



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS



OTTO HERMANN FRIEDRICH NETO

**UM TRATAMENTO DIFERENCIADO PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL**

MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO

MEDIANEIRA

2011

OTTO HERMANN FRIEDRICH NETO



**UM TRATAMENTO DIFERENCIADO PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL**

Monografia apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Especialista na Pós Graduação em Ensino de Ciências, Modalidade de Ensino a Distância, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – *Campus Medianeira*.

Orientador: Prof. Ms. Pedro Elton Weber.

EDUCAÇÃO À DISTÂNCIA

MEDIANEIRA

2011



TERMO DE APROVAÇÃO

Um Tratamento Diferenciado para o Ensino e Aprendizagem da Matemática no
Ensino Fundamental.

Por

Otto Hermann Friedrich Neto

Esta monografia foi apresentada às 11 h do dia 02 de julho de 2011, como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista no Curso de Especialização em Ensino de Ciências, Modalidade de Ensino a Distância, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *Campus* Medianeira. O candidato foi argüido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Ms. Pedro Elton Weber.
UTFPR – *Campus* Medianeira
(orientador)

Prof.^a Dr.^a. Cleonice Mendes Pereira Sarmiento
UTFPR – *Campus* Medianeira

Prof. Macarius Moreira
UTFPR – *Campus* Medianeira

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso (ou
Programa)

Dedico este trabalho a minha esposa
Gilvana Luzia Vissotto Friedrich e aos
meus filhos Otto Hermann Friedrich Bisneto
e Olivia Vissotto Friedrich.

AGRADECIMENTOS

À Deus pelo dom da vida, pela fé e perseverança para vencer os obstáculos.

Aos meus pais, pela orientação, dedicação e incentivo nessa fase do curso de pós-graduação e durante toda minha vida.

Ao meu orientador Professor Ms. Pedro Elton Weber, que me orientou, pela sua disponibilidade, interesse e receptividade com que me recebeu e pela dedicação com que me ajudou.

Agradeço aos pesquisadores e professores do curso de Especialização em Ensino de Ciências, professores da UTFPR, *Campus* Medianeira.

Agradeço aos tutores presenciais e a distância que nos auxiliaram no decorrer da pós-graduação.

Enfim, sou grato a todos que contribuíram de forma direta ou indireta no êxito da conclusão deste curso de especialização.

“Aquele que deseja construir torres altas,
deverá permanecer longo tempo nos
fundamentos”
(Anton Bruckner)

RESUMO

NETO, Otto Hermann Friedrich. Um Tratamento Diferenciado para o Ensino e Aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental. 2011. 87. Monografia (Especialização em Ensino de Ciências). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2011.

Através de estudos bibliográficos foi possível mostrar a importância do cuidado ao se trabalhar com problemas de Matemática. Além do estudo sobre a dificuldade dos alunos na compreensão dos problemas propostos pelo professor de ensino tradicional, foi feito um estudo sobre os problemas ideais alternativos, e o uso de jogos e Modelagem Matemática, como estratégia de ensino e aprendizagem de matemática, exemplificando os pontos significativos de cada um dos métodos com a finalidade de buscar um ensino mais agradável e significativo de matemática, a fim de subsidiar a aprendizagem desta disciplina nas primeiras séries do ensino fundamental. Foram abordadas algumas dificuldades no ensino de matemática para os dias atuais e apresentadas várias sugestões para se trabalhar os mesmos conteúdos de modo que os alunos possam compreender os problemas propostos pelo professor para posterior resolução.

Palavras Chave: Matemática. Ensino Aprendizagem. Jogos. Resolução de Problemas. Modelagem Matemática.

ABSTRACT

NETO, Otto Hermann Friedrich. A Differentiated Treatment for Mathematics Teaching and Learning in Elementary Education. 2011. 87. Monografia (Especialização em Ensino de Ciências). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2011.

Through bibliographical studies it was possible to demonstrate the importance of attention when working with Mathematical problems. Besides the study on the students' difficulty in understanding the problems proposed by the traditional educational teacher, a study was made on the alternative ideal problems, and the use of games and Mathematical Modeling, as a kind of mathematical learning and teaching strategy, illustrating each one of the methods' significant points aiming to find a more meaningful and enjoyable learning of Mathematics, so to support this discipline's learning during the first grades of Elementary School. Some difficulties in nowadays Mathematics teaching were approached and many suggestions were presented to work with the same content in a way students can understand the problems proposed by the teacher for subsequent resolution.

Keywords: Math. Teaching Learning. Games. Problem Solving. Mathematical Modeling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2 JOGO DE DOMINÓ DA MULTIPLICAÇÃO.....	68 e 69
---	---------

LISTA DE TABELA

Tabela 1 – PLANILHA SEMANAL DE CADA LIXEIRA OU DO TOTAL ARRECADADO NA ESCOLA	74
Tabela 2 – PLANILHA MENSAL DE CADA LIXEIRA OU DO TOTAL ARRECADADO NA ESCOLA.....	74
Tabela 3 – PLANILHA DOS RESULTADOS FINANCEIROS.....	77
Tabela 4 – TEMPO MÉDIO DE DECOMPOSIÇÃO DOS MATERIAIS E QUANTIDADE DE MATÉRIA PRIMA PARA UMA TONELADA DO MATERIAL INDUSTRIALIZADO.....	78

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	13
2.1 LOCAL DA PESQUISA OU LOCAL DO ESTUDO.....	13
2.2 TIPO DE PESQUISA OU TÉCNICAS DE PESQUISA.....	13
3 CONTRIBUIÇÃO DO TRABALHO PARA O A ENSINO DE CIÊNCIAS	14
4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
5 AS DIFICULDADES DE ENSINAR MATEMÁTICA	18
5.1 A ANSIEDADE E A MATEMÁTICA	20
5.2 A MATEMÁTICA NO BRASIL	21
5.3 AS HABILIDADES MATEMÁTICAS BÁSICAS E O ENSINO.....	23
5.4 DESENVOLVIMENTO DA HABILIDADE MATEMÁTICA	24
5.4.1 Metodologia e ensino da Matemática	26
5.4.2 Matemática e conhecimento matemático: não-lineares	28
5.4.3 Autonomia em vez do sistema de punição e recompensa	29
5.4.4 Atitudes de um bom professor	30
5.4.5 Processo didático no ensino/aprendizagem da matemática	31
5.4.6 Tipos de aprendizagem de matemática	32
6 – ENSINO DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	34
6.1 DEFINIÇÃO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	35
6.2 APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA COM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	35
6.3 MÉTODOS E TÉCNICAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	36
6.4 COMO ENCAMINHAR A SOLUÇÃO DE UM PROBLEMA	37
6.5 COMO SE RESOLVE UM PROBLEMA	38
6.6 COMO PROPOR PROBLEMAS MATEMÁTICOS ADEQUADAMENTE	40
6.6.1 Características de um bom problema	40
6.6.2 Como contornar fatores que dificultam um problema	41
6.6.2.1 Linguagem usada na redação do problema.	41
6.6.2.2 Vocabulário matemático específico	41
6.6.2.3 Tamanho e complexidade dos números	42
6.6.3 Como apresentar o problema	42
6.6.4 Ordem em que as informações são dadas.....	42
6.6.5 Numero de condições a serem satisfeitas e sua complexidade	42
6.6.6 Número e complexidade de operações e estratégias envolvidas	43
6.6.7 Sugestão aos professores - Mudando o método de ensino	43
7 JOGOS	46
7.1 TRANSDISCIPLINARIDADE	48
7.1.1 Pensamento Lógico e Curiosidade.....	49
7.2 TIPOS DE JOGOS.....	50
7.2.1 Jogo de Dominó das operações com números naturais.	50
7.2.2 Jogo um passinho à frente	51
7.2.3 Jogo Matemático de Agilidade e Concentração	52

8 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	53
8.1 DETALHAMENTO DAS ETAPAS SEGUNDO BIEMBENGUT E HEIN (2005)	56
8.2 MODELAGEM MATEMÁTICA COMO MÉTODO DE ENSINO DE MATEMÁTICA	58
8.3 MODELAÇÃO MATEMÁTICA.....	59
8.4 AS CINCO ETAPAS PARA A MODELAGEM MATEMÁTICA SEGUNDO PROFESSOR DIONIZIO BURAK	59
9 CONTRIBUIÇÃO.....	63
9.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	63
9.2 JOGOS	67
9.3 MODELAGEM MATEMÁTICA	70
10 CONCLUSÃO	82
REFERÊNCIAS.....	85

1 INTRODUÇÃO

A disciplina da Matemática se inter-relaciona com diversos outros ramos do conhecimento, seja nas áreas exatas: Estatística, Física, Química, etc.; nas humanas: Economia, Contabilidade, Administração, etc. e nas de Ciências. Estes dados mostram a necessidade de uma importância especial com esta disciplina. Porém, devido os avanços tecnológicos e a busca incessante por processos prontos e acabados, a disciplina de Matemática foi deixada para segundo plano, desestimulando os próprios professores, os quais mal conseguem dar conta do conteúdo programático. A redução da carga horária nesta disciplina em quase todas as escolas sem reduzir o número de conteúdos é um forte indicador do descaso.

Esta condição enseja em muitas pessoas a noção de que a Matemática seria uma disciplina de difícil compreensão e seu entendimento estaria atrelado a algum dom específico que algumas pessoas deteriam, o que a ciência não tem confirmado.

A matemática surge da necessidade do ser humano vencer barreiras, estando atrelada a construção do raciocínio humano, ou seja, é uma ferramenta que se utiliza para a vida toda porque precisamos vencer barreiras a todo instante, e por isto não pode estar limitada a meros exercícios, contas ou situações-problema vagos, difíceis, não condizentes com a realidade dos alunos. A aplicabilidade da Matemática está para além das paredes da sala de aula.

A resolução de problemas é um método muito difundido no ensino-aprendizagem de matemática, mas também é o método que, quando não bem explorado, acaba dificultando e desestimulando a aprendizagem da Matemática.

Muitos jogos didáticos são excelentes ferramentas que tem a finalidade de facilitar o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. Estes jogos devem ser utilizados para diversificar a atividade de ensinar neste sistema de ensino, pois através das brincadeiras, da disputa, e do relacionamento com os demais jogadores e expectadores da atividade, permitem a assimilação dos conceitos matemáticos, saindo da rotina professor, lousa e exercícios.

A Modelagem Matemática é outro método de ensino e aprendizagem e que propicia a resolução de situações curiosas ou de problemas do dia-a-dia, adaptadas para a situação de aprendizagem escolar permite colocar a aplicabilidade da

matemática em situações do cotidiano. Desta maneira permite aos alunos terem uma noção real de como o conteúdo matemático ensinado em sala de aula pode auxiliá-los nas questões reais de suas vidas.

Assim é preciso formar cidadãos cada vez mais comprometidos com os estudos e com senso crítico, para melhor agirem, capazes de resolverem seus problemas e da humanidade e assim contribuir para a formação de uma sociedade melhor.

2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Para a realização deste trabalho foi utilizado o método dedutivo, utilizando-se de uma ampla bibliografia, revistas, disponíveis nas bibliotecas da cidade de Foz do Iguaçu bem como pesquisas na rede mundial de computadores (Internet), para mostrar qualitativamente uma forma de ensinar Matemática de forma prazerosa e atraente para os alunos. Com base na pesquisa bibliográfica foram elaboradas atividades e exemplos comparativos que mostram formas e maneiras alternativas para se trabalhar o ensino de Matemática.

2.1 LOCAL DA PESQUISA OU LOCAL DO ESTUDO

A pesquisa se desenvolveu unicamente através de leitura de livros e em consulta na rede mundial de computadores (internet), disponíveis nas diversas bibliotecas da cidade de Foz do Iguaçu, entre estas, a da Universidade Aberta do Brasil – UAB, localizada no Pólo Tecnológico da Itaipu – PTI, desta cidade.

2.2 TIPO DE PESQUISA OU TÉCNICAS DE PESQUISA

Para o trabalho foi escolhida a pesquisa bibliográfica abrangendo leitura, análise e interpretação de livros, artigos, documentos fotocopiados, que tratam do tema em estudo.

Foi elaborado uma triagem do material escolhido e após uma leitura atenta e sistemática, foram realizadas anotações e fichamentos que possibilitaram a fundamentação teórica do estudo.

3 CONTRIBUIÇÃO DO TRABALHO PARA O A ENSINO DE CIÊNCIAS

O ensino em ciências no ensino fundamental contribui para que os alunos tenham ferramentas necessárias para enfrentar os problemas do dia a dia, e nas primeiras séries do ensino fundamental o aluno tem o primeiro contato com o ensino de ciência iniciando pelo aprendizado de matemática.

O ensino de matemática é interdisciplinar, estando presente nas disciplinas de física, química, biologia, etc., que o aluno terá acesso no decorrer de sua formação.

As crianças serão os futuros dirigentes, empresários, cientistas, professores, etc., serão formadores de opinião, daí da necessidade de muní-las de conhecimentos que venham a embasar suas futuras profissões e aliados as suas aptidões faz necessário instruí-las da melhor maneira, o que justifica possibilitar o ensino de ciências da melhor maneira e mais atualizada possível, ainda nas primeiras séries no ensino fundamental.

Todos têm o direito de um ensino de qualidade, discriminar as crianças julgando-as incapazes de absorver conhecimentos científicos é um absurdo que não se justifica num mundo onde a tecnologia se renova a cada instante, aonde verdades científicas vem sendo desconstruídas criando novos desafios, novos horizontes.

A didática atual no ensino tradicional visa atender as exigências do mercado e negligenciando o senso crítico.

O mundo científico é dinâmico, tudo se renova, como é o pensamento humano, entende-se assim a importância de aproveitar todo contingente dos alunos no ensino fundamental para instruí-los de maneira a motivar um pensamento crítico do mundo, e o ensino em ciências possibilita isto.

Atualmente existem estudos que demonstram que muitos alunos se mostram desinteressados com o estudo da matemática, o que vem acarretar problemas em outras disciplinas correlatas, o que prejudica a continuação dos estudos, pois a matemática estará sempre presente durante toda vida acadêmica do aluno.

Devido a este desinteresse no aprendizado da matemática, muitos alunos resolvem parar seus estudos antes ou durante o ensino médio.

O trabalho proposto pretendeu relacionar as ferramentas disponíveis no ensino tradicional para verificar o que pode ser melhorado, ou melhor difundido, no ensino de matemática nas séries iniciais do ensino fundamental para proporcionar um melhor aprendizado desta disciplina que, conforme já mencionado, se relaciona com diversas outras ciências.

Constata-se que o ensino tradicional não está conseguindo superar esta dificuldade no aprendizado dos alunos, havendo aí diversos motivos, como de ordem estrutural, profissional e pessoal.

A intenção é tentar corrigir estas dificuldades e buscar ferramentas que estimulem os alunos nas primeiras séries do ensino fundamental no aprendizado da matemática.

Existem diversas ferramentas que podem ser utilizadas no ensino de matemática, como resolução de problemas, utilização de atividades lúdicas, atividades extra-classe e a modelagem.

O aluno precisa ver a matemática como um instrumento prático e que lhe será sempre útil em sua vida, e por isto o professor precisa estimular o aluno a apreender esta disciplina relacionando com as dificuldades cotidianas.

Para tanto o ensino de matemática precisa ser melhorado, motivado, parecer mais atraente aos alunos, precisa-se resgatar o valor que lhe é devido, já que sem ela a continuação dos estudos acadêmicos se torna impossível.

Pretende-se assim proporcionar que mais alunos adquiram conhecimentos científicos com qualidade o bastante para promover mais e melhores profissionais.

Pretende-se também mostrar que existe uma forma de ensinar matemática capaz de trabalhar de forma interdisciplinar através da modelagem matemática e mostrar que a dinâmica usada é mais prazerosa no processo de ensino e aprendizagem. A contribuição que este trabalho trará para o ensino de ciências e matemática consiste em mostrar uma forma de trabalhar a interdisciplinaridade que é tão falada, mas pouco aplicada.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A dificuldade da aprendizagem da disciplina da matemática é encontrada em todas as séries do ensino brasileiro, e neste trabalho limitou-se a buscar dados referentes às primeiras séries do ensino fundamental.

Com o avanço tecnológico e a busca incessante por processos prontos acabados, propiciou criar em algumas pessoas a noção que o estudo da matemática não seria importante.

Conforme Ávila (2007), o avanço tecnológico criou uma situação curiosa: “hoje em dia o cidadão necessita de menos matemática – pelo menos no que diz respeito a cálculos com números – do que décadas atrás, quando não dispúnhamos, como hoje, desses instrumentos tão eficazes, que são as calculadoras de bolso” (2007, p. 4).

Algumas pessoas podem até acreditar que a capacidade para o aprendizado de matemática seria inato, mas conforme Nilson Jose Machado 1998, isto não é verdade, pois a dificuldade seria comparada ao estudo de música, dança, ou outra arte qualquer, a diferença é que a matemática é obrigatória no ensino brasileiro, assim todos alunos são submetidos a seu ensino, e alguns alunos aprendem-na com maior facilidade do que outros, devido a dedicação ao aprendizado.

Por outro lado, é consenso entre a maioria dos estudiosos de psicologia que, para uma pessoa manifestar-se favorável ou contrária a um determinado objeto deverá formar uma representação cognitiva desse objeto. Portanto, essas idéias são formadas, isto é, apreendidas e não inatas, podendo, conseqüentemente, ser transformadas (KLAUSMEIER 1977 apud BRITO, 2005, p. 224)

Outro fato que por vezes desestimula o aprendizado da matemática, segundo Machado (1998, p. 66) é que muitos alunos não conseguem vislumbrar a prática de assuntos ensinados na Matemática, o que deixa a disciplina menos atraente.

Segundo Carvalho (1992) a matemática deve ser apropriada por todos:

O saber matemático não pode continuar sendo privilégio de poucos alunos, *tidos* como mais inteligentes. Cujo temperamento é mais dócil e, por isso, conseguem submeter-se ao “fazerem tarefas escolares” sem se

preocuparem com o significado das mesmas no que se refere ao seu processo de construção do conhecimento. (CARVALHO, 1992, p. 103)

Dentre as diversas relações que Machado (1998) faz entre a língua materna (no caso o português) com a Matemática, sobre a importância mútua entre estas, o autor informa que “a língua é utilizada para expressar e comunicar o pensamento” Black (1968) apud Machado (1998, p. 92) e a matemática “relaciona-se de modo visceral com o desenvolvimento da capacidade de analisar, sintetizar, significar, conceber, transcender o imediatamente sensível, extrapolar, projetar” MACHADO (1998, p.96)

Segundo Lopes et Al (2006, p. 10) a matemática é uma ciência que se origina da construção humana, resultante na necessidade do homem resolver situações-problemas. Estas situações muitas vezes relacionam-se com outras áreas do conhecimento e por vezes nem se percebe que está sendo utilizado conceitos matemáticos.

Conforme Machado (1998) exemplifica, a matemática está presente em nossas vidas como está a nossa língua materna, tanto que por vezes as pessoas se comunicam utilizando de matemática sem notar como segue em algumas frases:

- Chegar a um denominador comum.
- Dar as coordenadas.
- Aparar as arestas.
- Sair pela tangente.
- Ver de outro ângulo.
- Retidão de caráter.
- O xis da questão.
- O círculo íntimo.
- A esfera do poder.
- Possibilidades infinitas.
- Perdas incalculáveis.
- Numa fração de segundos.
- No meio do caminho.
- Semelhança, Equivalência, Estrutura, Função, Categoria, etc. (MACHADO (1998, p. 97 e 98)

Conforme expõe Machado (1998) a matemática está tão presente da vida cotidiana de todos, a ponto de muitas pessoa mesmo sem ter consciência disto utiliza constantemente de expressões matemática em sua comunicação.

5 AS DIFICULDADES DE ENSINAR MATEMÁTICA

Enumeras são as dificuldades para se ensinar matemática, mas é certo que para superá-las precisa-se, antes de tudo, de atitudes positivas por parte dos professores.

Aquisições de atitudes positivas com relação à matemática deve ser uma das metas dos educadores que pretendem ir além da simples transmissão de conhecimentos, garantindo aos seus alunos espaço para o desenvolvimento do auto conhecimento positivo, autonomia nos seus esforços e o prazer da resolução do problema (BRITO, 2005, p. 221)

Segundo Brito (2005, p. 223) cabe os professores propiciarem situações motivadoras, desafiadoras e interessantes de ensino, nas quais o aluno possa interagir com o objeto de estudo e assim construir significativamente o conhecimento, chegando às abstrações mais complexas. Experiências desse tipo possibilitarão o desenvolvimento de atitudes positivas com relação à matemática.

Em sua pesquisa Brito (2005, p. 223), constatou em sala de aula que seus alunos apresentavam atitudes mais favoráveis com relação a matemática em situações onde a exploração, a iniciativa e a criatividade estavam presentes, ou seja, ocasiões que a matemática se mostrava útil e válida e também nas resoluções de problemas desafiadores.

A referida autora notou que a principal queixa dos alunos na disciplina de matemática, quando se tratava dos conteúdos específicos, era não ter domínio dos conteúdos da disciplina o que gerava certo desconforto provocando certos graus de ansiedade.

O problema do parágrafo anterior é facilmente entendido quando se dá maior atenção ao cumprimento do planejamento da disciplina, independente da compreensão do conteúdo pelos alunos, acarretando em supervalorizar e enfatizar alguns aspectos do ensino de matemática enquanto outros são negligenciados.

Em geral os alunos entendem que a disciplina de matemática é difícil, mas pode ser prazerosa, e neste caso compete ao professor estabelecer e desenvolver objetivos atitudinais nos alunos.

Os professores devem ter atenção para não transmitir idéias pré-concebidas aos estudantes.

Assim, o que vai ser ensinado à criança deve ser revestido de um caráter positivo, a fim de que ela, realmente, sinta necessidade de aprender aquele conteúdo, e sinta-se competente para usá-lo não apenas em sala de aula, mas também fora da escola, em situações do dia a dia. BRITO (2005, p. 224).

Outro problema apontado por Brito (2005, p. 224) é que muitos professores acabam recompensando somente a resposta correta, negligenciando o procedimento que o estudando utilizou para resolver o problema.

Segundo Carvalho (1992, p. 110) propõe-se que seja considerado não só as respostas dadas pelos alunos a um dado problema como também as regras que as produziram, pedindo-lhes, assim, explicações verbais ou outros testemunhos que tornem explícitas as representações subjacentes.

Essas explicações adicionais revelam as possíveis origens do erro, fornecendo ao professor um referencial importante a respeito de quais pontos devem ser reelaborados no encaminhar do processo de aprendizagem CARVALHO (1992, p. 110)

A punição pela resposta errada e a desvalorização do processo acaba gerando em muitos alunos grande descontentamento, gerando assim grande ansiedade durante os exames de matemática.

Aksu (1991 (...)) Destacou a necessidade de o professor ajudar os seus alunos a adquirir confiança e prazer em aprender os conteúdos dessa área. Este fato é particularmente importante, uma vez que conhecimento e o entendimento matemático são elementos essenciais para o sucesso do aluno inserido em uma sociedade cada vez mais tecnológica. O aluno autônomo terá mais confiança na sua habilidade de raciocínio, bem como maior confiança na sua capacidade matemática. Encorajar autonomia para a aprendizagem, gera resultados duradouros na educação. BRITO (2005, p. 225)

Conforme Kennedy (1984) apud Brito (2005, p. 231) as atitudes dos professores são transmitidas para os alunos. Sendo elas negativas, provavelmente gerarão ansiedade nesses alunos, dificultando ou até mesmo impedindo a aprendizagem. Esse autor apresentou alguns caminhos possíveis para minimizar a ansiedade:

- mostrar às crianças a utilidade da matemática;
- evitar diferenças de tratamento entre alunos e alunas;
- possibilitar discussões em grupo
- evitar humilhações, respostas erradas podem ser falta de compreensão do conceito;
- utilizar material concreto;
- não enfatizar apenas um aspecto da matemática;
- não utilizá-la como punição, e;
- Sempre manter uma atitude positiva com relação à essa disciplina.

O professor, ao deixar transparecer seus sentimentos em relação à matemática, isto é, suas expectativas, ansiedades, frustrações e atitudes, favoráveis ou desfavoráveis, influenciará os sentimentos dos estudantes. (BRITO, 2005, p. 231)

Alerta Brito (2005, p. 232) que ausência de programas elaborados com o objetivo de desenvolver atitudes em relação à escola e às diferentes disciplinas dos cursos de formação de professores das séries iniciais da escola elementar, pode impedir um desenvolvimento efetivo das competências necessárias ao futuro professor.

5.1 A ANSIEDADE E A MATEMÁTICA

Nós, seres humanos, nos impressionamos com o novo, com o desconhecido, o que sempre suscita reações no nível emocional.

Conforme Brito (2005, p. 238) chega um momento em que o estudante de matemática deve ser introduzido em um novo campo conceitual como o da álgebra, por exemplo, gerando um série de modificações sem seus conhecimentos teóricos e práticos anteriores, bem como a aquisição de novos conceitos e competências.

“Essas novas aprendizagens geram desequilíbrio nas concepções já existentes, e as dificuldades surgidas podem refletir-se, no nível afetivo, em forma de ansiedade.” BRITO (2005, p. 238)

A ansiedade pode ser definida, segundo Brito (2005, p. 238) como uma reação básica de ativação que gera um estado de alerta contra algo ameaçador,

porém não definido. Envolve reações somáticas específicas, experiência emocional desagradável e, frequentemente, manifesta-se através da necessidade de descarga de tensão.

De acordo com Richardson & Suinn (1972) a ansiedade matemática é um estado caracterizado por sentimentos de tensão e ansiedade, os quais interferem na manipulação de números e na resolução de problemas matemáticos em uma ampla variedade de situações, tanto na vida acadêmica, quanto no dia a dia. BRITO (2008, p. 239)

A matemática pode ser vista tanto como algo contra o qual é preciso se defender quanto, ao contrário, como um objeto participante de uma defesa contra a ansiedade.

Segundo Brito (2005, p. 240) o tipo de investimento cognitivo e afetivo feito pelas pessoas, bem como a maneira pela qual estas se relacionam com a matemática parecem depender do lugar que esse objeto toma em dinâmica psíquica. Em outras palavras, esse investimento depende da forma com que o sujeito transforma o objeto (conteúdo matemático) em alguma coisa capaz de satisfazer algum desejo, geralmente inconsciente.

Continuando o raciocínio de Brito (2005, p. 240) esse desejo pode ser positivo (no caso de uma satisfação) ou negativo (na possibilidade de expulsar de si algum elemento perturbador). Este processo acaba por expressar-se na performance dos alunos em matemática, no sentido de mobilizá-los ou desmobilizá-los nesta aprendizagem.

5.2 A MATEMÁTICA NO BRASIL

Fiorentini (1995) apud Brito (2005, p. 267) tratou das concepções apontando que os modos de conceber a matemática, no Brasil, foram identificados a partir de algumas categorias como: a concepção de matemática; a concepção de ensino e de aprendizagem e da crença sobre a forma como se dá o processo de obtenção/produção/descoberta do conhecimento matemático. Estas tendências o autor agrupa em cinco grupos sintetizados:

A tendência formalista clássica: é caracterizada pela ênfase nas idéias e nas formas da matemática clássica e esteve presente até o final da década de 50. A aprendizagem do aluno era considerada passiva e consistia na memorização e na reprodução precisa dos raciocínios e procedimentos ditados pelo professor, considerado o centro do ensino, cujo papel era transmitir conteúdo.

A tendência empírico-ativista surgiu em oposição a escola clássica e passou a considerar a natureza da criança em desenvolvimento, suas diferenças, as características biológicas e psicológicas e o currículo deve atender a estas características. O professor torna o facilitador da aprendizagem e o aluno é considerado o centro ativo da aprendizagem. As primeiras propostas surgiram no início da década de 60.

A tendência tecnicista e suas variações, presente a partir do final da década de 60 até o final da década de 70, foi considerada a pedagogia oficial do regime militar pós-64. Pretendia-se tornar a escola eficiente e funcional e centrada nos objetivos instrucionais e nas técnicas de ensino.

Apoiava-se no behaviorismo para o qual a aprendizagem consiste em mudanças comportamentais através de estímulos. A técnica de ensino desenvolvida e privilegiada por essa corrente psicológica é a 'instrução programada', dando início à era da informática, aplicada à educação, com as "máquinas de ensinar." FIORENTIN (1995) apud BRITO, 2005, p. 268).

A tendência construtivista surge a partir dos estudos de Jean Piaget sobre epistemologia genética, trazendo a psicologia como núcleo central e fornecendo subsídios para a educação. Esta tendência influencia fortemente as inovações do ensino da matemática a partir da década de setenta até os dias atuais, priorizando mais o processo que o produto do conhecimento.

E por último aparece a tendência sociocultural, cuja ênfase é voltada aos aspectos ambientais do processo de produção do fracasso escolar. Para tanto, o ponto de partida do processo de ensino-aprendizagem é a realidade, os problemas propostos pela escola são ligados ao cotidiano e à cultura. O método de ensino preferido dessa tendência é a problematização.

De acordo com Fiorentini (1995) apud Brito (2005, p. 269) “essa tendência favoreceria a ocorrência da aprendizagem significativa. Levando a uma retenção mais efetiva do conteúdo.”

5.3 AS HABILIDADES MATEMÁTICAS BÁSICAS E O ENSINO

Krutetskii (1976) apud Brito (2005, p. 58) definiu a habilidade para aprender matemática como uma característica psicológica individual, sendo primeiramente uma característica da atividade mental, que atende as exigências da atividade matemática escolar e que influencia o sucesso do domínio criativo da matemática como uma disciplina escolar: um domínio rápido, fácil e metucioso dos conhecimentos, capacidades e hábitos em matemática.

Krutetskii (1976) apud Brito (2005, p. 58 e 59) informa que durante o processo de solução de problemas o solucionador passa por estágios e que cada um destes corresponde a uma série de habilidades que, juntas são os componentes da habilidade matemática.

1. Obtenção da informação matemática: que refere-se à habilidade para formalizar a percepção do material matemático e para compreender a estrutura formal do problema, sendo o primeiro estágio da atividade mental;
2. Processamento da informação matemática, que se refere à habilidade de elaboração das estruturas matemáticas;
3. Retenção da informação matemática, que se refere a existência de uma memória matemática (memória generalizada para relações matemáticas, esquemas de argumentos e provas, métodos de resolução de problemas e princípios de abordar os problemas
4. Existência de um componente geral sintético, que está ligado à existência de um tipo de “mente” matemática.

A maioria dos envolvidos com a educação matemática concorda sobre a necessidade de melhoria no ensino das habilidade básicas. O professor precisaria conhecer essas habilidades e ser capaz de trabalhar

formalmente com as mesmas para conseguir um ensino efetivo e uma aprendizagem significativa com seus alunos. (BRITO, 2005, p. 59)

5.4 DESENVOLVIMENTO DA HABILIDADE MATEMÁTICA

Dentre os objetivos cognitivos que levam ao desenvolvimento das habilidades básicas, aqueles que encontram consenso são os seguintes, baseados nas dez habilidades cognitivas selecionadas pelo *National Council of Supervisors of Mathematics* apud Brito (2005, p. 60 a 62)

1. Solução de problemas. Habilitar o aluno a solucionar problemas em situações novas, com as quais não tenha experiência, sendo que os problemas precisam ser compreendidos pelos alunos, e não apenas ensinados como “modelos de problemas” que os alunos aprendem a solucionar, memorizam e passar a solucionar apenas aqueles que são iguais ou muito semelhantes ao modelo.
2. Aplicação da matemática em situações cotidianas. Capacitar o estudante a usar a matemática, ao lidar com situações do dia a dia, em um mundo em constante mudança. Este é um objetivo de mão dupla. O aluno precisa ser capaz de transferir aquilo que aprende em sala de aula e o professor precisa relacionar o conhecimento matemático à matemática presente nas diversas situações que os indivíduos enfrentam no dia a dia.
3. Prontidão para a racionalidade dos resultados. Isto significa que o estudante deve aprender a conferir as respostas que dá aos problemas, verificando se estas não se distanciam de todas as possibilidades de resultados. Devido aos erros aritméticos ou outros enganos, os resultados de um problema matemático podem ser concluídos de forma errada. Os alunos precisam ser instruídos a rever os cálculos e os resultados e também aprender a conferir a racionalidade da resposta em termos do problema original.

4. Estimativa e aproximação. Refere-se à necessidade do estudante aprender a calcular quantidade, comprimento, distância, peso, etc. e também a trabalhar com aproximação dos resultados.
5. Habilidades apropriadas de cálculo. Os estudantes devem ser capazes de usar as quatro operações básicas com números inteiros e com decimais e também devem ser capazes de efetuar cálculos utilizando frações simples e porcentagem.
6. Geometria. Os estudantes devem ser levados a conhecer as propriedades básicas das figuras geométricas simples. É importante que os estudantes aprendam significativamente os conceitos geométricos necessários para se situar e entender o mundo tridimensional. Os conceitos que o estudante deveria conhecer são ponto, linha, plano, paralelismo e perpendicularismo. Além desses conceitos, Brito (2005, p. 62) salienta que é desejável que ele conheça as propriedades básicas relacionadas às medidas e desenvolva habilidades para solucionar diferentes problemas de geometria. Através da aprendizagem, o estudante deve ser capaz de discriminar formas e relacioná-las aos objetos do mundo.
7. Medidas. É importante que os estudantes se tornem familiarizados com os diferentes sistemas de medidas e sejam capazes de efetuá-las tanto no sistema métrico como em outro sistema. Os alunos devem ser capazes de medir distância, peso, tempo, temperatura, bem como capacidade. São essenciais os cálculos de área simples e volume, bem como as medida de ângulos e, além disso, o aluno deve ser capaz de medir em diferentes sistemas de medidas, usando instrumentos apropriados.
8. Tabelas, diagramas e gráficos. Com a finalidade de desenvolver a capacidade de organizar e representar os dados disponíveis a partir de um determinado estudo, os alunos precisam conhecer como ler e formular conclusões a partir de tabelas, diagramas e gráficos. Através da montagem desses instrumentos o indivíduo torna-se capaz de condensar a informação numérica de forma mais significativa.
9. Usar a matemática como predição. É importante que alunos conheçam como a matemática pode ser usada para se saber qual a probabilidade de ocorrência de eventos futuros. Assim o aluno deve adquirir noções

elementares de probabilidade. Precisa aprender a identificar situações onde a experiência passada não afeta a probabilidade de ocorrência de futuros eventos.

10. Uso de computadores. Com o avanço da tecnologia, o estudante necessita, cada vez mais, estar familiarizado com o uso dos computadores, sendo essencial que conheça as capacidades e limitações das novas ferramentas tecnológicas. Os cursos de formação de professores devem fornecer o referencial que possibilitará ao professor trabalhar com novas tecnologias, escolhendo aquelas mais adequadas ao conteúdo que vai ser ensinado e aos diferentes tipos de aprendizagem.

Através do conhecimento das habilidades matemáticas básicas, pode ser verificado, com maior cuidado, como essas habilidades são apreendidas, se desenvolvem e como o ensino delas pode ser melhorado com o auxílio da psicologia educacional. BRITO (2005, p. 63)

5.4.1 Metodologia e ensino da Matemática

Segundo Carvalho (1992, p. 15 e 16) a sala de aula não é o ponto de encontro de alunos totalmente ignorantes com o professor totalmente sábio, e sim um local onde interagem alunos com o conhecimentos do senso comum, que almejam a aquisição de conhecimentos sistematizados, e um professor cuja competência está em mediar o acesso do aluno a tais conhecimentos.

Por que ensinar matemática nas séries iniciais do 1º grau?

Para Carvalho (1992, p. 20) a resposta está primeiramente pelos motivos internos da matemática, ou seja referente a aprendizagem da matemática na sequência escolar: 1º, 2º e 3º grau.

Se considerarmos que o conhecimento deve ser construído, que a linguagem matemática deve ser adquirida pelo aluno, levando-o a incorporar os significados que as atividades de manipulação de material didático ou de vivência diária assumem, então, quanto antes iniciarmos essa construção, mais tempo teremos para enriquecer os temas abordados, tornando-os mais abrangentes e complexos, possibilitando, talvez, que o processo de aquisição do conhecimento matemático não se interrompa tão prematuramente como em geral acontece. CARVALHO (1992, p. 20)

Corroborando com o que já exposto, Ávila (2007) expõe que as razões mais frequentes mencionadas para justificar o ensino da matemática são as seguintes:

“A Matemática é necessária em atividades práticas que envolvem aspectos quantitativos da realidade. A Matemática é importante porque desenvolve o raciocínio lógico.” ÁVILA (2007, p. 3)

Mas para Ávila (2007) só isto não justifica a importância do ensino da matemática.

“O ensino da Matemática é justificado, em larga medida, pela riqueza dos diferentes processos de criatividade que ele exhibe, proporcionando ao educando excelentes oportunidades de exercitar e desenvolver suas faculdades intelectuais.

Mas a razão mais importante para justificar o ensino da Matemática é o relevante papel que esta disciplina desempenha na construção de todo o edifício do conhecimento humano. “Desde os primórdios da civilização o homem, como “ser pensante”, sempre quis entender o mundo em que vive” ÁVILA (2007, p.6).

Segundo Ávila (2007) para entender o mundo o homem formulou várias perguntas como: Será que a Terra é plana? Como se suporta? Como explicar o movimento do Sol e da Lua? A matéria é indefinidamente divisível ou constituída de “átomos” indivisíveis” Ou cada tipo de matéria é formada de alguns elementos básicos, como terra, água, fogo e ar?

Perguntas como essas certamente atormentaram o espírito humano por muitos milênios, até que, a partir do século VI a.C., começaram a ser respondidas, e com muito sucesso. Foram idéias matemáticas simples de semelhança de figuras geométricas e proporcionalidade que permitiram aos astrônomos, já no século III a.C., calcular o tamanho da Terra [...] E a solução desses problemas mudou radicalmente a idéia do homem a respeito do mundo em que vivia. ÁVILA (2007, p. 6 e 7).

Aduz Ávila (2007, p. 8) que “o ensino da matemática é também importante para dotar o aluno do instrumental necessário no estudo das outras ciências e capacitá-lo no trato das atividades práticas que envolvem aspectos quantitativos da realidade.”

Outro aspecto que responde a questão, segundo Carvalho (1992) e que parece fundamental:

Os alunos provenientes das camadas mais pobres da população, em particular, talvez tenham, nas primeiras séries do 1º grau, sua única oportunidade de acesso a situações que visem o desenvolvimento da capacidade de organizar o espaço físico com auxílio de representações planas; de coordenar variáveis e, dentre as combinações possíveis,

escolher a solução ótima; de compreender informações quantificadas apresentadas sob a forma de “tabelas ou gráficos”; e, ainda, de identificar embalagens enganosas, preços de falsas liquidações ou mesmo os chamados crediários a perder de vista. Enfim, para tais alunos, talvez seja a única oportunidade de adquirir na Escola conhecimentos que os auxiliam na tarefa transformadora da realidade da qual atuam e atuarão. CARVALHO (1992, p. 20 e 21)

Segundo Carvalho (1992, p. 21) para que a aprendizagem da Matemática assuma essas características é necessário que na formação dos professores sejam incluídos temas que possibilitem:

- I. Um conhecimento amplo e estrutural dos conteúdos que deverão ensinar a seus alunos;
- II. Realizar atividades com material didático e aprender a elaborá-lo com matéria-prima simples e acessível no seu ambiente social.
- III. Entrar em contato com as teorias que estão sendo elaboradas sobre aprendizagem da Matemática.
- IV. Refletir sobre princípios metodológicos que norteiem a sua prática pedagógica.

Enfatiza Ambrosio (1996) que a formação dos professores de matemática é um dos grandes desafios para o futuro, salientando algumas características do professor desta disciplina:

- I. Ter visão do que vem a ser a matemática;
- II. Ter visão do que constitui a atividade matemática;
- III. Ter visão do que constitui a aprendizagem da matemática;
- IV. Ter visão do que constitui um ambiente propício à aprendizagem da matemática.

5.4.2 Matemática e conhecimento matemático: não-lineares

Salienta Carvalho (1992, p. 104) que o conhecimento matemático não se dá em blocos estanques, seqüenciados de acordo com a ordem lógica que aparece nos textos formalizados.

Em geral, o tempo previsto para o estudo de um determinado assunto é centralizado em um intervalo no qual se espera esgotar todas as nuances que o texto contém. Porém, ao contrário, é necessário que o mesmo assunto seja trabalhado ao longo do tempo em diferentes níveis de complexidade, abrangendo cada vez novos elementos, permitindo ao aluno a elaboração, reorganização e mesmo mudanças de ponto de vista em relação aos conceitos abordados CARVALHO (1992, p. 104).

Nesta perspectiva, segundo Carvalho (1992), por exemplo: não há necessidade de encerrar a adição para que se inicie a subtração, já que ambas podem ser trabalhadas simultaneamente de maneira que os alunos possam confrontá-las e não as confundirem em situações posteriores.

5.4.3 Autonomia em vez do sistema de punição e recompensa

Segundo Kammi (1984) apud Carvalho (1992), seguindo orientações piagetiana, critica veementemente o sistema de ensino cuja relação adulto-criança é baseado em recompensa e punição, por favorecer a heteronomia, que opõe-se a autonomia.

Autonomia significa ser governado por si mesmo. É o oposto de heteronomia, que quer dizer ser governado por outra pessoa. As punições, levam a três resultados possíveis: “cálculo de riscos”, ou seja, a criança repetirá o mesmo ato, porém evitando ser pega; “conformidade cega”, ou seja, a criança se torna totalmente conformista, julgando que o necessário não é tomar decisões; e a “revolta” também pode ser uma consequência. Mesmo a recompensa, ainda que melhor que a punição, reforça a heteronomia, pois as crianças são governadas por outras pessoas, não por si mesmas. (CARVALHO, 1992, p. 98)

Segundo Carvalho (1992) nas aulas da disciplina de Matemática, verdade e razão são confundidas com autoridade do adulto. É comum os alunos nas primeiras séries do ensino fundamental aprenderem a não confiar na própria maneira de pensar, sendo comum também estas crianças apagarem rapidamente suas respostas corretas quando lhes é perguntado como as conseguiram.

Os alunos só aprendem a pensar por si próprios se tiverem oportunidade de explicar os seus raciocínios em sala de aula ao professor e aos seus colegas. Os professores que afirmam não ter tempo para isso devem repensar a sua atitude, pois só negociando soluções é que se aprende a respeitar sentimentos e idéias de outras pessoas. Esse respeito não só é importante no que diz respeito a conflitos morais, mas, sobretudo, a

situações de aprendizagem cognitiva, onde as crianças devem, como nos salienta Kamii, mobilizar a sua Inteligência e a totalidade dos seus conhecimentos quanto têm que tomar uma posição e confrontá-la com outras opiniões. CARVALHO (1992, p. 98).

5.4.4 Atitudes de um bom professor

Para Ambrosio (1996) ninguém poderá ser um bom professor sem dedicação, preocupação com o próximo, principalmente com os alunos, sem amor num sentido amplo.

O professor passa ao próximo aquilo que ninguém pode tirar de alguém, que é conhecimento. Conhecimento só pode ser passado adiante por meio de uma doação. O verdadeiro professor passa o que sabe não em troca de salário (pois, se assim fosse, melhor seria ficar calado 49 minutos!), mas somente porque quer ensinar, quer mostrar os truques e os macetes que conhece. AMBROSIO (1996, p. 84)

Ambrosio (1996) salienta que há professores que ministram muito bem suas aulas, com um bom rendimento em sua classe, mas que não contam aquele toquezinho (macete) que usa num certo tipo de equação e na avaliação deixam para pedir justamente esta equação e satisfeitos pensam: “Agora consegui pegar esses alunos que se julgavam tão sabidos, agora estão nas minhas mãos”. AMBROSIO (1996, p.85).

Para Ambrosio (1996, p. 85) este tipo de professor descrito no parágrafo anterior não é considerado um educador e sim tem vocação para caçador.

O referido autor também não julga como um bom professor aquele que se refere como “um sol que ilumina tudo”, o professor precisa dar espaço para que o aluno se manifeste.

Huete e Bravo (2006) orientam os professores de matemática a promoverem certas atitudes:

- ✓ Conduzir o aluno à formação de noções para que descubra por si mesmo a natureza da matemática. Ou seja, o aprender a pensar que a nova reforma do sistema educacional retomou com força a partir dos posicionamentos da teoria da “aprendizagem significativa”;
- ✓ Experimentar os objetos matemáticos antes de introduzi-los no raciocínio educativo, sendo a manipulação um excelente caminho;

- ✓ Estudar os erros dos alunos para detectar como formalizam a matemática. Conhecer a idéias prévias e os preconceitos é o melhor posicionamento para se chegar aos erros. HUETE e BRAVO (2006, p. 32)

5.4.5 Processo didático no ensino/aprendizagem da matemática

Conforme Huete e Bravo (2006, p. 55), o processo de ensino/aprendizagem da matemática oferece resultados positivos se entre o aluno e seu meio sucede uma série de intercâmbios originais provocados por dois processos: assimilação e acomodação.

Segundo os autores a assimilação ocorre em seguintes etapas:

- Apresentação expositiva de modelos e exemplos;
- Decodificação e interpretação. De partes específicas e seqüenciadas, das quais se infere um conteúdo significativo da experiência real do aluno.
- Pré-codificação e contigüidade. Para conseguir a adequação e a posterior utilização de símbolos e expressões da linguagem matemática. Depois é necessário buscar a contigüidade espaço-temporal, de forma que as ações anteriores se organizem hierarquicamente para preparar a etapa seguinte.
- Elaboração Codificação. A fim de executar e construir de maneira manual, gráfica, informal e formal, o desenvolvimento de todo tipo de atividades realizadas (conceitos, problemas, exercícios, etc.), conforme a estrutura operativa do aluno ao qual se dirige a explicação expositiva.

No último estágio do processo de “assimilação”, o aluno acha-se em uma destas duas situações: primeira, a compreensão é contínua; portanto, não oferece dificuldade. Segunda, a compreensão é descontínua, e a aprendizagem resultante é mecânica; o aluno não se verá “senhor” do uso da memória repetitiva. HUETE e BRAVO (2006, p. 56)

Segundo Huete e Bravo (2006, p. 56), as etapas da acomodação são:

- Execução. Operacionalidade (criação de automatismos) da assimilação em outros exercícios, problemas, etc.

- Generalização. Tudo o que foi experimentado se formaliza mediante a abstração em leis gerais, conceitos e princípios extensíveis a outras condições de aprendizagem. A abstração deve ser entendida como uma mudança produzida em nossa mente e com consistência quanto a sua duração;
- Memorização e associação. De idéias que proporcionam novas relações para realizações mais complexas.
- Aplicação. O aluno encontra-se com disposição de resolver outro tipos de situações mediante a aplicação de estratégias conhecidas.

A questão está em aceitar que cada um apresenta sua forma peculiar de interpretar o novo conhecimento, independente de como ele foi ensinado. Nessa situação, intervieram as modernas correntes construtivistas, indicando que, quem aprende, o faz construindo seu próprio conhecimento. (HUETE e BRAVO, 2006, p. 56)

5.4.6 Tipos de aprendizagem de matemática

Segundo Huete e Bravo (2006, p. 69), são quatro tipos de aprendizagem matemática, a saber:

- Memorização;
 - Aprendizagem algorítmica;
 - Aprendizagem de Conceitos
 - Resolução de problemas.
- Memorização; O conceito de memorização deve ser entendido em função de uma memória operativa, a qual age sobre estruturas significativas de conhecimentos e cuja finalidade é armazenar, a longo prazo, a informação nova. Com base nisso deve omitir-se qualquer tentativa de baseá-la na simples repetição mecânica, para o que é indispensável inter-relacionar de forma lógica os conceitos. Uma vez conseguida a memorização dos dados, conceitos, etc., é importante fixá-la mediante repasses mentais sistemáticos ou servir-se da ajuda de esquemas; está comprovado como as leituras repetitivas dos textos são infrutíferas e mesmo, prejudiciais.
 - Aprendizagem Algorítmica. Este tipo de aprendizagem é, sem dúvida nenhuma, pelo menos paradoxal. Necessita da memória para inferir o método exato, além de carregar a dificuldade frente à escassa ou nula significativamente que os algoritmos matemáticos possuem *a priori*. Para vencer as dificuldades que poderiam existir, o mais exequível é apresentar

essas aprendizagens como processos de rotina e averiguar em qual contexto pode utilizar-se um conceito e em qual não; em todo caso, como norma geral, uma estratégia adequada para não entrar em conflitos é distinguir entre “compreensão relacional” (saber o que fazer em casos concretos e estar preparado para relacionar tais procedimentos com acontecimentos matemáticos mais gerais) e “compreensão instrumental” (memorização automática de regras para cada caso concreto sem compreender seu funcionamento).

- Aprendizagem de conceitos. O caráter de abstração que a matemática possui torna difícil a definição de conceito matemático; mais ainda, o fato de constituir-se num saber onde predomina a construção hierárquica de alguns conceitos sobre a base de outros, dificulta grandemente essa possível definição, sobretudo considerando que os conceitos de condição superior não são transmitidos por simples definição, pois um conceito não é definível em si mesmo, ainda que possa ser exemplificado. O uso de exemplos é, sem dúvida, o melhor fator de ajuda nas definições matemáticas de um conceito. Nesse sentido, deve-se apontar a realização de trabalhos práticos ou a resolução de problemas como excelentes fundamentos para se conseguir a compreensão matemática.
- Resolução de problemas. Resolver problemas não é buscar solução concreta; consiste em facilitar o conhecimento das habilidades básicas, dos conceitos fundamentais e da relação entre ambos. Enfim, é um processo no qual, combinando distintos elementos que o aluno possui, como pré-conceitos, regras, habilidades, etc., uma boa dose de reflexão e uma ótima provisão de conhecimentos e capacidade, nas quais confronta-se o aluno com situações preferencialmente da vida real, em que a matemática adquire um papel preponderante e necessário. Para que os problemas sejam pertinentes devem ser *adequados* (aos conhecimentos prévios e às possibilidades cognitivas dos alunos), *motivadores e fornecedores da formação integral*. Além disso, aposta-se na apresentação de uma coleção de problemas, na qual pelo menos um possa ser resolvido por todos os alunos. HUETE e BRAVO (2006, p. 69),

6 – ENSINO DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Segundo Dante (2005) os professores que ensinam matemática nas primeiras séries (1ª a 5ª série do ensino fundamental) comumente sentem seus alunos inibidos e como que não encontrando ambiente propício para o desenvolvimento de suas potencialidade.

Mesmo esta disciplina ser considerada muito importante, os professores têm dificuldades para harmonizar seu ensino, de modo a fazer o aluno se sentir livre e propenso a se dedicar significativamente.

Para Dante (2005) esta dificuldade do ensino, em geral, é porque é comum professores estarem focados na obtenção da resposta correta no menor tempo possível, com o objetivo, quase que único, de cumprir o programa, negligenciando os erros, as irrelevâncias e os devaneios dos alunos, que segundo muitos professores seriam prejudiciais

De acordo com Dante (2005), são elaborados artifícios para que o alunos obtenham as respostas, pois não há tempo para que os alunos compreendam razoavelmente o que se vai passando, e esta prática nefasta reprime a fantasia, a iniciativa e a espontaneidade do aluno, que acaba se refugiando numa rotina segura, mas que quase não ilumina, enquanto o professor, desta realidade infeliz, alega que é o que pode fazer.

Felizmente, como ilustra Dante (2005) nem sempre é isso o que acontece na vivência escolar, pois quando o professor usa materiais diversos ou jogos, por exemplo, parece tornar a criança mais alerta e participativa.

Algo semelhante acontece com a resolução de problemas não-rotineiros, quando é dada a oportunidade dos alunos de tentarem bastante por si próprios a busca das soluções.

Comumente como em outros casos, o professor acha que deve ter paciência com as “tolices” das crianças, quando, com a sensibilidade despertada, podem bem observar que é da “tolice” das crianças que eventualmente brotam caminhos para as soluções e que simplesmente parece não haver outra maneira, a não ser que sejam impostas. (Mario Tourasse Teixeira em apresentação de DANTE 2005).

Conforme Dante (2005), um problema é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la.

Segundo Dante (2005) os objetivos da resolução de problemas são:

- Fazer o aluno pensar produtivamente;
- Desenvolver o raciocínio do aluno;
- Ensinar os alunos a enfrentar situações novas;
- Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática;
- Tornar as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras;
- Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas;
- Dar uma boa base matemática aos alunos.

6.1 DEFINIÇÃO DE PROBLEMA MATEMÁTICO

Aduz Dante (2005), problema é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la, e se esta solução exige conhecimentos matemáticos para seu encontro, estamos diante de um problema matemático. Em outras palavras, um problema matemático é caracterizado quando há um resultado – conhecido ou não – a ser demonstrado utilizando a teoria matemática.

Para Pereira (2011) um problema é mais valioso à medida que o aluno tenha de inventar estratégias e criar idéias. Quem resolve pode até saber o objetivo a ser atingido, mas ainda estará enfrentando um problema se ele ainda não dispõe dos meios para atingir tal objetivo.

6.2 APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA COM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Conforme Huete e Bravo (2006, p. 184) a aprendizagem de matemática teria que começar pelo conhecimento e pelas experiências do aluno. Os conteúdos que serão apreendidos teriam que ser organizados de modo que fossem ao encontro das necessidades desse aluno e atendessem à sua condição.

O modo de aprendizagem é o método de resolver problemas. A diferença está no tipo de problemas que devem ser solucionados e nos materiais que deverão ser

oferecidos para a sua solução. Para os autores o processo de aprendizagem teria que partir de algum interesse compartilhado por toda a aula.

O professor terá que dirigir a conversa de tal forma que conduza a um problema que interessa aos alunos, desafiando sua imaginação.

Segundo Huete e Bravo (2006, p. 185) as dificuldades mais representativas estão na seleção da informação. Alguns alunos destacam os dados e ignoram a pergunta; outros consideram somente a pergunta como componente do problema, o que demonstra que o sujeito realiza uma análise superficial e fragmentada do texto do problema.

Uma forma de contornar estas dificuldades os autores orientam que na aprendizagem os problemas deveriam ser abertos, incompletos, capazes de conseguir que as crianças construam as relações necessárias para a resolução e que a dificuldade dos problemas sejam oferecidas de forma crescente.

6.3 MÉTODOS E TÉCNICAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Kilpatrick (1985) apud Huete e Bravo (2006, p. 193) dividiu o ensino da resolução de problemas em cinco categorias: Osmose, Memorização, Imitação, Cooperação e Reflexão.

O ensino por osmose apóia-se na idéia de que aprender a resolver problemas é resolver muitos deles e que, para fazê-lo, aprendem-se técnicas, métodos ou ferramentas heurísticas implícitas neles.

A memorização implica em decompor o problema em elementos mais simples e abordar a solução mediante o ensino de elemento por elemento.

A imitação consiste em situar os alunos em presença de um modelo de sujeito competente na resolução de problemas. Ensina-se de alguma maneira a analisar essa conduta competente e a compará-la com condutas próprias e alheias.

A cooperação consiste na necessidade de observar como seus colegas resolvem o problema, respeitar, ajustar e canalizar as idéias que escutam.

A reflexão é muito importante na resolução de problemas. Explica o êxito, o fracasso, as direções mal-escolhidas, a falta de raciocínio nas estratégias, incidindo em conclusões válidas para situações futuras.

Ponderam Huete e Bravo (2006, p. 194 e 195) informando que essas categorias que enumeram os diferentes enfoques do ensino para a resolução de problemas de pouco serviriam se não analisa-se os métodos utilizados que facilitam essa resolução dos problemas. Para os autores torna-se necessários ver a resolução de problemas como uma atividade mental, e nela se acham as operações básicas do pensamento: a análise, a síntese, a generalização, a abstração e a comparação.

A análise é a operação mediante a qual o objeto de conhecimento (o problema) é decomposto ou separado em partes na mente.

A síntese é o ato de reunir mentalmente os diferentes elementos, conformando um todo: um elemento isolado no problema vê-se em sua íntima relação com os outros, em seus nexos e em suas interdependências.

Compreende-se a generalização em dois sentidos. Conforme o primeiro deles, por meio da generalização se diferenciam ou destacam, em dois ou mais objetos, propriedades comuns, que variam de uma para outro. A segunda forma de compreender a generalização é vê-la como a operação mental que permite distinguir em um ou mais objetos suas propriedades essenciais sob a forma de um conceito geral.

A abstração é considerada como a operação a partir da qual se separam determinadas propriedades ou indícios de certos objetos, ao mesmo tempo em que não se levam em conta outras propriedades ou indícios desses mesmos objetos.

A comparação é a contraposição de diferentes elementos (objetos, problemas, etc.) com o objetivo de determinar a semelhança ou a diferença em suas propriedades gerais e particulares. HUETE E BRAVO (2006, p. 194)

6.4 COMO ENCAMINHAR A SOLUÇÃO DE UM PROBLEMA

Segundo Dante (2005) ensinar a resolver problemas é mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos, já que não se trata de um mecanismo direto de ensino e sim uma variedade de processos de pensamentos que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o apoio e incentivo do professor.

Os alunos devem ser encorajados a fazer perguntas ao professor e entre eles mesmos, quando estão trabalhando em grupo, a fim de possibilitar esclarecimentos

dos pontos fundamentais e destacando as informações importantes do problema, compreendendo melhor o que o problema pede e que dados e condições possuem para resolvê-lo.

Para Carvalho (1962, p. 82) não se aprende matemática para resolver problemas e, sim, se aprende matemática resolvendo problemas, desta maneira a resolução de problemas faz parte do processo de aprendizagem de matemática.

Diante dessa perspectiva, qualquer situação que vise a favorecer o aprendizado deve constituir-se em situação-problema para o aluno a que se destina, ou seja, a proposta de tarefa feita pelo professor deve ser tão interessante que crie, na classe, um clima de pesquisa, de busca de solução para os problemas que emergirem da proposta. CARVALHO (1992, p. 82)

Ao questionar-se qual seria o papel do professor no trabalho de resolução de problemas, Carvalho (1992) informa em primeiro lugar cabe ao professor selecionar situações, antes da aula ou no decorrer dela, que suscitem perguntas passíveis de se transformarem em problemas.

Ao propor o problema a seus alunos, o professor deve estar preparado para aceitar os diferentes procedimentos dos alunos nas soluções dos problemas, que pode ser muito diferente daquelas que ele julga as melhores.

Como exemplo das diversidades de procedimentos a resolução de um problema, Carvalho (1992) cita o questionamento feito a classe: Quantos anos têm hoje (1986) uma pessoa que nasceu em 1978. Alguns alunos poderão fazer o cálculo $1986 - 1978$, ou mesmo alguns poderão fazer um cálculo com ajuda dos dedos: em 1978 nasceu, 1979 terá 1 ano, 1980 terá 2..., em 1986 terá 8 anos.

Assim outro importante papel do professor no ensino de resolução de problemas: propor novas representações de modo a tornar os procedimentos dos seus alunos mais flexíveis e gerais, indicando sempre o melhor procedimento a ser adotado para as resoluções.

6.5 COMO SE RESOLVE UM PROBLEMA

Segundo o esquema de Polya (1977) apud Dante (2005, p. 22) são quatro etapas para a resolução de um problema:

- Compreender o problema;
- Elaborar um plano;
- Executar o plano;
- Fazer o retrospecto ou verificação

Para Dante (2005) essas etapas não são rígidas, fixas e infalíveis. Para o autor o processo de resolução de problemas é algo complexo e rico, que não se limita a seguir instruções passo a passo que levarão à solução como se fosse um algoritmo. “Entretanto, de um modo geral elas ajudam o solucionador a se orientar durante o processo”. DANTE (2005, p. 22 e 23).

1ª Etapa: compreender o problema

Antes de se dar início a resolução do problema, precisa-se compreendê-lo, respondendo algumas questões, conforme consta logo a seguir no quadro resumo de Polya.

2ª Etapa: elaborar um plano

Elaborar um plano para resolver o problema, fazendo a conexão entre os dados do problema e o que ele pede. Muitas vezes chega-se a uma sentença matemática, isto é, a uma linguagem matemática partindo da linguagem usual.

3ª Etapa: executar o plano.

É preciso executar o plano elaborado, verificando cada passo a ser dado, existindo diagramas, completam-se estes e efetuam-se os cálculos necessários.

4ª Etapa: fazer o retrospecto ou verificação

Nesta etapa analisa-se a solução obtida e faz-se a verificação do resultado. O retrospecto, repassando todo o problema, faz com que o aluno reveja como pensou inicialmente, como encaminhou uma estratégia de solução, como efetuou os cálculos, ou seja, todo o caminho percorrido para chegar à solução do problema.

“Esse processo cuidadoso é um excelente exercício de aprendizagem e serve também para destacar e corrigir possíveis enganos” DANTE (2005, p. 28)

Abaixo consta um quadro resumo do esquema de Polya:

- Compreender o problema
- a) O que se pede no problema?
 - b) Quais são os dados e as condições do problema?
 - c) É possível fazer uma figuração da situação?
 - d) É possível estimar ou “chutar” a resposta?
- Elaborar um plano

- a) Qual é seu plano para resolver o problema?
 - b) Que estratégia você tentará desenvolver?
 - c) Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este?
 - d) Tente organizar os dados em tabelas e gráficos.
 - e) Tente resolver o problema por partes.
- Executar o plano
- a) Execute o plano elaborado, verificando-o passo a passo.
 - b) Efetue todos os cálculos indicados no plano.
 - c) Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.
- Fazer o retrospecto ou verificação
- a) Examine se a solução obtida está correta.
 - b) Existe outra maneira de resolver o problema?
 - c) É possível usar o método empregado para resolver problemas semelhantes?
- POLYA (1977) apud DANTE (2005, p. 29)

Sugere Polya (1992) apud Huete e Bravo (2006, p. 29) que a resolução de problemas baseia-se em processos cognitivos onde o “resultado é encontrar uma saída para uma dificuldade, um caminho em torno de um obstáculo, alcançado um objetivo que não era imediatamente alcançável.”

6.6 COMO PROPOR PROBLEMAS MATEMÁTICOS ADEQUADAMENTE

Estudar Matemática significa também resolver problemas. Portanto, conforme Dante (2005) a missão dos professores de Matemática, em todos os níveis, é ensinar a arte de resolver problemas. O primeiro passo nesse processo é colocar o problema adequadamente.

6.6.1 Características de um bom problema

- Ser desafiador para o aluno.
- Ser real para o aluno.
- Ser interessante para o aluno.
- Ser o elemento desconhecido de um problema realmente desconhecido.
- Não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas.

- Ter um nível adequado de dificuldade.

6.6.2 Como contornar fatores que dificultam um problema

Segundo Dante (2005) lista algumas dificuldades comuns na resolução dos problemas como Linguagem, Vocabulário, o Tamanho e a Complexidades dos números utilizadas nos problemas.

6.6.2.1 Linguagem usada na redação do problema.

Conforme Dante (2005) a linguagem usada nos problemas geralmente é muito diferente da usual, mais compacta e apresenta enumeras idéias importantes num único parágrafo.

É preciso fazer com que a linguagem seja apropriada a cada série e o vocabulário o mais próximo possível da vivência da criança. O que importa é dar as informações da maneira mais clara e simples possíveis para permitir um completo entendimento.

Numa 1.^a série, ou em classes com dificuldades em leitura, a comunicação pode ser feita mais através de figuras do que de palavras. DANTE (2005, p. 48)

6.6.2.2 Vocabulário matemático específico

Aduz Dante (2005) a criança precisa de algum tempo e de ajuda para distinguir, na linguagem matemática, o significado de uma palavra de uso corrente. Ela poderá fazer confusão com palavras como operação, primo, dobrar, diferença, meio, vezes, conta, par, altura, base etc. Para tanto, é necessário que o professor faça distinção dessas palavras para a criança e esclareça o significado de palavras desconhecidas.

Segundo Huete e Bravo (2006, p. 134) as criança não conhecendo o vocabulário específico terá dificuldades para compreender o problema, já que situação apresentada não lhes é familiar.

6.6.2.3 Tamanho e complexidade dos números

Problemas com números com muitos algarismos (números grandes) fazem com que toda a atenção e preocupação da criança se voltem para esses números e para os algoritmos. Quanto maior o número e mais complexo o algoritmo, mais difícil é o problema. Por tanto, segundo Dante (2005), problemas com “números pequenos” fazem com que o aluno focalize mais o problema em si e os processos de pensamento necessários para resolvê-los, e não simplesmente os cálculos.

6.6.3 Como apresentar o problema

O modo como o problema é apresentado pode determinar a maior ou menor dificuldade que o aluno terá em resolvê-lo, de acordo com a motivação que despertar.

6.6.4 Ordem em que as informações são dadas.

No entendimento de Dante (2005) um problema se torna mais difícil quando as informações que contém não são usadas na mesma ordem em que aparecem.

6.6.5 Numero de condições a serem satisfeitas e sua complexidade

Se um problema apresenta duas ou mais condições a serem satisfeitas, ele se torna mais difícil porque, em geral, o aluno pensa que o problema já está resolvido quando consegue satisfazer apenas uma delas.

Conforme Huete e Bravo (2006, p. 133) os alunos podem entender por problemas um conjunto de operações difíceis, acabando por abandonar a resolução pela metade.

6.6.6 Número e complexidade de operações e estratégias envolvidas

Para Dante (2005) se a solução do problema envolve apenas uma operação, ele é mais simples do que aqueles que requerem duas ou mais operações. E, naturalmente, se a operação é de adição, o aluno a considera muito mais simples do que se fosse divisão.

Quanto a estratégia, segundo Dante (2005) se a estratégia envolver apenas a execução de algoritmos, ela é simples. Se exigir tentativa e erro, ela já requer uma certa habilidade para fazer estimativas. E se a estratégia for a elaboração de tabelas organizadas, gráficos, interpretação de gráficos e generalizações, a resolução do problema é considerada bem mais difícil.

Aduz Huete e Bravo (2006, p.134) que ao usar de estratégias de resolução incorretas, a incompreensão das relação existente entre os dados e a pergunta, os alunos aplicam operações ao acaso, com objetivo de se chegar num resultado, por mais absurdo que seja.

6.6.7 Sugestão aos professores - Mudando o método de ensino

Segundo Dante (2005) uma das principais razões da matemática fazer parte do currículo de 1º grau é o fato que querer que os alunos saibam lidar com problemas cujas soluções envolvam conceitos matemáticos e exijam o modo de pensar matemático.

Como já foi descrito neste trabalho, resolver problemas é uma tarefa muito mais complexa do que ensinar algoritmo e equações.

A postura do professor ao ensinar um algoritmo é, em geral, a de um orientador dando instruções passo a passo, de como fazer. Na resolução de problemas, ao contrário o professor deve funcionar como um incentivador e moderador das idéias geradas pelos próprios alunos. Nesse caso, as crianças participam ativamente “fazendo matemática”, e não ficam passivamente “observando” a Matemática “ser feita” pelo professor. É uma radical e importante mudança do método tradicional que consiste em *mostrar e repetir*, com base na expressão *é assim que se faz*. No chamado método heurístico, o professor encoraja o aluno a pensar por si mesmo, a levantar suas próprias hipóteses e a testá-las, a discutir com seus colegas como e por que aquela maneira de fazer funciona. Enfim, aqui o papel do

professor é manter os alunos pensando e gerando idéias produtivas.
DANTE (2005, p. 52)

Seguindo as orientações de Dante (2005), o professor em sala de aula deve apresentar problemas desafiadores, reais e interessantes, e que não seja resolvido diretamente por um ou mais algoritmo.

É preciso dar um tempo razoável para que os alunos leiam e compreendam o problema. Importante que seja facilitado a discussão entre a classe ou que o professor faça perguntas para esclarecer os dados e condições do problema e o que nele se pede.

O professor tem que certificar-se que toda a turma entendeu o problema, lembrando que uma das maiores dificuldades dos alunos na resolução dos problemas é ler e compreender o texto.

Na sequência, deve ser dado um bom tempo para os alunos trabalharem no problema, haja vista a resolução do problema não pode se transformar numa competição de velocidade, além do que as crianças precisam mais tempo para pensar e trabalhar no problema do que de instruções específicas para resolvê-lo

O professor deve contribuir para que entre os alunos se crie um clima de busca, exploração e descoberta, “deixando claro que mais importante que obter a resposta correta é pensar e trabalhar no problema durante o tempo que for necessário para resolvê-lo” DANTE (2005, p. 53)

Segundo Dante (2005), nesta fase é comum surgir nos alunos as seguintes perguntas:

- Este problema é de uma ou de duas contas:
- É um problema de somar ou de subtrair:
- A resposta é 7?

Seguindo as orientações de Dante (2005) o professor não pode dar respostas diretas, devendo responder a estas perguntas:

- Vamos pensar juntos;
- Pense mais um pouco;
- É realmente o que o problema está pedindo para fazer?

- Discuta isso um pouco com seu colega.
- Mostre ao seu colega o que você fez e peça para que ele também lhe conte como planeja resolver o problema

Dante (2005, p. 53), informa “com essas respostas do professor os alunos continuam envolvidos com o problema e pouco a pouco vão perguntando menos e tornando-se mais independentes.”

Enquanto os alunos vão resolvendo o problema, o professor deve passar nas mesas deles encorajando-os, dando idéias e pequenas dicas, deixando claro quais os objetivos, os dados do problema, as condições e etc.

Depois que a maioria dos alunos solucionou o problema, o professor pede que alguns venham à lousa (um cada vez) explicar o que fizeram e como fizeram, e por que o seu método funcionou. O professor pode também, ele mesmo, ir registrando na lousa as sugestões dos alunos. É comum parecerem maneiras diferentes de resolver o mesmo problema, inclusive algumas erradas, e é interessante que todas sejam discutidas e analisadas, pois isso incentiva as crianças a sempre tentarem vários métodos. Também é conveniente que todos os alunos copiem no caderno as diversas maneiras de resolver aquele problema, pois nos problemas seguintes eles poderão tentar usar algumas dessas estratégias. DANTE (2005, p. 53)

7 JOGOS

Segundo Moura (1992) apud Brito (2005, p. 129) a escola vem sofrendo modificações no sentido de possibilitar formas diferentes de ensinar, de modo que o professor não seja o único árbitro, permitindo o aparecimento de novas metodologias, pelas quais o aluno também possa construir o conhecimento no processo interativo.

Dentre tantas metodologias para se ensinar a disciplina de matemática tem-se a utilização de jogos.

Conforme Brito (2005, p. 130) “a experiência docente e análise da literatura mostram que o uso dos jogos na escola pode ser um recurso interessante no sentido de tornar atraentes as atividades escolares, bem como estimular o raciocínio dos alunos”.

Para Smole, Diniz e Cândido (2008) a utilização de jogos na escola não é algo novo, assim como é bastante conhecido o seu potencial para o ensino e aprendizagem em muitas áreas do conhecimento.

Em se tratando de aulas de matemática, o uso de jogos implica uma mudança significativa nos processos de ensino aprendizagem, que permite alterar o modelo tradicional de ensino, o qual muitas vezes tem no livro e em exercícios padronizados seu principal recurso didático. O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, que estão estreitamente relacionadas ao chamado raciocínio lógico. SMOLE, DINIZ e CÂNDIDO (2008, p 11)

Tanto professores como alunos aprendem com a criação e aplicação dos jogos matemáticos, possibilitando uma aprendizagem mais divertida.

Afirma Brito (2005, p. 131), que a preocupação com a utilização dos jogos em sala de aula serve para propiciar momentos de diversão, para afastar um pouco as cansativas aulas teóricas, possibilitando maior interação entre aluno-professor.

A autora alerta que embora os jogos estejam presentes nas diversas culturas, são muito pouco explorados no contexto do sistema educacional, poucos são os professores que utilizam esta metodologia de ensino.

A análise da literatura mostra psicólogos e psicopedagogos, alguns como Kamii e De Vries (1991), incentivando a intervenção como jogos de grupos; Morgado (1988), analisando a formação do conceito de número através de experimentação com jogos; Brenelli (1996), mostrando que é possível a construção de noções lógicas e aritméticas por meio de jogos; Macedo (1995), defendendo e expondo o valor dos jogos no ambiente escolar, valorizando sua importância psicopedagógica, e até, apresentando-os como instrumentos importantes na formação sócio-cultural dos aprendizes. Nenhum dentre os quatro autores citados no parágrafo anterior é especificamente matemático. Dentre eles não temos nenhum professor que leciona para a quinta série do ensino fundamental. No entanto, estão fazendo intervenções no processo de ensino-aprendizagem da Matemática por meio de jogos, seguindo a orientação construtivista de Piaget. Os matemáticos raramente fazem uso de jogos, pelo que a prática tem mostrado BRITO (2005, p. 131 e 132)

Para Brito (2005, p. 132) o motivo do fato descrito acima talvez seja dos professores de matemática não terem formação adequada para isso e que na verdade o ambiente escolar carece muito de educadores de matemática que usem jogos no seu dia-a-dia de sala de aula, assim como em outras disciplinas, para propiciarem uma melhor aprendizagem nas disciplinas.

Sovchik e Meconi (1978) apud Brito (2005, p. 132) citam que a utilização simples de um dominó permitiria ampliar os conhecimentos dos educando a partir do instante em que ele percebe não só o que necessitava aprender, mas também outros conceitos similares, como exemplo a utilização de dominó matemático para ensinar a adição de números naturais.

Alerta Brito (2005) que os jogos a serem trabalhados em sala de aula devem apresentar conceitos matemáticos que estão sendo trabalhados em sala de aula, pois o intuito é fixar conceitos, explorar o desenvolvimento do raciocínio, obtendo, assim, uma forte contribuição para o ensino-aprendizagem da matemática.

Segundo Almeida (2003) os jogos sempre constituíram uma forma de atividade inerente ao ser humano.

Entre os primitivos, por exemplo, as atividades de dança, caça, pesca, lutas eram tidas como de sobrevivência, ultrapassando muitas vezes o caráter restrito de divertimento e prazer natural. As crianças, nos jogos, participaram de empreendimentos técnicos e mágicos. O corpo e o meio, a infância e a cultura adulta faziam parte de um só mundo. Esse mundo podia ser pequeno, mas era eminentemente coerente, uma vez que os jogos caracterizavam a própria cultura, a cultura era a educação, e a educação representava a sobrevivência. ALMEIDA (2003, p. 19)

Para Almeida (2003) a pedagogia deve considerar a criança como atividade criadora, e despertar, mediante estímulos, suas faculdades próprias para a criação produtiva.

O grande educador faz do jogo uma arte, um admirável instrumento para promover a educação para as crianças. (...) A melhor forma de conduzir a criança à atividade, à auto-expressão e à socialização seria por meio dos jogos. Tal teoria froebeliana realmente determinou os jogos como fatores decisivos na educação das crianças. ALMEIDA (2003, p. 23)

Segundo Almeida (2003) a verdadeira educação é aquela que cria na criança o melhor comportamento para satisfazer suas múltiplas necessidades orgânicas e intelectuais, destacando: necessidade de saber, de explorar, de observar, de trabalhar, de jogar, de viver.

Assim, conforme Almeida (2003), a educação não tem outro caminho senão organizar seus conhecimentos, partindo das necessidades e interesse da criança.

A criança à qual se propõe um trabalho em continuidade com o jogo é naturalmente levada a mobilizar todas as suas energias. Não é, pois, nada absurdo pensar que o jogo possa ser uma etapa indispensável para a aquisição do trabalho. CLARAPÊDE (1973) apud ALMEIDA (2003, p. 24)

Para Jean Piaget (1973) apud Almeida (2003) os jogos não são apenas uma forma de desafogo ou entretenimento para gastar a energia das crianças, mas meios que enriquecem o desenvolvimento intelectual.

7.1 TRANSDISCIPLINARIDADE

Conforme Almeida (2003, p. 72) os conhecimentos a serem desenvolvidos na escola lúdica infantil estão interligados, em nível transdisciplinar, quanto aos seguintes aspectos.

- a. Linguagem
- b. Pensamento lógico e curiosidade
- c. Psicomotricidade
- d. Valores éticos

Seguindo o escopo do trabalho será detalhado somente o item b.

7.1.1 Pensamento Lógico e Curiosidade

Aduz Almeida (2003) as atividades da linguagem integram todos os componentes curriculares, assim, o desenvolvimento do pensamento lógico (lógica intuitiva e concreta) e a curiosidade são ações mentais que devem integrar todas às áreas. Pensar, descobrir, recriar, refletir, analisar, comparar, localizar, separar, juntar, diferenciar, definir, ordenar, observar, situar, somar, resolver são algumas ações do pensamento que auxiliam no processo de aprendizagem da leitura e escrita, no cálculo matemático e na formulação de conceitos relativos a ciências e estudos sociais.

As habilidades desenvolvem-se porque, ao jogar, os alunos têm a oportunidade de resolver problemas, investigar e descobrir a melhor jogada; refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos do jogo e os conceitos matemáticos, Podemos dizer que o jogo possibilita uma situação de prazer e aprendizagem significativa nas aulas de matemática. Além disso, o trabalho com jogos é um dos recursos que favorece o desenvolvimento da linguagem, diferentes processos de raciocínio e de interação entre os alunos, uma vez que durante um jogo cada jogador tem a possibilidade de acompanhar o trabalho de todos os outros, defender pontos de vista e aprender a ser crítico e confiante em si mesmo. SMOLE, DINIZ e CÂNDIDO (2008, p 11)

Alerta Almeida (2003, p. 81) que é preciso ter um ambiente proveitoso para a utilização do lúdico no aprendizado das crianças, e somado a isto, é preciso ter professores, educadores preparados para essa nova concepção de escola.

O autor menciona algumas qualidades que o professor precisa adquirir:

- Ser líder a fim de poder viver bem com os estudantes e conduzir o processo de construção do conhecimento, incentivando o gosto e a paixão pela busca do conhecimento
- Estar atento a qualquer fato ou situação possa provocar discussão, argumentação, descobrindo sempre novas possibilidades de crescimento e enriquecimento no processo de aprendizagem.
- “O professor não se opõe ao desejo do aluno (Makarenko), mas possibilitam o desejo e a vontade de buscar, sem perder o sentido da alegria do real que forma a base da própria fonte do prazer.” ALMEIDA (2003, p. 81).

Conforme Nascimento e lurk (2010, p. 14) durante suas experiências notaram que a atividade lúdica propicia a obtenção de valores éticos, já que os jogos

contribuem para a formação de atitudes sociais, tais como, o respeito mútuo, a solidariedade, a cooperação, a obediências às regras, o senso da responsabilidade, o espírito em equipe e a iniciativa pessoal e grupal.

Conclui Nascimento e Lurk (2010) por mais simples que possa parecer, os jogos trazem bons resultados pedagógicos. “Não há diferença entre educação e diversão” McLuhan (1971) apud Almeida (2003, p. 283). Educar não é um ato inconsciente – ver o que é um ato consciente e planejado.

É preciso que os pais adaptem suas vidas ao mundo tecnológico, informatizado, sem perder o caráter lúdico da vida (prazer, brincar e educar), para que a criança possa expandir suas forças normal e naturalmente e crescer segura e confiante.

É preciso que as escolas redefinam seus objetivos, metas e ações para interagir no processo de reconstrução de um novo cidadão. A criança, o adolescente, o jovem, ao caminhar para a escola, quer encontrar um amigo, um guia, um desafiador, um líder, alguém muito consciente que se preocupe com ela e a faça pensar, tomar consciência de si e da realidade e esforçar-se na busca dos conhecimentos. Alguém que seja capaz de dar-lhe as mãos e ser parceiro na construção de uma nova história e de uma sociedade melhor. ALMEIDA (2003, p. 283)

7.2 TIPOS DE JOGOS

Brito (2005) alerta que os jogos a serem trabalhados em sala de aula devem apresentar conceitos matemáticos que estão sendo trabalhados em sala de aula, pois o intuito é fixar conceitos, explorar o desenvolvimento do raciocínio, obtendo, assim, uma forte contribuição para o ensino-aprendizagem da matemática.

7.2.1 Jogo de Dominó das operações com números naturais.

Objetivo do jogo é levar o aluno a obter domínio no cálculo mental usando as quatro operações fundamentais com números naturais: adição, subtração, divisão e multiplicação

Para Brito (2005, p. 144) “Durante as partidas de dominós matemáticos, os sujeitos envolvidos estarão propícios à ajuda mútua, os estudantes com dificuldades de aprendizagem serão mais motivados e mais estimulados a participar.”

Conforme o exemplo de Brito (2005) o autor também sugere o jogo de dominó dos algarismos romanos e de contagem.

Segundo Brito (2005) o ato de jogar, os estudantes com dificuldades de aprendizagem serão mais motivados e estimulados a participar na brincadeira e assim interagindo com toda a turma.

7.2.2 Jogo um passinho à frente

O objetivo deste jogo, é “desenvolver o raciocínio, memorização e os valores éticos” Almeida (2003, p.130), nas turmas das séries iniciais do ensino fundamental.

Conforme Almeida (2003, p. 130) a meta do jogo é resolver exercícios (de natureza matemática ou outra qualquer), relacionar fatos, identificar nomes;

Para esta atividade Almeida (2003, p. 130) orienta a formação dos alunos em fileiras.

Funcionamento: os alunos, em fileiras, devem ter o caderno e a caneta sobre a carteira. O professor dá um exercício matemático, por exemplo, envolvendo algumas das quatro operações básicas e pede para que os alunos respondam, à tinta, sem borrões, no caderno. Após o tempo previsto para a resposta, os alunos devem mostrar uns aos outros, mas não podem alterá-la.

Aqueles que acertam passam à frente dos que erram.

E assim se segue até completar o número determinado de exercícios.

Regras:

- a. O aluno deverá responder por escrito, à caneta.
- b. O participante que acerta deve passar a frente daquele que erra.

Avaliação: ao final do jogo, o professor poderá registrar o desempenho dos alunos e verificar se o conteúdo foi interiorizado.

Precauções: programar o assunto com antecedência, preparar previamente as questões; após o tempo previsto para a resposta, pedir aos participantes que vejam as respostas uns dos outros, a fim de evitar alterações depois que o professor disser a resposta verdadeira.

Discussão: conversar com os alunos sobre o porquê e os efeitos do jogo, bem como sobre a participação e o desempenho de todos, inclusive do professor. Trabalhar a consciência das regras e problematizar os conteúdos.

Aduz Almeida (2003) que o referido jogo possibilita que os alunos assimilam do conteúdo proposto, motivando a competição sadia, respeitando os valores éticos (regras do jogo), avançando conforme vai acertando ou se mantendo no lugar quando não obtêm êxito.

7.2.3 Jogo Matemático de Agilidade e Concentração

Conforme Berkenbrock (2003) sugere-se o jogo a ser descrito para se trabalhar com número e seus múltiplos, e para o exemplo proposto é sugerido para séries iniciais do ensino fundamental.

Os alunos sentam-se dispostos em círculo, podendo estar sentados em cadeiras ou agachados no chão, a fim de facilitar a sequência do jogo.

A brincadeira consiste em ir falando números em ordem crescente, combinando logo no início do jogo que nos múltiplos de um determinado número ou onde ocorrer este algarismo no número, ao invés do participando falar o referido número ele dirá “plá”

Por exemplo, se foi combinado que seria o número 3 (três) e seus múltiplos, a primeira criança diz “um”, a segunda diz “dois” e a terceira diz “plá”, a quarta diz “quatro”, a quinta diz “cinco” e a sexta criança diz “plá”. Lembrando que no número 13, 23..., a criança terá que falar “plá” invés dos referidos números, assim como no 30, 39, devem ser ditos “plá”.

As crianças que errarem a sequência dos números ou não falar plá na ocasião certa ou falar na ocasião errada, sai do jogo e jogo termina quando a sobrar somente um vencedor.

A referida atividade explora sobremaneira a concentração e possibilita a fixação da contagem de números e dos múltiplos dos números, estimulando a interação social.

8 MODELAGEM MATEMÁTICA

Segundo Teixeira e Costa (2010) a Modelagem Matemática consiste num processo pelo qual situações do dia-a-dia são adaptadas para a situação de aprendizagem escolar. Em outras palavras trata-se de um método que oferece uma maneira de colocar a aplicabilidade da matemática em situações do cotidiano.

Para Bassanesi (2009) Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção de modelos matemáticos.

É a forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. BASSANESI (2009, p. 24)

Desta maneira evidencia-se que esse método propicia uma perfeita ligação da matemática escolar com a matemática da vida cotidiana, processo este que acaba dando um sentido ao conteúdo estudado, facilitando sua aprendizagem e tornando-o mais significativo ao alcance do entendimento dos alunos.

Pelo exposto os autores comparam a modelagem matemática a uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam como suporte para outras aplicações e teorias.

Segundo Biembengut e Hein (2005) neste novo milênio aponta-se novos desafios, e educação vem recebendo os mais difíceis, sendo um deles de antever e propor à sociedade um “novo” cidadão, que comandará a economia, a produção, o lazer e outras atividades que ainda surgirão nas próximas décadas.

Desafios como esse têm tornado crescente o movimento em prol a educação matemática, em especial, nas últimas décadas. Têm gerado reestruturação no currículo e nos métodos de ensino que forneçam elementos que desenvolvam potencialidades, propiciando ao aluno a capacidade de pensar crítica e independente... BIEMBENGUT E HEIN (2005. p. 9)

Conforme os autores a matemática é alicerce de quase todas as áreas do conhecimento e dotada de uma arquitetura que permite desenvolver os níveis cognitivo e criativo e, sua utilização é defendida nos mais diversos graus de escolaridade, como meio para fazer emergir essa habilidade de criar, resolver

problemas, modelar. Porque “o divorcio entre o pensamento e a experiência direta priva o primeiro de qualquer conteúdo real e transforma-o numa concha vazia de símbolos sem significados.” ADLER (1970) apud BIEMBENGUT E HEIN (2005, p. 10).

A afirmação acima constitui uma significativa defesa do processo de Modelagem Matemática no ensino e aprendizagem de Matemática, já que a escola, segundo os autores, é um ambiente indicado para criação e evolução de modelos.

Alerta Bassanezi (2009, p. 24) que “a modelagem é eficiente a partir do momento que se conscientize que está se trabalhando com aproximações da realidade, elaborando representações de um sistema ou parte dele.”

Conforme explicam Biembengut e Hein (2005), a criação de modelos para interpretar os fenômenos naturais e sociais é inerente ao ser humano. O modelo é uma imagem que se forma na mente onde o raciocínio busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções.

A noção de modelo está presente em quase todas as áreas: arte, moda, arquitetura, economia, matemática.

Segundo Biembengut e Hein (2005) o ser humano sempre recorreu aos modelos, tanto para comunicar-se com seus semelhantes como para preparar uma ação. Nesse sentido as autoras conceituam modelagem: “arte de modelar, é um processo que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento” BIEMBENGUT e HEIN (2005, p. 11).

Aduz Biembengut e Hein (2005) que muitas situações do mundo real podem apresentar problemas que requeiram soluções e decisões, contendo fatos matemáticos relativamente simples, envolvendo uma matemática elementar como: o tempo necessário para percorrer uma distância, o juro cobrado por uma instituição financeira, a área de um terreno de forma retangular.

Outros problemas, conforme Biembengut e Hein (2005, p. 12), “ camuflados” em uma determinada área do conhecimento, necessitam de uma análise mais apurada das variáveis envolvidas, como: a melhor forma de reduzir o retrabalho de uma fábrica, a quantidade permitida e o período apropriado para a caça de um animal predador sem que isso interfira no ecossistema.

Seja qual for o caso, a resolução de um problema, em geral quando quantificado, requer uma formulação matemática detalhada. Nessa perspectiva, um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real, denomina-se “modelo matemático” BIEMBENGUT E HEIN (2005, p. 12)

Para Biembengut e Hein (2005) a modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo, e o modelador precisa além de conhecimento de matemática, ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

A elaboração de um modelo depende do conhecimento matemático que se tem. Tanto maior o conhecimento matemático, maiores serão as possibilidades de resolver questões que exijam uma matemática mais sofisticada.

A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias. BIEMBENGUT E HEIN (2005, p. 13)

Conforme Biembengut e Hein (2005) genericamente, pode-se dizer que matemática e realidade são dois conjuntos separados e a modelagem é um meio de fazê-los interagir.

Essa interação, que segundo os autores, que permite representar uma situação “real” com “ferramental” matemático (modelo matemático), envolve uma série de procedimentos, podendo ser agrupados em três etapas com suas respectivas subdivisões:

- a) Interação
 - Reconhecimento da situação-problema;
 - Familiarização com o assunto a ser modelado → referencial teórico.
- b) Matematização
 - Formulação do problema → hipótese;
 - Resolução do problema em termos do modelo
- c) Modelo matemático
 - Interpretação da solução;

- Validação do modelo → avaliação

8.1 DETALHAMENTO DAS ETAPAS SEGUNDO BIEMBENGUT E HEIN (2005)

a) Interação

Uma vez delineada a situação que se pretende estudar, deve ser feito um estudo sobre o assunto de modo indireto (por meio de livros e revistas especializadas, entre outros) ou direto, *in loco* (por meio da experiência em campo, de dados experimentais obtidos com especialistas da área).

Segundo os autores, embora esta etapa esteja subdividida em duas – *reconhecimento* da situação problema e *familiarização* – não obedece a uma ordem rígida tampouco se finda ao passar para a etapa seguinte.

b) Matematização

Nesta etapa, a mais complexa e desafiante, em geral subdivide-se em formulação do problema e resolução. É aqui que se dá a “a tradução” da situação problema para a linguagem matemática. Intuição, criatividade e experiência acumulada são elementos indispensáveis neste processo.

1. Formulação do problema → hipóteses

Nesta etapa é especialmente importante:

- Classificar as informações (relevantes e não relevantes), identificando fatos envolvidos;
- Decidir quais os fatores a serem perseguidos, levantando hipóteses;
- Selecionar variáveis relevantes e constantes envolvidas;
- Descrever essas relações em termos matemáticos.

O objetivo principal deste momento do processo de modelar, segundo Biembengut e Hein (2005, p. 14), é chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, ou gráficos, ou representações, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução.

2 Resolução do problema em termos de modelo

Conforme Biembengut e Hein (2005) uma vez formulada a situação-problema, passa-se à resolução ou análise com o “ferramental” matemático de que se dispõe. Isto requer aguçado conhecimento sobre as entidades matemáticas usadas na formulação.

c) Modelo matemático

Para concluir o modelo, torna-se necessária uma avaliação para verificar em que nível ele se aproxima da situação-problema representada e, a partir daí, verificar também o grau de confiabilidade na sua utilização, fazendo:

1. a interpretação do modelo, analisando as implicações da solução derivada daquele que está sendo investigado; e
2. a verificação de sua adequabilidade, retornando à situação-problema investigada e avaliando quão significativa e relevante é a solução – validação.

Se o modelo não atender às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa – matematização – mudando-se ou ajustando hipóteses, variáveis etc.

Segundo Biembengut e Hein (2005, p. 15) “é importante, ao concluir o modelo, a elaboração de um relatório que registre todas as facetas do desenvolvimento, a fim de propiciar seu uso de forma adequada.”

A modelagem matemática é usada em toda ciência e tem contribuindo sobremaneira para a evolução do conhecimento humano seja nos fenômenos microscópicos, em tecnobiologia, seja nos macroscópicos, com a pretensão de conquistar o universo, mas segundo Biembengut e Hein (2005, p. 17) não é um processo próprio dos cientistas, por exemplo:

Uma modista é solicitada para fazer uma roupa a uma cliente com estatura mediana, idade superior aos quarenta anos e peso um pouco acima dos padrões. A cliente espera que a roupa a deixe mais magra, mais alta, mais jovem, elegante e bonita. Nesse caso, a modista precisará pensar no tipo e na cor do tecido e no modelo de tal forma “criando a ilusão” em sua cliente e nos outros dessa imagem desejada. A modista, além de conhecimento geométrico e medidas, tecido e adereços, precisará ter uma boa dose de criatividade, intuição para fazer ressaltar os atrativos de sua cliente. No dia-a-dia, em muitas atividades é “evocado” o processo de modelagem. Basta para isso ter um problema que exija criatividade, intuição e instrumental matemático. Nesse sentido, a modelagem matemática não

pode deixar de ser considerada no contexto escolar. BIEMBENGUT e HEIN (2005, p. 17)

8.2 MODELAGEM MATEMÁTICA COMO MÉTODO DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Segundo Biembengut e Hein (2005) há um consenso no que diz respeito ao ensino de matemática precisar voltar-se para a promoção do conhecimento matemático e da habilidade em utilizá-lo, ou seja, ir além das simples resoluções de questões matemáticas, muitas vezes sem significado para o aluno, e levá-lo a adquirir uma melhor compreensão tanto na teoria matemática quanto da natureza do problema a ser modelado.

Para os referidos autores a modelagem matemática no ensino pode ser um mecanismo para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar, matematicamente.

Nesta perspectiva é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico.

Alertam Biembengut e Hein (2005, p. 18) que em cursos regulares que cumprem uma estrutura espacial e organizacional (currículo) nos moldes tradicionais (como é a maioria das instituições de ensino), o processo de modelagem precisa sofrer algumas alterações, levando em consideração principalmente a escolaridade dos alunos, o tempo disponível que terão para trabalho extraclasse, o programa a ser cumprido e o conhecimento que o professor tem sobre modelagem.

Biembengut e Hein (2005) informam que o método que utiliza a essência da modelagem em cursos regulares, com programa, denomina-se modelação matemática.

Segundo Bassanezi (2009) uma série de pontos podem ser levantados para destacar a importância da modelagem matemática quando utilizada para pesquisa:

- Pode estimular novas idéias e técnicas experimentais;
- Pode dar informações em diferentes aspectos dos inicialmente previstos;

- Pode ser um método para se fazer interpolações, extrapolações e previsões;
- Pode sugerir prioridades de aplicações de recursos e pesquisas e eventuais tomadas de decisão;
- Pode preencher lacunas onde existe falta de dados experimentais;
- Pode servir como recurso para melhor entendimento da realidade;
- Pode servir de linguagem universal para compreensão e entrosamento entre pesquisados em diversas áreas do conhecimento. BASSANEZI (2009. p. 32 e 33)

8.3 MODELAÇÃO MATEMÁTICA

Segundo Biembengut e Hein (2005), a modelação matemática orienta-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem e pode valer como método de ensino-aprendizagem em qualquer nível escolar, das séries iniciais a um curso de pós-graduação e, conforme as autoras, não havendo restrições.

8.4 AS CINCO ETAPAS PARA A MODELAGEM MATEMÁTICA SEGUNDO PROFESSOR DIONIZIO BURAK

Burak (2011) elenca cinco etapas para se trabalhar Modelagem Matemática em sala aula sendo elas:

- 1ª Etapa: escolha do Tema;
- 2ª Etapa: pesquisa exploratória;
- 3ª Etapa: Levantamento dos Problemas;
- 4ª Etapa: Resolução do (s) problema (s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema;
- 5ª Etapa: análise crítica da (s) solução (es).

A primeira etapa deve ser feita juntamente com os alunos. O professor pode levar várias sugestões para a sala de aula, mas os alunos precisam participar da escolha do tema. Mesmo porque o interesse pelo tema deve ser dos alunos. Quanto mais interessante para os alunos, maior é a motivação dos mesmos. O tema, quanto mais abrangente, mais pode ser investigado, já que o tema não precisa ter ligação

direta com a Matemática. O professor nesse processo é um mediador e deve ser respeitada a escolha dos alunos.

Na segunda etapa os alunos e o professor vão em busca de informações sobre o tema. Faz-se a coleta de dados sobre o tema. Essa coleta de dados poderá ser feita sobre qualquer assunto, ou seja, se o tema é “Meio Ambiente”, a coleta de dados poderá ser sobre a água, sobre a coleta seletiva do lixo na escola ou no município, sobre reflorestamento entre outros.

Na terceira etapa, o aluno, de posse desses dados, deve ser incentivado a questionar esses dados de modo que possa relacionar esses dados com a Matemática, ou seja, o que a Matemática pode ajudar para melhorar ou esclarecer para conscientizar e solucionar algum problema relacionado com o tema. É a etapa do processo em que criamos problemas que possam ser resolvidos com a Matemática. O grau de dificuldades dos problemas deve ser compatíveis com o nível escolar dos alunos porque são os próprios alunos que, na etapa seguinte, vão resolver esses problemas. Nesse processo o professor é um mediador do processo e que participa com suas sugestões. Neste processo o professor não é o detentor do conhecimento, aquele que sabe tudo e só repassa enquanto o aluno só absorve, capta conhecimentos do professor. Neste processo o professor é a ponte de ligação entre o conhecimento dos alunos e o conteúdo que será trabalhado.

Na quarta etapa o aluno é convidado a resolver os problemas. Se antes surgiram problemas, agora é a hora de criar estratégias para resolver os problemas. Na resolução desses problemas precisamos analisar formas de resolução. É preciso fazer com que os alunos descubram uma forma de resolução. Esse processo é chamado de processo de modelação. A descoberta de uma forma de resolver um problema é o “modelo matemático” para aquela situação. Esse processo é muito importante. O aluno descobre a própria fórmula para aquela situação. O aluno dificilmente esquece o seu método de descoberta e inclusive valoriza porque é uma fórmula criada por ele mesmo. Neste processo de modelagem fazemos o processo inverso do usual, ou seja, primeiro se dá a fórmula e depois mostra-se como usar a fórmula. Na modelagem, primeiro criamos a fórmula para depois usá-la. Neste processo de Modelagem, o professor (mediador) pode participar para conduzir a um modelo matemático, principalmente nas séries menores, mas jamais dar pronto

qualquer fórmula. O mediador pode até dar dicas que possibilitem a descoberta pelos alunos.

Na quinta etapa o aluno terá que fazer uma análise crítica com relação ao encontrado para ver a viabilidade e a adequação das soluções encontradas. Muitas vezes as resoluções matemáticas são coerentes, mas inviáveis para a sua aplicação. É um momento de reflexão dos resultados e a análise da possível aplicação das novas descobertas. É uma nova etapa justamente porque é preciso uma análise crítica sobre os resultados para ver a viabilidade dos mesmos de modo que possam trazer melhorias nas decisões e ações que possam ser tomadas com relação a preocupação referente ao tema estudado. Nem sempre a descoberta da matemática é viável, mas mesmo assim, para o ensino e aprendizagem da matemática, os conteúdos foram trabalhados, independentemente da contribuição que deram ou não para o tema em estudo. Muitas vezes temos a impressão de que um estudo só é válido quando conseguimos resolver um problema. Neste caso, já tem valido apenas se conseguirmos mostrar ao aluno a forma de pesquisar a elaboração dos problemas e a resolução dos problemas. A análise crítica é importante para dar um valor maior ao estudo de modo que possa contribuir para o bem da sociedade.

A modelagem e a modelação matemática no ensino vêm constituindo uma importante área de pesquisa em diversos países.

A modelagem matemática, originalmente, como metodologia de ensino aprendizagem parte de uma situação/tema e sobre ela desenvolve questões, que tentarão ser respondidas mediante o uso de ferramental matemático e da pesquisa sobre o tema (...). Há o inconveniente de não sabermos, inicialmente, por onde o modelo passará, ou seja, nem sempre o ferramental matemático requerido está ao alcance do educando e mesmo do professor. Existem também as dificuldades do currículo estabelecido legalmente e a possibilidade do acompanhamento simultâneo, por parte do professor, dos temas escolhidos *a priori* pelos alunos. BIEMBENGUT e HEIN (2005, p. 28)

Diante disso, Biembengut e Hein (2005, p. 28), orientam que devem ser feitas algumas adaptações que tornem possível a utilização da modelagem matemática com metodologia de ensino-aprendizagem, sem perder a linha mestra que é o favorecimento à pesquisa e posterior criação de modelos pelos alunos e sem, é claro, desrespeitar as regras educacionais vigentes.

Na modelação o professor pode optar por escolher determinados modelos, fazendo sua recriação em sala de aula de acordo com o nível da questão, obedecendo ao currículo inicialmente proposto. Segundo Biembengut e Hein (2005) cabe ao bom senso do professor por decidir o período do uso de cada modelo e o seu respectivo aprimoramento e adaptação.

A condição necessária para o professor implementar modelagem no ensino – modelação – é ter audácia, grande desejo de modificar sua prática e disposição de conhecer e aprender, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas significativas. Um embasamento na literatura disponível sobre modelagem matemática, alguns modelos clássicos e sobre pesquisas e/ou experiências no ensino são essenciais. BIEMBENGUT E HEIN (2005, p. 29)

Biembengut e Hein (2005, p. 30) expõem algumas orientações para aqueles que querem fazer um trabalho utilizando modelação, mas não se sentem devidamente seguros:

- Conhecer alguns modelos clássicos por meio da literatura a respeito da história da ciência ou da ciência contemporânea, adaptando-os para a sala de aula; ou
- Apresentar cada um dos conteúdos do programa a partir de modelos matemáticos de outras áreas do conhecimento (Física, Química, Economia, dentre outras); ou
- Aplicar trabalhos ou projetos realizados por outros colegas, por tempo curto, com uma única turma e de preferência aquela cujo conteúdo se tem melhor domínio; e
- Para os alunos, propor que busquem exemplos ou tentem criar seus próprios modelos, sempre a partir da realidade.

9 CONTRIBUIÇÃO

Pode-se observar na bibliografia que, mesmo trabalhando o ensino tradicional no ensino-aprendizagem da Matemática, há maneiras de facilitar aos alunos, das séries iniciais do ensino fundamental, essa aprendizagem.

Pretende-se mostrar a diferença entre problemas complexos e ideais para os alunos das séries iniciais do ensino fundamental. Objetiva-se mostrar também que a atividade lúdica e a modelagem matemática são importantes, mesmo que não seja uma prática constante em sala de aula.

9.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Quando se trabalha com resolução de problemas, que é comum no ensino tradicional, tem como facilitar a aprendizagem. A forma de elaborar o problema e apresentar o problema e o conteúdo do problema são fundamentais para uma aprendizagem prazerosa e com qualidade.

Os exemplos que seguem estão relacionados a conteúdo para turmas do 4º ano do ensino fundamental, onde trabalhará com adição, subtração, multiplicação, e divisão, com números inteiros e número decimais.

- Ordem em que as informações são dadas

“Um problema se torna mais difícil quando as informações não são usadas na mesma ordem em que aparecem.” DANTE (2005, p. 50)

Exemplo de problema difícil para o aluno:

- Um vendedor de brinquedos quer lucrar R\$ 2,00 na venda de cada carrinho de ferro e R\$ 1,00 na venda de cada carrinho de plástico. Ele comprou 12 carrinhos de ferro por R\$ 120,00 e 6 carrinhos de plástico por R\$ 30,00. Por quanto será preciso vender cada carrinho de ferro e cada carrinho de plástico?

Neste pequeno exemplo, segundo Dante (2005) as informações de lucro de R\$ 2,00 em cada carrinho de ferro e de R\$ 1,00 em cada carrinho de plástico aparecem em primeiro lugar, mas só serão usadas depois que soubermos quanto custou ao vendedor cada um dos carrinhos. “O problema ficaria mais fácil se essas informações viessem no final do texto.” DANTE (2005, p. 51)

O mesmo problema acima, porém elaborado de forma mais fácil para o aluno:

- Um vendedor de brinquedos comprou 12 carrinhos de ferro por R\$ 120,00 e 6 carrinhos de plástico por R\$ 30,00. Por quanto será preciso vender cada carrinho de ferro e cada carrinho de plástico se quer lucrar R\$ 2,00 na venda de cada carrinho de ferro e R\$ 1,00 na venda de cada carrinho de plástico?

Neste problema o aluno recebe as informações da mercadoria e, só depois de todas as informações necessárias, vem a pergunta. Os primeiros cálculos se referem às primeiras informações contidas no problema e os últimos cálculos se referem às últimas informações. Isto facilita muito a compreensão e resolução do problema.

- Problemas sobre situações desconhecidas

Muitos problemas não têm uma complexidade tão grande, mas são problemas sobre situações desconhecidas dos alunos. Para facilitar a compreensão do problema é fundamental que os problemas estejam relacionados com assuntos do dia-a-dia dos alunos.

- Exemplo de um problema de assunto conhecido para alunos da zona urbana, classe média:

- João e Carlinhos estão colecionando o mesmo tipo de figurinhas. João possui 20 e Carlinhos 35 figurinhas. Se João conseguir mais 30 e Carlinhos mais 20 figurinhas, responda:
 - a) Qual dos dois terá mais figurinhas?
 - b) Quantas figurinhas terá Carlinhos?
 - c) Quantas figurinhas terá João?
 - d) Quantas figurinhas terão os dois juntos?

Sabe-se que o sistema capitalista induz o aluno a esse tipo coleção. Na compra de doces, salgadinhos e outros encontramos várias coleções de figurinhas. Portanto, o assunto abordado, faz parte da realidade das crianças, vivenciam está pratica no seu dia-a-dia e por isto a compreensão do problema se torna mais fácil e agradável.

Pode-se perceber que o problema acima se refere a operações simples de adição e subtração. Poderíamos ter criado a mesma situação problema da seguinte forma:

- João e Carlinhos estão colhendo sua safra de feijão. João já colheu 20 sacas e Carlinhos já colheu 35 sacas de feijão. Até o final da colheita João acha que vai colher mais 30 sacas de feijão e Carlinhos acha que vai colher mais 20 sacas de feijão. Se as previsões de João e Carlinhos se confirmarem, responda:
 - a) Qual dos dois colherá mais feijão?
 - b) Quantas sacas de feijão terá colhido Carlinhos?
 - c) Quantas sacas de feijão terá colhido João?
 - d) Quantas sacas de feijão terão colhido juntos?

Percebe-se que os números e os questionamentos são os mesmos, porém a dificuldade para o aluno aumentou por duas razões básicas: Primeiro porque o assunto não está relacionado com sua realidade, embora que na sua alimentação diária possa ter feijão. Mas, como o aluno é da zona urbana, é bem provável que nunca viu um pé de feijão e nunca viu uma colheita de feijão, portanto é desmotivador.

Segundo, porque não tem noção do tamanho de uma saca de feijão, de quantos quilogramas de feijão corresponde uma saca de feijão e, portanto, não tem noção se a colheita de feijão de João e Carlinhos é grande ou pequena. É bem possível que, se perguntar aos alunos se a colheita é suficiente para alimentar uma família durante um ano, eles fiquem na dúvida. Muito diferente da coleção de figurinhas onde os alunos têm noção exata se a coleção é grande ou pequena.

-Tamanho e complexidade dos números

Quando o professor quer trabalhar com números decimais não é bom que o professor trabalhe com números muito grandes a ponto de os números chamarem atenção dos alunos. Sempre é preciso que o conteúdo que se pretende trabalhar é que deve chamar a atenção dos alunos. É preciso que o aluno compreenda e interprete o problema e não pode ter problema em compreender o número.

“Problemas com “números muito grandes” fazem com que toda a atenção e preocupação da criança se voltem para esses números e para os algoritmos. Quanto maior o número e mais complexo o algoritmo, mais difícil é o problema. Problemas com “números pequenos” fazem com que o aluno focalize mais o problema em si e os processos de pensamento necessários para resolvê-los, e não simplesmente os cálculos.” DANTE (2005, p. 50)

Alunos da quarta série (quinto ano) do ensino fundamental estudam números decimais. A seguir, dois exemplos de problemas que tem como objetivo trabalhar números decimais.

- Exemplo 1: O dono de uma loja de brinquedos comprou 1.450 carrinhos a R\$ 24,85 cada e 2.560 bonecas a R\$ 14,85. Quanto gastou no total.
- Exemplo 2: Uma pessoa comprou 25 carrinhos por R\$ 24,85 cada, e cinco bonecas a R\$ 14,85 cada boneca. Quanto gastou no total.

Pode-se observar que nos dois problemas é trabalhado o mesmo conteúdo propondo o mesmo cálculo, ou seja, nos dois problemas a criança precisa trabalhar com números decimais, com multiplicação de número decimal por um número com mais de um algarismo numérico e que impõe ao aluno as mesmas complexidades. No entanto, a criança terá muito mais dificuldade em resolver o problema “Exemplo 1” porque os números são muito grandes e, mesmo que o aluno resolva o problema, não terá certeza se a solução está correta. Já no problema “Exemplo 2”, depois de resolver o problema o aluno tem possibilidade de conferir se o resultado é possível ou se é absurdo.

O aluno pode se motivar a verificar seu resultado: Se um carrinho custa R\$ 24,85; 10 carrinhos custam R\$ 248,50; 20 carrinhos custam o dobro, ou seja, custam R\$ 497,00 e 30 carrinhos custariam R\$ 745,50. Então 25 carrinhos devem custar entre R\$ 497,00 e R\$ 745,50. Cálculo de verificação simples ao qual o aluno pode

se motivar a fazer. No entanto, mesmo que o aluno resolva o problema “Exemplo 1” é muito provável que o mesmo não encontre nenhuma motivação para fazer qualquer verificação do resultado encontrado, ou até, é bem possível que a verificação seja outro cálculo difícil, quem sabe, pior do que o cálculo do próprio problema.

-Tamanho e estrutura das frases

Em geral, as crianças se perdem na leitura de frases longas e complexas. Então, é interessante separar as frases em duas ou mais, tornando-as mais curtas e mais simples.

- Exemplo 1: Determine quantos jornais por semana vende uma banca, sabendo que ela vende 150 jornais por dia e no domingo vende 100 jornais a mais do que nos outros dias.
- Exemplo 2: Uma banca vende 150 jornais por dia. No domingo, ela vende 100 jornais a mais do que nos outros dias. Quantos jornais são vendidos numa semana?

Observando os dois exemplos, no segundo exemplo a criança terá a oportunidade de montar os cálculos a cada frase, facilitando seu raciocínio e interpretação do problema e da resposta a ser encontrada.

9.2 JOGOS

Outro método abordado no estudo são os jogos pedagógicos que possibilitam a motivação a aprendizagem da matemática através de brincadeiras em grupo em sala de aula, rompendo o ensino tradicional: professor e lousa.

Os jogos servem como ponto de partida para fixar um conceito que deve ser aplicado ao aluno. Alguns jogos facilitam o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos e a fixação de conteúdos. A seguir temos alguns exemplos de jogos e a importância destes jogos para alunos das primeiras séries do ensino fundamental.

A) Jogo de dominó

O jogo de dominó, cujas instruções nas peças do jogo são operações matemáticas, é um jogo muito importante que deve ser usado com os alunos depois que o professor tenha trabalhado os conceitos das quatro operações matemáticas básicas. Este jogo serve principalmente para o desenvolvimento da memória e para fixar a tabuada sem a famosa decoreba e sim, pela necessidade que o jogo exige. Existem vários jogos de dominós diferentes para trabalhar as diferentes operações matemáticas. Para brincar com este jogo educativo são necessárias algumas regras básicas que podem ser combinadas entre os jogadores, conforme Brito (2005, p. 141):

1. Os participantes do jogo deverão estar distribuídos em grupos de duas ou quatro pessoas;
2. As 28 peças devem ser distribuídas entre todos os jogadores de modo que cada participante tenha o mesmo número de peças;
3. Os participantes devem combinar entre si quem inicia o jogo, podendo ser aquele jogador que tenha uma determinada peça do jogo.
4. O próximo a jogar será o participante imediatamente à direita daquele que inicia a partida; caso este não tenha a peça necessária, “passará a vez” ao próximo e, assim, sucessivamente;
5. Será vencedor aquele que primeiro conseguir encaixar, no dominó exposto à mesa, todas as suas peças;
6. Caso não haja opções de jogada para nenhum dos participante (fechamento da partida), o vencedor será aquele que tiver a menor quantidade de peças nas mãos; persistindo o empate, o vencedor será o que tiver a peça de menor valor desconhecido.

Exemplo de peças com seus respectivos valores:

Figura 1: Jogo de dominó da multiplicação

2x2	49	2x3	4	2x4	6	2x5	8
2x7	10	2x8	14	2x10	16	3x1	20
3x4	3	3x5	12	3x6	15	3x7	18

3x9	21	3x10	27	4x6	30	4x7	24
4x8	28	4x9	32	5x1	36	5x5	5
5x7	25	5x8	35	5x9	40	6x7	45
6x8	42	6x9	48	6x10	54	7x7	60

Fonte: Adaptação de Brito (2005, p. 141 e 142)

Este jogo é indicado para aluno do 4º e 5º anos do ensino fundamental, cujo objetivo é fixar a tabuada através de uma atividade recreativa muito atraente, além, é claro, desenvolver a memória porque o jogo exige do aluno que ele fique atento para não perder sua vez de jogar.

A vantagem nesta atividade é que o aluno vai fixando a tabuada de forma prazerosa e também como incentivo para memorizá-la. Durante o jogo os alunos (jogadores) estarão propícios a ajuda mútua no processo educativo facilitando sua interação social.

Este jogo, segundo Brito (2005, p. 144), pode ser utilizado também com algarismo romanos, e outras operações. Além dos conteúdos propostos, possibilitarão o desenvolvimento do raciocínio, trazendo assim uma forte contribuição para o processo de ensino-aprendizagem da matemática.

B) Jogo do Banco¹

Esta atividade destinada aos alunos do quarto e quinto ano do ensino fundamental, com objetivo de:

¹ Jogo do Banco. Disponível em http://www.klickeducacao.com.br/2006/pl_aula/pl_aula_ficha/0,6994,POR-1750-1762-1967-,00.html, acesso em 13 fev. 2011.

- Reconhecer as notas do nosso sistema monetário (R\$1,00; R\$2,00; R\$5,00; R\$10,00; R\$20,00; R\$50,00 e R\$100,00).
 - Decompor (trocar) os valores maiores por valores menores.
 - Operar com adição e subtração por meio do cálculo mental.
 - Combinar notas a fim de resultar no mesmo valor de uma nota maior.
- JOGO DO BANCO (2011, p. 1)

Neste jogo possibilita ensinar os conteúdos do sistema de numeração decimal, comparação, decomposição, adição e subtração de números naturais. É uma atividade prazerosa onde os alunos apreendem brincando e terão a oportunidade de aprender os conteúdos matemáticos com a manipulação de dinheiro fictício, algo bem próximo da realidade que elas observam diariamente em seu ambiente familiar, quando visualizam seus pais, irmãos, manipulando dinheiro.

Para essa atividade são utilizadas notas de dinheiro de brinquedo, copiadas e recortadas pelos alunos, ou que podem ser desenhadas por eles em uma atividade de Artes ou ainda podem ser adquiridas nas lojas de brinquedos.

Seguindo as instruções de cartas, os alunos, em grupo, terão que trocar o dinheiro uns com os outros, combinando as notas para receber e fazer pagamentos.

Ao término da atividade o professor deverá fazer questionamentos do tipo:

- Quando a carta ordenava pagar R\$ 4,00 ao banqueiro, quais foram as combinações com as cédulas que você pôde fazer para pagá-lo?
- Se você tivesse que receber R\$2,00 do banqueiro e ele só tivesse notas de R\$10,00, o que você proporia a ele?
- Quais são todas as possibilidades de combinarmos as cédulas para formar R\$ 5,00?. JOGO DO BANCO (2011, p. 1)

Os jogos matemáticos, se trabalhados com seriedade, podem sanar muitas lacunas na compreensão da matemática, ligando o aluno ao mundo que o cerca, dando-lhe a oportunidade de se tornar uma pessoa crítica e ciente da relação entre a matemática, seu dia-a-dia e a sociedade.

9.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Foi utilizado um exemplo fictício que serve com sugestão para uma atividade a ser trabalhada em sala de aula como o tem: Coleta seletiva do lixo.

Tema: Coleta seletiva do lixo da minha escola

Universo: Comunidade Escolar

Amostra: Alunos da quarta série (ano) do ensino fundamental.

Metodologia:

Como sugestão a atividade inicial desta proposta é possibilitar que os alunos da 4ª série (ano), durante um mês, colem o lixo da escola, separando por natureza, sendo papel, plástico, vidro e Alumínio, anotando em planilhas as quantidades coletadas utilizando a medida Kg (quilo) e suas frações.

Durante a atividade os alunos serão incentivados a pesquisarem junto aos órgãos competentes se há empresas na cidade de Foz do Iguaçu, que fazem reciclagem dos materiais coletados, ou de alguns deles, para assim dar destino a estes materiais.

Ao final deste período de coleta serão analisados os dados obtidos passando aos levantamentos das situações problemas e as possíveis soluções ao destino do lixo, descrevendo os benefícios e possíveis dificuldades encontradas.

Nesta proposta pretende-se trabalhar com operações matemáticas envolvendo:

- Porcentagem.
- Regra de Três.
- Sistemas de Medidas;
- As operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão;
- Unidades Monetárias.

Problema: Como dar destino ao lixo doméstico, propondo uma solução ao crescimento do lixo urbano, melhorando a qualidade de vida da comunidade.

Atividades propostas com ênfase na área da Matemática

1. Primeira etapa: Discussão do tema com os alunos;
2. Segunda etapa: Separação da turma em grupos os quais cada um ficará responsável pela coleta de um tipo de lixo;
3. Terceira etapa: elaboração de planilhas que auxiliarão na coleta de dados;

4. Quarta etapa: organização dos dados em tabelas e exposição dos resultados a comunidade escolar e aos órgãos interessados.
5. Questionário Matemático que pode ser sugerido.
 - a. Qual o peso total do lixo coletado na escola?;
 - b. Qual a maior fração de lixo coletado?
 - c. Quantos quilos de lixo é coletado diariamente e semanalmente?
 - d. Qual o tempo médio para decomposição desses materiais coletados (orgânico, papel, Alumínio, plástico e vidro)?;
 - e. Quanto que o município gasta por mês para custear a coleta do lixo?;
 - f. Quanto que a recicladora paga por cada quilo dos materiais coletados?;
 - g. Quanto que a escola pode adquirir com a venda de todo o material coletado?

Possibilita demonstrar os benefícios da disciplina da matemática utilizando-a com temas reais do cotidiano, transpondo as paredes da sala de aula e ainda dando a oportunidade de assimilar conhecimentos fora do contexto matemáticos, como meio ambiente, biologia, etc., promovendo assim a interdisciplinaridade das disciplinas.

Para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática é sugerido pelos autores que sejam seguidas certas etapas durante o processo. Nesta atividade estará se baseando nas 5 etapas descritas por Burak (2001).

As Cinco Etapas do processo de modelagem matemática descritas por de BURAK (2001) são:

- 1ª Etapa: escolha do Tema;
- 2ª Etapa: pesquisa exploratória;
- 3ª Etapa: Levantamento dos Problemas;
- 4ª Etapa: Resolução do (s) problema (s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema;
- 5ª Etapa: análise crítica da (s) solução (es).

A primeira etapa:

O professor sugere aos alunos temas que poderão ser trabalhados, motivando a temas ligados ao cotidiano de todos, entre os temas sugeridos, temas ligados ao meio ambiente e, entre estes, a Coleta Seletiva do Lixo.

Pode-se sugerir a coleta seletiva do lixo da escola, a separação adequada do lixo por natureza e a realização de estudos para quantificar a coleta. Num segundo momento podemos propor o destino mais benéfico do que o simples despejo em aterros sanitários, proporcionando uma menor poluição.

Com a escolha do tema, e no exemplo proposto, será utilizado a Coleta Seletiva de Lixo na escola.

Na segunda etapa, os alunos, com a orientação do professor, irão em busca de informações sobre o tema. Faz-se a coleta de dados.

A coleta de dados pode ser organizada em planilhas para facilitar a organização dos dados, conforme exemplo sugerido nas tabelas 1, 2 e 3, sendo que na Tabela 1 será anotados o total semanal lixo arrecadados de cada lixeira ou o total semanal. Na Tabela 2, será anotado o total mensal de cada lixeira ou o total mensal do lixo arrecadado da escola. Na tabela 3 serão anotados os resultados financeiros. Porém, para preencher as planilhas, os alunos terão que fazer cálculos.

Cada aluno ficará livre para desenvolver a sua forma de encontrar os valores necessários para o preenchimento das tabelas. Cada aluno então estará desenvolvendo um pequeno modelo matemático criado por ele mesmo. Depois o professor deverá, juntamente com os alunos, discutir a forma encontrada pelos alunos, ou seja, fazer uma análise dos resultados e do processo de modelagem.

Esta é uma atividade que, além de trabalhar na tentativa de resolver um problema social, está trabalhando Matemática de forma prazerosa e criativa porque o aluno tem a oportunidade de criar sua forma de calcular que, mais tarde é questionada para verificar se a forma encontrada é eficiente e prática.

Tabela 01: Planilha Semanal de cada lixeira ou do total arrecadado na escola

Materiais Natureza	Quantidade (kg)					Total da Semana
	Segunda feira	Terça- feira	Quarta- feira	Quinta- feira	Sexta Feira	
Alumínio						
Papel						
Plástico						
Vidro						

Tabela 02: Planilha Mensal de cada lixeira ou do total arrecadado na escola

Natureza	1 ^a	2 ^a	3 ^a Semana	4 ^a	Total do Mês
	Semana	Semana		Semana	
Alumínio					
Papel					
Plástico					
Vidro					

Com esta simples atividade pretende-se demonstrar aos alunos da 4^a série (ano) do ensino fundamental a importância da matemática para as resoluções dos problemas e a conscientização da coleta seletiva do lixo, que vem em proveito de toda a sociedade pela preservação do meio ambiente, sendo possível até lucrar com este procedimento.

Na terceira etapa, o aluno, de posse desses dados, é incentivado a questionar esses dados de modo que possa relacionar esses dados com a Matemática, ou seja, o que a Matemática pode ajudar para melhorar ou esclarecer para conscientizar e solucionar algum problema relacionado com o tema.

Questionário Matemático:

- 1) Qual o peso total do lixo coletado na escola?;
- 2) Qual a maior fração de lixo coletado?
- 3) Quantos quilos de lixo são coletados diariamente e semanalmente?
- 4) Qual o tempo médio para decomposição desses materiais coletados (orgânico, papel, Alumínio, plástico e vidro)? E qual o benefício para o meio ambiente?
- 5) Quanto do lixo coletado é destinado à reciclagem?

- 6) Daquilo que não é reciclado pode ser dado outro destino sem ser o aterro sanitário?
- 7) Quanto a escola pode arrecadar com a venda do lixo recolhido e separado corretamente?

Na quarta etapa os alunos serão convidados a resolverem os problemas. Na resolução desses problemas precisa-se analisar formas de resolução. É preciso incentivar e motivar os alunos para que descubram uma forma de resolução. Esse processo é chamado de processo de modelação. A descoberta de uma forma de resolver um problema é o “modelo matemático” para aquela situação. Esse processo é muito importante. O aluno descobre a própria fórmula para aquela situação.

Por exemplo:

- Para o primeiro problema: “Qual o peso total do lixo coletado na escola?”, os alunos terão a oportunidade de utilizar as operações básicas, podendo inclusive traçar algumas estratégias para a coleta de dados, por exemplo, numa escola com quatro lixeiras, fazer a quantificação por cada lixeira.

Primeiro é preciso somar o peso total coletado em todas as lixeiras, no caso de haverem quatro lixeiras, é preciso somar o total coletado, separando antes o lixo por natureza:

Cálculo do Alumínio:

Todos os alunos são convidados a encontrarem uma forma de obterem a solução para a quantidade total de alumínio. Espera-se que os alunos encontrem o seguinte modelo de cálculo:

$$(x)\text{kg}-(\text{lixeira1}) + (y)\text{kg}-(\text{lixeira2}) + (z)\text{kg}-(\text{lixeira3}) + (w)\text{kg}-(\text{lixeira4}) = \text{total de lixo de natureza metálica coletado naquele dia (tIm)}. \quad (1)$$

Onde x, y, z e w são variáveis que representam a quantidade de lixo encontrado em cada lixeira em kg.

Após executa-se o mesmo processo com o lixo de papel (tlp) vidro (tlv) plástico (tlpl).

Depois os alunos serão convidados para encontrar o total geral de lixo coletado no dia. Espera-se um modelo semelhante a:

$$t_{lp} + t_{lv} + t_{lm} + t_{lp} = T_{ld} \text{ (Total do Lixo coletado diariamente) (2)}$$

Certamente nem todos os alunos encontrarão o mesmo modelo matemático. Por isso, no final da atividade é necessária a certificação do processo de cálculo. Sempre é importante que o aluno seja orientado quanto à praticidade e a universalidade do processo para que este seja útil em outros cálculos semelhantes. Este processo chama-se análise crítica do modelo matemático.

Com os dados contidos nas tabelas podemos ainda trabalhar com proporções e regra de três. Podemos comparar a quantidade de alumínio coletado em relação ao total geral de lixo reciclável. O professor pode informar que normalmente toma-se o total geral e divide-se em 100 partes iguais. Depois se verifica quantas dessas partes são representadas por um dos elementos contidos no total. Os alunos podem ser motivados para achar um meio de calcular essas partes do total de lixo para cada tipo de lixo. Nesse momento os alunos estão modelando e cada aluno encontrará um modelo matemático. Depois é preciso fazer uma verificação das formas encontradas para verificar se o modelo encontrado é eficiente ou não. Esse processo representa a verificação do modelo matemático.

Supondo que o total de lixo recolhido em uma semana é de 200 kg e que a quantidade de alumínio fosse de 40 kg, então, se dividirmos 200 kg em 100 partes iguais, temos que cada parte corresponde a 2 kg. Isso significa que cada dois kg de lixo corresponde a 1% do total de lixo. Como a parte de alumínio é de 40 kg, significa dizer que apenas o alumínio corresponde a vinte dessas partes, ou seja, 20% do total de lixo. Portanto a parte de alumínio corresponde a 20% do total de lixo recolhido. O professor pode motivar os alunos para encontrar uma forma prática de encontrar a porcentagem das demais porcentagens referentes aos demais tipos de lixo recolhidos.

- Para a resolução do 3º problema: “Quantos quilos de lixo são coletados diariamente e semanalmente?”, tem-se a fórmula do 1º problema bastando somar os totais diários obtendo-se o total semanal e após o total mensal:

$$\begin{aligned} &\text{Cálculo: } T_{ld1} \text{ (coleta da segunda-feira) } + T_{ld2} \text{ (Coleta da terça-feira) } + T_{ld3} \\ &\text{(Coleta da quarta-feira) } + T_{ld4} \text{ (Coleta da quinta-feira) } + T_{ld5} \text{ (Coleta da sexta-feira)} \\ &= T_{ls} \text{ (Total da coleta da semana). (3)} \end{aligned}$$

Assim inúmeros questionamentos podem ser feitos a respeito da coleta de dados dependendo do número de conteúdos e da necessidade de fixação dos conteúdos que queremos trabalhar.

Pode-se ainda trabalhar com planilhas para organizar os dados e estes ainda podem ser representados em simples gráficos de colunas, por exemplo. Os dados da tabela 03 podem representar informações importantes para os alunos e para a própria comunidade escolar.

Tabela 03: Planilha dos Resultados financeiros

Natureza	Total coletado (kg)	Total enviado para reciclagem (kg)	Total recebido do Reciclador (R\$)	Percentual da coleta vendida
Alumínio				
Papel				
Plástico				
Vidro				

Pode-se incentivar os alunos sempre a quantificar o total do lixo coletado por natureza dos materiais, para facilitar a solução do próximo problema.

- Para a resolução do 4º problema: “Qual o tempo médio para decomposição desses materiais coletados (orgânico, papel, Alumínio, plástico e vidro)? e qual o benefício para o meio ambiente?”

Nesta resolução os alunos terão acesso a Tabela fornecida pela Universidade Federal do Paraná (2011) onde contém o tempo médio de decomposição dos materiais coletados neste estudo.

Tabela 04: Tempo médio de decomposição dos materiais e quantidade de matéria prima para uma tonelada do material industrializado

MATERIAL RECICLADO	PRESERVAÇÃO	DECOMPOSIÇÃO
1000 kg de papel	o corte de 20 árvores	1 a 3 meses
1000 kg de plástico	extração de milhares de litros de petróleo	200 a 450 anos
1000 kg de alumínio	extração de 5000 kg de minério	100 a 500 anos
1000 kg de vidro	extração de 1300 kg de areia	4000 anos

. Fonte: Universidade Federal do Paraná (2011) – Setor de Reciclagem - Cartas²

De posse da tabela acima, os alunos, utilizando-se dos valores disponíveis no 3ª Problema, poderão verificar o quanto o meio ambiente é prejudicado com a fabricação dos materiais coletados, e tendo a oportunidade de constar o quanto tempo demora para estes materiais se deteriorarem quando lançados ao meio ambiente.

Por exemplo, se for considerado o material alumínio coletado num único dia, que no caso, os 5 Kg (cinco quilos) propostos, tem-se, comparando com a tabela, a seguinte questão para responder: - Se para fazer mil quilos de alumínio precisa-se de um total de cinco mil quilos de minério, quanto quilos de minério serão preservados se forem reciclados cinco quilos de alumínio? Aqui mais uma oportunidade de se utilizar a regra de três.

Calculo:

$$\begin{array}{l} 1.000 \text{ kg de alumínio} \text{ ----- } 5.000 \text{ kg de minério} \Rightarrow \\ 5 \text{ kg de alumínio} \text{ ----- } x \text{ kg de minério} \end{array}$$

$$\frac{1000 \text{ kg de alumínio}}{5 \text{ kg de alumínio}} = \frac{5000 \text{ kg de minério}}{x \text{ kg de minério}}$$

(Lê-se: 1000 kg de alumínio estão para 5 kg de alumínio assim como 5000 kg de minério está para x kg de minério).

² Universidade Federal do Paraná. **Qual o tempo de decomposição dos materiais?** Disponível em: <<http://www.setorreciclagem.com.br/modules.php?name=News&file=print&sid=346>> Acesso em: 15 fev. 2011.

Calculando, tem-se:

$$1000 \cdot x = 5000 \cdot 5$$

$$x = \frac{25000}{1000}$$

$x = 25$ kg de minério foram economizados.

Assim ao se reciclar 5 kg de alumínio está sendo preservado 25 kg de minério, os quais levariam de 100 a 500 anos para se deteriorarem no tempo, beneficiando o meio ambiente, pois estará sendo preservado as jazidas de alumínio e o lance do material no solo como lixo.

- Para resolução do 5º problema: “Quanto do lixo coletado é destinado à reciclagem?”

Os alunos antes terão que coletar informações juntos aos órgãos responsáveis na cidade de Foz do Iguaçu, Paraná, para verificar quais os matérias que são destinados a reciclagem, como garrafas pet, latinhas de refrigerantes, tipos de papeis.

De posse das informações, os alunos quantificarão o quanto de material coletado foi destinado a reciclagem e o quanto restou sem destino.

Esta atividade possibilitará não só a prática dos cálculos matemáticos, mas também dar conhecimento aos alunos aquilo que pode ser reciclado, informação esta que o aluno pode levar para sua residência e sua comunidade.

- Para a resolução do 6º problema: “Daquilo que não é reciclado pode ser dado outro destino sem ser o aterro sanitário?”, novamente estará sendo dada outra oportunidade aos alunos pesquisarem e se interarem de assuntos fora da disciplina de matemática, mas que tem relação com a prática de Modelagem Matemática proposta.

Como é de conhecimento, nem todo o lixo é reciclável, havendo aí diversas implicações como fator de rentabilidade ou até mesmo a impossibilidade da reciclagem ou ainda por não ter processo de absorção da matéria prima, mas que muitos materiais como plástico, vidro, alumínio e outros metais, e papel podem ser utilizados na sua forma acabada para o artesanato ou, como é o caso do papel, ser picado para ser utilizado como objeto de decoração em Festas Juninas, Carnavais, etc.

Assim, neste problema, a solução é buscar informações de como utilizar estes materiais na sua forma acabada, dando destino diverso que não seja o do aterro sanitário.

Neste problema poderá o aluno se deparar numa situação que não tem outra se não o de levar o lixo coletado até o aterro sanitário. Assim fará os cálculos necessários para constatar o quanto do total coletado foi reciclado ou absorvido em outras atividades e quanto foi levado ao aterro sanitário.

A atividade enriquecerá o conhecimento dos alunos, pois será fonte de disseminação de uma idéia gratificante que é a reciclagem de lixo com o intuito de preservar o meio ambiente e ainda promover um possível incremento no orçamento familiar, caso este estudo encontre comércio para este lixo coletado e não absorvido na reciclagem.

Na quinta etapa o aluno terá que fazer uma análise crítica com relação ao encontrado para ver a viabilidade e a adequação das soluções encontradas. Muitas vezes as resoluções matemáticas são coerentes, mas inviáveis para a sua aplicação. É um momento de reflexão dos resultados e a análise da possível aplicação das novas descobertas.

Os alunos testam a viabilidade de dar continuidade ao processo de coleta seletiva de lixo, seja para a reciclagem, seja para outro destino diverso do aterro sanitário.

Os alunos poderão fazer indagações de como então facilitar o aterro dos materiais que terão que ser levados ao aterro sanitário, a fim de contribuir para uma melhor e mais rápida decomposição, sempre tendo em mente algo que beneficie o meio ambiente, ou pelo menos que tenha menor impacto ambiental.

Ao final, os alunos serão convidados a analisar criticamente o estudo, podendo levantar algumas considerações.

- O conteúdo da matemática aplicada ao estudo foi útil, facilitou a aprendizagem;
- A coleta seletiva é viável no ambiente escolar;
- A coleta seletiva estudada pode ser praticada nas residências da comunidade em geral;

- Há possibilidade de lucro com tal coleta seria viável se implantada a nível doméstico.
- Até onde o poder público auxilia na prática da coleta seletiva do lixo.

Estas indagações incutirão nos alunos o senso crítico de suas práticas doméstica e escolar, influenciando a comunidade como um todo, na busca da melhoria do meio-ambiente.

Este tipo de atividade propicia ao aluno ampliar a percepção em relação aos conceitos e aplicações matemáticas e demais áreas do ensino, bem como a compreensão do mundo instigando o espírito investigativo e criativo na busca de soluções aos problemas relacionados com sua realidade.

Assim os alunos poderão mesmo no presente como no futuro próximo, ser a mola impulsionadora para que seus pais, amigos, parentes se beneficiem da matemática no seu dia-a-dia.

10 CONCLUSÃO

Inúmeras são as dificuldades encontradas pelos professores para promoverem um bom aprendizado aos alunos do ensino fundamental, mas estes detentores dos conhecimentos científicos podem utilizar de sua criatividade e de um esforço extra para ofertarem um ensino de qualidade e que garanta a formação de alunos que amanhã formarão uma sociedade melhor.

Neste estudo constatou-se que conta muito o interesse do professor em utilizar dos recursos disponíveis no método ensino-aprendizagem de matemática da atualidade.

A própria resolução de problemas, que é de longe um dos métodos mais utilizados do ensino desta disciplina e que pode ser muito bem trabalhada em sala de aula com alguns ajustes na forma como é apresentado este método aos alunos.

A forma de apresentar o problema pode facilitar a compreensão e posterior resolução. Tão importante como o conteúdo a ser ministrado em sala de aula, está a forma como é escrito um problema. Pequenos ajustes podem facilitar o entendimento dos alunos. É preciso que o professor encontre o nível de entendimento de cada turma e aumentar o grau de dificuldades nos problemas à medida que a turma vai dando condições para isso.

Acredita-se que o método com utilização de jogos seja uma ferramenta imprescindível para motivar ao estudo e cativar a atenção dos alunos, pois a brincadeira permite que a aprendizagem saia do rigor do formalismo “professor e lousa”, permitindo o aluno adquirir conhecimento com o uso do lúdico, pois à competição entremeio as risadas e diversão auxilia a memorização dos conceitos matemáticos que estão interligados com o jogo, estimulando assim o raciocínio das crianças.

Evidenciou-se que o jogo possibilita ao aluno aprender conteúdos que de forma abstrata dificulta sua compreensão e fixação, permitindo que a criança desenvolva o raciocínio matemático de forma simples, desenvolvendo o espírito inovador, desafiando os alunos ao cumprimento de regras e de decisões, propiciando aprendizagem.

A aprendizagem por meio dos caminhos lúdicos é simples e certamente eficaz. É uma ferramenta importante para o professor agregar aos meios que já possui e que permitam seus alunos aprenderem, sanando suas dificuldades.

A modelagem matemática é apontada como uma ferramenta inovadora no processo de ensino aprendizagem, pois estimula o senso de investigação e pesquisa das crianças quando elas são requisitadas para resolver um problema que faz parte de sua realidade. Sem fugir do programa proposto, elas terão a oportunidade de por em prática diversos conceitos matemáticos no desenvolvimento de uma atividade de modelagem. A modelagem utiliza situações e problemas com impactos sociais para atrair a atenção dos alunos para trabalhar vários conteúdos de matemática estimulando os alunos, entre outras coisas, a aprender a buscar informações, organizar informações e fazer análise de informações para depois tentar resolvê-las. É um conjunto de aprenderes num único tema.

A exemplo do que foi apresentado neste estudo, certamente cada aluno já sabe dos problemas que o lixo produzido pelo homem é um problema social porque já ouviram falar muito desse assunto mas certamente nada que justificasse as afirmações. Por meio da modelagem existe a busca de informações que servirão de base para os estudos e que servem para mostrar a dimensão do problema e que, com a modelagem, o aluno tira sua própria conclusão. Depois de manipular as informações, a consciência e a preocupação são naturais.

Não seria justo dizer que a matemática é a disciplina mais importante, mas é certo que ela é fundamental, pois se relaciona com diversos outros ramos do conhecimento e uma boa formação de seus conceitos permite a criança colher grandes frutos durante seu amadurecimento, pois sua aplicação será utilizada durante toda sua vida.

Existem muitas boas ferramentas para um ensino e aprendizagem de qualidade. Os alunos, ao ingressarem na escola, já trazem uma boa bagagem de conhecimentos e o mundo que os rodeia está repleto de motivações muito atraentes para atraírem sua atenção. Por isso o professor precisa fazer uso de novos e variados métodos, como os abordados neste estudo para ofertar um ensino atraente e de qualidade que garanta a assimilação dos conceitos matemáticos por parte dos alunos.

Variar de método e da técnica de ensino será sempre necessário para motivar a criança a aprender, a compreender e por em prática tudo que a matemática dispõe, transformando cada aluno em um disseminador da boa prática matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Paulo Nunes. **Educação Lúdica Técnicas e Jogos Pedagógicos**. 11. ed. São Paulo SP: Loyola, 2003.

AMBROSIO, Ubiratan D'. **Educação Matemática da Teoria à prática**. 19. ed. Campinas SP: Papirus, 1996.

ÁVILA, Geraldo. **Várias Faces da Matemática Tópicos para Licenciatura e Leitura Geral**. São Paulo SP: Editora Blucher, 2007.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2009.

BERKENBROCK, Volney J. **Jogos e Diversões em Grupos**. 4. ed. Petrópolis RJ: Vozes, 2003.

BIEMBERGUT, Maria Salett e HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo SP: Contexto, 2005.

BRITO, Marcia Regina F. de. **Psicologia da Educação Matemática – Teoria e Pesquisa**. Florianópolis SC: Insular, 2005.

BURAK, Dionizio. **Modelagem Matemática e a Sala de Aula**. Disponível em: <<http://www.dionisioburak.com.br/l%20EPMEM.pdf>> Acesso em: 13 fev. 2011.

CARVALHO, Dione Lucchesi. **Metodologia do Ensino da Matemática**. 2. ed. São Paulo SP: Cortez, 1992.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12. ed. São Paulo SP: Ática, 2005.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática – 5º ano**. Coleção Aprendendo Sempre. São Paulo: Ática, 2010.

Dominó Tabuada da Multiplicação. Disponível em: <<http://espacoeducar-liza.blogspot.com/2009/03/domino-tabuada-da-multiplicacao.html>> Acesso em: 20 fev. 2011.

HUETE, Juan Carlos Sanches e BRAVO, Jose A. Fernandez. **Ensino da Matemática – Fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas.** Porto Alegre RS: Artmed, 2006.

JOGO DO BANCO. Disponível em: <http://www.klickeducacao.com.br/pl_aula/pl_aula_ficha/0,6994,POR-1750-1762-1967,00.html> Acesso em: 13 fev. 2011.

LOPES, Alice Kazue Takahashi, et al. **Matemática – Ensino Médio.** Secretaria de Estado da Educação. Curitiba PR: Ícone Audiovisual, 2006.

LUNA, Ana Virginia de Almeida. **MODELAGEM MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO DE CASO NO 1º CICLO.** Disponível em: <<http://www.uefs.br/nupemm/ciaem2007.pdf>> Acesso em: 30 jan. 2011.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Língua Materna: Análise de uma impregnação mútua.** 4. ed. São Paulo SP: Cortez, 1998.

NASCIMENTO, Adriana Vieira do, IURK, Dione Marise. **a importância dos jogos na educação infantil para a formação de conceitos de crianças de 5 a 6 anos.** Disponível em: <http://web03.unicentro.br/especializacao/Revista_Pos/P%C3%A1ginas/3%20Edi%C3%A7%C3%A3o/Humanas/PDF/4-Ed3_CH-JogosEducac.pdf> Acesso em: 19 jan. 2011.

PEREIRA, Antonio Luiz, **Seminário de Resolução de Problemas.** Disponível em: <http://www.ime.usp.br/~trodrigo/documentos/mat450/mat450-2001242-seminario-8-resolucao_problemas.pdf> Acesso em: 15 fev. 2011.

RACHA CUCA, **Não Quebre a Cabeça, Rache a Cuca**. Disponível em:
<<http://rachacuca.com.br/jogos/palitos/>> Acesso em: 19 jan. 2011.

SMOLE, Katia, DINIZ, Maria Ines, CÂNDIDO, Patrícia. **Cardernos do Mathema – Jogos de Matemática de 1 a 5 anos**. São Paulo: Artmed, 2008.

TEIXEIRA, Edival Sebatião e COSTA, Daniana de. **PEDAGOGIA DA ALTERNÂNCIA**, Livro 2 da disciplina de Matemática no Processo de Ensino-Aprendizagem do Curso de Especialização de Ensino de Ciências da UTFPR. Medianeira PR: 2010.

Universidade Federal do Paraná. **Qual o tempo de decomposição dos materiais?**
Disponível em:
<<http://www.setorreciclagem.com.br/modules.php?name=News&file=print&sid=346>>
Acesso em: 15 fev. 2011.

ZASLAVSKY, Claudia. **Diversão multicultural para idades de 8 a 12 anos. Jogos e Atividades Matemáticas do Mundo Inteiro**. Porto Alegre RS: Artmed, 2000.