UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ISABELLA SHIRAIWA CRUZ

SITUAÇÕES DE ENSINO DE GEOMETRIA UTILIZANDO MATERIAIS MANIPULÁVEIS PARA O 3° ANO DO ENSINO MÉDIO

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA
2019

ISABELLA SHIRAIWA CRUZ

SITUAÇÕES DE ENSINO DE GEOMETRIA UTILIZANDO MATERIAIS MANIPULÁVEIS PARA O 3° ANO DO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso, do Curso de Licenciatura em Matemática, Departamento de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientadora: Prof.ª. Drª. Luciana Schreiner de Oliveira

CURITIBA

2019

TERMO DE APROVAÇÃO

Ministério da Educação
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
Câmpus Curitiba
Diretoria de Graduação e Educação Profissional
Departamento Acadêmico de Matemática
Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática

TERMO DE APROVAÇÃO

"SITUAÇÕES DE ENSINO DE GEOMETRIA UTILIZANDO MATERIAIS MANIPULÁVEIS PARA O 3° ANO DO ENSINO MÉDIO"

por

"Isabella Shiraiwa Cruz"

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 16:30 do dia 04 de dezembro de 2019 na sala LEMAT como requisito parcial à obtenção do grau de Licenciado em Matemática na Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - Câmpus Curitiba. A aluna foi arguida pela Banca de Avaliação abaixo assinados. Após deliberação, de acordo com o parágrafo 1º do art. 37 do Regulamento Específico do trabalho de Conclusão de Curso para o Curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR do Câmpus Curitiba, a Banca de Avaliação considerou o trabalho aprovado.

________________________________ Profª. Drª. Luciana Schreiner Oliveira (Presidente - UTFPR/Curitiba)	________________________________ Profª. Drª. Edna Sakon Banin (Avaliador 1 - UTFPR/Curitiba)
________________________________ Profª. Drª. Maria Lucia Panossian (Avaliador 2 - UTFPR/Curitiba)	________________________________ Profª Ms. Violeta Maria Estephan (Avaliador 3 - UTFPR/Curitiba)
________________________________ Profª Drª Diane Rizzotto Rossetto (Professor Responsável pelo TCC – UTFPR/Curitiba)	________________________________ Profª Drª Neusa Nogas Tocha (Coordenador do curso de Licenciatura em Matemática – UTFPR/Curitiba)

"A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso."

RESUMO

CRUZ, Isabella Shiraiwa. **Situações de Ensino de Geometria Utilizando Materiais Manipuláveis Para o 3° Ano do Ensino**. 2019. 56 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2019.

RESUMO
O presente trabalho foi desenvolvido em uma instituição pública de ensino, do centro de Curitiba – PR, com estudantes do 3° ano do ensino médio. Com o objetivo de propor situações de ensino que auxiliassem a compreensão de conteúdos relacionados à geometria, por meio da utilização de materiais manipuláveis e explorando visualização por parte dos estudantes. Utilizou-se materiais manipuláveis, a fim de que, a partir das manipulações os estudantes compreendessem as fórmulas de área de figuras geométricas, calculassem os volumes de prismas e apresentassem uma proposta de um novo prisma com um volume determinado. Para isso foi utilizado como metodologia a pesquisa-ação, que tem como finalidade aprimorar os trabalhos desenvolvidos. Com o intuito de relacionar visualização e conteúdo matemático, realizamos adaptações de situações de ensino já existentes, apresentamos uma sequência didática que possibilita a utilização de materiais manipuláveis no último ano do ensino médio.

Palavras-chave: Situação de Ensino; Área e Volume; Material Manipulável.

ABSTRACT

CRUZ, Isabella Shiraiwa. **Geometry teaching situations using manipulated materials for 3° ano of high school**. 2019. 56 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2019.

ABSTRACT
The present work was developed in a public educational institution, downtown Curitiba - PR, with students from the 3rd year of high school. In order to propose teaching situations that would help the understanding of geometry-related contents, through the use of manipulable materials and exploring visualization by the students. Manipulable materials were used so that, from the manipulations, the students understood the area formulas of geometric figures, calculated the prism volumes and presented a proposal for a new prism with a determined volume. For this, the action research was used as methodology, which aims to improve the work developed. In order to relate visualization and mathematical content, we adapt existing teaching situations, present a didactic sequence that enables the use of manipulable materials in the last year of high school.
Keywords: Teaching situation; Area and Volume; Manipulated Material.

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1. Introdução

A iniciativa para a realização deste trabalho ocorreu durante o Estágio Supervisionado B. Em conversa com a professora supervisora e durante as vivências em sala de aula foi possível perceber que os estudantes possuíam dificuldades em alguns conteúdos matemáticos, especificamente relacionados a geometria, como por exemplo utilização das fórmulas, compreensão dos conceitos e pré-requisitos envolvidos.

No decorrer da graduação, diversas disciplinas nos fazem refletir sobre a situação do ensino atual. A partir de discussões realizadas ao longo das matérias, pudemos perceber a necessidade de propor situações de ensino que possam agregar e abarcar as diversidades presentes em sala de aula. Este trabalho foi desenvolvido com uma turma do 3° ano do ensino médio, da rede pública de ensino.

A pergunta norteadora para este trabalho foi “Como a utilização de materiais manipuláveis pode auxiliar na compreensão de conteúdos de geometria?”. Além de responder esta questão, tivemos como objetivo propor situações de ensino que auxiliassem a compreensão de conteúdos relacionados à geometria, por meio da utilização de materiais manipuláveis. A partir da análise realizada com base nos resultados obtidos, propomos uma série de alterações com a finalidade de aprimorar a prática do professor e desempenho da turma. Os conteúdo matemáticos abordados no decorrer deste trabalho são áreas de figuras planas e volumes de sólidos. Buscamos fazer com que os estudantes sejam ativos e, ao utilizar materiais manipuláveis como ferramentas didática, evidenciar possibilidades de melhorias na aprendizagem.

Por meio das situações propostas, buscamos promover um conhecimento significativo, de modo que os estudantes compreendessem as fórmulas, normalmente decoradas, que são utilizadas em sala de aula. Através da manipulação dos materiais, o estudante poderá desenvolver o conteúdo de forma empírica e posteriormente fazer a abstração. Sendo assim, a organização de ensino[1] nos auxilia no decorrer das situações, pois a sequência didática desenvolvida possibilita que os estudantes se apropriem do conhecimento e sejam capazes de realizar a abstração.

[1] Organização de ensino é a estrutura utilizada por professores durante o processo de elaboração das ações a serem realizadas em sala de aula.

Sabendo das especificidades existentes em sala de aula e a fim de atender a todos estudantes, utilizamos o conceito de Desenho Universal[2] como norteador, de maneira que os conhecimentos prévios fossem levados em consideração, possibilitando a motivação e a participação dos estudantes durante as intervenções, uma vez que as diferentes necessidades possuem maior possibilidade de serem atendidas. Por meio da metodologia Pesquisa-Ação, foi possível conhecer os estudantes e compreender as dificuldades, planejar as melhorias necessárias e posteriormente avaliar os resultados.

[2] Desenho Universal tem como objetivo desenvolver situações de ensino e recursos didáticos que se adequem aos diferentes tipos de necessidades educacionais especiais.

2. Contextualização e Fundamentação Teórica

A educação matemática é importância para a formação do estudante, seja no quesito formação acadêmica ou cidadã. Ao conversar com professores atuantes tanto na rede pública de ensino quanto privada, podemos notar que as queixas estão sempre relacionadas a falta de conhecimento prévio, ou seja, os estudantes não se apropriam do conhecimento da forma esperada. Devido a essa barreira, muitos perdem interesse pela disciplina, pois a tomam como inalcançável e apenas para aqueles que possuem “dom”.

Precisamos compreender o papel do professor como fundamental para a transformação do ensino e que vai muito além da figura detentora do conhecimento. Cabe ao professor perceber o meio em que está inserido, para que assim escolha a metodologia que mais se adeque naquela situação, proporcionando uma aprendizagem significativa. Apresentar situações que promovam a autonomia do estudante através de seus conhecimentos prévios, por meio de experiências, pesquisas, discussões, ampliação de conceitos conectando a diversas áreas, e principalmente, fazendo com que compreenda a importância da matemática não apenas como matéria escolar, mas também como uma ferramenta para resolver certos problemas do dia a dia.

> Uma educação matemática de qualidade deve, portanto, ser conduzida por uma visão da matemática como uma ciência viva, em conexão com o mundo real, aberta a relações com outras disciplinas, de modo que tal abertura não se limite apenas a disciplinas científicas. (UNESCO, 2016, p. 11)

A partir de conteúdos matemáticos é possível promover uma educação que potencialize as experiências tanto individuais quanto coletivas, compartilhando e debatendo diversos assuntos. Ao desafiar, incentivar o desenvolvimento da solidariedade com os demais e utilizar recursos tecnológicos, se possibilita a formação de um indivíduo com pensamento crítico e capaz de dialogar. Ao transformar o cidadão, transforma-se tanto a sociedade quanto a ciência.

Durante as décadas de 1960 e 1970, ocorreu o Movimento Matemática Moderna que modificou o ensino de matemática, tanto no cenário nacional quanto internacional. Nessa época, segundo Soares et at (2004), o ensino de geometria foi comprometido, uma vez que era dada ênfase no ensino de conjuntos e álgebra. Este fato foi constatado por Pinto (2005) que ao analisar provas de matemática realizadas após 1950, notou a ausência do conteúdo de geometria. A carência deste conteúdo é abordada por Oliveira & Velasco (2007), ao desenvolverem um trabalho, no qual relatam a realização de entrevistas com estudantes e profissionais da educação, em que fica evidente que os conteúdos de geometria praticamente não são abordados em sala de aula.

> Em relação a geometria e estudo das construções geométricas (com uso de ferramentas como: transferidor, compasso, régua e etc) o caso é grave pois, poucos são aqueles que ainda estão em atividade e que tiveram na sua formação acadêmica uma disciplina de desenho geométrico. (LOBO & BAYER, 2004)

A partir da década de 1980, essa abordagem passou a ser repensada e criticada. Mesmo com a evidente preocupação dos pesquisadores, poucas foram as mudanças para modificar o cenário. Em 1998, com a finalidade orientar os professores para melhor preparar os estudantes, o Ministério da Educação (MEC) criou os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). De acordo com os PCN (1998), a geometria voltaria a fazer parte do currículo.

Atualmente, as escolas, do estado do Paraná, utilizam dois documentos que estabelecem os conteúdos a serem trabalhados no decorrer educação básica. O primeiro documento é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a parte referente ao ensino médio foi homologada em dezembro de 2018, segundo descrito no site "é um documento normativo que define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica" (BRASIL, 2018). A BNCC organiza o currículo em unidades de conhecimentos, sendo elas: Números e Álgebra, Geometria e Medidas, Probabilidade e Estatística. Durante o ensino médio, o objetivo é consolidar, ampliar e aprofundar as aprendizagens desenvolvidas no ensino fundamental. Entre as habilidades a serem desenvolvidas na unidade de conhecimento de Geometria e Medidas, temos:

- (EM13MAT201) - Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa. (BRASIL, 2018, p. 534)
- (EM13MAT309) - Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições

> dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, p. 537)

O segundo documento são as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (DCE-PR) (PARANÁ, 2008) também é um documento que tem como objetivo orientar o currículo no decorrer do ensino básico. Organizada pelos seguintes conteúdos estruturantes: Números e Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometrias, Funções, Tratamento da Informação. Em Grandezas e Medidas, devem ser trabalhadas: medidas de área e volume, os estudantes devem ser capazes de perceber “que as unidades de medidas são utilizadas para a determinação de diferentes grandezas e compreenda a relações matemáticas existentes nas suas unidades” (PARANÁ, 2008, p. 81). No conteúdo estruturante Geometria, devem ser trabalhadas: geometria plana e espacial, espera-se que os estudantes ampliem e aprofundem os conhecimentos das diferentes geometrias.

A partir de estudos realizados no decorrer da graduação e, segundo a DCE-PR (PARANÁ, 2008), compreende-se que a geometria tem como objeto de estudo as dimensões, sejam elas de pontos, retas, superfícies ou volumes. Durante a educação básica é apresentada ao estudante a geometria euclidiana trabalhando-se os postulados de Euclides e explorando figuras e sólidos geométricos. Esta área da matemática permite desenvolver situações de ensino que utilizam a visão e/ou tato, possibilitando ao estudante compreender e dar significado às propriedades e conceitos, que geralmente são apresentados apenas como fórmulas prontas.

Segundo Sforni (2003), no processo de organização do ensino é importante identificar os métodos e as atividades mentais para a situação proposta. Para que o ensino seja de qualidade, se faz necessário analisar o conteúdo escolar, de modo que possibilite a aquisição de conhecimento por parte do estudante. Organizamos o ensino com a finalidade de possibilitar a apropriação de um conhecimento significativo.

Dependendo de como é trabalhada, a geometria pode desenvolver a noção espacial e possibilitar ao educando desenvolver a habilidade de observar e discernir as semelhanças, diferenças e identificar padrões existentes. Para que o ensino de geometria seja efetivo, é necessário capacitar os professores que, devido aos fatos históricos citados anteriormente, tiveram sua formação acadêmica prejudicada, para que a falta deste conteúdo não se perpetue.

A fim de alcançar a efetividade do ensino de matemática e mais precisamente de geometria, alguns autores[3] indicam a utilização de recursos como o Material Didático (MD). Qualquer objeto, desde o giz ao computador, utilizado no processo de ensino-aprendizagem é MD. Esse tipo material é tido como auxiliador, cabe ao professor por meio de fundamentação teórica optar por usá-lo ou não. Vale ressaltar que por melhor que seja o MD, ele faz o papel de auxiliar no processo e não é uma garantia de efetividade ou substituição do professor.

Dentre os diversos tipos de materiais didáticos, existe o manipulável.

> Reys (apud MATOS & SERRAZINA, 1996) define materiais manipuláveis como "objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia". Os materiais manipuláveis são caracterizados pelo envolvimento físico dos alunos numa situação de aprendizagem ativa. (PASSOS, 2009, p.78)

Quando se escolhe utilizar material manipulável, é necessário atentar para que os estudantes desenvolvam atividades mentais, fazendo com que o MD desempenhe seu papel de catalisador na construção do saber matemático. Sendo assim, a importância do papel do professor é maior, pois é preciso que este esteja atento e preparado para suprir as dúvidas e direcionar as ações dos estudantes sempre que necessário.

O uso do MD pode tomar mais tempo no início do processo, uma vez que diferentes objetos serão apresentados e será necessário destinar um momento para que seja explorado pela turma. Caso haja de fato uma compreensão por parte do estudante, o tempo utilizado é recuperado, pois pode possibilitar um desenvolvimento das tarefas com maior qualidade e menor tempo. Quando determinado conteúdo é apresentado somente de maneira expositiva, sem que se tenha nenhum tipo de interação, nem sempre é possível compreender o que está sendo proposto.

Lorenzato (2009) afirma que os mitos e preconceitos minam a utilização dos MD; e que esses materiais são recursos importantes no ensino. O uso do MD depende do conteúdo, da faixa etária, dos objetivos, tipo de aprendizagem almejada, filosofia e política escolar. Ainda segundo Lorenzato (2009), o mau uso ou o não uso pode indicar a falta de competência do docente, uma vez que cabe ao professor conhecer a turma, os materiais e possibilidades de desenvolvimento das situações de ensino que melhor se adequem. O material concreto é um elemento importante,

---

[3] Scolaro (2008); Fiorentini & Miorim (1990); Rodrigues & Gaziere (2012)

pois pode facilitar a aprendizagem em vários aspectos, visto que possibilita que o estudante manipule o material e, a partir das suas experiências, se aproprie do conhecimento. Muitas vezes, ao optar pela utilização do material concreto, o professor precisará adaptar ou até desenvolver esse material de acordo com as necessidades daquela turma, ou seja, quando se trata da utilização deste tipo de material o docente terá um papel mais trabalhoso do que de costume.

Ao desempenhar um bom trabalho por meio de materiais manipuláveis, é possível notar a evolução dos estudantes, que apresentam melhoria na capacidade de reflexão, fazendo com que compreendam os conceitos necessários ao passar do concreto (que é possível entender a partir de situações do dia a dia, utilizando diferentes recursos que podem ser percebidos por meios de estímulos sensoriais) ao abstrato (que necessita um conhecimento prévio para realizar as associações necessárias). Utilizar como base os preceitos da psicologia, que tem o tato e a visão como primordiais no início da aprendizagem, seguidos pela verbalização, o registro e depois a abstração. Desta forma, possibilita-se uma postura ativa por parte dos estudantes.

A utilização correta do material manipulável é extremamente importante, pois o ensino só será efetivo quando as devidas relações forem feitas pelo estudante.

> [...] as concretizações que serviram para elaborar noções matemáticas podem ser situações importantes para os alunos verificarem algumas propriedades ou compreenderem outras. Isso somente será possível se, desde o início, ocorrer uma verdadeira ação por parte do aluno e não uma simples reprodução do que foi dito ou feito pelo professor. (PASSOS, 2009, p.83)

Segundo Estephan (2000), a utilização de material manipulável pode possibilitar uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos. Uma vez que, a partir da visualização, gerada pela manipulação dos materiais, existe a possibilidade de se dar significados aos conteúdos abstratos. Desta forma, as manipulações se apresentam como uma alternativa para a aquisição do conhecimentos e estabelecimento das relações necessárias.

Quando optamos pela utilização do material manipulável, compreendemos que o erro é uma parte importante do processo.

> O erro e o estudo de como o cometeu fazem parte do trabalho com o material manipulável, o qual foi concebido já com esse aspecto para que o educando tenha possibilidade de pesquisar o objeto que manipula por meio do exercício que lhe foi proposto. Na perspectiva montessoriana o erro é tido como algo que endereça e estimula questionamentos empíricos e científicos por parte da criança (ALVES, 2019, p. 115)

Ao organizar o ensino e utilizar material manipulável, buscamos possibilitar que o estudante construísse o conhecimento por meio do sensorial, do empírico, seguindo para a abstração do conteúdo de forma a relacionar seus conhecimentos. Levando em consideração a necessidade de se dar a devida importância à geometria, não a considerando apenas como um instrumento facilitador de conhecimento, mas como complementar e tão importante quanto as demais áreas da matemática.

Com o objetivo de reduzir as barreiras existentes no ensino, utilizamos o conceito de Desenho Universal para Aprendizagem (DUA), que busca possibilitar o acesso de todos, independentemente se possuem ou não algum tipo necessidade educacional especial. Por meio dos princípios e estratégias, procura tornar o currículo acessível, de modo a elevar o sucesso dos estudantes e reduzir os obstáculos presentes.

Ao utilizar o DUA, o professor precisa ser capaz de compreender as limitações curriculares e as necessidades dos estudantes. O Center for Applied Special Technology (CAST)[4], desenvolveu três princípios que norteiam os docentes a como tornar suas aulas mais acessíveis. Os princípios estão relacionados a compreender os estudantes, levando em consideração as diferenças de cada um, como:

1. Os interesses que os motivam a aprender;
2. A maneira como cada um compreende e assimila novas informações;
3. A participação de cada um diante das situações.

Durante o processo de ensino e aprendizagem, é necessário “equacionar estratégias que suscitem o interesse dos alunos, que facilitem a autorregulação e, por fim, que apoiem o esforço e a persistência (CAST, 2011[5], 2014[6], apud Nunes & Madureira, 2015, p. 135)”.

Assim como toda transformação, tornar o currículo acessível não é um trabalho fácil e não ocorrerá de um dia para o outro. Além de tempo, ao optar por utilizar o DUA é necessário formação de docentes, para obter novos conhecimentos

---

[4]Organização de pesquisa e desenvolvimento educacional sem fins lucrativos que busca expandir as oportunidades de aprendizagem para todos os indivíduos através do DUA. Disponível em: <http://www.cast.org/our-work/about-udl.html#.XdGFT1dKjIU>. Acesso: 08 jun. 2019.

[5] Center for Applied Special Technology [CAST]. (2011). Universal Design for learning guidelines version 2.0. Wakefield, MA: Author.

[6] Center for Applied Special Technology [CAST]. (2014). Consultado em <http://www.cast.org/udl/index.html>. Acesso: 08 jun. 2019.

científicos. A percepção do professor precisa ser bastante aguçada para que além de compreender os princípios, desenvolva estratégias que serão utilizadas em aula de acordo com as diversidades presentes em sala.

> É importante flexibilizar não só o acesso à escola, à sala de aula e ao currículo, mas também o acesso aos recursos que os alunos necessitam para aprender. Através de abordagens flexíveis, personalizadas e adequadas às necessidades individuais[...] (Nunes & Madureira, 2015, p. 133).

Sendo assim, podemos concluir que não basta possibilitar ao estudante apenas o acesso ao ambiente escolar. Precisamos buscar formas de adequar as propostas realizadas em sala de aula, de modo que o ele (estudante) se sinta parte essencial do processo.

3. Metodologia

Para o desenvolvimento desta organização de ensino e aplicação das situações propostas será utilizada como metodologia a Pesquisa-Ação, que é considerada um processo natural diante de diversos aspectos, e por ser desenvolvida de diferentes formas de acordo com a aplicação, a pesquisa-ação é difícil de definir. Esta metodologia é considerada um tipo de investigação-ação, que segue basicamente o seguinte ciclo:

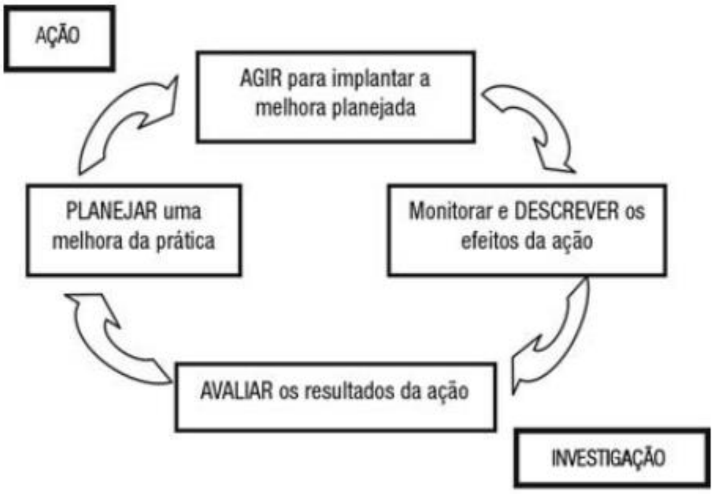


Figura 1: Representação em quatro fases do ciclo básico
Fonte: TRIP, 2005, p. 446

No campo educacional, a pesquisa-ação é utilizada para melhorar o desenvolvimento do professor, e consequentemente, o aprendizado do estudante. Não existe um passo a passo exato do processo, pois varia de acordo com os objetivos e circunstâncias da pesquisa.

> [...] pesquisa-ação é uma forma de investigação-ação que utiliza técnicas de pesquisa consagradas para informar a ação que se decide tomar para melhor a prática, e [...]as técnicas devem atender aos critérios comuns a outros tipos de pesquisa acadêmica (isto é, enfrentar a revisão pelos pares quanto a procedimentos, significância, originalidade, validade etc. (TRIPP, 2005, p. 447)

Quadro 1: Onze Características da Pesquisa-Ação

Linha	Prática rotineira	Pesquisa-ação	Pesquisa Científica
1	Habitual	Inovadora	Original / financiada
2	Repetida	Contínua	Ocasional
3	Reativa contingência	Pró-ativa estrategicamente	Metodologicamente conduzida
4	Individual	Participativa	Colaborativa / colegiada
5	Naturalista	Intervencionista	Experimental
6	Não questionada	Problematizada	Contratual (negociada)
7	Com base na	Deliberada	Discutida

	experiência		
8	Não-articulada	Documentada	Revisada pelos pares
9	Pragmática	Compreendida	Explicada / teorizada
10	Específica do contexto		Generalizada
11	Privada	Disseminada	Publicada

FONTE: TRIP, 2005, p. 447.

Assim como defendem Elliott e Mcniff (apud TRIP, 2005), é necessário ter clareza do objetivo almejado, para que a pesquisa-ação não perca o sentido. Nesta metodologia, a orientação é de extrema importância, para que haja de fato uma participação ativa, gerando compreensão de práticas rotineiras.

Na pesquisa-ação, a teoria não é o foco principal das ações propostas, apesar de ser extremamente importante na compreensão das situações, planejamentos e explicações dos resultados. Segundo Elliot (1994, apud TRIP, 2005), os recursos para a reflexão e desenvolvimento proveem de teorias acadêmicas, mas estas não devem ser vistas como “já prontas”.

Quadro 2: Representação do ciclo da pesquisa

	Ação realizada no campo da	
Sequência da ação	Prática	Investigação
Planejamento	De uma mudança na prática	Da avaliação de resultados da
Implementação	Da mudança na prática	Da produção de dados
Avaliação		Da mudança da prática e Do processo de investiga-ação

Fonte: TRIP, 2005, p. 453.

A utilização da pesquisa-ação é importante, pois traz benefícios aos participantes, como: desenvolvimento profissional e organizacional, além de produzir novos conhecimentos tendo como ponto de partida a prática.

> É importante não encarar a pesquisa-ação como uma estratégia totalmente nova para fazer algo inteiramente diferente, mas como mais um recurso para turbinar, acelerar nosso modo habitual de aprender com a experiência. (TRIP, 2005, p. 462)

Sendo assim, a pesquisa-ação pode agregar bastante quando se trata da área de educação, uma vez que possibilita a potencialização dos trabalhos já desenvolvidos. Desta forma, permite uma renovação gradual do ambiente escolar.

3. 1.Situações de Ensino

Compreendemos como situações de ensino produções que visam a aprendizagem dos estudantes. Desta forma, organizamos as situações de maneira que a sequência didática potencialize as tarefas propostas. Dispomos as situações da seguinte forma:

1. **Atividade diagnóstica (Apêndice A):** O objetivo desta etapa era compreender se a turma relacionava corretamente as três dimensões exploradas na geometria euclidiana. A partir das questões, esperava-se que eles apresentassem os significados formais de cada uma, bem como as relações entre as unidades de medidas e os objetos.
2. **Composição ou decomposição de área (Apêndice B):** Para esta situação, utilizamos como base o trabalho desenvolvido por Facco (2003). Na proposta original, as figuras eram estáticas, as composições e decomposições eram realizadas através de desenhos. A fim de proporcionar a acessibilidade dos estudantes, adaptamos a situação de forma que os grupos pudessem manipular as figuras facilmente. Cada grupo recebeu um kit com folha sulfite, régua, cola, tesoura, cinco figuras distintas entre si e cinco figuras semelhantes as anteriores, mas impressas em papel com cores distintas das originais. As seguintes instruções foram dadas:
   - “transformar” as figuras em retângulos;
   - não utilizar figuras diferentes em uma mesma decomposição;
   - não precisa utilizar as duas figuras semelhantes, pode usar apenas uma delas.

   O objetivo desta etapa era, por meio da manipulação das figuras geométricas, realizar composição ou decomposição de modo a obter um retângulo. A partir deste retângulo, exploramos a visualização e buscamos dar significado as fórmulas utilizadas no cálculo de área.
3. **Caixa de sabão em pó (Apêndice C):** A proposta desenvolvida neste momento tem como base uma situação de ensino utilizada no projeto de extensão Oficina Pedagógica de Matemática (2018), realizado na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Curitiba (UTFPR-CT). Originalmente, é apresentada a história, as medidas de cada caixa e, a partir das perguntas norteadoras, os grupos iniciam as tarefas buscando a solução para cada questionamento. Tendo em vista o conceito do DUA, realizamos algumas adaptações, buscando possibilitar a compreensão do conteúdo através da manipulação dos objetos. Dentre as alterações realizadas, temos:
   - confecção das caixas de sabão;

- utilização da régua para determinar as medidas da caixa;
- proposta de uma nova caixa com base que não fosse retangular.

Cada grupo recebeu um kit com a situação a ser trabalha, folha sulfite para as resoluções, régua, cola e 6 faces retangulares distintas, cada uma dessas faces possuía uma semelhante a ela (mesmas medidas e mesma cor), totalizando 12 faces. As seguintes instruções foram dadas: leia com atenção a história; siga as instruções na sequência; não é necessário utilizar tesoura.

Neste momento, o objetivo era constatar se de fato haviam relacionados as dimensões corretamente, caso contrário, sanar as dúvidas e estabelecer as relações corretas.

3. 2.Desenvolvimento – Parte 1

A proposta inicial era trabalhar com turmas do 3° ano da formação docente, pois, geralmente, apresentam muita dificuldade na disciplina de matemática. Durante o segundo semestre do ano de 2018, foram realizados quatro encontros com uma turma, da rede pública de ensino, em uma instituição no centro de Curitiba – PR. O primeiro encontro foi destinado para conhecer os estudantes e a dinâmica da turma, o segundo para a realização da atividade diagnóstica (Apêndice A), o terceiro para a montagem da caixa de sabão em pó e resolução das questões de 1 a 4 propostas (Anexo C), por fim, o quarto encontro foi destinado para a correção das questões respondidas.

No decorrer da semana, a turma dispunha de duas aulas de matemática, que eram realizadas às sextas-feiras. Devido aos feriados do ano de 2018, a carga horária, que já é considerada baixa, da disciplina de matemática acabou por ser ainda mais reduzida, prejudicando a continuidade do trabalho. Apesar disso, esta primeira etapa foi indispensável para aprimorar as ações a serem realizadas posteriormente.

Durante a aplicação das situações nessa primeira turma, percebeu-se algumas lacunas com relação a aprendizagem dos estudantes, principalmente na atividade diagnóstica. Alguns grupos não sabiam diferenciar e nem representar cm, cm^2 e cm^3. Após a atividade diagnóstica, fez-se a correção no quadro e, em seguida, aplicou-se parte da situação da caixa de sabão em pó. Como as situações não foram finalizadas, não descreveremos ou faremos a análise.

A partir das respostas obtidas e utilizando como base o trabalho desenvolvido por Facco (2003), pensou-se em uma situação que visa a decomposição das figuras planas. Esta nova situação ficaria entre a Atividade Diagnóstica e a Situação da Caixa de Sabão em Pó.

3. 3. Desenvolvimento – Parte 2

Devido aos empecilhos, citados anteriormente, fez-se necessário reiniciar os trabalhos em uma nova turma. Desta vez, a sequência didática foi realizada com uma turma do 3° ano do ensino médio regular, no mesmo colégio. Assim como a turma anterior, esta dispunha de duas aulas de matemática por semana, realizadas às terças-feiras. Sendo assim, a fim de não atrapalhar o desenvolvimento das aulas, buscou-se trabalhar com a turma uma vez por mês durante as duas aulas da semana.

O primeiro contato com a turma foi realizado em março de 2019, para conhecer e acompanhar as duas aulas regulares da semana. Este momento foi importante para compreender as possibilidades de abordagem. Da mesma forma com que se faz nos estágios obrigatórios, durante esse encontro os estudantes poderiam tirar dúvidas dos exercícios propostos pelo professor.

No mês de abril foi realizado o primeiro encontro para desenvolver as situações propostas. Neste encontro, realizou-se a Atividade Diagnóstica e a Decomposição das áreas. Em maio, realizou-se o segundo encontro, onde trabalhou-se com as lacunas apresentadas pelos estudantes nas situações anteriores e iniciou-se a situação Caixa de Sabão em Pó. O último encontro com a turma foi realizado em junho para finalizar a situação Caixa de Sabão em Pó.

A turma trabalhada era considerada, pelo professor regente, com um nível mais “elevado” do que as demais, pois muitos estudavam em período integral e tiveram aulas em laboratórios. A descrição apresentadas a seguir são recortes feitos das respostas dos estudantes.

4. Descrição e Análise

4.1. Atividade Diagnóstica (Apêndice A)

Neste primeiro momento tinham 29 alunos presentes. Instruídos a se dividirem em grupos (denotados de G1 à G11), os alunos fizeram os seguintes agrupamentos: individual (G5 e G8), dupla (G7, G11), trio (G2, G3, G6, G9, G10) e quarteto (G1, G4). Antes de iniciar a atividade diagnóstica, os estudantes foram questionados sobre quais eram as principais dificuldades relacionadas a geometria que eles tinham. Assim que a pergunta foi feita, vários grupos se manifestaram dizendo “tudo”, “em matemática tudo é difícil”. Em seguida, pediu-se que eles discutissem e escrevessem as dificuldades. Três grupos não responderam e os que responderam citaram diferentes dificuldades, alguns apresentaram conteúdos que não fazem parte do campo da geometria, como: frações, funções e gráficos; as respostas que condiziam com a geometria foram: ângulos, prismas, decorar fórmula, interpretar os desenhos, distinguir qual fórmula usar, realização dos cálculos e nomenclaturas utilizadas.

Os grupos podiam utilizar livros, cadernos e a internet para auxiliar na elaboração das respostas. Na primeira questão, buscamos compreender se os alunos sabiam o significado formal e a relação existente entre as unidades de medidas apresentadas. Dentre todos, cinco grupos (G1, G2, G7, G8 e G10) apresentaram a mesma resposta, utilizando “medida linear” para definir cm, enquanto definiram cm² e cm³ como área e volume, respectivamente.

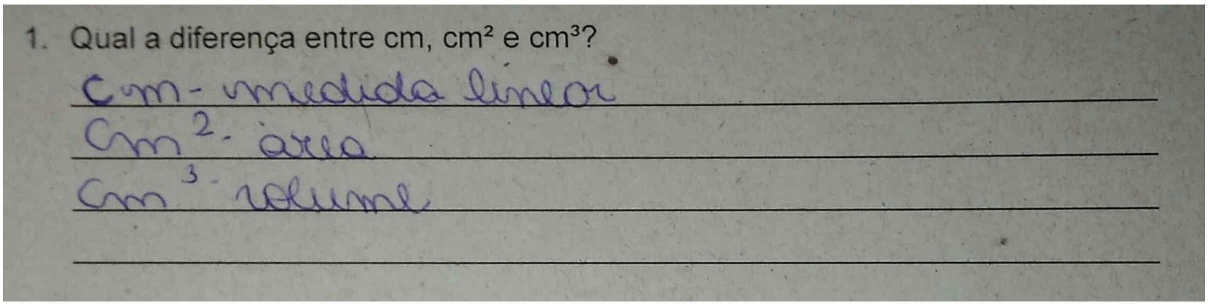
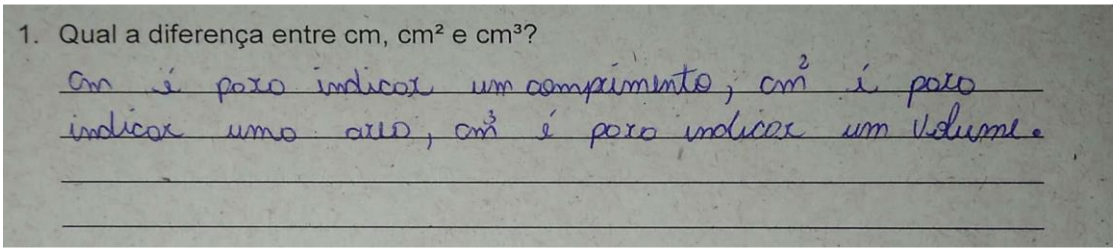


Figura 2: Resposta1 - G1
Fonte: autoria própria

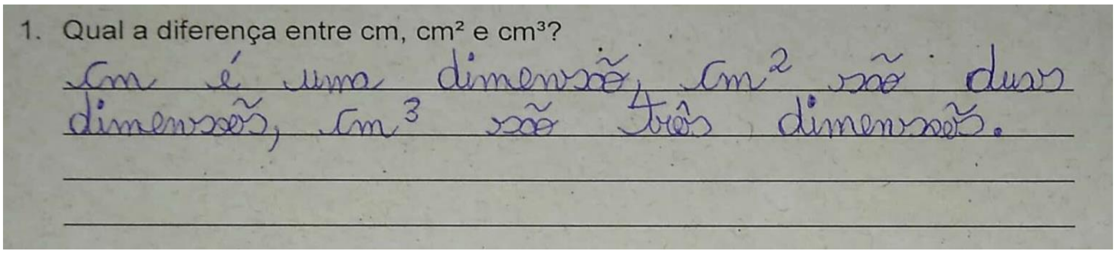
Dois grupos (G4 e G11) buscaram definir em uma frase quando se utiliza cada uma das unidades de medida, ou seja, relacionando comprimento, área e volume.


1. Qual a diferença entre cm, cm² e cm³?

cm é para indicar um comprimento, cm² é para indicar uma area, cm³ é para indicar um volume.

Figura 3: Resposta 1 - G4
Fonte: autoria própria

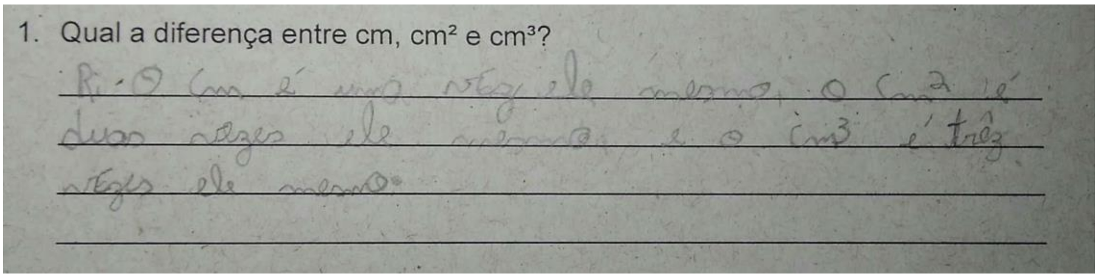
Três grupos (G3, G5 e G6) relacionaram as unidades de medidas as dimensões que cada uma representa.


1. Qual a diferença entre cm, cm² e cm³?

cm é uma dimensão, cm² são duas dimensões, cm³ são três dimensões.

Figura 4: Resposta 1 - G5
Fonte: autoria própria

Um grupo (G9) respondeu de forma mais aritmética, sem relacionar a aplicação ou dimensões envolvidas.


1. Qual a diferença entre cm, cm² e cm³?

R: O cm é uma vez ele mesmo, o cm² é duas vezes ele mesmo, e o cm³ é trêz vezes ele mesmo.

Figura 5: Resposta 1 - G9
Fonte: autoria própria

Na segunda questão esperava-se que, utilizando formas geométricas, fossem apresentados desenhos exemplificando a questão anterior. A maioria estabeleceu as relações corretamente, variando os objetos da seguinte forma:

Quadro 3: Respostas para a questão 2

Grupo	cm	cm²	cm³
1	Régua	Planta baixa	Cubo
2	Segmento de Reta	Quadrado	Cubo
3	Linha	Quadrado	Cubo
4	Régua	Triângulo	Dado
5	Linha	Triângulo	Cubo

6	Linha	Quadrado	Cubo
7	Régua	Triângulo	Cubo
9	Linha	Quadrado	Cubo
10	Segmento Orientado	Quadrado	Cubo
11	Régua	Tabuleiro	Cubo

Fonte: autoria própria

Segue alguns exemplos das respostas dadas pelos grupos (G2, G6, G10 e G11, consecutivamente).

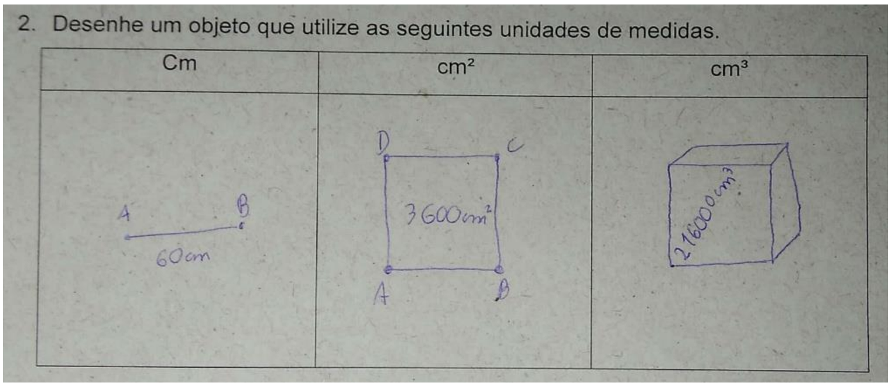


Figura 6: Resposta 2 - G2
Fonte: autoria própria

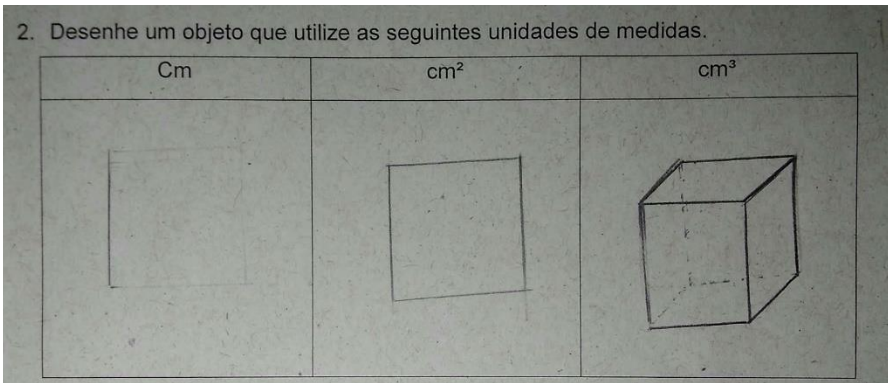


Figura 7:Resposta 2 – G6
Fonte: autoria própria

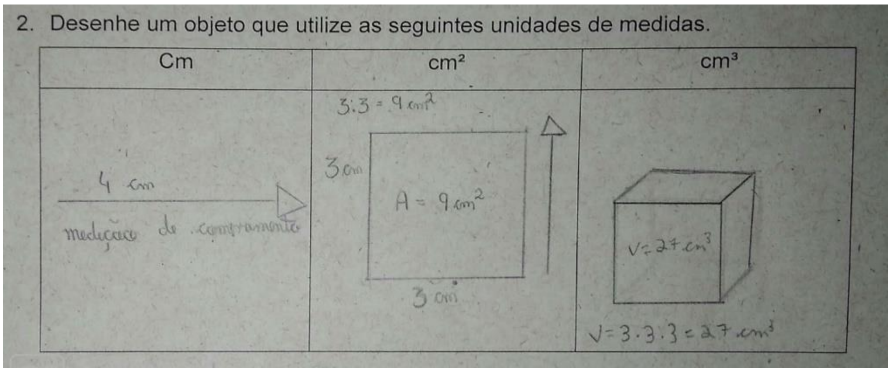


Figura 8: Resposta 2 - G10
Fonte: autoria própria

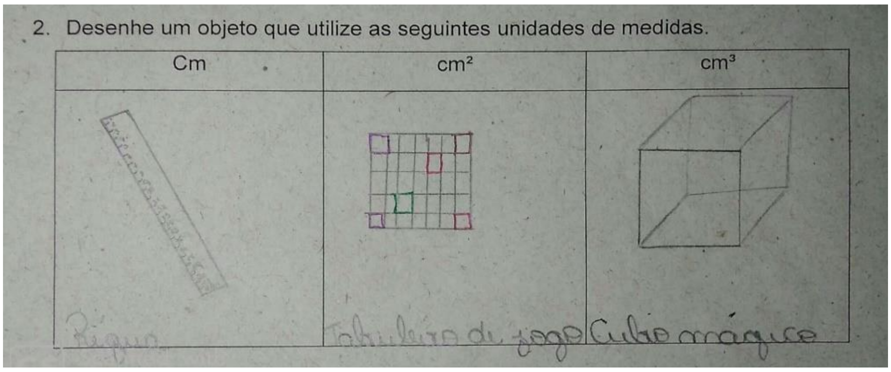


Figura 9: Resposta 2 - G11
Fonte: autoria própria

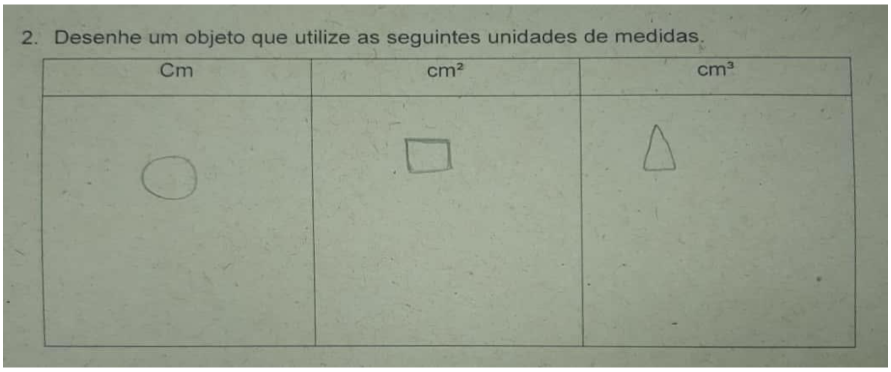


Figura 10: Resposta 2 - G8
Fonte: autoria própria

Na terceira questão, pedia-se que fosse feito um esboço de um prisma de base quadrangular e a sua planificação. Os grupos escolheram os seguintes prismas:

Quadro 4: Respostas para a questão 3

Grupo	Prisma	Planificação
1	Prisma de base retangular	Não fez
2	Prisma de base retangular	Fez
3	Prisma de base quadrangular	Fez
4	Cubo	Fez
5	Prisma de base quadrangular	Não fez
6	Cubo	Fez
7	Prisma de base quadrangular	Não fez
8	Não fez	Não fez
9	Cubo	Não fez
10	Cubo	Fez
11	Cubo	Não fez

Fonte: autoria própria

A partir das respostas obtidas, podemos concluir que, na primeira questão, muitos grupos apresentaram as mesmas respostas, isso pode se dar pelo fato de que ao pesquisarem na internet, foram direcionados para o mesmo site. Sendo assim, a partir desta questão não podemos concluir que a turma tenha conhecimento do conteúdo. Poderemos compreender se os estudantes possuem ou não esse conhecimento no decorrer das organização de ensino realizada.

Na segunda questão, os grupos que relacionaram cm com a régua, nos permitem diferentes interpretações; primeira, relacionam um ao outro por ser o instrumento que faz esse tipo de medição; segunda, não relacionam o que está sendo medido, mas sim com o que está sendo medido. Como todos relacionaram corretamente os objetos em cm^2 e cm^3, podemos concluir que a relação anterior foi feita corretamente. Ainda referente a segunda questão, o grupo 8 apesar de ter respondido corretamente a questão anterior, não conseguiu estabelecer as relações necessárias para escolher os objetos adequadamente. Desta forma, podemos concluir que, o exercício anterior foi respondido corretamente devido, exclusivamente, a pesquisa realizada e não ao conhecimento ou possibilidades de relações estabelecidas, tanto previamente quanto no decorrer da situação proposta.

Os grupos que esboçaram o prisma de base retangular, ao invés de quadrangular, nos possibilitam duas interpretações, sendo elas: falta de atenção ou falta de conhecimento das propriedades de figuras e sólidos geométricos considerados básicos. Enquanto os grupos que esboçaram o prisma de base quadrangular, mas não fizeram a planificação, nos permitem compreender não fizeram por falta de atenção, uma vez que o prisma foi representado corretamente.

Como não podemos garantir que os estudantes realizaram as relações necessárias, foi feita uma discussão para sanar possíveis dúvidas, preencher lacunas, possibilitar a apropriação do conhecimento e compreensão dos conceitos envolvidos. A correção e discussão acerca da atividade diagnóstica foi feita exclusivamente de forma oral, com a participação da turma, na qual os grupos expunham suas respostas e partir delas eram trazidos os conceitos matemáticos necessários para as próximas situações de ensino.

4.2.Composição ou decomposição de Área (Apêndice B)

O segundo momento, ocorreu após a realização da atividade diagnóstica. Nesta etapa, pedia-se que os grupos fizessem a composição ou decomposição das áreas de figuras geométricas dadas, de modo a obter um ou mais retângulos. A finalidade deste exercício era que ao manipular as figuras, os grupos compreendessem a origem das fórmulas utilizadas para o cálculo de áreas. Antes que eles iniciassem a tarefa, foi feita a explicação a partir duas possibilidades de decomposição da área do triângulo retângulo, como mostra as figuras a seguir.

Figura 11: Decomposição 1 do triângulo retângulo
Fonte: autoria própria

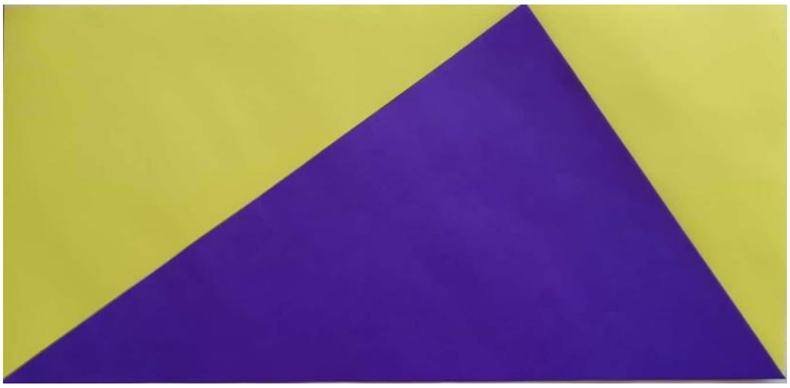


Figura 12: Decomposição 2 do triângulo retângulo
Fonte: autoria própria

A única figura que todos os grupos ao menos tentaram decompor foi o triângulo. Durante a seleção das figuras, duas formas foram feitas, sendo elas:

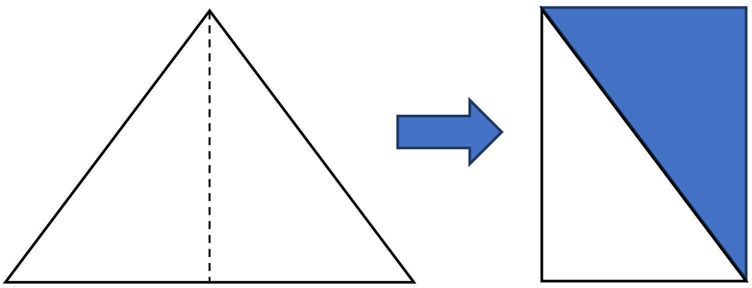


Figura 13: Possibilidade de decomposição 1 do triângulo
Fonte: autoria própria

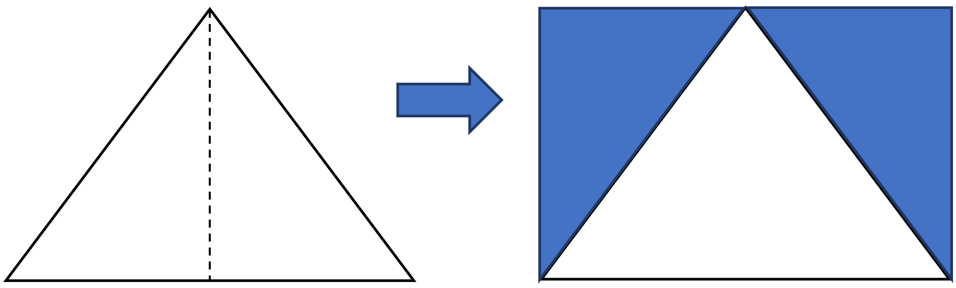


Figura 14: Possibilidade de composição 2 do triângulo
Fonte: autoria própria

Os grupos (G1, G3, G4, G6, G7, G8, G9 e G11), fizeram semelhante a segunda composição. Além da altura ser perpendicular a base, por se tratar de um triângulo isósceles, deveria dividir a base ao meio. Apenas o G11, não se atentou a esses pontos importantes e realizou a decomposição da seguinte forma.

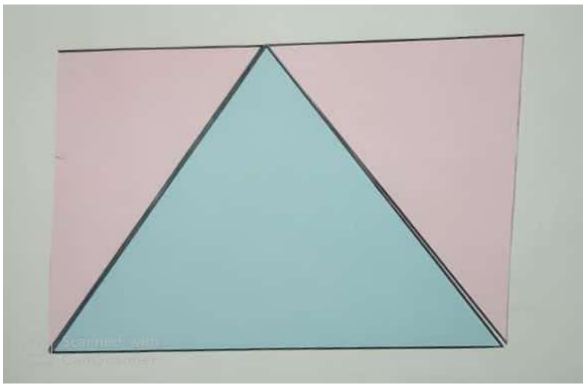


Figura 15: Decomposição do triângulo - G11
Fonte: autoria própria

Apesar dos grupos citados terem feito as composições de forma correta, nenhum deles sinalizou que a altura deveria ser perpendicular a base. O único grupo que indicou o ângulo de 90° foi o G2, que fez a decomposição semelhante a primeira forma.

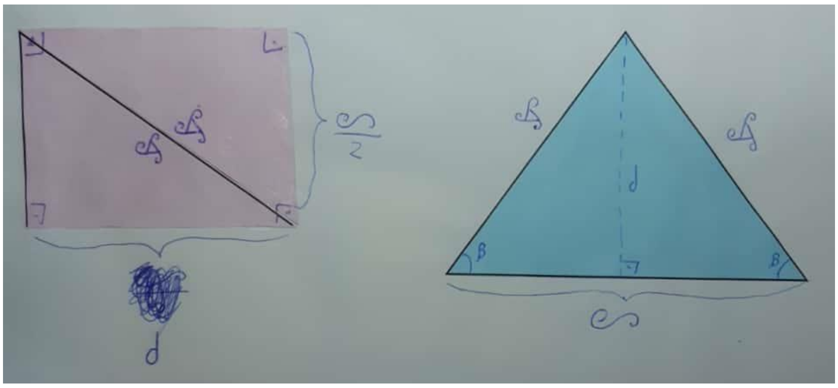


Figura 16: Decomposição do triângulo - G2
Fonte: autoria própria

A composição feita pelo G10 foi difente das esperadas, o grupo não utilizou ou não percebeu o fato do triângulo ser isósceles. Apesar disso, fizeram corretamente, traçando a altura perpendicular a base escolhida.

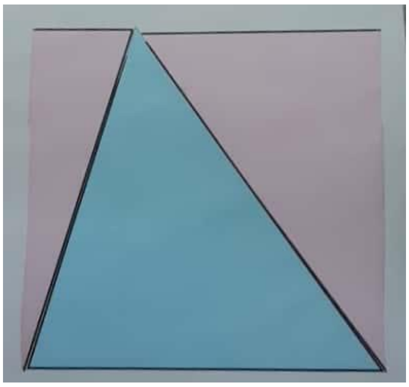


Figura 17: Decomposição do triângulo - G10
Fonte: autoria própria

No decorrer desta etapa, notou-se que os estudantes apresentavam dificuldades em elencar as propriedades de formas geométricas simples. Sendo assim, distinguir formas geométricas “parecidas” como, por exemplo, o losango e o paralelogramo, tornou-se um trabalho a parte. Apesar das figuras terem sido distribuidas com seus pares semelhantes de cores distintas, era recorrente os grupos perguntarem quais eram os pares certos. Para a decomposição do losango, esperava-se as seguintes possibilidades.

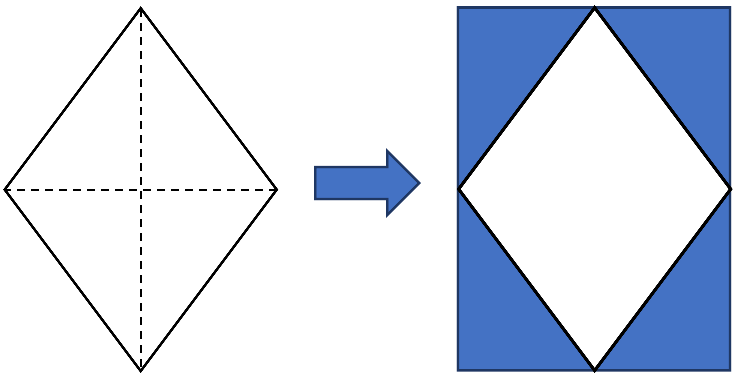


Figura 18: Possibilidade de composição 1 do losango
Fonte: autoria própria

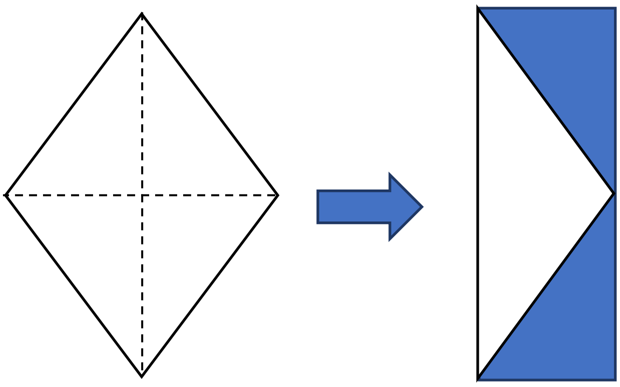


Figura 19: Possibilidade de decomposição 2 do losango
Fonte: autoria própria

Apenas o G4 fez de um decomposição prevista para o losango, semelhante a primeira forma.

Figura 20: Decomposição do losango - G4
Fonte: autoria própria

Os demais grupos não diferenciaram o lonsango do paralelogramo. Logo, utilizaram a mesma estratégia de decomposição para as duas figuras. O G6 fez apenas a decomposição do paralelogramo, alegando que as duas figuras eram iguais. A decomposição esperada para o paralelogramo utilizava apenas uma figura e era feita da seguinte maneira.

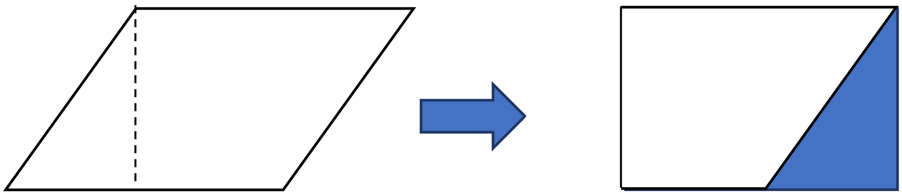


Figura 21: Possibilidade de decomposição do paralelogramo
Fonte: autoria própria

Nenhum grupo fez da forma esperada, apesar de utilizarem o conceito de “encaixar” os lados congruentes. Apenas o G2 utilizou uma figura para fazer a decomposição, denominando os lados e os ângulos.

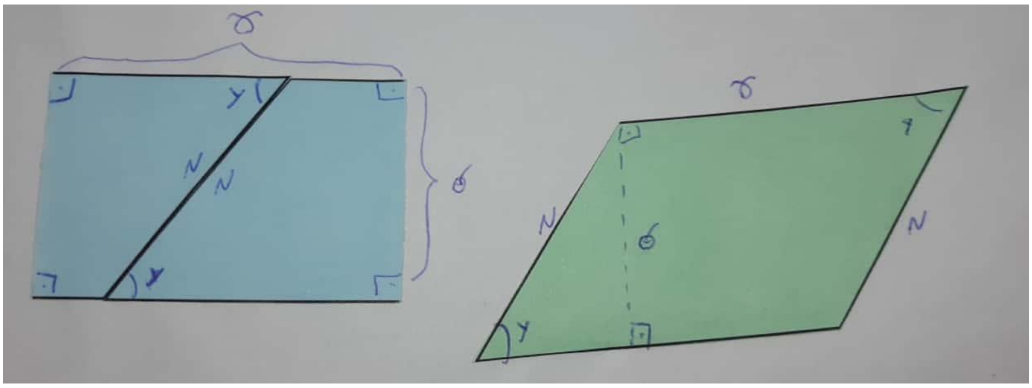


Figura 22: Decomposição do paralelogramo - G2
Fonte: autoria própria

Os demais utilizaram as duas figuras dadas, mesmo que no decorrer da tarefa foi falado diversas vezes que não havia necessidade de utilizar todas as figuras. Os grupos (G4, G2, G3, G6, G9, G10 e G11), fizeram decomposições semelhantes.

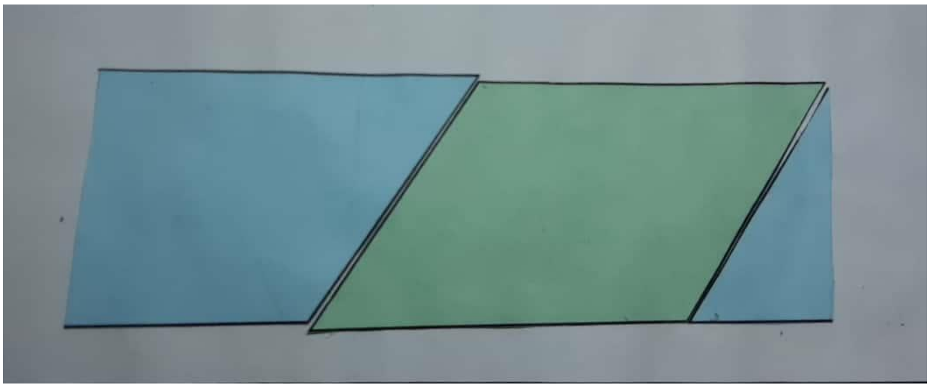


Figura 23: Decomposição do paralelogramo - G6
Fonte: autoria própria

As próximas figuras, apesar de não possuirem fórmulas específicas para o cálculo de suas áreas, foram incluidas para que os estudantes compreendessem que, por meio de composição ou decomposição, é possível calcular áreas de polígonos utilizando fórumas já conhecidas. Para a decomposição do hexágono irregular, esperavam-se as seguintes possibilidades.

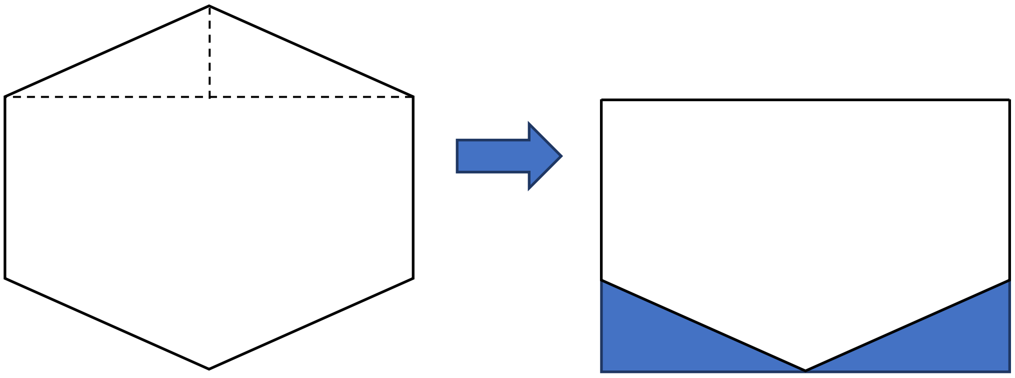


Figura 24: Possibilidade de decomposição 1 do hexágono irregular
Fonte: autoria própria

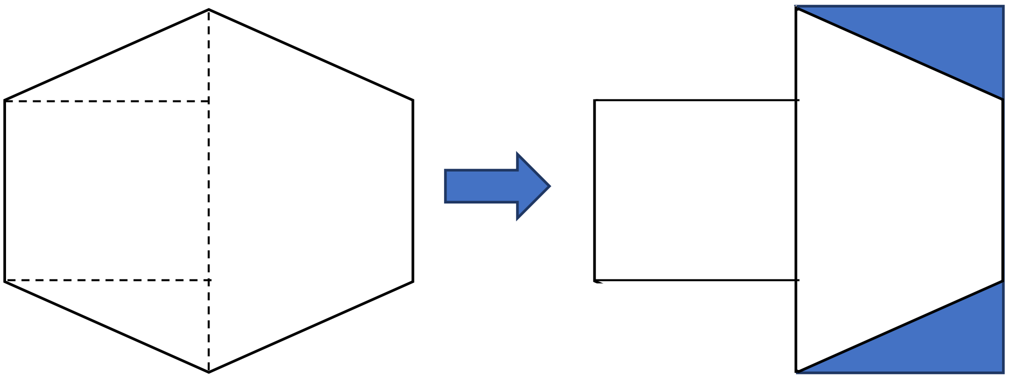


Figura 25: Possibilidade de decomposição 2 do hexágono irregular
Fonte: autoria própria

Os grupos não realizaram as decomposições da forma esperada. A maioria utilizou os dois hexágonos para formar o retângulo. Os grupos (G3, G6, G7 e G11) realizaram a decomposição traçando a largura do hexágono e encaixando triângulos obtidos na outra figura, de forma a compor o retângulo.

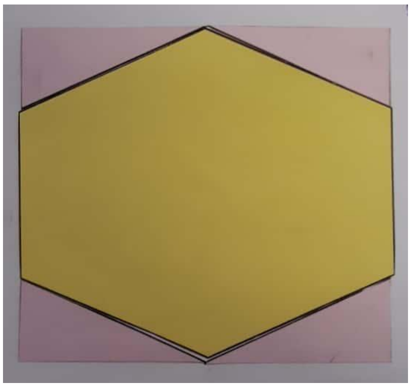


Figura 26: Decomposição do hexágono irregular - G11
Fonte: autoria própria

O G10 fez uma decomposição semelhante aos grupos citados anteriormente. Após chegarem na forma semelhante aos colegas, perguntaram o que deveria ser feito com o restante do hexágono que sobrou. Neste momento, foi reforçado mais uma vez que não era necessário utilizar todas as figuras inteiras, mas ainda assim acharam necessário colocar a parte restante.

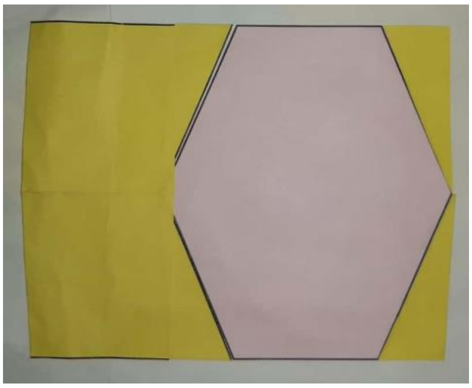


Figura 27: Decomposição do hexágono irregular - G10
Fonte: autoria própria

O G1 optou por utilizar os dois hexágonos completamente, deixando o primeiro sem recortes e o segundo dividido em quatro partes iguais. Em seguida, reagrupara as “novas” figuras de maneira que obtiveram um retângulo.

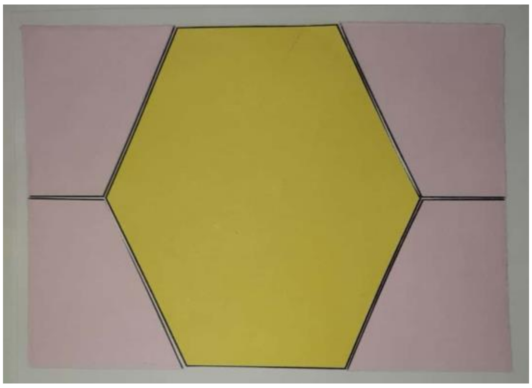


Figura 28: Decomposição do hexágono irregular - G1
Fonte: autoria própria

O G2 foi o único grupo que optou por utilizar apenas uma figura para realizar a decomposição. Nomearam cada um dos lados e podem ter levado em consideração o conceito de ângulos complementares, devido a simbologia utilizada para o ângulo reto. Na primeira imagem apresentaram as retas utilizadas para fazer a decomposição e na segunda o retângulo obtido.

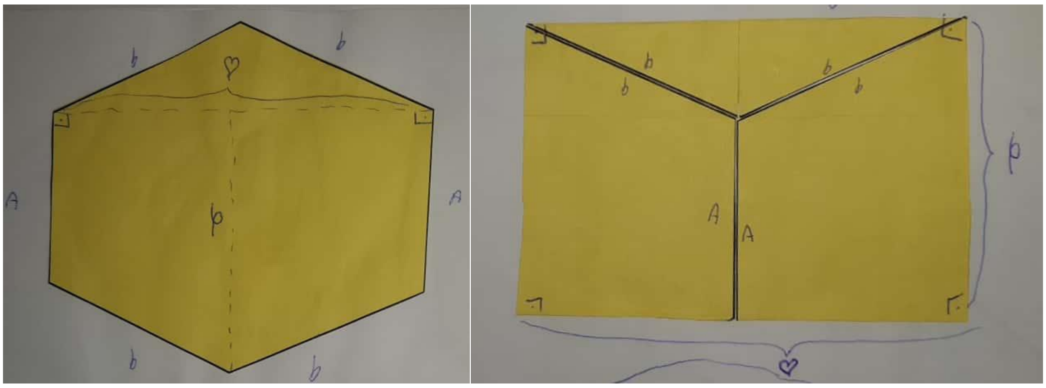


Figura 29:Decomposição do hexágono irregular - G2
Fonte: autoria própria

O G4 foi o que mais se aproximou da decomposição esperada. Assim como o G10, acharam que seria necessário utilizar os dois hexágonos completos.

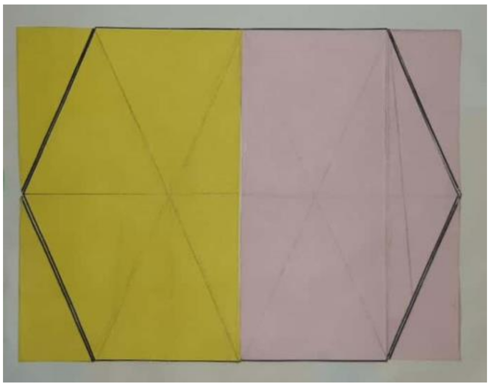


Figura 30:Decomposição do hexágono irregular - G4
Fonte: autoria própria

Por fim, a ultima figura foi a que os estudantes apresentaram maior dificudade. Pode ser pelo fato de que, geralmente, não se trabalha com polígonos não convexos. Esperava-se a seguinte decomposição da figura.

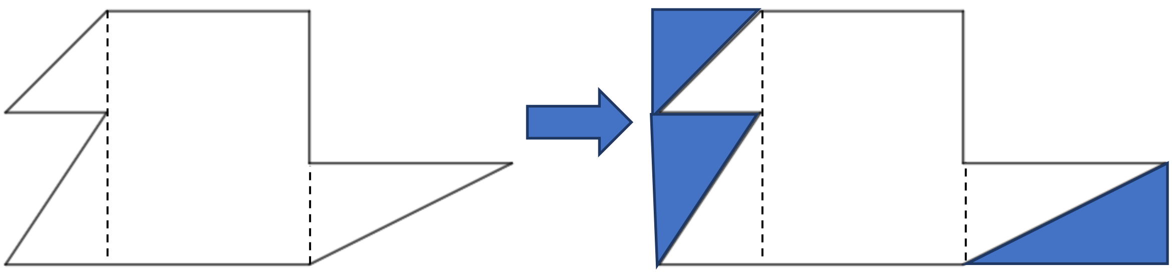


Figura 31: Possibilidade de composição da figura
Fonte: autoria própria

O G1 fez da forma esperada, a primeira figura ficou sem recortes e na segunda traçaram as alturas e obtiveram triângulos que, posteriormente, foram utilizados para completar os retângulos. Esse grupo optou por repartir a decomposição em 5 retângulos diferentes.

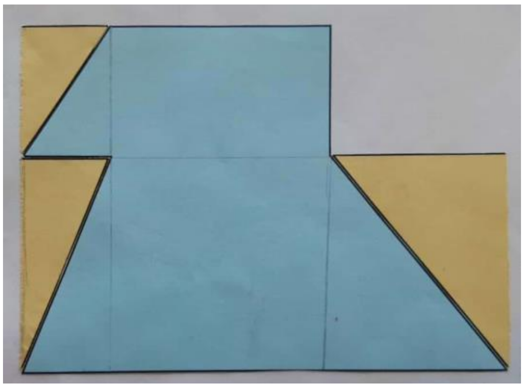


Figura 32:Decomposição da figura - G1
Fonte: autoria própria

O G4 fez de forma semelhante, porém não se atentou em recortar corretamente os triângulos obtidos, para que pudessem compor o retângulo final.

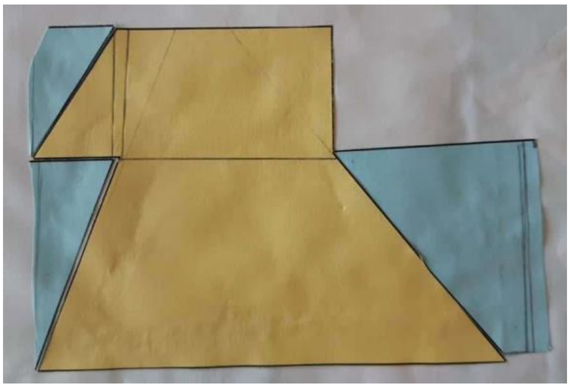


Figura 33:Decomposição da figura - G4
Fonte: autoria própria

Os grupos (G3, G6, G7, G10 e G11) optaram por formar um único retângulo. Provavelmente não compreenderam que o objetivo dos retângulos era facilitar o cálculo da área, uma vez que adicionaram um retângulo que não auxiliaria tal cálculo.

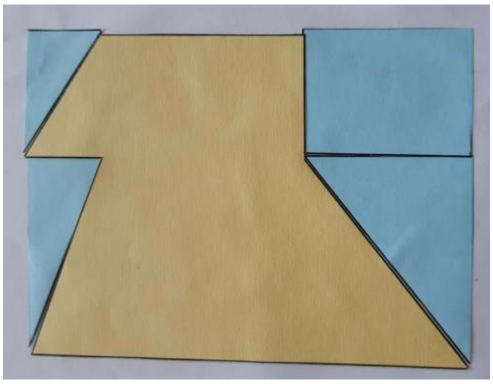


Figura 34:Decomposição da figura - G11
Fonte: autoria própria

O G2 apresentou uma decomposição bastante diferente, utilizando apenas uma figura que foi decomposta em dois retângulos. Para obter os triângulos necessários para fazer a composição, utilizaram o conceito de ponto médio e a partir destes pontos, traçaram retas paralelas as alturas dos triângulos originais. Por fim, utilizaram semelhança de triângulos para completar os retângulos necessários. Assim como nas outras figuras, o grupo optou por nomear os lados, facilitando a compreensão da decomposição.

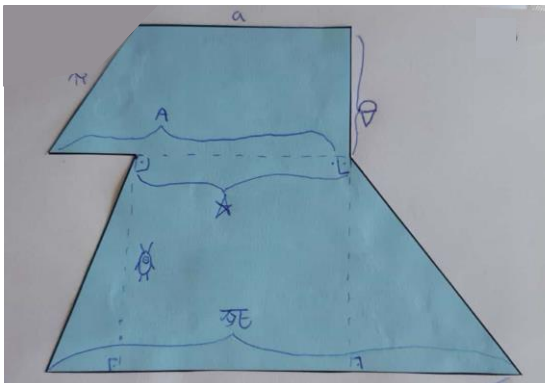


Figura 35: Marcação para a decomposição da figura - G2
Fonte: autoria própria

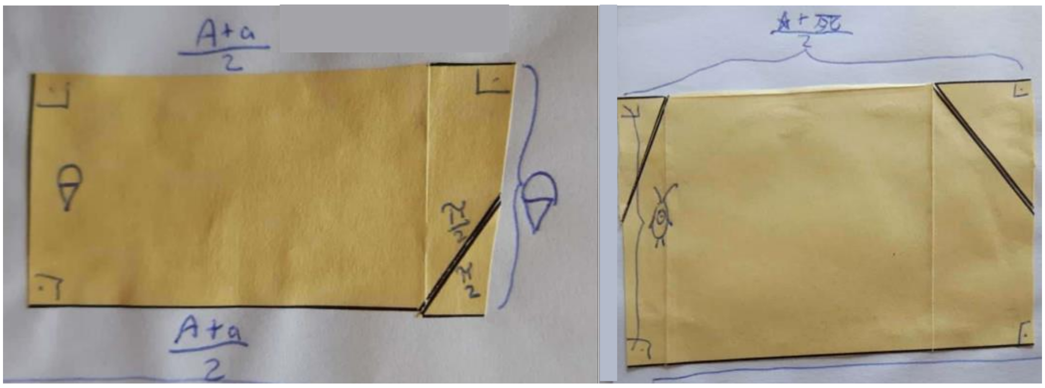


Figura 36: Decomposição da figura - G2
Fonte: autoria própria

O G5 era composto por apenas um estudante que apesar de conversar com um dos outros grupos não quis se juntar a eles e, mesmo após diversas tentativas, não quis ajuda. Apesar de ter respondido corretamente as questões propostas na atividade diagnóstica, não apresentou nenhuma decomposição correta ou que fosse compeensível.

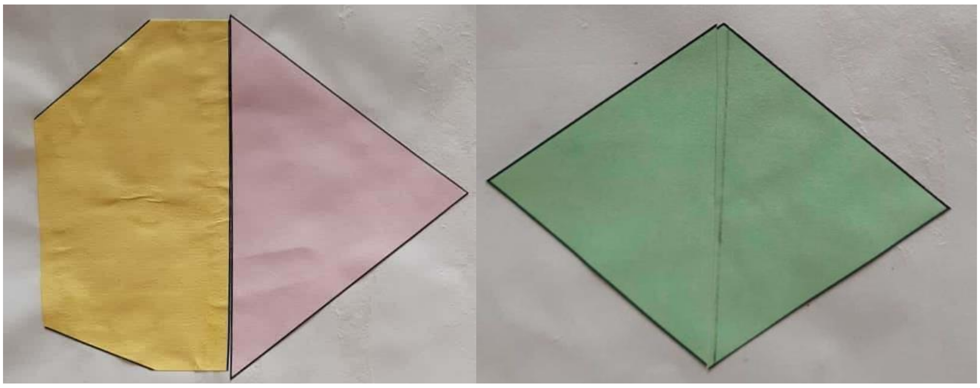


Figura 37: Decomposições - G5
Fonte: autoria própria

Ao trabalhar com o trigângulo, a maioria não apresentou grandes dificuldades, isso pode se dar pelo fato de que no exemplo feito no quadro, apesar de diferente, foi apresentada a composição de um triângulo retângulo. Como citado anteriormente, a turma apresentou dificuldade no momento de caracterizar as figuras geométricas, bem como de diferencia-las. Desta forma, podemos concluir a necessidade de se dar ênfase nas propriedades que caracterizam determinadas figuras e relaciona-las, sempre que possível, a suas nomenclauras. Por exemplo, quando se trabalhar com retângulos, fazer com que os estudantes percebam que a palavra é a junção de reto + ângulo, ou seja, é referente a uma figura que possui apenas ângulos retos. A partir dessa abordagem, possibilitamos que os estudantes compreendam e associem as características das figuras. Em especial, podemos notar também necessidade de se trabalhar polígonos não convexos, para que ao se depararem com este tipo de figura os estudantes possam traçar estratégias para solucionar questões relacionadas.

Após a aplicação dessa situação foi possível notar algumas deficiências, principalmente referente aos conceitos relacionados as formas geométricas trabalhadas. Com o propósito de sanar os problemas apresentados, o encontro seguinte foi iniciado com uma discussão acerca das propriedades que cada figura apresentava e as possibilidades de decomposição.

Para dar início à discussão, os estudantes foram questionados quais eram as propriedades do retângulo e a resposta obtida oralmente foi “figura com lados paralelos” e “ângulos retos”. A partir desta colocação, discutiu-se a necessidade de especificar que são quatro ângulos retos, que os lados oposto que são paralelos e de mesma medida.

Em seguida, trabalhou-se com as nomenclaturas, composição, decomposições e “mostração” de como se obter as fórmulas das áreas do triângulo, losango e paralelogramo.

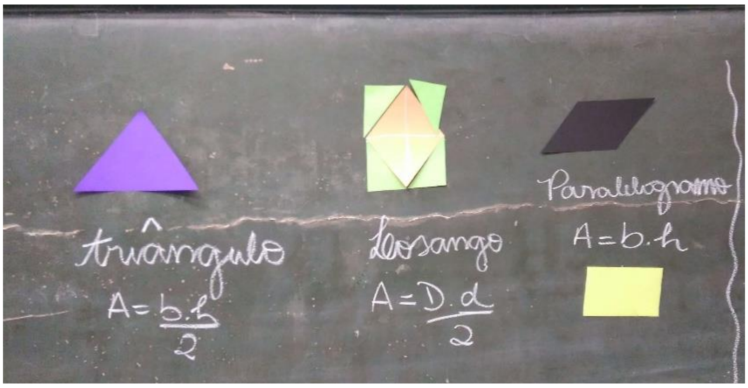


Figura 38: Discussão acerca das possibilidades para composição e decomposição das figuras
Fonte: autoria própria

Por fim, foram feitas as decomposições das outras duas figuras, sem a necessidade de generalizar o cálculo das áreas, uma vez que não possuem fórmulas específicas para essas figuras.

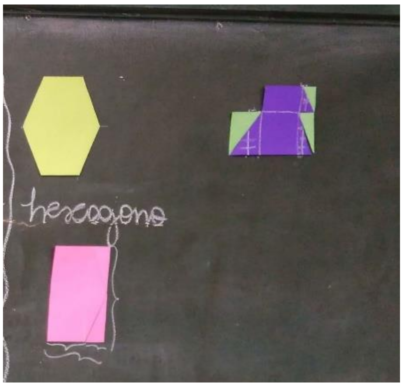


Figura 39: Discussão acerca das possibilidades para composição e decomposição das figuras
Fonte: autoria própria

4.3.Caixa de Sabão em Pó (Anexo C)

O terceiro momento ocorreu um mês após a realização da situação “decomposição de áreas”. Nesta etapa os grupos tomaram uma nova configuração devido a ausência de alguns e a presença de novos estudantes. Sendo assim, os grupos que se mantiveram com os mesmo integrantes foram: G3 e G10; o G1 continuou com quatro integrantes, porém dois faltaram e entraram outros dois; G4 passou a ser a junção dos grupos G4 e G7; G5 ausente; G6 passou a ser a junção de dois integrantes do G6, um do G11 e um novo; G2, G8 e G9 tiveram um integrante novo cada.

Para iniciar, a história foi lida e brevemente explicada. Durante a explicação, os estudantes foram questionados sobre o que era um paralelepípedo, para que a falta desse conceito não atrapalhasse o desenvolvimento da proposta. A primeira instrução era: monte duas caixas utilizando as faces que foram entregues. Neste momento, cada grupo deveria separar as faces pertencentes a mesma caixa, organizá-las e, por fim, montar as duas caixas. A possibilidade pensada durante a elaboração dessa etapa foi iniciar com a planificação e depois montar, como a imagem a seguir.

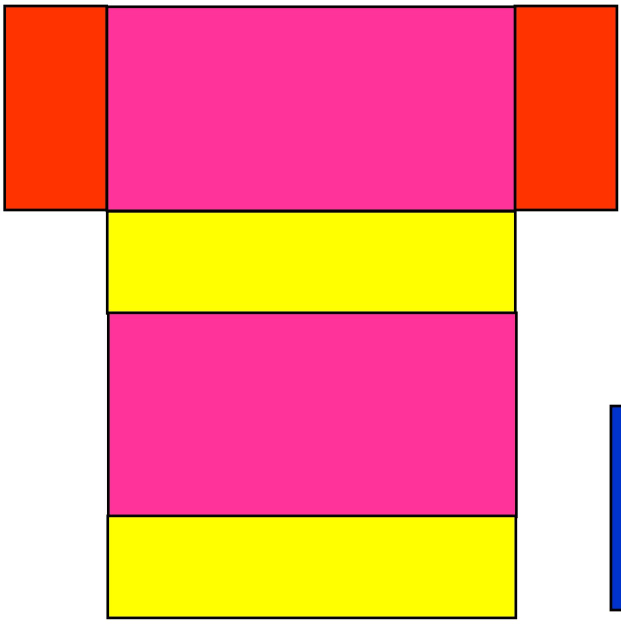


Figura 40: Planificação caixa 1
Fonte: autoria própria

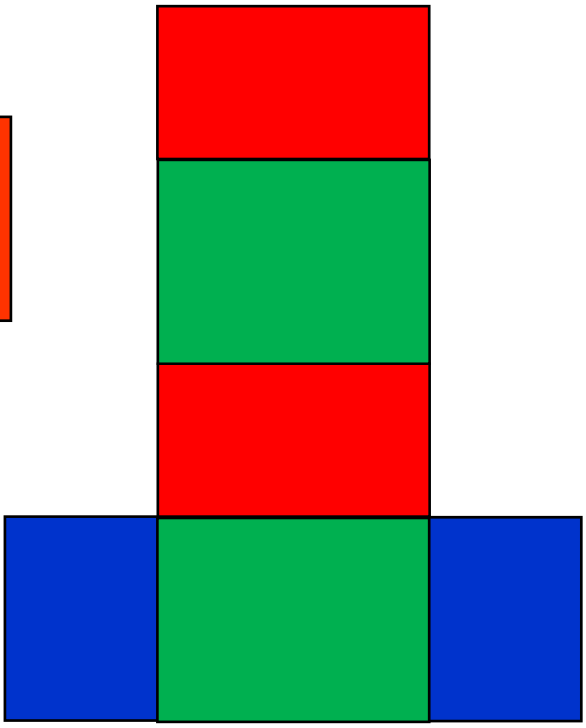


Figura 41 : Planificação caixa 2
Fonte: autoria própria

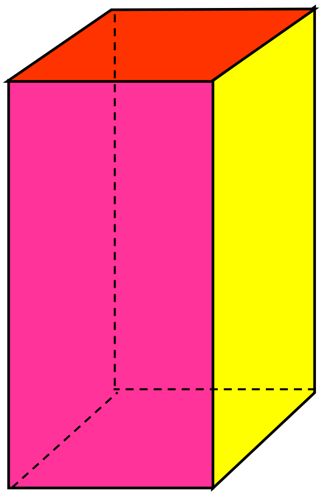


Figura 43: Caixa 1
Fonte: autoria própria

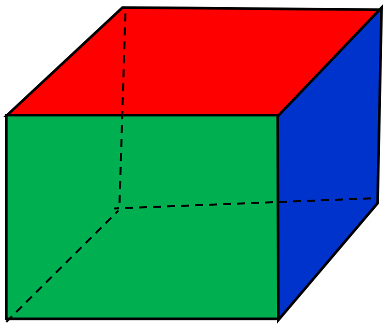


Figura 42: Caixa 2
Fonte: autoria própria

Os grupos apresentaram bastante dificuldade na montagem das caixas, apesar da atividade diagnóstica ter abordado planificação e a explicação prévia sobre paralelepípedo. Nenhum grupo optou por fazer a montagem das caixas a partir das planificações, nem o professor regente da turma pensou nessa estratégia. Inicialmente, alguns grupos colocavam as faces semelhantes lado a lado e só percebiam que não conseguiriam fechar quando buscavam uma face da forma desejada. Outra dificuldade apresentada foi com relação a noção espacial, teve grupo que para montar a caixa fez por tentativa e erro, testando todas as possibilidades existentes, como por exemplo: a união entre as faces com medidas 16cm x 9cm e 24cm x 12cm, a tentativa era juntar os lado de 9cm e 24cm.

Figura 44: Caixas montadas
Fonte: autoria própria

A segunda instrução era: observando as caixas montadas, responda as perguntas feitas no texto. As perguntas eram: Será que as embalagens têm a mesma quantidade de produto? E se tem a mesma quantidade, qual foi a razão da mudança da embalagem? Apenas os grupos G1, G2 e G6 responderam as questões e apresentaram as seguintes respostas, consecutivamente, “Sim, porque queriam deixar mais bonito”; “Se a largura aumentar a base proporcionalmente à diminuição da altura o volume continua o mesmo. Porque a empresa quis”; “Para ficar mais atrativo”. Apesar de terem feito a discussão, o G4 não registrou, um dos integrantes perguntou ao colega se o volume se manteria e a resposta foi “o volume pode ser o mesmo sim, porque diminuiu um lado, mas aumentou o outro”.

A terceira instrução era: com o auxílio de uma régua, determine as medidas de cada caixa e esboce os prismas com as respectivas medidas. Essa questão tinha como objetivo analisar se os estudantes utilizavam a régua de forma correta e se seriam capazes de relacionar com o que foi abordado na atividade diagnóstica. As medidas a serem encontradas eram 24cm x 12cm x 6cm (caixa 1) e 12cm x 16cm x 9cm (caixa 2). O G1, apesar de ter feito as medições corretamente, não esboçou o desenho do prisma. Os grupos G2, G3 e G4 fizeram as medições certas e esboçaram o desenho do prisma corretamente, sendo que apenas o G2 não denotou a unidade de medida utilizada.

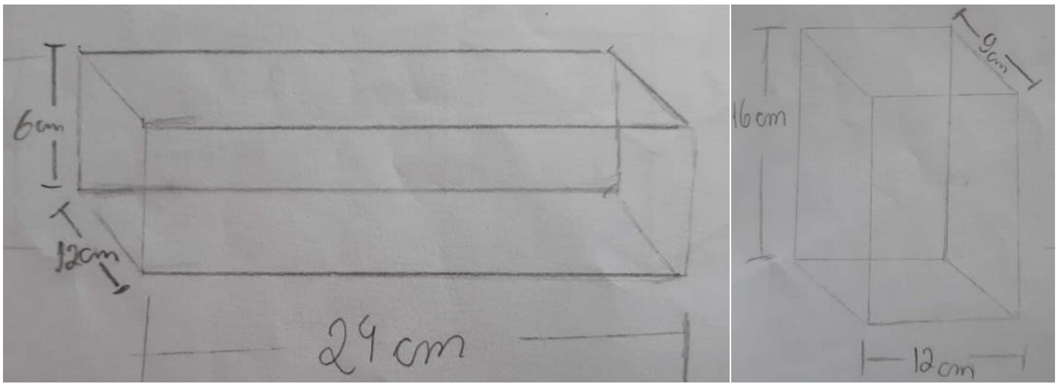


Figura 45: Esboço das caixas - G4
Fonte: autoria própria

O G6, apesar de terem respondido corretamente na atividade diagnóstica e das medidas estarem corretas, utilizaram a unidade de medida errada. Ao invés de cm a unidade usada foi cm³.

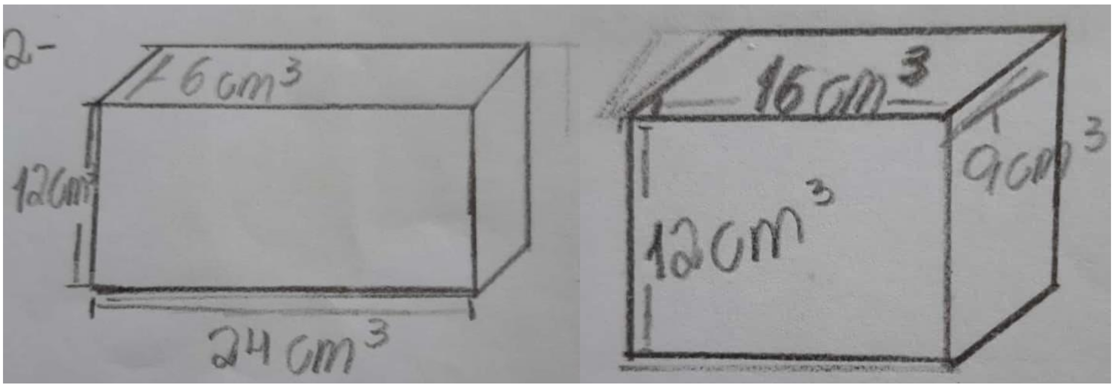


Figura 46: Esboço das caixas - G6
Fonte: autoria própria

O G8 não esboçou os desenhos dos prismas e realizou a medição de apenas uma das caixas, que apresentou as seguintes medidas: base = 24 cm e altura = 6 cm. Este grupo pode ter confundido o conceito de prismas com o conceito de área, uma vez que utilizou os termos como “prisma da base”, “prisma das laterais (menores)” e “prisma das laterais (maiores)” para determinar as medidas da caixa 1.

O G9 também não fez os esboços e, apesar de ter feito as medições da caixa 1 e respondido a avaliação diagnóstica corretamente, assim como o G4 utilizou como unidade de medida cm³. Com relação a caixa 2, apenas uma das medidas estava errada, ao invés de 9 cm as medição feita foi de 8 cm.

O G10 inicialmente não apresentou o esboço e realizou as medições de forma equivocada. No encontro seguinte, ao receberem os exercícios para que terminassem, o próprio grupo percebeu os erros e corrigiu.

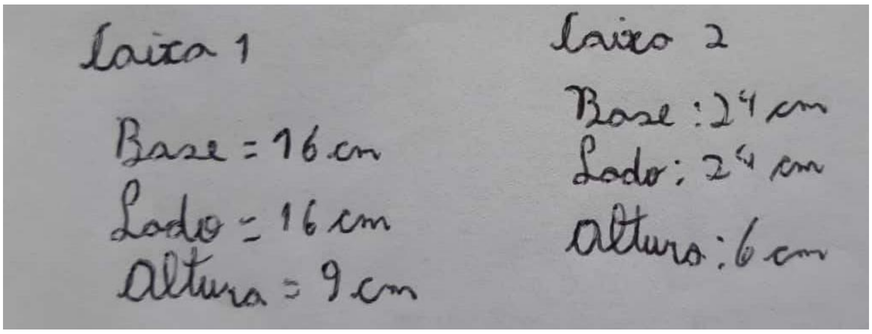


Figura 47: Primeira resposta - G10
Fonte: autoria própria

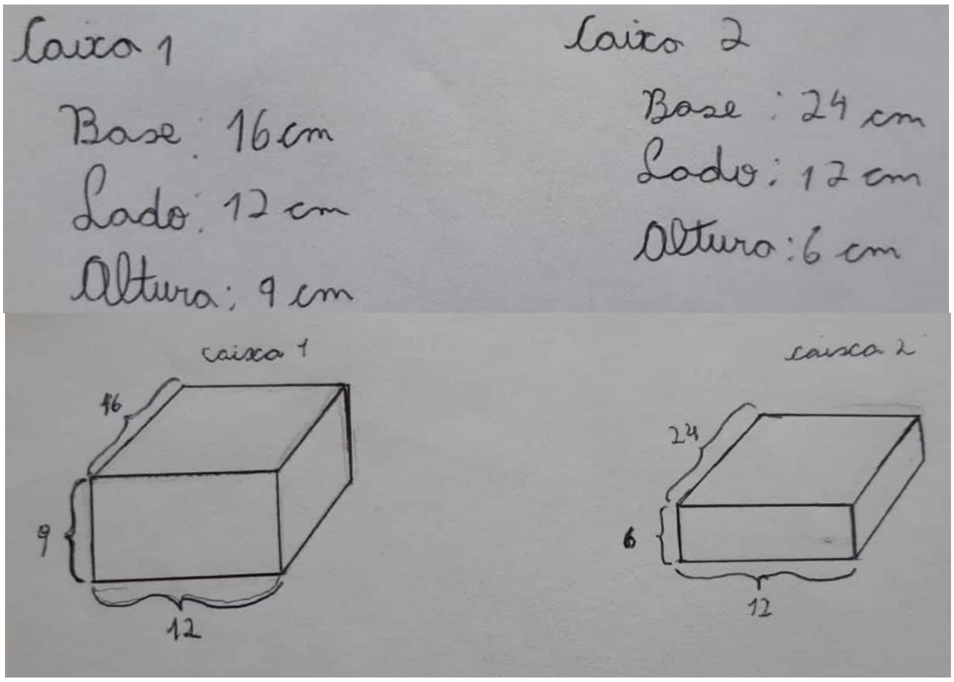


Figura 48: Segunda resposta - G10
Fonte: autoria própria

A quarta instrução era: determine a área total e o volume das caixas. Tinha como objetivo analisar se os estudantes conseguiriam realizar os cálculos necessários e relacionar com a atividade diagnóstica, uma vez que a maioria apresentou um bom desempenho nas questões propostas anteriormente.

O G1 e o G2 realizaram os cálculos corretamente. Primeiro apresentaram as áreas de cada uma das faces e em seguida a área total. Assim como o volume, escolheram uma das faces como base e multiplicaram pela altura, de acordo com a base escolhida. Em ambos os casos utilizaram corretamente as unidades de medidas. O G3 e o G4, apesar de terem realizado os cálculos corretamente e da unidade de medida do volume estar certa, apresentaram unidades de área diferentes para as caixas, em uma utilizaram cm^2 e na outra cm^3.

O G6, como citado anteriormente, realizou as medidas corretamente, mas utilizou a unidade de medida errada. Tecnicamente, os cálculos não seriam prejudicados, uma vez que os valores estavam certos. Porém, ao calcular a área, podem ter se confundido com o perímetro, além de utilizarem cm^3 como unidade de medida para área. Seguem os cálculos apresentados pelo grupo.

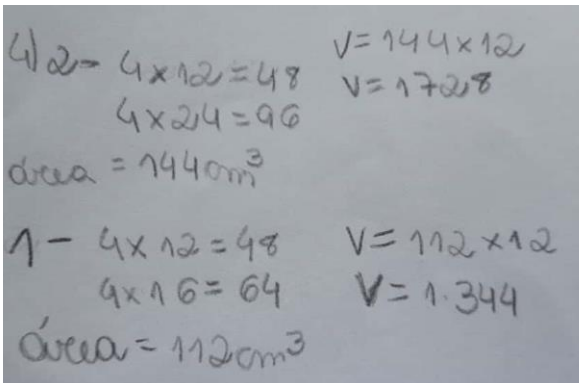


Figura 49: Cálculos - G6
Fonte: autoria própria

O G8, também citado anteriormente, apresentou erros conceituais com relação ao prisma e a área. Para o cálculo do volume, o grupo utilizou a fórmula da área de um triângulo, utilizando sempre cm como unidade de medida.

O G9 apresentou algumas contas, mas os resultados não estão de acordo com as contas que apresentaram.

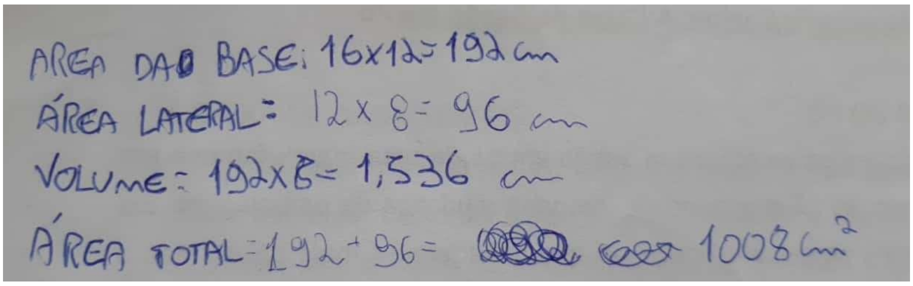


Figura 50: Cálculos - G9
Fonte: autoria própria

O G10, no primeiro momento apresentou cálculos errados, onde além das medições estarem incorretas, confundiram a altura da base com a altura do prisma. Após perceberem o erro, arrumaram tanto as medidas quanto os cálculos realizados. Apesar de terem feito as correções necessárias, apresentaram apenas a área das bases e não a área total.

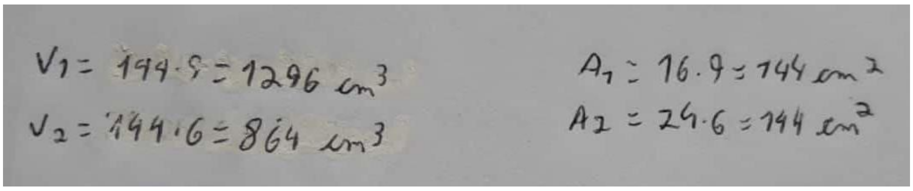


Figura 51: Primeira resposta - G10
Fonte: autoria própria

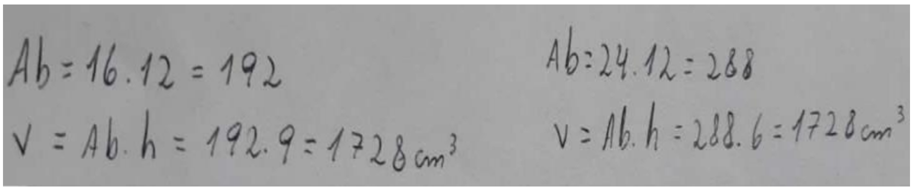


Figura 52: Segunda resposta - G10
Fonte: autoria própria

A quinta instrução era: A fábrica de sabão em pó quer fazer embalagens para armazenar 2 kg do produto, quais devem ser as dimensões da nova embalagem? Faça um esboço da nova caixa.

Os grupos G3, G7, G8 e G9 não fizeram. Os G1, G2, G4 e G6 apresentaram soluções diferentes, porém todas corretas. O G1 não fez o cálculo do volume, apenas das áreas das faces e da área total. Apesar de terem calculado as áreas corretamente e de terem feito o dobro de cada uma, na hora da área total somaram apenas uma vez o valor de cada face sem consideram as faces semelhantes.

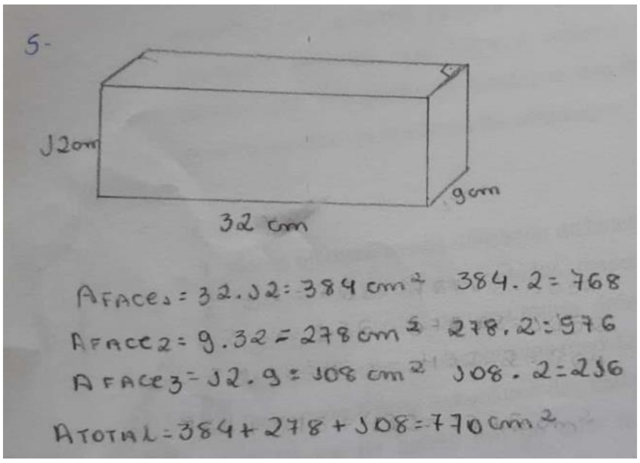


Figura 53: Resposta G1
Fonte: autoria própria

O G2 apresentou uma solução geral, sem utilizar os valores reais das caixas, deixando incógnitas e explicando qual seria o procedimento a ser realizado.

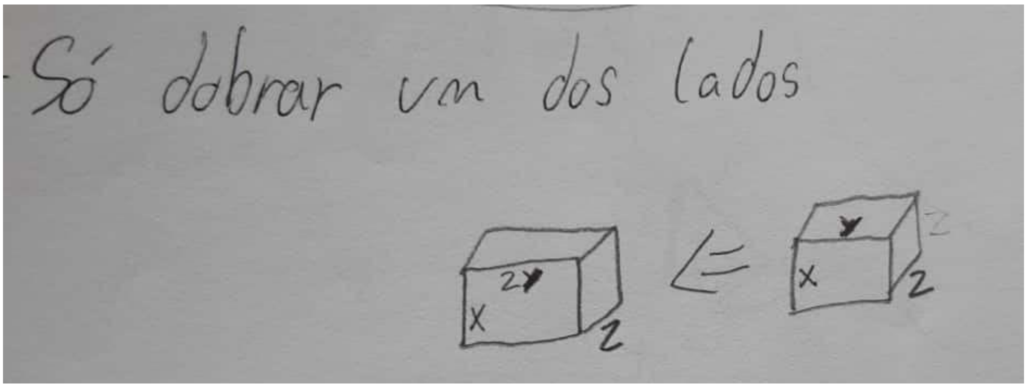


Figura 54: Resposta G2
Fonte: autoria própria

O G4 foi o único que apresentou o cálculo do volume. Desta forma, pode verificar que a resolução estava correta.

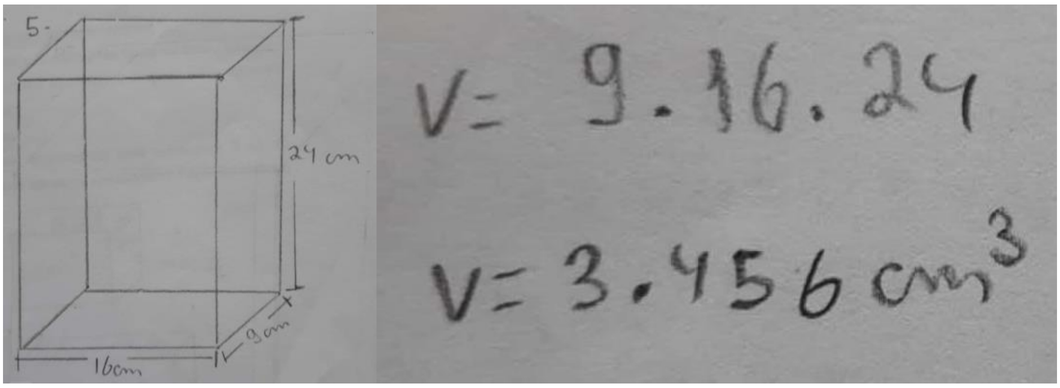


Figura 55: Resposta G4
Fonte: autoria própria

Dentre os grupos que fizeram essa questão, o G10 foi o único que apresentou uma resposta equivocada. O grupo dobrou dois dos lados da caixa e duplicou um desses lados. Além disso, o grupo não fez o cálculo do volume, se tivessem feito, poderiam ter notado o erro.

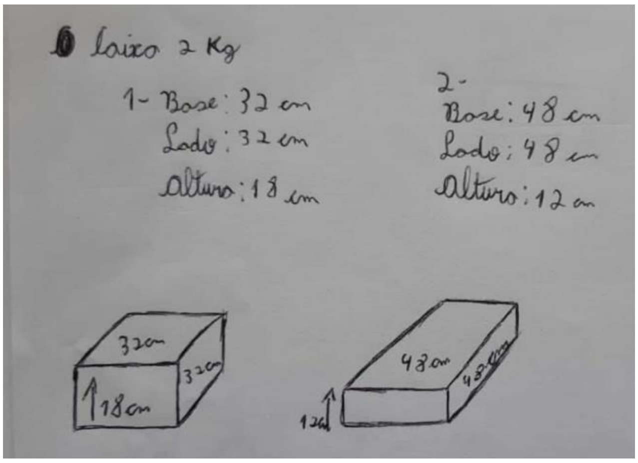


Figura 56: Resposta G10
Fonte: autoria própria

A sexta instrução era: Monte um caixa de modo que a base não seja um retângulo e que o volume permaneça o mesmo das duas caixas apresentadas no início. O objetivo dessa questão era fazer com que os estudantes notassem que bastava manter a área da base e a altura do prisma que o volume se manteria. Neste momento, os estudantes poderiam utilizar a situação da decomposição para traçar estratégias e solucionar o problema proposto.

Os grupos G6, G7 e G8 não apresentaram nenhuma proposta de caixa. O G1 e o G3 fizeram a mesma solução, utilizando o losango como a base do prisma. Esses grupos desenharam o esboço do prisma colocaram um valor para altura e, depois por meio das contas, notaram que o valor estava errado e apresentaram o correto. Desta forma, conseguiram o prisma desejado.

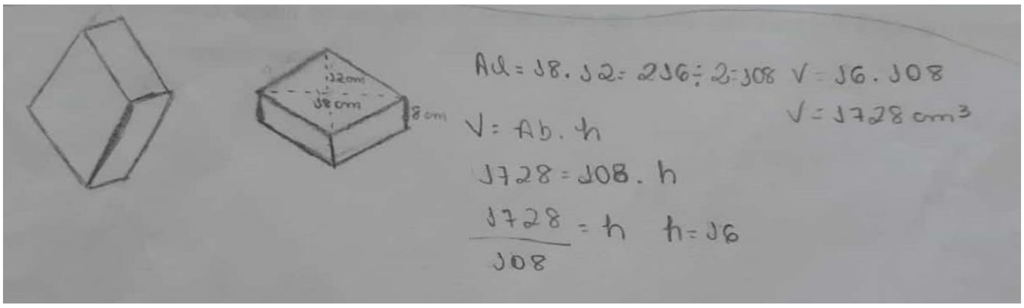


Figura 57: Proposta G1
Fonte: autoria própria

Os grupos G4 e G9 apresentaram o mesmo desenvolvimento que os anteriores, mas não fizeram o “chute inicial” da altura. Esses grupos primeiro realizaram as contas e, em seguida, desenharam o esboço do prisma pedido.

O G2 iniciou as tentativas de propostas com base hexagonal, porém chegaram a medidas com irracionais e disseram que as medidas eram “feias”. Este grupo foi o primeiro a utilizar o losango como base para o prisma, mas de acordo com as medidas apresentadas, o volume não seria o mesmo. Além do desenho do esboço do prisma, o grupo também apresentou uma base com medidas diferentes, mas que também não resultaria no volume desejado.

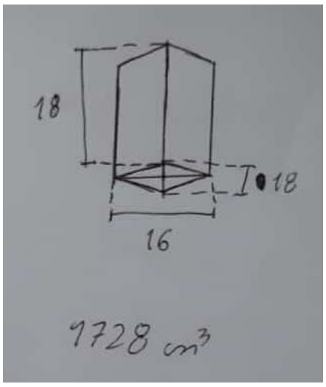


Figura 58: Proposta G2
Fonte: autoria própria

O G10 foi grupo que demorou mais para encontrar uma solução, mas foi o único que propôs uma caixa com base diferente das demais. A ideia do grupo foi traçar uma diagonal em na caixa 1 apresentadas anteriormente, seccionar o prisma e, por fim, realocar uma das partes de modo a obter um novo prisma. Evidenciando que o trabalho com materiais manipuláveis facilita a melhor compreensão do conteúdo desenvolvido no decorrer das aplicações.

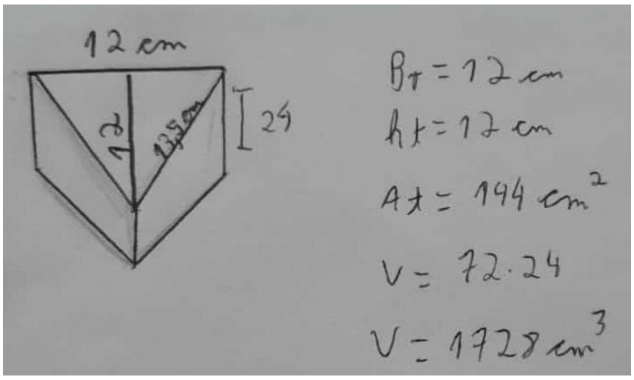


Figura 59: Proposta G10
Fonte: autoria própria

Quando optamos por adaptar esta situação de ensino e aplicá-la em sala de aula, o momento de montar as caixas foi pensado para descontrair e possibilitar a aquisição do conhecimento através da manipulação. Ao propor uma situação de ensino diferente do que a turma está acostumada nas aulas de matemática, buscávamos instigá-los a participar. De fato, muito estudantes ficaram curiosos e motivados a montar as caixas. Nesta primeira tarefa, percebemos a necessidade de propor situações de ensino que tenham como um de seus objetivos o desenvolvimento da noção espacial e do senso crítico da turma. Uma vez que buscavam agrupar as faces semelhantes e colocá-las lado a lado sem observar o restante de faces presentes.

Na questão que era necessário utilizar a régua e esboçar as caixas, procuramos compreender se a turma fazia o uso correto do material, pois, apesar de ser uma ação tecnicamente simples, muitos não aprenderam a manusear os diversos materiais presentes no ambiente escolar. Nesta questão foi possível notar que os estudantes apresentavam lacunas em alguns conceitos matemáticos, como:

- diferenciação entre perímetro e área, esta dificuldade nos mostra a necessidade de se estabelecer as diferenças entre as três dimensões trabalhadas no decorrer da geometria euclidiana apresentada aos estudantes
- as nomenclaturas utilizadas, muitas vezes utilizamos as nomenclaras que para os estudantes não fazem sentido, sendo assim, eles não conseguem estabelecer as relações corretamente. Por exemplo, quando abordamos o cálculo de área, tratamos base como uma medida unidimensional, posteriormente, no cálculo de volume, tratamos a base como uma medida bidimensional. Outro exemplo bastante claro no decorrer desta situação foi referente ao G8, que utilizou os termos “prisma da base”, “primas das

laterais”, os termos utilizados nos remete a diferentes questionamentos, como: este grupo sabe o que é um prisma? Compreendem o que é a base? O erro foi conceitual ou falta de atenção? Assim como citado na dificuldade apresentada anteriormente, notamos a necessidade de se estabelecer muito bem os conceitos acerca das três dimensões.

5. Nova Proposta

A partir da vivência, da descrição e da análise realizada no decorrer deste trabalho, trazemos melhoria na proposta da situação de ensino desenvolvida. As adequações aqui apresentadas possuem o objetivo de potencializar as situações de ensino, a fim de proporcionar uma experiência enriquecida aos estudantes, de forma que possibilite a apropriação dos conteúdos abordados.

1. Atividade Diagnóstica Inicial: Neste primeiro momento, as questões são interessantes para nortear as ações dos estudantes. Para enriquecer a aprendizagem seria interessante pedir que realizassem uma pesquisa, elaborassem um texto sobre as três dimensões (unidimensional, bidimensional e tridimensional) e as aplicações de cada uma delas.
2. Decomposição de Áreas: Além das decomposições, uma possibilidade de melhoria é atribuir valores para os lados das figuras e pedir que os estudantes calculem as áreas. Se a turma possuir conhecimento suficiente, ocultar algumas medidas de modo que os grupos consigam calcular os valores correspondentes. Por exemplo, no triângulo equilátero não é necessário colocar a altura, pois os estudantes devem possuir conhecimentos suficientes para determiná-la.
3. Caixa de Sabão em Pó: Uma possibilidade para melhor desenvolver esse momento é durante a sexta instrução. Para a nova proposta da caixa com mesmo volume das anteriores, pedir que os estudantes justifiquem, matematicamente, o motivo de permanecer o mesmo valor do volume. Além disso, pode-se restringir que a nova caixa não tenha como base um quadrilátero.
4. Atividade Diagnóstica Final: Pedir que os estudantes respondam as mesmas questões do primeiro momento. Em seguida, solicitar que comparem as respostas apresentadas no primeiro e no último momento. Por fim, devem redigir o texto, aprimorando as respostas apresentadas.

6. Conclusão

Analisando as respostas dos grupos no decorrer das situações propostas, podemos concluir que, de fato, é necessário dar mais atenção aos conteúdos básicos para o ensino da matemática. Uma das dificuldades apresentada foi relacionada a nomenclatura, o estudante dizia que não compreendia o que era “área da base”, este fato pode estar relacionado a diversos motivos, um deles é que, normalmente, não se abordam as diferenças entre as dimensões ou os estudantes não conseguem atribuir significado a estas diferenças. Geralmente, conteúdos como perímetro, área e volume não são abordados de forma que possibilite a relação entre eles, fazendo com que utilizar as devidas unidades de medidas não se torne algo significativo para os estudantes.

Outra dificuldade recorrente no desenvolver das propostas foi que os estudantes não relacionavam os conteúdos trabalhados em diferentes dias. Ou seja, muitas vezes fazem de forma mecânica e sem compreender o real sentido de todos os cálculos apresentados. Sendo assim, se faz ainda mais necessário desenvolver o pensamento crítico dos estudantes, para que questionem e compreendam a necessidade de entender os conceitos.

Ao se trabalhar o pensamento crítico, trabalha-se também a autonomia de cada um. Cidadãos e estudantes autônomos podem compreender e traçar estratégias para solucionar determinados problemas e verificar se os caminhos escolhidos são certos e, caso sejam errados, encontrar as possibilidades existentes para as soluções dos problemas propostos.

Através do trabalho desenvolvido é possível perceber que situações de ensino que utilizam materiais manipuláveis podem auxiliar na aquisição do conhecimento. Além disso, possibilitam a abstração e as relações existentes entre os elementos dos conteúdos geométricos abordados. Por meio das modificações propostas, espera-se que as situações sejam trabalhadas de forma a potencializar o desenvolvimento da aplicação, a apropriação dos conteúdos e incentivar os estudantes a realizarem pesquisas no âmbito escolar.

Referências

ALVES, L. D. Alfabetização matemática na perspectiva montessoriana. 2019. 162 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. Ministério da Educação, Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Matemática. Ministério da Educação, Brasília, dez. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso em: 12 mar. 2019

ESTEPHAN, V. M. Perspectivas e limites do uso de material didático manipulável na visão de professores de matemática do ensino médio. 2000. 129 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2000.

FACCO, S. R. Conceito de área: uma proposta de ensino-aprendizagem. 2003. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em < https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11232>. Acesso em: 10 fev. 2019

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A. Uma Reflexão sobre o Uso de Materiais Concretos e Jogos no Ensino da Matemática. **Boletim SBEM-SP**. São Paulo, ano 4, n.7, p. 5-10, jul./ago. 1990. Disponível em <http://files.profpereira.webnode.com/200000097-846ca86603/Texto%20-%20Uma%20Reflexao%20sobre%20o%20uso%20de%20Materiais%20Concretos%20e%20Jogos.pdf> Acesso em 12 out 2018

LOBO J. S; BAYER A. O Ensino de Geometria no Ensino Fundamental, In: **Acta Scientiae**. V.6, n.1, p. 19-26, jan./jun. 2004. Disponível em < http://wwwp.fc.unesp.br/~hsilvestrini/O%20ensino%20de%20Geometria.pdf>. Acesso em: 24 abr. 2018.

LORENZATO, S. Laboratório de Ensino de matemática e materiais manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório e Ensino de Matemática na Formação de Professores,** 3 Ed. Campinas: Autores associados, 2009. Coleção Formação de Professores.

NUNES, C.; MADUREIRA, I. Desenho Universal para a Aprendizagem: Construindo práticas pedagógicas inclusivas. **Invest. Práticas**, Lisboa , v. 5, n. 2, p. 126-143, set. 2015 . Disponível em <http://www.scielo.mec.pt/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2182-13722015000200008&lng=pt&nrm=iso>. Acessos em 29 maio 2018.

OLIVEIRA, L. L.; VELASCO, A. D. O ensino de geometria nas escolas de nível médio da rede pública da cidade de Guaratinguetá. In: GRAPHICA 2007, Curitiba/Pr. **Anais**, Curitiba: UFPR, 2007. p. 1-9. Diponível em < http://www.exatas.ufpr.br/portal/docs_degraf/artigos_graphica/OENSINO.pdf>. Acesso em 24 abr. 2018

PARANÁ. Secretaria de Educação do Estado do Paraná**: Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Secretaria de Educação do Estado do Paraná, Curitiba, 2008. Disponível em: < http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce_mat.pdf>. Acesso em: 12 mar. 2019

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório e Ensino de Matemática na Formação de Professores,** 3 Ed. Campinas: Autores associados, 2009. Coleção Formação de Professores.

PINTO, N. B. Marcas históricas da Matemática Moderna no Brasil. **Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 5, n. 16, set./dez., 2005. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/156658/dialogo-600.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

RODRIGUES, F. C., GAZIRE, E. S. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matematemática**. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 187-196, 2012. Disponível em <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.2012v7n2p187/23460>. Acesso em 12 out. 2018

SCOLARO, M. A.. **O uso dos Materiais Didáticos Manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de Matemática**. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1666-8.pdf>. Acesso em 8 out. 2018

SFORNI, M. S. F. Aprendizagem Conceitual E Organização Do Ensino: Contribuições Da Teoria Da Atividade. In: **Reunião Anual da ANPEd**, 2003, Poços de Caldas. 26ª Reunião Anual da ANPEd - Educação, Cultura e Conhecimento na Contemporaneidade, 2003. p. 1-12.

SOARES, F. S.; DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L. Ensino de matemática no século XX – da Reforma Francisco Campos à Matemática Moderna. **Horizontes**, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 7-15, jan./jun. 2004. ISSN: 0103-7706. Disponível em: http://www.usf.edu.br/publicacoes/edicoes-exibir/75269794/horizontes+volume+22+numero+01+2004.htm

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação & Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005. Disponível em < http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a09v31n3.pdf>. Acesso em 29 maio 2018.

UNESCO. **Os desafios do ensino de matemática na educação básica**. Brasília / São Carlos: EdUFSCar, 2016, p.2-12. Disponível em: < http://www.unesco.org/new/pt/brasilia/about-this-office/single-view/news/portuguese_version_of_challenges_in_basic_mathematics_educat/> Acesso em: 22 abr. 2018.

Apêndice A

Atividade Diagnóstica

Discuta com seu grupo e responda as seguintes questões.

1. Qual a diferença entre cm, cm^2 e cm^3?

____

____

____

____

2. Desenhe um objeto que utilize as seguintes unidades de medidas.

Cm	cm^2	cm^3

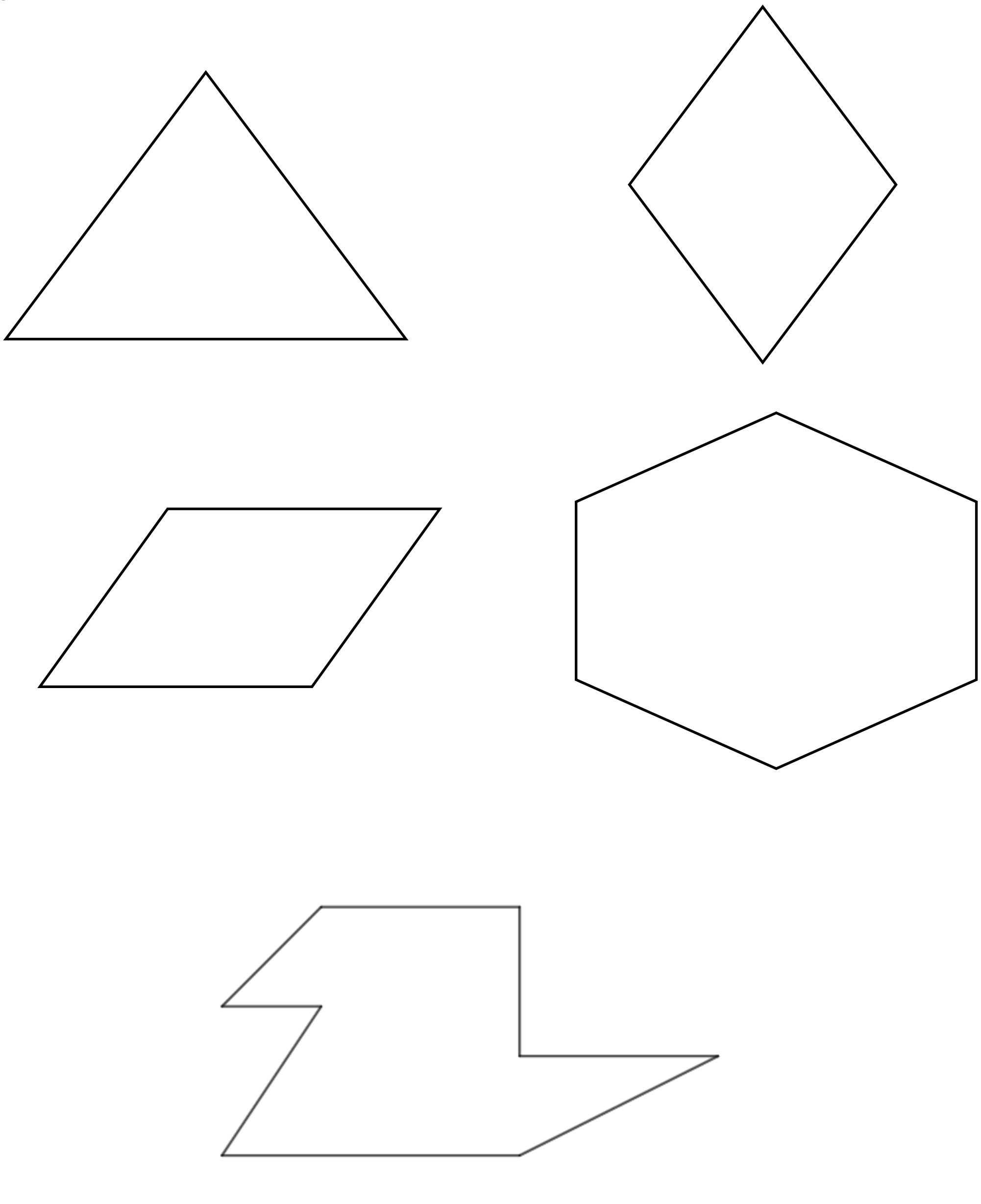
3. Esboce um prisma de base quadrangular e sua planificação.

Apêndice B

Cada grupo recebeu um kit com folha sulfite, régua, cola, tesoura, cinco figuras distintas entre si e cinco figuras semelhantes as anteriores, mas impressas em papel com cores distintas das originais. As seguintes instruções foram dadas:

- “transformar” as figuras em retângulos;
- não utilizar figuras diferentes em uma mesma decomposição;
- não precisa utilizar as duas figuras semelhantes para fazer a decomposição, pode usar apenas uma delas.

Figuras utilizadas:



Apêndice C

Situação de Ensino: A Caixa de Sabão em Pó

A CAIXA DE SABÃO EM PÓ

"Durante muito tempo eu comprava sabão em pó de uma marca famosa em caixas estreitas. Certo dia fui surpreendida com uma mudança da embalagem. Ela continuou com a forma de paralelepípedo, só que mais larga e mais baixa. Mas o fabricante garantia que tinha a mesma quantidade. Mas eu que sou desconfiada, me perguntei: Será que tem mesmo? E se tem a mesma quantidade qual foi a razão da mudança da embalagem?"

Exercícios:

1. Monte as duas caixas utilizando as figuras que foram entregues.
2. Observando as caixas montadas, responda as perguntas feitas no texto.
3. Com auxílio de uma régua, determine as medidas de cada caixa e esboce os prismas com as respectivas medidas.
4. Determine o volume e a área das caixas.
5. A fábrica de sabão em pó quer fazer embalagens para armazenar 2 kg do produto, quais devem ser as dimensões da nova embalagem? Faça um esboço da nova caixa.
6. Monte uma caixa de modo que a base não seja um retângulo e que o volume permaneça o mesmo das duas caixas apresentadas no início.