

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO: MÉTODOS E TÉCNICAS DE ENSINO**

VERA LUCIA BAIARDI DO PRADO

**NOTAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO

MEDIANEIRA

2018

VERA LUCIA BAIARDI DO PRADO



**NOTAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Monografia apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Especialista na Pós Graduação em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino, Modalidade de Ensino a Distância, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Campus Medianeira.

Orientador: Prof. Dr André Sandmann

EDUCAÇÃO À DISTÂNCIA

MEDIANEIRA

2018



TERMO DE APROVAÇÃO

Notação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Por

Vera Lucia Baiardi do Prado

Esta monografia foi apresentada às **10h do dia 23 de junho de 2018** como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista no Curso de Especialização em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino – Polo de São José dos Campos, SP, Modalidade de Ensino a Distância, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Medianeira. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. André Sandmann
UTFPR – Campus Medianeira
(orientador)

Prof^a Ma. Vanessa Hlenka
UTFPR – Campus Medianeira

Prof^a. Ma. Marlene Magnoni Bortoli
UTFPR – Campus Medianeira

Dedico este trabalho à Profª Elza (minha professora na 1ª série do ensino fundamental, em 1976).

AGRADECIMENTOS

À Deus pelo dom da vida, pela fé e perseverança para vencer os obstáculos.

Aos meus alunos, que são o incentivo para buscar melhoria para qualidade de ensino em nosso país, e, isto só realizamos com rigorosidade científica adquirida em cursos de especialização.

Ao meu esposo – André Luiz C. do Prado – pelo apoio e interesse nas minhas atividades profissionais.

Ao meu orientador professor doutor André Sandmann, que me orientou, pela sua disponibilidade, interesse e receptividade com que me recebeu e pela prestabilidade com que me ajudou.

Agradeço aos pesquisadores e professores do curso de Especialista no Curso de Especialização em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino, Modalidade de Ensino a Distância, professores da UTFPR, Campus Medianeira.

Agradeço aos tutores presenciais e a distância que nos auxiliaram no decorrer da pós-graduação.

Enfim, sou grata a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para realização desta monografia.

“Da incerteza dos cálculos é que resulta o indiscutível prestígio da Matemática”. (MALBA TAHAN)

RESUMO

PRADO, Vera Lucia Baiardi do. **Notação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2018. 46fls. Monografia (Especialização em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino, Modalidade de Ensino a Distância). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2018.

Este trabalho permite a reflexão de que a notação matemática está presente em toda a nossa existência, e, por isso buscou-se aprofundar os conhecimentos relativos ao processo de letramento em Matemática – processo de ensino e aprendizagem da linguagem matemática, nas séries iniciais do ensino fundamental, debatendo acerca de como proporcionar um ambiente propício para o desabrochar do raciocínio matemático, e, introduzir a notação matemática de forma gradativa. Para tanto, além de definir notação matemática, delineou-se o perfil das crianças de seis a dez anos e as expectativas de aprendizagens, de conceitos matemáticos, propostos para esta faixa etária na base nacional comum curricular (BNCC), assim como, do EMAI (educação matemática nos anos iniciais) – material didático utilizado nas unidades escolares do Estado de São Paulo. Também houve a preocupação em visualizar investimentos em cursos de capacitação de professores alfabetizadores, surgindo, desta forma, uma breve análise do PNAIC (plano nacional de alfabetização na idade certa). Também apresentou-se uma discussão acerca de metodologia em Matemática capaz de desenvolver competências referentes a resolução de problemas de situações de vida cotidiana, apresentando alguns recursos didáticos que auxiliam as crianças exercerem aspectos da cidadania crítica e participativa, tais como jogos e materiais pedagógicos de cunho lúdico. Por fim, ponderou-se na relevância da promoção de pesquisas psicogenéticas acerca do desenvolvimento da notação matemática em crianças de seis a dez anos de idade.

Palavras-chave: Ensino. Aprendizagem significativa. Crianças, Letramento, Sistema de numeração decimal.

ABSTRACT

PRADO, Vera Lucia Baiardi do. **Mathematical Notation on the early years of Elementary School**. 2018. 46fls. Monografia (Especialização em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino, Modalidade de Ensino a Distância). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2018.

This work allows for the thinking that mathematical notation is made present in our entire lives, and for this reason there has been a necessity to search for further knowledge related to the process of literacy in Mathematics – teaching and learning process of the mathematical language, in the first years of elementary school, discussing how to offer an adequate environment for the flourishing of mathematical reasoning, and, introducing little by little the mathematical notation. Besides defining mathematical notation, the profile of children from six to ten years of age and the learning expectancies, of mathematical concepts proposed by this age range were outlined in the common curricular national basis (CCNB), as well as the MEEY (mathematical education in the early years) – teaching material used at school units of the State of São Paulo. In addition, there was a concern in looking at investment on training courses for literacy teachers, thus emerging a brief analysis of the NPLRA (national plan for literacy at the right age). Furthermore, a discussion on methodology in mathematics in order to develop competences referring to solving problems of daily life contexts, showing some teaching resources which help children exercise aspects of critical and participative citizenship, such as games and ludic teaching materials was offered. To conclude, the promotion of psychogenetic research on the development of mathematical notation in children from six to ten years of age has been regarded as relevant.

Keywords: Teaching. Meaningful Learning. Children. Literacy. Decimal Numbering System.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Quadro de Valor Posicional do Sistema de Numeração Decimal.....	16
Figura 2 – Leitura de Número Natural em LIBRAS.....	16
Figura 3 – Números Romanos LIDOS em Latim.....	17
Figura 4 – Construção do Conhecimento Matemático.....	19
Figura 5 – Competência se Compõe com Habilidades.....	20
Figura 6 – Conteúdos Matemáticos a Serem Trabalhados nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental de Forma Articulado.....	22
Figura 7 – Gênese do Conhecimento de Número.....	24
Figura 8 – A Ação Mediadora do Professor como Agente Facilitador do Processo Ensino Aprendizagem.....	26
Figura 9 – Algoritmo Convencional da adição $55 + 15$	36
Figura 10 – Adição $55 + 15$ Representada por meio de um Esquema.....	37
Figura 11 – Adição $55 + 15$ Apresentada por meio de Sentença Matemática, Levando-se em Conta a Decomposição de Números Naturais	37
Figura 12 – Gráfico como Ferramenta da Notação Matemática, Demonstrando Graficamente a Diferença entre 55 e 15.....	38
Figura 13 – Fichas Sobrepostas para Compôr Números Naturais de até Quatro Ordens.....	40

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	12
3 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA BIBLIOGRÁFICA	14
3.1 NOTAÇÃO MATEMÁTICA	14
3.2 NOTAÇÃO MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	18
3.2.1 As Crianças (6 a 10 Anos).....	26
3.3 BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC).....	30
3.3.1 Procedimentos Didáticos nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental	31
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	36
REFERÊNCIAS	43

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho de conclusão de curso tem um caráter exploratório, sobre o desenvolvimento da notação matemática em crianças; utilizando-se, para tanto, a metodologia da Pesquisa Bibliográfica; com o objetivo de aprofundamento sobre metodologia adequada no processo de ensino e aprendizagem da notação matemática, nas séries iniciais do ensino fundamental – sem com isso termos a pretensão de achar-se um ponto final na discussão sobre metodologia da Matemática na educação básica; como coloca Sousa (2016), “na vida não existe o estático, o pronto e o acabado. Há sempre um devir, um vir a ser”.

Tal pesquisa ocorreu através de leitura e interpretação de publicações especializadas consonantes ao tema: “Notação Matemática”, tais como: livros (edições em Português-Brasil) e artigos (disponíveis em sites especializados, na divulgação de dados científicos, sobre avaliação escolar).

Neste estudo optou-se por iniciar a redação de como as teorias do desenvolvimento da língua escrita impactaram o atual processo de alfabetização não só da língua materna, mas também, na alfabetização matemática; conceituando a notação matemática, para em seguida, refletir de que maneira apresentá-la aos estudantes das séries iniciais do ensino fundamental – com ênfase na formação básica para a cidadania, capaz de desenvolver competências referentes à resolução de problemas de situações de vida cotidiana.

Falar em alfabetização matemática, ainda soa estranho ao ouvido de muitos. De maneira geral só se reconhece o termo “alfabetização” para denominar o processo de aquisição da leitura e da escrita na língua materna. O fato é que ainda é muito presente na escolarização inicial a ideia de que primeiro é preciso garantir a inserção nos processos de leitura e de escrita para depois desenvolver o trabalho com as noções matemáticas (LOURENÇO, et al, 2012).

Este trabalho pauta-se na ideia de que a notação matemática deva ser trabalhada desde o primeiro ano do ensino fundamental de forma a propiciar uma crescente apropriação dos usos e significados das notações matemáticas que

permeiam nos meios de comunicação, nas diferentes esferas cotidianas, de uma sociedade tecnológica.

Também decorrer-se-á sobre o perfil das crianças de seis a dez anos de idade, assim como, traz apontamentos de quais são as expectativas de aprendizagens, com relação ao processo de ensino e aprendizagem, de conceitos matemáticos, proposta na legislação educacional brasileira – consultada a Base Nacional Comum Curricular e o material didático utilizado no Estado de São Paulo (EMAI – Educação Matemática nos Anos Iniciais); assim como, cursos de capacitação de professores alfabetizadores (PNAIC – Plano Nacional de Alfabetização na Idade Certa).

Por fim discutiu-se os procedimentos metodológicos e estratégias mais adequadas, referentes ao processo de ensino e aprendizagem do primeiro ao quinto ano do ensino fundamental, defendidas na atualidade. Também se apontou a importância de esforços quanto ao aprofundamento de como o processo de aquisição da notação matemática se processa, do ponto de vista psicogenético – visto que atualmente os professores das séries iniciais têm poucas informações com relação a este processo de desenvolvimento cognitivo.

2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

A educação não pode ser vista só do ponto da escolarização. A educação está presente em nossa vida desde o momento em que nascemos até o momento em que morremos. Freire (2002) coloca que se precisa tomar consciência dessa necessidade de sempre alimentarmos-nos com a leitura, compreendendo aqui não só o ato letrado como registro caligráfico (letras pautadas em linhas), mas entende-se que a leitura é uma ação de percepção do mundo e de nós mesmos, numa ação contínua por toda nossa vida. Por mais que nos debruçemos sobre uma questão, sempre há algo que precisamos aprofundar. A incompletude faz parte de nossa existência.

Dentro desta perspectiva buscou-se referências, por meio de uma pesquisa bibliográfica exploratória, acerca do processo de aquisição da linguagem matemática, refletindo-se sobre a importância da notação matemática para usufruto de um pleno estado de cidadania.

Cidadania nesta obra não se refere à função da escola em transmitir um cabal científico; mas, desenvolver – durante o processo de ensino e aprendizagem – o senso crítico no estudante, estimulando-o a participar ativamente, transformando-se em um cidadão que age de forma reflexiva, e, portanto, consciente (TRIGO; NUNES, 2011).

Contudo, abordou-se nesta análise bibliográfica sobre a notação matemática, somente referenciais relativos às séries iniciais do ensino fundamental; e, complementarmente delineou-se possibilidades de procedimentos metodológicos pertinentes ao alunado nesta fase da vida (crianças de 6 aos 10 anos de idade).

Outra observação importante é referente ao termo aprendizagem de caráter significativo. Segundo Abrahão (2015), esta significância condiz com um ensino contextualizado, e, portanto interdisciplinar, articulando teoria e prática, a criança é convidada a refletir sobre conceitos matemáticos lidando com questões pertencentes a sua realidade (ação pedagógica favorecida pelo trabalho polivalente, exercido pelo professor das séries iniciais do ensino fundamental).

Ainda Abrahão (2015) ressalta que a significância do ponto de vista infantil não é só o de questões ligadas à realidade socioeconômica vivenciada no cotidiano (poder econômico, organização familiar, organização escolar, aquisição de bens e serviços etc); todavia, a significância refere-se também ao mundo imaginário e a ação

lúdica, que devem estar presentes na ação pedagógica significativa, de quem leciona para crianças.

Não é só o sentimento de gostar de crianças que deve mover um indivíduo a tornar-se professor, e, sim, o que deve mover um sujeito ao ocupar-se do ofício de “ensinagem” é a vontade de despertar no outro o melhor de suas capacidades. Como diz Freire (2002), com rigorosidade metódica o professor desenvolve a necessidade premente de compreender o outro, compreendendo seus potenciais, fazendo-o avançar em suas hipóteses e conclusões acerca da realidade.

3 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

3.1 NOTAÇÃO MATEMÁTICA

Segundo Paulo Freire (2002), os seres humanos são dotados de linguagem, cultura, comunicabilidade em níveis profundos e complexos, espiritualidade e capacidade de transformar o espaço – espaço este, que entre os demais animais, é uma barreira intransponível; existindo como tal cada qual em seu habitat natural. Nossas habilidades humanas capacitam-nos a termos atitudes de intervir no espaço (denominado agora mundo) digna ou indignamente. Somos seres dotados de habilidades de comparação, ajuizamento, decisão e escolha, e, neste cenário desenvolvemo-nos em meio ao mundo recriado pela ação humana.

Braga Jr. (2003) coloca, assim como Freire (2002), que o ser humano é o único animal preocupado em aperfeiçoar-se; salientando que nesta perspectiva não haja confusão entre progresso e evolução. Progresso é a expressão da ação humana, que se equivoca quando aponta para a realidade como imperfeita, numa visão teológica invertida, denotando a ciência atual um status de utilitarismo adequando a realidade aos interesses dos sujeitos. A evolução da consciência é um esforço para compreender a realidade.

Neste sentido, Emília Ferreiro (1999) pesquisou sobre a psicogênese da língua escrita, com a finalidade de refletir sobre os motivos que levam tantas crianças a fracassarem na aquisição de língua escrita em todo mundo. Ferreiro (idem) demonstrou que o analfabeto é um sujeito que está construindo seu conhecimento linguístico da escrita de sua língua materna, perpassando por estágios de desenvolvimento denominados níveis de escrita. Nesta perspectiva de evolução da consciência da escrita surgiram materiais didáticos pedagógicos que auxiliam professores alfabetizadores no papel de mediadores entre a escrita e o educando, respeitando a autonomia e a dignidade de cada sujeito.

Assim como as línguas, a Matemática tem sua escrita, denominada de notação matemática, que também perpassa pelo pensamento - processo de transmutar as impressões em ideias. Braga Jr. (2003) afirma que não existem ideias

inatas, “elas tem origem em impressões procedentes dos sentidos exteriores (visão, audição...)” (BRAGA JR., 2003, p.20). O campo das ideias é um solo fértil para o surgimento da linguagem, propiciando a invenção das línguas e suas respectivas escritas. A Matemática é, portanto, fruto do desenvolvimento da expressão de processos conceituais provindos da reflexão humana.

A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (BRASIL, 2017, p. 263).

A Matemática “é uma abstração numérica da relação mecânica do particular e não tem poder redutivo além do seu nível” (BRAGA JR., 2003, p. 13), articulando “um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação” (BRASIL, 2017, p. 266).

Também vale ressaltar que a Matemática não surgiu única, universal, como linguagem comum entre os povos. A Matemática surgiu como as línguas maternas, cada povo foram construindo sua forma de verbalizar e registrar conceitos matemáticos referentes à contagem, formas geométricas e sistemas de medida. Aos registros matemáticos Brizuela (2006) denomina de notação matemática, pois se diferenciam das representações mentais ou internas. “Esses tipos de representações externas são caracterizados por ter uma existência independente de seu criador, ter uma existência material que garante a sua permanência e por constituir sistemas organizados” (BRIZUELA, 2006, p.24).

Uma das primeiras civilizações a utilizar técnicas de medição para demarcar terras foram à egípcia, além de desenvolver um sistema notacional para registrar números, contratos, estoques, plantas de construções, entre outros. A Matemática nesta visão não era uma ciência, e, sim uma ferramenta útil para solucionar questões relativas à vida do povo egípcio e seus governantes.

Cada povo construiu a sua própria Matemática. Com o passar do tempo, a Matemática foi se desenvolvendo. Um exemplo desta evolução da notação

matemática é o sistema de numeração decimal, nascido entre povos asiáticos (como os chineses e hindus que utilizavam a base da numeração agrupamentos de dez elementos) com a influência árabe (introdução de uma representação quando há ausência de elementos: o zero) e a grafia europeia. Na Figura 1 tem-se um quadro de valor posicional do sistema de numeração decimal.

QUADRO DE VALOR POSICIONAL (Q.V.P.)											
4ª Classe BILHÕES			3ª Classe MILHÕES			2ª Classe MILHARES			1ª Classe SIMPLES		
12ª ordem	11ª ordem	10ª ordem	9ª ordem	8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centena de Bilhão	Dezena de Bilhão	Unidade de Bilhão	Centena de Milhão	Dezena de Milhão	Unidade de Milhão	Centena de Milhar	Dezena de Milhar	Unidade de Milhar	Centena	Dezena	Unidade
			2	0	1	0	3	2	7	1	4

Figura 1 – Quadro de Valor Posicional do Sistema de Numeração Decimal, Utilizado na Atualidade.

Fonte: Autora, 2018.

No quadro de valor posicional, acima, o leitor lerá o número indicado conforme sua língua materna. No caso de nós brasileiros lemos: duzentos e um milhões trinta e dois mil setecentos e catorze unidades. Contudo, vale ressaltar que é importante mostrar às crianças que cada povo tem sua própria forma de ler o número. Por exemplo, existem brasileiros que fazem o uso da LIBRAS (Língua Brasileira de Sinais), na qual a leitura do número, apresentado na Figura 1, é efetuada com sinais expressos com uma das mãos, conforme Figura 2.

2 01 0 3 2 714

Figura 2 – Leitura de Número Natural em LIBRAS.

Fonte: Autora, 2018.

Outro fator crucial para que o estudante compreenda que a Matemática não nasceu universal é mostrar-lhe diferentes grafias para os números em outros sistemas de numeração; tais como, romano, hindu, chinês e egípcio. Abaixo, tem-se o exemplo de como no Império Romano se grafavam e liam-se alguns números (Figura 3).

Números romanos	Leitura em latim
I	unus
II	duo
III	tres
IV	quattuor
V	quinque
VI	sex
VII	septem
VIII	octo
IX	novem
X	decem

Figura 3 – Números Romanos Lidos em Latim.

Fonte: Autora, 2018 (adaptado de <https://pt.wikihow.com/Contar-em-Latim>).

O estudante precisa ter contato com outros sistemas para verificar que a opção de utilizar-se mundialmente em nossa época o sistema de numeração decimal, grafado com numerais indo-arábicos dá-se pela facilidade notacional que este sistema proporciona. Também é importante apresentar às crianças sinais para expressar igualdade (=), desigualdade (\neq), operações matemáticas (multiplicação: \times ou ; divisão: \div ; adição: ++; e, subtração: -), setas para indicar uma sequência de raciocínio; enfim, mostrar aos estudantes das séries iniciais que além dos números, compostos por algarismos, podemos também utilizar sinais próprios da simbologia utilizada na Matemática – e de uso universal. Contudo, nas séries iniciais, não é preciso ensinar todos os sinais matemáticos; somente apresentar-lhes os referentes ao que desejam comunicar, e, também, ter acesso na busca de informações, de forma gradativa e significativa.

Então, percebe-se que os sistemas que existem independentemente de seu(s) criador (es), denominamo-nos de notação matemática (BRIZUELA, 2006); ganhando paulatinamente um caráter universal, proporcionado com o encontro de diferentes culturas matemáticas, que foram compondo o cabal da Matemática utilizado na sociedade atual.

3.2 NOTAÇÃO MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A notação matemática é tão importante para o desenvolvimento matemático que o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) recomenda padrões notacionais matemáticos a serem atingidos em cada uma das etapas da educação básica “As notações, compreendidas simultaneamente como o ato de representar o objeto em si, são centrais para o desenvolvimento matemático dos aprendizes e para o desenvolvimento da matemática” (BRIZUELA, 2006, p.17).

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) também coloca que a criança necessita ser inserida em atividades de registro de quantidades, por meio da escrita de números e organização de gráficos básicos desde a educação infantil; assim como, salienta que “o conhecimento matemático é necessário para todos [...] pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais” (BRASIL, 2017, p. 263); pois, o desenvolvimento de um espírito cidadão depende da apropriação de bens culturais para o exercício pleno da cidadania (as principais facetas da vida cidadã são os direitos e deveres relativos ao trabalho, à escolarização, ao lazer, à saúde, à habitação e ao convívio social).

[...] todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos (BRASIL, 2017, p. 272).

Nesta perspectiva pedagógica não existe o erro, e sim, há a construção do conhecimento matemático, sendo os estudantes instigados a demonstrar o processo de resolução, ou desafios, para que os erros sejam transformados em estratégias didáticas, “criando situações que provoquem a emergência desses erros para torná-los observáveis” (SPINILLO, et all., 2015, p. 64). Portanto, o erro não pode ser encarado como um fracasso escolar, mas um indício para uma intervenção do professor para orientar a criança no processo paulatino de construção do conhecimento – o erro deve ser colocado em evidência “passando a ser objeto de reflexão e análise” (idem, p. 65). Pela Figura 4 se pode visualizar como se dá a construção do conhecimento matemático.

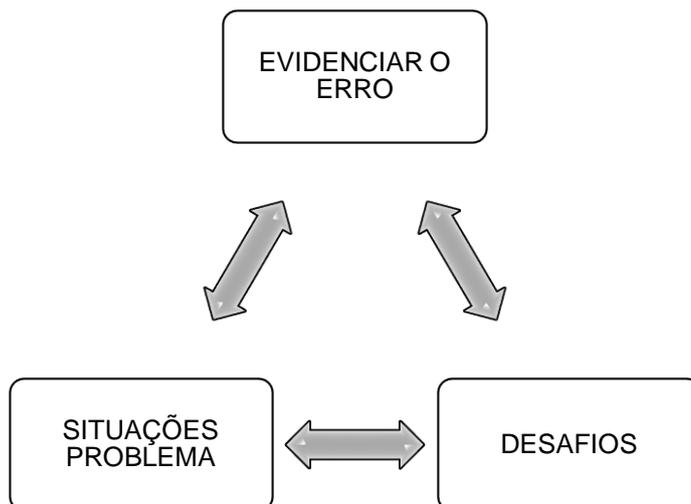


Figura 4 – Construção do Conhecimento Matemático.
Fonte: Autora, 2018.

Desta forma, a criança além de escrever sua solução de forma organizada, para que outros compreendam seu raciocínio, também precisa verbalizar: “Como faria?”, “Por qual motivo faria?”, “Como pensou em resolver?”. Respondendo estas indagações (proferidas pelo professor ou por um colega), o estudante realiza uma atividade metacognitiva - “avaliar, monitorar e autorregular os processos cognitivos” (FLAVELL, 1987, apud, SPINILLO, et al., 2015, p. 66); ou seja, permite que o sujeito reflita sobre suas ações.

Observa-se, então, que cumprir conteúdos programáticos pré-estabelecidos é uma visão ultrapassada e desprestigiada do processo ensino e aprendizagem. O maior objetivo da educação matemática está referenciado no desenvolvimento de habilidades que compõe competências matemáticas para exercer plenamente ações dentro de uma visão crítica, participativa e autônoma da sociedade atual; levando-se em conta o diagnóstico inicial do educando, e, suas potencialidades de aprendizagem.

Outro ponto importante fundamental de salientar é relativo respeito à competência. Machado (2002, in PERRENOUD, 2002) coloca que competência refere-se à qualidade inerente aos seres humanos, composta de micro competências (habilidades) e de intervenção na realidade (Figura 5). Compreende-se, então, que o processo de ensino e aprendizagem da notação matemática deve ser uma ação consciente proporcionando à criança atividades desafiadoras que proporcionem reflexão e ação emancipatória.

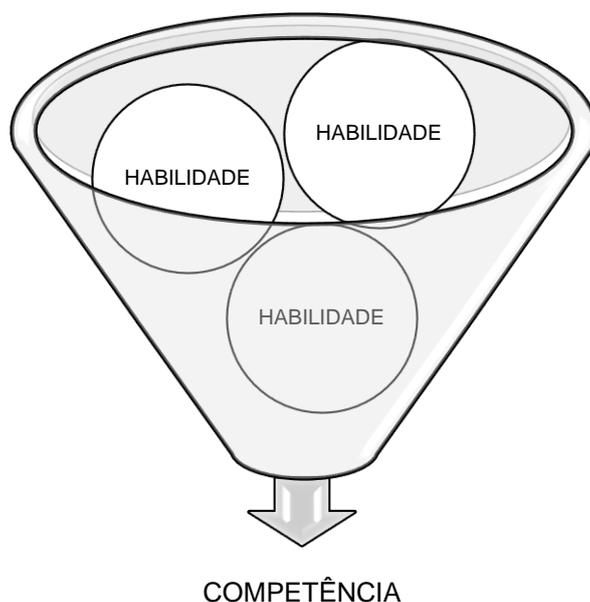


Figura 5 – Competência se Compõe com Habilidades.

Fonte: Autora, 2018

Segundo Trigo e Nunes (2011), essa condução do processo ensino e aprendizagem de forma construtiva é possível por meio da experimentação, pois proporciona “o desenvolvimento da argumentação e a construção coletiva do saber”. Essa proposta de metodologia não é novidade nas séries iniciais do ensino fundamental, este recurso já é amplamente utilizado no processo de ensino e aprendizagem na disciplina de Ciências Físicas e Biológicas, sendo recomendada também para as aulas de Matemática; configurando um modelo de trabalho a ser seguido pelo professor mediador. Não é uma proposta de aprendizagem espontaneísta, deixando a cargo de a criança descobrir os conceitos matemáticos por si mesma. O professor mediador precisa atentar para os passos a serem trilhados pelos aprendentes:

[...] nos modelos propostos se estabelecem: uma etapa introdutória de interpretação e organização de ideias, um momento seguinte de elaboração das ideias e experimentação propriamente dita e por fim, a consolidação do processo através da reflexão, sistematização dos conhecimentos produzidos, conclusão e registro das aprendizagens (TRIGO; NUNES, 2011, p.33).

Buscando soluções e alternativas, as crianças desenvolvem o raciocínio e o senso crítico, habilidades essenciais para uma vida cidadã conscientes de seu papel social; assim como, o professor consolida e desenvolve suas competências, porque precisa ser também ser um “profissional reflexivo, pesquisador e elaborador de conhecimentos” (TRIGO; NUNES, 2011, p. 37).

Porém, é importante que o professor não seja deixado à própria sorte, pois as crianças estão diante dele, ávidas por conhecer e cheias de energia. Existem vários materiais didáticos para nortear a alfabetização matemática, auxiliando o professor a decidir quais as estratégias mais adequadas para cada momento.

Um desses materiais, de cunho normativo, é o EMAI (Educação Matemática nos Anos Iniciais), distribuído em escolas públicas do Estado de São Paulo, no qual se encerram um currículo prescrito e definições “metodológicas ligadas ao ensino e à aprendizagem, a indicação de blocos de conteúdos e as expectativas de aprendizagem referentes a cada bloco, para esse período da escolaridade” (CGEB/SESP, 2014, p.2). Todavia, “convém ressaltar que, não adianta ensinar conteúdos novos de modo expositivo se as crianças não tiveram oportunidades de viver experiências concretas sobre as quais essas explicações podem fazer sentido” (CGEB/SESP, 2014, p.9). É importantíssimo que os vários aspectos ligados ao processo ensino aprendizagem estejam presentes no transcorrer das atividades em sala de aula, evitando-se um ensino mecanizado e pautado na memorização.

Todos estes aspectos — cognitivos, afetivos, do domínio das concepções — estão estreitamente ligados ao ambiente de aprendizagem que se vive no interior das aulas. Se a “norma” é valorizar o envolvimento em processos de pensamento, assim como o raciocínio e a argumentação lógica, pode criar-se uma “cultura da aula de Matemática” muito diferente daquela que valoriza apenas respostas rápidas e certas (CGEB/SESP, 2014, p.11).

Nesta visão educacional, na qual os aspectos cognitivos, afetivos e do domínio das concepções matemáticas se entrelaçam, os conteúdos programáticos devem ser ministrados nas séries iniciais do ensino fundamental, de forma articulada, considerando-se equitativamente o tempo disponível para proposição de atividades dos campos conceituais (do primeiro ao quinto ano) representados na Figura 6.



Figura 6 – Conteúdos Matemáticos a Serem Trabalhados nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental de Forma Articulada.
Fonte: Autora, 2018.

Ressalta-se que o bloco de conteúdos referente aos números racionais, é recomendado (CGEB/SESP, 2014) ser trabalhado no quarto e quinto ano do ensino fundamental; contudo, essa recomendação não impede o professor de realizar atividades envolvendo, por exemplo, números referentes à comercialização de produtos de conhecimento cotidiano das crianças. Todavia, para que o professor tenha segurança no planejamento das atividades propostas em ambiente escolar, este precisa estar sempre com um olhar avaliador, ponderando acerca de suas próximas decisões referentes ao planejamento da ação didática (sequências e projetos).

Outra recomendação importante que se encontra nas Orientações Curriculares do Estado de São Paulo (CGEB/SESP, 2014) diz respeito ao cálculo mental, sugerido para ser tratado como atividade componente de blocos de conteúdo a partir do quarto ano do ensino fundamental. No primeiro, segundo e terceiro ano é recomendado que o professor promova contagens e operações sempre a partir de experimentações concretas, utilizando materiais fisicamente capazes de serem manipulados pelas crianças (tampinhas, moedas, botões, peças de jogos, componentes de materiais pedagógicos...).

Percebe-se neste ponto a influência da psicologia genética na elaboração dos currículos escolares no nosso país. Entretanto, Kamii (2001), se detém no ponto de que Jean Piaget (1976, apud, KAMII, 2001) não se importava somente com estágios de maturidade, mas considerava um paralelo entre cooperação interindividual e cooperação intraindividual. Esta relação do sujeito com o meio é que determina o nível de egocentrismo (visto como falta de diferenciação entre o ponto de vista próprio, e, dos outros). Na criança pequena isto acontece previsivelmente porque, como demonstrou Piaget (1926/1929, apud, KAMII, 2001), a criança não tem consciência de seu papel social; relatando o exemplo de quando solicitada em contar quantas crianças tem num ambiente, a criança responsável pela contagem não se considera como sujeito integrante da contagem.

Segundo Piaget (1948/1973, apud, KAMII, 2001), uma educação coercitiva, pautada na coerção – “imposição, por parte do adulto, de regras, por meio de recompensas e punições, para controlar o comportamento das crianças” (idem, p. 79) – consolida o raciocínio egocêntrico infantil, dificultando ou impedindo, a superação da fé cega na autoridade do adulto, acarretando o impedimento da aquisição lógica formal – necessidade básica para a busca da verdade científica.

Em contrapartida, a melhor alternativa para uma proposta metodológica, é uma educação pautada na cooperação. “Na teoria de Piaget [...] cooperar significa cooperar, ou operar, trabalhar junto, o que inclui discutir e buscar soluções, ainda que em desacordo” (KAMII, 2001, p. 79). O sujeito desenvolve-se mais cedo, dentro de uma interação de pares iguais, desenvolvendo a coerência e a racionalização, justificando suas próprias conclusões, criticando a dos outros de forma reflexiva. Este intercâmbio de ideias leva à reflexão e à verificação objetiva, onde a gentil coerção se dá por controle mútuo, estabelecendo condutas sociais adequadas a cada momento histórico, por parte de todos que integram a sociedade em questão.

Piaget (1976, apud, KAMII, 2001) ressalva que não há organização social sem coerção, mas que esta deve ser gentil, promovendo à conscientização do indivíduo do seu papel social, permitindo sua participação crítica. Portanto, percebe-se que Piaget (1950a, 1950b, 1950c, 1967/1971, apud, KAMII, 2001) apresenta a ideia de que para ocorrer o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, a criança precisa desenvolver três tipos de conhecimento: os conhecimentos lógico-matemático, físico

e social; pois estão entrelaçados, sendo indissociáveis para o pleno desenvolvimento dos conceitos matemáticos. Representando-os graficamente pela Figura 7.

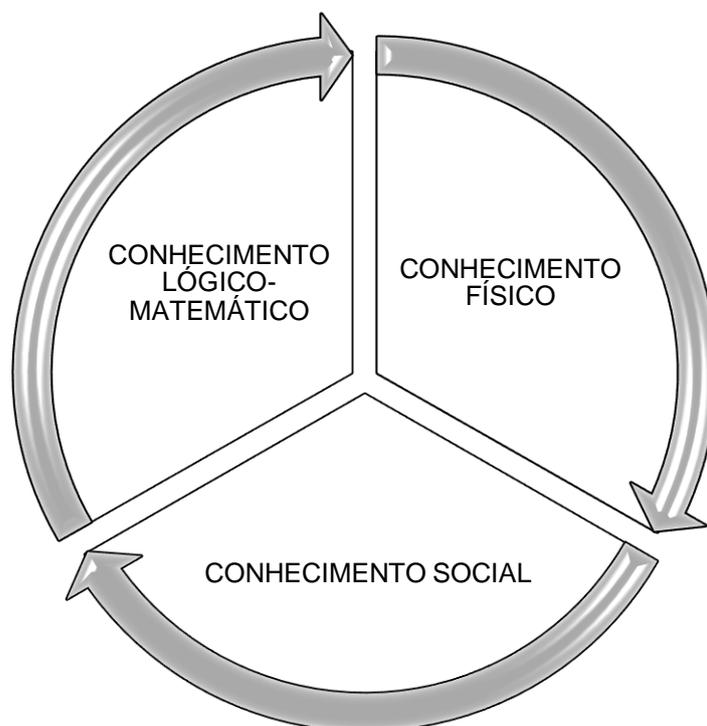


Figura 7 – Gênese do Conhecimento de Número
Fonte: Autora, 2018.

Neste contexto, Brizuela (2006) coloca a importância de averiguarem-se as ideias das crianças concernentes a cada conteúdo matemático a ser trabalhado. Por exemplo, com relação a tabelas levantou-se que “as crianças tendem a construir tabelas que diferem significativamente das tabelas convencionais que nós, os professores, lhes apresentamos” (BRIZUELA, 2006, p. 84). Entretanto, após um ano de intervenção (no início do processo com oito anos idade, e, ao fim com nove anos) as crianças “desenvolveram notações tabulares muito sofisticadas dos dados apresentados em um problema que focaliza a progressão do dinheiro ganho ao longo do tempo” (BRIZUELA, 2006, p. 96).

A interação das crianças mostrando diferentes notações para solução de uma mesma situação-problema é outro fator apontado por Brizuela (2006) para compreensão da situação e resolução do problema apresentado; sendo a oralidade tão importante quanto à escrita de suas hipóteses. Essa importância é bem nítida

quando o problema a ser resolvido envolve álgebra (somente uma parte do valor é conhecido), e, diferentes hipóteses surgem. O professor mediador tem o papel de estimular que cada criança verbalize os porquês de suas notações, e, as crianças possam perceber que há diferentes formas de registrar e pensar sobre uma mesma situação-problema; porém, o resultado é o mesmo.

Brizuela (2006) também discorre sobre a relevância de especial atenção nas hipóteses sobre o Sistema de Numeração Decimal, ponderando sobre notações que surgem para as crianças conseguirem ler e escrever números com quatro ordens ou mais. Deve-se permitir que os estudantes inferissem nos números, permitindo que usem pontos, ou algum sinal gráfico, auxilia na compreensão do valor posicional dos algarismos num determinado número.

Segundo Brizuela (2006), nos primeiros contatos com os números algumas crianças leem de forma pessoal, por exemplo, lendo o algarismo da dezena como número maiúsculo, e, da unidade como número minúsculo. Não que o professor permitirá que a criança continue com suas hipóteses pessoais; todavia, permite que num primeiro contato o estudante possa desenvolver gradativamente o conceito formal de número – o professor mediador estimula a criança a avançar a respeito da leitura e escrita de números, até que, no quinto ano do ensino fundamental, sejam capazes de ler, operar, escrever, e nomear qualquer grandeza representada através do Sistema de Numeração Decimal.

Para tanto, o professor mediador precisa ter aprofundado seus conhecimentos a respeito da cognição numérica – “parte das neurociências que estuda as bases cognitivas, neurais e do desenvolvimento dos números e matemática” (SANTOS, et al., 2016, p. 64). O professor mediador necessita averiguar se a criança apresenta características do estágio primário (DEHAENE, 1997, apud SANTOS, et al., 2016), no qual há uma identificação e operação de pequenas quantidades numéricas (capacidade inata do ser humano); ou, demonstra características do estágio secundário (McCLOSKEY; CARAMAZZA; BASILI, 1985, apud, SANTOS, et al., 2016), que se refere a capacidade de lidar com quantidades mais expressivas, o que acarreta a necessidade do cálculo escrito, e, por sua vez utilização de símbolos ou palavras para expressar cálculos aritméticos.

3.2.1 As Crianças (6 a 10 Anos)

Silva (et al., 2017) colocam que a criança é um indivíduo cuja aprendizagem faz parte de sua natureza, por isso, podemos dizer que a criança é um ser aprendente. Contudo, o aprender da criança se dá através da ação para resolução de situações problematizadoras. As aulas de matemática, então, necessitam ser planejadas para ser um momento dinâmico de ação investigativa.

Nesse contexto, precisa-se lembrar de que o professor “assume uma postura de mediador do conhecimento” (TRIGO; NUNES, 2011, p. 16), articulando os “conhecimentos teóricos com a vida cotidiana de modo a dar significado” (idem). Percebe-se que a criança tem a necessidade da figura do professor mediador que proporcione não só o contato do estudante com o conhecimento acadêmico, mas, também, o auxilie na compreensão do mundo que o rodeia e do seu papel na sociedade. Pode-se representar esta cena conforme Figura 8.



Figura 8 – A ação Mediadora do Professor como Agente Facilitador do Processo Ensino Aprendizagem.

Fonte: Autora, 2018.

Duval (2016) coloca que a Matemática tem um enorme papel nessa formação do cidadão, porque “a atividade matemática mobiliza processos cognitivos não operados em outras disciplinas [...] fazer matemática requer compreensão em matemática” (DUVAL, 2016, p. 3). Para compreensão da notação matemática o primeiro passo deve ocorrer na direção da construção dos conceitos numéricos. Para

tanto, as crianças precisam da compreensão da relação de ordem e inclusão hierárquica.

Kamii (2001) coloca que a relação de ordem significa que a criança age sobre uma determinada coleção de elementos, organizando-os, por exemplo, numa linha para, posteriormente, contá-los (oral ou mentalmente). Esta pesquisadora explicita que a inclusão hierárquica “demonstra que a criança incluiu mentalmente um em dois, dois em três, e assim por diante” (KAMII, 2001, p. 25) – a criança compreende que para ter, por exemplo, cinco bolinhas de gude, primeiramente ganhou uma, depois mais uma, somando duas; adicionar mais uma para ter três, somar mais uma para ter quatro; e, por fim, adicionar mais uma para ter cinco bolinhas de gude.

Desta maneira, não podemos ver a aquisição do domínio do sistema decimal somente como um conhecimento transmitido de geração para geração, e, tampouco adquirido num processo de aprendizagem de fora para dentro, em que somente a manipulação de materiais didáticos pedagógicos resulta, por si só, no conhecimento lógico matemático.

Para que o estudante, das séries iniciais, atenda às expectativas de aprendizagens propostas na atualidade, Kamii (2001) coloca a importância de sempre recordar que a criança, por exemplo, leva alguns anos para compreender o sistema de numeração decimal, passando por etapas de abstração. Para que a criança execute as trocas para operar com números, compreendendo que para compor uma dezena precisará de dez unidades, ou, que para compor uma centena precisará de dez dezenas ou cem unidades, levam anos de reflexão interna – mediante estimulação externa.

Segundo Piaget (1967/1971, apud, KAMII, 2001) existe dois tipos de abstração:

- Empírica: o foco da criança é uma determinada propriedade do objeto, constituindo o conhecimento físico;
- Construtiva ou Reflexiva: a criança estabelece relações entre diferentes propriedades de um dado objeto, construindo o conhecimento lógico-matemático.

Vale ressaltar que Brizuela (2006) coloca que Piaget (1936/1969, 1936/1977, apud, BRIZUELA, 2006, p. 119) não pesquisou sobre o processo de ensino e aprendizagem de notações matemáticas especificamente. A contribuição de Piaget

(idem) está relacionada “à lógica natural e aos processos básicos de raciocínio, como classificação, seriação e conservação, e aspectos universais da aprendizagem cognitiva, como objeto, espaço, tempo, causalidade, números, chance e movimento” (BRIZUELA, 2006, p. 119).

Todavia, os esforços de Piaget (1936/1969, 1936/1977, apud, BRIZUELA, 2006) promoveram uma reflexão, surgindo a concepção de que uma ação pedagógica empírica e reflexiva; na qual muito educador defendem a ludicidade na ação pedagógica, julgando que tão somente a atividade prazerosa proporcionará uma ação de aquisição de conhecimentos matemáticos, numa perspectiva estimulante e atraente.

Contudo, Oliveira e Ferraz (2017) salientam que a criança precisa ser estimulada a debater, registrar, ler, elaborar perguntas e argumentações, comunicar, visualizar (e escutar) e observar sobre suas descobertas e dos colegas; para, assim, desenvolver a notação matemática – habilidades que compõem as competências matemáticas necessárias para o exercício pleno da cidadania, tais como: habilidades de realizar diferentes operações com os diferentes números (inteiros, fracionários, decimais); agrupamentos e classificações de diversas naturezas; figuras geométricas; e, sequências e generalizações.

Caso ação pedagógica intencional e sistematizada da notação matemática não corresponda a um processo realmente reflexivo, veremos um cenário entristecedor com relação às habilidades matemáticas. De acordo com Plaza e Curi (2013), pesquisas têm encontrado índices alarmantes, indicando que as maiorias dos alunos do quinto ano do ensino fundamental demonstram pouco domínio “em relação às regras do sistema de numeração no que se refere à leitura e escrita, à comparação e ordenação, e à composição de números naturais” (PLAZA; CURI, 2013, p. 116).

Outro ponto crucial na notação matemática é indicado por Prior e Bassoi (2016) que esclarecem que as crianças precisam além de interpretar enunciados apresentados nos materiais didáticos, necessitam escrever situações matemáticas e registrar a explicação do raciocínio matemático utilizado na resolução da situação proposta, ou, de uma situação criada pelo próprio estudante (ou por um colega). Desta forma, o trabalho interdisciplinar é uma ação pedagógica importantíssima para que a criança desenvolva a compreensão dos conceitos matemáticos. A questão da

disposição dos estudantes em grupos, trios, duplas, é outro fator que auxilia a criança a desenvolver o pensamento matemático.

Uma atividade que se pode utilizar para instigar as crianças a formularem questões é a utilização de folhetos de propaganda de diversos produtos, solicitando listas e debatendo produtos que são itens de desejo de aquisição por parte dos estudantes. Neste instante, segundo a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) outra expectativa de aprendizagem entra em cena de forma interdisciplinar: o consumismo; refletindo sobre hábitos de consumo saudáveis – e como nossos atos podem desencadear problemas ou soluções para questões ambientais.

Todavia, não esqueçemo-nos de um alerta que Kamii (2001) faz em relação ao sistema decimal, que reflete também em outros conceitos envolvendo notação matemática: as crianças levam anos para desenvolverem habilidades de contagem, e, conseqüentemente, das operações matemáticas. Portanto, é importante em todas as séries iniciais do ensino fundamental, envolver a crianças nos diversos campos da Matemática e seus usos sociais – claro, levando-se em conta os conhecimentos prévios e a maturidade dos educandos.

Maturidade aqui compreendida como “o conjunto extraordinário de capacidades que lhes permitem usar e manipular as informações que encontram para muitos propósitos diferentes” (MUSSEN, et al., 1995, p. 292). Um exemplo de maturidade é a capacidade da criança, em contato com os folhetos de propaganda (distribuídos em supermercados e lojas de departamentos), ser capaz de selecionar informações adequadas diante de objetivos propostos. Salientando-se que a partir dos seis anos de idade a capacidade de inferência – “processo de usar estruturas cognitivas para ir além do que é imediatamente observável e gerar expectativas e hipóteses” (idem, p. 295) – aumenta consideravelmente.

Vale ressaltar que a partir dos quatro anos de idade, aproximadamente, a criança começa a tornar-se apta cognitivamente a compreender, a aceitar e a conformar-se com as “restrições ou regras, bem como a competitividade” (MUSSEN, et al., p. 387). Portanto, a ludicidade deve ser aproveitada em todas as suas facetas (jogos, brincadeiras e desafios) desde o primeiro ano do ensino fundamental.

Neste ponto percebe-se novamente a influência da psicogenética como fonte inspiradora da organização do sistema de escolarização em nosso país, pois as crianças iniciam no ensino fundamental no ano em que completam seis anos de idade.

Nesta fase da infância, a criança está apta para refletir sobre os diferentes signos utilizados em nossa sociedade, sendo um solo fértil para o professor mediador lançar sementes de informações e regar com indagações e provocações, registrando o desenvolvimento do conhecimento cognitivo por meio de pautas de observação.

3.3 BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)

De acordo com a base nacional comum curricular - BNCC (BRASIL, 2017), no decorrer dos anos iniciais do ensino fundamental, os objetos do conhecimento no processo de escolarização relativos à disciplina curricular da Matemática são:

- Números: desenvolvimento de habilidades de leitura, ordenação e escrita dos números naturais e racionais de representação finita (decimal e fracionário), envolvendo situações com as operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), utilizando diferentes estratégias de cálculo (mental algoritmo e uso de calculadoras).
- Álgebra: trabalho com sequências recursivas e repetitivas, e, igualdade simples (exemplo: $6 = 2 + 4$, e, $6 = 5 + 1$, então, $2 + 4 = 5 + 1$). Também se devem proporcionar questões relativas à variação proporcional (exemplo: Com duas colheres de leite em pó preparo e um copo de 200 ml de água preparo meu leite matinal, quantas colheres de leite em pó precisarei para preparar um litro de leite para meus convidados?).
- Geometria: desenvolver noções para construção de representações de espaços de vivência, estimar distâncias, reconhecer características constitutivas das figuras geométricas tridimensionais.
- Grandezas e Medidas: através de situações presentes no cotidiano das crianças, desenvolver compreensão sobre unidades convencionais utilizadas para medir: comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume – salientando que sem uso de fórmulas.
- Probabilidade e Estatística: envolver as crianças na leitura e elaboração de gráficos, planilhas eletrônicas, pesquisas de diferentes fontes, uso de

calculadoras, para desenvolver a diferenciação entre eventos prováveis e impossíveis.

Os objetivos a serem atingidos vão além dos objetos de conhecimento, perpassando por diversas questões, tais como: de interdisciplinaridade; efeitos nocivos do consumismo em relação ao meio ambiente; e, fazer estimativas e uso da calculadora (e outros meios de calcular).

Salienta-se que a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) indica que os estudantes sejam inseridos no fazer matemático sem fórmulas pré-estabelecidas. As atividades escolares da disciplina de Matemática deverão ocorrer através do letramento matemático (utilizando-se, inicialmente, esquemas e diagramas; e, somente posteriormente, quando a criança sentir necessidade, utilizar algoritmos convencionais); levando-se em conta os conhecimentos prévios e o contexto em que os estudantes estão inseridos.

Com relação a representações matemáticas, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) vem de encontro ao que defende Duval (2016), que coloca que a representação na matemática é de natureza semiótica, pois “implica sempre diversas escolhas entre as unidades de sentido possíveis para constituir, por exemplo, uma expressão numérica ou uma frase que descreve um estado, uma relação ou uma operação” (DUVAL, 2016, p. 10).

O que nos faz refletir que Matemática tem uma linguagem própria, que deve ser explorada em todo o percurso educacional, levando-se em conta o estágio de desenvolvimento do educando, seguindo-se progressões didáticas compostas por atividades significantes do ponto de vista dos estudantes.

3.3.1 Procedimentos Didáticos nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental

Vaz (2016) coloca que em pleno século XXI, numa era tecnológica e com muitos instrumentos de comunicação rápida, muitos professores ainda carregam o ranço do dito popular ensino como aprendi. Lecionam como se estivessem vivendo no século XIX, privilegiando a repetição e a memorização, além, de persistir a

concepção de que a quantidade de páginas resolvidas pelo aluno é sinônimo de aprendizagem. Contudo, pesquisadores da educação demonstram que é necessário que o ensino da notação matemática deva “estar e ser fundamentado na melhor compreensão dos conceitos, na valorização do raciocínio e do pensamento matemático” (VAZ, 2016, p. 65).

Além dos aspectos pedagógicos específicos da Matemática, Piaget (apud, KAMII, 2001) alerta que, indistintamente da disciplina curricular, o processo de ensino e aprendizagem deve ocorrer num ambiente livre de recompensas e punições, permeado pelo diálogo e através de sanção por reciprocidade – motivando a criança a erigir “regras internas de conduta” (KAMII, 2001, p. 94). Nesta perspectiva a cooperação – discutindo e buscando soluções em parcerias de trabalho – a criança é estimulada a ultrapassar o seu egocentrismo, verificando-se o importante papel da “interação na sala de aula” (KAMII, 2001, p. 79).

Duval (2016) observa que essa interação em primeiro momento não tem caráter comunicativo. O professor necessita oportunizar que cada estudante se coloque com suas próprias palavras (ou formas de se expressar), para que desta forma, endereçando-se a outrem, reflita sobre sua ação – preenchendo a função de objetivação (tomada de consciência – não confundindo o objeto e sua representação).

Esta visão interacionista em sala de aula promove o desabrochar do fazer científico, pois “um cientista anuncia a nova descoberta, os outros exigem verificações [...] os cientistas não aceitam novas verdades sem que tenham sido conferidas por outros” (KAMII, 2001, p. 83). Piaget (apud, KAMII, 2001) recomenda que o ensino das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão ocorram dentro de um conflito sócio cognitivo, no qual as crianças buscam soluções frente a uma situação problema; envolvendo os sujeitos num processo dialético e investigativo do fazer científico, ocorrendo uma construção de um nível mais elevado de raciocínio (denominado equilíbrio crescente).

Observa-se que em classes das séries iniciais do ensino fundamental, com relação ao desenvolvimento da notação matemática, as crianças “quando se sentem orgulhosas e excitadas com suas invenções, não necessitam de qualquer prêmio artificial” (KAMII, 2001, p. 87). Não é preciso quadro de pontuação ou prêmios em atividades com jogos educativos, por exemplo. Como já foi dito, o importante é a

clareza, principalmente para criança, do(s) objetivo(s) da atividade selecionada pelo professor.

Esta proposta do desenvolvimento de competências e habilidades de raciocínio, representação, comunicação e argumentação matemática – favorecendo o estabelecimento de conjecturas e suas respectivas formulações e resoluções – denomina-se, atualmente, de letramento matemático. Percebe-se que “o ensino de algoritmos não é apenas desnecessário, mas também é prejudicial, [...] as crianças devem elaborar sua própria maneira de raciocinar poderemos, então, parar de atrapalhá-las e, ao invés disso, facilitar seu processo construtivo” (KAMII, 2001, p. 38). Oliveira e Ferraz (2017) colocam que “ao professor cabe uma escuta cuidadosa e intervenções que contribuam para a produção de significados” (OLIVEIRA; FERRAZ, 2017, p.14).

Neste sentido, Trigo e Nunes (2011) relatam alguns cuidados para que o processo de ensino e aprendizagem transcorra de forma construtiva do saber por parte da criança:

- Levantamento dos conhecimentos prévios dos educandos acerca da temática e conceitos matemáticos envolvidos;
- Organização do espaço e tempo (hora/aula necessária para execução da atividade);
- Preocupar-se com a sequência didática, direcionando as atividades para desenvolver habilidades necessárias para posteriores experimentações;
- Trabalhar com poucos e pequenos grupos, organizando outras atividades para alunos que não estiverem envolvidos com o experimento (em caso de turmas com número grande de alunos).
- Avaliação participativa a criança desde o primeiro ano do ensino fundamental deve ser inserida de forma ativa, vendo a avaliação como fruto de um processo de ensino e aprendizagem, na qual vários fatores serão levados em consideração; tais como: a postura, a participação e as atitudes em relação a cada elemento constitutivo do processo de ensino e aprendizagem (professor, colegas, materiais, espaços, conceitos, habilidades e competências).

Entretanto, os algoritmos não devem ser abolidos da escola, pois é através deles que o sujeito exterioriza seu raciocínio, indicando passo a passo a resolução. E,

assim como no processo histórico do desenvolvimento da linguagem matemática, a criança deve ter a liberdade de criar seus próprios métodos, às vezes ineficientes, que irá aprimorar, desenvolvendo seu raciocínio lógico matemático paulatinamente – desta forma o cálculo mental desenvolve-se naturalmente; evitando-se, assim, o efeito nocivo da utilização dos algoritmos precocemente. Segundo Kamii (2001) crianças que foram submetidas a uma metodologia tradicional têm muita dificuldade em compreender valor posicional e cálculo mental.

Para mudar este cenário de ensino tradicional, Plaza e Curi (2013) e Silva (et al., 2017) colocam a necessidade de uma formação inicial e grupos de formações de professores, que incentivem os docentes a desenvolverem uma postura investigativa sobre a produção da criança o que denominamos de notação matemática infantil ou em processo, concebendo, desta forma, um ensino significativo nas séries iniciais do ensino fundamental.

Segundo Pires (2014) algumas Secretarias da Educação vem se mobilizando para a melhoria da qualidade do processo de ensino e aprendizagem da competência matemática, como a Secretaria de Educação Estadual do Estado de São Paulo, que vem adotando, desde fevereiro de 2012, a proposta de constituição de Grupos de Educação Matemática em cada unidade estadual de ensino, onde os próprios professores (coordenados pelo Professor Coordenador) organizam-se em grupos colaborativos para aprofundarem seus conhecimentos e refletir sobre ações pedagógicas, mediante as atividades propostas no material didático distribuído em todas as escolas estaduais (EMAI – Educação Matemática nos Anos Iniciais), concebido pela Coordenadoria de Gestão da Educação Básica (CEGEB/SP, 2014).

Nesta concepção, para que uma pessoa seja considerada alfabetizada matematicamente é preciso que se desenvolvam habilidades, tais como:

- Predisposição para perceber a realidade através da Matemática;
- Criticidade quanto ao uso e confiabilidade de dados apresentados matematicamente;
- Ponderar a complexidade antes de avaliar uma situação.

Desta forma, o cidadão deve ter desenvolvido um rol de atitudes, conhecimentos e capacidades para ser possível ser matematicamente competente “o treino isolado e mecanizado de procedimentos de cálculo, assim como o

conhecimento memorizado de termos e fatos, não ajuda os alunos a compreender o que é a Matemática” (CEGEB/SP, 2014, p. 5).

Outro fator que vem auxiliando o retorno da discussão da notação matemática nas séries iniciais do ensino fundamental é o PNAIC (Plano Nacional de Alfabetização na Idade Certa), onde os professores são colocados como protagonistas do diálogo de uma práxis pedagógica intencional e sistematizada, numa ação de política de Estado para formação de docentes alfabetizadores – a nível nacional, com colaboração dos municípios em grupos de estudos locais – capazes de conduzir as crianças “à apropriação dos conceitos e ao desenvolvimento das suas máximas capacidades intelectuais” (SILVA, et al., 2017, p. 90), utilizando procedimentos significativos.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste século XXI, num mundo tecnológico no qual a Matemática permeia todas as atividades socioeconômicas, é de suma importância um conhecimento matemático aprofundado. Para tanto, necessitamos de professores engajados com o êxito dos estudantes em cada fase de sua escolarização dispostos a repensar o ensino da notação matemática.

Com esta pesquisa percebe-se que os professores devem ser incentivados a desempenhar o papel de protagonistas no processo ensino aprendizagem da notação matemática. Esse protagonismo nada tem a ver com uma postura tradicional defensora de um saber pronto e acabado. Os professores precisam sim ser protagonistas do diálogo de uma práxis pedagógica intencional e sistematizada. Sem esta postura nenhuma ação de política de Estado, para melhoria da qualidade do processo de ensino e aprendizagem da notação matemática, terá êxito.

Também houve, através da leitura dos referenciais teóricos, um aprofundamento com relação à importância do estudo nas séries iniciais do ensino fundamental do sistema de numeração decimal, promovendo-se a reflexão sobre suas regularidades, para evitar-se um índice, apontado por Plaza e Curi (2013), de que muitas crianças do quinto ano do ensino fundamental demonstram dificuldade na leitura (e escrita) e composição de números naturais. Este cenário deve-se muitas vezes a um ensino que privilegia algoritmos convencionais, tal como o exposto no exemplo representado pela Figura 9.

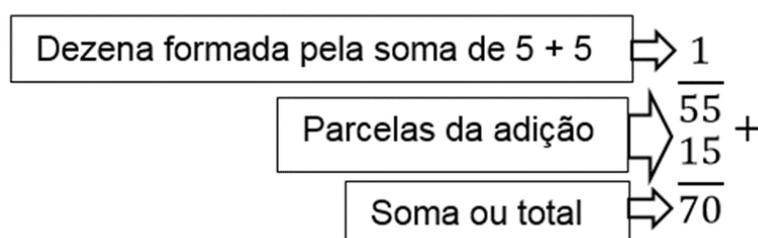


Figura 9 – Algoritmo Convencional da Adição $55 + 15$.
Fonte: Autora, 2018.

É necessário o rompimento urgente com o ensino tradicional, também apelidado popularmente de ensino das continhas. É imprescindível para elevar a qualidade de o ensino esclarecer a população em geral (estudantes e seus familiares) que a Matemática trata de números e operações; formas e cores; tratamento da informação; e, grandezas.

Esclarecer que a Matemática vai além de um processo de contagem é uma das metas a serem alcançadas já nas séries iniciais do ensino fundamental. Também é imprescindível que as crianças desde pequenas compreendam que em Matemática geralmente há mais de uma forma de expressar-se uma resolução.

Um exemplo simples de mostrar às crianças como utilizar notação matemática, é realizar atividades de cálculo mental e registrar a forma que cada um pensou. A mesma adição acima, $55 + 15$ pode ser registrada de diferentes formas. Algumas delas são o esquema (Figura 10) e a sentença representada pela Figura 11.

$$\begin{array}{r}
 50 + 5 \\
 10 + 5 \\
 \hline
 60 + 10 \\
 \underbrace{\hspace{10em}} \\
 70
 \end{array}$$

Figura 10 – Adição $55 + 15$ Representada por Meio de um Esquema.
Fonte: Autora, 2018.

$$55 + 15 = (50 + 5) + (10 + 5) = 50 + 10 + 5 + 5 = 50 + 10 + 10 = 70$$

Figura 11 – Adição $55 + 15$ Apresentada por meio de Sentença Matemática, Levando-se em Conta a Decomposição de Números Naturais.

Fonte: Autora, 2018.

Nota-se que os esquemas são importantes aliados para mostrar aos estudantes que a notação matemática vai além dos algoritmos convencionais; e, que o que vai determinar como efetuar um registro matemático (ou notação matemática) é o objetivo comunicativo, isto é, de que maneira se deseja apresentar a resolução de uma situação ou o levantamento de dados.

Outras ferramentas são os gráficos, que também são aliados importantes na comparação de diferenças e semelhanças. Um exemplo da utilização de gráficos é o de auxiliar a identificar quantas cartas um jogador tem a mais (ou a menos) que o

outro. Utilizando os números 55 e 15 como quantidades de cartas de bafo, é possível auxiliar a criança a visualizar a diferença (representada graficamente), expressa por meio de colunas, conforme Figura 12.

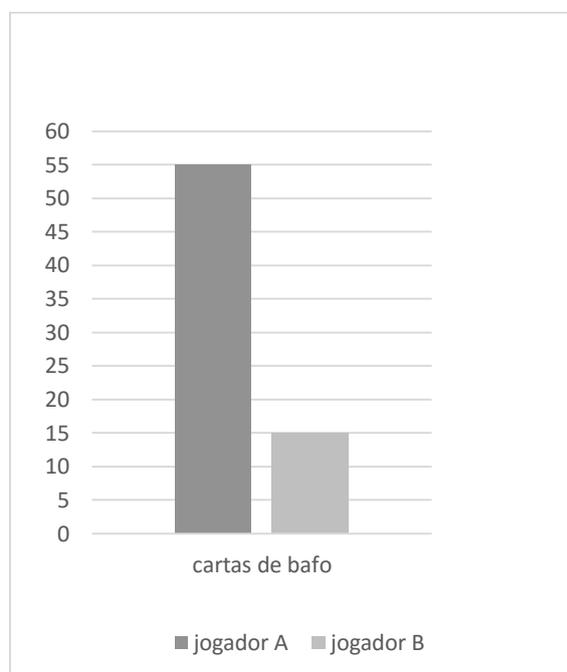


Figura 12 – Gráfico como Ferramenta da Notação Matemática, Demonstrando Graficamente a Diferença Entre 55 e 15. Fonte: Autora, 2018.

O exemplo de cartas de bafo não é por acaso, pois na proposição de atividades para crianças vários autores colocam a importância da ludicidade e do imaginário no fazer escolar, para que o fazer matemático tenha significância e envolva a mente infantil.

Os jogos, então, são úteis ferramentas para o processo de ensino e aprendizagem; possibilitando, por exemplo, que a criança construa o conceito de número natural utilizando materiais pedagógicos diversos, os quais possa manipular ordenar, classificar, contar e argumentar. Materiais como blocos lógicos, composto de peças de diferentes formatos, espessuras e cores; com o qual a criança pode formar figuras, construções, classificações, contagem, ordenação de tamanho, por meio de argumentos pessoais, é uma alternativa prazerosa de proporcionar o desenvolvimento de conceitos matemáticos.

Neste universo lúdico, Mussen (et al., 1995) coloca que devemos ter cuidado avaliando se o material a ser utilizado pela criança é adequado a sua faixa etária. Os

jogos de tabuleiro, por exemplo, são recomendados por Mussen (idem) desde o primeiro ano do ensino fundamental (podendo, inclusive, serem utilizados por crianças a partir dos quatro anos de idade).

Contudo, lembrando que é imprescindível a valorização do registro de cada atividade desenvolvida, para que haja aprendizagem de conceitos matemáticos. Kamii (2001) também recorda-nos que para o jogo tornar-se uma eficaz ferramenta pedagógica, faz-se necessária a preparação dos estudantes – através de rodas de conversa – quanto à seriedade do momento em que se joga em ambiente escolar, compreendendo – a criança – que não é apenas diversão.

O registro pode ser esporádico (sem compromisso emergente) ou regular (ao término, ou durante cada sessão de jogo). Podem ser registrados pontos de cada jogador ou grupo, descobertas de regularidades matemáticas e opiniões pessoais – os registros diferenciam-se conforme a expectativa de aprendizagem proposta. Kamii (2001) propõe que as anotações devem ocorrer num caderno destinado ao registro desses momentos lúdicos de aprendizagem.

Outros fatores que influenciam na aprendizagem de conceitos matemáticos são a interdisciplinaridade e o uso do espaço escolar (disposição dos estudantes em diferentes agrupamentos auxilia a criança a desenvolver o pensamento matemático, pois proporciona diferentes momentos de interação).

O contrato didático estabelecendo regras gerais para a prática de jogos em ambiente escolar é outro fator importante para que uma metodologia de cunho lúdico tenha êxito. As regras devem ser discutidas com as crianças antes, durante e após terminarem as sessões de jogos, refletindo pela manutenção ou modificação das regras para melhor atender os objetivos propostos para a atividade.

Em momentos de ludicidade, as crianças devem ser estimuladas a decidirem, por exemplo, qual será o primeiro jogador de uma partida de glória (jogos de percurso, com ou sem bonificações durante o trajeto), escolhido por meio de disputa de par ou ímpar (duas crianças disputam ser o primeiro a jogar, um escolhe par, o outro ímpar, mostram uma das mãos com quantos dedos estendidos desejarem; a criança que tiver a soma dos dedos estendidos vence a disputa); ou, parlendas. “Estas maneiras de escolher o primeiro jogador são muito melhores para o desenvolvimento da autonomia e do pensamento numérico da criança do que o exercício da autoridade do adulto” (KAMII, 2002, p. 97).

Kamii (2002) coloca que quanto a seleção dos jogos, os professores precisam levar em consideração a cultura popular que rodeia a criança, trazendo para sala de aula jogos e brincadeiras que fazem parte do folclore local. Contudo esta pesquisadora propõe a utilização, por exemplo, de boliche e batalha, jogos muito populares em vários locais do mundo e que possibilitam modificarem-se os valores apresentados nas cartas ou pinos – e, até mesmo confeccioná-los com as crianças.

Observa-se que é importante o professor ter bem claro a expectativa de aprendizagem de cada atividade proposta. Um exemplo dessa aplicação é proporcionar às crianças refletirem sobre valor posicional dos algarismos em números com quatro ordens, por meio do jogo batalha. Primeiramente, o professor mediador propõe aos estudantes que confeccionem cartas. Baralho pronto, cada jogador organiza as cartas em uma pilha (cada qual com a mesma quantidade de cartas) viradas com a face numerada para baixo, “então, cada pessoa vira a carta superior de sua pilha e as duas comparam os números; aquela que tiver a de número de maior fica com as duas cartas” (KAMII, 2002, p. 91).

Outra opção divertida são fichas sobrepostas (compostas de números inteiros nos quais somente a ordem de maior valor tem um algarismo diferente de zero). Para compor diferentes números, as crianças precisam sobrepor as fichas, aparecendo números com quatro ordens (sem que apareça o algarismo zero na unidade de milhar). Vejamos um exemplo representado pela Figura 13.

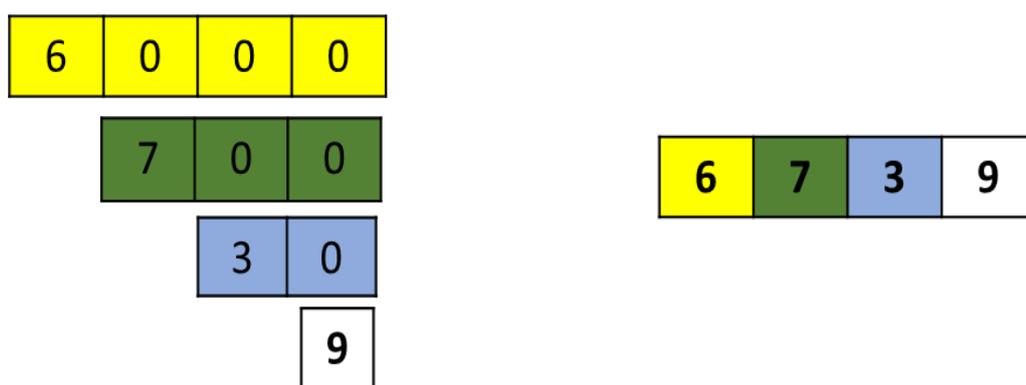


Figura 13 - Fichas Sobrepostas para Compôr Números Naturais de Até Quatro Ordens.
Fonte: Autora, 2018.

Lembrando que um mesmo jogo pode ser utilizado como uma ferramenta pedagógica facilitadora de diferentes conceitos. Por exemplo, o boliche pode ser utilizado na soma de pontos que cada pino exibe, sendo números inteiros ou

fracionários. O professor verificando que o jogo proposto deixou de ser um desafio cognitivo e passou a ser somente um entretenimento, propõe mudanças dos valores apresentados.

Também podem ser utilizados materiais de cunho coletivo, com caráter colaborativo, como peças de construção de edificações miniaturizadas, blocos lógicos, tampinhas coloridas; enfim, existe uma infinidade de materiais possíveis de propiciar uma aprendizagem significativa e lúdica.

As situações problema também podem ser elaboradas com auxílio das próprias crianças que exploram, por exemplo, valores a partir de consulta de folhetos de veiculação de promoções comerciais; selecionando produtos que representem seus anseios de consumo ou de um membro de sua família e requerendo-lhes a produção da narrativa a situação propriamente dita e sua respectiva indagação o problema.

Portanto, a educação matemática vai além de uma notação matemática voltada somente para a disciplina de Matemática com intuito puramente acadêmico. A notação matemática deve ser erigida, nas séries iniciais do ensino fundamental de uma forma a propiciar um ambiente favorável a uma reflexão dos usos do conhecimento matemático em nossa sociedade.

Percebe-se que um processo interacionista e dialógico promove um percurso mais sadio de aprendizagem por parte da criança. O processo de ensino aprendizagem passa a ser mais dinâmico e desafiador e propício ao desenvolvimento da cidadania. Contudo, o mesmo dinamismo defendido para a ação infantil durante todo o processo de ensino e aprendizagem, é uma premissa para compor a jornada de trabalho do professor mediador.

Nota-se que não precisa impor limites às crianças, e, sim, proporcionar um ambiente facilitador para o desabrochar do raciocínio matemático, introduzindo a notação matemática de forma gradativa e significativa. Desta forma, se está permitindo um apaixonar-se pela Matemática, um desabrochar para as ciências, permitindo que as crianças descubram conceitos matemáticos através de atividades prazerosas, lúdicas e significativas; incentivando-as a desenvolverem suas habilidades de forma interativa e comunicativa.

Alguns materiais didáticos analisados como EMAI (Educação Matemática nos Anos Iniciais), produzido e distribuído pela Secretaria de Educação do Estado de São

Paulo e os cadernos de formação do PNAIC (Plano Nacional de Alfabetização na Idade Certa) são caminhos para transpormos os baixos índices indicados nos quintos anos do ensino fundamental, relativos a baixa compreensão dos estudantes sobre propriedades do sistema de numeração decimal.

Também se percebe que além de uma formação inicial, os professores devam ser motivados a participar de grupos de formações, com intuito de incentivar os docentes a desenvolverem uma postura investigativa sobre a produção da criança; concebendo, desta forma, um ensino significativo nas séries iniciais do ensino fundamental, vendo o erro como um índice de compreensão da criança, um veio de informações a ser explorado pelo professor.

Enfatiza-se que também é necessário investir-se cada vez mais na pesquisa acerca do desenvolvimento do conhecimento matemático. Isto é, os professores das séries iniciais do ensino fundamental ter acesso a orientações didático pedagógicas mais pontuais na disciplina curricular da Matemática, tais como encontra na Língua Portuguesa, por exemplo reflexo das pesquisas realizadas por Emília Ferreiro (1999), que propôs a avaliação da aquisição da língua escrita em níveis de compreensão do sistema alfabético.

Estes anseios estão longe de expressar desejo de um engessamento do processo de letramento matemático; mas, sim, na esperança de um aprofundamento dos níveis relativos a compreensão da notação matemática, proporcionando um instrumento norteador para elaboração de pautas de observação com quesitos essenciais para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático. Estes instrumentos avaliativos auxiliariam os professores das séries iniciais do ensino fundamental a elaborar atividades dentro de uma expectativa de aprendizagem, cruzando informações com a faixa etária e condições sócio econômicas dos estudantes; evitando-se discrepâncias e descontinuidade no fazer escolar.

Concordamos com Brizuela (2006) que Piaget (1936/1969, 1936/1977, apud, BRIZUELA, 2006) contribuiu grandemente com uma teoria geral sobre o desenvolvimento cognitivo da criança – mesmo não tendo abordado diretamente o desenvolvimento notacional na gênese do conhecimento matemático.

Por fim, consideramos que é de suma importância que se façam incursões sobre o desenvolvimento da notação matemática, refletindo-se sobre possíveis estágios de desenvolvimento da gênese notacional em seres humanos.

REFERÊNCIAS

ABRAHÃO, A. M. C. Práticas Interdisciplinares: Opções de Aprendizagem Matemática Significativa. IN: Borba e Guimarães (Org). **Pesquisa e Atividades para o aprendizado matemático na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. v. 8. Coleção SBEM. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2015, p. 142-166.

LOURENÇO, E. M. S.; BAIOSCHI, V. T.; TEIXEIRA, A. C. **Alfabetização matemática nas séries iniciais: O que é? Como fazer?** v. 4. Revista da Universidade Ibirapuera. São Paulo: Universidade Ibirapuera. jul/dez, p. 32-39 2012. Artigo Disponível em: <<http://www.revistaunib.com.br/vol4/44.pdf>>. Acesso em: 27 de janeiro de 2018.

BRAGA JR., J. M. **Física nuclear da palavra**: ciência da estrutura e ciência da palavra. 1. ed. Taubaté-SP: ENS Seminis. 2003.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília: Ministério da Educação. 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf>. Acesso em: 27 de janeiro de 2018.

BRIZUELA, B. M. **Desenvolvimento matemático na criança**: explorando notações. Porto Alegre-RS: Artmed, 2006.

CEGEB/SP. **Orientações Curriculares do Estado de São Paulo Anos Iniciais do Ensino Fundamental**: Matemática. Versão Preliminar. São Paulo: CEGEB/DEGEB/CEFAI/CEFAF/SESP, 2014. Disponível em: <<http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/962.pdf>>. Acesso em: dia 18 de abril de 2018.

DUVAL, Raymond. **Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática**: Questions épistémologiques et cognitives, avant d'entrer dans une classe de mathématiques. Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT), Florianópolis, v. 11, n. 2, p.1-78, 2016. <<http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p1>>. Artigo Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/19811322.2016v11n2p1/33628>>. Acesso em: 27 de janeiro de 2018.

FERREIRO, E; TEBEROSKY, A. **Psicogênese da língua escrita**. Porto Alegre-RS: Artmed, 1999.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 23 ed. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

KAMII, C. **A criança e o número**. 29. ed. São Paulo: Papyrus, 2002.

KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. **Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. 6. ed. Campinas-SP: Papyrus, 2001.

MACHADO, N. J. Sobre a ideia de competência. In PERRENOUD, P. (et all). **As competências para ensinar no século XXI: a formação de professores e o desafio da avaliação**. Reimpressão 2008. Porto Alegre (RS): Artmed Editora, 2002, p. 137-156.

MUSSEN, P. H.; CONGER, J. J.; KAGAN, J.; HUSTON, A. C. **Desenvolvimento e Personalidade da Criança**. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1995.

OLIVEIRA, Rosana de; FERRAZ, Nádia Estelino. Relato de experiência: **Formação Matemática de Professores dos Anos Iniciais**. Boletim Gepem, Rio de Janeiro, v. 71, n. 2, p.127-135, jul/dez 2017. Semestral. Editora Cubo Multimídia. <<http://dx.doi.org/10.4322/gepem.2017.041>>. Artigo Disponível em: <<http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2017.041>>. Acesso em: 27 de janeiro de 2018.

PIRES, C. M. C. **avaliação diagnóstica e seu uso no âmbito do projeto Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI**. Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT), Florianópolis, v.9, n. 1, p. 1-26, 2014. Artigo disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/19811322.2014v9n1p1/27616>>. Acesso em: 27 de janeiro de 2018.

PLAZA, E. M; CURI, E. **Sistema de numeração decimal: saberes revelados por alunos do 5º ano**. Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT), Florianópolis, v. 11, n. 2, p.1-78, 2016. v. 08. n. 1. p. 104-118, 2013. Artigo disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2013v8n1p104/25142>>. Acesso em: 27 de janeiro de 2018.

PRIOR, D. G; BASSOI, T. S. **Elaboração e resolução de problemas de divisão por alunos do 5º ano**. Educação Matemática em Revista. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), n. 52, p. 67-73 Julho/2016. Artigo Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/705/pdf>>. Acesso em: 11 de março de 2018.

SANTOS, F.H. et al. Cognição numérica: Contribuições da Pesquisa à Clínica. In: PRADO, P. S. T; CARMO, J. S (Org.). **Diálogos sobre Ensino-Aprendizagem da Matemática: abordagens pedagógica e neuropsicológica**. São Paulo: UNESP-Marília/Cultura Acadêmica, 2016, p. 15-42. Disponível em: <https://www.marilia.unesp.br/Home/Publicacoes/dialogos-sobreensino_ebook.pdf>. Acesso em: 20 de agosto de 2017.

SILVA, A. J. N. (et all). **O necessário olhar do professor sobre a produção matemática das crianças nos anos iniciais**. V. 22. N. 54. Educação Matemática em Revista. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), p. 48-55. abr/jun 2017. Artigo disponível em: <<http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/627/pdf>>. Acesso em: 27 de janeiro de 2018.

SOUSA, M. C. Repensando o Ensino de Matemática na Educação Básica. In: PRADO, P. S. T; CARMO, J. S (Org.). **Diálogos sobre Ensino-Aprendizagem da Matemática: abordagens pedagógica e neuropsicológica**. São Paulo: UNESP-Marília/Cultura Acadêmica, 2016, p. 15-42. Disponível em: https://www.marilia.unesp.br/Home/Publicacoes/dialogos-sobre-ensino_ebook.pdf. Acesso em: 20 de agosto de 2017.

SPINILLO, A. G. (et all). **O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: errar é preciso?** Boletim GEPEM, n. 64, p. 57-70, jan/jun 2014. Disponível em: <<http://www.ufrj.br/SEER/index.php>>. Acesso em: 27 de janeiro de 2018.

TEIXEIRA, A. M. O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo. Tese de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo-PUC/SP, 2008. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11288>>. Acesso em: 27 de janeiro de 2018.

TRIGO, C. E. C.; NUNES, W. V. **Experimentos didáticos no ensino da Matemática: Orientações Pedagógicas**. Rio de Janeiro: IFRJ/PROPEC, 2011. Disponível em: <http://www.ifrj.edu.br/webfm_send/5300>. Acesso em: 21 de outubro 2017.

VALE, I. **As tarefas de padrões na aula de Matemática: um desafio para professores e alunos**. vol. 8. nº 20, 2012, p. 181-2017. Artigo disponível em: <<http://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/493>>. Acesso em: 27 de janeiro de 2018.

VAZ, R. F. N. **Divisão de frações: explorando algoritmos não usuais**. Educação Matemática em Revista. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. nº 52. Julho/2016, p. 59-66. Artigo disponível em: <<http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/704/pdf>>. Acesso em: 11 de março de 2018.