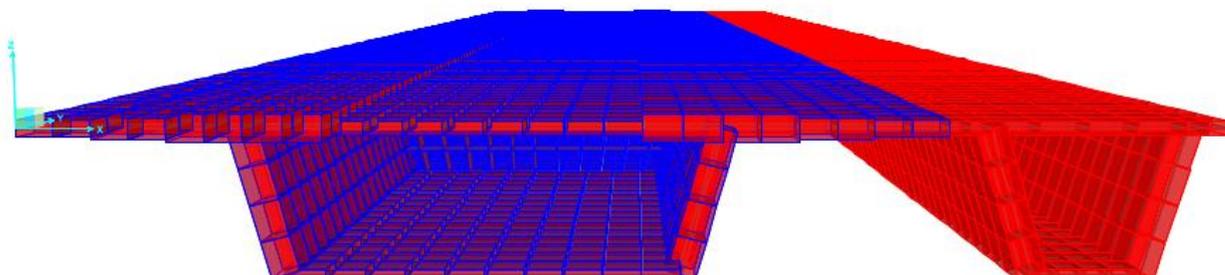
Em virtude da laje que compõe a obra existente apresentar espessura variável, foram definidos diversos elementos de área, com o intuito de representar tais variações. Os elementos criados são apresentados na Figura 46, abaixo.



**Figura 46: Elementos de área.**

Fonte: Autoria própria, com uso do *software* SAP2000.

Na Figura 47 é apresentado o modelo em detalhe, podendo-se observar a variação da espessura da laje.



**Figura 47: Seção transversal do Modelo 'B'.**

**Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.**

Para obtenção da distribuição transversal dos momentos fletores, foram posicionadas cargas linearmente distribuídas de 1 kN/m sobre o tabuleiro da ponte em seus balanços e sobre cada uma de suas vigas principais. A representação da carga distribuída na malha de elementos finitos de 50x50cm foi feita por meio de cargas pontuais aplicadas nos nós de 0,50 kN, e nos nós de extremidade aplicadas cargas pontuais de 0,25 kN.

Os casos de carregamento considerados são os mesmos utilizados quando da análise do modelo discretizado em elementos de barras, apresentado na Figura 31.

Dados os casos de carregamento estudados e as seções de interesse, apresentam-se os valores dos esforços solicitantes na Tabela 8.

**Tabela 8: Esforços solicitantes nas seções de estudo, dada a análise do Modelo 'B'.**

(continua)

Section Cut Forces - Analysis								
SectionCut	OutputCase	CaseType	F1 (kN)	F2 (kN)	F3 (kN)	M1 (kNm)	M2 (kNm)	M3 (kNm)
SCAmpliaoS1	UNIT_V1E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliaoS1	UNIT_V2E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliaoS1	UNIT_V2A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliaoS1	UNIT_V1A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliaoS1	UNIT_BAL_E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliaoS1	UNIT_BAL_A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliaoS1	UNIT_MVE	LinStatic	0	0	0	0	0	0

**Tabela 8: Esforços solicitantes nas seções de estudo, dada a análise do Modelo 'B'.**

(continua)

<b>Section Cut Forces - Analysis</b>								
<b>SectionCut</b>	<b>OutputCase</b>	<b>CaseType</b>	<b>F1 (kN)</b>	<b>F2 (kN)</b>	<b>F3 (kN)</b>	<b>M1 (kNm)</b>	<b>M2 (kNm)</b>	<b>M3 (kNm)</b>
SCAmpliacaoS1	UNIT_MVA	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCAmpliacaoS2	UNIT_V1E	LinStatic	-1,578	0,074	1,292	4,8605	5,3474	-0,2164
SCAmpliacaoS2	UNIT_V2E	LinStatic	0,033	-3,024	-0,447	1,9802	-2,2516	8,1309
SCAmpliacaoS2	UNIT_V2A	LinStatic	1,564	9,66	-10,505	-7,0802	-41,4035	-18,7809
SCAmpliacaoS2	UNIT_V1A	LinStatic	4,101	-5,06	-8,352	-6,007	-28,2938	4,6982
SCAmpliacaoS2	UNIT_BAL_E	LinStatic	-3,813	2,116	2,681	6,5083	12,3887	-3,2579
SCAmpliacaoS2	UNIT_BAL_A	LinStatic	1,273	12,803	-10,722	-8,0343	-44,1512	-24,5097
SCAmpliacaoS2	UNIT_MVE	LinStatic	-1,026	-1,015	0,887	3,8564	3,0373	3,6924
SCAmpliacaoS2	UNIT_MVA	LinStatic	2,883	2,08	-9,233	-6,5058	-34,9554	-6,6622
SCAmpliacaoS3	UNIT_V1E	LinStatic	-0,673	-0,748	1,503	4,6924	26,0426	0,4378
SCAmpliacaoS3	UNIT_V2E	LinStatic	-2,699	0,566	3,082	9,8237	31,779	-1,0956
SCAmpliacaoS3	UNIT_V2A	LinStatic	-4,624	1,202	7,38	-28,3725	45,7995	7,4435
SCAmpliacaoS3	UNIT_V1A	LinStatic	-5,143	1,404	6,075	5,8626	41,8186	2,0371
SCAmpliacaoS3	UNIT_BAL_E	LinStatic	0,726	-1,409	0,53	1,4372	26,5244	1,4813
SCAmpliacaoS3	UNIT_BAL_A	LinStatic	-4,601	1,164	7,41	-35,1538	46,5373	9,1346
SCAmpliacaoS3	UNIT_MVE	LinStatic	-1,531	-0,124	2,166	6,8817	27,5891	-0,5054
SCAmpliacaoS3	UNIT_MVA	LinStatic	-4,903	1,315	6,489	-10,7306	44,0604	4,6778
SCAmpliacaoS4	UNIT_V1E	LinStatic	2,502	-0,122	-0,004662	0,0871	37,1438	0,3396
SCAmpliacaoS4	UNIT_V2E	LinStatic	-4,1	-0,017	0,075	3,0908	47,2002	-1,7372
SCAmpliacaoS4	UNIT_V2A	LinStatic	-11,172	0,109	-0,001865	-8,5738	75,5956	12,3729
SCAmpliacaoS4	UNIT_V1A	LinStatic	-9,662	0,108	-0,064	4,7183	66,4946	2,3234
SCAmpliacaoS4	UNIT_BAL_E	LinStatic	4,395	-0,126	-0,062	-1,8592	32,8437	1,6996
SCAmpliacaoS4	UNIT_BAL_A	LinStatic	-11,251	0,166	0,262	-11,8617	77,596	13,4998
SCAmpliacaoS4	UNIT_MVE	LinStatic	-0,376	-0,078	0,046	1,1849	41,2501	-0,9942
SCAmpliacaoS4	UNIT_MVA	LinStatic	-10,471	0,101	0,217	-1,6141	71,1766	7,3659
SCExistenteS1	UNIT_V1E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_V2E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_V2A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_V1A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_BAL_E	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_BAL_A	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_MVE	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS1	UNIT_MVA	LinStatic	0	0	0	0	0	0
SCExistenteS2	UNIT_V1E	LinStatic	1,578	-0,074	-9,792	-21,7907	-37,5569	13,0383
SCExistenteS2	UNIT_V2E	LinStatic	-0,033	3,024	-8,053	22,2096	-29,744	-8,401
SCExistenteS2	UNIT_V2A	LinStatic	-1,564	-9,66	2,005	0,6681	9,6111	6,0764
SCExistenteS2	UNIT_V1A	LinStatic	-4,101	5,06	-0,148	-3,2453	-3,1619	-38,0108
SCExistenteS2	UNIT_BAL_E	LinStatic	3,813	-2,116	-11,181	-38,1326	-44,8947	34,2336
SCExistenteS2	UNIT_BAL_A	LinStatic	-1,273	-12,803	2,472	1,7301	12,3202	14,1664
SCExistenteS2	UNIT_MVE	LinStatic	1,026	1,015	-9,137	3,4839	-35,1735	4,6446
SCExistenteS2	UNIT_MVA	LinStatic	-2,883	-2,08	0,983	-1,7625	3,338	-16,7572
SCExistenteS3	UNIT_V1E	LinStatic	0,673	0,748	8,497	40,3601	68,1176	5,0298

**Tabela 8: Esforços solicitantes nas seções de estudo, dada a análise do Modelo 'B'.**

(conclusão)

<b>Section Cut Forces - Analysis</b>								
<b>SectionCut</b>	<b>OutputCase</b>	<b>CaseType</b>	<b>F1 (kN)</b>	<b>F2 (kN)</b>	<b>F3 (kN)</b>	<b>M1 (kNm)</b>	<b>M2 (kNm)</b>	<b>M3 (kNm)</b>
SCExistenteS3	UNIT_V2E	LinStatic	2,699	-0,566	6,918	-15,4497	62,1111	23,019
SCExistenteS3	UNIT_V2A	LinStatic	4,624	-1,202	2,62	-11,4024	47,8339	30,1215
SCExistenteS3	UNIT_V1A	LinStatic	5,143	-1,404	3,925	-22,6982	51,7456	39,745
SCExistenteS3	UNIT_BAL_E	LinStatic	-0,726	1,409	9,47	65,3669	67,8223	-7,3758
SCExistenteS3	UNIT_BAL_A	LinStatic	4,601	-1,164	2,34	-9,0483	47,2242	28,2415
SCExistenteS3	UNIT_MVE	LinStatic	1,531	0,124	7,584	11,5818	66,5817	12,9454
SCExistenteS3	UNIT_MVA	LinStatic	4,903	-1,315	3,261	-17,1712	49,661	35,147
SCExistenteS4	UNIT_V1E	LinStatic	-2,502	0,122	0,004662	0,3653	107,2932	-22,1938
SCExistenteS4	UNIT_V2E	LinStatic	4,1	0,017	-0,075	-0,7569	96,7414	37,5407
SCExistenteS4	UNIT_V2A	LinStatic	11,172	-0,109	0,001865	3,3499	67,8198	85,1883
SCExistenteS4	UNIT_V1A	LinStatic	9,662	-0,108	0,064	-3,1342	77,0353	82,0497
SCExistenteS4	UNIT_BAL_E	LinStatic	-4,395	0,126	0,062	1,1362	111,7363	-40,0836
SCExistenteS4	UNIT_BAL_A	LinStatic	11,251	-0,166	-0,012	4,7514	65,8391	84,7481
SCExistenteS4	UNIT_MVE	LinStatic	0,376	0,078	0,204	-0,077	103,0035	4,2781
SCExistenteS4	UNIT_MVA	LinStatic	10,471	-0,101	0,033	-0,0207	72,3181	84,0711

Fonte: Autoria própria.

Na tabela, apresentada na sequência, são apresentados os valores dos esforços solicitantes na obra em função dos carregamentos unitários, descritos anteriormente, na seção utilizada para análise dos coeficientes de distribuição transversal (Seção 4 – meio do vão).

**Tabela 9: Porcentuais das distribuições transversais entre as longarinas existente e de ampliação na seção 4 de estudo (meio do vão), dada a análise do Modelo 'B'.**

(continua)

<b>Caso de Carregamento</b>	<b>Viga</b>	<b>Momento Fleitor (kNm)</b>	<b>ΣMomentos (kNm)</b>	<b>Coefficiente de distribuição transversal (%)</b>
UNIT_BAL_E	Caixão Existente	111,74	144,58	77,3%
	Caixão de Ampliação	32,84		22,7%
UNIT_V1E	Caixão Existente	107,29	144,44	74,3%
	Caixão de Ampliação	37,14		25,7%
UNIT_MVE	<b>Caixão Existente</b>	<b>103,00</b>	<b>144,25</b>	<b>71,4%</b>
	<b>Caixão de Ampliação</b>	<b>41,25</b>		<b>28,6%</b>
UNIT_V2E	Caixão Existente	96,74	143,94	67,2%
	Caixão de Ampliação	47,20		32,8%

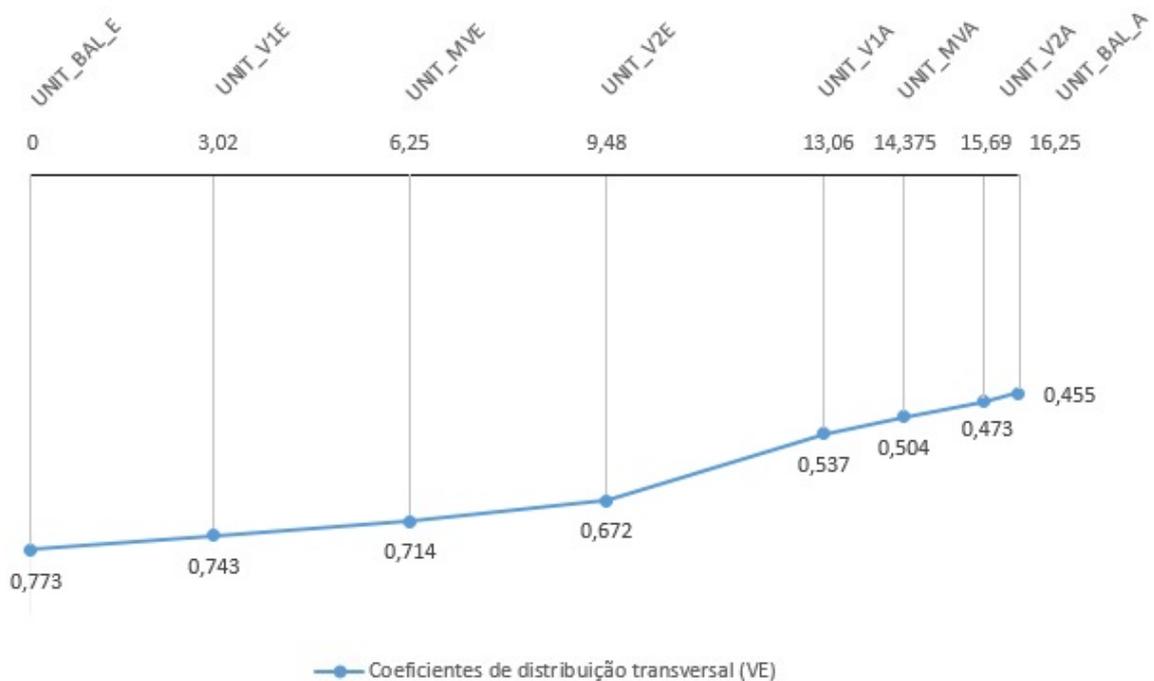
**Tabela 9: Porcentuais das distribuições transversais entre as longarinas existente e de ampliação na seção 4 de estudo (meio do vão), dada a análise do Modelo 'B'.**

**(conclusão)**

Caso de Carregamento	Viga	Momento Fleter (kNm)	$\Sigma$ Momentos (kNm)	Coefficiente de distribuição transversal (%)
UNIT_V1A	Caixão Existente	77,04	143,53	53,7%
	Caixão de Ampliação	66,49		46,3%
UNIT_MVA	Caixão Existente	72,32	143,49	50,4%
	Caixão de Ampliação	71,18		49,6%
UNIT_V2A	Caixão Existente	67,82	143,42	47,3%
	Caixão de Ampliação	75,60		52,7%
UNIT_BAL_A	Caixão Existente	65,84	143,44	45,5%
	Caixão de Ampliação	77,60		53,7%

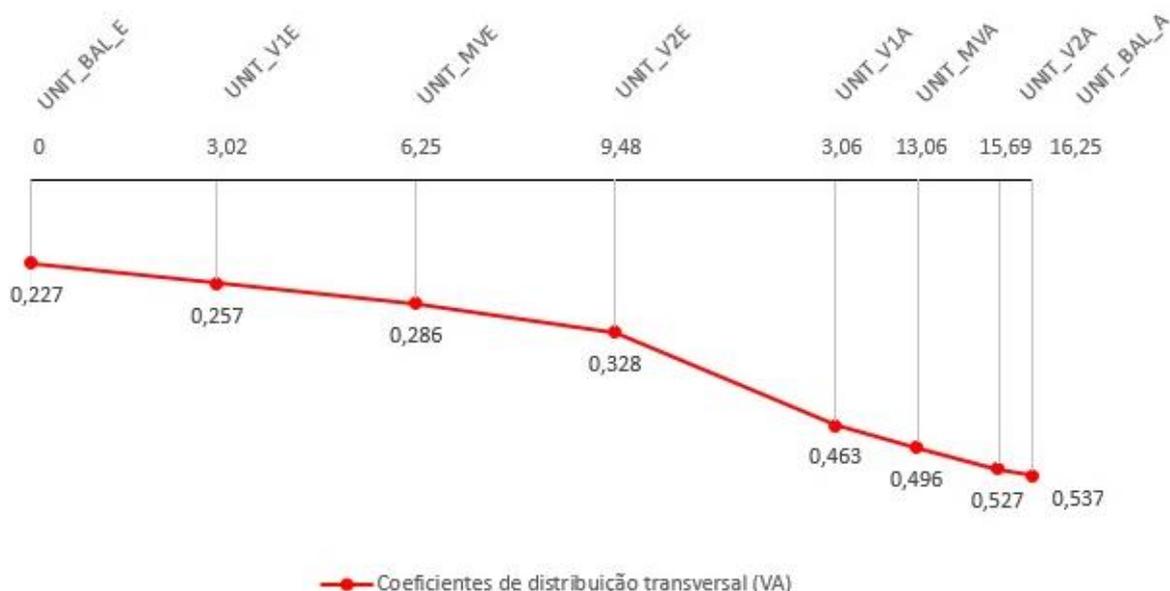
Fonte: Autoria própria.

Para melhor entendimento dos valores obtidos das distribuições transversais das cargas, quando da análise do modelo 'B', foi desenvolvida uma linha de influência na seção 4 das cargas unitárias aplicadas, para cada uma das vigas que compõem a obra de arte especial em estudo.



**Figura 48: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão existente, dada a análise do Modelo 'B'.**

Fonte: Autoria própria.



**Figura 49: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão de ampliação, dada a análise do Modelo 'B'.**

Fonte: Autoria própria.

### 3.5 MODELO 'C'

O modelo 'C' trata-se de um estudo realizado também com uso do *software* SAP2000, no qual o tabuleiro do viaduto é discretizado tridimensionalmente em grelha por elementos de barras. As lajes foram discretizadas compondo uma malha de 50x50cm e as vigas da seção caixão foram representadas por uma única linha de barras longitudinais representando a seção do caixão.

Para representar a ligação entre a laje e a viga seção caixão e considerar as excentricidades dos elementos, foram utilizados elementos rígidos de barras de medida equivalente à distância entre os centros de gravidade da viga e da laje. O emprego de tal elemento garante a consolidação entre a viga e a laje, conferindo uma relação de nó-mestre nó-escravo entre os elementos.

Foram criados elementos auxiliares, de dimensão qualquer, para a obra existente e para a obra de ampliação, assim como apresentado nas figuras a seguir.

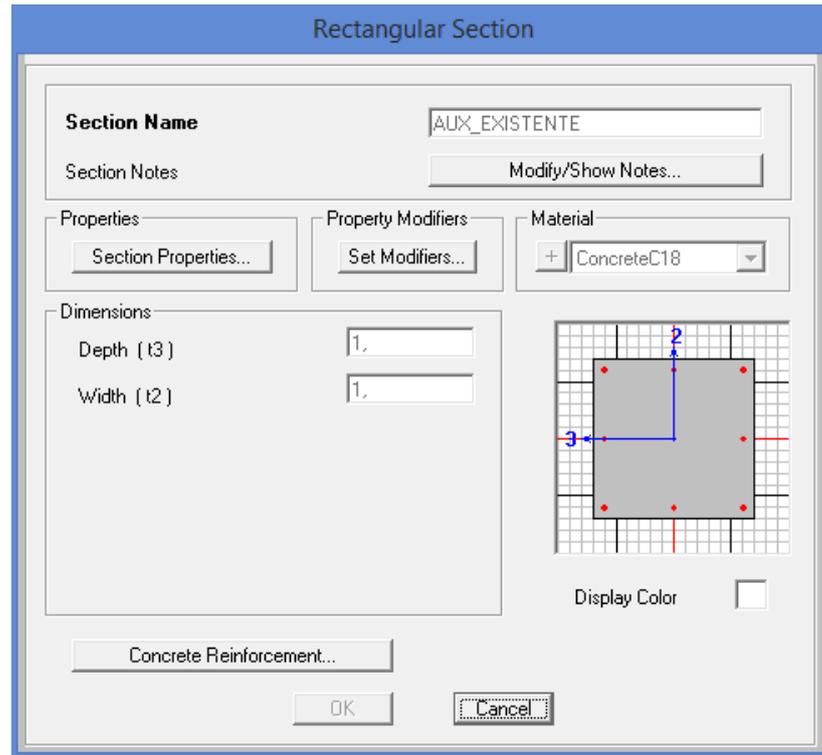


Figura 50: Elemento auxiliar para ligação nó-mestre nó-escravo entre a laje e a viga da seção caixão existente.

Fonte: Autoria própria, com uso do *software* SAP2000.

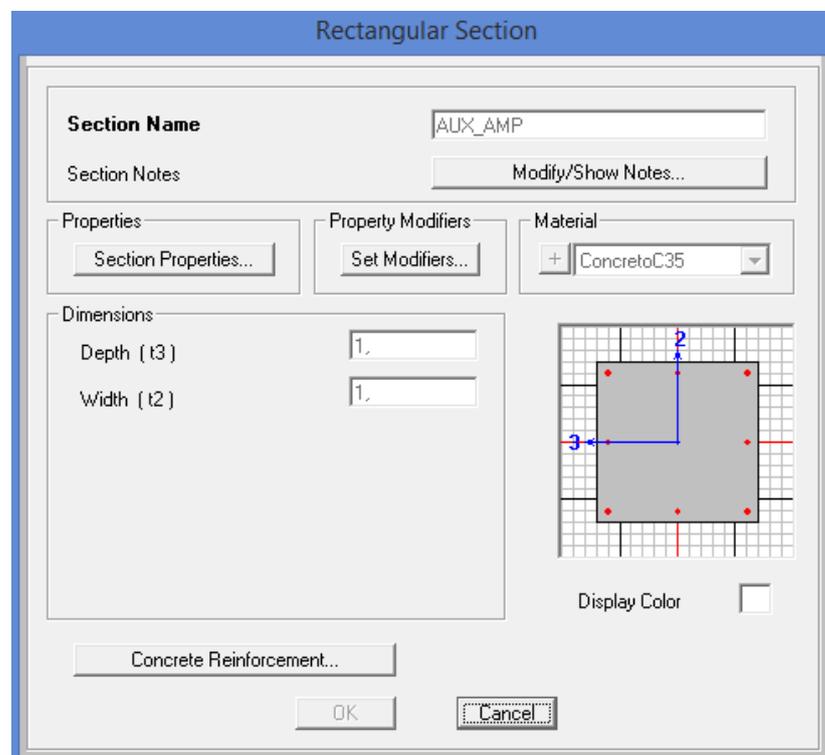


Figura 51: Elemento auxiliar para ligação nó-mestre nó-escravo entre a laje e a viga da seção caixão de ampliação.

Fonte: Autoria própria, com uso do *software* SAP2000.

Para garantir a rigidez desses elementos foi utilizado o comando “*End (Length) Offsets*”, que permite determinar um fator de rigidez aos elementos de barra.

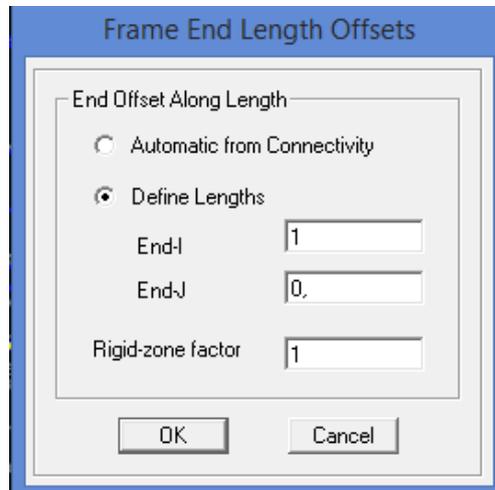


Figura 52: Definição da rigidez nas barras de ligação entre a laje e a viga.

Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.

Na imagem abaixo podem ser observadas as barras rígidas de ligação entre as lajes e as vigas, indicadas em preto.

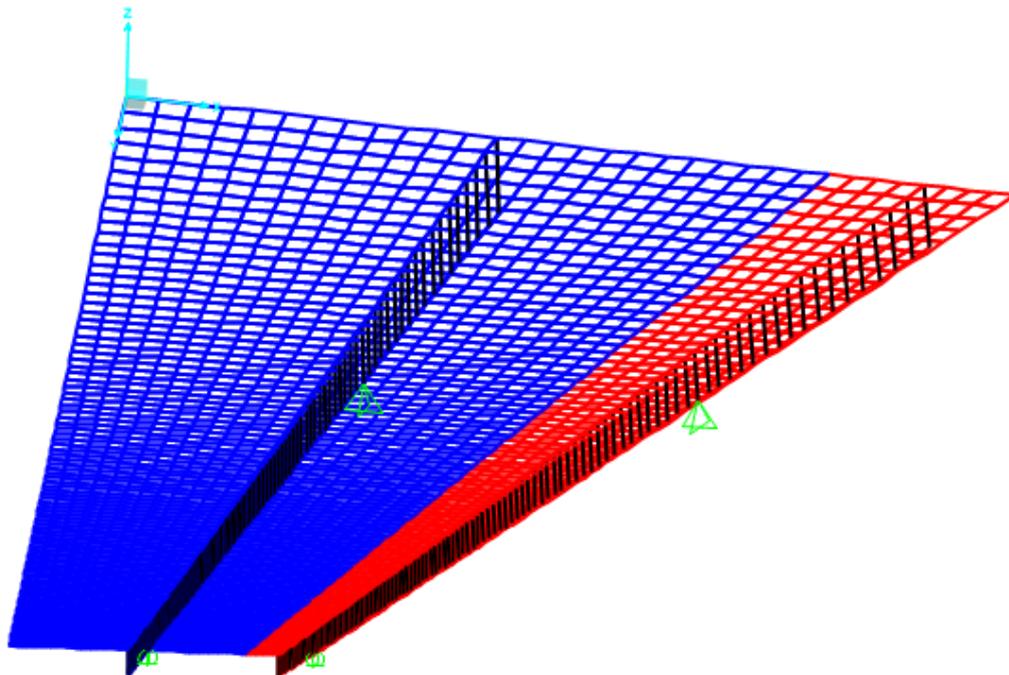


Figura 53: Modelo de grelha ‘C’ com as barras rígidas de ligação entre as lajes e as vigas destacadas em preto.

Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.

As propriedades das vigas foram definidas como seção 'U', representando as seções caixão existente e de ampliação, assim como apresentado nas figuras 54 e 55, respectivamente.

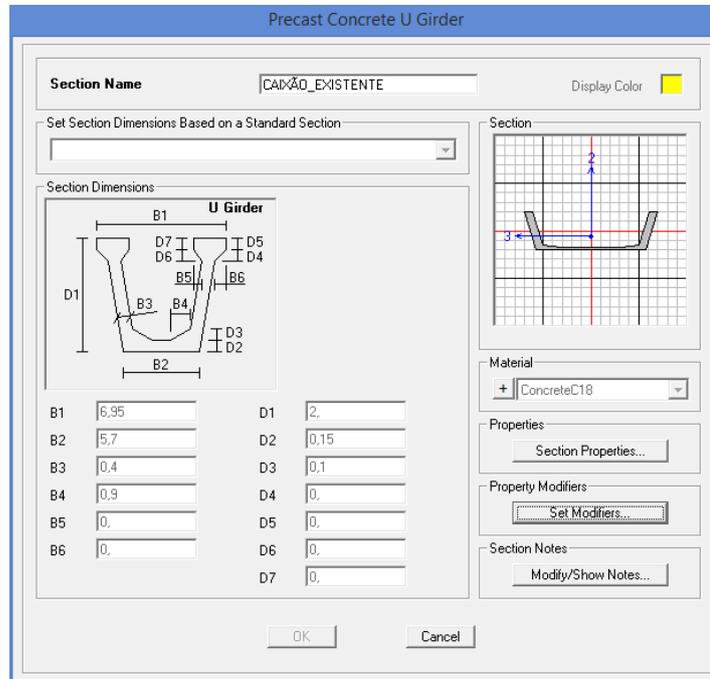


Figura 54: Propriedades da barra representando a seção caixão existente.

Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.

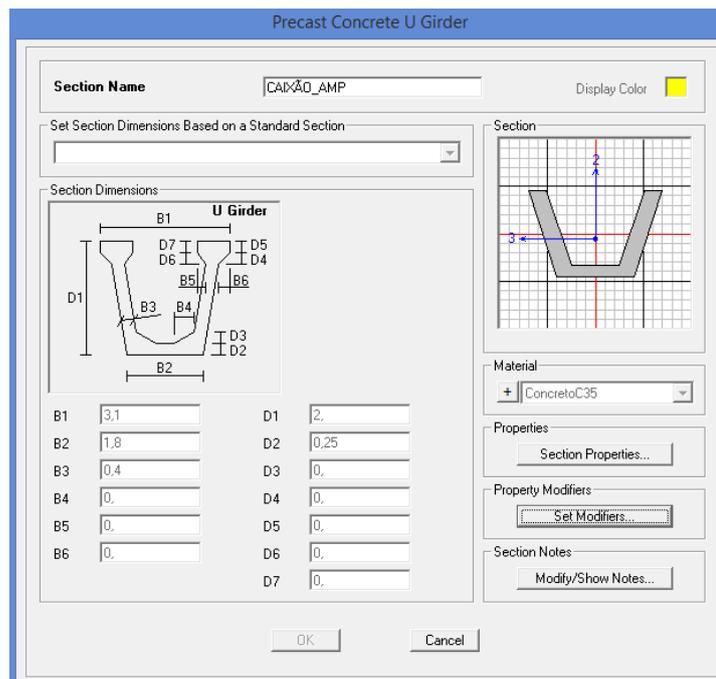


Figura 55: Propriedades da barra representando a seção caixão de ampliação.

Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.

Os elementos que representam as lajes tratam-se de elementos retangulares com a espessura específica para cada ponto da laje, lembrando que a mesma apresenta espessura variável. As propriedades das barras definidas são apresentadas na Figura 56 e um exemplo de uma das seções retangular é apresentado na Figura 57.

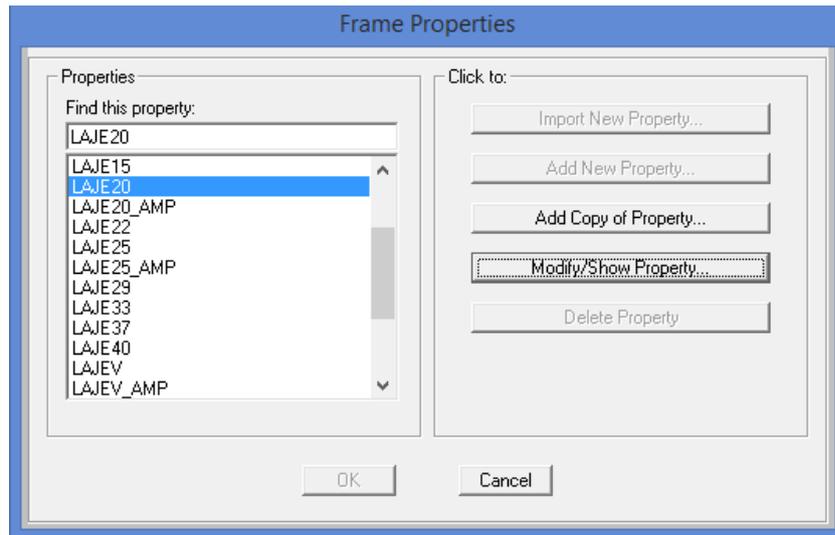


Figura 56: Elementos de barra definidos para representação das lajes.

Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.

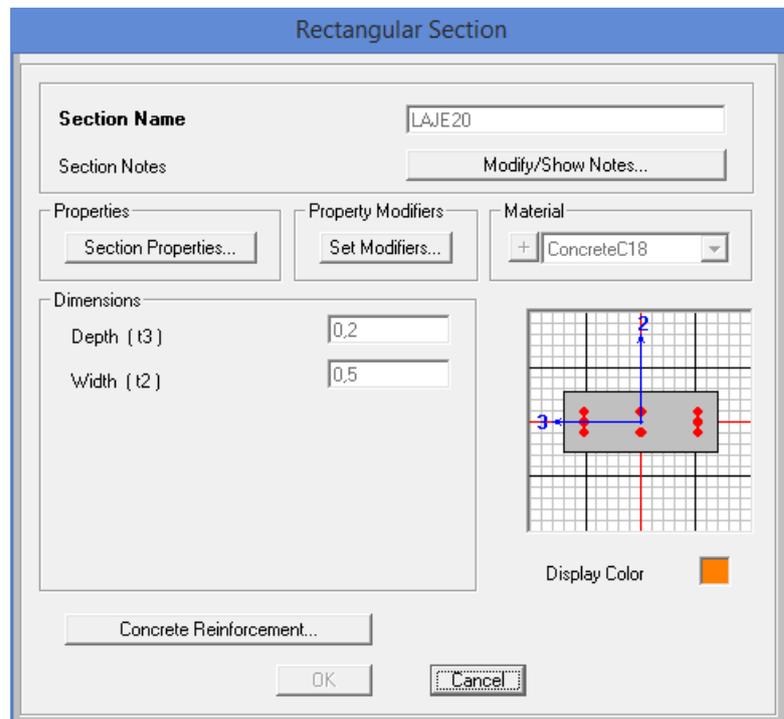


Figura 57: Elemento de barra utilizado para representar uma laje com 20cm de espessura.

Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.

Em virtude da simplificação do modelo, torna-se inviável analisar os efeitos das distribuições quando da aplicação de cargas exatamente em cima de cada uma das vigas que compõem as seções caixão. Dessa forma, foram avaliadas apenas as distribuições quando da atuação de cargas nos balanços e no meio das seções caixão.

Portanto, foram consideradas cargas lineares de 1kN/m aplicadas em quatro seções, sendo elas: Balanço da seção caixão existente (UNIT\_BAL\_E), Meio do vão da seção caixão existente (UNIT\_MVE), Meio do vão da seção caixão de ampliação (UNIT\_MVA) e Balanço da seção caixão de ampliação (UNIT\_BAL\_A).

Os resultados obtidos da distribuição transversal quando do processamento do modelo são apresentados na Tabela 10, abaixo, onde são apresentados os momentos fletores na seção 4 de estudo (meio do vão).

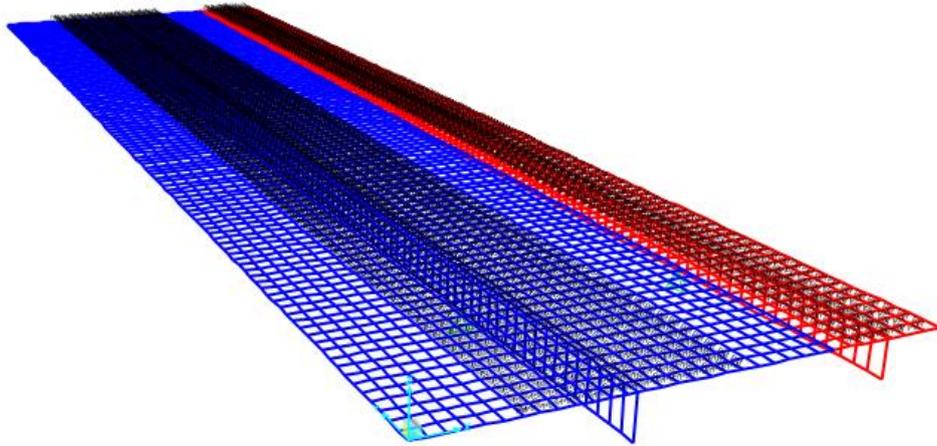
**Tabela 10: Porcentuais das distribuições transversais entre as longarinas existente e de ampliação na seção 4 de estudo (meio do vão), dada a análise do Modelo 'C'.**

Caso de Carregamento	Viga	Momento Fletor (kNm)	$\Sigma$ Momentos (kNm)	Coefficiente de distribuição transversal (%)
UNIT_BAL_E	Caixão Existente	191,78	145,85	131,5%
	Caixão de Ampliação	-45,93		-31,5%
UNIT_MVE	<b>Caixão Existente</b>	<b>122,36</b>	<b>144,61</b>	<b>84,6%</b>
	<b>Caixão de Ampliação</b>	<b>22,25</b>		<b>15,4%</b>
UNIT_MVA	<b>Caixão Existente</b>	<b>32,17</b>	<b>143,21</b>	<b>22,5%</b>
	<b>Caixão de Ampliação</b>	<b>111,04</b>		<b>77,5%</b>
UNIT_BAL_A	Caixão Existente	11,71	142,98	8,2%
	Caixão de Ampliação	131,27		91,8%

Fonte: Autoria própria.

A inversão de valores da distribuição transversal observada quando da atuação de uma carga unitária no balanço da viga seção caixão existente, justifica-se pela simplificação do modelo, que considera a seção caixão como um único elemento com alta rigidez.

Os efeitos da maior inércia que pode existir nos elementos de laje na região da seção caixão foram avaliados em uma segunda versão do modelo, na qual a inércia das barras na região citada foi acrescida de um fator multiplicador para representar a maior rigidez existente. Tal modelo é apresentado na Figura 58, onde as barras que tiveram sua inércia aumentada são apresentadas em preto.



**Figura 58: Segunda versão do modelo 'C', considerando a inércia elevada da região da seção caixão.**

**Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.**

O multiplicador da inércia foi aplicado diretamente nas propriedades dos elementos de barra da região (Figura 59).

Property/Stiffness Modifiers for Analysis	
Cross-section (axial) Area	1
Shear Area in 2 direction	1
Shear Area in 3 direction	1
Torsional Constant	1
Moment of Inertia about 2 axis	1
Moment of Inertia about 3 axis	1000
Mass	1
Weight	1

OK Cancel

**Figura 59: Multiplicador da inércia das barras das lajes na região da seção caixão.**

**Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.**

Os resultados das distribuições transversais são apresentados na Tabela 11.

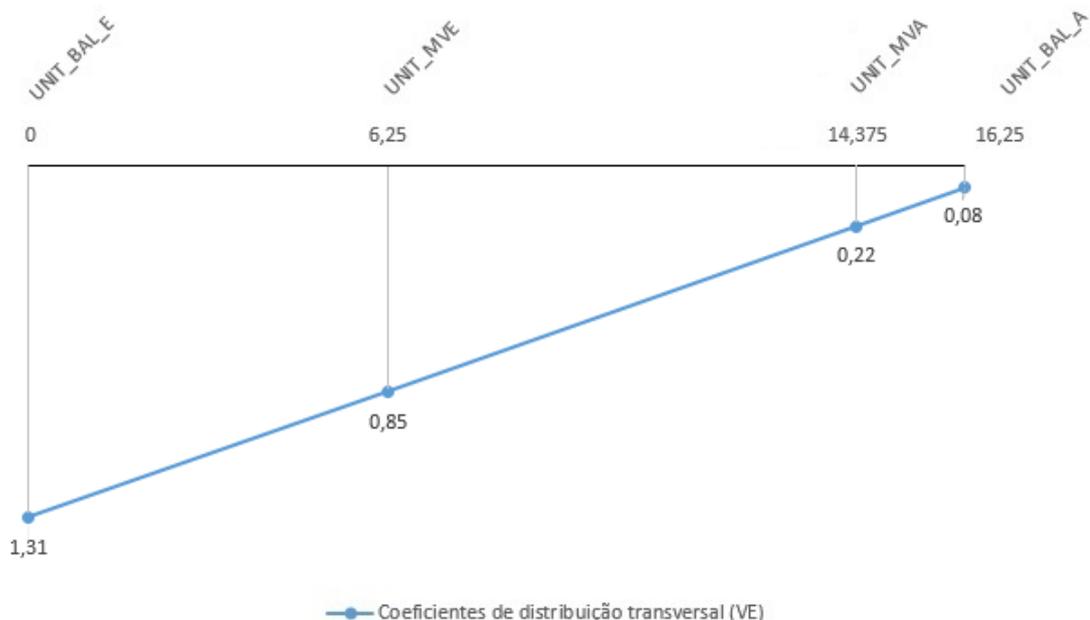
**Tabela 11: Porcentuais das distribuições transversais entre as longarinas existente e de ampliação na seção 4 de estudo (meio do vão), dada a análise do Modelo 'C' com o multiplicador das inércias das lajes.**

Caso de Carregamento	Viga	Momento Fletor (kNm)	$\Sigma$ Momentos (kNm)	Coefficiente de distribuição transversal (%)
UNIT_MVE	Caixão Existente	128,37	144,31	89%
	Caixão de Ampliação	15,94		11%
UNIT_MVA	Caixão Existente	27,33	143,69	19%
	Caixão de Ampliação	116,35		81%

Fonte: Autoria própria.

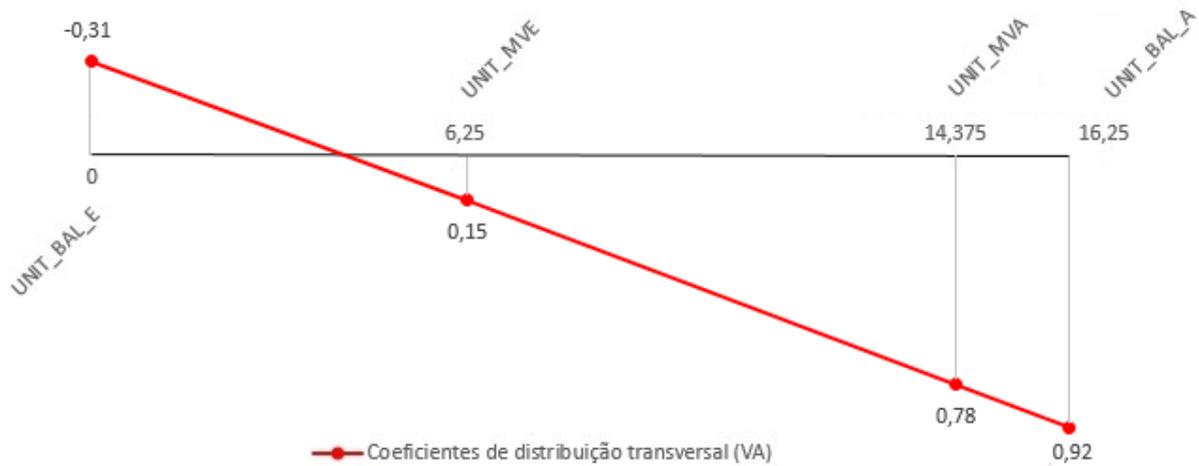
Observa-se que quando da consideração do multiplicador de inércias os esforços se distribuem menos entre as obras. Tal resultado demonstra que a consideração do multiplicador de inércias não apresenta valores satisfatórios, de forma tal que os valores considerados como resultado do Modelo 'C' são aqueles apresentados na Tabela 10.

Para o resultado apresentado na Tabela 10 foram obtidas as linhas de influência, na seção 4, dos coeficientes de distribuição transversal para cada uma das vigas seção caixão da OAE, as quais são apresentadas nas figuras 60 e 61.



**Figura 60: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão existente, dada a análise do Modelo 'C'.**

Fonte: Autoria própria.



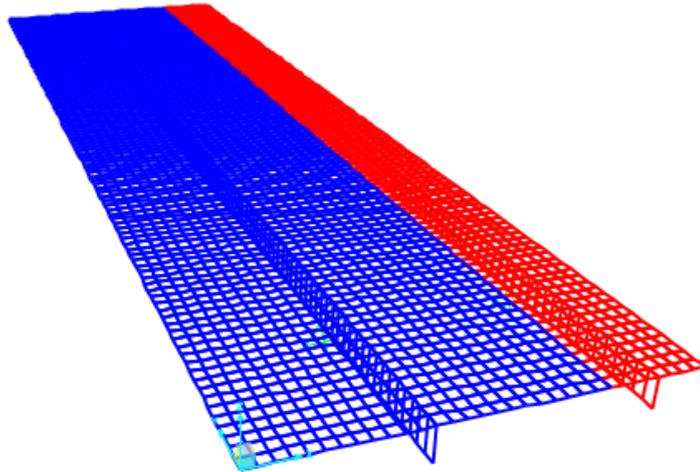
**Figura 61:** Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão de ampliação, dada a análise do Modelo 'C'.

Fonte: Autoria própria.

### 3.6 MODELO 'D'

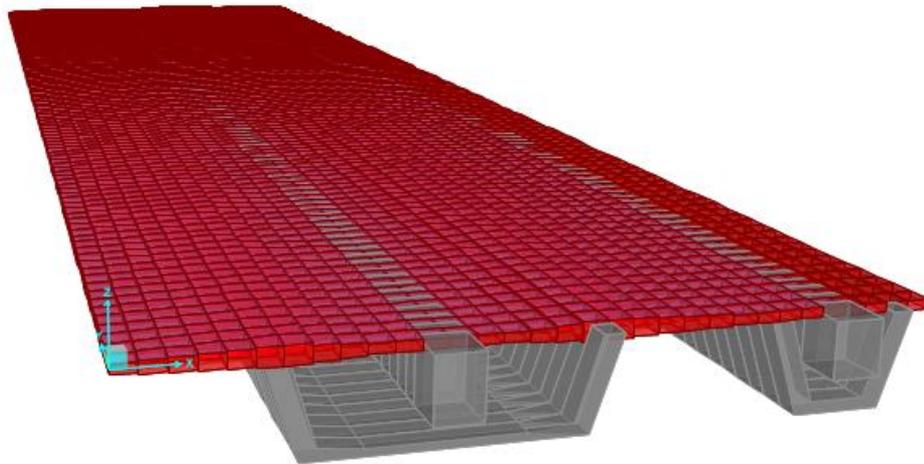
O modelo 'D', segundo modelo de grelha desenvolvido, trata-se do quarto e último estudo realizado com uso do *software* SAP2000, no qual o tabuleiro do viaduto é discretizado tridimensionalmente em grelha, sendo as lajes representadas por elementos de casca, compoento uma malha de 50x50cm e as vigas da seção caixão representadas por uma única linha de barras longitudinais representando a seção do caixão.

Nas imagens que seguem é apresentado o modelo estudado, em sua representação como barras e cascas e sua visualização em 3D, respectivamente nas figuras 62 e 63.



**Figura 62: Modelo de grelha 'D'.**

**Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.**



**Figura 63: Modelo 'D' em sua visualização tridimensional.**

**Fonte: Autoria própria, com uso do software SAP2000.**

Observa-se que as vigas foram representadas por elementos de barra com propriedades de seção 'U', representando a seção caixão, assim como no estudo do modelo 'C'. As propriedades das barras utilizadas são aquelas apresentadas nas figuras 54 e 55 do Capítulo 3, item 3.5.

Para os elementos de casca, que representam as lajes do tabuleiro, os eixos locais foram compatibilizados com os eixos globais de forma tal que os eixos locais 1,

2, 3 correspondem aos eixos globais x, y, z, respectivamente.

Assim como quando da análise do modelo de grelha apresentado no capítulo 3, item 3.5, e como o modelo 'D' também apresentada uma simplificação ao considerar toda a seção caixão como um único elemento de barra, torna-se inviável analisar os efeitos das distribuições quando da aplicação de cargas exatamente em cima de cada uma das vigas que compõem as seções caixão. Dessa forma, foram avaliadas apenas as distribuições quando da atuação de cargas nos balanços e no meio das seções caixão.

Portanto, foram consideradas cargas lineares de 1kN/m aplicadas em quatro seções, sendo elas: Balanço da seção caixão existente (UNIT\_BAL\_E), Meio do vão da seção caixão existente (UNIT\_MVE), Meio do vão da seção caixão de ampliação (UNIT\_MVA) e Balanço da seção caixão de ampliação (UNIT\_BAL\_A).

Os resultados obtidos da análise desse modelo para as distribuições transversais das cargas citadas acima, são apresentados na Tabela 12 abaixo.

**Tabela 12: Porcentuais das distribuições transversais entre as longarinas existente e de ampliação na seção 4 de estudo (meio do vão), quando da análise do Modelo 'D'.**

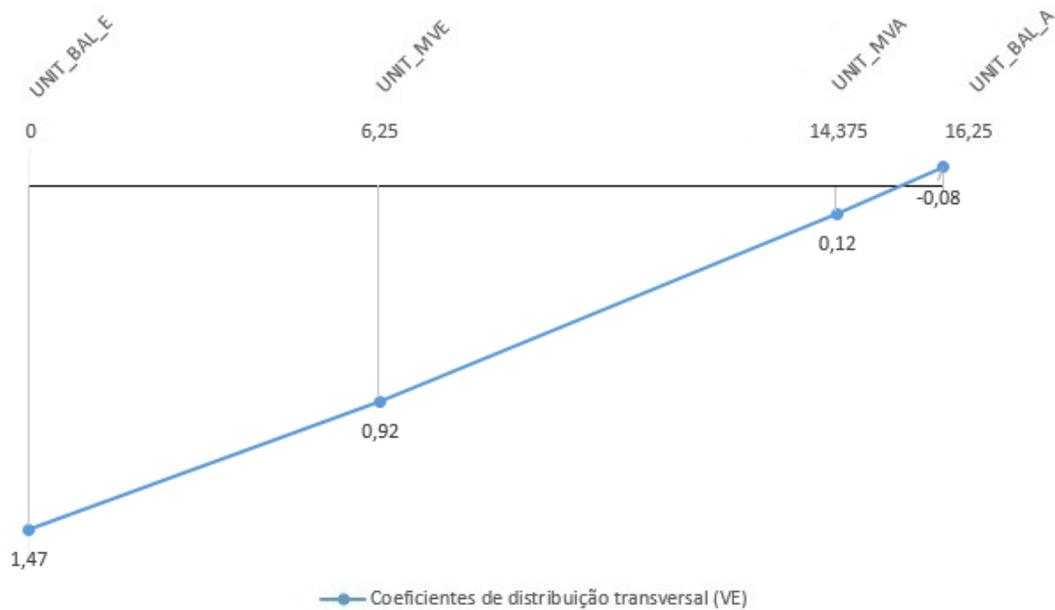
Caso de Carregamento	Viga	Momento Fletor (kNm)	$\Sigma$ Momentos (kNm)	Coefficiente de distribuição transversal (%)
UNIT_BAL_E	Caixão Existente	215,49	146,61	147,0%
	Caixão de Ampliação	-68,88		-47,0%
UNIT_MVE	<b>Caixão Existente</b>	<b>133,50</b>	<b>144,72</b>	<b>92,2%</b>
	<b>Caixão de Ampliação</b>	<b>11,22</b>		<b>7,8%</b>
UNIT_MVA	<b>Caixão Existente</b>	<b>17,21</b>	<b>142,70</b>	<b>12,1%</b>
	<b>Caixão de Ampliação</b>	<b>125,49</b>		<b>87,9%</b>
UNIT_BAL_A	Caixão Existente	-11,41	142,30	-8,0%
	Caixão de Ampliação	153,71		108,0%

Fonte: Autoria própria.

Assim como quando da análise dos resultados do Modelo 'C', no Modelo 'D' também observou-se a inversão de valores dos momentos devido à atuação de cargas nos balanços da obra de arte estudada. Novamente, tal resultado advém da simplificação do modelo, que gera um efeito 'gangorra' na distribuição transversal das cargas, devido à simplificação da seção caixão por um único elemento (barra) de

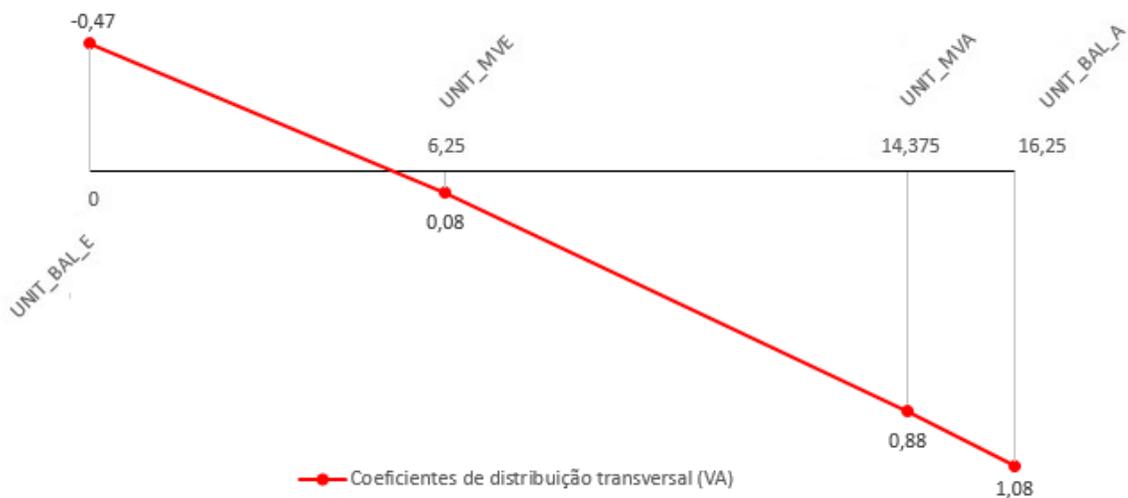
grande inércia.

Para o resultado apresentado na Tabela 12 foram obtidas as linhas de influência dos coeficientes de distribuição transversal para cada uma das vigas seção caixão de OAE, as quais são apresentadas nas figuras 64 e 65.



**Figura 64:** Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão existente, dada a análise do Modelo 'D'.

Fonte: Autoria própria.



**Figura 65:** Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão de ampliação, dada a análise do Modelo 'D'.

Fonte: Autoria própria.

### 3.7 MODELOS TEÓRICOS

Conforme exposto na NBR 7187/2003 – Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido – Procedimento, o modelo estrutural para estudo da obra deve permitir a correta avaliação da resposta da estrutural real às ações previstas. “Geralmente, as estruturas podem ser decompostas em elementos estruturais mais simples, lineares e de superfície, ressaltando-se que as dimensões desses elementos devem manter entre si proporções compatíveis com sua classificação.”

Com essa idéia e a de aperfeiçoar os processos de cálculo e confecção de projetos de obras de arte especiais em seção caixão, em virtude da grande demanda desse tipo de projeto, foram utilizados modelos simplificados baseados nas teorias e métodos clássicos de estudo de tabuleiros multicelulares.

A seguir são apresentados os estudos simplificados estudados, baseados nas conceituações apresentados no Capítulo 2, itens 2.4.1 e 2.4.2.

#### 3.7.1 Método de Fauchart

Conforme apresentada na revisão bibliográfica, o Método de Fauchart consiste em resolver a obra de arte estudada sobre apoios elásticos, determinando-se os parâmetros de rigidez (molas), que representam o comportamento das vigas principais e, após desenvolvido o modelo, “passear” uma carga unitária pelas seções principais da obra.

Primeiramente foram determinados os parâmetros de rigidez das vigas seção caixão que compõem a obra, para montagem do modelo. A seguir são apresentados os cálculos de determinação dos parâmetros citados.

##### ➤ Mola vertical

O valor do parâmetro de rigidez à flexão é dado pela Equação (1), apresentada no Capítulo 2.4.1 e repetida a seguir:

$$k_v = \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^4 \times EI$$

(01 – Repetição)

a) Viga seção caixão existente

Dados os valores das incógnitas que compõem a equação para determinação do parâmetro de rigidez (ou mola) à flexão, quando do estudo da viga seção caixão existente:

$\ell = 38$  metros;

$E = 20.076,18$  MPa;

$I = 367.033.918,26$  cm<sup>4</sup>.

$$k_v = \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^4 \times EI = \left(\frac{\pi}{3800}\right)^4 \times 2.007,618 \times 367.033.918,26$$

$$k_v = 3442,33 \text{ kN/m}$$

b) Viga seção caixão de ampliação

Dados os valores das incógnitas que compõem a equação para determinação do parâmetro de rigidez (ou mola) à flexão, quando do estudo da viga seção caixão de ampliação:

$\ell = 38$  metros;

$E = 29.402,92$  MPa;

$I = 153.990.157,82$  cm<sup>4</sup>.

$$k_v = \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^4 \times EI = \left(\frac{\pi}{3800}\right)^4 \times 2.940,29 \times 153.990.157,82$$

$$k_v = 2115,18 \text{ kN/m}$$

➤ Mola à torção

O valor do parâmetro de rigidez à torção é dado pela Equação (2), apresentada no Capítulo 2.4.2 e repetida a seguir:

$$k_t = \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \times G \times I_t$$

(02 – Repetição)

a) Viga seção caixão existente

Dados os valores das incógnitas que compõem a equação para determinação do parâmetro de rigidez (ou mola) à torção, quando do estudo da viga seção caixão existente:

$\ell = 38$  metros;

$G = 8.365,07$  MPa, conforme equação (3);

$I_t = 805.424.739,90$  cm<sup>4</sup>, conforme equação (4).

$$k_t = \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \times G \times I_t = \left(\frac{\pi}{3800}\right)^2 \times 836,507 \times 805.424.739,90$$

$$k_t = 460.497,49 \text{ kNm/rad}$$

b) Viga seção caixão de ampliação

Dados os valores das incógnitas que compõem a equação para determinação do parâmetro de rigidez (ou mola) à torção, quando do estudo da viga seção caixão de ampliação:

$\ell = 38$  metros;

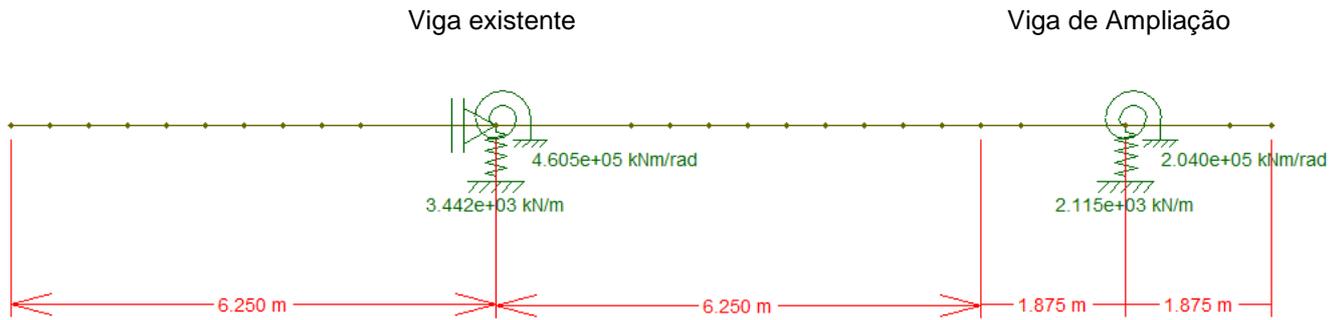
$G = 12.251,21$  MPa, conforme equação (3);

$I_t = 243.577.032,30$  cm<sup>4</sup>, conforme equação (4).

$$k_t = \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \times G \times I_t = \left(\frac{\pi}{3800}\right)^2 \times 1225,121 \times 243.577.032,30$$

$$k_t = 203.961,43 \text{ kNm/rad}$$

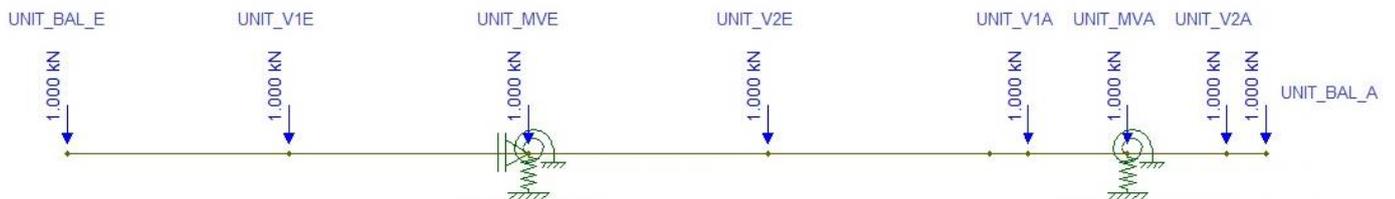
Na figura que segue é apresentado o modelo estudado, dados os parâmetros de rigidez calculados de cada uma das vigas seção caixão que compõem a obra. Foi utilizado o *software* Ftool para montagem e análise do modelo.



**Figura 66: Modelo transversal da obra de arte especial estudada, com base na teoria do Método de Fauchart.**

Fonte: Autoria própria, com uso do *software* Ftool.

Para análise do modelo foi movimentada uma carga unitária em diversos pontos da seção transversal modelada. Tais pontos são os mesmos quando do estudo do Modelo 'A' e do Modelo 'B', assim como apresentado abaixo.



**Figura 67: Pontos de aplicação da carga unitária para análise da distribuição transversal das cargas.**

Fonte: Autoria própria.

A distribuição de cargas foi analisada obtendo-se os coeficientes de distribuição transversal, os quais são apresentados na tabela que segue.

**Tabela 13: Porcentuais das distribuições transversais entre as longarinas existente e de ampliação quando da análise do modelo baseado na teoria do Método de Fauchart.**

<b>Caso de Carregamento</b>	<b>Viga</b>	<b>Coefficiente de distribuição transversal (%)</b>
UNIT_BAL_E	Caixão Existente	93,2%
	Caixão de Ampliação	6,8%
UNIT_V1E	Caixão Existente	92,5%
	Caixão de Ampliação	7,5%
UNIT_MVE	<b>Caixão Existente</b>	91,7%
	<b>Caixão de Ampliação</b>	8,3%
UNIT_V2E	Caixão Existente	61,4%
	Caixão de Ampliação	38,6%
UNIT_V1A	Caixão Existente	19,2%
	Caixão de Ampliação	80,8%
UNIT_MVA	<b>Caixão Existente</b>	13,5%
	<b>Caixão de Ampliação</b>	86,5%
UNIT_V2A	Caixão Existente	12,7%
	Caixão de Ampliação	87,3%
UNIT_BAL_A	Caixão Existente	12,4%
	Caixão de Ampliação	87,6%

**Fonte: Autoria própria.**

Com base nos valores apresentados, foram obtidas as linhas de influência de distribuição das cargas, para cada uma das vigas que compõem a obra de arte em estudo, as quais são apresentadas na próxima página.

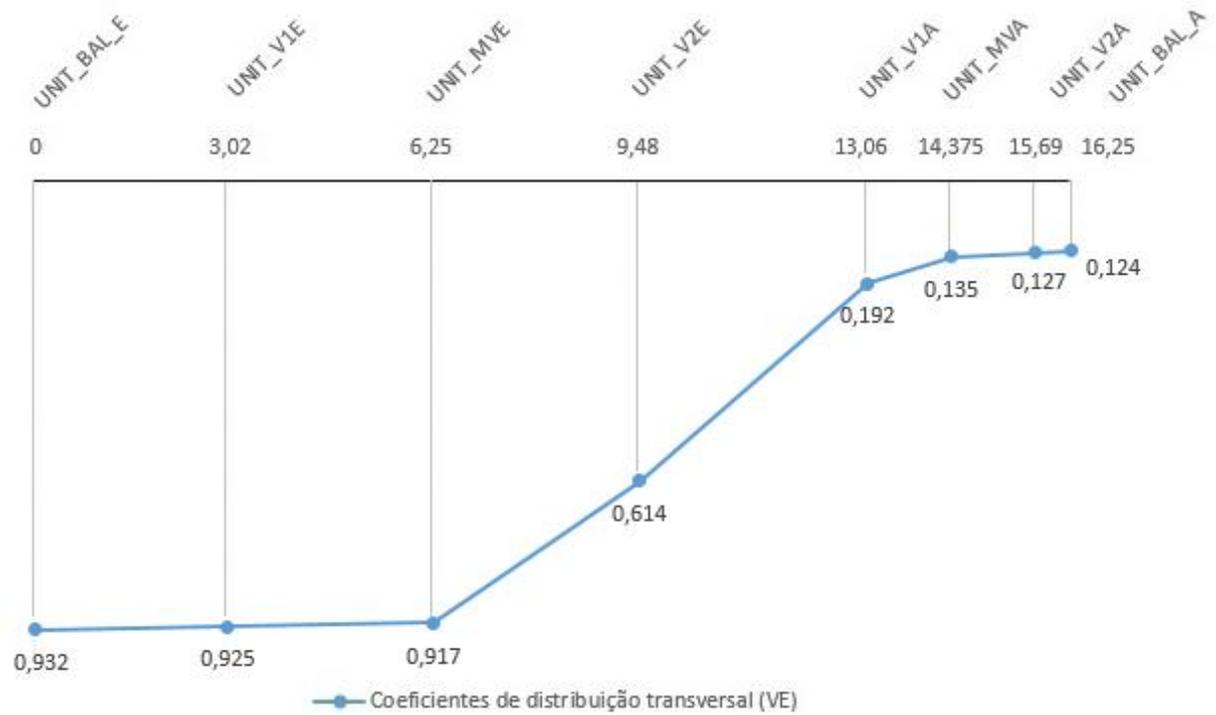


Figura 68: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão existente, dada a análise do modelo baseado na teoria do Método de Fauchart.

Fonte: Autoria própria.

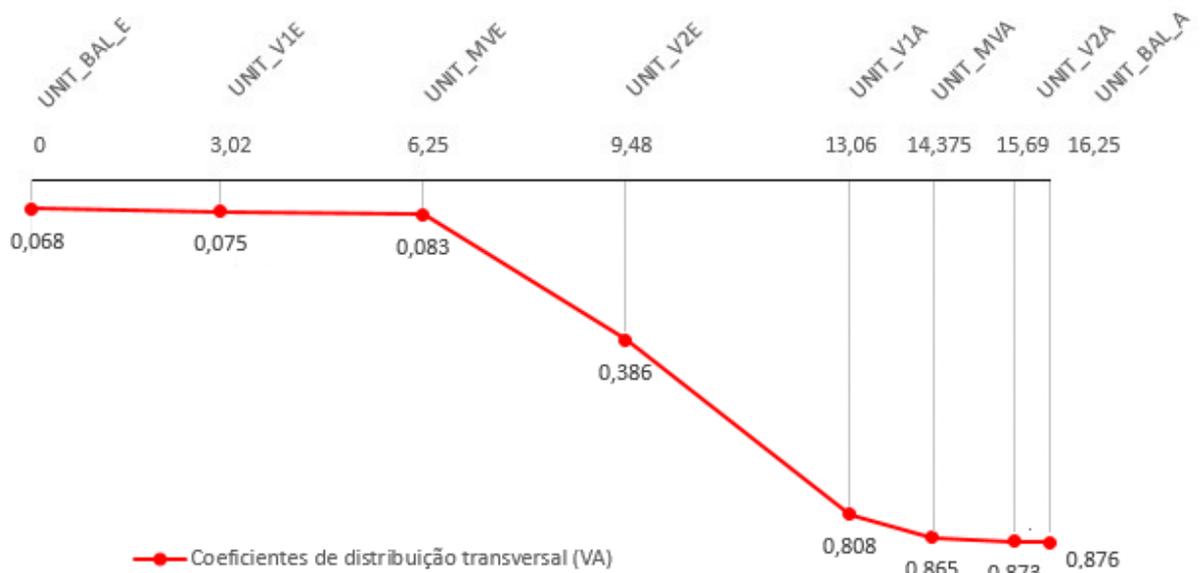


Figura 69: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão de ampliação, dada a análise do modelo baseado na teoria do Método de Fauchart.

Fonte: Autoria própria.

### 3.7.2 Método da distribuição transversal em estruturas celulares (Por Mason, 1977)

Para análise da obra de arte em estudo com base no Método de distribuição transversal das cargas em estrutura celulares de Mason (1977), será considerada a atuação de uma carga unitária na seção caixão existente e, posteriormente, uma carga unitária na seção caixão de ampliação.

A viga seção caixão existente será representada pelo índice E, <sup>(E)</sup>, e a viga seção caixão de ampliação pelo índice A, <sup>(A)</sup>.

Primeiramente, serão apresentadas as propriedades de cada uma das vigas que compõem a obra analisada, para posterior análise dos efeitos das cargas unitárias nas vigas e, então, determinação dos coeficientes de distribuição transversal das cargas atuantes.

#### a) Propriedades das seções caixão

Na Tabela 14 são apresentadas as propriedades das seções caixão. Os valores do momento de inércia à flexão e do momento de inércia à torção foram obtidos quando do estudo da obra com base no Método de Fauchart.

A variável **b** representa a distância entre o eixo da seção caixão e o eixo da ligação das obras pela laje, e a variável  $\ell_t$  o balanço da seção caixão, assim como apresentado nas figuras 70 e 71.

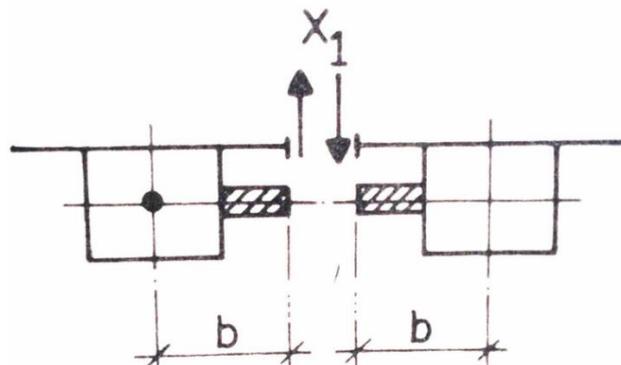


Figura 70: Distância 'b'.

Fonte: Mason (1977).

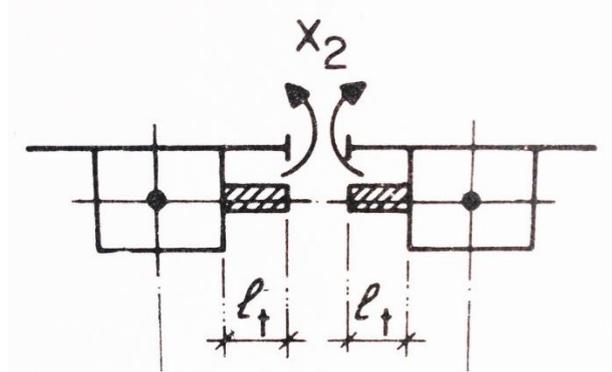


Figura 71: Distância ' $l_t$ '.

Fonte: Mason (1977).

Tabela 14: Propriedades das seções caixaão.

Descrição	Seção Caixaão Existente	Seção Caixaão de Ampliação
$E_{cs}$ (MPa)	20.076,18	29.402,92
$I$ (cm <sup>4</sup> )	367.033.918,26	153.990.157,82
$I_t$ (cm <sup>4</sup> )	805.424.739,90	243.577.032,30
$b$ (m)	5,02	3,10
$l_t$ (m)	1,795	1,795

Fonte: Autoria própria.

b) Atuação de uma carga unitária na viga existente

Segundo apresentado por Mason (1977) e apresentado nas equações (28) e (29), devido à atuação de cargas externas, verticais ou de momento, surgem esforços internos de ligação nas lajes, iguais e contrários para cada um dos lados da seção do corte de forma tal que:

Deslocamentos da laje de ligação:

$$-\delta_{10n}^{(1)} + \delta_{11n} + \delta_{12n} = -\delta_{10n}^{(2)} - \delta_{11n} + \delta_{12n}$$

Rotações da laje de ligação:

$$\delta_{20n}^{(1)} - \delta_{21n} - \delta_{22n} = \delta_{10n}^{(2)} - \delta_{21n} + \delta_{22n}$$

Considerando apenas a atuação de uma carga vertical unitária, para análise das distribuições transversais de cargas, somente serão observados deslocamentos na estrutura, resultando na seguinte expressão, quando da análise da atuação de uma carga unitária na viga seção caixão existente:

$$-\delta_{10}^{(E)} + \delta_{11}^{(E)} = \delta_{11}^{(A)}$$

Visto que  $\delta_{12}$  é igual a zero, pois não existe um momento externo ( $m_{10}$ ) atuante na estrutura gerando um esforço de ligação de rotação e  $\delta_{10}^{(A)}$  também é zero, por estar sendo considerada apenas a atuação de uma carga vertical na estrutura existente.

Assim como apresentado na equação (15),  $\delta_{10}^1 = w_{10} + \theta_{10} \cdot b + f_{10}$ .

$\theta_{10}$  é o giro de torção devido à carga externa  $m_{10}$ . Como  $m_{10} = 0$ , então  $\theta_{10} = 0$ .

O efeito da deformação do perfil da viga celular ( $f_{10}$ ) será considerado na sequência, quando da análise do balanço da viga.

Portanto,

$$\delta_{10}^1 = w_{10}$$

$$\delta_{10}^1 = \frac{1}{\pi^4} \frac{q_{10} \ell^4}{EI} = \frac{1}{\pi^4} \times \frac{1,273 \times 38^4}{E^{(E)} \times 3,67} = \frac{7,425 \times 10^3}{E^{(E)}}$$

Onde,

$$q_{10} = \frac{4}{\pi} q = \frac{4}{\pi} \times 1 = 1,273$$

E  $\ell$  é o comprimento entre os apoios da viga seção caixão, dada a terceira hipótese simplificativa: “a superestrutura é considerada simplesmente apoiada nos extremos”. (MASON, 1977)

Os deslocamentos causados, na face de corte da laje, pelo esforço de ligação advindo da atuação da carga unitária externa  $q_{10}^{(E)}$ , são apresentados na sequência. Tais deslocamentos podem ser observados na viga seção caixão existente  $\delta_{11}^{(E)}$  e na viga seção de ampliação  $\delta_{11}^{(A)}$ .

➤ Deslocamento na viga seção caixão existente

$$\delta_{11}^{(E)} = \frac{1}{\pi^4 n^4} \cdot \frac{X_{11} \ell^4}{EI} + \frac{1}{\pi^2 n^2} \cdot \frac{X_{11} \ell^2 b^2}{GI_t} + \frac{4}{\pi n} \cdot \frac{X_{11} \ell_t^3}{3EI_\ell}$$

$$\delta_{11}^{(E)} = \frac{1}{\pi^4} \cdot \frac{X_{11} \times 38^4}{E^{(E)} \times 3,67} + \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{X_{11} \times 38^2 \times 5,02^2}{\frac{E^{(E)}}{2,4} \times 8,054} + \frac{4}{\pi} \cdot \frac{X_{11} \times 1,795^3}{3 \times E^{(E)} \times 0,667 \times 10^{-3}}$$

Sendo  $I_\ell$  a inércia da laje em balanço, dada por:

$$I_\ell = \frac{ba \times h^3}{12} = \frac{1 \times 0,20^3}{12} = 0,667 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$\delta_{11}^{(E)} = \left( \frac{5,833 \times 10^3}{E^{(E)}} + \frac{1,099 \times 10^3}{E^{(E)}} + \frac{3,68 \times 10^3}{E^{(E)}} \right) X_{11}$$

$$\delta_{11}^{(E)} = \left( \frac{10,612 \times 10^3}{E^{(E)}} \right) X_{11}$$

O efeito da deformação do perfil da seção celular é determinado com uma análise simplificada, conforme apresentado por Mason (1977).

O momento nodal devido ao esforço de ligação na laje ( $X_{11}$ ) apresenta um valor de  $1,795 X_{11}$ , e é distribuído na proporção da rigidez do tabuleiro e da parede vertical da seção caixão. Portanto, o momento resultante no tabuleiro é dado por:

$$1,795 X_{11} \times 0,082 = 0,147 X_{11}$$

Sendo 0,082 o coeficiente de distribuição na laje do tabuleiro, dada a análise das rigidezes da laje e da parede da seção caixão.

Esse momento resultante na laje do tabuleiro provoca uma rotação dada por:

$$\alpha = \frac{M \ell_c}{3EI_{\ell_c}} = \frac{0,147 X_{11} \times 6,45}{3 \times E^{(E)} \times 1,465 \times 10^{-3}} = \frac{215,73 X_{11}}{E^{(E)}}$$

Sendo  $I_{\ell_c}$  a inércia da laje do tabuleiro central da seção caixão existente, dada por:

$$I_{\ell_c} = \frac{ba \times h^3}{12} = \frac{1 \times 0,26^3}{12} = 1,465 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

E  $\ell_c$  o comprimento da laje superior interna da seção caixão igual à 6,45 metros. Tal rotação produz um deslocamento adicional

$$\delta_{11,adic}^{(E)} = 1,795 \times \frac{215,73 X_{11}}{E^{(E)}}$$

$$\delta_{11,adic}^{(E)} = \frac{387,24 X_{11}}{E^{(E)}}$$

Portanto, o deslocamento total da viga seção caixão existente, devido ao esforço de ligação na laje, é dado por:

$$\delta_{11,total}^{(E)} = \delta_{11}^{(E)} + \delta_{11,adic}^{(E)}$$

$$\delta_{11,total}^{(E)} = \left( \frac{10,612 \times 10^3}{E^{(E)}} \right) X_{11} + \left( \frac{0,387 \times 10^3}{E^{(E)}} \right) X_{11}$$

$$\delta_{11,total}^{(E)} = \left( \frac{11,00 \times 10^3}{E^{(E)}} \right) X_{11}$$

➤ Deslocamento na viga seção caixão de ampliação

$$\delta_{11}^{(A)} = \frac{1}{\pi^4 n^4} \cdot \frac{X_{11} \ell^4}{EI} + \frac{1}{\pi^2 n^2} \cdot \frac{X_{1n} \ell^2 b^2}{GI_t} + \frac{4}{\pi n} \cdot \frac{X_1 \ell_t^3}{3EI_\rho}$$

$$\delta_{11}^{(A)} = \frac{1}{\pi^4} \cdot \frac{X_{11} \times 38^4}{E^{(A)} \times 1,5399} + \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{X_{11} \times 38^2 \times 3,10^2}{\frac{E^{(A)}}{2,4} \times 2,436} + \frac{4}{\pi} \cdot \frac{X_{11} \times 1,795^3}{3 \times E^{(A)} \times 0,667 \times 10^{-3}}$$

$$\delta_{11}^{(A)} = \left( \frac{13,901 \times 10^3}{E^{(A)}} + \frac{1,385 \times 10^3}{E^{(A)}} + \frac{3,68 \times 10^3}{E^{(A)}} \right) X_{11}$$

$$\delta_{11}^{(A)} = \left( \frac{18,966 \times 10^3}{E^{(A)}} \right) X_{11}$$

O efeito da deformação do perfil da seção celular é determinado com uma análise simplificada, conforme apresentado por Mason (1977).

O momento nodal devido ao esforço de ligação na laje ( $X_{11}$ ) apresenta um valor

de  $1,795 X_{11}$ , e é distribuído na proporção da rigidez do tabuleiro e da parede vertical da seção caixão. Portanto, o momento resultante no tabuleiro é dado por:

$$1,795 X_{11} \times 0,091 = 0,1633 X_{11}$$

Sendo 0,091 o coeficiente de distribuição na laje do tabuleiro, dada a análise das rigidezes da laje e da parede da seção caixão.

Esse momento resultante na laje do tabuleiro provoca uma rotação dada por:

$$\alpha = \frac{M \ell_c}{3EI_{\ell_c}} = \frac{0,1633 X_{11} \times 2,62}{3 \times E^{(A)} \times 0,667 \times 10^{-3}} = \frac{213,82 X_{11}}{E^{(A)}}$$

Sendo  $I_{\ell_c}$  a inércia da laje central do tabuleiro da seção caixão de ampliação, dada por:

$$I_{\ell_c} = \frac{ba \times h^3}{12} = \frac{1 \times 0,20^3}{12} = 0,667 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

E  $\ell_c$  o comprimento da laje superior interna da seção caixão igual à 2,62 metros.

Tal rotação produz um deslocamento adicional

$$\delta_{11,adic}^{(A)} = 1,795 \times \frac{213,82 X_{11}}{E^{(A)}}$$

$$\delta_{11,adic}^{(A)} = \frac{383,81 X_{11}}{E^{(A)}}$$

Portanto, o deslocamento total da viga seção caixão existente, devido ao esforço de ligação na laje, é dado por:

$$\delta_{11,total}^{(A)} = \delta_{11}^{(A)} + \delta_{11,adic}^{(A)}$$

$$\delta_{11,total}^{(A)} = \left( \frac{18,966 \times 10^3}{E^{(A)}} \right) X_{11} + \left( \frac{0,384 \times 10^3}{E^{(A)}} \right) X_{11}$$

$$\delta_{11,total}^{(A)} = \left( \frac{19,35 \times 10^3}{E^{(A)}} \right) X_{11}$$

A condição de igualdade dos deslocamentos na laje de ligação é, então, representada por:

$$-\delta_{10}^{(E)} + \delta_{11}^{(E)} = \delta_{11}^{(A)}$$

$$-\frac{7,425 \times 10^3}{E^{(E)}} + \left(\frac{11,00 \times 10^3}{E^{(E)}}\right) X_{11} = \left(\frac{19,35 \times 10^3}{E^{(A)}}\right) X_{11}$$

Sabendo que a obra existente foi executada com concreto classe C18 e que a ampliação será composta por elementos estruturais com classe de concreto C35.

$$-\frac{7,425 \times 10^3}{20076,18} + \left(\frac{11,00 \times 10^3}{20076,18}\right) X_{11} = \left(\frac{19,35 \times 10^3}{29402,92}\right) X_{11}$$

$$-0,3698 + 0,548 X_{11} = 0,658 X_{11}$$

$$X_{11} = 0,306$$

Portanto, da carga unitária aplicada, igual à 1kN, 0,306 kN se transfere para a viga de ampliação e 0,694 kN se distribui para a viga existente.

### c) Atuação de uma carga unitária na viga de ampliação

Considerando a atuação de uma carga vertical unitária na viga seção caixão de ampliação, obtem-se a seguinte expressão:

$$\delta_{11}^{(E)} = -\delta_{10}^{(A)} - \delta_{11}^{(A)}$$

O deslocamento devido à atuação da carga unitária externa  $q_{10}$  é dado por:

$$\delta_{10}^1 = w_{10}$$

$$\delta_{10}^{(A)} = \frac{1}{\pi^4} \frac{q_{10} \ell^4}{EI} = \frac{1}{\pi^4} \times \frac{1,273 \times 38^4}{E^{(A)} \times 1,5399} = \frac{17,696 \times 10^3}{E^{(A)}}$$

Onde,

$$q_{10} = \frac{4}{\pi} q = \frac{4}{\pi} \times 1 = 1,273$$

E  $l$  é o comprimento entre os apoios da viga seção caixão, dada a terceira hipótese simplificativa: “a superestrutura é considerada simplesmente apoiada nos extremos”.

Os deslocamentos causados, na face de corte da laje, pelo esforço de ligação advindo da atuação da carga unitária externa  $q_{10}^{(E)}$ , foram apresentados anteriormente, quando da análise da carga unitária posicionada no centro da viga seção caixão existente, e são apresentados novamente na sequência.

- Deslocamento na viga seção caixão existente

$$\delta_{11,total}^{(E)} = \left( \frac{11,00 \times 10^3}{E^{(E)}} \right) X_{11}$$

- Deslocamento na viga seção caixão de ampliação

$$\delta_{11,total}^{(A)} = \left( \frac{19,35 \times 10^3}{E^{(A)}} \right) X_{11}$$

A condição de igualdade dos deslocamentos na laje de ligação pode então ser resolvida:

$$\delta_{11}^{(E)} = -\delta_{10}^{(A)} - \delta_{11}^{(A)}$$

$$\left( \frac{11,00 \times 10^3}{E^{(E)}} \right) X_{11} = -\frac{17,696 \times 10^3}{E^{(A)}} - \left( \frac{19,35 \times 10^3}{E^{(A)}} \right) X_{11}$$

Sabendo que a obra existente foi executada com concreto classe C18 e que a ampliação será composta por elementos estruturais com classe de concreto C35, tem-se:

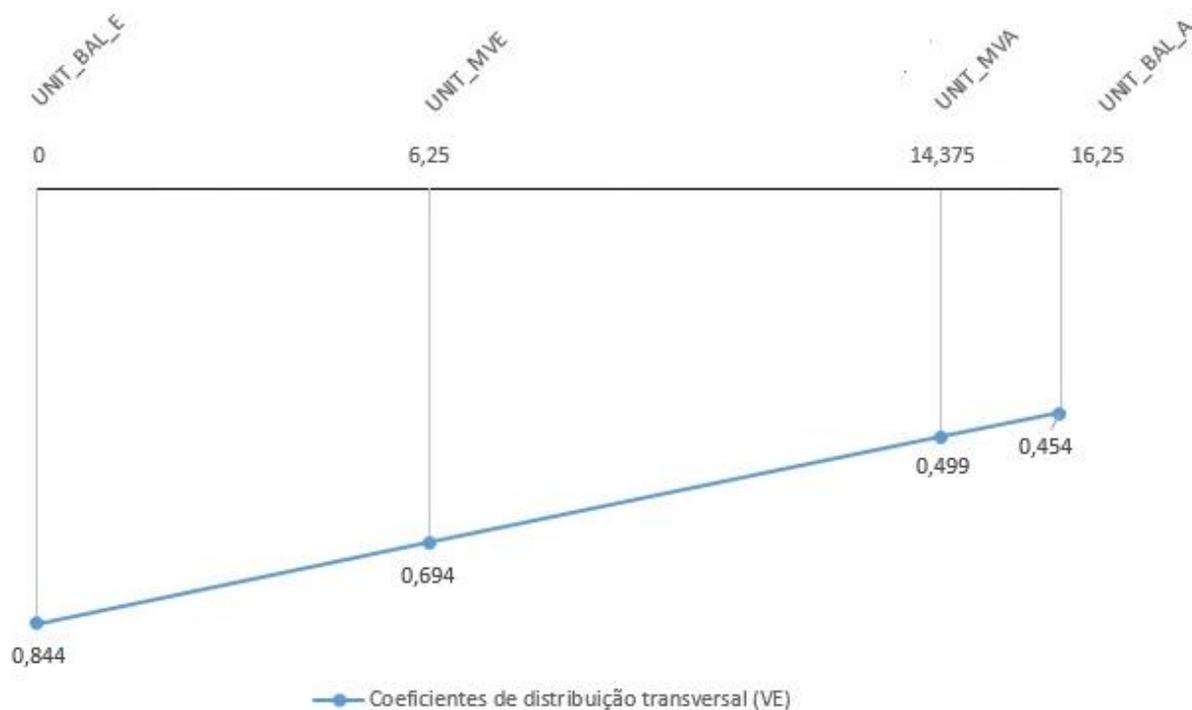
$$\left( \frac{11,00 \times 10^3}{20076,18} \right) X_{11} = -\frac{17,696 \times 10^3}{29402,92} - \left( \frac{19,35 \times 10^3}{29402,92} \right) X_{11}$$

$$0,5479 X_{11} = -0,602 - 0,658 X_{11}$$

$$X_{11} = 0,499$$

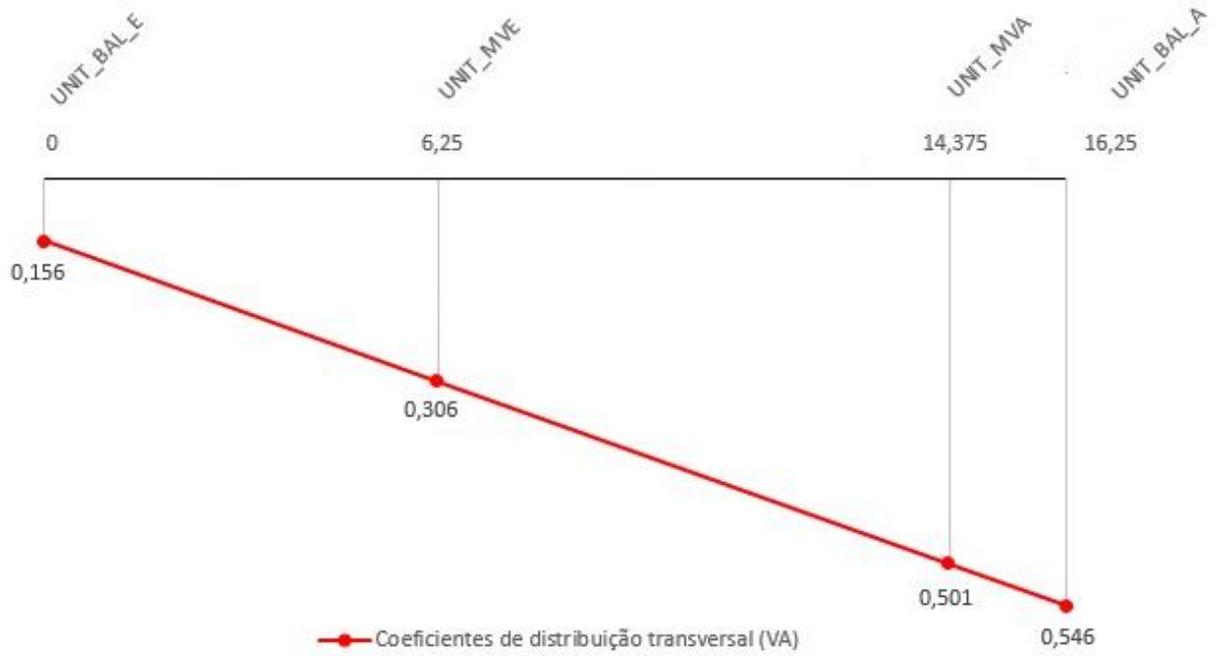
Portanto, da carga unitária aplicada, igual à 1kN, 0,501 kN se distribui para a viga de ampliação e 0,499 kN se distribui para a viga existente.

Dados os coeficientes de distribuição transversal das cargas, foram obtidas as linhas de influência para cada uma das vigas que compõem a obra em estudo, considerando a extrapolação da linha de influência até as extremidades da obra.



**Figura 72: Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão existente, dada a análise do modelo baseado na teoria de Mason (1977).**

Fonte: Autoria própria.



**Figura 73:** Linha de influência da distribuição transversal das cargas na viga seção caixão de ampliação, dada a análise do modelo baseado na teoria de Mason (1977).

Fonte: Autoria própria.

## 4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

No presente capítulo são apresentadas as discussões dos resultados obtidos quando da análise dos modelos tridimensionais desenvolvidos com uso do *software* SAP2000 (Modelos 'A' a 'D') e, ainda, os resultados das análises com uso dos métodos com base em teorias clássicas.

Primeiramente foram analisados os modelos 'A' e 'B' que se caracterizam como aqueles que se aproximam mais da realidade, por analisarem a geometria tridimensional dos elementos que compõem a obra de arte especial estudada.

Observa-se que ambos os modelos apresentaram resultados satisfatórios, de forma tal que é identificada uma distribuição coerente de cargas entre as obras, dadas as geometrias de cada uma das vigas. Os Modelos 'A' e 'B' resultaram em somatórios de momentos muito próximos ao previsto, quando da aplicação de uma carga unitária ao longo da obra. O valor previsto,  $M = 144,38$  kNm, foi apresentado na página 64.

Primeiramente é apresentado o comparativo entre os modelos referência, que se tratam dos modelos tridimensionais desenvolvidos com uso do *software* SAP2000, sendo o Modelo 'A' e o Modelo 'B'. Na sequência são apresentados os comparativos entre os resultados do Modelo 'A' e do Modelo 'B', referências nesse estudo, e os modelos de grelha desenvolvidos com uso do *software* SAP2000, modelos 'C' e 'D', e os modelos com base na teoria de Fauchart e na teoria de Mason.

Para comparativo dos modelos estudados foram analisadas as linhas de influência de cada uma das vigas seção caixão que compõem a obra em estudo, facilitando a visualização e a interpretação dos resultados.

### 4.1 COMPARATIVO ENTRE O MODELO 'A' E O MODELO 'B'

Baseando-se nos resultados apresentados na Tabela 7 e na Tabela 9 referentes, respectivamente, aos coeficientes de distribuição transversal obtidos do Modelo 'A' e do Modelo 'B', são apresentadas as linhas de influência de cada uma das vigas seção caixão que compõem a obra estudada. Ainda, são apresentados os percentuais de diferença entre os valores obtidos para cada um dos modelos

comparados, indicados nas caixas verdes.

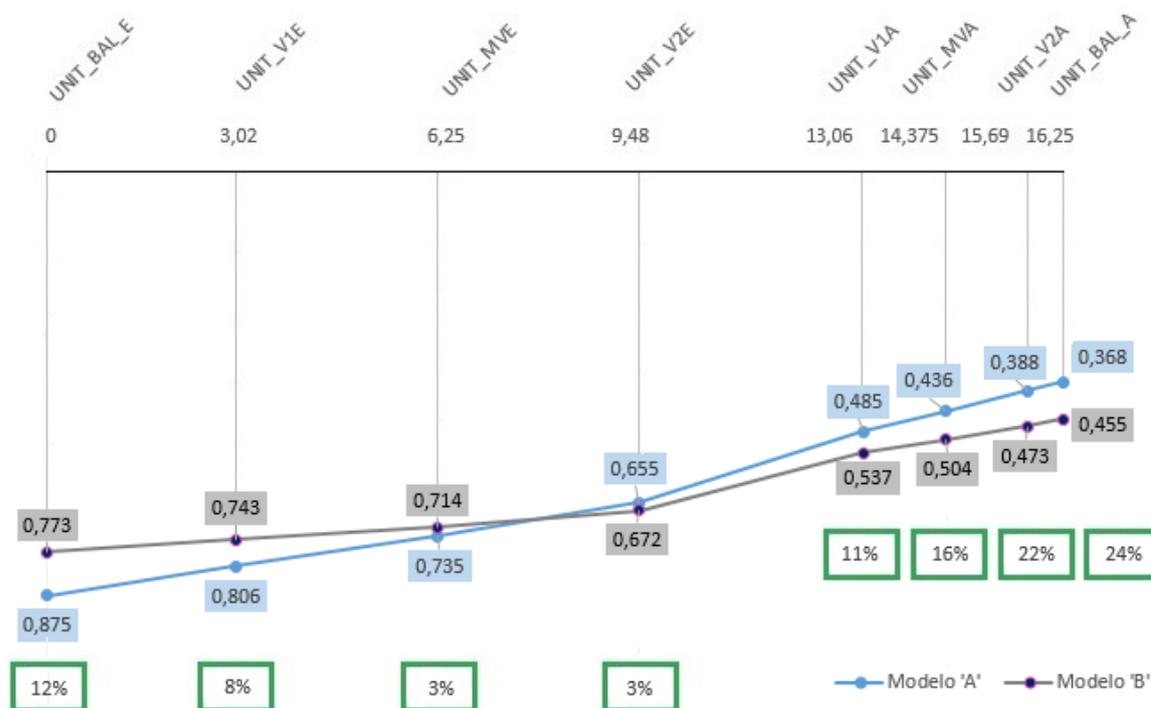


Figura 74: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do Modelo 'B' (em cinza).

Fonte: Autoria própria.



Figura 75: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do Modelo 'B' (em cinza).

Fonte: Autoria própria.

Observa-se que, quando da atuação de uma carga unitária no balanço da viga seção caixão existente, o coeficiente de distribuição transversal para a viga seção caixão de ampliação apresenta um percentual grande de variação entre os dois modelos estudados. Tal variação se deve à ordem de grandeza do coeficiente de distribuição nesse ponto, mas não configura efeitos tão representativos quanto da “área” da linha de influência. Tal conclusão é comprovada quando da análise de um conjunto de cargas, como será apresentado na sequência, no Capítulo 4, item 4.11.

#### 4.2 COMPARATIVO ENTRE O MODELO ‘A’ E O MODELO ‘C’

Nas figuras, a seguir, são apresentados os comparativos entre os Modelos ‘A’ e ‘C’, com base nas linhas de influência de distribuição de cargas de cada uma das vigas em seção caixão que compõem a obra.

A linha de influência baseada nos resultados do Modelo ‘A’ é apresentada em azul e a linha de influência obtida quando da análise do Modelo ‘C’ é apresentada em verde. Ainda, são apresentados os percentuais que representam a diferença entre os resultados dos dois modelos, indicados nas caixas verdes.

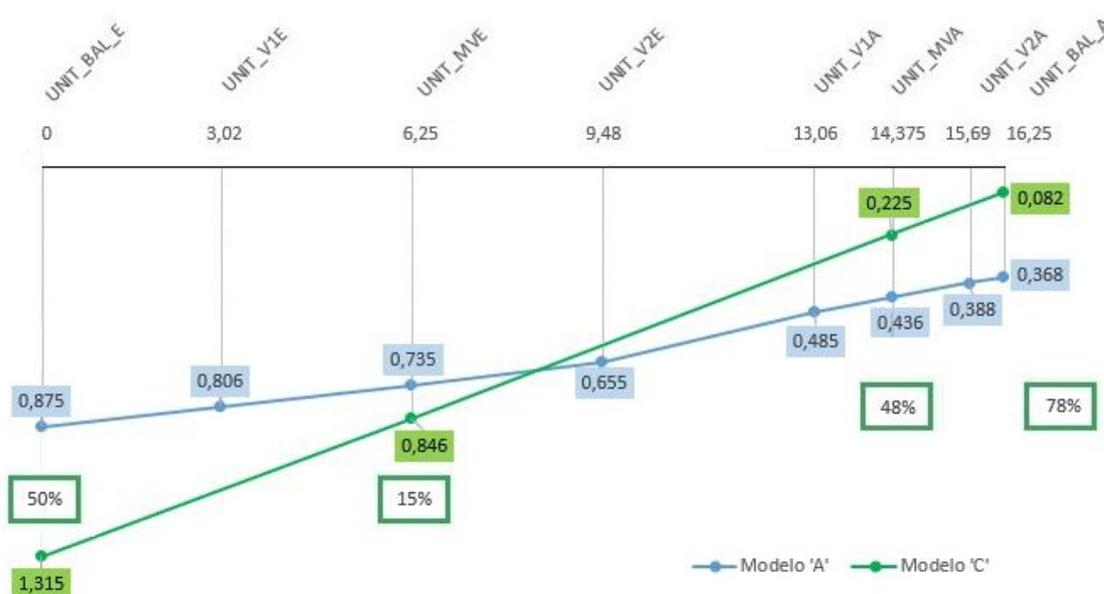
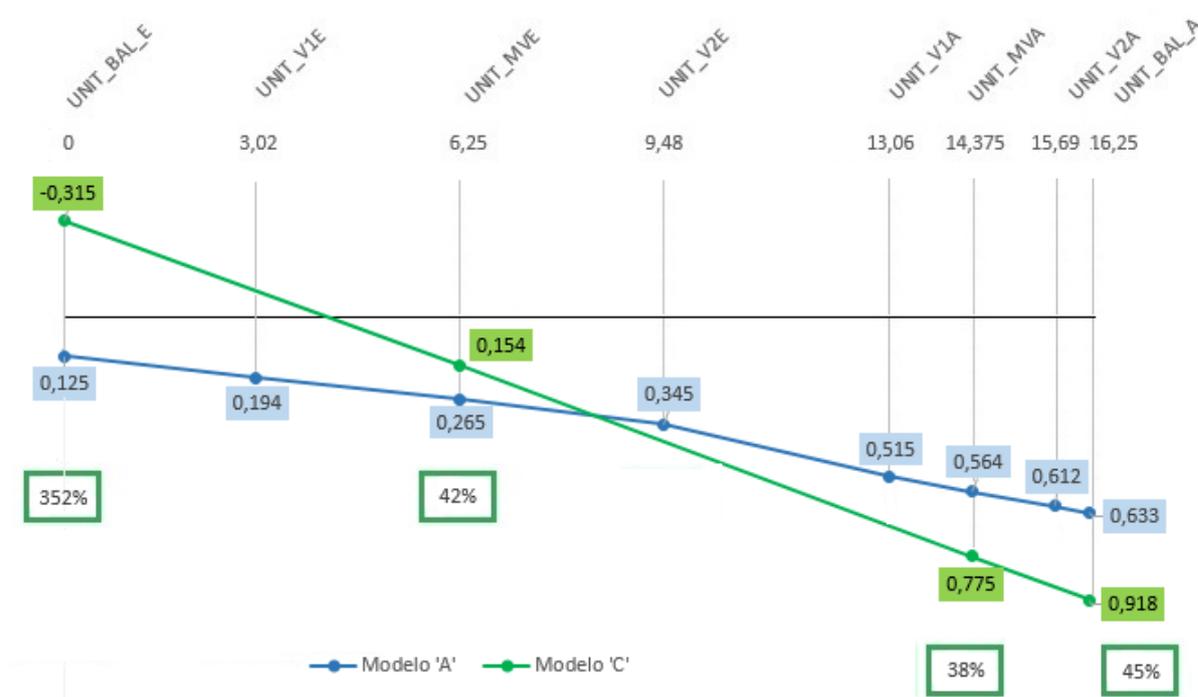


Figura 76: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo ‘A’ (em azul) e a linha de influência obtida do Modelo ‘C’ (em verde).

Fonte: Autoria própria.



**Figura 77: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do Modelo 'C' (em verde).**

**Fonte: Autoria própria.**

Observam-se valores de coeficientes de distribuição transversal bastante divergentes entre os dois modelos comparados. Tal diferença se deve à simplificação do Modelo 'C', no qual a seção caixão é simplificada por um único elemento de barra, dificultando a correta consideração das propriedades particulares desse tipo de elemento, como a elevada inércia à torção, sendo que o modelo não apresenta uma distribuição coerente para estudos de seção caixão.

Portanto, conclui-se que o Modelo 'C' não apresenta resultados adequados quando da distribuição de cargas em obras de arte especiais compostas por vigas seção caixão de diferentes geometrias.

#### 4.3 COMPARATIVO ENTRE O MODELO 'A' E O MODELO 'D'

Nas figuras que seguem são apresentadas as linhas de influência para cada uma das seções caixão que compõem a obra, contendo os resultados do Modelo 'A'

e do Modelo 'D' e, ainda, indicados nas caixas verdes as diferenças entre os valores obtidos nos modelos.

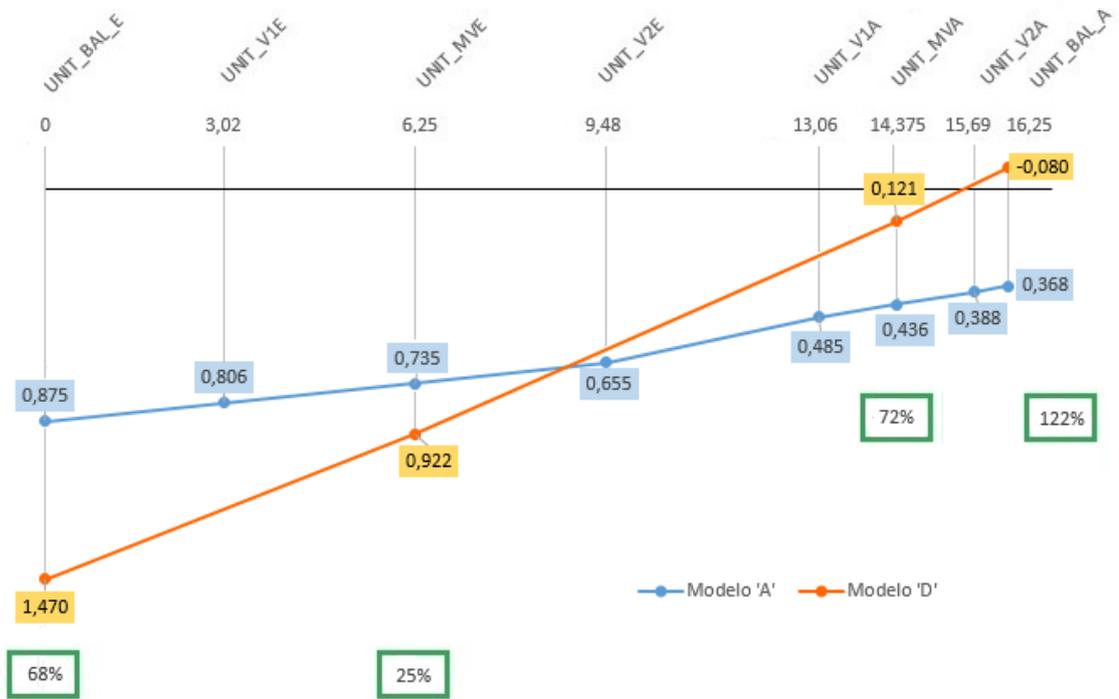


Figura 78: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do Modelo 'D' (em laranja).

Fonte: Autoria própria.

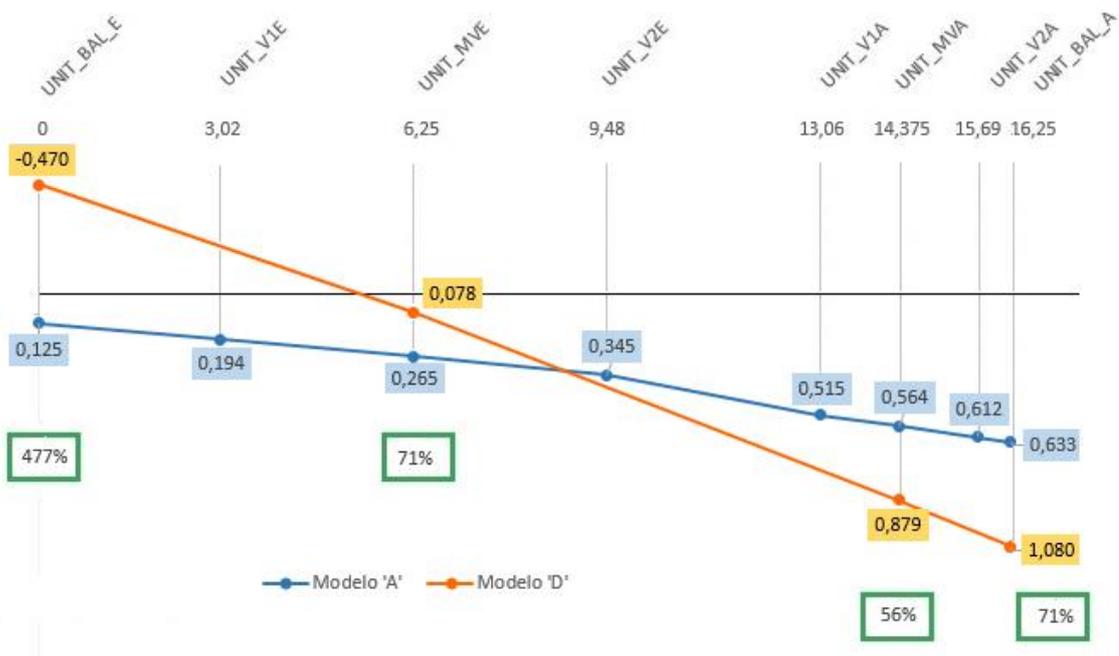


Figura 79: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do Modelo 'D' (em laranja).

Fonte: Autoria própria.

Assim como quando da análise do comparativo entre o Modelo 'A' e o Modelo 'C', no comparativo apresentado neste item também observa-se uma grande variação entre os resultados, em função da simplificação do Modelo 'D'. Portanto, da mesma forma, conclui-se que o Modelo 'D' não apresenta resultados adequados quando da distribuição de cargas em obras de arte especiais compostas por vigas em seção caixão de diferentes geometrias.

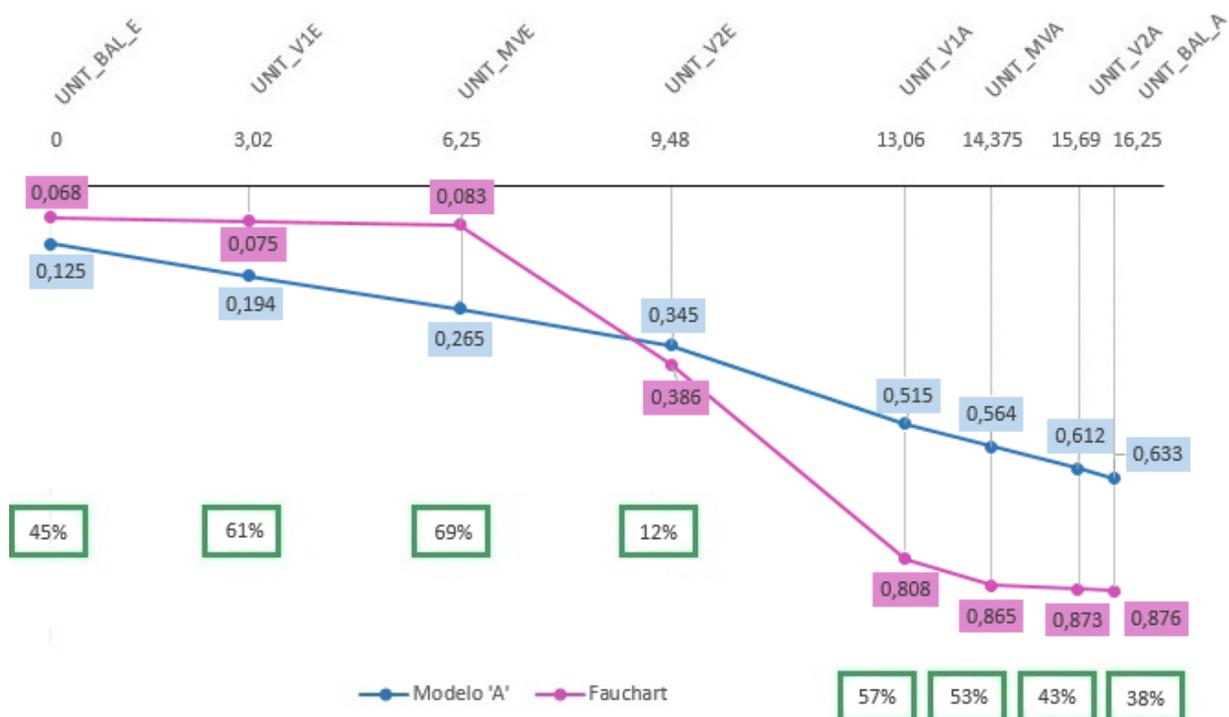
#### 4.4 COMPARATIVO ENTRE O MODELO 'A' E O MODELO BASEADO NO MÉTODO DE FAUCHART

Na sequência são apresentadas as figuras com o comparativo das linhas de influência resultante do Modelo 'A' e do modelo com base no método de Fauchart, para cada uma das vigas em seção caixão que compõem a obra de arte estudada.



Figura 80: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Fauchart (em lilás).

Fonte: Autoria própria.



**Figura 81: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Fauchart (em lilás).**

Fonte: Autoria própria.

Os valores indicados nas caixas verdes são os percentuais de diferença dos valores dos coeficientes de distribuição transversal obtidos para cada um dos modelos. Observa-se a grande variação entre os valores obtidos para cada um dos modelos comparados aqui (Modelo 'A', que se trata do modelo referência, e Modelo de Fauchart). Tais resultados permitem concluir que a simplificação das vigas seção caixão, representadas por molas com seus respectivos coeficientes de rigidez à flexão e à torção, não é conveniente quando da análise de estruturas celulares.

Durante a análise dos resultados, observou-se que a rigidez à flexão da viga seção caixão de ampliação apresenta a maior contribuição para os resultados obtidos. Tal situação se deve à rigidez elevada da seção caixão de ampliação, mesmo que a mesma apresente dimensões inferiores à seção caixão existente e, ainda, devido à resistência do concreto da seção caixão de ampliação ser superior à resistência da obra existente. Tais fatores contribuíram nos valores resultantes da análise pelo método de Fauchart, sendo que as características citadas da viga seção caixão de ampliação resultaram em uma situação na qual, quando da aplicação de uma carga sobre a viga de ampliação, pouco dessa carga se transfere para a obra existente.

Portanto, a análise da obra em estudo pelo método de Fauchart não apresenta bons resultados, sendo que para a análise de obras com vigas em seção celular o método não é indicado, visto a distribuição incoerente das cargas atuantes entre as obras existente e de ampliação.

#### 4.5 COMPARATIVO ENTRE O MODELO 'A' E O MODELO BASEADO NO MÉTODO DE MASON

Na sequência são apresentadas as figuras com o comparativo das linhas de influência resultante do Modelo 'A' e do modelo com base no método de Mason, para cada uma das vigas seção caixão que compõem a obra de arte estudada.

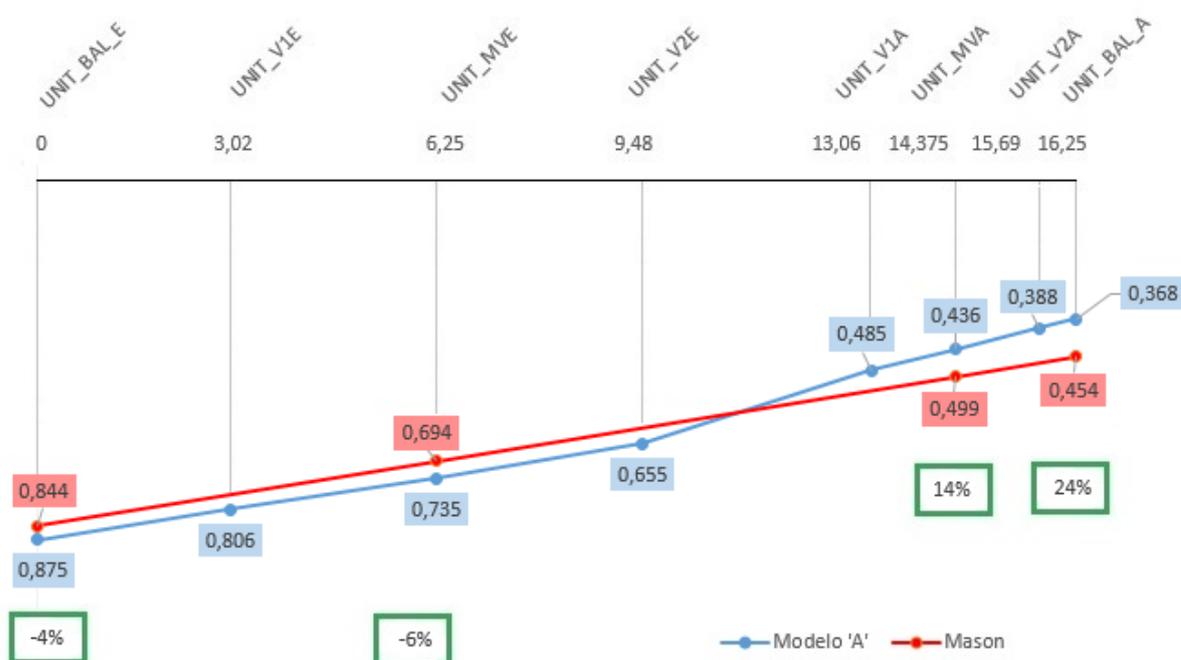


Figura 82: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Mason (em vermelho).

Fonte: Autoria própria.



**Figura 83: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'A' (em azul) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Mason (em vermelho).**

Fonte: Autoria própria.

Os percentuais de diferença dos valores dos coeficientes de distribuição transversal, apresentados nas caixas verdes, demonstram que o método da distribuição transversal de cargas em estruturas celulares apresentado por Mason (1977) apresenta bons resultados. Tal situação se deve, principalmente, por esse ser um método desenvolvido exclusivamente para a análise de seções celulares, levando em consideração as particularidades desse tipo de estrutura.

#### 4.6 COMPARATIVO ENTRE OS MODELOS 'B' E 'C'

Assim como apresentado no capítulo 4, itens 4.2 a 4.5, no presente capítulo e nos que seguem, serão apresentadas comparações com os Modelos simplificados 'C' e 'D' e os modelo baseados nas teorias clássicas, porém dado o modelo referência 'B', que se trata do modelo tridimensional discretizado com elementos de placa.

Nas figuras que seguem são apresentadas as linhas de influência para cada

uma das seções caixão que compõem a obra, contendo os resultados do Modelo 'B' e do Modelo 'C' e, ainda, indicados nas caixas verdes as diferenças entre os valores obtidos nos modelos.

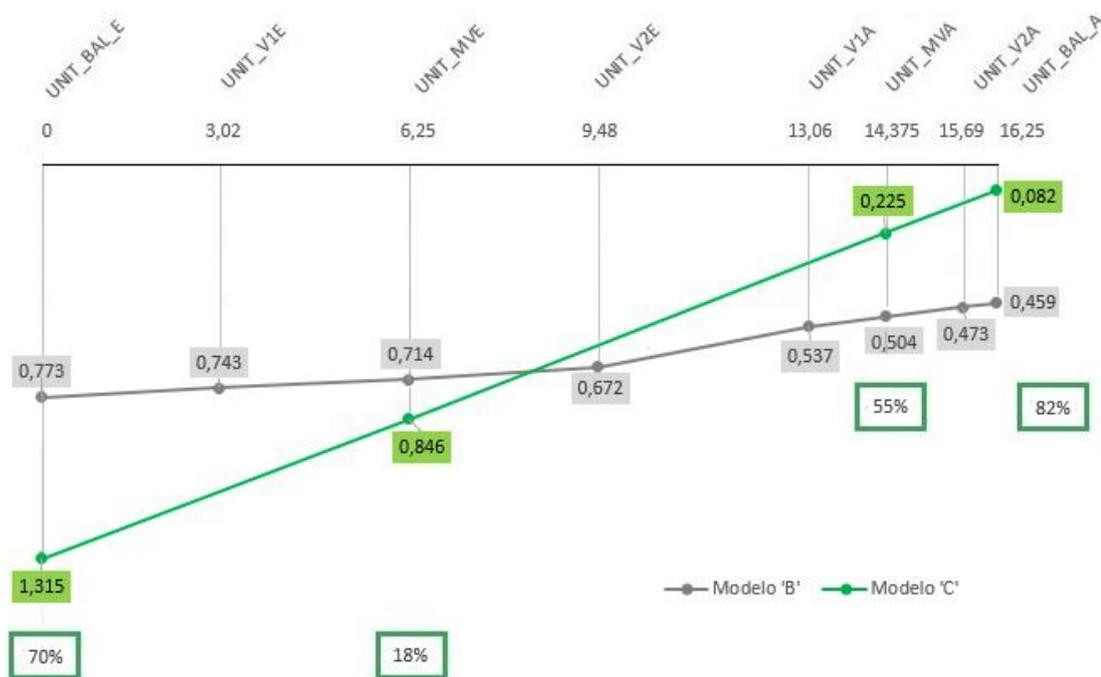


Figura 84: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do Modelo 'C' (em verde).

Fonte: Autoria própria.

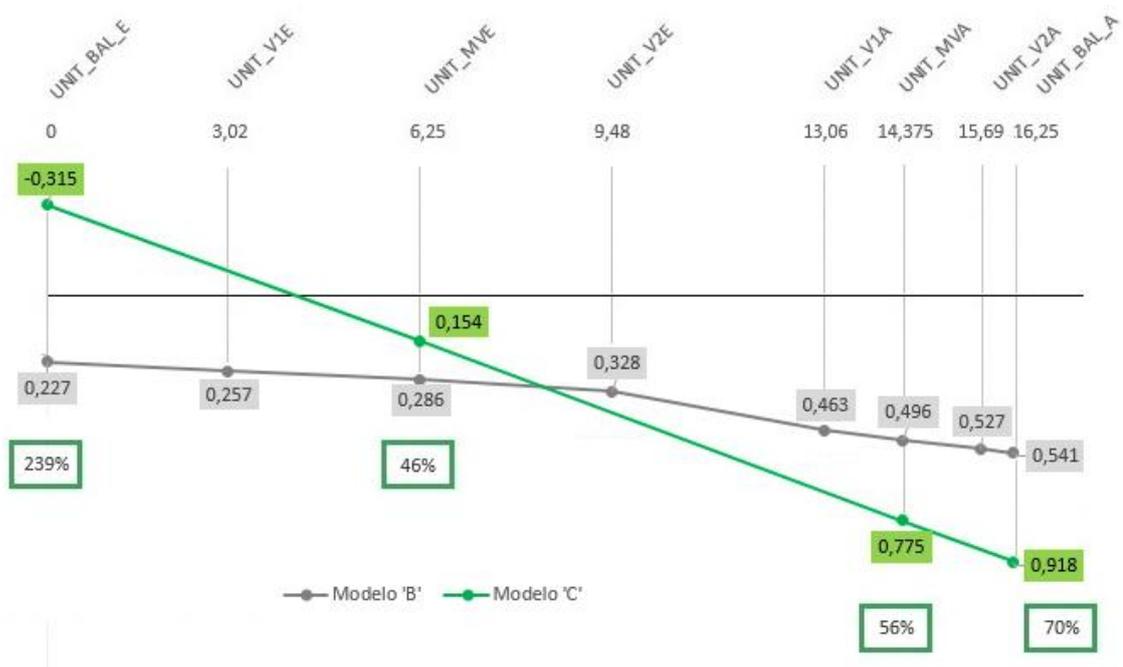


Figura 85: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do Modelo 'C' (em verde).

Fonte: Autoria própria.

## 4.7 COMPARATIVO ENTRE OS MODELOS 'B' E 'D'

Nas figuras que seguem são apresentadas as linhas de influência para cada uma das seções caixão que compõem a obra, contendo os resultados do Modelo 'B' e do Modelo 'D' e, ainda, indicados nas caixas verdes as diferenças entre os valores obtidos nos modelos.

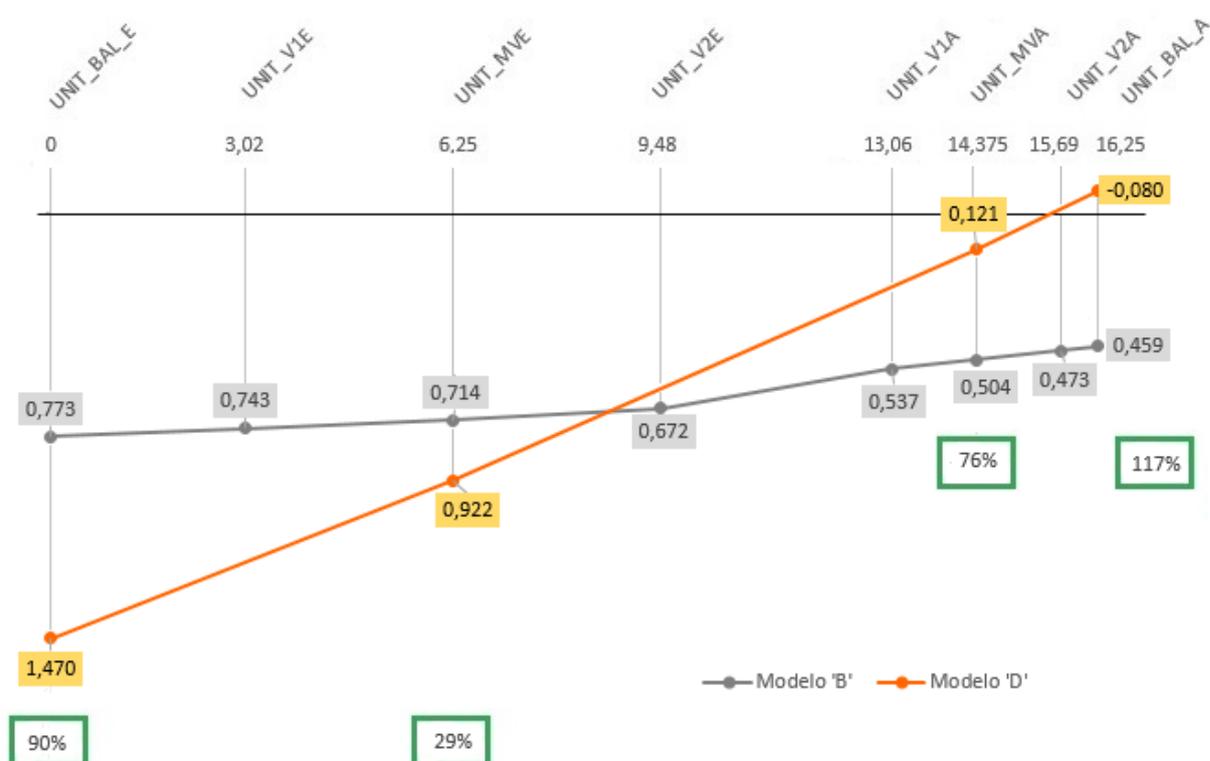


Figura 86: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do Modelo 'D' (em laranja).

Fonte: Autoria própria.

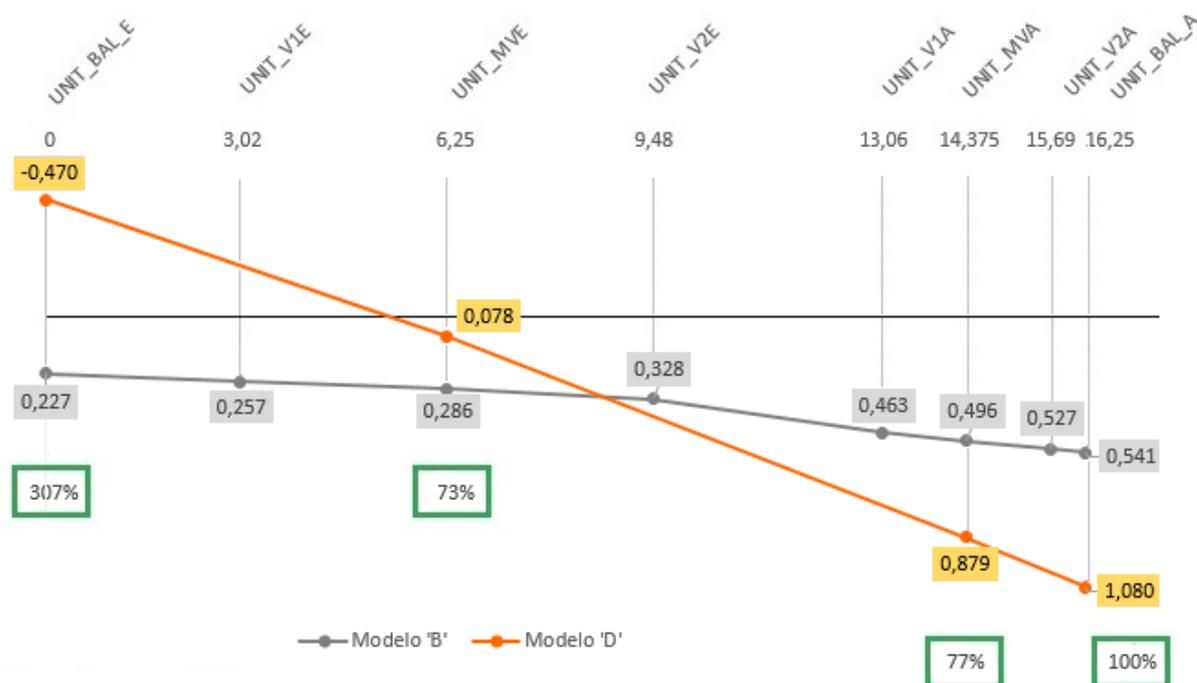


Figura 87: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do Modelo 'D' (em laranja).

Fonte: Autoria própria.

#### 4.8 COMPARATIVO ENTRE O MODELO 'B' E O MODELO BASEADO NO MÉTODO DE FAUCHART

Na sequência são apresentadas as figuras com o comparativo das linhas de influência resultante do Modelo 'B' e do modelo com base no método de Fauchart, para cada uma das vigas seção caixão que compõem a obra de arte estudada.

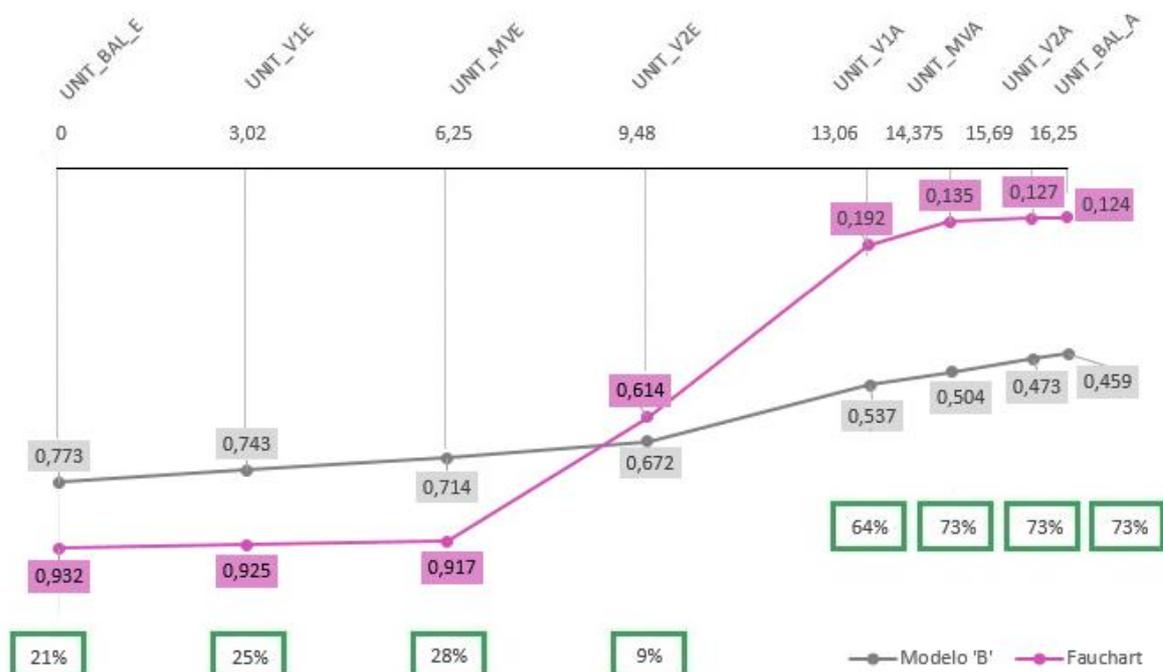


Figura 88: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Fauchart (em lilás).

Fonte: Autoria própria.

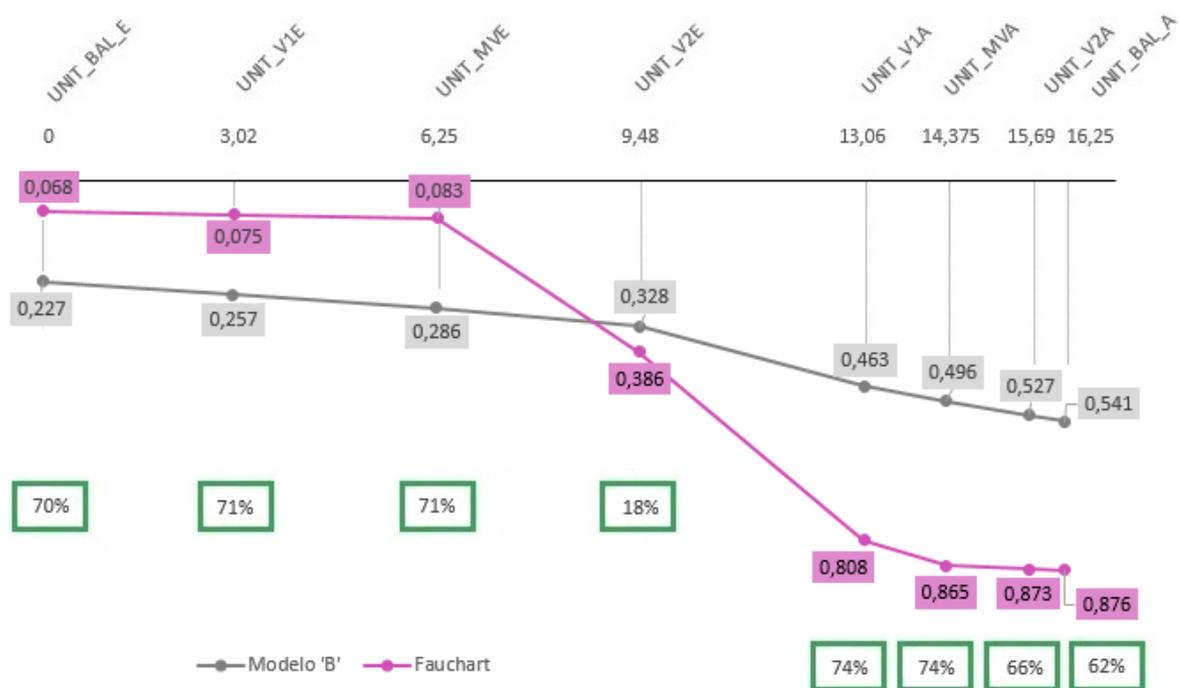


Figura 89: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Fauchart (em lilás).

Fonte: Autoria própria.

Os valores obtidos da comparação dos resultados do modelo baseado no Método de Fauchart com o modelo referência 'B' apresentaram-se ainda mais discrepantes quanto àqueles obtidos quando da comparação com o modelo referência 'A', comprovando que o Método de Fauchart não apresenta bons resultados para a análise das distribuições das cargas entre vigas de seção celular.

#### 4.9 COMPARATIVO ENTRE O MODELO 'B' E O MODELO BASEADO NO MÉTODO DE MASON

Na sequência são apresentadas as figuras com o comparativo das linhas de influência resultante do Modelo 'B' e do modelo com base no método de Mason, para cada uma das vigas seção caixão que compõem a obra de arte estudada.

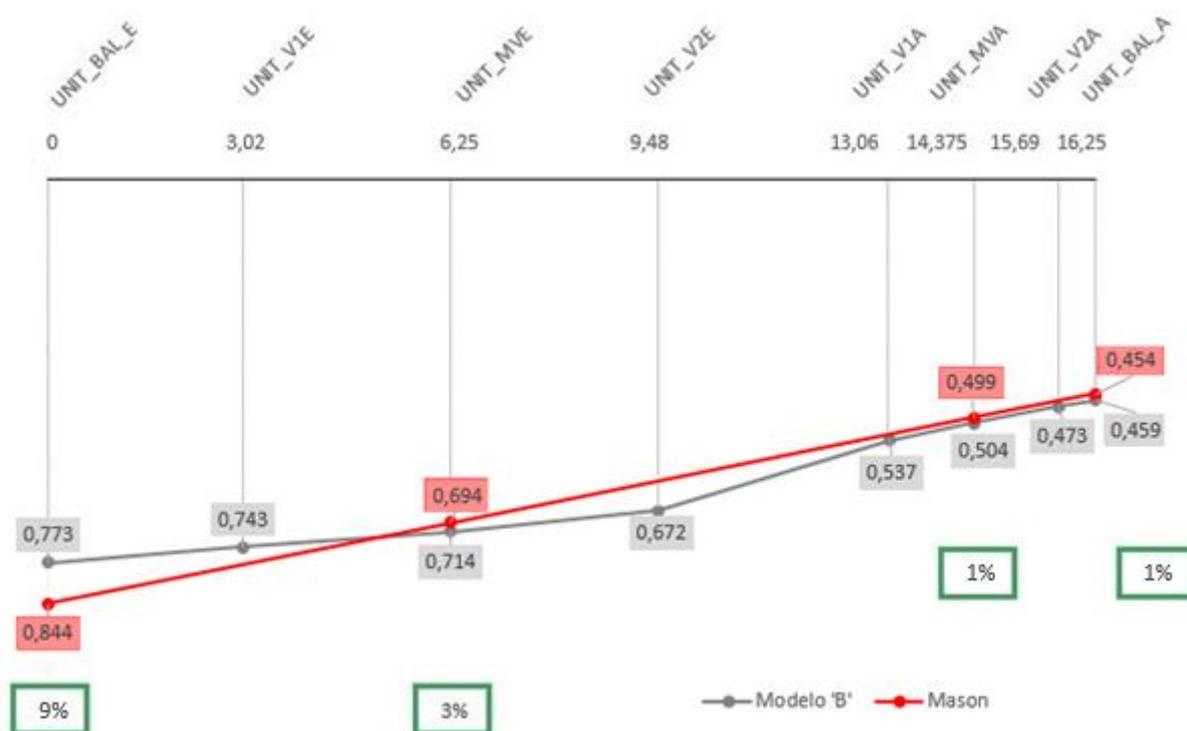
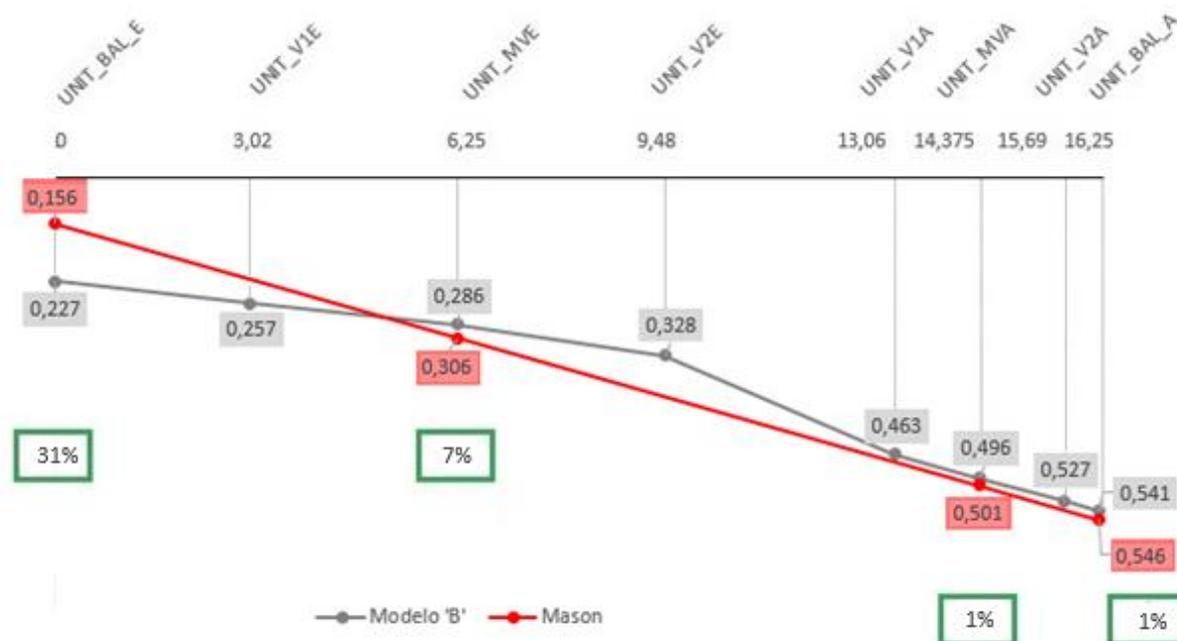


Figura 90: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão existente obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Mason (em vermelho).

Fonte: Autoria própria.



**Figura 91: Comparação entre a linha de influência da viga seção caixão de ampliação obtida do Modelo 'B' (em cinza) e a linha de influência obtida do modelo baseado no Método de Mason (em vermelho).**

Fonte: Autoria própria.

Os resultados obtidos confirmam a qualidade do Método de Mason quando da análise das distribuições transversais entre vigas de seção celular.

#### 4.10 DISCUSSÃO SOBRE OS COMPARATIVOS

Da análise dos comparativos apresentados anteriormente, observa-se que os modelos de grelha desenvolvidos com uso do *software* SAP2000 (Modelos 'C' e 'D'), não apresentaram resultados satisfatórios. A simplificação da seção caixão por um único elemento de barra não leva em consideração as propriedades da seção caixão completa, como as rigidezes à flexão e à torção, resultando em uma distribuição transversal de cargas incoerente, na qual há pouca transferência de cargas entre as seções caixão que compõem a obra.

Da mesma forma, o modelo baseado no método de Fauchart também não apresentou uma distribuição de cargas coerente entre as vigas seção caixão que compõem a obra, sendo observado que a carga, quando aplicada sobre uma das

vigas, distribui-se quase que totalmente nessa viga, sendo pouco transferido para a outra viga que compõe a obra.

Já o modelo desenvolvido com a teoria clássica de Mason apresentou desvio de até 25% quando do comparativo com o Modelo 'A' e de 31% quando do comparativo com o Modelo 'B', lembrando que tais variações foram observadas em apenas um ponto, sendo que as variações nos demais pontos da linha de influência foram da ordem de menos de 10%. Tais resultados caracterizam valores de divergências satisfatórios quando do comparativo com os modelos referência (Modelo 'A' e Modelo 'B').

Tais valores de desvios obtidos podem não ser tão expressivos quando da análise do conjunto de cargas que atuam na estrutura.

As distribuições de cargas unitárias representam um resultado de análise inicial das distribuições transversais das cargas. Como uma obra de arte especial é sujeita a um conjunto de carregamentos, as distribuições podem se apresentar de forma mais proporcional entre os métodos estudados quando da análise das cargas reais que atuam na estrutura. O conjunto de carregamentos citado pode ser referente às cargas permanentes ou ao tráfego de veículos, que se trata de cargas acidentais, que usualmente são as mais representativas na análise de pontes em concreto armado em seção caixão.

Portanto, visando obter uma conclusão mais expressiva sobre a viabilidade dos métodos estudados, dadas as linhas de influência obtidas quando da análise das distribuições transversais das cargas, serão determinados os valores das distribuições transversais devidos à atuação dos veículos e de multidão, cargas essas apresentadas na NBR 7188/2013 – Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas.

#### 4.11 ANÁLISE DA ATUAÇÃO DAS CARGAS MÓVEIS, SEGUNDO A NBR 7188/2013

Para análise da atuação das cargas móveis na obra de arte em estudo, primeiramente foi determinado o trem tipo de tráfego na obra.

Segundo apresentado na NBR 7188 (ASSOCIAÇÃO..., 2013), a carga

rodoviária padrão nas rodovias brasileiras é definida por um veículo tipo de 450 kN circundado por uma carga uniformemente distribuída constante de 5 kN/m<sup>2</sup>. Na Figura 92, que segue, é apresentada a disposição das cargas que compõem o veículo tipo.

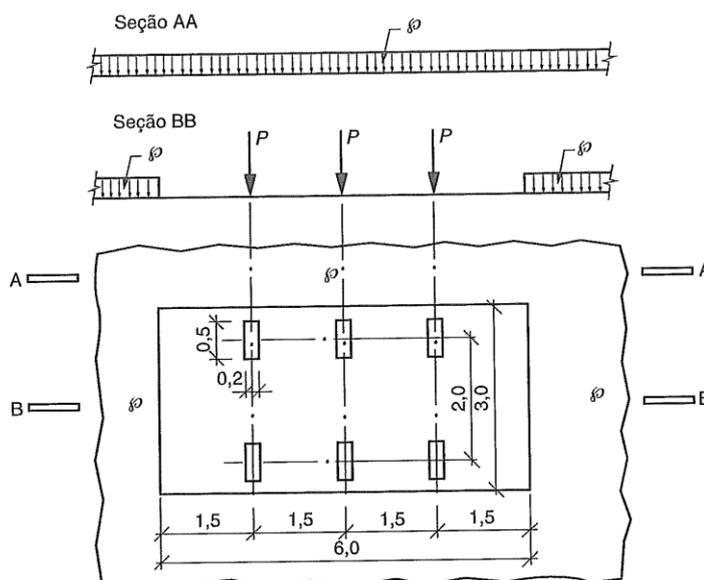


Figura 92: Disposição das cargas do veículo tipo TB-450 da NBR 7188/2013.

Fonte: NBR 7188 (ASSOCIAÇÃO..., 2013)

O veículo tipo TB-450 é composto por seis rodas, cada qual com uma carga  $P = 75$  kN, três eixos de carga afastados entre si de 1,5 metros e uma área de ocupação de 18 m<sup>2</sup>.

Ainda conforme a NBR 7188 (ASSOCIAÇÃO..., 2013), para cálculo das solicitações acidentais “a carga móvel assume uma posição qualquer na pista com as rodas na posição mais desfavorável”. A carga distribuída também deve ser aplicada na posição mais desfavorável, independente das faixas de tráfego do veículo.

Para distribuição das cargas de multidão e do veículo tipo na estrutura, foi utilizada a carga distribuída também na projeção do veículo (trem tipo homogeneizado), com a finalidade de facilitar os cálculos. Tal acréscimo é subtraído da força pontual, ou seja:

$$P_{\text{hom}} = P - \frac{(p \times A)}{n}$$

Onde,

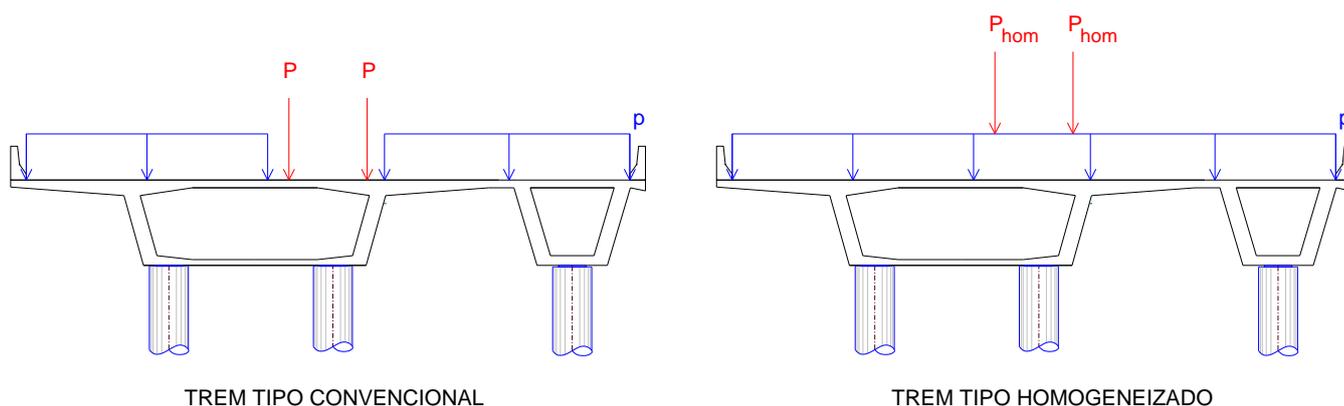
$P_{\text{hom}}$  é a carga homogeneizada por roda do veículo;

$A$  é a área de projeção do veículo tipo;

$n$  é o número de rodas do veículo tipo.

$$P_{\text{hom}} = 75 - \frac{(5 \times 6 \times 3)}{6} = 60 \text{ kN}$$

Na imagem que segue é apresentada uma ilustração da simplificação do trem tipo.



**Figura 93: Simplificação do trem tipo da NBR 7188.**

**Fonte: A autoria própria.**

Considerando a informação exposta na norma, sobre a consideração do veículo e da multidão na posição mais desfavorável, quando da análise por linhas de influência significa posicionar as cargas nas máximas cotas de cada linha de influência. Utilizando esse procedimento, foram obtidos os valores das cargas distribuídas transversalmente entre as vigas seção caixão, devidos à atuação das cargas móveis da NBR 7188, para cada um dos modelos estudados no presente trabalho.

Os valores são obtidos com o somatório das contribuições das cargas distribuídas uniformemente (multidão) e das cargas concentradas (veículo). O valor total dessas cargas distribuídas para cada uma das vigas será representada pela letra 'Q', referente à carga acidental, seguida de sub índices **VE**, de viga existente, ou **VA**, de viga de ampliação. Portanto,

$Q_{VE}$  é a carga distribuída para a viga seção caixão existente devido à atuação do conjunto de cargas, apresentado na Figura 93.

$Q_{VA}$  é a carga distribuída para a viga seção caixão de ampliação devido à atuação do

conjunto de cargas, apresentado na Figura 93.

Os valores de  $Q_{VE}$  e  $Q_{VA}$  são obtidos pela multiplicação das cargas atuantes na seção transversal da obra pelas ordenadas da linha de influência de cada uma das vigas.

$$Q_{VE} = P_{hom} \times (\text{ord\_li,VE})$$

$$q_{VE} = p \times (\text{área\_li,VE})$$

$$Q_{VA} = P_{hom} \times (\text{ord\_li,VA})$$

$$q_{VA} = p \times (\text{área\_li,VA})$$

Sendo,

$\text{área\_li,VE}$  a área da linha de influência da viga seção caixão existente na região onde se encontra a carga uniformemente distribuída referente à multidão (carga  $p$ );

$\text{ord\_li,VE}$  o somatório das ordenadas da linha de influência da viga seção caixão existente onde se observa a atuação das cargas do veículo (carga  $P_{hom}$ ).

$\text{área\_li,VA}$  a área da linha de influência da viga seção caixão de ampliação na região onde se encontra a carga uniformemente distribuída referente à multidão (carga  $p$ );

$\text{ord\_li,VA}$  o somatório das ordenadas da linha de influência da viga seção caixão de ampliação onde se observa a atuação das cargas do veículo (carga  $P_{hom}$ ).

Dado o trem tipo longitudinal para cada uma das vigas que compõem a obra, foram determinados os momentos fletores na seção 4, permitindo a comparação entre os efeitos das distribuições para cada um dos métodos.

Assim como apresentado na norma NBR 7188, a distribuição do trem tipo deve ser realizada de forma a obter a posição mais desfavorável para as cargas do veículo e de multidão. Sendo tal critério adotado, na sequência são apresentados os resultados da análise da atuação do trem tipo da NBR 7118 na obra em estudo.

#### 4.11.1 Modelo 'A'

Dadas as linhas de influência da viga seção caixão existente e da viga seção caixão de ampliação, apresentadas nas figuras 94 e 95, foram obtidos os valores das cargas distribuídas para cada uma das vigas que compõem a obra em estudo.

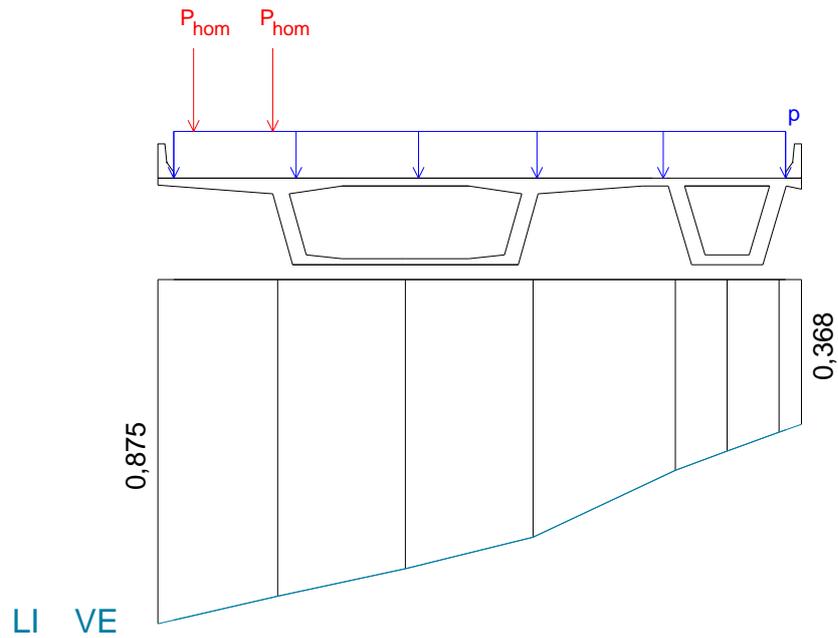


Figura 94: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga existente obtida com o estudo do Modelo 'A'.

Fonte: Autoria própria.

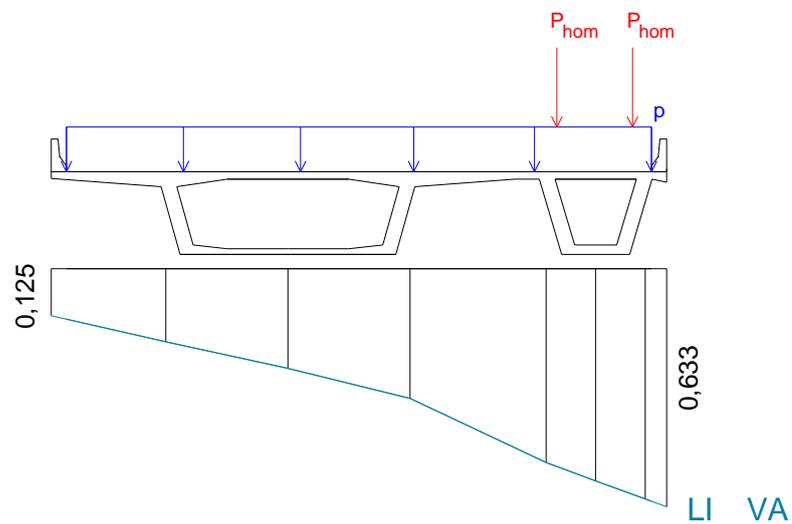


Figura 95: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga de ampliação obtida com o estudo do Modelo 'A'.

Fonte: Autoria própria.

$$Q_{VE} = 60 \times (0,854 + 0,8073)$$

$$Q_{VE} = 99,678 \text{ kN}$$

$$q_{VE} = 5 \times 10,169$$

$$q_{VE} = 50,845 \text{ kN/m}$$

$$Q_{VA} = 60 \times (0,5257 + 0,5997)$$

$$Q_{VA} = 67,524 \text{ kN}$$

$$q_{VA} = 5 \times 5,277$$

$$q_{VA} = 26,385 \text{ kN/m}$$

Onde  $Q$  é a carga do veículo distribuída à viga seção caixão existente ou de ampliação e  $q$  é a carga de multidão distribuída à viga seção caixão existente ou de ampliação, devido à atuação do conjunto de cargas móveis da NBR 7188.

O trem tipo longitudinal estudado para cada uma das vigas é apresentado a seguir.

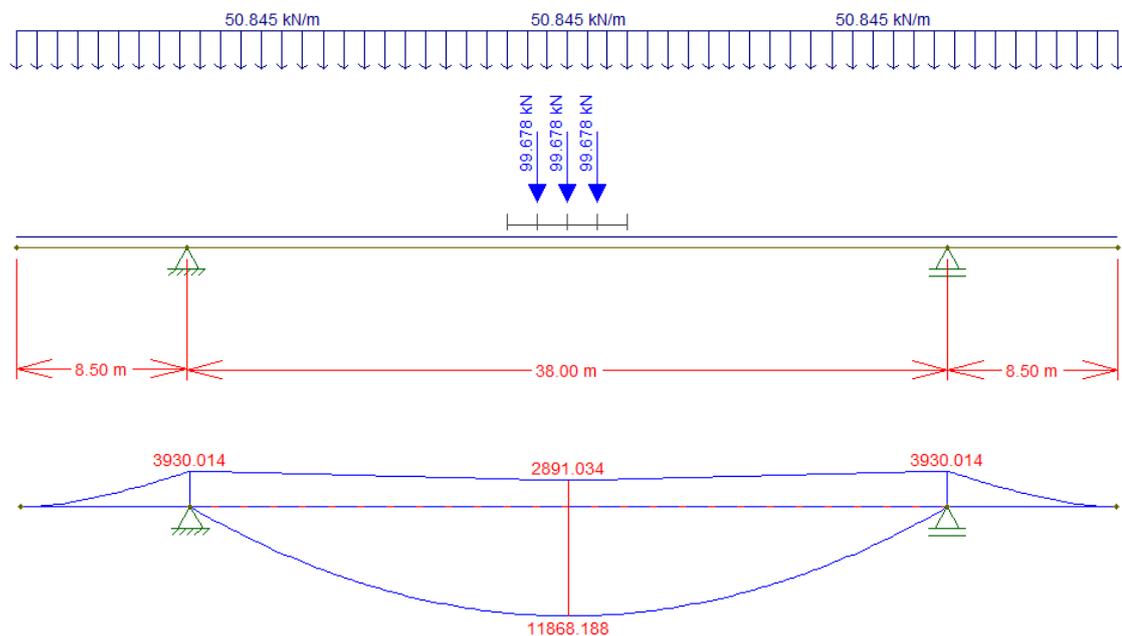
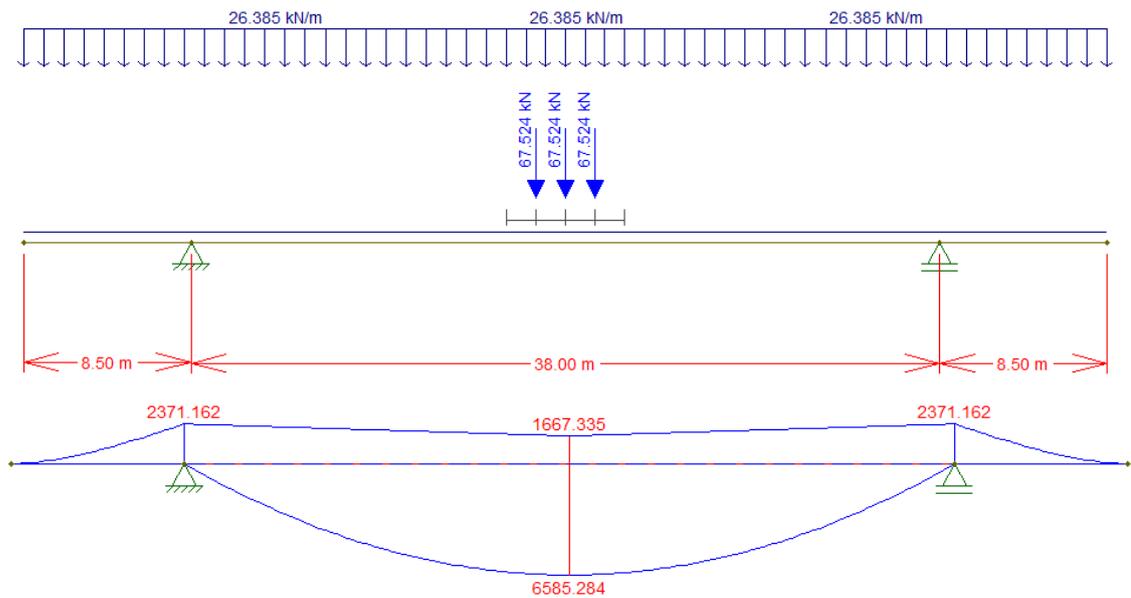


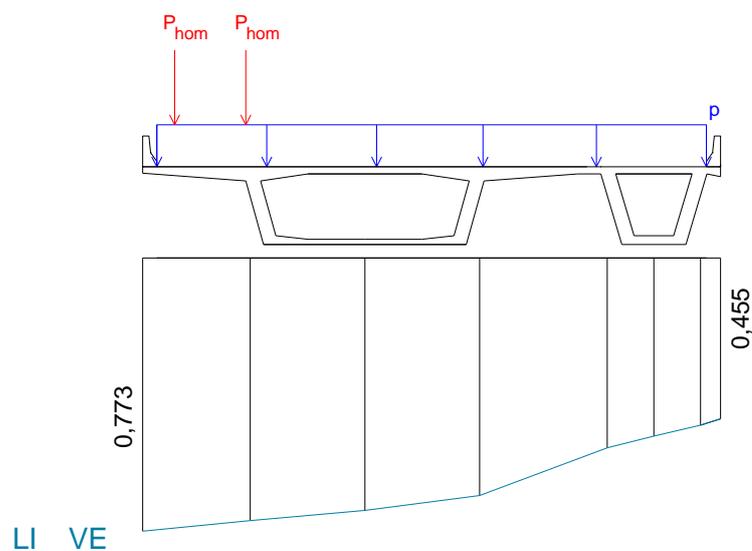
Figura 96: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga existente, dado o Modelo A.



**Figura 97: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga de ampliação, dado o Modelo A.**

#### 4.11.2 Modelo 'B'

Dada a distribuição mais desfavorável das cargas móveis, apresentada na Figura 98 e na Figura 99, para a viga seção caixão existente e de ampliação, respectivamente, são obtidas as cargas resultantes em cada uma das vigas citadas, quando da análise das linhas de influência obtidas com o estudo do Modelo 'B'.



**Figura 98: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga existente obtida com o estudo do Modelo 'B'.**

Fonte: Autoria própria.

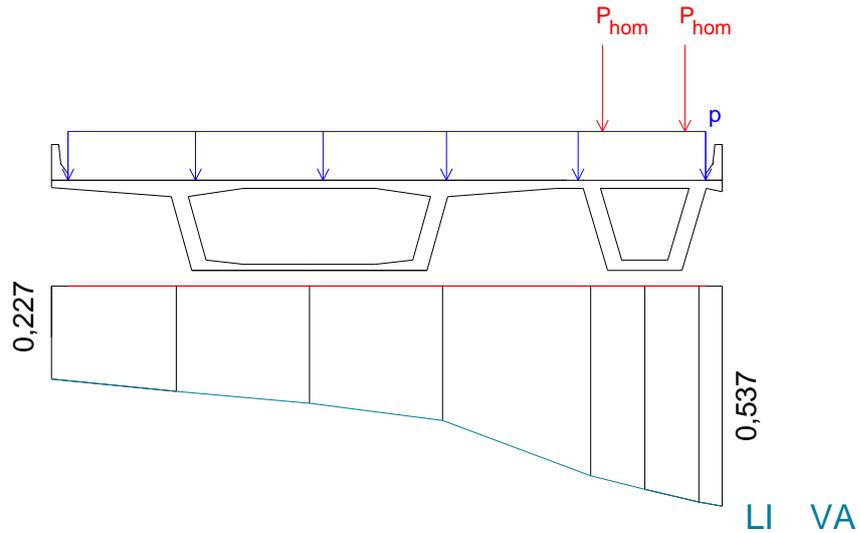


Figura 99: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga de ampliação obtida com o estudo do Modelo 'B'.

Fonte: Autoria própria.

$$Q_{VE} = 60 \times (0,764 + 0,744)$$

$$Q_{VE} = 90,48 \text{ kN}$$

$$q_{VE} = 5 \times 10,139$$

$$q_{VE} = 50,695 \text{ kN/m}$$

$$Q_{VA} = 60 \times (0,4702 + 0,519)$$

$$Q_{VA} = 59,352 \text{ kN}$$

$$q_{VA} = 5 \times 5,321$$

$$q_{VA} = 26,605 \text{ kN/m}$$

O trem tipo longitudinal estudado para cada uma das vigas é apresentado a seguir.

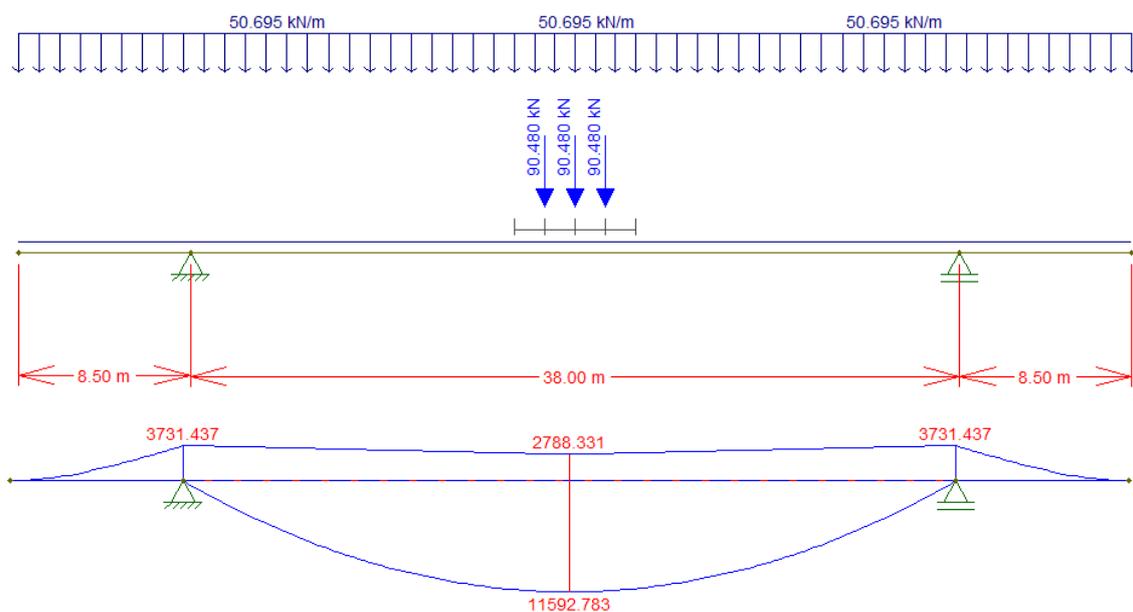


Figura 100: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga existente, dado o Modelo B.

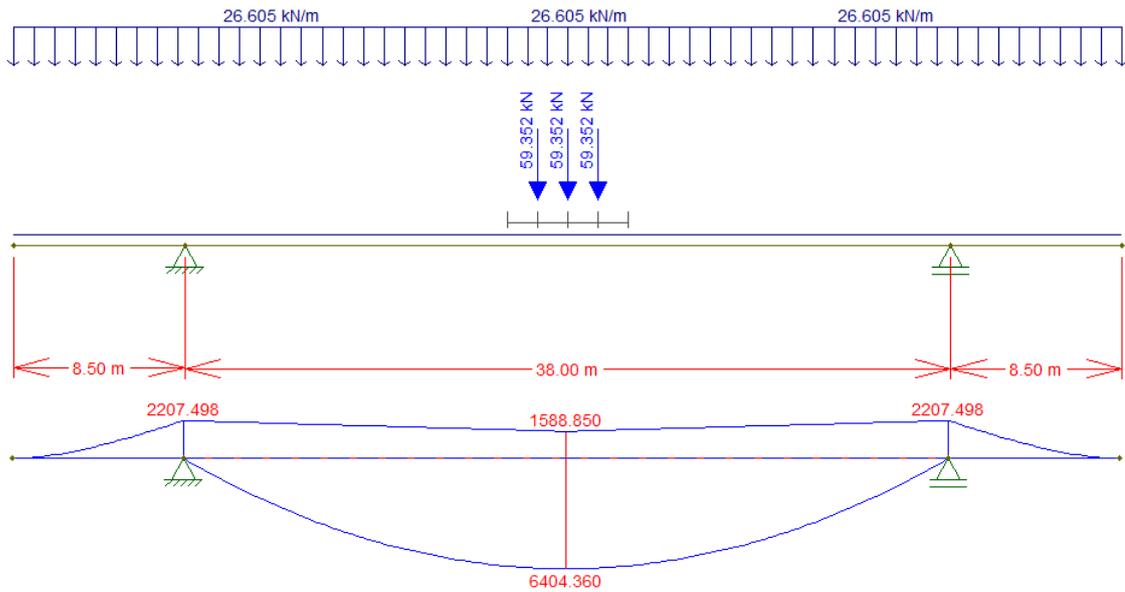


Figura 101: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga de ampliação, dado o Modelo B.

#### 4.11.3 Modelo 'C'

Considerando as distribuições mais desfavoráveis das cargas móveis na obra em estudo, apresentadas nas figuras 102 e 103, para a viga seção caixão existente e de ampliação, respectivamente, são obtidas as cargas resultantes em cada uma das vigas citadas.

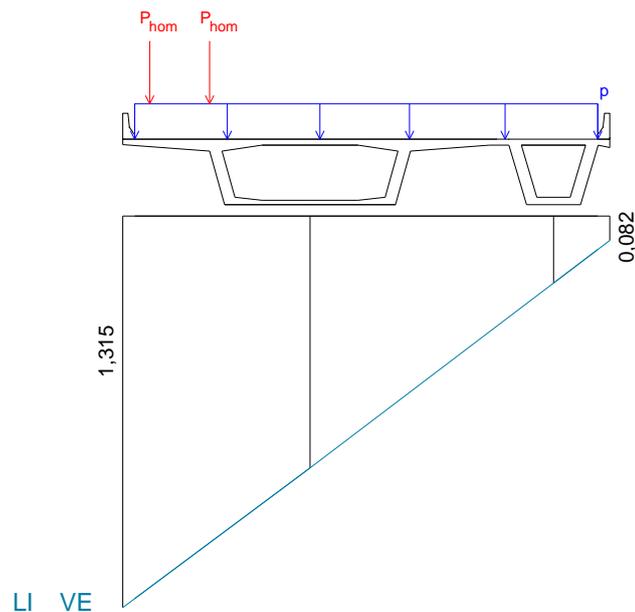
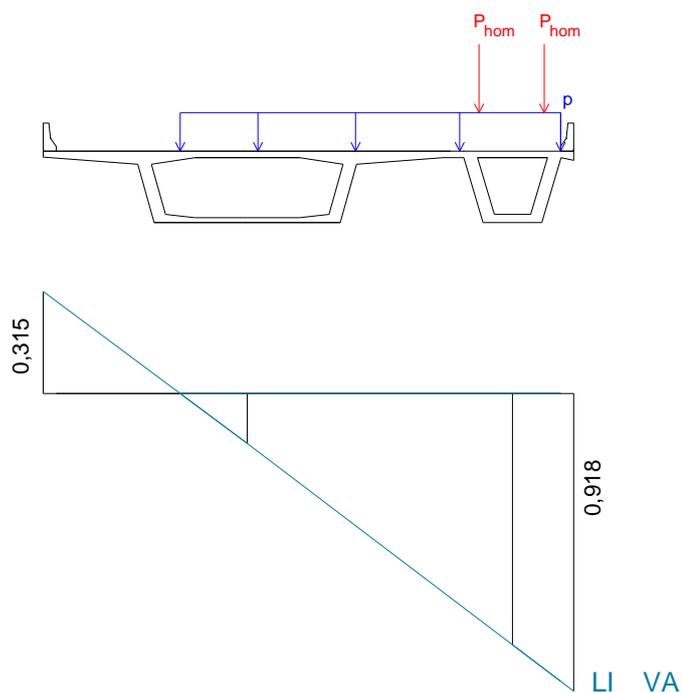


Figura 102: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga existente obtida com o estudo do Modelo 'C'.

Fonte: Autoria própria.



**Figura 103: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga de ampliação obtida com o estudo do Modelo 'C'.**

Fonte: Autoria própria.

$$Q_{VE} = 60 \times (1,247 + 1,097)$$

$$Q_{VE} = 140,64 \text{ kN}$$

$$q_{VE} = 5 \times 10,83$$

$$q_{VE} = 54,15 \text{ kN/m}$$

$$Q_{VA} = 60 \times (0,697 + 0,849)$$

$$Q_{VA} = 92,76 \text{ kN}$$

$$q_{VA} = 5 \times 5,158$$

$$q_{VA} = 25,79 \text{ kN/m}$$

Onde **Q** é a carga do veículo distribuída à viga seção caixa existente ou de ampliação e **q** é a carga de multidão distribuída à viga seção caixa existente ou de ampliação, devido à atuação do conjunto de cargas móveis da NBR 7188.

O trem tipo longitudinal estudado para cada uma das vigas é apresentado a seguir.

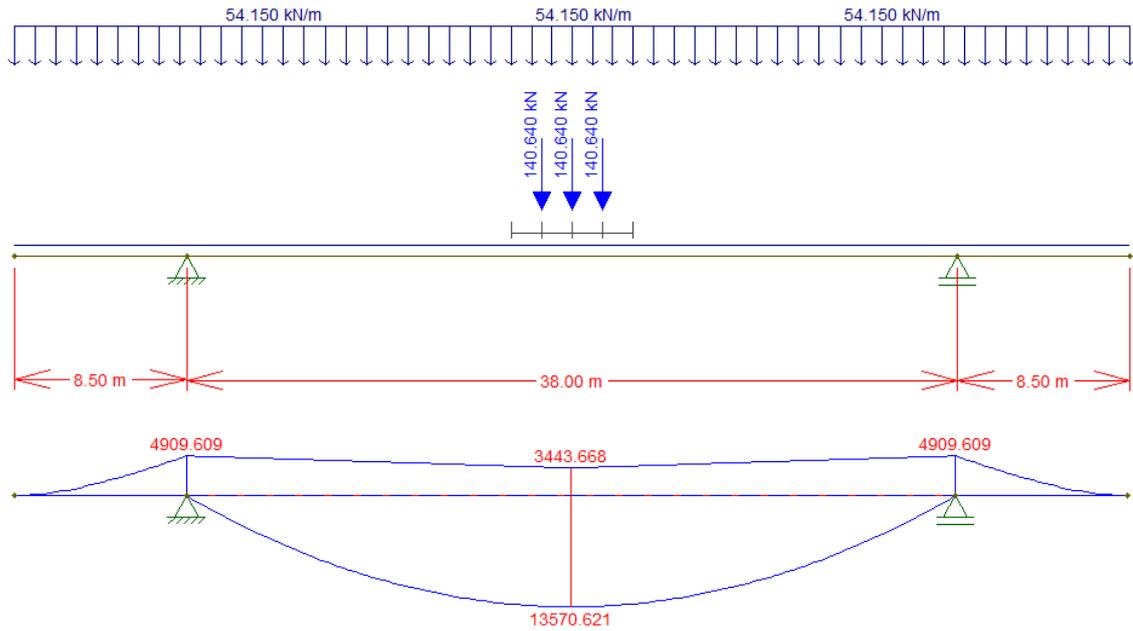


Figura 104: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga existente, dado o Modelo C.

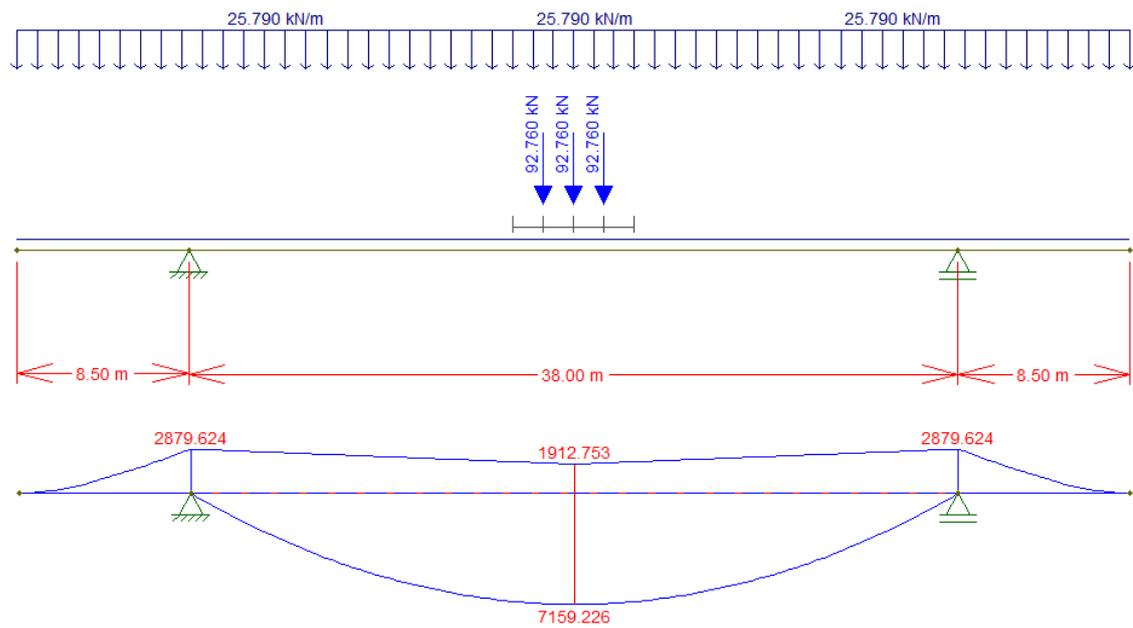


Figura 105: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga de ampliação, dado o Modelo C.

## 4.11.4 Modelo 'D'

O posicionamento do trem tipo (conjunto das cargas móveis) foi novamente realizado de forma mais desfavorável, assim como apresentado na Figura 106 e Figura 107, para a viga seção caixão existente e de ampliação, respectivamente. Com tal configuração de cargas foi possível obter as cargas resultantes em cada uma das vigas que compõem a obra em estudo, as quais são apresentadas na sequência.

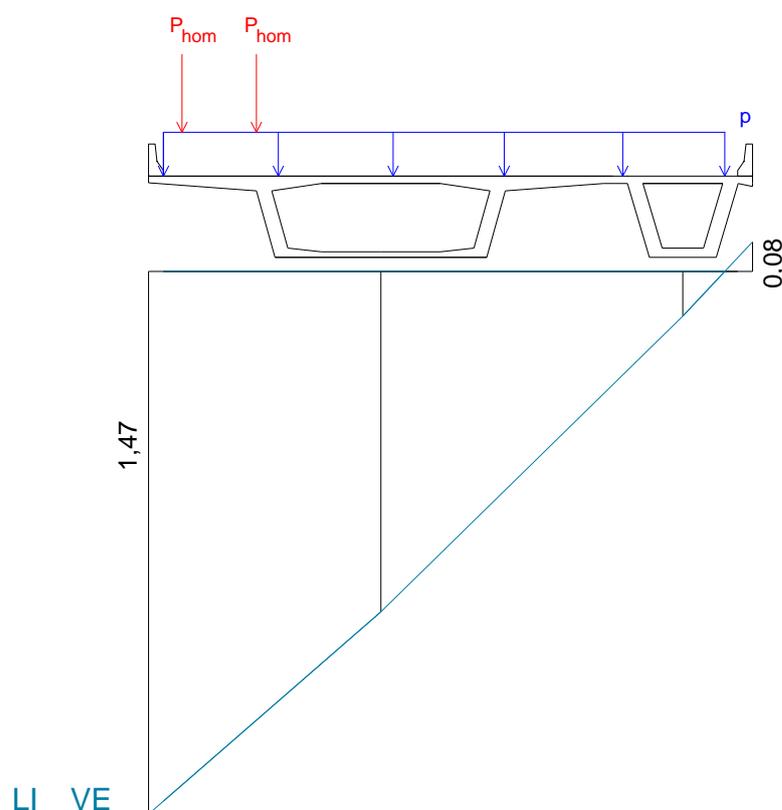
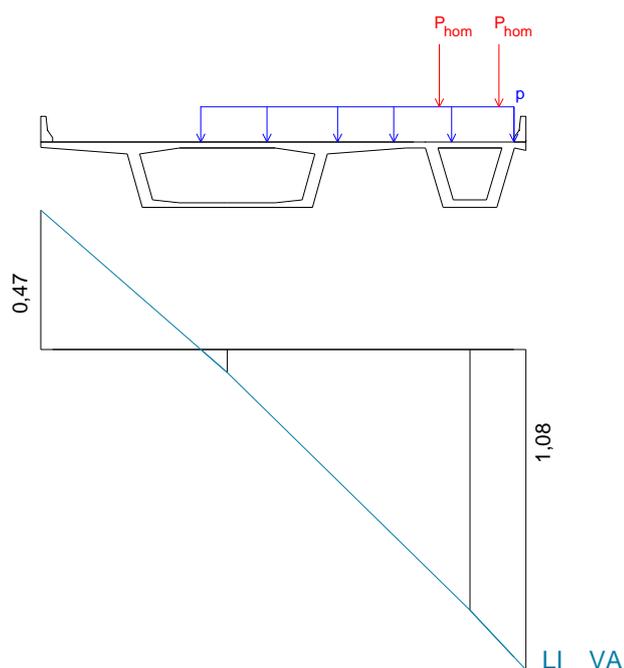


Figura 106: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga existente obtida com o estudo do Modelo 'D'.

Fonte: Autoria própria.



**Figura 107: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga de ampliação obtida com o estudo do Modelo 'D'.**

**Fonte: Autoria própria.**

$$Q_{VE} = 60 \times (1,391 + 1,216)$$

$$Q_{VE} = 156,42 \text{ kN}$$

$$q_{VE} = 5 \times 11,2$$

$$q_{VE} = 56 \text{ kN/m}$$

$$Q_{VA} = 60 \times (0,778 + 0,983)$$

$$Q_{VA} = 105,66 \text{ kN}$$

$$q_{VA} = 5 \times 5,336$$

$$q_{VA} = 26,68 \text{ kN/m}$$

Onde  $Q$  é a carga do veículo distribuída à viga seção caixa existente ou de ampliação e  $q$  é a carga de multidão distribuída à viga seção caixa existente ou de ampliação, devido à atuação do conjunto de cargas móveis da NBR 7188.

O trem tipo longitudinal estudado para cada uma das vigas é apresentado a seguir.

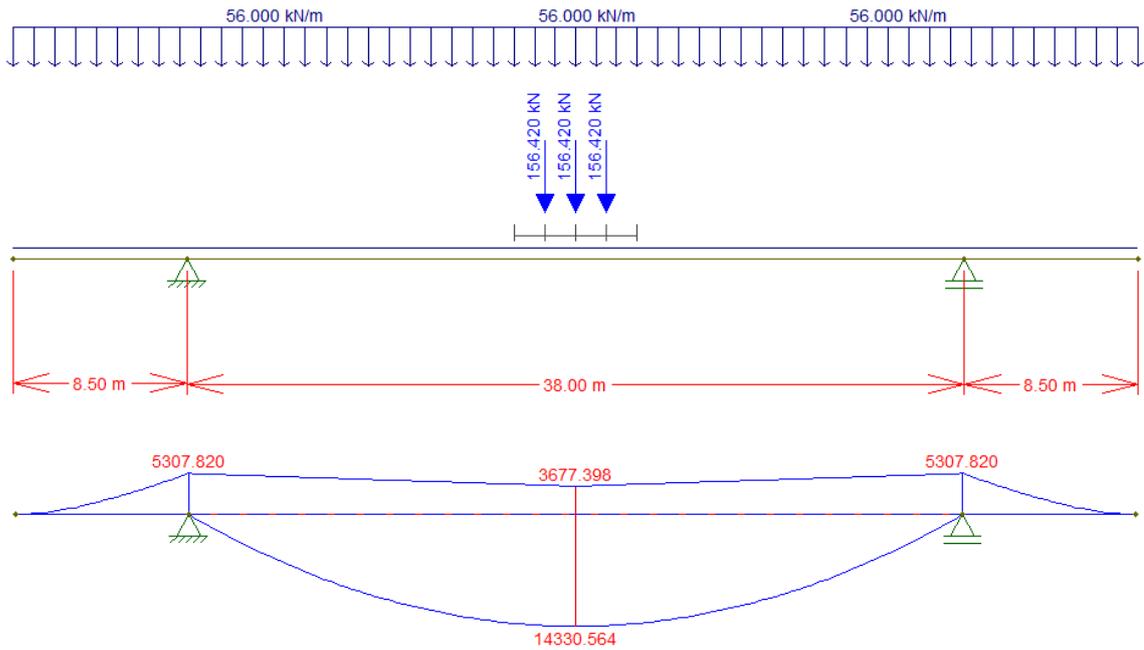


Figura 108: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga existente, dado o Modelo D.

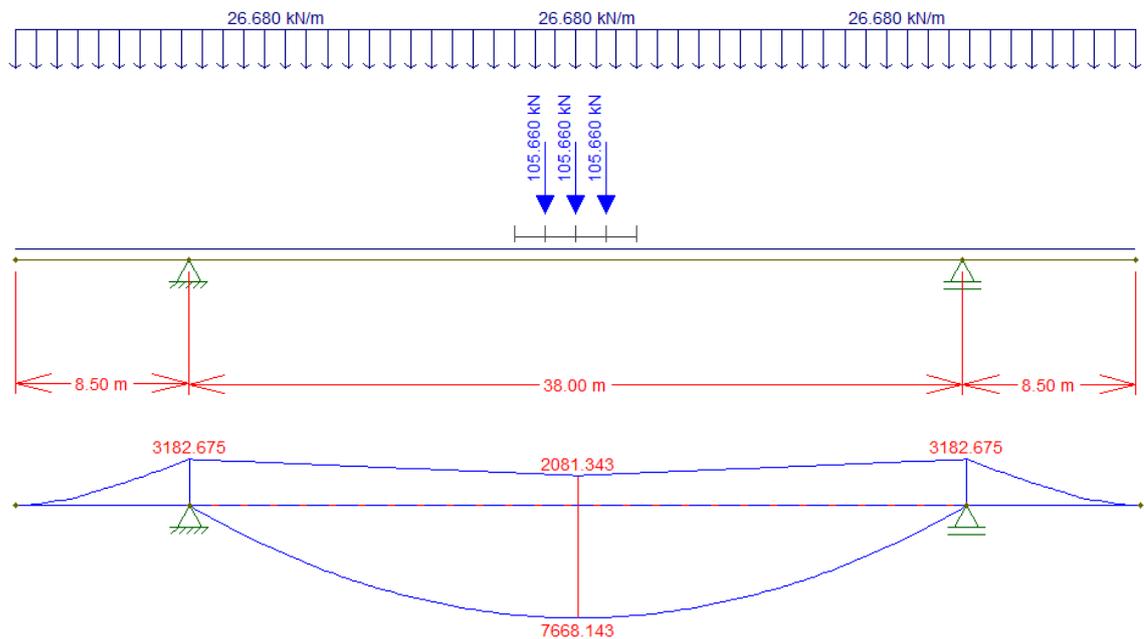
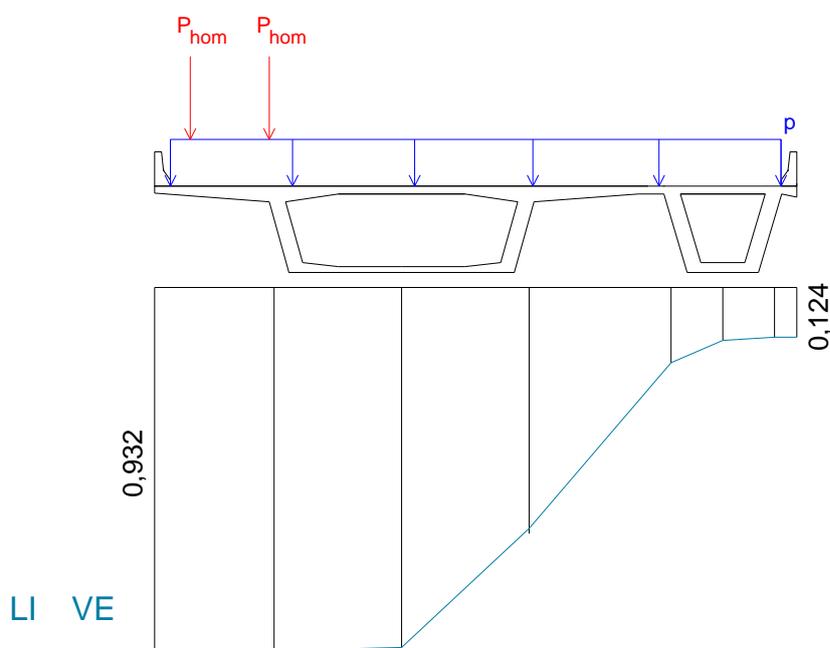


Figura 109: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga de ampliação, dado o Modelo D.

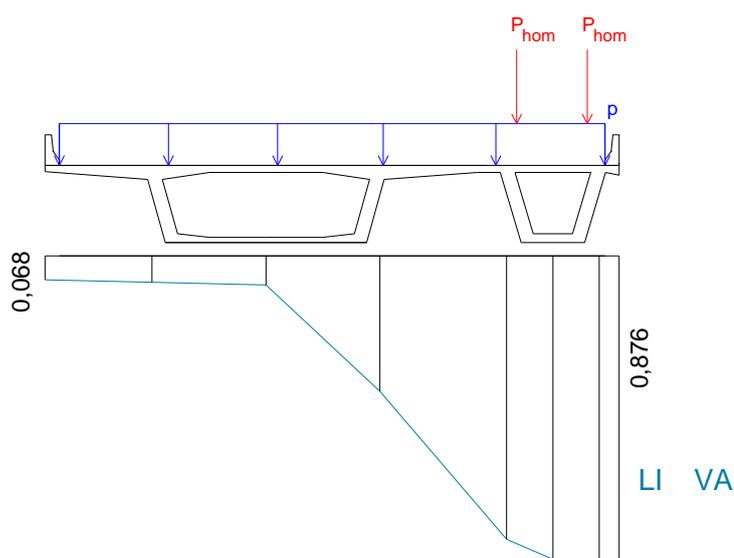
#### 4.11.5 Modelo baseado no Método de Fauchart

Para os resultados obtidos das linhas de influência quando do estudo do método simplificado baseado na Teoria de Fauchart, também foi considerado o posicionamento do conjunto de cargas de forma tal a gerar a distribuição mais desfavorável das cargas móveis. Tal situação é apresentada na Figura 110 e na Figura 111, para a viga seção caixão existente e de ampliação, respectivamente. Os valores finais das cargas resultantes em cada uma das vigas citadas são apresentados na sequência.



**Figura 110: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga existente obtida com o estudo do modelo baseado no Método de Fauchart.**

**Fonte: Autoria própria.**



**Figura 111: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga de ampliação obtida com o estudo modelo baseado no Método de Fauchart.**

**Fonte: Autoria própria.**

$$Q_{VE} = 60 \times (0,929 + 0,925)$$

$$Q_{VE} = 111,24 \text{ kN}$$

$$q_{VE} = 5 \times 9,729$$

$$q_{VE} = 48,645 \text{ kN/m}$$

$$Q_{VA} = 60 \times (0,820 + 0,870)$$

$$Q_{VA} = 101,40 \text{ kN}$$

$$q_{VA} = 5 \times 5,721$$

$$q_{VA} = 28,605 \text{ kN/m}$$

Onde **Q** é a carga do veículo distribuída à viga seção caixão existente ou de ampliação e **q** é a carga de multidão distribuída à viga seção caixão existente ou de ampliação, devido à atuação do conjunto de cargas móveis da NBR 7188.

O trem tipo longitudinal estudado para cada uma das vigas é apresentado a seguir.

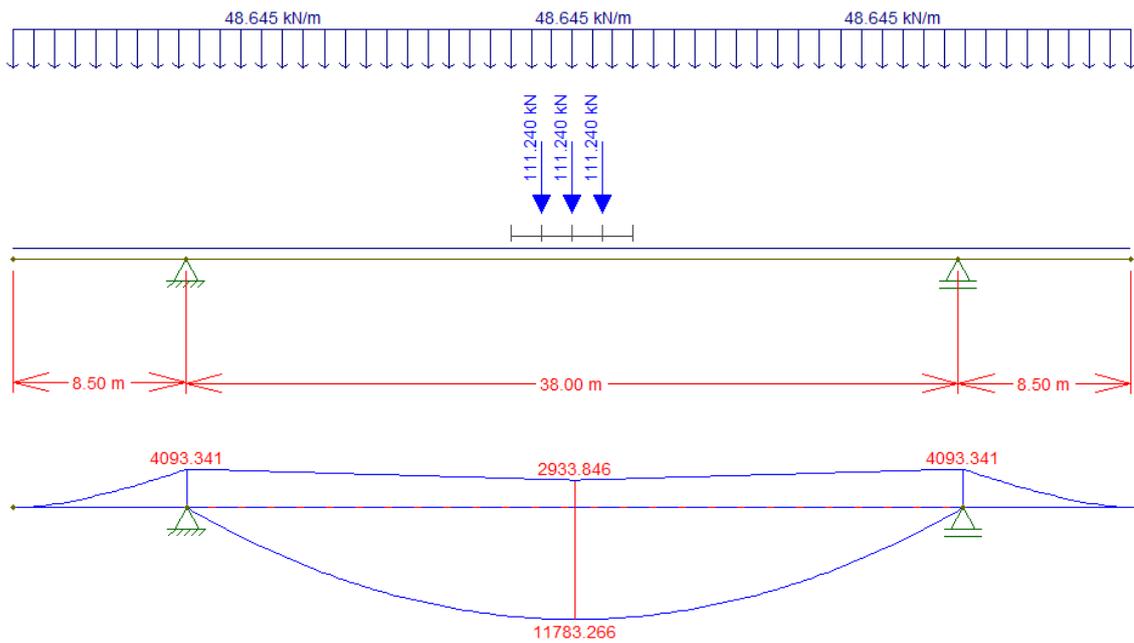


Figura 112: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga existente, dado o Modelo baseado na teoria de Fauchart.

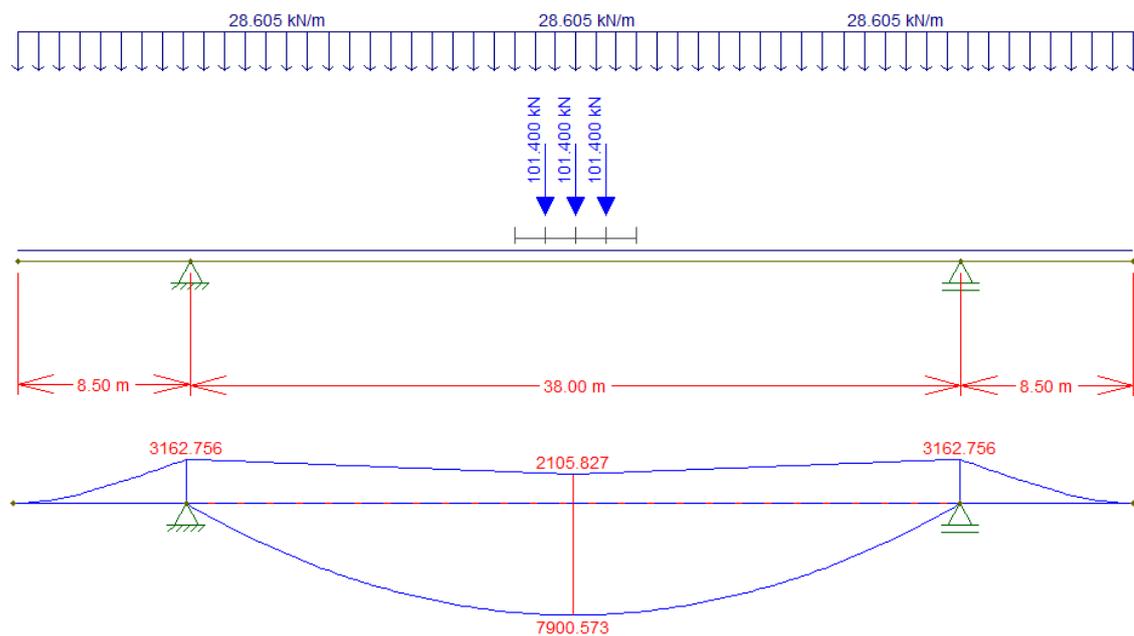


Figura 113: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga de ampliação, dado o Modelo baseado na teoria de Fauchart.

#### 4.11.6 Modelo baseado no Método de Mason (1977)

Dada a distribuição mais desfavorável das cargas móveis, apresentada na Figura 114 e na Figura 115, para a viga seção caixão existente e de ampliação, respectivamente, são obtidas as cargas resultantes em cada uma das vigas citadas, quando da consideração das linhas de influência obtidas com a análise das distribuições transversais pelo método baseado na teoria de Mason (1977).

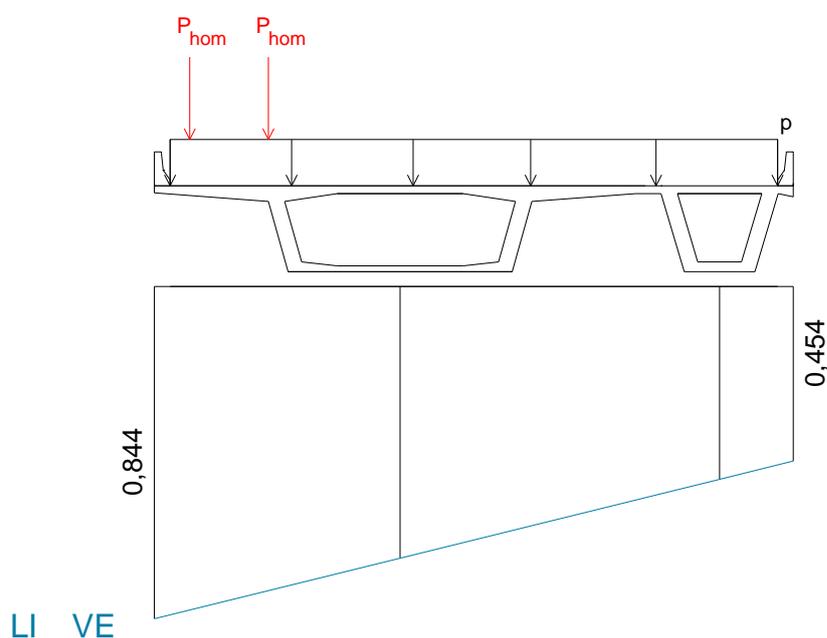


Figura 114: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga existente obtida com o estudo do modelo baseado na teoria de Mason.

Fonte: Autoria própria.

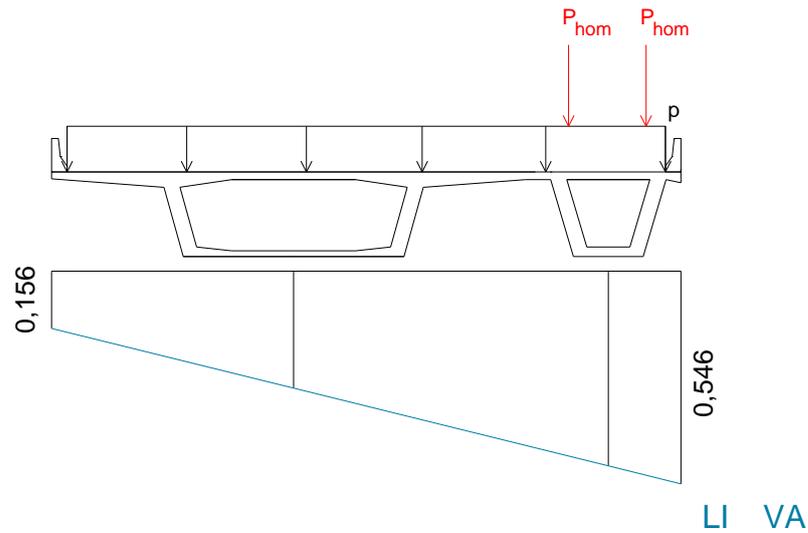


Figura 115: Distribuição do trem tipo na obra de arte especial quando da análise da linha de influência da viga de ampliação obtida com o estudo modelo baseado na teoria de Mason.

Fonte: Autoria própria.

$$Q_{VE} = 60 \times (0,826 + 0,776)$$

$$Q_{VE} = 96,12 \text{ kN}$$

$$q_{VE} = 5 \times 10,01$$

$$q_{VE} = 50,05 \text{ kN/m}$$

$$Q_{VA} = 60 \times (0,476 + 0,525)$$

$$Q_{VA} = 60,06 \text{ kN}$$

$$q_{VA} = 5 \times 5,42$$

$$q_{VA} = 27,10 \text{ kN/m}$$

O trem tipo longitudinal estudado para cada uma das vigas é apresentado a seguir.

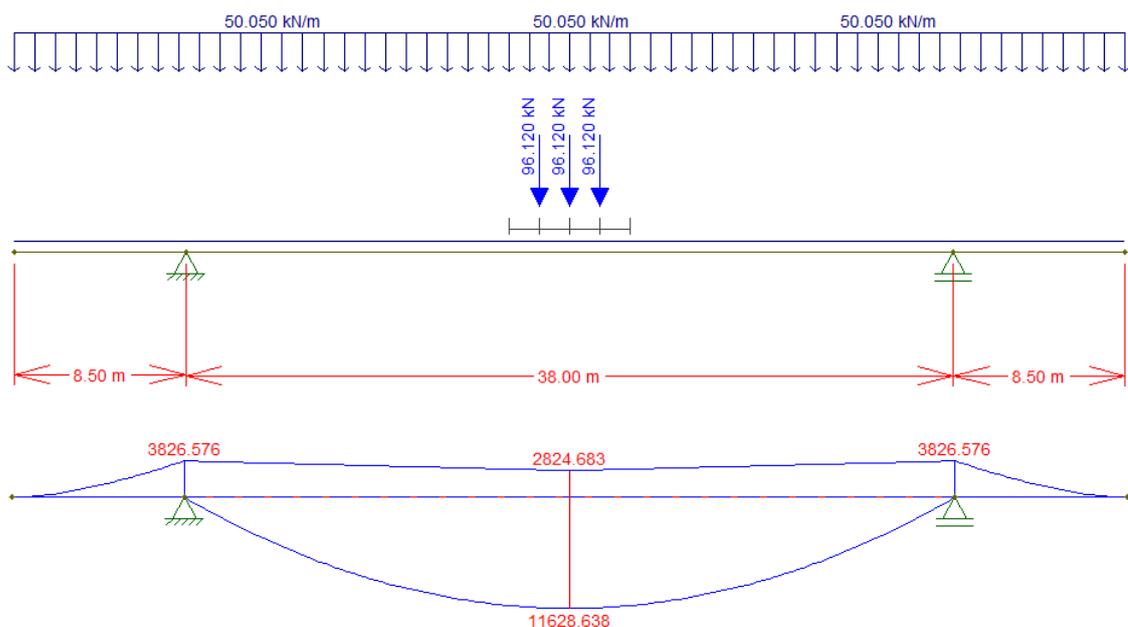
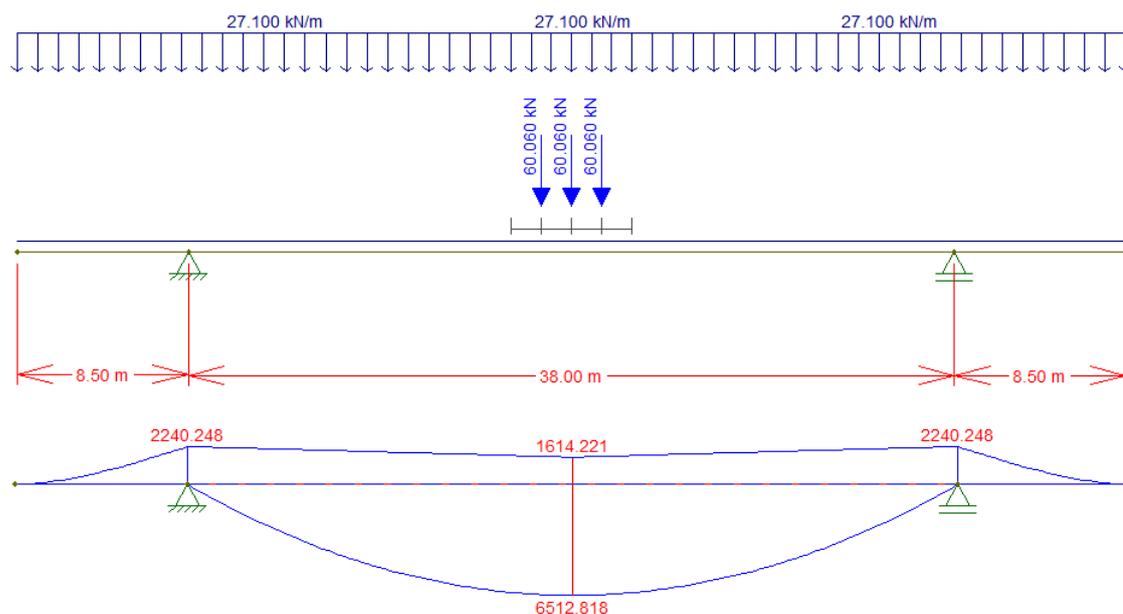


Figura 116: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga existente, dado o Modelo baseado na teoria de Mason



**Figura 117: Trem tipo longitudinal e momento fletor na seção 4 da viga de ampliação, dado o Modelo baseado na teoria de Mason.**

#### 4.11.7 Discussão sobre os resultados obtidos com a análise da atuação do veículo tipo da NBR 7188

Dados os valores obtidos anteriormente, quando da consideração da atuação de um conjunto de cargas, referente ao veículo tipo Classe 45 da norma NBR 7188, foram desenvolvidas tabelas comparativas para a análise dos resultados e conclusão sobre a qualidade dos resultados de cada um dos modelos estudados. Assim como apresentado anteriormente, os Modelos 'A' e 'B' são apresentados como modelos referência, por considerarem a geometria tridimensional da estrutura e pelos bons resultados obtidos, coerentes com o comportamento esperado da estrutura.

Na Tabela 15 são apresentados os comparativos entre o Modelo 'A' e os demais modelos estudados, considerando o máximo momento fletor positivo na viga, em kN.m.

**Tabela 15: Comparativos entre os momentos máximos solicitantes na seção 4, obtidos com o Modelo 'A' e com os demais modelos estudados, quando da análise da OAE com a atuação das cargas do veículo tipo TB-450 da Norma NBR 7188.**

Viga	Modelo 'A'	Modelo 'B'	Diferença
Caixão Existente	11868,188	11592,783	-2,32%
Caixão de Ampliação	6585,284	6404,26	-2,75%

Viga	Modelo 'A'	Modelo 'C'	Diferença
Caixão Existente	11868,188	13570,621	14,34%
Caixão de Ampliação	6585,284	7159,226	8,72%

Viga	Modelo 'A'	Modelo 'D'	Diferença
Caixão Existente	11868,188	14330,564	20,75%
Caixão de Ampliação	6585,284	7668,143	16,44%

Viga	Modelo 'A'	Fauchart	Diferença
Caixão Existente	11868,188	11783,266	-0,72%
Caixão de Ampliação	6585,284	7900,57	19,97%

Viga	Modelo 'A'	Mason	Diferença
Caixão Existente	11868,188	11628,638	-2,02%
Caixão de Ampliação	6585,284	6512,818	-1,10%

**Fonte: Autoria própria.**

Da mesma forma foram realizados comparativos entre o Modelo 'B' e os demais modelos estudados na presente dissertação, sendo apresentados os momentos obtidos na seção 4 para cada um dos modelos e o comparativo na Tabela 16.

**Tabela 16: Comparativos entre os momentos máximos solicitantes na seção 4, obtidos com o Modelo 'B' e com os demais modelos estudados, quando da análise da OAE com a atuação das cargas do veículo tipo TB-450 da Norma NBR 7188.**

Viga	Modelo 'B'	Modelo 'C'	Diferença
Caixão Existente	11592,783	13570,621	17,06%
Caixão de Ampliação	6404,26	7159,226	11,79%

Viga	Modelo 'B'	Modelo 'D'	Diferença
Caixão Existente	11592,783	14330,564	23,62%
Caixão de Ampliação	6404,26	7668,143	19,74%

Viga	Modelo 'B'	Fauchart	Diferença
Caixão Existente	11592,783	11783,266	1,64%
Caixão de Ampliação	6404,26	7900,57	23,36%

Viga	Modelo 'B'	Mason	Diferença
Caixão Existente	11592,783	11628,638	0,31%
Caixão de Ampliação	6404,26	6512,818	1,70%

**Fonte: Autoria própria.**

Pode-se observar que os modelos simplificados são mais conservadores, traduzindo um excesso no carregamento. Enquanto, como analisado no item anterior, o Método de Mason apresenta valores bastante próximos dos modelos tridimensionais de referência (Modelos 'A' e 'B').

## 5. CONCLUSÃO

Durante o desenvolvimento da pesquisa apresentada, observou-se a ausência de estudos e publicações que abordam as ampliações assimétricas de obras de arte especiais, principalmente quando a mesma é composta por vigas principais em seção celular, o que motivou a elaboração do presente trabalho.

Os estudos desenvolvidos na presente dissertação apresentaram resultados sobre as distribuições transversais de cargas entre vigas seção caixão, quando da ampliação de uma obra de arte especial com o uso de uma seção caixão de geometria diferente da viga seção caixão existente.

Visto isso, constata-se que o assunto deve ser tratado com maior enfoque, dado o gradativo aumento da demanda de manutenção e ampliação de rodovias da malha rodoviária brasileira, assim como apresentados dados no Capítulo 1, item 1.3 (Justificativa). Dessa forma, ressalta-se a importância de estudos sobre o assunto.

O desenvolvimento do trabalho se deu, primeiramente, com a escolha da obra de arte a ser estudada, composta por uma seção caixão de maior geometria, referente à obra existente, e uma seção caixão de menor geometria, referente à obra de ampliação.

Na sequência foram analisados seis modelos de estudos baseados na obra escolhida, sendo dois modelos de referência, nos quais a estrutura foi discretizada tridimensionalmente em elementos finitos, e quatro modelos simplificados, buscando-se um modelo que apresentasse uma resposta coerente e com um processo executivo de baixo custo e tempo de produção.

Para os modelos desenvolvidos com base na teoria de elementos finitos e uso do *software* SAP2000, os coeficientes de distribuição transversal foram obtidos com a análise dos momentos fletores solicitantes na seção do meio do vão da obra, quando da movimentação de uma carga unitária ao longo da seção transversal da obra.

Já os modelos simplificados, baseados nas teorias clássicas (Modelo de Fauchart e Modelo de Mason), apresentam um procedimento que permite a determinação direta dos coeficientes de distribuição transversal das cargas.

Dados os coeficientes de distribuição transversal obtidos, foram desenvolvidas as linhas de influência de distribuição das cargas para cada uma das vigas, considerando os seis modelos estudados. Visto a importância das distribuições das

cargas móveis que trafegam na obra, a atuação de tais cargas foi avaliada no capítulo 4, item 4.11, onde foi possível obter os resultados das distribuições transversais das cargas e realizar a comparação final e mais representativa dos modelos estudados.

Com base no exposto no capítulo 4, item 4.11, e nos cálculos apresentados no decorrer do desenvolvimento da dissertação, foi possível concluir que os modelos 'A' e 'B', considerados como modelos de referência, visto terem sido modelados considerando a configuração tridimensional da obra, apresentaram resultados de distribuição transversal muito similares, sendo o Modelo 'A' mais conservador que o Modelo 'B'. Porém, o Modelo 'A' foi o que demandou mais tempo para produção e processamento, em virtude da quantidade de elementos de barra a serem discretizados. Dessa forma, quando da comparação entre os dois modelos, indica-se a escolha pelo Modelo 'B', que apresenta resultados coerentes e menor tempo de desenvolvimento e de processamento.

Os outros dois modelos desenvolvidos com uso do *software* SAP2000 (Modelos 'C' e 'D'), não apresentaram bons resultados, em virtude da simplificação da viga seção caixão como um único elemento de barra, de forma tal que não foi possível a representação correta desses elementos. Conclui-se, portanto, que o uso de um modelo discretizado em grelha não apresenta bons resultados quando da análise de vigas seção caixão, dadas as características particulares de vigas com essa geometria.

O modelo baseado na Teoria de Fauchart também não apresentou resultados satisfatórios, visto que apresentou valores de esforços solicitantes finais na ordem de 20% maiores que aqueles obtidos quando da análise dos modelos de referência. A simplificação da obra por um modelo bidimensional, no qual não são considerados os efeitos longitudinais de distribuição das cargas, é um dos fatores principais para que os resultados obtidos não sejam aqueles desejados, com valores próximos aos obtidos com o estudo dos modelos 'A' e 'B'.

Observou-se que para o Modelo de Fauchart, a distribuição transversal entre as obras se dá com pouca transferência das cargas, efeito esse resultante dos altos valores das rigidezes das seções caixão que compõem a obra, permitindo que, na análise do modelo, a viga caixão na qual seja aplicada a carga receba quase que totalmente a mesma, sendo pouco dessa carga distribuída para a outra viga. Dessa forma, o uso da Teoria de Fauchart para obras compostas por vigas em seção caixão não é indicado.

O método baseado na teoria apresentada por Mason (1977) apresentou resultados finais muito próximos aos modelos de referência, assim como apresentado na Tabela 15 e na Tabela 16, com uma diferença máxima de 2,02% entre os esforços resultantes na viga seção caixão existente quando da comparação com o Modelo 'A'.

Por fim, conclui-se que o método mais eficiente para análise de obras de arte especiais em seção caixão ampliadas, quando da consideração dos critérios tempo de modelagem, tempo de processamento, custo e qualidade dos resultados, é o método baseado na Teoria de Mason (1977). Tal método apresenta um desenvolvimento rápido e resultados satisfatórios quando do estudo de vigas em seção caixão.

Ainda, para profissionais que possuam conhecimento do *software* SAP2000 ou similares, indica-se o uso de modelos discretizados tridimensionalmente com elementos de placa (Modelo 'B'), que apresentou um tempo de processamento rápido e um tempo de modelagem maior que o tempo de desenvolvimento do estudo pelo método de Mason, porém inferior ao tempo de desenvolvimento do Modelo 'A'. O Modelo 'B' apresentou, ainda, resultados próximos ao comportamento previsto.

Dados os resultados obtidos, o presente trabalho contribui para o desenvolvimento de um processo otimizado de elaboração de projetos de ampliação de obras de arte especiais, fato tal que apresenta grande importância visto o aumento da demanda da manutenção e alargamento das rodovias brasileiras.

Ainda, destaca-se a importância que o estudo aqui realizado apresente uma continuidade, seja pela autora ou por outros profissionais e pesquisadores da área de estradas e estruturas. Para tal, são apresentadas, na sequência, sugestões para pesquisas futuras, baseadas nos estudos realizados com o desenvolvimento da presente dissertação.

## 5.1 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

A presente dissertação teve como objetivo a ampliação de conhecimento em relação às distribuições transversais das cargas entre obras existentes e de ampliação, em seção celular, quando da necessidade de alargamento de obras de arte especiais que compõem a malha rodoviária brasileira.

Foi analisado um estudo de caso de uma obra em seção celular, com características pré-definidas, como material, dimensões e composições estruturais, com o intuito de analisar os diferentes métodos possíveis de estudo para esse tipo de estrutura.

É de interesse, ainda, que o estudo possa ser complementado avaliando-se outros fatores, dos quais alguns são citados a seguir:

- a) Análise dos efeitos do acréscimo de vigas transversinas entre as obras existente e de ampliação;
- b) Estudo de outras seções caixão, com diferentes geometrias;
- c) Estudo de outras obras, com diferente número de vãos, com ou sem balanço. Tal análise é conveniente visto que as condições de apoio da superestrutura fazem parte das premissas dos métodos simplificados com base nas teorias de Fauchart e de Mason.
- d) Estudo dos esforços gerados na ligação entre as obras, que caracteriza uma ligação não monolítica, sujeita a diferentes distribuições de tensões e esforços solicitantes.
- e) Estudo dos efeitos reológicos do concreto, em virtude da obra ser composta por elementos estruturais com diferentes idades, verificando, ou não, a importância da consideração desses efeitos.

## REFERÊNCIAS

ALVES, E. V.; ALMEIDA, S. M. F. D.; JUDICE, F. M. D. S. Métodos de análise estrutural de tabuleiros de pontes em vigas múltiplas de concreto protendido. **Engevista**, v. 6, p. 48-58, 2004. Disponível em: <[http://www.uff.br/engevista/2\\_6Engevista4.pdf](http://www.uff.br/engevista/2_6Engevista4.pdf)>. Acesso em: Setembro 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7187**: Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2003. 11 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7188**: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro: ABNT, 2013. 14 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014. 238 p.

AZEVEDO, Á. F. M. **Método dos Elementos Finitos**. 1ª. ed. Porto, Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003. 248 p.

CAIXETA, J. F. Relatório dos levantamentos funcionais das rodovias federais. **DNIT**, Rio Grande do Norte, p. 32, 2013. Disponível em: <<http://www.dnit.gov.br/download/planejamento-e-pesquisa/planejamento/evolucao-da-malha-rodoviaria/relatorio-sgp-2012-2013-rn.pdf>>. Acesso em: 22 Agosto 2015.

COMPUTERS AND STRUCTURES. **CSI Analysis Reference Manual**. California: Computers and Structures, Inc, 2007.

CONFEDERAÇÃO NACIONAL DO TRANSPORTE. Pesquisa CNT de Rodovias: Relatório Gerencial, 2014. Disponível em: <<http://pesquisarodovias.cnt.org.br/>>. Acesso em: Janeiro 2015.

CUBAS, M. V. L. T. **Análise Numérica do Comportamento de Pavimentos Constituídos de Lajes Lisas de Concreto Protendido**. Rio de Janeiro: Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2012. 159 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil).

DELTACON. **Solução estrutural para alargamento de pontes existentes sem reforço de fundação**. Porto Alegre: Deltacon Engenharia LTDA, 2011. 93 p.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES. **Manual de Inspeção de Pontes Rodoviárias**. 2ª. ed. Rio de Janeiro: Instituto de Pesquisas Rodoviárias, 2004. 253 p.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES. PROARTE: Programa de Reabilitação de Obras de Arte Especiais, 2011. Disponível em:  
<<http://www.dnit.gov.br/download/sala-de-imprensa/imagens-noticias/apresentacao-proarte-audiencia-22012011-r10.pdf>>. Acesso em: Julho 2015.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES. Sistema Nacional de Viação 2015 Completo, 2015. Disponível em:  
<<http://www.dnit.gov.br/sistema-nacional-de-viacao>>. Acesso em: 23 Agosto 2015.

FANTI, F. D. **Concepção, métodos construtivos e dimensionamento de terminais para contêiners**. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2007. 171 p. Dissertação (Mestrado de Engenharia de Estruturas e Geotécnica).

FREITAS, M. D. **Pontes - Introdução Geral e definições**. São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1978. 54 p.

GIONGO, J. S. **Concreto Armado: Vigas submetidas a ação de momento torsor**. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2010. 23 p.

GÓES, J. L. N. et al. Programa para análise de placas ortotrópicas. **Pesquisa e Tecnologia Minerva**, São Paulo, v. 3, p. 9-21, 2006. Disponível em:  
<[http://www.fipai.org.br/Minerva%2003\(01\)%2002.pdf](http://www.fipai.org.br/Minerva%2003(01)%2002.pdf)>. Acesso em: Novembro 2013.

HENNRICHS, C. A. **Estudo sobre as Lajes Planas de Concreto Armado**. Santa Catarina: Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina, 2003. 201 p. Disponível em:  
<<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/85778/209309.pdf?sequence=1>>. Acesso em: Fevereiro 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil).

HERNÁNDEZ, E. **Manual de Aplicación del Programa SAP2000 v14**. [S.I.]: CSI Computers and structures, 2010? 363 p.

INVEPAR. Tráfego em rodovias da Invepar cresce 20,1% no primeiro semestre de 2014, 2014. Disponível em: <<http://invepar.temp.w3br.com/releases/391/trafego-em-rodovias-da-invepar-cresce-201-no-primeiro-semester-de-2014.html#.VdoN6PIViko>>. Acesso em: Agosto 2014.

KLINSKY, G. E. R. G. **Uma contribuição ao estudo das pontes em vigas mistas**. São Carlos: Universidade de São Paulo, 1999. 232 p. Disponível em: <[http://web.set.eesc.usp.br/static/data/producao/1999ME\\_GelafitoEduardoReneGutierrezKlinsky.pdf](http://web.set.eesc.usp.br/static/data/producao/1999ME_GelafitoEduardoReneGutierrezKlinsky.pdf)>. Acesso em: Janeiro 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas).

LUCHI, L. A. R. E. **Protensão em Pontes Celulares Curvas**. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2001. 115 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil).

MARCHETTI, O. **Pontes de Concreto Armado**. 2ª. ed. São Paulo: Editora Blucher, 2011. 237 p.

MARTHA, L. F. **Notas de aulas do curso - Método dos Elementos Finitos**. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1994. 48 p.

MASON, J. **Pontes em Concreto Armado e Protendido**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1977. 320 p.

O'CONNOR, C. **Pontes: Superestruturas**. São Paulo: Livros Técnicos e Científicos, v. 1, 1975. 282 p.

PFEIL, W. **Pontes de Concreto Armado**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979. 433 p.

PIANEGONDA, N. Agência CNT de Notícias, 2014. Disponível em: <[http://www.cnt.org.br/Paginas/Agencia\\_Noticia.aspx?n=9757&t=setor-cobra-amplia%C3%A7%C3%A3o-da-malha-ferrovi%C3%A1ria-no-brasil](http://www.cnt.org.br/Paginas/Agencia_Noticia.aspx?n=9757&t=setor-cobra-amplia%C3%A7%C3%A3o-da-malha-ferrovi%C3%A1ria-no-brasil)>. Acesso em: 23 Agosto 2015.

SANTOS, A. M. D. et al. Análise do módulo de elasticidade estático e dinâmico para diferentes dosagens de concreto. **Anais do 55 Congresso Brasileiro do Concreto**, 2013. 13 p.

SCHWETZ, P. F. **Análise numérico-experimental de lajes nervuradas sujeitas a cargas estáticas de serviço**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011. Tese (Doutorado em Engenharia Civil).

SEQTRA. Buracos na estrada: Porque a malha rodoviária brasileira não acompanhou

a evolução da frota?, 2013. Disponível em: <<http://www.seqtra.com.br/2013/05/21/buracos-na-estrada-porque-a-malha-rodoviaria-brasileira-nao-acompanhou-a-evolucao-da-frota/>>. Acesso em: Julho 2015.

SORIANO, H. L. **Método de Elementos Finitos Em Análise de Estruturas**. São Paulo: Publifolha, 2003. 608 p.

STUCCHI, F. R. **Pontes e Grandes Estruturas**: Notas de Aula. São Paulo: Universidade de São Paulo - Escola Politécnica, 2006. 100 p. Disponível em: <<http://www.lem.ep.usp.br/PEF2404/Apostila%20Super.pdf>>. Acesso em: Abril 2014.

TAVARES, T. M. A. D. S. **Análise Comparativa de Modelos de Cálculo Automático no Âmbito do Projeto de Estruturas**. Porto - Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003. 143 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil).

VITÓRIO, J. A. P. **PONTES RODOVIÁRIAS Fundamentos, Conservação e Gestão**. Recife: Conselho Regional de Engenharia Arquitetura e Agronomia de Pernambuco – CREA-PE, 2002. 140 p.

VITÓRIO, J. A. P. **Um estudo comparativo sobre métodos de alargamento de pontes rodoviárias de concreto armado**. Porto - Portugal: Faculdade de Engenharia Universidade do Porto, 2013. 257 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil).

VOGT, J. C. **Estudo da influência de adições no módulo de elasticidade dinâmico na resistência à fadiga e na tenacidade à fratura para concretos convencionais**. Belo Horizonte: Programa de Pós Graduação em Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais, 2006. 97 p. Disponível em: <[http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/LMCA-75XKKQ/tese\\_final\\_\\_15\\_06\\_07.pdf?sequence=1](http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/LMCA-75XKKQ/tese_final__15_06_07.pdf?sequence=1)>. Acesso em: Setembro 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas).