UNIVERSIDADE TECNÓLOGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

ROBSON APARECIDO RAMOS ROCHA

UMA ANÁLISE SEMIÓTICA DA COMUNICAÇÃO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM EXPERIMENTAÇÃO

LONDRINA
2021

ROBSON APARECIDO RAMOS ROCHA

UMA ANÁLISE SEMIÓTICA DA COMUNICAÇÃO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM EXPERIMENTAÇÃO

AN ANALYSIS SEMIOTIC OF COMMUNICATION IN MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES WITH EXPERIMENTATION

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva

LONDRINA

2021

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina

ROBSON APARECIDO RAMOS ROCHA

UMA ANÁLISE SEMIÓTICA DA COMUNICAÇÃO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM EXPERIMENTAÇÃO

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 26 de Março de 2021

Prof.a Karina Alessandra Pessoa Da Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof.a Daiany Cristiny Ramos, Doutorado - Universidade Norte do Paraná (Unopar)

Prof.a Elaine Cristina Ferruzzi, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 26/03/2021.

Dedico este trabalho a minha família, em especial ao meu filho Emanoel que ainda não nasceu, mas o papai já ama tanto, a minha amada esposa Amanda, a minha mãe Maria, ao meu pai Manoel, a minha irmã Mariele, ao meu cunhado Natan e a minha sobrinha Manuella.

AGRADECIMENTOS

DEUS. Obrigado pelo dom da vida, por me proporcionar essa chance, por me proteger todos os dias na rodovia ao fazer o percurso da minha casa até a Universidade e por ter me dado força e saúde para vencer nos momentos mais difíceis dessa jornada.

AMANDA. Meu amor. Muito obrigado por todos os momentos de apoio incondicional e por sempre estar do meu lado me motivando e dizendo que eu sou capaz. Te amo.

PAI. Obrigado pela educação que o senhor me proporcionou e por estar sempre do meu lado em minhas decisões me dando o apoio e o suporte necessário.

MÃE. Conversar todos os dias pelo *Whatsapp* me dá a certeza de que tem alguém cuidando de mim. Sem a senhora eu nunca teria conseguido.

MANINHA. Obrigado por sempre estar me aconselhando e me ajudando nas decisões.

À minha orientadora Prof.ª Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva. Muito obrigado pela oportunidade de ser seu orientado, pela amizade, pela confiança, paciência e por me impulsionar ao exercício da autonomia ao mesmo tempo em que seus direcionamentos e ponderações enriqueceram meu conhecimento e esta pesquisa.

Às Professoras Dra. Daiany Cristiny Ramos e Dra. Elaine Cristina Ferruzzi, que compuseram a banca avaliadora deste trabalho, dede o exame de qualificação até a defesa, muito obrigado por aceitarem fazer parte desta pesquisa e pelas valiosas contribuições.

Aos amigos do Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias (GEPMIT), em que dividi momentos ímpares de aprendizado nas tardes de sextas-feiras. Estendo em especial à Prof.ª Dra. Adriana Helena Borssoi, que assim como as demais professoras coordenadoras do GEPMIT já citadas, contribuiu diretamente com o enriquecimento dos meus conhecimentos.

Aos professores e professoras do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT). É um prazer aprender com vocês.

Aos estudantes da turma da 2ª série do Ensino Médio do Colégio Estadual do Campo Dr. Teotônio Vilella, do ano de 2019 por terem aceitado o convite de participar desta pesquisa. Vocês foram fantásticos. Agradeço também à direção do colégio que além de permitir deu todo suporte para que a pesquisa pudesse acontecer.

A todos meus amigos da turma de 2019 do PPGMAT, foi um prazer conhecê-los e poder compartilhar momentos inesquecíveis.

Aos meus amigos Mário e Leonor. Muito obrigado por todo suporte que vocês me deram durante esta jornada. Vocês são especiais para mim.

Aos meus amigos Thiago e Marcelo, pela parceria, pelo apoio irrestrito, pela amizade, companheirismo e por entenderem minha ausência nestes últimos dias. Gratidão.

Aos meus amigos do grupo JOB muito obrigado pelo apoio e pelas orações.

Enfim, a todas as pessoas que de algum modo proporcionaram que este trabalho pudesse ser realizado. Meu muito obrigado.

"Os obstáculos são ensinamentos para o seu espírito".

(Santa Rita de Cássia)

ROCHA, R. A. R. **Uma análise semiótica da comunicação em atividades de Modelagem Matemática com experimentação**. 2021. 153p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

RESUMO

Esta pesquisa teve por objetivo investigar “Que papéis os diferentes signos interpretantes usados ou produzidos na comunicação assumem em atividades de Modelagem Matemática com experimentação?”. Para isso, nos fundamentamos na Modelagem Matemática como alternativa pedagógica e na Semiótica Peirceana no que se refere à Teoria da Comunicação. Por meio dos signos interpretantes usados ou produzidos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com experimentação fazemos uma análise semiótica para tais signos. Com isso, desenvolvemos duas atividades de modelagem matemática com experimentação na disciplina de Química, com oito estudantes de uma turma de 2ª série do Ensino Médio de um Colégio do Campo situado no interior do Paraná. Os aportes metodológicos que nortearam nossas análises fundamentam-se na pesquisa qualitativa e estão organizadas conforme as orientações da Análise de Conteúdo. Após relatarmos as atividades desenvolvidas, a análise do *corpus* selecionado permitiu evidenciar diferentes signos interpretantes *intencionais*, *efetuais* e *comunicacionais*, que foram usados ou produzidos nas diferentes fases das atividades. Os signos revelaram os papéis *estimular*, *orientar*, *relacionar*, *simplificar*, levantamento de *hipótese*, *compreensão*, *representação* e *validação*. O olhar semiótico permitiu o levantamento da categoria *intensões e objetivos* que está relacionada diretamente com o papel dos signos interpretantes *intencionais*; a categoria *ideias e experiências* relacionada diretamente com os significados atribuídos por meio dos papéis dos signos interpretantes *efetuais* e a categoria *meios de tratamento* relacionada diretamente com os papéis dos signos interpretantes *comunicacionais.* Por meio das categorias foi possível evidenciar a comunicação na sala de aula e como a comunicação conduziu os estudantes ao aprendizado da Química e da Matemática. As análises também permitiram evidenciar a ação da semiose que se fez por meio da comunicação estabelecida entre os envolvidos no desenvolvimento das atividades. O Produto Educacional que se originou por meio desta pesquisa, de título “Modelagem Matemática e experimentação: sugestões ao professor” trata-se de um material que contém as atividades desenvolvidas presentes nesta pesquisa e mais algumas sugestões de atividades de Modelagem Matemática com experimentação. Na organização do material disponibilizamos as atividades, damos sugestões de como o professor pode conduzi-las, exemplificamos com possíveis abordagens matemáticas e sugerimos algumas referências sobre os temas abordados que estão presentes na literatura.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Experimentação; Semiótica Peirceana; Comunicação.

ROCHA, R. A. R. **An analysis semiotic of communication in Mathematical Modeling activities with experimentation**. 2021. 153p. Dissertation (Master's degree in Mathematics Education) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

ABSTRACT

This research aimed to investigate "What roles do the different interpretant signs used or derived in communication take on in Mathematical Modeling activities with experimentation?" For this, we are based on Mathematical Modeling as a pedagogical alternative and Peircean Semiotic about Communication Theory. With this, we developed two activities of mathematical modeling with experimentation in the discipline of Chemistry, with eight students from a class of 2nd grade of High School of a rural school located in the interior of Paraná. The methodological contributions that guided our analyzes are based on qualitative research and are organized according to the guidelines of Content Analysis. After reporting the activities developed, the analysis of the selected corpus allowed to show different interpretant, *intentional*, *effective,* and *communicational* signs, which were used or produced in the different phases of the activities. The signs revealed the roles of stimulating, guiding, relating, simplifying, hypothesis raising, understanding, representation and validation. The semiotic look allowed the survey of the category of *intensions* and *objectives* that is causally related to the role of *intentional* interpretant signs; the category *ideas* and *experiences* related to the meanings attributed through the roles of the *effective* interpretant signs and the category *means of treatment* related to the roles of the *communicational* interpretant signs. Through the categories it was possible to highlight communication in the classroom and how communication led students to learn Chemistry and Mathematics. The analyzes also made it possible to highlight the action of the semiosis that was made through the communication established between those involved in the development of the activities. The Educational Product that originated through this research, entitled "Mathematical Modeling and experimentation: suggestions to the teacher" is a material that contains the activities developed in this research and a few more suggestions of Mathematical Modeling activities with experimentation. In organizing the material, we make the activities available, give suggestions on how the teacher can conduct them, exemplify with possible mathematical approaches, and suggest some references on the topics covered that are present in the literature.

Keywords: Mathematical Education; Mathematical Modeling; Experimentation; Peircean semiotic; Communication.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Situação inicial e situação final na Modelagem Matemática 27
Figura 2 – Fases da Modelagem Matemática 28
Figura 3 – A comunicação como processo de seleção, combinação e intercâmbio de repertórios 39
Figura 4 – Representação da tríade de Peirce 42
Figura 5 – Sistema triádico de comunicação em Peirce 49
Figura 6 – Fases da Análise de Conteúdo segundo Bardin (2011) 60
Figura 7 – Capa do Produto Educacional 63
Figura 8 – Estudantes medindo a massa do prato vazio 68
Figura 9 – Massa inicial do prato 68
Figura 10 – Estudantes medindo a massa do prato com água condensada após 30 minutos ... 69
Figura 11 – Massa do prato com água condensada após 30 minutos 69
Figura 12 – Estudantes medindo a massa do prato com água condensada após 60 minutos ... 70
Figura 13 – Massa do prato com água condensada após 60 minutos 70
Figura 14 – Estudantes medindo a massa do prato com água condensada após 90 minutos ... 71
Figura 15 – Massa do prato com água condensada após 90 minutos 71
Figura 16 – Estudantes medindo a massa do prato com água condensada após 120 minutos . 72
Figura 17 – Massa do prato com água condensada após 120 minutos 72
Figura 18 – Estudantes medindo a massa do prato com água condensada após150 minutos .. 73
Figura 19 – Massa do prato com água condensada após 150 minutos 73
Figura 20 – Estudantes medindo a massa do prato com água condensada após 180 minutos . 73
Figura 21 – Massa do prato com água condensada após 180 minutos 73
Figura 22 – Estudantes organizados em grupos para o desenvolvimento 76
Figura 23 – Momento em que E_3 aponta para o gráfico em construção 76
Figura 24 – Signos utilizados para representação dos pontos no plano cartesiano elaborado pelo Grupo A 77
Figura 25 – Momento em que E_3 aponta para o plano cartesiano 77
Figura 26 – Momento em que E_7 aponta para o gráfico 78
Figura 27 – E_3 orientando as estudantes durante o desenvolvimento 80
Figura 28 – Estudantes resolvendo com auxílio da calculadora 80
Figura 29 – Planilha com variáveis tempo e quantidade de água condensada 85
Figura 30 – Representação dos pares ordenados na forma de pontos 85

Figura 31 – Momento em que E_4 aponta para o gráfico ... 86
Figura 32 – Momento em que E_2 aponta para o gráfico ... 87
Figura 33 – Momento em que E_8 manipula o gráfico da função senoidal ... 88
Figura 34 – Validação por meio da representação gráfica do modelo senoidal ... 88
Figura 35 – Validação por meio da representação gráfica da função Polinomial ... 89
Figura 36 – Momento em que E_5 observou a condensação na garrafa de água ... 91
Figura 37 – Estudantes preparando o experimento ... 104
Figura 38 – Grupos A e B respectivamente executando o experimento ... 105
Figura 39 – Termômetro indicando a temperatura da água após resfriamento ... 106
Figura 40 – Termômetro indicando a temperatura da solução após resfriamento ... 106
Figura 41– Signos produzidos pelos estudantes para registros durante a experimentação ... 107
Figura 42 – Momento em que os estudantes estabelecem comparações entre os líquidos ... 107
Figura 43 – Signos produzidos pelos estudantes do Grupo A para representação gráfica da perda de calor da água ... 108
Figura 44 – Signos produzidos pelos estudantes do Grupo B para representação gráfica da perda de calor da água com sal ... 108
Figura 45 – Momento em que E_3 aponta para o gráfico em construção ... 109
Figura 46 – Momento em que E_8 aponta para a função ... 112
Figura 47 – Momento em que os estudantes representam no *software* GeoGebra os dois modelos deduzidos ... 113
Figura 48 – Relação das categorias com os eixos temáticos evidenciados por meio dos papéis dos signos interpretantes da Teoria da Comunicação de Peirce ... 129
Figura 49 – Comunicação como processo de seleção, combinação e intercâmbio de repertórios por meio da Modelagem Matemática com experimentação ... 131

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Momentos de familiarização em atividades de Modelagem Matemática 30
Quadro 2 – Classificação de Atividades Experimentais 37
Quadro 3 – Tipos de abordagens para atividades experimentais 38
Quadro 4 – Quadro de códigos para comunicação 52
Quadro 5 – Configuração das atividades desenvolvidas 56
Quadro 6 – Organização dos grupos nos diferentes momentos de desenvolvimento da atividade “Condensação da água” 57
Quadro 7 – Organização dos grupos nos diferentes momentos de desenvolvimento da atividade “Quem perde calor mais rápido?” 58
Quadro 8 – Cronograma de desenvolvimento das atividades 58
Quadro 9 – Descrição das seções que compõem o Produto Educacional 64
Quadro 10 – Organização dos grupos para o momento da experimentação 67
Quadro 11 – Signos produzidos pelos estudantes durante a coleta de dados 68
Quadro 12 – Signos produzidos pelos estudantes durante coleta de dados 71
Quadro 13 – Quadro de dados dos coletados pelos estudantes após 30, 60, 90, 120, 150 e 180 minutos 74
Quadro 14 – Reestruturação dos grupos para o momento pós-experimentação 76
Quadro 15 – Signos produzidos pelo Grupo A para o início da dedução do modelo 79
Quadro 16 – Signos produzidos pelo Grupo A para a dedução do modelo matemático 81
Quadro 17 – Signos produzidos pelo Grupo A para a validação do modelo matemático 82
Quadro 18 – Validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo A 83
Quadro 19 – Signos produzidos pelo Grupo A para a resolução do problema de investigação 83
Quadro 20 – Signos produzidos por meio da ferramenta de ajustes de curvas no *software* GeoGebra 85
Quadro 21 – Validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo B por meio do GeoGebra 90
Quadro 22 – Síntese dos signos interpretantes produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *inteiração* 95
Quadro 23 – Síntese dos signos interpretantes produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *matematização* 97

Quadro 24 – Síntese dos signos interpretantes produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *resolução* 101
Quadro 25 – Síntese dos signos interpretantes produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *interpretação de resultados e validação* 102
Quadro 26 – Encaminhamento do experimento sugerido pelo professor 104
Quadro 27 – Organização dos grupos para o momento experimentação 104
Quadro 28 – Dedução e modelo matemático apresentado pelo Grupo A para o tubo com água 110
Quadro 29 – Dedução apresentada pelo Grupo B para o tubo com água e sal..................... 111
Quadro 30 – Modelo matemático apresentado pelo Grupo B para o tubo com água e sal ... 112
Quadro 31 – Validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo A para o tubo com água 113
Quadro 32 – Validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo B para o tubo com água e sal 113
Quadro 33 – Síntese dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *inteiração*.. 116
Quadro 34 – Síntese dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *matematização* 117
Quadro 35 – Síntese dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *resolução* 119
Quadro 36 – Síntese dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *interpretação de resultados e validação* 120
Quadro 37 – Localização dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos envolvidos na comunicação durante o desenvolvimento da atividade "Condensação da água" 121
Quadro 38 – Papel dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos envolvidos na comunicação no desenvolvimento da atividade "Condensação da água"............................ 122
Quadro 39 – Localização dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos envolvidos na comunicação durante o desenvolvimento da atividade "Quem perde calor mais rápido?" ... 122
Quadro 40 – Papel dos signos interpretantes usados ou produzidos no desenvolvimento da atividade "Quem perde calor mais rápido?"... 123
Quadro 41 – Síntese das categorias reveladas por meio do papel dos signos interpretantes usados ou produzidos no desenvolvimento das duas atividades de Modelagem Matemática com experimentação 126

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CNMEM	Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática
COVID	Corona Virus Disease
EPAMM	Encontro Paraense de Modelagem Matemática
EPMEM	Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática
GEPMIT	Grupo de Estudos e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias
ICME	International Congress on Mathematical Education
ICTMA	International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications
IC	Interpretante Comunicacional
IE	Interpretante Efetual
II	Interpretante Intencional
PP	Professor Pesquisador
RIUT	Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

SUMÁRIO

1 PRIMEIROS PASSOS 15
1.1 Por que esta pesquisa é importante para a Educação Matemática? 16
1.2 Desenvolvimento do problema de pesquisa 21

2 MODELAGEM MATEMÁTICA 23
2.1 Modelagem Matemática na Educação Matemática 23
2.2 Modelagem Matemática como Alternativa Pedagógica 27
2.3 Modelagem Matemática e sua relação com a Interdisciplinaridade 32
2.4 Modelagem Matemática e a relação com Atividades Experimentais 35

3 SEMIÓTICA PEIRCEANA 41
3.1 Semiótica segundo Charles Sanders Peirce 41
3.2 Considerações sobre a Teoria da Comunicação de Peirce 45
3.3 Aprender Matemática por meio da comunicação 51

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS 54
4.1 Delineamento da pesquisa 54
4.2 Contexto das atividades desenvolvidas 55
4.3 Coleta de dados 58
4.4 Análise de Conteúdo como metodologia de pesquisa 59
4.5 Sobre o Produto Educacional 62

5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS 65
5.1 Descrição da atividade "Condensação da água" 65
5.1.1 Análise da atividade "Condensação da Água" 90
5.2 Descrição da atividade "Quem perde calor mais rápido?" 102
5.2.1 Análise da atividade "Quem perde calor mais rápido?" 114
5.3 Análise global 120

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS 128

REFERÊNCIAS 136

APÊNDICES 144

ANEXOS 149

1 PRIMEIROS PASSOS

Tudo se iniciou em 2018 quando soube do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática oferecido pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Londrina/Cornélio Procópio. Motivado pela vontade de retornar aos estudos e pela capacitação profissional, fui pesquisar sobre o programa. Fiquei surpreso ao defrontar-me com um corpo docente qualificado, cujo uma parte, tive a oportunidade de conhecer na graduação em outra instituição. Vendo isso, fiquei ainda mais motivado. Fiz a inscrição para a disciplina Modelagem Matemática na Perspectiva do Ensino ministrada pela professora e então minha orientadora Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva. Iniciei a disciplina e me encantei com a Modelagem Matemática e suas potencialidades enquanto alternativa pedagógica.

Na formação inicial em licenciatura em Matemática tive o primeiro contato com a Modelagem Matemática nos últimos semestres do curso. Embora meu primeiro contato com a Modelagem Matemática havia sido na graduação, me sentia um estrangeiro neste campo, pois não se tratava de uma alternativa recorrente desenvolvida durante as minhas aulas. Não tive a oportunidade de desenvolver atividades por meio desta alternativa enquanto estagiário, uma vez que a Resolução de Problemas era foco do meu Trabalho de Conclusão de Curso, e que direcionei todas as atenções naquela época. Foi então, na disciplina do mestrado, que pude aprender mais sobre como desenvolver atividades de Modelagem Matemática e colocar os meus conhecimentos em prática.

Seguindo as orientações de Almeida, Silva & Vertuan (2013), desenvolvi uma atividade com meus estudantes. Os resultados foram fantásticos para mim como professor, pois pude observar a empolgação dos estudantes envolvidos, bem como o desenvolvimento da interação e da comunicação entre eles proporcionada pelas fases da atividade. Com isso, escrevi meu primeiro artigo intitulado “Matemática e Cerâmica: uma Modelagem Matemática com o auxílio do código QR na prática em sala de aula” sob orientação da professora Karina. O artigo era requisito final para conclusão da disciplina e posteriormente tivemos a oportunidade de publicá-lo nos anais do VIII EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática.

Após o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática com meus estudantes, resolvi escrever o meu projeto de pesquisa para a seleção do mestrado. O projeto tinha como proposta, estudar o comportamento dos estudantes durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Após conseguir o acesso no programa e assumir a posição de pesquisador no ano de 2019, em conversa com a minha orientadora articulamos juntos a possibilidade de direcionar nossa pesquisa aos conceitos da semiótica, dando ênfase a Teoria da Comunicação Peirce (1998a), e associá-la ao desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com experimentação. Desse modo, os interesses que justificam nossa pesquisa estão relacionados diretamente com a literatura apresentada neste trabalho e pelas possíveis contribuições que estas articulações podem proporcionar a Educação Matemática.

1.1 POR QUE ESTA PESQUISA É IMPORTANTE PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA?

A comunicação na Matemática não é algo relativamente novo. O reconhecimento da importância da comunicação em sala de aula fez levantar um grande leque de relações, tanto no ensino quanto na aprendizagem. Alguns autores relacionam de alguma forma a comunicação com a Matemática (HIEBERT, 1992; BAROODY, 1993; ALRØ; SKOVSMOSE, 2006; CÂNDIDO, 2007; FRONT; GODINO; CONTRERAS, 2008; FERRUZZI, 2011; ALMEIDA; FERRUZZI, 2011; ALMEIDA, SILVA, RAMOS, 2018;).

Embora possamos encontrar pesquisas que relacionam comunicação e matemática, segundo D'Amore, Pinilla & Iori (2015) a aprendizagem da matemática por meio da comunicação é uma prática que vem sendo esquecida na Educação Matemática. Para os autores:

> Esse aspecto da aprendizagem matemática, frequentemente esquecido ou omitido, busca evidenciar a capacidade de exprimir ideias matemáticas, justificando, argumentando, demonstrando (de maneira adequada aos estudantes, oral ou escrita) e representando de maneira visual com figuras, de modo eficaz (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 167).

Os autores chamam a relação entre a aprendizagem da matemática e a comunicação de "aprendizagem comunicativa" (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 167) e ressaltam que é relativamente importante os estudantes irem além de desenvolver conceitos matemáticos, buscando promover a capacidade de comunicar o que constituíram de forma íntegra, significativa e eficaz no que se refere aos conceitos trabalhados em sala de aula.

Podemos observar na literatura que as relações entre a comunicação e a Matemática tornam-se evidentes e de grande importância para a Educação Matemática, o que justifica a atenção de professores e pesquisadores. Outra razão que justifica o interesse da associação da comunicação com aprendizagem matemática é o desenvolvimento da habilidade de comunicar com outras pessoas as ideias próprias, aperfeiçoando o poder de argumentação e utilizando o vocabulário adequado. Essas relações compõem um aspecto importante no quadro das novas orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o ensino e a aprendizagem da disciplina de Matemática. Nesse sentido, a BNCC orienta promover nos estudantes a capacidade de "utilizar vocabulário relativo às noções de grandeza (maior, menor, igual etc.), espaço (dentro e fora) e medidas (comprido, curto, grosso, fino) como meio de comunicação de suas experiências" (BRASIL, 2017, p. 55), e ainda "expor resultados de pesquisa ou estudo com o apoio de recursos, tais como notas, gráficos, tabelas, entre outros, adequando as estratégias de construção do texto oral aos objetivos de comunicação e ao contexto" (BRASIL, 2017, p. 261).

A BNCC traz a comunicação como uma das dez competências gerais e destaca a importância de utilizar diferentes linguagens, sendo elas:

> [...] verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, *matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo*. (BRASIL, 2017, p. 9, grifo nosso).

A Teoria da Comunicação de Peirce tem sido objeto de estudos de vários pesquisadores (JOHANSEN, 2002; PIETARINEN, 2003, 2006; SANTAELLA; NÖTH, 2004; NETTO, 2007; BERGMAN, 2004, 2008, 2009; ROMANINI, 2016). Tais pesquisas abordam conceitos referentes aos signos interpretantes[1] presentes na Teoria da Comunicação de Peirce, bem como a importância desta teoria para áreas como a Filosofia, a Matemática, as Linguagens, a Lógica, etc. Outra perspectiva comum entre os autores é que, por meio da comunicação, estabelecemos produção de signos que nos possibilitam a inclusão a meios sociais, nos levando a realização dos deveres diários naquilo que é significativo para nós.

Mas afinal, o que é comunicação? Baseando-se nos princípios da Teoria da Comunicação de Charles Sanders Peirce, Netto (2007, p. 213) definiu comunicação como "uma produção de signos para serem interpretados". Corroborando com essa definição no que se refere aos signos presentes na Teoria da Comunicação de Peirce, Santaella (2012, p. 4) afirma que "não há, de modo algum, comunicação, interação, projeção, compreensão etc. sem signos". Considerando essas premissas e com base em Peirce (1998a), entendemos

---

[1] Trataremos dos signos interpretantes da Teoria da Comunicação de Peirce no tópico 3.2 deste trabalho.

comunicação como sendo um ramo dos estudos semióticos, especificamente uma forma de interação social entre indivíduos.

Santaella (2005, p. 1) ressalta que "o nome semiótica vem da raiz grega *semeion*, que quer dizer signo. Semiótica é a ciência dos signos". A autora argumenta que esta definição gera certa confusão para leitores iniciantes no assunto, pois alguns associam a um primeiro contato, com um novo nome para a Astrologia. Contudo a autora afirma que os signos no qual se refere à semiótica não são os do zodíaco, que segundo crenças são capazes de controlar o estado emocional do homem, mas sim signos referentes a linguagens. Dessa forma, a semiótica trata do modo como nós discernimos e interpretamos o mundo à nossa volta, a partir das pressuposições em nossa mente (SANTAELLA, 2005).

De modo geral, os signos no qual trata a semiótica, são sinais que o indivíduo escolhe para exteriorizar algo que lhe venha à mente, assim "não nos referimos apenas a signos de eventos naturais, mas também de signos que permeiam ou que constituem o nosso próprio mundo cultural, como os signos linguísticos, matemáticos, artísticos, [...]" (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 28). Nesta mesma perspectiva, Nicolau et al (2010, n.p) argumenta que "é no ser humano que se desenvolve a transformação dos sinais em signos pela relação que ele mantém com a linguagem".

Na literatura podemos encontrar pesquisas que estabelecem relações entre a Modelagem Matemática e a semiótica peirceana (KEHLE; CUNNINGHAM, 2000; FRONTE, GODINO; CONTRERAS, 2008; SILVA, 2013; VERONEZ, 2013; RAMOS, 2016; ALMEIDA; SILVA, 2017; MENDES, 2018; ARAKI, 2020), contudo, quase não encontramos pesquisas que relacionam a Teoria da Comunicação de Peirce, especificamente signos interpretantes, com a aprendizagem da Matemática (como, por exemplo, ALMEIDA; SILVA; RAMOS, 2018; ROCHA; SILVA, 2019; ALMEIDA; RAMOS; SILVA, 2021).

Para Almeida, Silva & Ramos (2018), do ponto de vista semiótico, a identificação de diferentes signos interpretantes durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática dá indícios do que é aprendido é resultado da interação e complementação desses signos conforme indica a Teoria da Comunicação de Peirce. Para a nossa pesquisa, tratamos dos signos interpretantes conforme as enunciações da Teoria da Comunicação de Peirce, que associa a geração de novos signos interpretantes com conceitos da semiose[2], caracterizado como uma evolução da ação própria do signo de ser interpretado por outro signo (PEIRCE, 2005).

[2] Trataremos da semiose no tópico 3.1 deste trabalho.

Segundo Mendes & Almeida (2020, p. 5) o signo interpretante “tem natureza de um signo criado em uma mente interpretadora”. Desse modo, entendemos signos interpretantes como recursos que alguém utiliza para representar algo (SANTAELLA, 2012), podendo ser recursos de pensamento, de compreensão de raciocínio e de aprendizagem, dessa forma, há necessidade de um intérprete, ou seja, uma mente interpretadora para que a ação da semiose seja contemplada. Assim, entendemos que “atividades de modelagem matemática desencadeiam semiose e, semiose realiza construção de conhecimento” (ALMEIDA; SILVA, 2017, p. 218).

Assim como há pesquisas que apontam articulações entre Modelagem Matemática e a semiótica de Peirce, há pesquisas que relacionam a Modelagem Matemática com outros referenciais teóricos (BARBOSA, 2001a, 2001b; BIENBENGUT; HEIN, 2005; BURAK, 2005; KAISER, et al., 2011; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013; BORSSOI, 2013; POLLAK, 2015; SETTI, 2017; MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2019; SETTI; VERTUAN, 2021).

Almeida, Silva & Vertuan (2013, p. 9), afirmam que a Modelagem Matemática “constitui uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático”. Desse modo, a Modelagem Matemática pode proporcionar a aprendizagem de multíplices conteúdos, gerando um amplo campo de possibilidades para a elaboração de pesquisas científicas.

Almeida & Vertuan (2014) estabelecem uma caracterização para atividades de Modelagem. Para os autores:

> A atividade diz respeito ao conjunto de ações em que se envolvem os modeladores (aqueles que desenvolvem a atividade de modelagem) e não se refere apenas a ações físicas desenvolvidas por um indivíduo, mas também a ações psíquicas conscientemente controladas como a memorização ativa, o pensamento, o comportamento intencional (ALMEIDA; VERTUAN, 2014, p. 2).

Sendo assim, atividades de Modelagem Matemática, podem proporcionar abordagens de questões reais do cotidiano do estudante, oportunizando a compreensão de determinados conteúdos e aplicações da matemática escolar em outras áreas do conhecimento, podendo promover a interdisciplinaridade (SETTI, 2017). Nesse sentido, a coleta de dados empíricos pode se fazer necessária no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, e ainda submeter-se a possibilidade de articulação com outras áreas do conhecimento.

Podemos então, associar atividades experimentais a Modelagem Matemática, pois por meio destas atividades, podem emergir simulações que envolvem relações em conjunto com outras disciplinas (CARREIRA; BAIOA, 2011). Araki (2020), por exemplo, investigou em sua pesquisa, como atividades experimentais investigativas desenvolvidas com estudantes do ensino fundamental em um contexto de aulas com Modelagem Matemática contribuem para a atribuição de significado para o objeto matemático. A pesquisa, realizada na disciplina de Matemática, contou com algumas atividades que abordam conceitos da Química e que foram desenvolvidas em conjunto com o GEPMIT - Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias, no qual, também faço parte. O autor aponta em suas considerações que um dos resultados de suas análises foi evidenciar que a "atribuição de significado como consequência futura encontra-se justificada na utilização de determinado objeto matemático como consequência da obtenção de resultados" (ARAKI, 2020, p. 159). Ou seja, para se chegar a uma solução para a atividade experimental, os estudantes tiveram que antecipar/prever um objeto matemático levando em consideração o fenômeno experimentado.

Um dos aspectos que difere a pesquisa de Araki (2020) da nossa é inicialmente a perspectiva em que a atividade foi desenvolvida, o presente trabalho não foi desenvolvido no mesmo contexto, pois se trata de atividades de Modelagem Matemática com experimentação desenvolvidas na disciplina de Química e não na disciplina de Matemática. Outro fator de divergência entre as pesquisas é que damos ênfase aos papéis dos signos interpretantes, diferente de Araki (2020) que investiga a atribuição de significados revelados pelos signos. Todavia há uma relação direta entre as pesquisas no que se refere ao desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com experimentação na Educação Básica e a semiótica peirceana como referencial de análise.

Segundo Salvadego (2008, p. 14), atividades experimentais "não requerem local específico nem carga horária e, portanto, podem ser realizadas a qualquer momento, tanto na explicação de conceitos, quanto na resolução de problemas, ou mesmo em uma aula exclusiva para experimentação". Para Alves Filho (2000), atividades experimentais têm, como objetivo pedagógico, o aperfeiçoamento dos processos de ensino e aprendizagem, tornando-os interativo, podendo os estudantes participar de forma ativa no desenvolvimento da atividade. Sendo assim, as atividades experimentais podem proporcionar aos estudantes o contato direto com a coleta de dados visando à busca pelas informações necessárias para a situação estudada. De forma geral, entendemos atividades experimentais como uma alternativa considerada construtiva que pode possibilitar a interdisciplinaridade (BRIDI et al., 2010).

Mas se a comunicação se faz importante para a Educação Matemática e a Teoria da Comunicação de Peirce é alvo de importantes pesquisas, por que não conciliá-las em uma única pesquisa? E por que não associar estes conceitos a atividades de Modelagem Matemática com experimentação? Tais provocações nos fizeram pensar sobre possíveis relações, a fim de conceber contribuições para a Educação Matemática.

1.2 DESENVOLVIMENTO DO PROBLEMA DE PESQUISA

Tendo em vista que a comunicação é um dos fenômenos que permeia o cotidiano do homem de forma natural, que a aprendizagem pode ser resultante da comunicação entre indivíduos, que a Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica pode ser capaz de apresentar forte potencial para proporcionar atos comunicativos (ALMEIDA; FERRUZZI, 2011) e considerando que o trabalho com a Modelagem Matemática aliado à experimentação em sala de aula pode proporcionar a interação entre os sujeitos envolvidos, relacionando a Matemática com outras áreas do conhecimento, buscamos nesta pesquisa reflexões para a seguinte questão de pesquisa: *Que papéis os diferentes signos interpretantes usados ou produzidos na comunicação assumem em atividades de Modelagem Matemática com experimentação?*

Para trazermos inferências sobre a questão de pesquisa, definiu-se como objetivo geral, evidenciar que papéis assumem os signos interpretantes usados ou produzidos pelos estudantes, pelo pesquisador, bem como aqueles que são resultado da comunicação entre os envolvidos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com experimentação.

Perante o exposto, organizamos este trabalho em seis capítulos. No capítulo um, apresentamos algumas considerações de como se iniciou a trajetória do desenvolvimento desta pesquisa, algumas referências da literatura que justificam o nosso interesse em colaborar com a Educação Matemática enquanto pesquisadores, o nosso problema de pesquisa bem como o objetivo a ser alcançado e a disposição estrutural do nosso texto.

No capítulo dois, definimos nossas concepções sobre o que entendemos por Modelagem Matemática, apresentamos uma parte do referencial teórico que fundamentam as nossas análises, buscamos na literatura definições que remetem à importância da Modelagem Matemática na Educação Matemática, citamos pesquisas que defendem a Modelagem Matemática como uma possibilidade para promover o trabalho com a interdisciplinaridade e apresentamos algumas articulações entre a Modelagem Matemática e atividades experimentais.

No capítulo três, discorremos brevemente sobre o que é a semiótica na perspectiva de Charles Sanders Peirce, apresentamos algumas definições sobre signo, objeto e interpretante, trazemos conceitos sobre a Teoria da Comunicação de Peirce com base em estudos já realizados a fim de designar subsídios que fundamentam as nossas análises e buscamos na literatura referências sobre a aprendizagem por meio da comunicação.

No capítulo quatro, inicialmente reapresentamos os principais objetivos desta pesquisa bem como sua categorização como pesquisa qualitativa, apresentamos a turma, o colégio, os sujeitos da pesquisa e o cronograma de desenvolvimento das atividades. Em seguida, apresentamos o contexto das atividades de Modelagem Matemática com experimentação e a coleta de dados. Por fim, discorremos sobre os procedimentos para a organização das análises, no qual, buscamos elucidar nossa opção metodológica utilizada para as análises e apresentamos brevemente o Produto Educacional resultante desta pesquisa.

No capítulo cinco inicialmente apresentamos a descrição da atividade "Condensação da água" seguida da análise local, na sequência apresentamos a descrição da atividade "Quem perde calor mais rápido?" seguida também da análise local. Em seguida, articulamos as duas atividades por meio da análise global.

Por fim, no capítulo seis, apresentamos nossas considerações e articulamos os resultados das análises tendo em vista reflexões para a nossa questão de investigação.

Com relação ao Produto Educacional resultante, desta pesquisa, desenvolvemos um caderno de sugestões de atividades de Modelagem Matemática com experimentação ao professor, de título *Modelagem Matemática e experimentação: sugestões ao professor*. Intentamos com esse produto que professores de Matemática ou Química da Educação Básica ou mesmo do Ensino Superior tenham acesso ao material disponibilizado e implementem o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática com experimentação com seus estudantes.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Há várias alternativas que podem favorecer o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. No entanto, cabe ao professor empregar em suas aulas a que achar mais conveniente para o momento, fazendo com que a sala de aula se torne um ambiente motivador para que os estudantes se sintam capazes de resolver problemas, promovendo o aprendizado e o conhecimento matemático. Dentre as alternativas podemos destacar: *Resolução de Problemas; Jogos Matemáticos; Etnomatemática; História da Matemática; Investigação Matemática; Tecnologia da Informação* e a *Modelagem Matemática*.

Nesta pesquisa abordamos a Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica pela possibilidade de relacionar diferentes áreas do conhecimento, permitindo assim seu desenvolvimento em diferentes disciplinas. Embora não tenhamos destacado atividades experimentais como uma das alternativas para o ensino da Matemática, entendemos que ela pode ser uma aliada às demais alternativas por proporcionar a investigação, bem como promover conexões entre diferentes disciplinas.

Mesmo que os temas abordados neste capítulo, sendo eles Modelagem Matemática e atividades experimentais sejam duas alternativas que apresentam características diferentes, podem se constituir como grandes aliadas para a Educação Matemática, como apontam pesquisas que encadeiam transversalmente os dois temas (MADRUG; KLUG, 2015; ARAKI; ROGOSKI; SILVA, 2019; ALMEIDA; MALHEIRO, 2019; ARAKI, 2020).

Assim, neste capítulo tratamos das atividades experimentais como uma potente aliada da Modelagem Matemática, apresentamos o referencial teórico sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática, no qual retratamos diferentes concepções de pesquisadores e dissertamos nossos entendimentos sobre o que é Modelagem Matemática e como introduzi-la nas aulas de Matemática ou em outras áreas do conhecimento dependendo do contexto e do ambiente educativo. Tais entendimentos serviram de *fio condutor* para o desenvolvimento das atividades que compõem esta pesquisa e que fundamentam parte das nossas análises.

2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Hans Freudenthal e Henry Otto Pollak foram dois matemáticos que contribuíram diretamente para a consolidação da Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Segundo Aragão & Barbosa (2016), historicamente, a Modelagem Matemática teve início na Educação Matemática por volta do ano de 1968 com as ideias de Felix Christian Klein e motivadas por Freudenthal e Pollak, na qual, trouxeram a importância da Modelagem Matemática como recurso metodológico para o ensino da ciência dos números.

Assim, a Modelagem Matemática foi consolidada como uma nova alternativa no ensino de matemática sendo responsável por fomentar diversos estudos e produções acadêmicas em diferentes perspectivas (GALBRAITH, 1995; SCHMIDT, 2011; CARREIRA; BAIOA, 2011; KOTZE; JACOBS; SPANGENBERG, 2017; DOERR; ÄRLEBÄCK; MISFELDT, 2017). Tais estudos começaram a ser publicados em livros e eventos internacionais, como por exemplo, *International Congress on Mathematical Education* (ICME) e *International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (ICTMA) (ARAGÃO; BARBOSA, 2016).

No Brasil, a Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática, iniciou-se em meados das décadas de 1970-1980, em disciplinas como Matemática Aplicada na UNICAMP, e ganhou força por meio de pesquisadores como Ubiratan D'Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi, conforme destaca Malheiros (2004). D'Ambrósio (1986, p. 11) ressalta que a Modelagem "é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial". Nessa mesma perspectiva, Bassanezi (2015) argumenta que a Modelagem Matemática é uma metodologia utilizada para obter determinadas explicações, bem como soluções de situações reais podendo auxiliar o estudante na sua maneira de pensar e agir.

Desde então, no Brasil foram criados eventos como a Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM), o Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática (EPMEM) e o Encontro Paraense de Modelagem Matemática (EPAMM), eventos estes responsáveis por apresentar um considerável número de publicações que tratam da Modelagem Matemática, na qual, vem sendo, nas últimas décadas, foco de diversas pesquisas no Brasil, nas mais diferentes perspectivas.

Alguns pesquisadores da área tratam a Modelagem Matemática como uma *metodologia de ensino e aprendizagem* (BURAK, 2005; BIEMBENGUT; HEIN, 2005). Para Burak (2005), a Modelagem Matemática consiste em uma metodologia de ensino de Matemática, na qual, o estudante pode se sentir motivado a aprender e o professor deixa de ser o principal responsável do processo de ensino e aprendizagem. Biembegut & Hein (2005, p. 13) ressaltam que "a modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias". Para os autores, a Modelagem Matemática enquanto metodologia de ensino e aprendizagem pode desenvolver nos estudantes a capacidade de ler e interpretar matematicamente situações não necessariamente matemáticas.

Na concepção de Barbosa (2001b), a Modelagem Matemática consiste em um *ambiente de aprendizagem* que constitui o processo de abordagem de um problema matemático ou não, resultando na construção de um modelo matemático, ou seja, "é um ambiente de aprendizagem, no qual, os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade" (BARBOSA, 2001b, p. 6). O autor admite que a Modelagem Matemática proporciona um ambiente de aprendizagem que estimula os estudantes a desenvolverem seu senso crítico diante de situações do meio social, sendo a matemática uma aliada para indagar tais situações, a fim de se buscar estratégias de resolução, proporcionando um ambiente favorável para a exploração e a associação de conceitos matemáticos com a realidade (BARBOSA, 2001a).

Em uma perspectiva semelhante à de Barbosa (2001a), Araújo (2009) estabelece uma concepção segundo a Educação Matemática Crítica, na qual, defende a Modelagem Matemática na Educação Matemática com a preocupação do professor não esmerar-se apenas em demonstrar conceitos e apresentar exemplos de aplicações matemáticas aos estudantes, mas sim, que faça com que os estudantes reflitam sobre a importância de se aprender Matemática para viver na sociedade e reagir criticamente a possíveis situações que tenham a Matemática como pano de fundo.

Pêssoa & Júnior (2013) testificam que as diferentes abordagens matemáticas dentro de uma única problemática, podem contribuir diretamente para a construção do conhecimento crítico e matemático do aluno, preparando-o também para agir democraticamente na sociedade. Skovsmose (2014) ressalta que,

> [...] é importante suplantar concepções de crítica que carreiam pensamentos de fundamentação sólida ou metodologias bem-definidas. Isso implica reconhecer que a crítica é uma tarefa profundamente incerta. É um passo importante para todo processo de educação crítica que pretende romper a visão de modernidade. É essencial para a formulação de uma educação matemática crítica para o futuro (SKOVSMOSE, 2014, p. 119).

Skovsmose (2014, p. 12) ainda destaca que "*uma concepção crítica da matemática* é apresentada com base na ideia de matemática em ação e nas consequências do emprego da matemática na sociedade moderna". Dessa forma, para o autor, dar significado a Matemática significa explorar possibilidades no contexto educacional, proporcionando aos estudantes a capacidade cognitiva da reflexão crítica.

Para Malheiros (2004), a Modelagem Matemática consiste em uma *estratégia pedagógica*. A autora defende esta concepção afirmando que:

> quando um aluno cria modelos que lhe permitirão elaborar estratégias para que o mesmo seja resolvido, ele está utilizando conteúdos matemáticos para este fim e com isso está utilizando a Matemática dentro de um ambiente onde a Modelagem está sendo utilizada como estratégia pedagógica (MALHEIROS, 2004, p. 39).

Nesta perspectiva, a autora acredita que ao se desenvolver a Modelagem Matemática em sala de aula o professor dá autonomia para os estudantes, possibilitando-os a busca e compreensão de temas do interesse de cada um, e com isso, na maioria das vezes, conseguem atribuir significados para conteúdos que talvez não conseguissem atribuir ao serem desenvolvidos em um ambiente diferente.

Meyer, Caldeira & Malheiros (2019) defendem a perspectiva de que a Modelagem Matemática consiste em *educar matematicamente*, isso se deve à concepção dos autores sobre a Matemática. Os autores assumem a Matemática como "regras e convenções que são estabelecidas dentro de determinado contexto social, histórico e cultural, permeado pelas relações de poder, diferentemente daquela vista como uma descoberta" (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2019, p. 34). Desse modo, para os autores, a Modelagem Matemática "não trabalha com problemas inventados "teóricos" – aqueles que, de modo um tanto injusto, chamamos pejorativamente de "problemas de livro texto", mas com problemas reais" (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2019, p. 34). Dessa forma, os estudantes vão além de aprender um método de "usar" a Matemática por meio de algoritmos, mas sim, numa perspectiva mais ampliada, resgatando diferentes formas para trabalhar com a matemática da realidade, se aproximando, segundo os autores, daquilo que D'Ambrósio chama de Programa Etnomatemática.

Em meio a tantas perspectivas, entendemos a Modelagem Matemática como uma *alternativa pedagógica*, característica esta, estabelecida por Almeida, Silva & Vertuan (2013). Sendo assim, a Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica norteou o desenvolvimento das atividades apresentadas neste trabalho, contribuindo diretamente para as análises *a posteriori*.

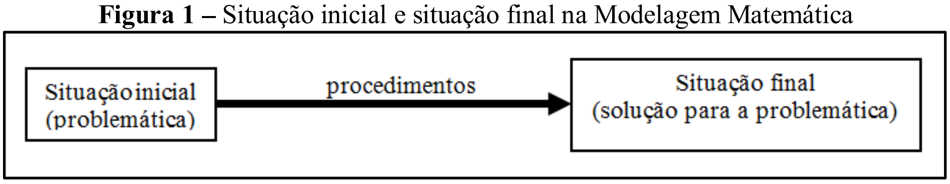
2.2 Modelagem Matemática como Alternativa Pedagógica

Almeida, Silva & Vertuan (2013, p. 9) argumentam que esta alternativa, "aborda por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático". De modo geral, na concepção dos autores,

> uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 12).

Nota-se que os autores não caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática apenas pela situação inicial, mas sim pelo processo estabelecido entre os envolvidos no desenvolvimento destas atividades, pois, segundo Veronez (2013, p. 25) "é na transição da situação inicial (problemática) para a situação final (solução para a situação inicial) que o professor tem oportunidade de ensinar Matemática". Dessa forma, cabe ao professor estar atento às fases de transição (procedimentos) estabelecidas entre a situação inicial e a situação final (Figura 1), assegurando-se que os estudantes irão transitar por entre elas.

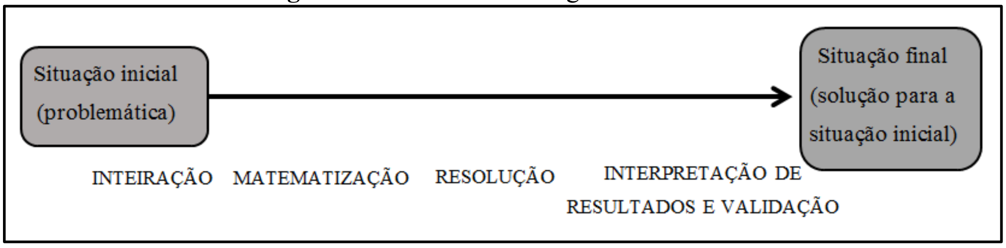
Figura 1 – Situação inicial e situação final na Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva & Vertuan (2013, p. 12)

Para os autores, inicialmente uma situação-problema é apresentada pelo professor ou elencada pelos estudantes podendo ser matemática ou não, ocorrem então os procedimentos, ou seja, a investigação para elaboração do problema, em que conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados, hipóteses são elencadas, mas as estratégias de resolução não são conhecidas sendo de total competência dos envolvidos, e por fim ocorre a análise da solução. Esses procedimentos são organizados em fases. Essas fases, segundo a perspectiva dos autores, são: *inteiração*, *matematização*, *resolução*, *interpretação de resultados e validação*, podendo ser representadas pelo diagrama da Figura 2. Segundo Almeida, Silva & Vertuan (2013), as fases não precisam necessariamente seguir esta linearidade.

Figura 2 – Fases da Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva & Vertuan (2013, p. 15)

A fase *inteiração* refere-se ao primeiro contato do estudante com a situação-problema que se pretende estudar, a fim de conhecer as especificidades da situação por meio de contatos diretos ou indiretos, e para coleta de dados qualitativos e quantitativos. “A inteiração conduz a formulação do problema e a definição de metas para sua resolução” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 15), ainda que a inteiração seja a primeira fase, segundo os autores, ela pode se estender durante todo o desenvolvimento, considerando o fato de se identificar novas informações que podem emergir no decorrer do desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

A *matematização* é a fase da transformação da linguagem, é a busca pela elaboração de uma representação matemática por meio de símbolos para realizar descrições matemáticas. Segundo Almeida, Silva & Vertuan (2013, p. 16) “essas descrições são realizadas a partir de formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações em relação às informações e ao problema definido na fase de inteiração”. De comum acordo com os autores em relação as simplificações do problema, Meyer, Caldeira & Malheiros (2019) salientam que:

> Todo problema tem de ser tratado com passo de simplificação, e, às vezes, a simplificação que fazemos é para facilitar a resolução matemática. Outras vezes simplificamos para colocar o problema ao nível dos nossos alunos. Não simplificamos o problema real, e sim introduzimos hipóteses que simplificam sua abordagem (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2019, p. 27).

A fase *resolução* tem por objetivo, descrever a situação inicialmente estudada. Para Almeida, Silva & Vertuan (2013, p. 16), esta fase constitui-se

> na construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado na situação e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões para o problema em estudo.

A fase *interpretação de resultados e validação* implica na busca por uma solução para o problema, na qual, requer uma avaliação dos envolvidos na atividade, com o objetivo de evidenciar se o modelo matemático está associado ao contexto estudado (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013). A qualidade de um resultado/modelo não deve ser julgada apenas pela correção da matemática feita de acordo com a situação matemática idealizada inicialmente, mas também pelo sucesso do confronto com a realidade no final (POLLAK, 2015). Assim, a interpretação e validação do modelo matemático, podem ser feitas por meio de análise das inferências da solução resultante, ou pode-se retomar a situação inicial a fim de verificar se o modelo matemático que está sendo investigado está adequado ou não com a situação estudada.

Um ponto importante da Modelagem Matemática apontado na literatura é o modelo matemático. Galbraith (1995, p. 29, tradução nossa)[3] ressalta que a Modelagem Matemática pode promover "[...] o desenvolvimento de uma abordagem sistemática e estratégica para o desenvolvimento, interpretação e teste de modelos". Logo, um modelo matemático pode ser resultado de significados matemáticos atribuídos pelos estudantes há problemas reais.

Se tratando de modelo matemático, assim como a Modelagem Matemática se faz diante de diferentes perspectivas na literatura, modelo matemático também é elencado por pesquisadores em diferentes concepções. Para Biembengut & Hein (2005, p. 12), "um modelo matemático retrata, ainda que em uma visão simplificada, aspectos da situação pesquisada". Bassanezi (2002, p. 20) assume que "um modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado". Entende-se que para o autor, o modelo matemático deve constituir-se de representações matemáticas, tais representações devem ser formadas por símbolos, algarismos, números e etc. Para Doerr, Ärlebäck & Misfeldt (2017, p. 74, tradução nossa)[4], "[...] um modelo matemático é uma versão simplificada de algum aspecto do mundo real formalizado em matemática com o objetivo de resolver uma situação problemática no mundo real". Corroborando com os autores, Carreira (2001) ressalta que a Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas reais por meio de modelos matemáticos.

Em meio a estas perspectivas, entendemos modelo matemático como sendo "um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, que é expresso por meio de uma linguagem ou

---

[3] Traduzido do seguinte trecho em inglês: *"This infrastructure involves the development of a systematic, strategie, approach to the development, interpretation, and testing of models".*

[4] Traduzido do seguinte trecho em inglês: "[...] *a mathematical model is a simplified version of some aspect of the real world that is formalized in mathematics for the purpose of solving a problem situation in the real world".*

uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, em geral, não matemático" (ALMEIDA; VERTUAN, 2014, p. 2).

Silva (2013), em sua pesquisa, apresenta três modelos matemáticos distintos, elaborados pelos estudantes do 4º ano de Licenciatura em Matemática para uma atividade de Modelagem Matemática relacionada ao Diazepan no organismo. Na atividade, vários modelos matemáticos emergiram para uma mesma situação, o que evidencia que atividades de Modelagem Matemática podem proporcionar diferentes representações associadas a diferentes interpretações, conduzindo a resultados nem sempre iguais (ALMEIDA; VERTUAN, 2014).

Com isso, podemos entender que, a partir de uma situação-problema a ser investigada, os estudantes são colocados em ação de modo que fazem uso de Matemática para apresentar uma solução para tal situação. Como apontado em pesquisa de Silva (2003) diferentes modelos podem emergir dependendo do conhecimento dos estudantes com relação à situação ou a Matemática que os mesmos vivenciam. Neste sentido, a implementação da Modelagem Matemática em sala de aula em diferentes níveis de escolaridade é defendida na literatura.

Assim, no meio acadêmico, é discutido sobre o papel do professor e do estudante. Todavia, Almeida, Silva & Vertuan (2013, p. 23-24) ressaltam que "determinar especificamente o que cada um, entre professor e alunos, deve fazer durante as atividades pode parecer pretencioso, considerando a singularidade de cada situação". Os autores, ressaltam que atividades de Modelagem Matemática podem ser implementadas no contexto de sala de aula, seguindo três momentos de familiarização conforme apresentados no Quadro 1.

Quadro 1 – Momentos de familiarização em atividades de Modelagem Matemática

Atividades de primeiro momento	Em um primeiro momento, o professor coloca os alunos em contato com uma situação-problema, juntamente com os dados e as informações necessárias. A investigação do problema, a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático são acompanhadas pelo professor, de modo que ações como definição de variáveis e de hipóteses, a simplificação, a transição para linguagem matemática, obtenção e validação do modelo bem como o seu uso para a análise da situação, são em certa medida, orientadas e avalizadas pelo professor.
Atividades de segundo momento	Em um segundo momento, uma situação-problema é sugerida pelo professor aos alunos, e estes, divididos em grupos, complementam a coleta de informações para a investigação da situação e realizam a definição de variáveis e a formulação de hipóteses simplificadoras, a obtenção e validação do modelo matemático e seu uso para a análise da situação. O que muda essencialmente, do primeiro momento para o segundo é a independência do estudante no que se refere à definição de procedimentos extra matemáticos e matemáticos adequados para a realização da investigação.
Atividades de terceiro momento	No terceiro momento, os alunos, distribuídos em grupos, são responsáveis pela condução de uma atividade de modelagem, cabendo a eles a identificação de uma situação-problema, a coleta e análise de dados, as transições de linguagem, a

	identificação de conceitos matemáticos, a obtenção e validação do modelo e seu uso para a análise da situação, bem como a comunicação desta investigação para a comunidade escolar.

Fonte: Elaborado pelo autor com base em Almeida, Silva & Vertuan (2013, p. 26)

No primeiro momento o professor é responsável tanto pela situação-problema proposta aos estudantes, quanto à disponibilização de dados para a resolução do problema a ser investigado, ficando responsável também, pela mediação dos grupos no desenvolvimento da atividade. Em um segundo momento, os estudantes já assumem a responsabilidade pela coleta de dados qualitativos e quantitativos, tornando-se mais independentes. E no terceiro momento, compete aos estudantes identificar o problema, coletar os dados, construir o modelo matemático, validar o modelo e responder ao problema inicial, cabendo ao professor orientar os estudantes durante as fases do desenvolvimento.

Sobre os momentos de familiarização com atividades de Modelagem Matemática, Almeida & Vertuan (2014, p. 11) acentuam que:

> O desenvolvimento de uma atividade de modelagem, independente do momento a que esteja associada, pode tomar diferentes encaminhamentos traçados pelas discussões dos alunos entre si, dos alunos com o professor, de tal modo que uma mesma situação-problema pode desencadear diferentes problemas e diferentes resoluções. Isso denota o caráter subjetivo da atividade de modelagem matemática no sentido de que o modelo matemático é, de certo modo, um retrato da realidade sob a ótica daquele que a desenvolve.

Desse modo, o envolvimento do aluno em relação à transição dos momentos de familiarização vai se solidificando conforme o trabalho do professor com a Modelagem Matemática no contexto da sala de aula. Assim, o professor deve ir passando aos poucos a responsabilidade por todas as fases aos estudantes, sendo cada vez mais cuidadoso em seus apontamentos durante as fases, até que os estudantes cheguem no terceiro momento.

Almeida, Silva & Vertuan (2013, p. 22) enfatizam que atividades de Modelagem Matemática nos diferentes momentos podem promover ao estudante, a capacidade de "fazer uso da Matemática, considerando tanto a utilização de algoritmos quanto os conceitos matemáticos em si, os alunos podem aplicar conhecimentos já construídos durante as aulas ou construir novos conhecimentos".

Desse modo, os conhecimentos adquiridos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática podem ser resultados da comunicação entre os envolvidos nas atividades, pois "[...] atos comunicativos são essenciais e constituem a 'linha invisível' que orienta o desenvolvimento da atividade e pode conduzir ao conhecimento (matemático ou não)" (ALMEIDA; FERRUZI, 2011, p. 4). Neste mesmo sentido, Lingefjärd (2011, p. 12, tradução nossa)[5] argumenta que:

> Se a modelagem matemática na sala de aula deve se vincular ao mundo real, é preciso haver um processo de enculturação em que estudantes, professores, pesquisadores e educadores compartilhem uma linguagem e práticas e desenvolvam o conhecimento por meio da comunicação.

Com isso, entendemos que atividades de Modelagem Matemática, nos três momentos de familiarização, podem possibilitar ao aluno por meio da inteiração e da comunicação, a utilização de habilidades e o desenvolvimento de conhecimentos em outras áreas.

2.3 Modelagem Matemática e sua relação com a Interdisciplinaridade

Entendemos interdisciplinaridade como "diferentes propostas, com diferentes perspectivas, entre elas, aquelas que defendem um ensino aberto para inter-relações entre Matemática e outras áreas do saber científico ou tecnológico, bem como com as outras disciplinas escolares" (TOMAZ; DAVID, 2008, p. 14).

Segundo Almeida, Silva & Vertuan (2013), a Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica pode proporcionar a relação com outras áreas do conhecimento, pois, na maioria das vezes, a situação inicial retrata um tema não matemático. Setti (2017, p. 53) reforça esta ideia ressaltando que "em Modelagem, as relações entre a realidade e a Matemática servem de subsídio para que conhecimentos matemáticos e não-matemáticos sejam acionados, produzidos e integrados".

Borgo & Burak (2011) abordam algumas perspectivas para o ensino da Matemática nas séries iniciais por meio da interdisciplinaridade e, de modo geral, tratam a interdisciplinaridade como "uma forma diferente de ver o mundo, de se ver o conhecimento [...] é uma forma de olhar os conhecimentos sob um ponto de vista mais global, mais relacionados" (BORGO; BURAK, 2011, p. 7).

Grafenhofer & Siller (2017), por meio da interdisciplinaridade se baseiam em um projeto sobre energias alternativas para desenvolverem atividades de Modelagem Matemática

---

[5] Traduzido do seguinte trecho em inglês: "*If mathematical modelling in the classroom is to link with the real world, then there has to be an enculturation process where students, teachers, researchers, and educators share a language and practices, and develop knowledge through communication*".

com estudantes do Ensino Médio e investigam o uso de conhecimentos extra matemático dos estudantes para resolver problemas.

Setti (2017), em sua pesquisa, trabalha a Modelagem Matemática no contexto da interdisciplinaridade em um curso técnico de informática integrado ao Ensino Médio. A autora argumenta que, em uma atividade de Modelagem Matemática, a interdisciplinaridade pode acontecer "quando as diversas disciplinas envolvidas possuem um objetivo comum, além de outros objetivos" (SETTI, 2017, p. 47).

Podemos observar que a Modelagem Matemática pode ser uma alternativa eficaz para relacionar diversas áreas com conhecimento matemático mostrando a Matemática em todas elas. Desse modo, por meio da Modelagem Matemática é possível abordar diversas áreas, pois as situações não necessariamente fazem parte de um contexto matemático. Nessa perspectiva, a Modelagem Matemática constitui-se em uma possibilidade para viabilizar a Matemática em outros conhecimentos, podendo assim possibilitar a interdisciplinaridade.

Para Gomes (2017, p. 28), a Modelagem Matemática

> privilegia a participação ativa dos estudantes na construção de um conhecimento matemático, de forma contextualizada e interdisciplinar, por meio da resolução de problemas a partir de dados coletados na própria sala de aula ou fora dela, em contextos mais restritos ou mais amplos, pela proposição de situações problema específicas, tanto pelo professor como pelos estudantes, ou pelo tratamento de temas matemáticos ou interdisciplinares por meio de projetos de trabalho que coordenam ações no próprio ambiente ou fora deste.

Percebemos então, que a Modelagem Matemática pode contribuir para uma aprendizagem, na qual, não remete apenas a conteúdos e conceitos matemáticos, mas sim, a um encadeamento entre as diversas áreas como, por exemplo, a Física, a Biologia, a Química, a Geografia, entre outras. Autores como Malheiros (2004), Burak (2005) e Biembengut & Hein (2005) defendem em suas pesquisas a articulação da Modelagem Matemática com outras áreas do conhecimento.

Para Burak (2005) a Modelagem Matemática consiste em uma metodologia de ensino e aprendizagem que pode favorecer ao estudante a percepção da relação existente entre a matemática e outras áreas do conhecimento. Biembengut & Hein (2005, p. 9) ressaltam que a matemática é "alicerce de quase todas as áreas de conhecimento". Malheiros (2004, p. 53) destaca que:

> [...] a questão da interdisciplinaridade está presente quando os alunos, a partir da diversidade dos temas escolhidos para o desenvolvimento dos trabalhos de Modelagem – sejam eles biológicos, históricos, socioculturais, etc. – procuraram

> relacioná-los com a Matemática, na tentativa de atribuir significados aos dados dos respectivos trabalhos.

Sendo assim, acreditamos que por meio da interdisciplinaridade presente na prática mediada pela Modelagem Matemática o raciocínio matemático pode ser desenvolvido, proporcionando a compreensão da aplicação da Matemática em outras áreas e contribuindo para o desenvolvimento de habilidades na resolução dos problemas diários, a fim de que os estudantes se sintam motivados a aprender.

Para Fazenda (1993), embora a interdisciplinaridade não possua sentido único e estável, seu princípio é o mesmo: a articulação entre as disciplinas e as diferentes áreas de conhecimento entrelaçando os conteúdos que fazem parte do currículo escolar. Corroborando com Fazenda (1993), Faria & Silveira (2017, p. 91), salientam que a interdisciplinaridade "é o conceito utilizado para tensionar a compartimentalização dos saberes científicos, não no sentido de eliminação das disciplinas, mas como possibilidades de articulá-las".

Nesse sentido, entendemos que a articulação entre diferentes disciplinas, pode ocorrer com auxílio de atividades experimentais, na qual se realiza uma investigação em que os estudantes desenvolvem "estratégias que os permitam resolver as situações-problema que vão emergindo no decorrer da atividade" (ARAKI; SILVA, 2018, p. 4).

Para Suart, Marcondes & Carmo (2009), atividade experimental é entendida como um recurso pedagógico que contempla diversas habilidades e que pode proporcionar a articulação bem como contextualizações entre diferentes disciplinas.

Madruga & Klug (2015) ressaltam a importância da experimentação no ensino de Ciências e Matemática, por meio de depoimentos coletados de professores iniciantes de um curso de mestrado, no qual, relatam as contribuições para a aprendizagem proporcionadas pela experimentação, as principais dificuldades encontradas ao utilizá-la em sala de aula, bem como sugestões para solucionar tais dificuldades, e afirmam que "[...] a contextualização e a interdisciplinaridade devam ser eixos centrais organizadores das dinâmicas interativas, tanto na abordagem de situações reais trazidas do cotidiano, como nas situações criadas na sala de aula através da experimentação" (MADRUGA; KLUG, 2015, p. 61).

No próximo tópico, trazemos algumas pesquisas que relacionam a Modelagem Matemática com as atividades experimentais, visto que ambas alternativas podem contribuir para a busca e compreensão de novas abordagens, podendo ainda proporcionar aos estudantes a capacidade de promover interações entre diversas áreas do conhecimento, levantar hipóteses, testá-las e discuti-las, aprendendo sobre os fenômenos estudados e os conceitos que os explicam.

2.4 Modelagem Matemática e a relação com Atividades Experimentais

As relações entre a Modelagem Matemática com atividades experimentais têm sido foco de diversos trabalhos (CAMPOS; ARAÚJO, 2009; CARREIRA; BAIOA, 2011, 2018; HEINEN et al., 2016; ARAKI; SILVA, 2018; LEE, 2018; ARAKI; ROGOSKI; SILVA, 2019; ALMEIDA; MALHEIRO, 2019; ARAKI, 2020; CARREIRA; BAIOA; ALMEIDA, 2020).

Campos & Araújo (2009) descrevem em seu trabalho, atividades de Modelagem Matemática aplicada aos fenômenos de cinemática envolvendo grandezas físicas a partir do levantamento de dados experimentais com estudantes de um curso de licenciatura em Matemática. Os autores relatam que, por meio da Modelagem Matemática e as atividades experimentais, conseguiram apresentar "uma perspectiva de ensino onde a integração entre algumas áreas do conhecimento são contempladas e as atividades experimentais são utilizadas na construção do conhecimento de Matemática e de Física" (CAMPOS; ARAÚJO, 2009, n.p).

Carreira & Baioa (2011) desenvolveram tarefas que envolvem Modelagem Matemática com manipulação e experimentação de objetos reais. As autoras ressaltam a importância de se desenvolver atividades de Modelagem Matemática com estudantes e argumentam que este tipo de atividade se faz importante, pois pode promover "[...] a capacidade de resolução de problemas, atitudes indagativas, criatividade, raciocínio matemático e comunicação" (CARREIRA; BAIOA, 2011, p. 211, tradução nossa)[6].

Heinen et al. (2016) caracterizam a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino e relatam os resultados de uma atividade experimental desenvolvida por meio desta metodologia com estudantes do 1º ano do Ensino Médio. Os autores apontam que os estudantes demonstraram interesse no desenvolvimento das atividades experimentais no laboratório de Química para coleta de dados, e por meio destas atividades, emergiram modelos matemáticos expressos por funções lineares. Destacam ainda, que as atividades experimentais favoreceram a aprendizagem de diversos conteúdos e defendem seu trabalho como uma possibilidade de promoção da interdisciplinaridade.

Araki & Silva (2018) apresentam uma discussão acerca da integração entre a Modelagem Matemática e outras Ciências, especificamente a Química por meio de atividades

---

[6] Traduzido do seguinte trecho em inglês: *"[...] problem-solving ability, inquiring attitudes, creativity, mathematical reasoning and communication"*.

experimentais investigativas. Em suas reflexões, os autores destacam que "ficaram evidentes as potencialidades por trás de uma prática capaz de conciliar a experimentação investigativa com a Modelagem Matemática" (ARAKI; SILVA, 2018, p. 13).

Lee (2018) ressalta que uma solução promissora para o problema de incorporação de dados moleculares e biofísicos em um modelo básico de mobilidade é a abordagem combinada de Modelagem Matemática e experimentação.

Araki, Rogoski & Silva (2019), por sua vez, apresentam o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática que teve por objetivo evidenciar o raciocínio funcional a partir de dados coletados por meio de atividades experimentais investigativas.

Carreira, Baioa & Almeida (2020), ao desenvolverem uma atividade de Modelagem Matemática sobre o reconhecimento biométrico das mãos em duas turmas diferentes, sendo uma de Ensino Médio e outra de uma universidade, revelam que a experimentação e a simulação, foram elementos relevantes para a produção de sentido pelos estudantes durante o desenvolvimento da atividade. Os autores revelam ainda que a experimentação transformou ideias e pensamentos em ações que possibilitaram construir e avaliar modelos matemáticos.

Esta relação entre a Modelagem Matemática com atividades experimentais nos trabalhos supracitados enfatiza a participação ativa do estudante como aquele que se envolve com a atividade, aquele que participa da construção de seus próprios conhecimentos, sendo o professor o responsável por promover esta possibilidade por meio de atividades que articulam conceitos, desafios e soluções de problemas do mundo real. Nessa perspectiva, de acordo com Lorenzato (2010), experimentar é ir além do resultado, é valorizar também a construção do conhecimento, pois, mais importante do que conhecer respostas é saber como encontrá-las.

Araújo & Abib (2003) categorizaram atividades experimentais em três classificações: atividades de *Demonstração*, *Verificação* e *Investigação*. Apresentamos algumas das potencialidades de cada classificação bem como as principais características no Quadro 2.

Quadro 2 – Classificação de Atividades Experimentais

Classificação	Potencialidade	Características principais
Atividades de Demonstração	Possibilidade de ilustrar alguns aspectos dos fenômenos físicos abordados, tornando-os de alguma forma perceptíveis e com possibilidade de propiciar aos estudantes a elaboração de representações concretas.	Atividades de demonstração podem apresentar duas características distintas: *Demonstrações fechadas*: se caracterizam principalmente pela simples ilustração de um determinado fenômeno físico, sendo uma atividade centrada no professor que a realizada. *Demonstrações/Observações Abertas*: incorporam outros elementos, apresentando uma maior abertura e flexibilidade para discussões que podem permitir um aprofundamento nos aspectos conceituais e práticos relacionados com os equipamentos, a possibilidade de se levantar hipóteses e o incentivo à reflexão crítica, de modo que a demonstração consistiria em um ponto de partida para a discussão sobre os fenômenos abordados, com possibilidade de exploração mais profunda do tema estudado.
Atividades de Verificação	Possibilidade de promover o desenvolvimento da capacidade de se efetuar generalizações, que podem ocorrer quando são extrapolados os limites do experimento de modo a explorar novas situações.	As atividades de verificação são caracterizadas por uma maneira de se conduzir a atividade experimental na qual se busca a verificação da validade de alguma lei física, ou mesmo de seus limites de validade.
Atividades de Investigação	Permite que os estudantes tomem posição ativa no processo de construção do conhecimento e que o professor passe a ser mediador ou facilitador desse processo.	Tem por característica proporcionar maior envolvimento dos estudantes em todas as etapas da investigação, desde a interpretação do problema a uma possível solução para ele.

Fonte: Elaborado pelo autor com base em Araújo & Abib (2003, p. 181 - 185)

Vale ressaltar que na modalidade *Atividades de Investigação* não há necessidade de abordar previamente os conteúdos em sala de aula, diferente das modalidades *Demonstração* e *Verificação*, pois os conteúdos podem ser discutidos no próprio contexto da atividade durante a experimentação, com resposta aos questionamentos elencados pelos estudantes e sua busca por explicações para as ocorrências (ARAÚJO; ABIB, 2003).

Oliveira (2010) elaborou um resumo sobre os tipos de abordagem das atividades experimentais, considerando o papel do professor, o papel do aluno, o roteiro de como ocorrem às atividades, a posição ocupada na aula e algumas vantagens e desvantagens de cada uma das modalidades (Quadro 3).

Quadro 3 – Tipos de abordagens para atividades experimentais

Abordagem com relação ao:	**Atividades experimentais de:**		
	Demonstração	**Verificação**	**Investigação**
Papel do professor	Executar o experimento; fornecer as explicações para os fenômenos.	Acompanhar o desenvolvimento da atividade desenvolvida pelos alunos; diagnosticar e corrigir erros.	Orientar as atividades; incentivar e questionar as decisões dos alunos.
Papel do estudante	Observar o experimento; em alguns casos, sugerir explicações.	Executar o experimento; explicar os fenômenos observados.	Pesquisar, planejar e executar a atividade; discutir explicações.
Roteiro da atividade experimental	Fechado, estruturado e de posse exclusiva do professor.	Fechado e estruturado.	Ausente ou, quando presente, aberto ou não estruturado.
Posição ocupada na aula	Central, para ilustração; ou após a abordagem expositiva.	Após a abordagem do conteúdo em sala de aula.	A atividade pode ser a própria aula ou pode ocorrer previamente à abordagem do conteúdo.
Algumas vantagens	Demandam pouco tempo; podem ser integradas à aula expositiva; úteis quando não há recursos materiais ou espaço físico suficiente para todos os alunos realizarem a prática.	Os estudantes podem apresentar maior facilidade na elaboração de explicações para os fenômenos; é possível verificar através das explicações dos estudantes se os conceitos abordados foram bem compreendidos.	Os alunos ocupam uma posição mais ativa; há espaço para criatividade e abordagem de temas socialmente relevantes; o "erro" é mais aceito e contribui para o aprendizado.
Algumas desvantagens	A simples observação do experimento pode ser um fator de desmotivação; é mais difícil para manter a atenção dos estudantes; não há garantia de que todos estarão envolvidos.	O fato dos resultados serem relativamente previsíveis pode não estimular a curiosidade dos alunos.	Requer maior tempo para sua realização. Exige um pouco de experiência dos alunos na prática de atividades experimentais.

Fonte: Adaptado de Oliveira (2010, p. 151)

Arruda & Laburú (1998) sugerem que atividades experimentais nas escolas devem partir de abordagens simples para as mais complexas conforme a familiaridade dos estudantes com estas atividades, por exemplo, desenvolver atividades de *Demonstração* e *Verificação*, na qual os estudantes possam entrar em contato com experimentos mais fechados, e posteriormente realizar experimentos mais abertos como indica as atividades experimentais de Investigação.

Acreditamos que atividades experimentais – independentemente de sua classificação – associadas à Modelagem Matemática podem contribuir para o processo de comunicação entre professor e estudante e consequentemente entre os próprios estudantes. Nossas preocupações em promover a comunicação, estão de acordo com as preocupações de Bordenave & Pereira (2012), que salientam que:

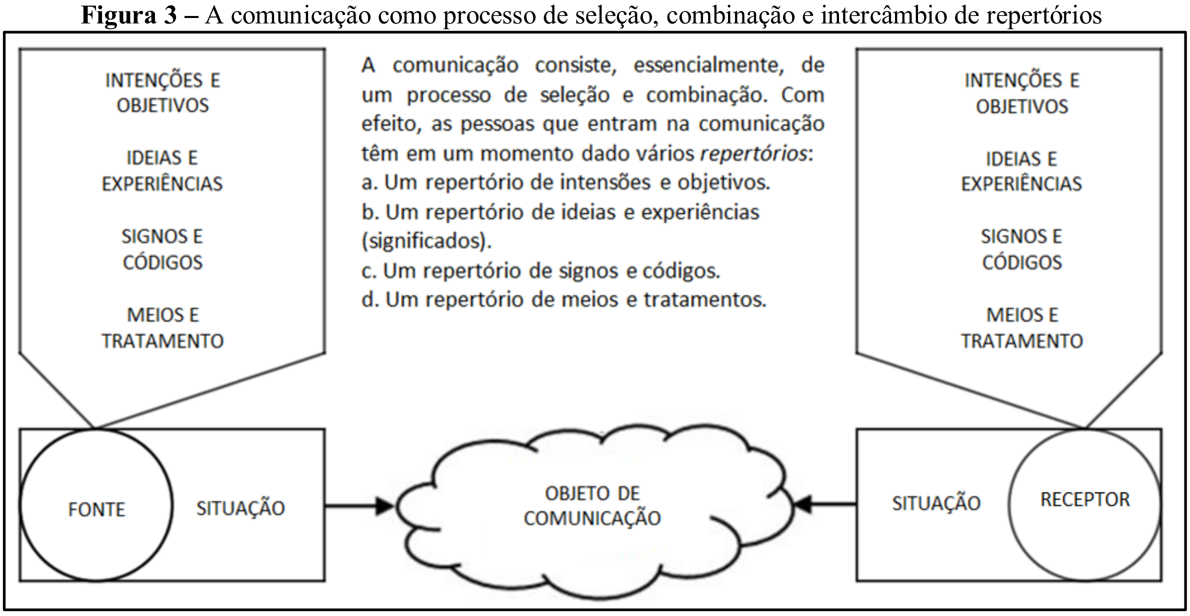
> O professor está mais preocupado em *expor sua matéria*, isto é, em falar, que em *comunicar*, isto é, despertar atenção e interesse, mobilizar a inteligência do aluno, ser entendido por este, e induzi-lo à expressão e ao diálogo. O professor acha que sua função consiste em transmitir conhecimentos e que é obrigação do aluno ouvir e compreender. Não percebe que *a atenção e a aprendizagem são processos psicológicos que às vezes devem ser provocados* (BORDENAVE; PEREIRA, 2012, p. 203).

Esta preocupação do professor, pode se dar ao fato de o mesmo estar sobrecarregado com obrigações diárias e burocráticas de sua escola, um exemplo, é ter que obrigatoriamente dar conta de um plano de trabalho muitas vezes engessado, independente se todos os estudantes consigam acompanhar ou não o conteúdo. Todavia isso não se generaliza, e essa deficiência na comunicação não é somente culpa do professor. Nesse sentido vale ressaltar que:

> O aluno tem uma forte tendência a não prestar atenção ao que o professor está dizendo. Por diversas razões (a força competitiva de outros estímulos atuantes em sua vida: namoradas, esportes, trabalho, família, saúde; as suas atitudes negativas contra figuras de autoridade; o seu desinteresse pela matéria em pauta) o aluno pode passar consideráveis períodos na classe pensando ou fazendo qualquer outra coisa em lugar de atender às palavras do professor (BORDENAVE; PEREIRA, 2012, p. 205).

Contudo entendemos que ensinar não é somente comunicar, mas sim fazer com que o estudante pense, a fim de que estimule a sua capacidade de identificar e resolver problemas. Bordenave & Pereira (2012) tratam da comunicação em sala de aula como processo de seleção, combinação e intercâmbio de repertórios conforme os itens a, b, c e d da Figura 3.

Figura 3 – A comunicação como processo de seleção, combinação e intercâmbio de repertórios



Fonte: Adaptado de Bordenave & Pereira (2012, p. 207)

Para os autores, no ato de comunicar, um dos envolvidos inicia o processo com certa intenção, ou objetivo contido em seu repertório, sendo este intencional ou não. Depois, vale-se para o seu repertório de ideias e experiências e faz uma opção de escolha que contribua para sua intenção ou objetivo. Em seguida, apela para o seu repertório de signos ou códigos a fim de representar suas ideias. Enfim, escolhe em seu repertório o melhor veículo para transmitir os signos, e o melhor tratamento dos signos com a intenção de formular sua mensagem de forma adequada e efetiva.

Assim, considerando a relação de signos que podem emergir durante o processo de comunicação em sala de aula, damos ênfase ao papel dos signos interpretantes que são usados ou produzidos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com experimentação. Para isso, no próximo capítulo, apresentamos uma abordagem teórica que subsidia nossas análises com base na semiótica peirceana, em que enfatizamos a Teoria da Comunicação de Charles Sanders Peirce.

3 SEMIÓTICA PEIRCEANA

Neste capítulo retratamos a Semiótica na perspectiva de Charles Sanders Peirce, apresentando algumas de suas definições para signo, objeto e interpretante, seguida das três divisões para os interpretantes. Posteriormente, apresentamos algumas considerações sobre a Teoria da Comunicação e as interpretações de alguns autores e, na sequência, discorremos sobre a aprendizagem da Matemática por meio da comunicação.

3.1 SEMIÓTICA SEGUNDO CHARLES SANDERS PEIRCE

A realidade semiótica está embutida naturalmente no mundo. Ignore fingir que a semiótica não existe, pois não há como fazê-la desaparecer (SÁENZ-LUDLOW; KADUNZ, 2016). O fato de que a semiótica permeia nosso cotidiano pode justificar o motivo pelo qual vem sendo estudada há séculos por diversos pesquisadores, que fundamentam seus estudos em teorias como as formuladas e apresentadas pelo americano Charles Sanders Peirce (1839 – 1914), pelo suíço Ferdinand de Sausseure (1857 – 1913), pelo bielorrusso Lev Semënovic Vygotsky (1896 – 1934), entre outros[7].

A semiótica para Peirce consiste na "doutrina da natureza essencial e das variedades fundamentais de uma possível semiose" (EP 2:413, 1907 *apud* NÖTH, 2013, p. 11). A semiose por sua vez, constitui-se como "um processo evolutivo que tende contínua e indefinidamente para um objeto, sendo sua natureza explicada como uma relação irredutível entre três correlatos" (QUEIROZ, 2004, p. 52). Em outras palavras, a semiose é uma cooperação entre três elementos, um signo, seu objeto e seu interpretante, ressaltando que para Peirce, o termo "mente" também pode ser entendido como semiose, ou um processo de formação das significações (NETTO, 2007).

Para uma melhor definição sobre os signos, recorremos aos escritos de Peirce, no qual, apresentam várias definições para este termo. Em uma delas, Peirce define signo como sendo "aquilo que sob certo aspecto ou modo representa algo para alguém" (PEIRCE, 2005, p. 46), em outra definição, Peirce apresenta signo como sendo "algo que serve para produzir conhecimento sobre alguma outra coisa, para a qual o signo está (*stands for*) ou representa. Essa outra coisa é chamada de objeto do signo" (PEIRCE, 1998a, p. 13). Peirce também

---

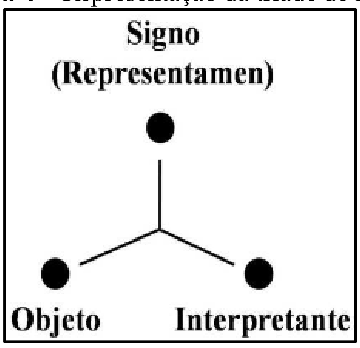
[7] O cerne desta pesquisa consiste na semiótica peirceana, desenvolvida por Charles Sanders Peirce e interpretada por pensadores, assim, delineamentos sobre outras teorias não serão aprofundados.

chama signo de *representamen*, e em outra definição ressalta que se trata de "tudo aquilo que está relacionado com uma Segunda coisa, seu Objeto, com respeito a uma Qualidade, de modo tal a trazer uma Terceira coisa, seu *Interpretante*, para uma relação com o mesmo Objeto" (PEIRCE, 2005, p. 28). Assim, em meio às várias definições para signo ou *representamen*, podemos evidenciar uma relação entre três elementos, que formam a tríade signo-objeto-interpretante, em que, o

> [...] primeiro signo criará na mente (ou semiose) dessa pessoa um signo equivalente a si mesmo ou, eventualmente, um signo mais desenvolvido. Este segundo signo criado na mente do receptor recebe a designação de *interpretante* (que não é intérprete), e a coisa representada é conhecida pela designação de *objeto* (NETTO, 2007, p. 56).

Para Peirce, o "signo é uma estrutura lógica" (CP4, 9 *apud* QUEIROZ, 2004, p. 49) em que é usado para constituir a relação triádica entre objeto signo e interpretante. Em um sentido menos amplo, signo designa um elemento, "signo" ou "*representamen*", dentro da tríade (JOHANSEN, 1993), ou seja, o signo diz respeito a um alicerce para o objeto e para o interpretante e desenvolve uma função de intermédio entre esses dois elementos sígnicos, formando a tríade que pode ser representada graficamente (Figura 4).

Figura 4 – Representação da tríade de Peirce



Fonte: Silva (2013, p. 57)

O objeto desta relação triádica, refere-se a "aquilo que determina o signo, ao mesmo tempo que é aquilo que o signo, de alguma forma, representa, revela ou torna manifesto - não pode se restringir à noção de um existente ou objeto real [...]" (SANTAELLA, 2012, p. 15). Peirce caracteriza objeto como sendo:

> uma coisa singular existente e conhecida ou que se acredita tenha anteriormente existido ou que se espera venha a existir, ou um conjunto de tais coisas, ou uma qualidade, uma relação ou fatos conhecidos cujo Objeto singular pode ser um conjunto ou uma totalidade de partes, ou pode ter outro modo de ser, tal como algum ato permitido cujo ser não impede sua negação de ser igualmente permitida, ou algo

> de uma natureza geral desejado, exigido, ou invariavelmente encontrado em certas circunstâncias gerais (PEIRCE, 2005, p. 48).

Ao reportar-se à existência do objeto, Peirce (2005) sinaliza que o objeto só é acessado por intermédio do signo, todavia, há a necessidade de um intérprete para que a ação do signo seja produzida. Nesse sentido, o objeto segundo Peirce, pode ser de dois tipos: Imediato e Dinâmico.

> - *imediato*, isto é, o objeto tal e qual é representado pelo signo;
> - *dinâmico,* isto é, o objeto realmente eficiente, mas não imediatamente presente; aquele que guia a produção do signo e do qual o *objeto imediato* representa somente um aspecto particular (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 59).

Essa separação se faz necessária, pois o objeto imediato pode acarretar a interpretações errôneas, o que pode ocasionar a uma representação falsa daquilo que realmente é, ou seja, o objeto imediato "é aquilo que se supõe que um objeto é, sendo o Objeto Dinâmico uma representação *real* do objeto [...]" (NETTO, 2007, p. 69).

Contudo não há vínculo apenas entre objeto e signo, mas essa relação só é possível se formulada a um terceiro elemento, no qual Peirce denomina interpretante. O interpretante por sua vez, "é determinado pelo signo ou pelo próprio objeto através da mediação do signo – não pode ser considerado simplesmente como uma interpretação particular, singular do signo" (SANTAELLA, 2012, p. 15). Assim, o interpretante refere-se aquilo que constitui algo que o signo em sua função produz essencialmente em seu intérprete, em outras palavras, o interpretante é o significado do signo, que ao mesmo tempo pode se constituir em outro signo (PEIRCE, 2005). Com base na Teoria de Peirce, Netto (2007) define interpretante como sendo resultado da relação signo-objeto e destaca que:

> [...] o signo cria algo na mente do intérprete, algo que – por ter sido assim criado pelo signo – foi também criado de modo mediato e relativo pelo Objeto do signo. A esta criação do signo-objeto dá-se o nome de Interpretante, podendo-se entendê-lo, em suma e em termos banais, como o conceito ou a imagem mental criada na relação triádica de signo (NETTO, 2007, p. 70).

Santaella (2012) argumenta que Peirce apresenta divisões para interpretantes em três diferentes princípios, sendo o primeiro princípio dividido em dois interpretantes (*breadth e deph*), o segundo princípio dividido em três interpretantes (*imediato, dinâmico, e final*) e o terceiro princípio, assim como o segundo, também está dividido em três interpretantes (*Intencional, efetual e comunicacional*). Todavia esta pesquisa fundamenta-se no terceiro princípio (a comunicação), desse modo, não nos aprofundamos em definições para os dois primeiros princípios.

O terceiro princípio de divisão do interpretante é a comunicação, ou seja, refere-se ao "lugar que o interpretante ocupa num processo de comunicação, uma divisão, portanto, que localiza o interpretante dentro de um ponto de vista comunicativo, isto é, na relação de um enunciador com um receptor" (SANTAELLA, 2012, p. 67). Nesse sentido, segundo D'Amore, Pinilla & Iori (2015), o interpretante de um signo dentro do processo de comunicação pode se tornar o *representamen* de um novo signo que se remete a um mesmo objeto dinâmico segundo algumas características e a um novo objeto imediato e um novo interpretante e etc., reforçando o princípio de toda semiose e a relação triádica objeto-signo-interpretante. Ao relacionar a tríade de Peirce a um processo de comunicação Netto (2007) argumenta que a

> [...] relação triádica entre objeto, signo e interpretante surge como derivada da noção de uma relação entre enunciador, enunciação e intérprete (correspondendo ao signo, objeto e interpretante, respectivamente), num jogo de produção sígnica capaz de envolver tanto a comunicação com intenção de comunicar como aquela sem essa intenção, e que poderia, esta, ser considerada sob o aspecto de comunicação do pré-sentido (NETTO, 2007, p. 213).

Em meio a este terceiro princípio, Peirce concebeu a retórica universal, em que deliberou como o estudo dos efeitos do signo sobre seus intérpretes, ou seja, o estudo do objeto ao interpretante, tendo o signo como veículo. E é sob o ponto de vista da retórica que a semiose é vista também como comunicação (ROMANINI, 2016).

A Teoria da Comunicação de Peirce tem sido debatida fortemente na literatura por autores como Johansen (1993; 2002), Pietarinen (2003; 2006), Santaella & Nöth (1998; 2004), Bergman (2004; 2008; 2009), Netto (2007), Nöth (2013) e Romanini (2016). Netto (2007) apresenta a lógica como princípio básico para a Teoria da Comunicação de Peirce e relaciona o homem com o signo. Para o autor:

> Apresentando-se como teoria da comunicação ou, de modo mais simples e adequado, como semiótica, sua doutrina tem as condições mínimas (e mais que isso) para prestar contas tanto da comunicação instituída quanto da prática anafórica. Ela tem uma espinha organizadora, pois é uma lógica [...]. É um sistema formal, como o da linguística, mas reivindica ser uma prática filosófica cujo objetivo último é o homem e não o signo – embora Peirce diga que o homem é um signo, afirmação a ser entendida não como *homem = signo* mas como *homem relacionado ao signo.* (NETTO, 2007, p. 13).

Segundo Pietarinen (2003), a Teoria da Comunicação de Peirce não pode ser separada de outras partes do pensamento de Peirce, como por exemplo, sua teoria dos signos, mas seus fundamentos podem ser entendidos sem exagero da Fenomenologia de Peirce. Dessa forma, pautamos em apresentar algumas reflexões sobre os signos interpretantes no processo de comunicação, pois não há uma simples definição para sua teoria. Assim, em meio a um seletivo campo literário, este foi o momento da pesquisa em que dedicamos com grande tenacidade à revisão de literatura.

Em meio a esses pressupostos enfatizamos que o estudo para a composição deste capítulo influenciou diretamente na elaboração das atividades de Modelagem Matemática com experimentação desenvolvidas e apresentadas neste trabalho, com vistas às análises por meio dos conceitos abordados na semiótica peirceana, especificamente a Teoria da Comunicação de C. S. Peirce.

3.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE A TEORIA DA COMUNICAÇÃO DE PEIRCE

A Teoria da Comunicação de Peirce é resultado de mais de 40 anos de pesquisa filosófica e científica, tendo Peirce destilado conceitos vindos de todas as ciências de todas as épocas acessíveis a ele (ROMANINI, 2016). Mas antes de tratarmos diretamente da Teoria da Comunicação de Peirce, vamos conceber o que alguns autores entendem por comunicação.

Segundo Ferreira (2008, p. 251), comunicação significa "ato ou efeito de comunicar (-se). Processo de emissão, transmissão e recepção de mensagens por meio de métodos e/ou sistemas convencionados".

França (2002, p. 13) define comunicação com sendo "um processo de produção e compartilhamento de sentidos entre sujeitos interlocutores, realizado através de uma materialidade simbólica (da produção de discursos) e inserido em determinado contexto sobre o qual atua e do qual recebe os reflexos".

Netto (2007, p. 79), com base em Peirce argumenta que a comunicação pode ter como origem asserções direcionadas pelo emissor e "sob o ponto de vista da Teoria da Comunicação, uma asserção é um ato através do qual um falante dirige-se a um ouvinte graças ao uso de signos". Corroborando com a definição de Netto (2007), Pietarinen (2003) também se baseando na Teoria da Comunicação de Peirce definiu comunicação como a interpretação de uma linguagem em que uma mensagem é analisada numa sequência de unidades denominadas signos.

Ainda neste sentido, Santaella (2018, p. 13) argumenta que "[...] não há comunicação sem signos. Portanto, o que trocamos e compartilhamos quando comunicamos são signos de todos os mais diferentes tipos".

Bordenave & Pereira (2012, p. 208) definem comunicação como sendo "um processo dinâmico e não mecânico, [...] a comunicação *é parte orgânica da própria vida* e não consiste apenas na emissão e recepção de mensagens deliberadas". Para os autores, ao mesmo tempo em que o emissor está comunicando, ele está recebendo e processando diferentes sensações, podendo ser sensações internas e externas conforme a situação vivenciada. Percebe-se que o ato de comunicar, de uma forma geral, é sobrevindo por um objeto ou assunto iniciado em uma determinada situação, isto é, o ato comunicacional entre duas ou mais pessoas, também chamada de comunicação interpessoal, se faz com respeito a alguma coisa em um determinado contexto.

Segundo Bordenave & Pereira (2012) a comunicação interpessoal é um processo dinâmico. Os autores associam este processo com a sala de aula e dão exemplos com relação à comunicação entre aluno e professor, tendo como agentes do processo uma fonte (aquele que emite a informação) e um receptor (aquele que recebe a informação), podendo a fonte em determinados momentos da comunicação, adquirir o papel do receptor e vice-versa.

Tomando como exemplo uma situação de sala de aula, o professor pode por meio de códigos ou mensagens, conseguir coisas como: informar, convencer, disciplinar, perguntar, persuadir, etc., seus estudantes. O meio com que isso pode ocorrer depende da situação apropriada para o momento, tendo o professor a possibilidade de promover meios grupais e individuais de estudos (BORNEDAVE; PEREIRA, 2012). Códigos ou mensagens, referem-se aos signos emitidos em meio ao processo de comunicação. Dessa forma, segundo os autores, a comunicação será efetiva se,

> o comunicador levar sempre em conta os repertórios correspondentes do receptor. Se ele utilizar uma ideia ou uma experiência que não existe no repertório respectivo do receptor, este não entenderá a mensagem. Se o comunicador escolher signos que não figurem no repertório de signos do receptor não haverá comunicação (BORNEDAVE; PEREIRA, 2012, p. 210).

Assim, entendemos que o modelo da Figura 3 apresentado por Bornedave & Pereira (2012), pode se aproximar da Teoria da Comunicação de Peirce no que se refere à comunicação interpessoal.

Peirce (1907 *apud* NÖTH, 2013, p. 12) ressalta dois agentes em sua Teoria da Comunicação em relação à comunicação interpessoal: "Signos geralmente funcionam entre duas mentes, ou teatros de consciência, nos quais um é o agente que enuncia o signo (seja acústico, ótico ou outro), enquanto o outro é a mente paciente, que interpreta o signo". Nesse sentido, Peirce considerava sua teoria como uma análise comunicacional, em que, argumentava que todo pensamento pode ser visto sob uma determinada forma dialógica, assim, ambos os sujeitos fazem parte do processo de comunicação. Dessa forma, o processo se faz intrinsecamente dialógico conforme salientam Greimas & Courtés (2008). Para os autores:

> o enunciatário não é apenas o destinatário da comunicação, mas também sujeito produtor do discurso, por ser a "leitura" um ato de linguagem (ato de significar) da mesma maneira que a produção de discurso propriamente dita. O termo "sujeito da enunciação", empregado frequentemente como sinônimo de enunciador, cobre de fato as duas posições actanciais de enunciador e enunciatário (GREIMAS; COURTÉS, 2008, p. 171).

Para Peirce, seus estudos bem como sua Teoria da Comunicação, não se restringem apenas a interação entre duas ou mais pessoas e aos diálogos estabelecidos entre elas, sua teoria pode se estender relacionando a comunicação entre seres vivos, entre microrganismos, no diálogo interior a um único indivíduo, ou até mesmo em inteligências artificiais (NÖTH, 2013). Assim, as teorias de Peirce inclusive a Teoria da Comunicação, não se limitam à noção linguística de comunicação, "mas alcançam praticamente qualquer coisa que se possa pensar em comunicação" (PIETARINEN 2003, p. 84, tradução nossa)[8]. E, segundo o autor, essa coisa a qual Peirce se refere, pode fazer parte do presente ou até mesmo do futuro, incluindo noções que um dia surgirão das ciências da inteligência artificial, neurociência, teoria quântica, bioinformática e assim por diante.

Nesse sentido, a Teoria da Comunicação de Peirce pode ser aplicada a diversos meios que evolvem o processo de comunicação. Um exemplo dos diferentes meios de comunicação é que de um lado, a comunicação pode se fazer por meio de uma representação, que visa transmitir um determinado sentido, como por exemplo, os shoppings centers, a moeda que circula nestes ambientes dão o sentido de signos da ostentação (NETTO, 2007). De outro lado, pode surgir signos que não rementem a "nenhuma intenção de representação, apenas um movimento através do espaço, uma aparição, um desdobramento; um percurso, a trajetória, ação" (NETTO, 2007, p. 209).

---

[8] Traduzido do seguinte trecho em inglês: *"but reach over virtually anything that one can think of communication"*.

Na comunicação segundo Peirce, o signo é o que determina o que o *utterer* (emissor) diz e o que o *interpreter* (receptor) pode entender. Assim, o signo age com a intenção de corresponder ao seu objeto e de desenvolver/criar um interpretante na mente do *interpreter* (NÖTH, 2013). Pietarinen (2003) reforça esta ideia e argumenta o porquê desta relação triádica se fazer também no que se trata da comunicação interpessoal. Segundo o autor:

> No caso especial de os signos serem linguísticos, isto é, afirmações simbólicas da linguagem natural, os utterers e interpreters são caracteristicamente seres humanos. Nessa situação interpessoal, o utterer e o interpreter são, em certo grau, distintos daqueles do objeto e do interpretante (PIETARINEN, 2003, p. 86, tradução nossa)[9].

Peirce considerava em sua Teoria da Comunicação, que todo pensamento pode ser algo a ser visto sob uma forma dialógica, assim, sua relação triádica entre objeto, signo e interpretante, pode surgir por meio da relação entre *utterer* com *interpreter*, e nesta relação Peirce (1998a) estabelece uma nova relação de interpretantes sendo eles: O *Interpretante Intencional,* o *Interpretante Efetual* e o *Interpretante Comunicacional.* Para Peirce (1998a):

> Há o Interpretante *Intencional*, que é uma determinação da mente do utterer; o Interpretante *Efetual* que é uma determinação da mente do intérprete; e o Interpretante *Comunicacional*, ou seja, o *Cominterpretant*, que é uma determinação daquela mente na qual as mentes do utterer e do intérprete têm de se fundir a fim de que qualquer comunicação possa ocorrer. Esta mente pode ser chamada commens. Ela consiste em tudo o que é e deve ser bem compreendido entre utterer e intérprete a fim de que o signo em questão cumpra sua função (PEIRCE, 1998a, p. 478).

O *Interpretante Intencional* refere-se ao significado do *utterer*, destinado a ser mediado da maneira mais preservada possível para o *interpreter*. O *Interpretante Efetual* indica uma estrutura de entendimento e não de qualquer modo de interação instrumental. O *Interpretante Comunicacional* ou *Cominterpretante*, para Peirce refere-se ao momento em que os participantes do ato comunicativo identificam o objeto bem como o contexto do signo e chegam a acordos mútuos, para isso tanto o *utterer* quanto o *interpreter* têm que compartilhar partes mínimas necessárias de informações para que se concretize a comunicação.

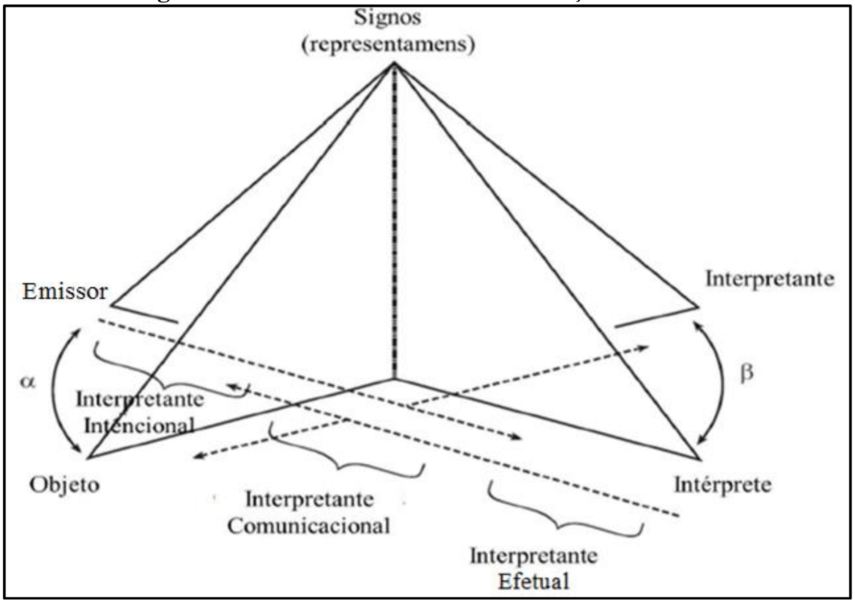
Peirce usa o termo *commens* para definir como sendo o ponto de fusão das mentes dos agentes da comunicação. O ponto de fusão entre signo, objeto e interpretante no ato da comunicação de forma genérica "é o pressuposto para que o signo possa transferir a forma do

---

[9] Traduzido do seguinte trecho em inglês: "*In the special case of signs being linguistic, that is, symbolic natural language assertions, the utterers and interpreters are characteristically human beings. In that interpersonal situation the utterer and the interpreter are to a degree distinct from those of the object and the interpretant*".

objeto ao interpretante" (HOUSER, 1998 *apud* ROMANINI, 2016, p. 47). Podemos considerar então que quando a informação ou a mensagem é transmitida do objeto para o interpretante por meio do signo, "o objeto assume a posição de um emissor (*utterer*), o interpretante a de um receptor (*interpreter*), o signo a de um meio (*medium*) e a mensagem a da forma ou ideia a ser transmitida" (ROMANINI, 2016, p. 47). Pietarinen (2003) representa este conceito por meio de um sistema triádico de comunicação aliado à tríade signo, objeto e interpretante (Figura 5).

Figura 5 – Sistema triádico de comunicação em Peirce



Fonte: Pietarinen (2003, p. 87, tradução nossa)

Segundo Pietarinen (2003), o esquema apresentado na Figura 5 refere-se a duas tricotomias principais em meio a um processo de comunicação interpessoal, sendo elas: signo-objeto-interpretante e signo-*utterer-interpreter*.

> Movendo-se ao longo da base do último triângulo em direção aos interpretantes e ao intérprete, o estado de informação do interlocutor aumenta. Inversamente, movendo-se do intérprete para o objeto e para o emissor, o estado da informação do intérprete aumenta. As setas tracejadas mostram o aumento e a diminuição dos estados de informação dos emissores e dos intérpretes. A área sobreposta é o território comum, onde os interpretantes comunicacionais são determinados. O ângulo α mede o grau em que os objetos e seus utterers convergem, e o ângulo β mede o grau em que os interpretantes e seus intérpretes convergem. Assim, medem o grau de interpessoalidade nas situações teóricas de signos comunicacionais. Dessa figura também se pode concluir que é a largura da base do triângulo signo-objeto-

> interpretante que mede a distância entre objetos e seus interpretantes (PIETARINEN, 2003, p. 86-87, tradução nossa)[10].

A relação do *utterer* com seu objeto é para Peirce o ingrediente essencial para a comunicação, ou seja, escolhendo o objeto ou sua instância do domínio o *utterer* pode produzir o interpretante *intencional*. Pietarinen (2003) argumenta a importância desta relação:

> Não vou me aprofundar na questão de como essas escolhas são feitas; Posso superar uma explicação abrangente observando que, quando o ato de pronunciar e o objetivo pretendido pela expressão são de fato a mesma coisa, não há decisão factual a ser tomada. Quando não o são, as noções como o propósito e as considerações estratégicas do utterer e do interpreter serão de primordial importância. (PIETARINEN, 2003, p. 87 - 88, tradução nossa)[11].

Desse modo, entende-se que na Teoria da Comunicação de Peirce, para que aconteça a semiose é necessária à ação de três mentes, a mente do *utterer*, a mente do *interpreter* e a mente comunitária, sendo a última a evidência de que as mentes do *utterer* e do *interpreter* se unem para que o signo possa cumprir sua função e a comunicação aconteça.

Ao associar os conceitos da semiótica com a comunicação temos então a semiótica da comunicação, que segundo Machado & Romanini (2010, p. 93),

> constitui uma abordagem que entende a comunicação como um problema semiótico, ou seja, como processo interativo num universo composto por sistemas e subsistemas abertos organizados por meio de fluxos de informação, em que a ação dos signos, ou semiose, é o fenômeno fundamental.

Assim, há um grande interesse pela comunicação em disciplinas que compõem o currículo escolar, na Matemática não é diferente. Aprender Matemática não se faz apenas para

---

[10] Traduzido do seguinte trecho em inglês: *By moving along the base of the latter triangle towards interpretants and the interpreter, the utterer's state of information increases. Conversely, by moving from the interpreter towards the object and the utterer the state of the information of the interpreter increases. The dashed arrows show the increase and decrease of the states of information of the utterers and the interpreters. The overlapping area is the common ground, where the communicational interpretants are determined. The angle α measures the degree in which the objects and their utterers converge, and the angle β measures the degree in which the interpretants and their interpreters converge. They thus measure the degree of interpersonality in communicational sign-theoretic situations. From this figure it can be also concluded that it is the breadth of the base of the sign–object–interpretant triangle that measures the distance between objects and their interpretants.*

[11] Traduzido do seguinte trecho em inglês: "*I will not delve into the issue of how such choices are made; I can outrun comprehensive explanation by noting that when the act of uttering and the object intended by the utterance are in fact one and the same thing, there is no factual decision to be made. When they are not, the notions such as the purpose and strategic considerations of the utterer and the interpreter will be of prime importance*".

resolver algoritmos complexos ou para desenvolver cálculos mecânicos, mas também, para levar os estudantes a pensarem e se comunicarem por meio da Matemática.

3.3 Aprender Matemática por meio da comunicação

Sabemos que a comunicação é fundamental em nossas vidas e no mundo à nossa volta, sendo a base para a interação diária nas mais diferentes culturas, como afirma Nicolau (2010), destacando que "todo fenômeno cultural é também um fenômeno de Comunicação, constituído por linguagens que permitem a produção de sentido" (NICOLAU, 2010, n.p).

Pesquisas recentes como vimos na introdução deste trabalho, afirmam que em todos os níveis da educação os estudantes devem aprender a se comunicar, cabendo aos professores o dever de estimular esta comunicação, pois, a partir da comunicação, chega-se naturalmente à compreensão de alguma coisa, conforme salienta Ferruzzi (2011) com base em Sfard. Para a autora, "uma pessoa pode verificar o sucesso da comunicação indagando-se se está ou não satisfeita com a resposta oferecida pelo outro" (FERRUZZI, 2011, p. 59).

O conceito de comunicação inicia-se em uma base que se chama signo, ou seja:

> Todo objeto material ou a propriedade desse objeto, ou um acontecimento qualquer, converte-se em signo quando, no processo de comunicação, serve, dentro da estrutura de uma linguagem adotada pelas pessoas que se comunicam, ao propósito de transmitir certos pensamentos sobre a realidade (isto é, concernentes ao mundo exterior ou a experiências internas, emocionais, estéticas, volitivas, etc., de qualquer dos partícipes do processo de comunicação) (SCHAFF, 1962 *apud* BORDENAVE; PEREIRA, 2012, p. 209).

Assim, de modo geral, onde houver assimilação e interpretação de informação, haverá ação do signo, "o que faz da semiose um fenômeno constitutivo e constituinte da realidade" (MACHADO; ROMANINI, 2010, p. 93). Ainda nesse sentido, D'Amore, Pinilla & Iori (2015, p. 156) destacam que "o conhecimento é a intervenção e a utilização dos signos".

Quando tratamos da aprendizagem de Matemática, não é diferente, a comunicação sem dúvida se faz presente. Inicialmente são apresentados conceitos abstratos aos estudantes por meio de uma linguagem conceitual e simbólica no sentido de representação, como por exemplo, os números. A linguagem que compõe esta comunicação pode se fazer por meio de diversos tipos de códigos. No Quadro 4 apresentamos quatro tipos de códigos que podem ser utilizados tanto pelo professor quanto pelos estudantes em sala de aula durante o processo de ensino e aprendizagem conforme as premissas de Bordenave & Pereira (2012).

Quadro 4 – Quadro de códigos para comunicação

Classificação dos códigos	Objetivos principais	Exemplos
Icônico	Compreender as representações visuais dos objetos.	Fotografias, desenhos, modelos, imagens, etc.
Linguístico	Compreender a linguagem utilizada por meio da fala.	A língua em que é falada assim como a capacidade comunicativa por meio de outros recursos.
Cinético	Compreender signos que implicam movimentos.	Gestos e expressões.
Sonoro	Compreender os sons quando utilizados para expressar emoções ou ideias.	Bater palma para chamar a atenção ou um grito de pavor.

Fonte: Adaptado do texto de Bordenave & Pereira (2012, p. 211)

Por meio dos códigos, o professor pode estabelecer combinações formando um sistema de comunicação para mediar a aprendizagem (BORDENAVE; PEREIRA, 2012). Todavia a oralidade é um dos recursos de comunicação mais acessíveis, seja em matemática ou em qualquer outra área do conhecimento, pois se trata de um recurso de comunicação simples, ágil e direto, que permite interpretações quase que instantaneamente e se observado um engano ou uma falha é fácil de ser corrigida. Vale ressaltar que estes códigos também podem ser utilizados pelos estudantes quando se comunicam entre si.

Como podemos observar, a construção do conhecimento bem como a comunicação necessitam de instrumentos de mediação, tais instrumentos são adjacentes à capacidade de socialização. Na aprendizagem da matemática não é diferente, como destacam D'Amore, Pinilla & Iori (2015). Para os autores,

> Aprender parece ser, portanto uma construção submetida à necessidade de "socializar", o que ocorre, evidentemente, graças a um meio comunicativo (que pode ser a linguagem) e que, na matemática, de maneira sempre mais decisiva, será condicionado pela escolha do mediador simbólico, isto é, pelo registro de representação escolhido (ou imposto, por diferentes razões, inclusive pelas circunstâncias apenas) (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 160).

Dessa forma, cabe também ao professor explorar as interações e socializações entre os estudantes. São várias as estratégias de interação que o professor pode utilizar, por exemplo, promover a capacidade de desenvolver o discurso oral, a escrita, o desenvolvimento de gráficos e tabelas, a experimentação, o uso de programas de computador, pedir aos estudantes que expliquem seus raciocínios e conclusões sobre determinado tema desenvolvido em sala de aula para seus colegas, e ainda valorizar a leitura e interpretação de textos.

Estimular os estudantes a falarem sobre o que aprenderam nas aulas pode torná-los capazes de conectar sua linguagem e experiências pessoais com a linguagem da classe, e contribuir também para o estímulo da utilização da linguagem da área do conhecimento que se está sendo trabalhada (BORDENAVE; PEREIRA, 2012). Portanto, a aprendizagem por meio da comunicação é um processo contínuo e que pode se concretizar por meio de oportunidades de sempre estar produzindo sentido nas coisas por meio de experiências desafiadoras (WELLS, 2001).

Para a nossa pesquisa, nos pautamos na semiótica peirceana para evidenciar a comunicação em atividades de Modelagem Matemática com experimentação. A comunicação que mencionamos consiste na comunicação entre *utterer* - *interpreter* e entre *interpreter* – *interpreter*. Neste sentido, levamos em consideração os interpretantes da Teoria da Comunicação de Peirce utilizados ou produzidos pelo *utterer* e pelos *interpreters* para atribuir significado para o objeto.

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, inicialmente reapresentamos a questão de pesquisa, o objetivo principal e a categorização da pesquisa. Apresentamos também os sujeitos da pesquisa, indicamos o contexto em que a pesquisa foi realizada e fazemos uma breve apresentação das atividades de Modelagem Matemática com experimentação desenvolvidas. Por fim, apresentamos o cronograma de desenvolvimento das atividades juntamente com os recursos utilizados para a coleta de dados, discorremos sobre os procedimentos para a organização das análises, no qual, buscamos elucidar nossa opção metodológica utilizada para esta pesquisa e apresentamos o produto educacional.

4.1 DELINEAMENTO DA PESQUISA

Norteados pela questão de pesquisa: *Que papéis os diferentes signos interpretantes usados ou produzidos na comunicação assumem em atividades de Modelagem Matemática com experimentação?,* definimos como objetivo geral, evidenciar que papéis assumem os signos interpretantes usados ou produzidos pelos estudantes, pelo pesquisador, bem como aqueles que são resultado da comunicação entre os envolvidos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com experimentação.

Na busca pela compreensão sobre o objeto investigado, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa, em que o investigador interessa-se, acima de tudo, por tentar compreender o significado que os participantes atribuem às suas experiências (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Nesse sentido, os princípios qualitativos da pesquisa apontam, pois, numa metodologia que visa alcançar dados descritivos, sendo os participantes da investigação estudados em particularidade e em suas circunstâncias naturais no contexto escolar, indo de acordo com a perspectiva de Bogdan & Biklen (1994), que ressaltam que na "investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47).

Creswell (2007) considera pesquisas qualitativas como fundamentalmente interpretativa, cabendo ao pesquisador fazer a interpretação dos dados. Para o autor, é de extrema importância que o pesquisador inclua:

> [...] o desenvolvimento da descrição de uma pessoa ou de um cenário, análise de dados para identificar temas ou categorias e, finalmente, fazer uma interpretação ou tirar conclusões sobre seu significado, pessoal e teoricamente, mencionando as

> lições aprendidas e oferecendo mais perguntas a serem feitas (CRESWELL, 2007, p. 186).

Assim, os procedimentos para o desenvolvimento das atividades foram pensados de forma a permitir que tanto o processo quanto o produto final fossem ressaltados, evidenciando a importância do contato direto do pesquisador com os sujeitos da pesquisa.

4.2 CONTEXTO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

As atividades de Modelagem Matemática com experimentação foram desenvolvidas em período letivo no Colégio Estadual do Campo Dr. Teotônio Vilella, localizado na Rua Clotário do Amaral – S/N – Bairro Briolândia – Ortigueira – Paraná. O Colégio[12] não disponibiliza de laboratório de Química nem de Informática. Desse modo, utilizamos a biblioteca da escola e a sala de aula como ambientes para o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática com experimentação, bem como de materiais providenciados pelo autor deste trabalho e pelos próprios estudantes.

A turma escolhida para a pesquisa foi uma 2ª série do Ensino Médio, a única turma de 2ª série do colégio no ano de 2019, em que o professor/pesquisador[13] ministrava a disciplina de Química, tendo ministrado a disciplina de Matemática e de Química para esta mesma turma em anos anteriores. A turma era composta por nove estudantes, dos quais oito participaram do desenvolvimento, sendo quatro meninas e quatro meninos, com idades que variavam entre quinze e dezesseis anos, nos quais, denominamos E_1, E_2, E_3, ... , E_8 por ordem alfabética. Para as transcrições e para o professor/pesquisador utilizamos a notação PP.

A escolha da turma se fez em função dos conteúdos abordados fazerem parte da matriz curricular da disciplina de Química, em que, o PP ministrava duas aulas semanais, sendo uma aula de 50 minutos na terça-feira e uma aula de 50 minutos na quarta-feira, e por se tratar de uma turma comunicativa durante o desenvolvimento de atividades em sala de aula.

Optamos pela disciplina de Química para o desenvolvimento das atividades, por se tratar da disciplina ministrada pelo autor da pesquisa na turma escolhida e pela capacidade de promoção da interdisciplinaridade que a Química oferece, pois, na resolução de problemas

---

[12] A direção do colégio juntamente com a equipe pedagógica se colocaram à disposição para auxiliar no que fosse preciso, assim como os estudantes, que colaboraram com o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática com experimentação.

[13] Utilizamos esta notação pelo fato do autor desta pesquisa estar atuando como pesquisador e por ser professor da turma.

práticos com experimentação, há em alguns casos, a necessidade da utilização de outras ciências.

Vale ressaltar que embora o PP atue também como professor da turma, no momento em que os estudantes desenvolveram as atividades de Modelagem Matemática com experimentação, o PP atuava como pesquisador, dessa forma, as aulas, bem como as atividades desenvolvidas, se configuram como parte do cenário para a pesquisa, indo de acordo com as premissas de Creswell (2007) para pesquisas qualitativas.

A escolha por Modelagem Matemática como alternativa pedagógica justifica-se por considerarmos as propostas apresentadas pelos autores pertinentes tanto para o ensino quanto para a aprendizagem na Educação Matemática. No que compete à experimentação, as atividades desenvolvidas se configuram como atividades de verificação, conforme as concepções de Araújo & Abib (2003) e as abordagens de Oliveira (2010), isso se dá pelo fato dos estudantes terem pouca familiaridade[14] com atividades experimentais na disciplina de Química. No Quadro 5 apresentamos a organização das atividades de Modelagem Matemática com experimentação desenvolvidas.

Quadro 5 – Configuração das atividades desenvolvidas

Título da atividade	Familiarização com relação à Modelagem Matemática	Configuração com relação às atividades experimentais
Condensação da água	Atividade de segundo momento conforme as orientações de Almeida, Silva & Vertuan (2013).	Atividade de verificação conforme as concepções de Araújo & Abib (2003) e as abordagens de Oliveira (2010).
Quem perde calor mais rápido?	Atividade de segundo momento conforme as orientações de Almeida, Silva & Vertuan (2013).	Atividade de verificação conforme as concepções de Araújo & Abib (2003) e as abordagens de Oliveira (2010).

Fonte: Dos autores

A ideia para o planejamento e desenvolvimento da atividade denominada "Condensação da água", emergiu de uma questão colocada em discussão por dois estudantes ao final de uma aula de Química. Em outra aula, o PP retomou a discussão entre os estudantes por meio da leitura de um texto que aborda conceitos sobre condensação da água e o ponto de

[14] O PP foi também professor da disciplina de Química da turma no ano anterior, desse modo, tem conhecimento da familiaridade dos estudantes com atividades que envolvem experimentação na disciplina.

orvalho[15]. O texto foi obtido e adaptado do Manual do Conforto Térmico (Apêndice C) (FROTA; SCHIFER, 2001).

Após a leitura do texto os estudantes matematizaram a situação desenvolvendo um problema relacionado à quantidade de água que conseguiriam por meio da condensação. Para a experimentação os estudantes se dividiram em dois grupos e reestruturaram[16] os grupos para o momento pós-experimentação conforme indica o Quadro 6.

Quadro 6 – Organização dos grupos nos diferentes momentos de desenvolvimento da atividade "Condensação da água"

Momento Experimentação		**Momento Pós-experimentação**	
Grupo	Estudantes	Grupo	Estudantes
A	E_1, E_5, E_6 e E_8	A	E_1, E_3, E_6 e E_7
B	E_2, E_3, E_4 e E_7	B	E_2, E_4, E_5 e E_8

Fonte: Dos autores

No momento pós-experimentação, divididos em dois grupos os estudantes desenvolveram modelos para representar a situação. O Grupo A desenvolveu de forma manuscrita o modelo matemático que permitiu representar a situação. O Grupo B desenvolveu o modelo com o auxílio do *software* GeoGebra[17] utilizando *notebook* do colégio[18] pelo fato do colégio não possuir laboratório de informática para todos os estudantes.

A atividade denominada "Quem perde calor mais rápido?" foi desenvolvida com o objetivo de observar o comportamento de uma solução de água e sal se comparado com água, ambas sob resfriamento, que se tratava do conteúdo de Química desenvolvido na turma.

Para o desenvolvimento da atividade inicialmente foi proposta a leitura de um texto relacionado ao derretimento do gelo nas estradas (Apêndice D). Após a leitura do texto os estudantes definiram problemas de investigação relacionado ao comportamento das duas soluções sob resfriamento, em seguida levantaram hipóteses e por meio da experimentação coletaram dados empíricos para dedução de um modelo matemático que representasse a situação estudada.

[15] Temperatura em que o vapor de água contido no ar passa para o estado líquido.
[16] Como se tratava dos mesmos dados experimentais para ambos os grupos, a reestruturação dos grupos para o momento pós-experimentação foi uma opção própria dos estudantes, desse modo, o PP optou por não interferir.
[17] O *software* GeoGebra é um programa/aplicativo de acesso e/ou *download* livre. O *software* possui finalidades didáticas para ser utilizado em situações de ensino e aprendizagem de matemática ou áreas afins. O *software* encontra-se disponível em: https://www.geogebra.org/ acesso em 20 de abril de 2019.
[18] Por não haver laboratório de informática com computadores disponíveis para todos os estudantes, o diretor do colégio disponibilizou um *notebook* para que os alunos pudessem desenvolver a atividade.

Assim como na primeira atividade, os estudantes se dividiram em dois grupos[19] todavia, mantiveram a mesma configuração para os grupos no momento experimentação e pós-experimentação. O Quadro 7 apresenta a divisão dos grupos.

Quadro 7 – Organização dos grupos nos diferentes momentos de desenvolvimento da atividade "Quem perde calor mais rápido?"

Momento Experimentação		**Momento Pós-experimentação**	
Grupo	Estudantes	Grupo	Estudantes
A	E_1, E_3, E_6 e E_7	A	E_1, E_3, E_6 e E_7
B	E_2, E_4, E_5 e E_8	B	E_2, E_4, E_5 e E_8

Fonte: Dos autores

Além das atividades desenvolvidas, tínhamos em mente desenvolver outras atividades de Modelagem Matemática com experimentação com os mesmo estudantes no ano de 2020, quando estivessem na 3ª série do Ensino Médio. Todavia a pandemia causada pelo Corona Virus Disease (COVID), impossibilitou o desenvolvimento. O fato se deu em razão dos estudantes serem de um colégio do campo e estarem realizando atividades impressas durante este período de pandemia por não terem acesso à internet de qualidade para um contato direto com o PP. As atividades planejadas para o desenvolvimento encontram-se no Produto Educacional resultante desta pesquisa.

4.3 COLETA DE DADOS

No Quadro 8 apresentamos o cronograma das atividades de Modelagem Matemática com experimentação desenvolvidas.

Quadro 8 – Cronograma de desenvolvimento das atividades

Título da atividade	**Data**	**Duração**
Condensação da água	10/04/2019	Final de uma aula, 3 horas de experimentação, 2 aulas de 50 minutos cada
	23/04/2019	
	24/04/2019	
Quem perde calor mais rápido?	10/12/2019	3 aulas de 50 minutos cada
	11/12/2019	
	17/12/2019	

Fonte: dos autores

Cientes de que os relatórios fariam parte de uma pesquisa cujos dados seriam coletados por meio de registros escritos do PP, dos estudantes e registros audiovisuais, os

---

[19] Para o desenvolvimento desta atividade, o PP sugeriu que os estudantes mantivessem nos dois momentos a mesma configuração dos grupos do momento pós-experimentação da atividade 1.

responsáveis pelos estudantes assinaram um Termo Livre e Esclarecido[20] de autorização, além de um Termo Livre e Esclarecido de Autorização[21] assinado pela direção do colégio.

Para este trabalho utilizamos imagens, transcrições das falas e os registros escritos apresentados pelos grupos. As imagens foram captadas por meio de fotos de um aparelho celular e por *prints* de alguns momentos dos vídeos. Os vídeos e áudios foram capturados por meio de câmeras filmadoras que permaneceram ligadas durante os desenvolvimentos. Utilizamos estes recursos, porque acreditamos que a imagem "com ou sem acompanhamento de som, oferece um registro restrito, mas poderoso das ações temporais e dos acontecimentos reais – concretos, materiais" (LOIZOS, 2018, p. 137).

Como nossa pesquisa se constitui por meio do processo comunicativo durante o desenvolvimento das atividades, tanto as gravações em áudio e em vídeo quanto às imagens e os registos escritos dos estudantes, se configuraram como documentos para o cenário da pesquisa. Assim, esses documentos constituem-se como *corpus*, que segundo Bardin (2011, p. 126) "é o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos". Barthes (1967) enfatiza a ideia de que *corpus* pode se constituir em qualquer outro material, indo além de um texto. O autor define *corpus* como sendo "uma coleção finita de materiais, que é previamente determinada pelo analista, com alguma (inevitável) arbitrariedade, e com a qual ele irá trabalhar" (BARTHES, 1967, p. 96, tradução nossa)[22].

4.4 Análise de Conteúdo como metodologia de pesquisa

Alguns autores[23] enfatizam os objetivos e finalidades da Análise de Conteúdo como um procedimento de análise de mensagens em diferentes aplicações (BERELSON, 1952; FRANCO, 2007; MINAYO, 2010; BARDIN, 2011).

Bardin (2011, p. 37) defende que a Análise de Conteúdo "é um conjunto de técnicas de análise das comunicações". Nesse sentido, utilizamos a Análise de Conteúdo conforme as premissas de Bardin (2011), como um instrumento de análise de dados, visando respostas para

[20] O modelo do termo Livre e Esclarecido de autorização dos pais ou responsáveis encontra-se no apêndice A deste trabalho.

[21] O modelo do termo Livre e Esclarecido e da autorização da direção do colégio encontra-se no apêndice B deste trabalho.

[22] Traduzido do seguinte trecho em inglês: *The corpus is a finite collection of materials, which is determined in advance by the analyst, with some (inevitable) arbitrariness, and on which he is going to work.*

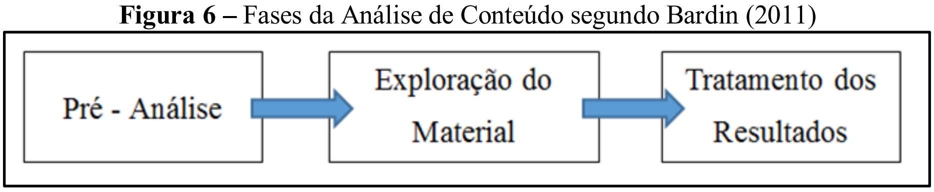
[23] Em meio a vários autores e suas respectivas definições, é necessário explicitar que nesta sessão, a Análise de Conteúdo será abordada como uma das técnicas de tratamento de dados em pesquisa qualitativa e estará pautada na proposta de Bardin (2011), sem a preocupação ou pretensão de priorizar outros autores, e sim, em determinar de uma forma geral e sucinta os componentes básicos para o seu desenvolvimento.

o objeto investigado nesta pesquisa. Isso se justifica por entendermos que a Análise de Conteúdo trata-se de um leque de estratégias metodológicas de pesquisa, em que, seus benefícios podem ser usados para análises em diversos campos de aplicação, inclusive na comunicação bem como na semiótica. Isso porque, “qualquer comunicação, isto é, qualquer veículo de significados de um enunciador para um receptor, controlado ou não por este, deveria poder ser escrito, decifrado pelas técnicas de análise de conteúdo” (BARDIN, 2011, p. 38).

Dessa forma, o recurso metodológico da Análise de Conteúdo parece útil ao lidar com a comunicação, pois na comunicação se pretende compreender para além dos seus significados imediatos. Sendo assim, o enriquecimento da leitura que a Análise de Conteúdo proporciona, pode esclarecer elementos e significações que *a priori* não possuímos a compreensão.

A Análise de Conteúdo na perspectiva de Bardin (2011) utiliza métodos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens. Esses métodos são organizadas em fases – *Pré-análise*, *Exploração do Material* e *Tratamento dos Resultados* –, em que, mesmo que se mantenham flexíveis, o pesquisador deve ter cuidado ao descrevê-las durante a organização dos dados da pesquisa. Elencamos na Figura 6 as três fases da Análise de Conteúdo proposta por Bardin (2011).

Figura 6 – Fases da Análise de Conteúdo segundo Bardin (2011)



Fonte: dos autores adaptado de Bardin (2011)

A primeira fase denominada *Pré - análise* consiste na organização do material, ou seja, “corresponde a um período de intuições, mas tem por objetivo tornar operacionais e sistematizar as ideias iniciais, de maneira a conduzir um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise” (BARDIN, 2011, p. 125). Além desse objetivo, a primeira fase possui outros objetivos que visam à organização, sendo eles: “a escolha de documentos a serem submetidos à análise, a formulação das hipóteses e dos objetivos e a elaboração de indicadores que fundamentam a interpretação final” (BARDIN, 2011, p. 125).

Para a nossa pesquisa, na fase *Pré – análise*, realizamos a leitura flutuante[24] com o objetivo de estudar os diálogos gravados e transcritos das aulas durante os desenvolvimentos das atividades de Modelagem Matemática com experimentação. Nessa fase, observamos também os vídeos e as imagens juntamente com os relatórios escritos e entregues pelos estudantes após os desenvolvimentos. Após a leitura flutuante e ainda na primeira fase, selecionamos o *corpus* da pesquisa, com o objetivo de preparar o material a ser analisado.

A segunda fase denominada *Exploração do Material* consiste "essencialmente em operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente formuladas" (BARDIN, 2011, p. 131). A codificação é uma das principais características da Análise de Conteúdo pois:

> *A codificação* corresponde a uma transformação – efetuada segundo regras precisas – dos dados brutos do texto, transformação esta que, por recorte, agregação e enumeração, permite atingir uma representação do conteúdo ou da sua expressão; suscetível de esclarecer o analista acerca das características do texto, que podem servir de índices [...] (BARDIN, 2011, p. 133).

Para a nossa pesquisa, nessa fase, a partir do *corpus* selecionado identificamos as Unidades de Registro, que são partes e trechos significativos das respostas dos estudantes, podendo ser um tema, uma palavra, uma frase ou até mesmo uma expressão ou gesticulação que consideramos significativos para a identificação dos signos interpretantes.

A terceira e última fase da Análise de Conteúdo, consiste no *Tratamento dos Resultados*, é nessa fase que "os resultados brutos são tratados de maneira a serem significativos [...] e válidos" (BARDIN, 2011, p. 131). Esse é o momento da análise crítica e reflexiva do pesquisador, na qual, propõe suas inferências e faz suas análises de acordo com o referencial teórico adotado, busca respostas para os objetivos estabelecidos e identifica novas dimensões teóricas sugeridas pela leitura do material (RODRIGUES, 2019). Assim, para a nossa pesquisa, nessa fase se constitui a identificação dos papéis dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos participantes da pesquisa durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática com experimentação.

É nessa fase também que apresentamos a análise local onde os signos interpretantes foram submetidos a um processo de síntese e enumerados para a análise global. Na análise

---

[24] "Consiste em estabelecer contato com os documentos a analisar e em conhecer o texto deixando-se invadir por impressões e orientações [...]. Pouco a pouco, a leitura vai se tornando mais precisa, em função de hipóteses emergentes, da projeção de teorias adequadas sobre o material e da possível aplicação de técnicas utilizadas sobre materiais análogos" (BARDIN, 2011, p. 126)

global, fazemos o levantamento das Categorias por meio do movimento dialógico articulando as mensagens dos participantes das atividades com a literatura e as nossas percepções.

Ressaltamos que toda leitura envolve interpretações, assim, as categorias construídas estão certamente impregnadas dessas interpretações e, por isso, julgamos importante reproduzir, junto com a localização de cada uma delas, os papéis dos signos interpretantes destacados na análise local. Esperamos, com esse procedimento, tornar mais transparentes as nossas interpretações e facilitar uma avaliação, por parte do leitor.

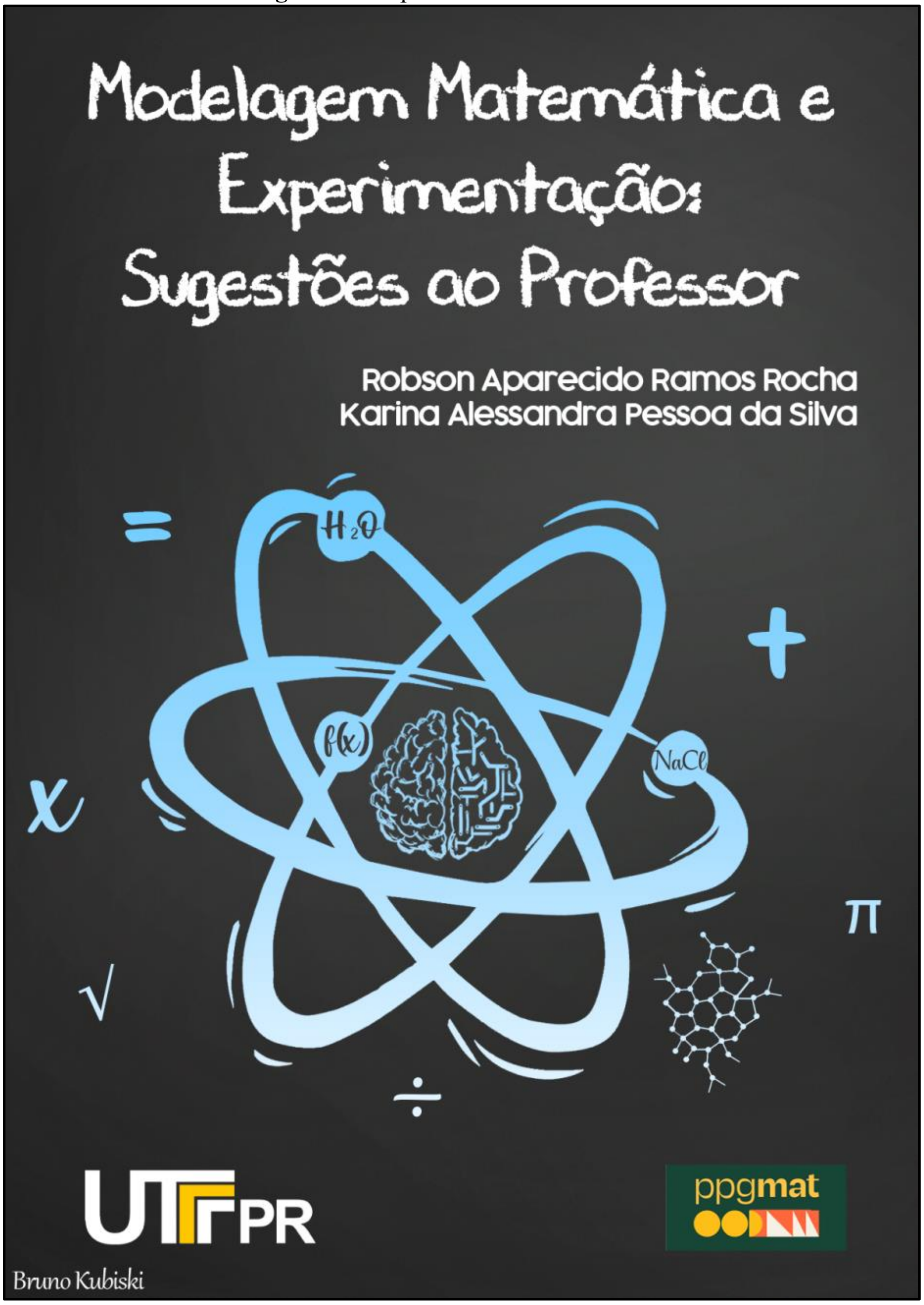
4.5 Sobre o Produto Educacional

O Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – PPGMAT – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR nos dá a possiblidade de disponibilizar um Produto Educacional que é resultante ou que deu origem à pesquisa de Mestrado.

Esta pesquisa deu origem ao Produto Educacional intitulado "*Modelagem Matemática e Experimentação: sugestões ao professor*". Pensamos no desenvolvimento de um material que tem como característica sugerir atividades de Modelagem Matemática com experimentação por meio de uma estrutura flexível, que possa ser analisada, adequada e utilizada por professores de Matemática ou Química da Educação Básica, ou adaptada para o desenvolvimento no Ensino Superior de acordo com as necessidades do professor, dos alunos e da matriz curricular.

Vale ressaltar que o Produto Educacional apresenta sugestões de desenvolvimento de cinco atividades propostas e exemplifica por meio de três atividades que foram desenvolvidas em sala de aula, sendo uma dela no ano de 2018 que não consta nesta pesquisa e duas desenvolvidas no ano de 2019 que relatamos nesta pesquisa. Na Figura 7 apresentamos a capa do Produto Educacional.

Figura 7 – Capa do Produto Educacional



Fonte: Produzida por Bruno Bueno Kubiski.

O Produto Educacional está organizado em onze seções. No Quadro 9 apresentamos as seções que compõem o material e a descrição do que buscamos contemplar em cada uma delas.

Quadro 9 – Descrição das seções que compõem o Produto Educacional

Título das Seções	Descrição
Apresentação	Apresenta o material para o leitor definindo os principais objetivos e competências.
Um convite a leitura	Apresenta uma breve descrição da pesquisa que deu origem ao produto educacional, convida os professores à leitura da pesquisa e faz mais algumas sugestões de leitura.
Dicas para a utilização deste material	Apresenta dicas sobre o desenvolvimento das atividades que compõem o produto educacional.
Estão prontos para começar?	Apresenta nossos entendimentos sobre Modelagem Matemática e experimentação.
Praticando e aprendendo	Apresenta uma breve descrição das quatro atividades presentes no produto educacional e descreve, de modo geral, os principais objetivos das atividades.
Atividade 1: Condensação da água	Nessa atividade os estudantes coletaram dados por meio da experimentação e determinaram modelos matemáticos que possibilitaram fazer previsões sobre a quantidade de água que conseguiriam coletar por meio da condensação para uma determinada temperatura e umidade relativa do ar.
Atividade 2: Quem perde calor mais rápido?	Assim como na atividade anterior, nessa atividade, os estudantes divididos em dois grupos coletaram dados por meio da experimentação e determinaram modelos matemáticos. Todavia nesta atividade, os modelos determinados permitiram representar o comportamento da água e de uma solução de água e sal sob resfriamento.
Atividade 3: Diferença de densidade	Esta atividade foi desenvolvida na disciplina de Química no ano de 2018. Desse modo, esta atividade não faz parte da dissertação que deu origem ao Produto Educacional. Trata-se de uma atividade planejada para trabalhar com conceitos de densidade dos líquidos e foi desenvolvida na 1ª série do ensino médio.
Atividade 4 Tensão na superfície	Trata-se de uma sugestão de atividade planejada pelos autores e não desenvolvida em sala de aula. Por meio desta atividade a experimentação é realizada para a coleta de dados, a fim de que se chegue à dedução de um modelo matemático que possa representar a situação investigada.
Atividade 5 Processo de difusão de corantes em água quente e fria	Trata-se de uma atividade planejada pelos autores e não desenvolvida em sala de aula. Na atividade a experimentação é realizada para coleta de dados, a fim de que se chegue à dedução de um modelo matemático que possa representar a situação investigada.
Apêndices	Sugere um texto suporte para o desenvolvimento de cada atividade. Os textos bem como os encaminhamentos podem ser acessados para impressão por meio dos códigos QR disponíveis no apêndice F do material.

Fonte: Dos autores.

Convidamos a todos os professores que queiram desenvolver um trabalho semelhante ao apresentado nessa pesquisa, a fazerem uso do nosso Produto Educacional que estará disponível na integra, podendo ser acessado a qualquer momento no Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (RIUT), disponível em http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119.

5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Neste capítulo apresentamos a descrição do desenvolvimento das atividades por meio das transcrições das falas dos estudantes e do PP, as imagens capturadas por fotos e vídeos, bem como os registros escritos e entregues pelos estudantes, tais materiais constituem o *corpus* para as análises e são essenciais para que possamos encontrar reflexões para o objeto em estudo. Também presentes neste capítulo estão as análises locais de cada atividade e a análise global à luz dos pressupostos teóricos estabelecidos.

5.1 Descrição da atividade "Condensação da água"

A escolha do tema para o desenvolvimento da atividade denominada "Condensação da água" se fez a partir de uma indagação feita por um dos estudantes a outro ao final de uma aula da disciplina de Química, conforme explicita a comunicação que segue.

> **E_1:** *Por que será que a garrafa "sua" quando enche de água gelada?*
> **E_2:** *Eu sei lá! Deve ser porque é muito gelada.*
> **E_1:** *É deve ser! Porque quando colocamos água da torneira não faz isso*[25].

O PP atento a essa situação e vendo que era um tema de interesse dos estudantes, pois gerou certa discussão, optou por não comentar na hora, visto que a aula já estava por encerrar. Entretanto vendo que aquela comunicação gerou certo incômodo aos estudantes, avaliou ser uma oportunidade para desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática. Assim, esta situação vai de acordo com as premissas de Almeida, Silva & Vertuan (2013) no que se refere à escolha de atividades. Para os autores, "as ponderações em torno da escolha do tema e da definição do problema a ser investigado vêm orientadas, de modo geral, pela expectativa de que a escolha pode despertar o *interesse* do aluno pela atividade" (ALMEIDA, SILVA; VERTUAN, 2013, p. 25, grifo nosso).

Em outra aula, com a intenção de promover a *inteiração* dos estudantes acerca do tema a ser estudado, o PP retomou a discussão. Para isso, o PP direciona aos estudantes a mesma indagação feita por E_1 a E_2.

[25] Estas transcrições referem-se a anotações feitas pelo professor durante a aula de Química.

> **PP:** *Pessoal, vocês sabem me dizer por que a garrafa de água "sua" quando a enchemos de água gelada?*
> **E_1:** *Ah professor! Outro dia mesmo eu lembro que comentei isso com E_2.*
> **E_2:** *É... lembro que E_1 comentou mesmo [...] Ah! Eu não sei! Só sei que com água normal da torneira, não "sua".*
> **PP:** *O que seria água normal da torneira?*
> **E_2:** *É a água que pegamos direto da torneira, sem ser gelada.*
> **PP:** *Entendi! Então o que você quis dizer é que com a água em temperatura ambiente isso não acontece?*
> **E_2:** *Isso. Pelo menos eu nunca vi acontecer.*
> **E_8:** *Nem eu!*

Em seguida, o PP propôs a leitura de um texto[26] que aborda conceitos sobre condensação da água e ponto de orvalho. Após a leitura do texto, o PP promoveu a *inteiração* entre toda a turma conforme transcrições.

> **PP:** *De acordo com o texto, o que vocês acham que precisa acontecer para que o processo de condensação ocorra?*
> **E_3:** *Acho que a temperatura precisa chegar no ponto de orvalho.*
> **E_2:** *Ah! Então é por isso que molha toda a carteira quando encho a garrafa de água gelada!*
> **PP:** *Isso... as gotículas de água que se formam na garrafa são vapor no ar e ao serem resfriadas pela superfície gelada da garrafa se condensam. Mas molha toda a carteira?*
> **E_7:** *Sim... é verdade, molha mesmo! Quando eu encho minha garrafa com água do bebedouro e deixo aqui,* (estudante apontando para carteira) *daqui a pouco tá tudo molhado.*
> **PP:** *E molha muito sua carteira?*
> **E_7:** *Sim. Eu tenho até que passar a mão assim* (estudante fazendo o movimento simulando limpar a água com a mão) *pra limpar a água.*
> **E_5:** *Olha professor, sua garrafa está molhada e molhou a carteira também.*
> **PP:** *Muito bem observado. Olhem, está até pingando água da garrafa.*
> **E3:** *Então significa que ela atingiu o ponto de orvalho.*

Ainda nesta aula a discussão acerca do tema continuou. O PP indagou os estudantes sobre a coleta de água após a condensação com a intenção de promover a comunicação e por meio dela, definir um problema com relação à água condensada, fazendo com que os estudantes passem a olhar para a situação como uma possibilidade de possíveis abordagens matemáticas. A comunicação ocorreu conforme a seguinte transcrição:

> **PP:** *Será que conseguimos coletar esta água?*
> **E_4:** *É só colocar em um pratinho professor.*
> **E_6:** *Aí dá para coletar toda a água que juntar na garrafa.*
> **PP:** *E como saberemos o volume de água que conseguimos coletar?* (neste momento os estudantes ficaram pensativos e não conseguiram estabelecer uma estratégia para o cálculo do volume de água condensada, então, o professor fez uma nova indagação).

[26] Apêndice C.

PP: *Qual é a densidade da água?*
E_7: *É de 1 g/ml.*
E_3: *Verdade. Então em cada 1 g temos 1 ml de água. Se a gente "pesa" o prato vazio e o prato cheio de água dá pra saber quanto de água dá.*
E_2: *Então precisaremos de uma balança.*
E_5: *É, mas demora para juntar água.*
E_2: *É nada... eu acabo de encher minha garrafa e já logo minha carteira tá molhada.*
E_3: *Então dá pra gente deixar alguma coisa com água gelada, por mais tempo e outra com menos tempo.*
PP: *Boa ideia. Então podemos deixar um recipiente com água gelada em espera para calcularmos a quantidade de água que conseguimos, assim como sugeriu E_3. O que vocês acham da ideia?*
E_4: *Legal professor. [...] dá pra deixar desde a primeira aula em repouso, aí junta bastante água.*
E_5: *Mas se deixar com água gelada pode não juntar muita água, porque têm a questão do ponto de orvalho, que no texto dizia que quando as temperaturas se igualam não tem condensação.*
E_2: *Verdade mesmo. Então é melhor deixar com gelo que demora mais tempo. [...]*
[...]
PP: *Bem observado. Então como vocês falaram, podemos fazer assim. Coloco o recipiente com água para congelar e trago com gelo na primeira aula para verificarmos a quantidade de água que conseguimos até a quarta aula. Depois determinamos [...] a quantidade de água que conseguimos por meio da condensação.*

A leitura do texto sugerido pelo PP seguida da comunicação em sala de aula permitiu a elaboração do problema de pesquisa: *Que quantidade de água conseguimos coletar por meio da condensação?*

Para a coleta de dados em outra aula, o PP disponibilizou aos estudantes os materiais necessários para a experimentação, sendo um balde de inox com gelo (com capacidade para um litro), uma balança de precisão, um prato, o texto sobre condensação discutido anteriormente.

Em conversa com os estudantes o PP sugeriu que coletassem a massa do prato com a água condensada a cada 30 minutos, durante 3 horas, podendo assim obter um número maior de dados ao invés de coletar a massa do prato vazio e 3 horas após a condensação conforme a sugestão de E_4 para a coleta de dados. Para isso, a turma foi dividida em dois grupos conforme o Quadro 10, tendo E_9 não participado por motivo de ausência.

Quadro 10 – Organização dos grupos para o momento da experimentação

Grupo	Estudantes
A	E_1, E_5, E_6 e E_8
B	E_2, E_3, E_4 e E_7

Fonte: Dos autores

Os grupos se alternavam para a coleta de dados para não atrapalhar o desenvolvimento dos próprios estudantes nas outras aulas[27] que aconteciam normalmente durante o período de coleta de dados para o experimento. A cada 30 minutos um grupo retornava à biblioteca[28] para coletar dados, desse modo, os estudantes foram anotando os valores em um mesmo caderno a cada intervalo de tempo.

Os estudantes do Grupo A iniciaram a experimentação na biblioteca (Figura 8) obtendo inicialmente a massa do prato vazio, no qual, o balde de inox com gelo permaneceria em repouso. O prato apresentou massa inicial de 171 gramas como mostra a Figura 9.

Figura 8 – Estudantes medindo a massa do prato vazio

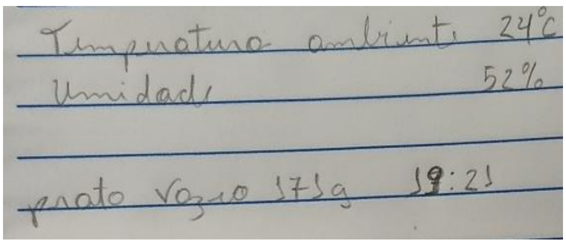
Fonte: Arquivo do PP (2019)

Figura 9 – Massa inicial do prato vazio

Fonte: Arquivo do PP (2019)

Em pesquisa no aparelho celular, um dos estudantes verificou que a temperatura para aquela localidade era de 24 °C e a umidade relativa do ar estava em 52%. Feito isso os estudantes anotaram no caderno todas as informações coletadas conforme Quadro 11.

Quadro 11 – Signos produzidos pelos estudantes durante a coleta de dados



Temperatura ambiente 24° C
Umidade 52%

Prato vazio 171g 19:21

Fonte: Registro escrito pelos estudantes (2019)

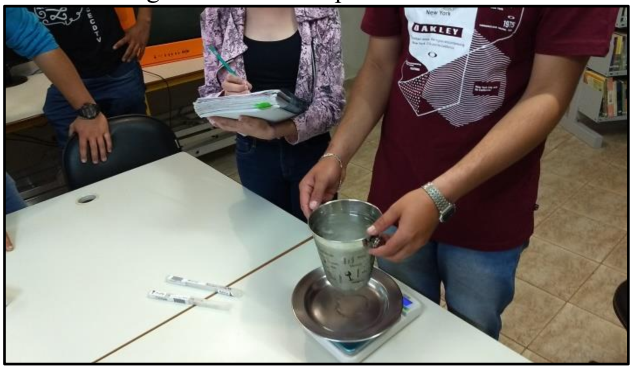
---

[27] Vale ressaltar que os estudantes permaneciam pouco tempo fora da sala coletando dados e o PP solicitou aos outros professores a liberação dos estudantes durante as aulas para a coleta de dados.

[28] Utilizamos a biblioteca para a coleta de dados, porque a escola não disponibilizava espaço próprio para este tipo de atividade.

Passados 30 minutos, o Grupo B foi até a biblioteca coletar novos dados (Figura 10). Os estudantes observaram que a massa do prato com água condensada aumentou em um grama em relação ao prato vazio, totalizando massa de 172 gramas (Figura 11).

Figura 10 – Estudantes medindo a massa do prato com água condensada após 30 minutos



Fonte: Arquivo do PP (2019)

Figura 11 – Massa do prato com água condensada após 30 minutos

Fonte: Arquivo do PP (2019)

A comunicação entre os estudantes durante a segunda coleta de dados ocorreu da seguinte forma:

> **E4:** *Olha só, aumentou um grama, será que vai continuar aumentando de um em um?*
> **E3:** *Nossa meu... Verdade! Estou curiosa para saber quanto vai ter da próxima vez!*
> **E7:** *Eu acho que vai continuar sempre aumentando de um em um, a não ser que a temperatura daqui mude.*
> **E3:** *Mas não tem nenhuma janela aberta e a porta fica fechada então acho difícil influenciar na condensação.*
> **E4:** *É mesmo, eu também acho que vai continuar aumentando de um em um.*

Após uma hora da primeira coleta de dados, o Grupo A retornou a biblioteca para a nova coleta de dados (Figura 12). Novamente a quantidade de água condensada voltou a aumentar em um grama, totalizando 173 gramas, como mostra a Figura 13.

Figura 12 – Estudantes medindo a massa do prato com água condensada após 60 minutos

Fonte: Arquivo do PP (2019)

Figura 13 – Massa do prato com água condensada após 60 minutos

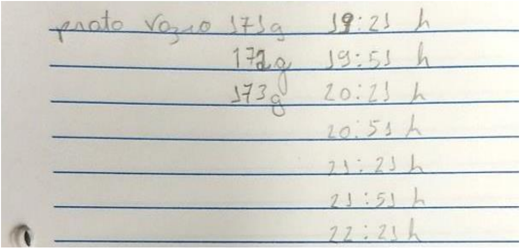
Fonte: Arquivo do PP (2019)

Neste momento da coleta de dados os estudantes inferiram que não havia necessidade de continuar com a coleta de dados, pois, a quantidade de água condensada no prato aumentaria sempre de um em um grama. A comunicação ocorreu conforme a seguinte transcrição:

> **E_6:** *Nossa... de novo aumentou um grama.*
> **E_8:** *Acho que nem precisamos mais voltar aqui, vai dar sempre de um em um.*
> **E_6:** *Será? Bom, talvez se voltássemos com um tempo maior juntaria mais água.*
> **E_1:** *Mas não pode ser com um tempo maior, não é mesmo professor?*
> **PP:** *O que vocês acham? Por mim, continuamos a coletar com o mesmo intervalo de tempo e continuamos coletando até que finalize as três horas estipuladas. Mas vocês acham que tem algum problema se continuar a aumentar de um grama em um grama?*
> **E_8:** *Se continuar aumentando de um em um vai dar uma sequência.*
> **PP:** *Sim... Muito bem! E que tipo de sequência é essa?*
> **E_8:** *É uma sequência que vai de um em um!*
> **E_5:** *Estamos estudando isso em Matemática com a professora X*[29]*, é uma sequência de razão igual a um, porque está indo de um em um.*
> **E_1:** *É mesmo, lembrei agora também.*
> **PP:** *Isso mesmo, configura-se como uma Progressão Aritmética de razão igual a um.*
> **E_5:** *Que legal, se continuar assim então temos... deixa eu ver aqui...* (neste momento E_5 olha para o caderno com as anotações (Quadro 12) e faz uma estimativa do quanto de água eles irão conseguir por meio da condensação)

[29] Utilizamos esta notação para preservar a identidade da professora.

Quadro 12 – Signos produzidos pelos estudantes durante coleta de dados



Prato vazio 171g	19:21 h
172g	19:51 h
173g	20:21 h
	20:51 h
	21:21 h
	21:51 h
	22:21 h

Fonte: Registro escrito pelos estudantes (2019)

> **E$_5$:** *... tipo, teremos 6 gramas de água condensada após as 3 horas. Então vamos continuar coletando até dar às 3 horas pra podermos ver se vai dar certo.*

Após 90 minutos do início da experimentação, os estudantes do Grupo B retornaram a biblioteca para nova coleta (Figura 14). Desta vez, a quantidade de água condensada aumentou dois gramas, totalizando 175 gramas como indica a Figura 15.

Figura 14 – Estudantes medindo a massa do prato com água condensada após 90 minutos

Fonte: Arquivo do PP (2019)

Figura 15 – Massa do prato com água condensada após 90 minutos

Fonte: Arquivo do PP (2019)

Nesse momento, os estudantes ficaram surpresos ao perceber que aumentou em dois gramas. A comunicação se deu conforme as seguintes transcrições:

> **E$_7$:** *Hahaha...*(risos), *agora aumentou dois, já não dá mais uma sequência como estava dando.*
> **E$_4$:** *Pior, mas aumentou bastante a quantidade de água no prato mesmo né. Olha lá...* (estudante apontando para o prato).
> **E$_7$:** *Aumentou mesmo.*
> **E$_3$:** *Bom, vamos anotar e esperar pra ver o que acontece da próxima vez.*

Passados 120 minutos do início da experimentação, o Grupo A realizou uma nova coleta (Figura 16). Desta vez a quantidade de água aumentou três gramas em relação a coleta de 90 minutos, totalizando 178 gramas conforme indica a Figura 17.

Figura 16 – Estudantes medindo a massa do prato com água condensada após 120 minutos

Fonte: Arquivo do PP (2019)

Figura 17 – Massa do prato com água condensada após 120 minutos

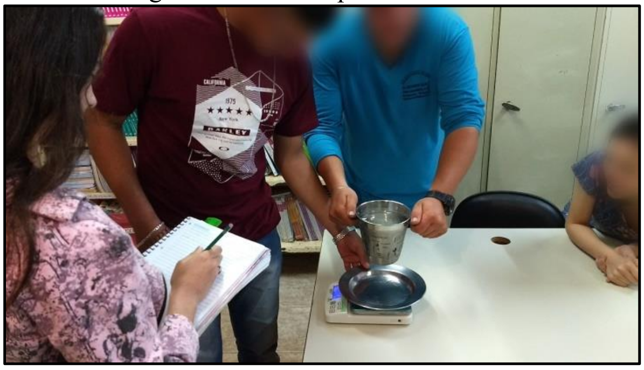
Fonte: Arquivo do PP (2019)

Os estudantes do grupo A também ficaram surpresos com o aumento considerável de água condensada. A comunicação nesta etapa da coleta de dados ocorreu conforme as transcrições a seguir.

> **E_8:** *Olha só, agora aumentou três gramas.*
> **E_5:** *Vichi! Antes estava aumentando de um em um, aí aumentou dois e agora três, da próxima vez vai ser quatro...* (risos).
> **E_1:** *Mas e agora? Os resultados estão muito aleatórios, pelas primeiras coletas eu achava que não daria tanta diferença assim.*
> **E_5:** *Pois é, e já temos mais de seis gramas de água condensada e ainda faltam duas coletas, eu tinha falado antes que iríamos conseguir seis gramas de água, mas agora acho que vai ser bem mais.*
> **E_8:** *Sim! Também acho. Quanta ansiedade pra chegar logo as outras coletas...* (risos).

Na penúltima coleta de dados, após 150 minutos, os estudantes do Grupo B retornaram a biblioteca para a coleta de novos dados (Figura 18). Os estudantes observaram que a quantidade de água condensada aumentou um grama em relação a coleta anterior, totalizando 179 gramas conforme indica a Figura 19.

Figura 18 – Estudantes medindo a massa do prato com água condensada após150 minutos



Fonte: Arquivo do PP (2019)

Figura 19 – Massa do prato com água condensada após 150 minutos

Fonte: Arquivo do PP (2019)

Por fim, após 180 minutos o Grupo A coletou pela última vez a massa de água condensada (Figura 20). A última coleta indicou que a massa de água condensada havia aumentado em dois gramas com relação à coleta anterior, totalizando 181 gramas como mostra a Figura 21.

Figura 20 – Estudantes medindo a massa do prato com água condensada após 180 minutos

Fonte: Arquivo do PP (2019)

Figura 21 – Massa do prato com água condensada após 180 minutos

Fonte: Arquivo do PP (2019)

Durante a coleta, os estudantes do Grupo A já se anteciparam para verificar qual a massa de água que tinham conseguido por meio da condensação. O diálogo ainda na biblioteca após a última coleta se constituiu conforme as seguintes transcrições:

> **E5:** *Bom considerando que quando "pesamos" o prato vazio tinha 171 gramas e agora ele está com 181, então conseguimos 10 gramas de água por meio da condensação.*
> **E8:** *Sim, mas esse foi o resultado que conseguimos com 3 horas, se deixasse por mais tempo acho que iria juntar mais água ainda.*
> **E1:** *Isso com certeza né.*
> **PP:** *Com certeza? Então como podemos comprovar isso?*
> **E6:** *É só continuar a coleta de dados.*
> **PP:** *Então fazemos assim, vamos para sala aí tentamos encontrar uma forma de conseguirmos verificar a quantidade de água conseguiríamos se continuássemos o experimento. Pode ser?*

E$_6$: *Pode ser sim professor.*
E$_1$: *Beleza então.*

Podemos inferir, com base nas assertivas dos estudantes que eles conseguiram resolver o problema inicial, no qual, tinha por objetivo identificar qual a quantidade de água que conseguiriam por meio da condensação.

Até aqui destacamos a fase *inteiração*, que consiste na primeira fase do desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática sugerido por Almeida, Silva & Vertuan (2013), a qual se refere ao contato inicial dos estudantes com a situação-problema a ser investigada. Nesta fase, os estudantes precisam observar informações que lhes serão úteis e relevantes para que possam promover a elaboração de um problema e a coleta de dados. Para os autores,

> A inteiração conduz a formulação do problema e a definição de metas para sua resolução [...], essa formulação também requer que alguns aspectos já sejam conhecidos e é justamente esta a função da inteiração – tornar alguns aspectos conhecidos (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 15-16).

Após essa fase, os estudantes retornaram à sala de aula. O Quadro 13 mostra os valores coletados para cada intervalo de tempo por meio da experimentação durante a fase *inteiração*.

Quadro 13 – Quadro de dados dos coletados pelos estudantes após 30, 60, 90, 120, 150 e 180 minutos

30 min – 172 g 	60 min – 173 g 	90 min – 175 g 
120 min – 178 g 	150 min – 179 g 	180 min – 181 g 

Fonte: Arquivo do PP (2019)

Com os valores em mãos, na aula seguinte, o PP direcionou algumas indagações aos estudantes de ambos os grupos conforme a transcrição a seguir:

> **PP:** *Muito bem pessoal. Podemos observar que conseguimos dez gramas, que correspondem a dez ml de água por meio da condensação, em um intervalo de tempo de três horas.* E_8 *disse que conseguiríamos mais água se deixássemos por mais tempo o recipiente com gelo. O que vocês acham?*
> **E_1:** *Sim, claro que juntaria mais água.*
> **E_7:** *Mas também não podemos deixar até amanhã né, quem vai vim aqui de madrugada ver quanta água tem? Eu estou fora...* (risos).
> **E_2:** *Só não vai ter mais água quando se igualarem as temperaturas do balde e da biblioteca.*
> **PP:** *Muito bem observado* E_2. *Quando as duas temperaturas atingirem o equilíbrio térmico, a condensação não ocorrerá mais. Mas com os dados que temos, será que conseguiríamos fazer uma previsão do quanto de água condensada conseguiríamos se deixássemos este recipiente em repouso por 10 horas?*
> **E_6:** *Acho que dá sim professor.*
> **E_3:** *Mas e como vamos saber quando vão se igualar as temperaturas. Ou não colocamos isso?*
> **E_1:** *Podemos considerar as mesmas temperaturas.*
> **PP:** *E se construíssemos um gráfico com os dados que temos?*
> **E_8:** *Pior, dá até pra usar aquela parada que o professor usava com nós pra fazer gráfico, é "mó" legal fazer lá.*
> **PP:** *O GeoGebra?*
> **E_8:** *Esse mesmo.*
> **PP:** *Certo, então um dos grupos faz no GeoGebra e o outro grupo constrói o gráfico manualmente, depois discutimos os resultados.*
> **E_3:** *Pode ser.*

Esta comunicação também permitiu a elaboração de um novo problema: *Que quantidade de água condensada conseguiríamos se deixássemos este recipiente em repouso por 10 horas?* Aqui destacamos a fase *matematização* em que por meio da comunicação entre os estudantes e o professor, evidenciou-se um problema matemático a ser resolvido. Para Almeida, Silva & Vertuan (2013, p. 16), é nessa fase que:

> A situação-problema identificada e estruturada na fase inteiração, de modo geral, apresenta-se em linguagem natural e não parece diretamente associada a uma linguagem matemática, e assim gera-se a necessidade da transformação de uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem matemática).

Vale ressaltar que ambos os grupos participaram da fase *matematização* e após matematizar a situação, os estudantes optaram por reestruturar[30] os grupos tendo como objetivo deduzir um modelo para a situação investigada. As meninas optaram pelo desenvolvimento manualmente (Grupo A), os meninos ficaram responsáveis pelo

---

[30] A reestruturação dos grupos bem como a forma com que iriam resolver, foi uma opção da turma, visto que os dados coletados na fase *inteiração* seriam os mesmo para ambos os grupos. Desse modo, o PP optou por não interferir na organização.

desenvolvimento no *software* GeoGebra (Grupo B). No Quadro 14 apresentamos a reestruturação dos grupos para o momento pós-experimentação e na Figura 22 dispomos de como ficou a organização em sala de aula.

Quadro 14 – Reestruturação dos grupos para o momento pós-experimentação

Grupo	Estudantes
A	E_1, E_3, E_6 e E_7
B	E_2, E_4, E_5 e E_8

Fonte: Dos autores

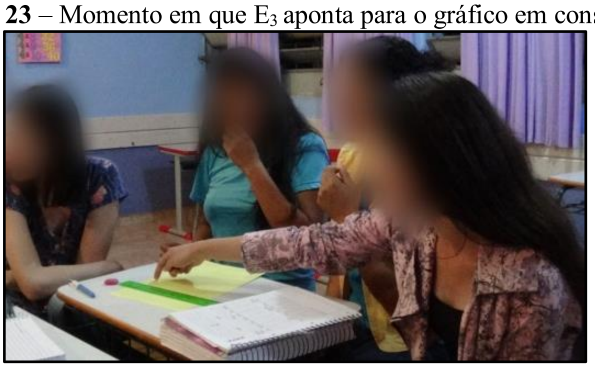
Figura 22 – Estudantes organizados em grupos para o desenvolvimento

Fonte: Registro do PP (2019)

No que compete a fase *resolução*, o Grupo A iniciou elaborando pares ordenados com os dados coletados. Neste momento, a comunicação entre as estudantes do Grupo A ocorreu conforme as seguintes transcrições:

> **E_6:** *Professor, qual a escala que devemos utilizar pra os valores de x e y?*
> **PP:** *O que foi que vocês coletaram por meio da experimentação?*
> **E_6:** *Coletamos a quantidade de água a medida que o tempo foi passando.*
> **PP:** *Então quem depende de quem neste contexto?*
> **E_6:** *A quantidade de água que junta depende do tempo.*
> **E_3:** *Então podemos colocar de 1 em 1 centímetro no eixo x e anotar o tempo lá, aí pegamos os valores de água que deu e colocamos eles aqui ó* (estudante apontando para o eixo y do gráfico (Figura 23)).

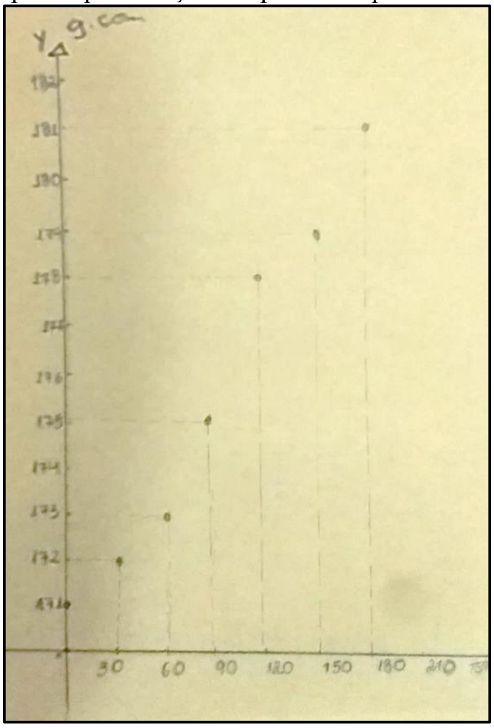
Figura 23 – Momento em que E_3 aponta para o gráfico em construção



Fonte: Registros do PP (2019)

Posteriormente as estudantes representaram os pares ordenados na forma de pontos no plano cartesiano (Figura 24). Na representação gráfica, a variável independente (tempo em minutos) está representada no eixo das abcissas e a variável dependente (prato com a quantidade de água coletada, em gramas), está representada no eixo das ordenadas.

Figura 24 – Signos utilizados para representação dos pontos no plano cartesiano elaborado pelo Grupo A

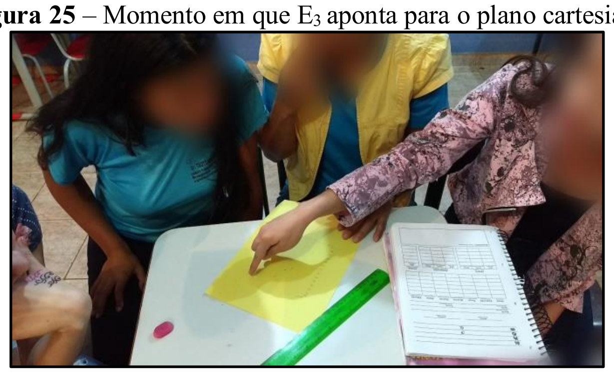


Fonte: Registro escrito pelos estudantes do Grupo A (2019)

Após as estudantes representarem os pares ordenados na forma de pontos, o PP direciona mais algumas indagações com o objetivo de verificar quais relações matemáticas são possíveis de serem estudadas por meio dos pontos no plano cartesiano.

> **PP:** *Agora que temos os pontos representados no plano, o que vocês conseguem observar?*
> **E_1:** *Ah... sei lá! Parece uma curva, sei lá!*
> **E_3:** *Mas se pegar esses 3 pontos iniciais parece que dá uma reta, mas vai terminar aqui ó* (estudantes apontando para o gráfico mostrando a direção e o sentido da reta (Figura 25)).

Figura 25 – Momento em que E_3 aponta para o plano cartesiano



Fonte: Arquivo do PP (2019)

PP: *A reta vai terminar? Mas uma reta tem fim?*
E_3: *Não professor, não foi isso que eu quis dizer, eu disse que ela vai acabar passando longe dos outros pontos.*
[...]
E_7: *Eu acho que está parecendo uma curva também, olha esses três pontos aqui, aparece certinho o movimento da curva.* (estudante fazendo o movimento da curva quando aponta para os pontos de coordenadas (30,172), (60, 173) e (90, 175) (Figura 26)).

Figura 26 – Momento em que E_7 aponta para o gráfico

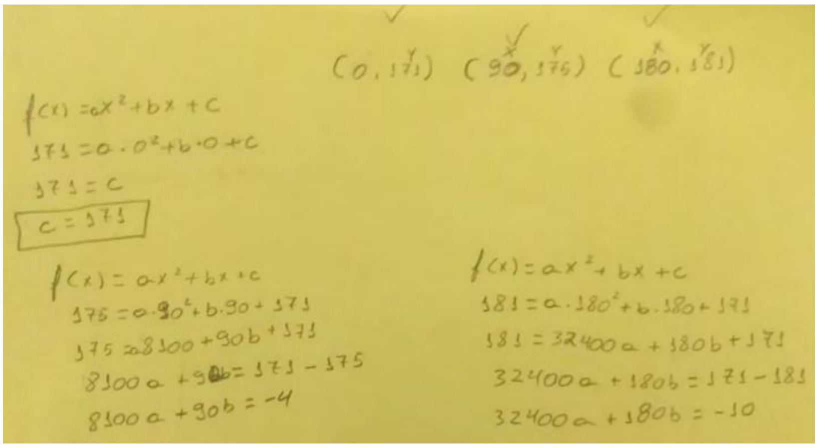
Fonte: Arquivo do PP (2019)

PP: *E agora?*
E_1: *Considerando todos os pontos acho que está mais próximo de uma curva.*
E_7: *Também acho.*
PP: *Bom, se considerarmos uma curva, que tipo de curva é essa?*
E_3: *Parece uma parábola.*
E_1: *Verdade mesmo parece uma parábola.*
PP: *Hum... e uma parábola pode ser representada por uma função polinomial de segundo grau certo? Alguém lembra a lei de formação dessa função?*
E_1: *Lembro que estudamos ano passado, é não sei o que lá com x ao quadrado... ah! sei que tem x ao quadrado mais alguma coisa.*
E_6: *Eu lembro! É* $ax^2 + bx + c = 0$
E_1: *Ah verdade... tinha que calcular o delta lá e depois x1 e x2.*
PP: *Isso mesmo, a lei de formação de uma equação do segundo grau é* $ax^2 + bx + c = 0$, *mas para a função quadrática precisamos de duas variáveis, uma dependente e uma independente, logo temos y ou f(x) =* $ax^2 + bx + c$.
E_6: *Nossa professor, então podemos usar essa fórmula sim porque aqui, a quantidade de água que junta depende do tempo.*

Durante a comunicação, percebemos que as estudantes consideraram que os pontos se aproximam de uma função polinomial de segundo grau. O episódio mostra o momento em que as estudantes discutem a formulação de hipóteses para direcionar a dedução da representação matemática para o novo problema.

Buscando meios para responder ao problema, após identificar o objeto matemático, as estudantes do Grupo A escolheram três pontos não colineares sendo eles (0, 171), (90, 175) e (180, 181), para iniciar a dedução do modelo matemático que permite representar a situação-problema. Por meio da lei de formação $f(x) = ax^2 + bx + c$, as estudantes substituíram *x* e *f(x)* pelos valores do ponto (0, 171) respectivamente, e determinam o valor do coeficiente c, sendo $c = 171$. Em seguida, as estudantes utilizaram os outros dois pontos para determinar duas equações que, posteriormente, possibilitaram a determinação dos coeficientes a e b por meio de um sistema de equações. O Quadro 15 mostra os signos produzidos pelas estudantes inicialmente.

Quadro 15 – Signos produzidos pelo Grupo A para o início da dedução do modelo



Por meio da lei de formação $f(x) = ax^2 + bx + c$, substituíram *x* e *f(x)* pelos valores do ponto (0, 171) respectivamente e determinaram o valor do coeficiente c.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$
$$171 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$$
$$c = 171$$

Substituíram os pontos (90, 175) e (180, 181) em $f(x) = ax^2 + bx + c$.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$
$$175 = a \cdot 90^2 + b \cdot 90 + 171$$
$$175 = 8100 \cdot a + 90 \cdot b + 171$$
$$8100a + 90b = 171 - 175$$
$$8100a + 90b = -4$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$
$$181 = a \cdot 180^2 + b \cdot 180 + 171$$
$$181 = 32400a + 180b + 171$$
$$32400a + 180b = 171 - 181$$
$$32400a + 180b = -10$$

Fonte: Registro escrito pelos estudantes do Grupo A (2019)

Nota-se que o Grupo A cometeu um erro em cada uma das equações desenvolvidas ao realizem as subtrações dos termos independentes, desse modo, as equações $8100a + 90b = -4$ e $32400a + 180b = -10$, estariam corretas se estivessem com os termos independentes positivos, sendo $8100a + 90b = 4$ e $8100a + 90b = 10$. Vale ressaltar que o PP não se atentou ao erro no desenvolvimento em sala de aula, pois o Grupo A não solicitou ajuda e o PP se encontrava orientando o Grupo B neste momento.

Logo após o desenvolvimento, as estudantes discutiram uma melhor estratégia para a determinação dos valores dos coeficientes a e b. E$_3$ propos montar um sistema de equações e resolver pelo método da adição, as outras estudantes com dúvidas sobre como resolver são orientadas por E_3.

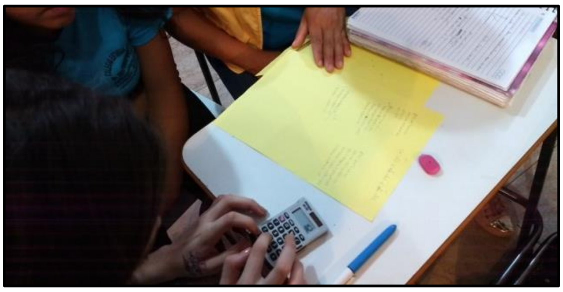
> **E_3:** *Monta um sistema com as duas equações, aí olha só, dá para multiplicar os valores da primeira equação por - 2, assim, conseguimos zerar esse aqui ó...* (estudante pontando para a resolução (Figura 27))**.**
> **E_6:** *Ah... lembrei!*

Figura 27 – E_3 orientando as estudantes durante o desenvolvimento

Fonte: Arquivo do PP (2019)

Nota-se que as estudantes recorrem a outro objeto matemático que é sistemas de equações. Tal objeto proporciona a dedução do modelo matemático. Posteriormente, para resolver o sistema, as estudantes efetuaram cálculos com auxílio da calculadora (Figura 28).

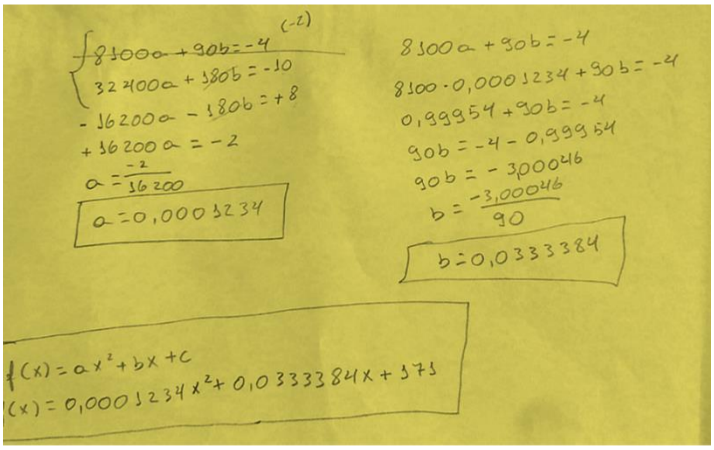
Figura 28 – Estudantes resolvendo com auxílio da calculadora



Fonte: Arquivo do PP (2019)

Os valores determinados para os coeficientes *a, b* e *c* resultam na lei de formação $f(x) = 0{,}0001234\,x^2 + 0{,}0333384\,x + 171$. Os signos produzidos pelas estudantes para a dedução do modelo matemático podem ser observados no Quadro 16.

Quadro 16 – Signos produzidos pelo Grupo A para a dedução do modelo matemático



Dado o sistema de equação:

$$\begin{cases} (I)\ 8100a + 90b = -4 \\ (II)\ 32400a + 180b = -10 \end{cases}$$

Multiplicaram a equação (I) por -2

$$-16200a - 180b = 8$$

$$\begin{array}{r} -16200a - 180b = 8 \\ +\quad 32400a + 180b = -10 \\ \hline 16200a = -2 \end{array}$$

$$a = \frac{-2}{16200}$$

$$a = 0{,}0001234$$

Substituíram o valor de "a" na equação (I):

$$8100 \cdot 0{,}0001234 + 90b = -4$$
$$0{,}99954 + 90b = -4$$
$$90b = -4 - 0{,}99954$$
$$b = \frac{-3{,}00046}{90}$$
$$b = 0{,}0333384$$

Substituindo cada um dos coeficiente obtiveram o modelo matemático:

$$f(x) = 0{,}0001234x^2 + 0{,}0333384x + 171$$

Fonte: Registro escrito pelos estudantes do Grupo A (2019)

Ressaltamos novos erros no desenvolvimento das estudantes após determinarem o valor do coeficiente "a" o que também acarretou em cálculos errôneos ao determinarem o valor do coeficiente "b", tais erros se remetem a má utilização dos sinais. Novamente o PP não se atentou aos erros no momento do desenvolvimento em sala de aula, pois o PP foi solicitado pelo Grupo A apenas para ser apresentado ao modelo já desenvolvido. Assim, corroboramos com Silveira (2006), que:

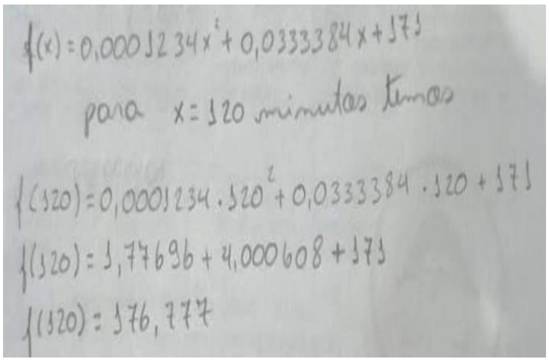
> Ainda que o erro analisado seja reconhecido pelo aluno, esse erro pode ser uma negligência ou um lapso. Se o aluno não reconhece o erro como erro, ele tem a ilusão de que está certo. A compreensão que o aluno faz do conceito dado pelo professor pode ser um outro conceito surgido da sua interpretação (SILVEIRA, 2006, p. 15).

Desse modo, entendemos que ao cometer erros, gera-se a oportunidade de reflexão sobre tudo que foi estudado, contudo, compete ao professor tornar os erros observáveis e proporcionar a compreensão das sentenças matemáticas pelos estudantes na medida em que reconhecemos que errar também é uma forma de construir conhecimento.

O tratamento de erros faz parte do processo de desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática no ensino, pois a Modelagem Matemática pressupõe investigação, e realizar investigação "significa explorar perspectivas, ter curiosidade, estar disposto a considerar o pensamento e a perspectiva do outro" (FERRUZZI, 2011, p. 42 – 43), refletindo sobre o que se é investigado e consequentemente refletir sobre o erro.

Mesmo que o modelo matemático tenha sido deduzido de forma errônea, o mesmo foi validado (Quadro 17).

Quadro 17 – Signos produzidos pelo Grupo A para a validação do modelo matemático



$$f(x) = 0{,}0001234x^2 + 0{,}0333384x + 171$$
Para $x = 120$ minutos temos:
$$f(120) = 0{,}0001234 \cdot 120^2 + 0{,}0333384 \cdot 120 + 171$$
$$f(120) = 1{,}77696 + 4{,}000608 + 171$$
$$f(120) = 176{,}777$$

Fonte: Registros escritos pelos estudantes do Grupo A (2019)

Segundo Pollak (2015), a qualidade de um modelo em atividades de Modelagem Matemática não deve ser julgada apenas pela correção da matemática feita de acordo com a situação matemática idealizada inicialmente, mas também pelo sucesso do confronto com a realidade no final. Desse modo, o encaminhamento assumido pelas estudantes do Grupo A na fase *resolução*, retrata a transição da situação inicial não matemática para uma situação final representada por um modelo matemático.

No que compete à fase *interpretação dos resultados e validação*, o Grupo A optou por validar substituindo o valor de x por 120 minutos, o que corresponde à quinta coleta de dados por meio da experimentação. O valor obtido para $f(120)$ foi 176,777 gramas, ou seja, próximo do valor encontrado por meio da coleta de dados via experimentação que foi de 178 g.

A comunicação entre os estudantes neste momento do desenvolvimento da atividade revelam indícios de que o Grupo A considera que a dedução deste modelo matemático foi um bom encaminhamento para representar a situação. Isso transparece na constatação do Grupo A quando validam o modelo matemático para 120 minutos conforme as seguintes transcrições:

E7: *Olha só, deu pouca diferença do valor da balança que era de 178 gramas.*
E1: *A diferença é bem pequena, então acho que deu certo. O que vocês acham?*
E6: *Verdade mesmo, quando substituímos o x por 120 encontramos quase o valor que deu. Isso quer dizer que deu certo.*
E3: *Que legal né!*

Como a aula estava por encerrar, o Grupo A validou o modelo matemático para todos os valores correspondentes ao tempo da coleta de dados por meio da calculadora. Desse modo, no Quadro 18 apresentamos a validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo A.

Quadro 18 – Validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo A

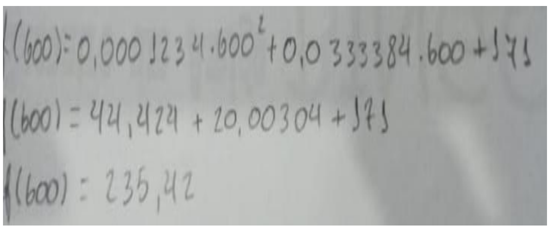
Variável x correspondente ao tempo em minutos	**Modelo Matemático** $\boldsymbol{f(x) = 0,0001234\,x^2 + 0,03333x + 171}$	**Valores obtidos por meio do modelo matemático**	**Valores obtidos por meio da experimentação**
0	$f(0)$	171	171
30	$f(30)$	172,11	172
60	$f(60)$	173,44	173
90	$f(90)$	174,99	175
120	$f(120)$	176,77	178
150	$f(150)$	178,77	179
180	$f(180)$	180,99	181

Fonte: Dos autores

Ao verificar que $f\ (120)$ se aproxima do valor encontrado por meio da coleta de dados, o Grupo A considera válido o modelo matemático. A partir de então, as discussões das estudantes ficam em torno de como encontrar uma solução para o problema.

As estudantes do Grupo A substituíram x por 600 minutos, e calculam $f\ (600)$, que corresponde a 10 horas de condensação. Desse modo, obtiveram 235,42 gramas como resultado conforme indica o Quadro 19.

Quadro 19 – Signos produzidos pelo Grupo A para a resolução do problema de investigação



$$f(600) = 0{,}0001234 \cdot 600^2 + 0{,}0333384 \cdot 600 + 171$$
$$f(600) = 44{,}424 + 20{,}00304 + 171$$
$$f(600) = 235{,}42$$

Fonte: Registros escritos pelos estudantes do Grupo A (2019)

Para responder[31] ao problema as estudantes subtraíram o valor 235,42 pela massa inicial do prato que era de 171 gramas, determinando o valor de 64,42 gramas de água condensada para responder ao problema.

Aqui evidenciamos a fase *interpretação de resultados* que implica na busca por uma solução para o problema, na qual, requer uma avaliação dos envolvidos na atividade, com o objetivo de evidenciar se a representação matemática está associada ao contexto estudado (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013).

Sendo orientados pelo PP, os estudantes do Grupo B iniciaram o desenvolvimento utilizando o GeoGebra. Vale ressaltar que a ideia para a utilização do *software* foi proposta pelos próprios estudantes, recorrente de lembranças da utilização em anos anteriores na construção e manipulação de gráficos, tabelas e exploração de suas ferramentas. A utilização do *software* em anos anteriores se fez na disciplina de Matemática que era ministrada pelo PP, desse modo, este não foi o primeiro contato dos estudantes com o *software*. Contudo o PP explicou aos estudantes as principais funcionalidades das ferramentas do *software* que iriam utilizar para o desenvolvimento.

Com vistas a obter uma representação gráfica, os estudantes do Grupo B, dispuseram dos pares ordenados utilizando-se da planilha no *software* GeoGebra (Figura 29). Para tanto, consideraram como variáveis o tempo (coluna A), dado em minutos, e a massa do prato com a quantidade de água condensada (coluna B), em gramas, coletada por meio da experimentação. Com os valores dos pares ordenados dispostos na planilha do GeoGebra, o Grupo B, por meio de um ferramenta do *software* denominada Análise Bivariada[32], representaram os pares ordenados na forma de pontos em um sistema de eixos ortogonais (Figura 30).

---

[31] As estudantes utilizaram a calculadora para determinar o resultado final, desse modo, não apresentaram os registros para esta parte.
[32] Ferramenta de ajuste de curvas disponível no *software* GeoGebra.

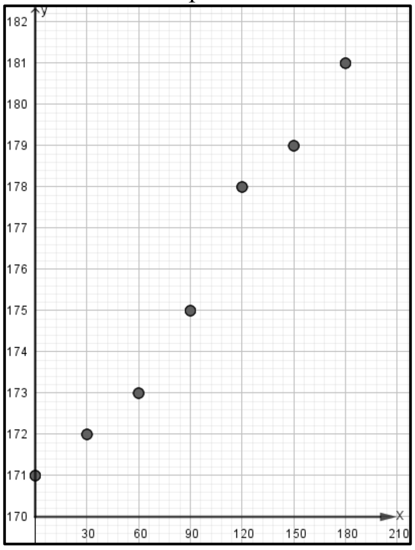
Figura 29 – Planilha com variáveis tempo e quantidade de água condensada

Planilha

	A	B
1	0	171
2	30	172
3	60	173
4	90	175
5	120	178
6	150	179
7	180	181

Fonte: Relatório dos estudantes do Grupo B (2019)

Figura 30 – Representação dos pares ordenados na forma de pontos

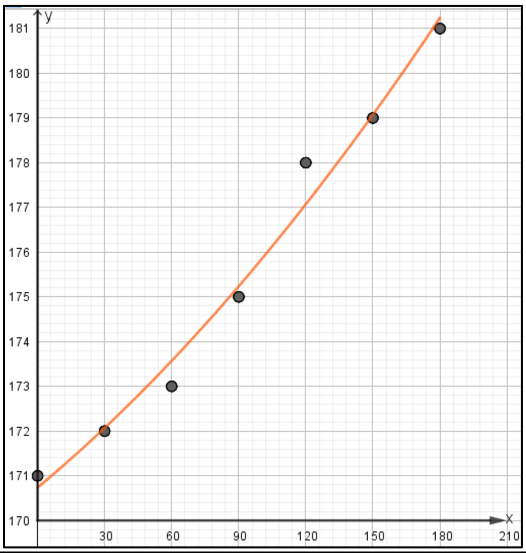


Fonte: Relatório dos estudantes do Grupo B (2019)

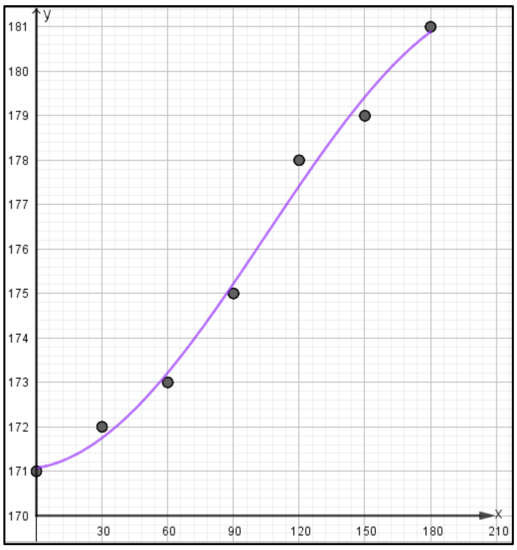
Após a representação gráfica dos dados, o PP orientou os estudantes a realizar ajustes de curvas. Com isso, os estudantes puderam identificar a curva gerada por meio de uma expressão matemática que melhor se adequa aos pontos representados pela Figura 30. No Quadro 20 indicamos os modelos de ajustes de curvas gerados pelo *software* GeoGebra.

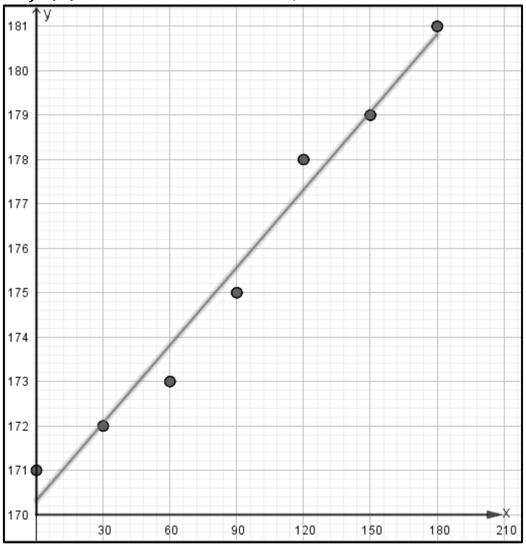
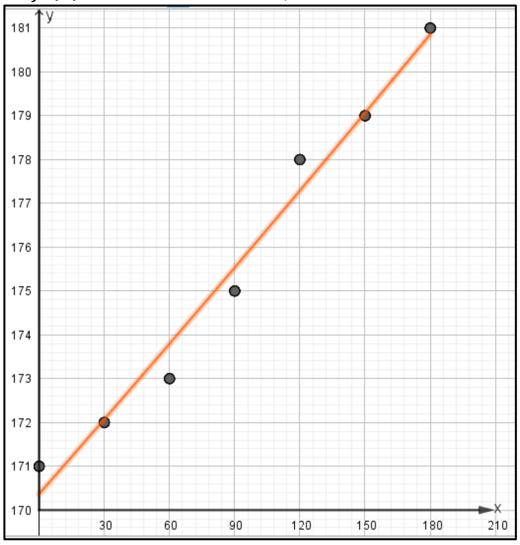
Quadro 20 – Signos produzidos por meio da ferramenta de ajustes de curvas no *software* GeoGebra

Modelo Polinomial com lei de formação $f(x) = 0{,}00009x^2 + 0{,}04167x + 170{,}7381$, sendo $0 \leq x \leq 180$



Modelo Senoidal com lei de formação $f(x) = 176{,}31 + 5{,}27\, sen(0{,}01x - 1{,}46)$, sendo $0 \leq x \leq 180$



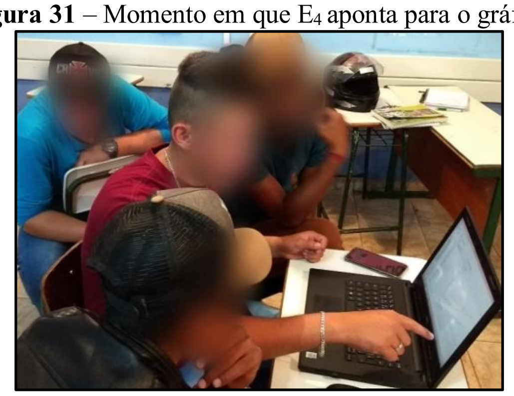
Modelo Linear com lei de formação $f(x) = 0{,}05x + 170{,}32$, sendo $0 \leq x \leq 180$	Modelo Exponencial com lei de formação $f(x) = 170{,}37e^{0{,}0003x}$, sendo $0 \leq x \leq 180$
	

Fonte: Relatório dos estudantes do Grupo B (2019)

Após observarem os modelos apresentados pelo *software*, os estudantes iniciaram uma discussão para verificar qual era o modelo que melhor se ajustava na situação estudada. Segue a transcrição da comunicação entre os estudantes após o ajuste de curvas por meio do *software* GeoGebra.

E$_8$: *Olha que legal cara! Quando selecionamos exponencial e linear, parecem que são iguais e passa mais longe dos pontos.*
E$_4$: *Verdade. Acho que a exponencial e a linear podemos descartar, mas olha só este ponto aqui na polinomial* (estudante apontando para o ponto de coordenadas (120, 178), (Figura 31)), *acho que está mais longe do que na outra.*

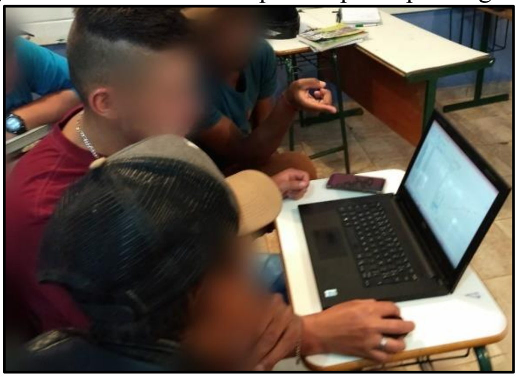
Figura 31 – Momento em que E$_4$ aponta para o gráfico



Fonte: Arquivo do PP (2019)

E$_8$: *Parece mesmo. Vamos ver a outra!*
[...]
E$_4$: *Olha aí, eu não disse? Acho que este é o que chega mais perto de todos os pontos.*
E$_2$: *É mesmo. Olha esse ponto aqui também* (estudante apontando para o ponto de coordenadas (60, 173), (Figura 32)), *também parece estar bem mais perto do que o outro.*

Figura 32 – Momento em que E_2 aponta para o gráfico



Fonte: Arquivo do PP (2019)

> **E_4:** *Pra mim, a curva que mais se aproxima é a senoidal.*
> **E_2:** *Pelo que vi parece ser mesmo.*
> **E_5:** *Eu também acho.*

Tendo definido um modelo para representar a situação em estudo, o PP indaga o grupo sobre a escolha do modelo, o que permite orientar a atividade para a fase *validação*.

> **PP:** *Então para vocês a função senoidal é a que melhor representa a situação?*
> **E_2:** *Sim!*
> **E_4:** *Sim!*
> **PP:** *Ok! E vocês conseguiram responder ao problema? Que quantidade de água conseguiríamos por meio da condensação após 10 horas?*
> **E_4:** *Ainda não professor, mas vamos tentar.*

Após esta comunicação, os estudantes orientados pelo PP com o auxílio do *software* foram validar o modelo e tentar responder ao problema. A comunicação neste momento se deu conforme a seguinte transcrição.

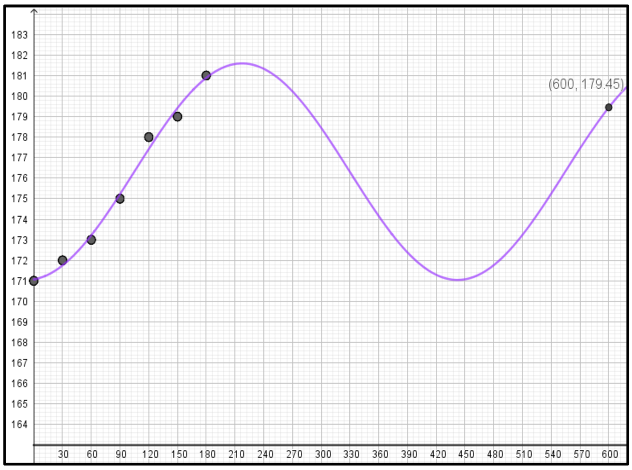
> **PP:** *Olha só pessoal, 10 horas correspondem a quantos minutos?*
> **E_5:** *É... São 600 minutos. É só fazer 10 vezes 60.*
> **PP:** *Muito bem. Como o eixo x representa o tempo em minutos da condensação, podemos encaminhar o gráfico para a janela de visualização e tentar manipular o gráfico até que o eixo x apresente o valor 600. Desse modo, poderemos observar qual será a imagem para 600 minutos, o que acham?*
> **E_2:** *Pode ser professor.*
> **E_8:** *Beleza professor, eu posso fazer isso!*
> **PP:** *Ok.*

Após a comunicação E_8 começa a manipular o gráfico (Figura 33), enquanto os estudantes observam o comportamento da curva (Figura 34) e estabelecem relações com a situação estudada.

Figura 33 – Momento em que E_8 manipula o gráfico da função senoidal

Fonte: Arquivo do PP (2019)

Figura 34 – Validação por meio da representação gráfica do modelo senoidal



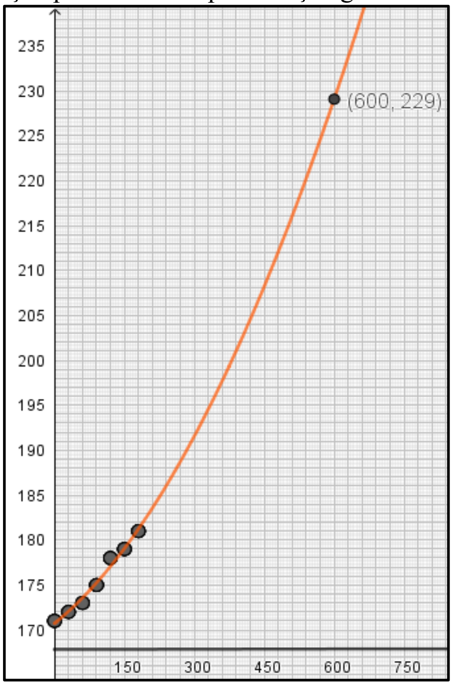
Fonte: Relatório dos estudantes do Grupo B (2019)

A comunicação neste momento ocorreu conforme a seguinte transcrição.

> **E_4:** *Olha só ela oscila sempre de 171 à 181.*
> **E_2:** *Verdade, mas não tem como ter menos água em 10 horas do que tinha com 180 minutos né? Olha lá velho, o valor de y é 179,45, significa que não iria ter nem 180 gramas de água, sendo que com 180 minutos a gente viu que tinha 181 gramas.*
> **E_5:** *Nossa! É verdade! Eu não tinha pensado nisso.*
> **E_4:** *E agora professor, será que está errado?*
> **PP:** *O que vocês acham?*
> **E_2:** *Eu acho que está errado. Não tem como ter menos água do que já tinha. E olha lá, como que aumenta e diminui a quantidade de água toda hora? Não tem como.*
> **PP:** *Bem observado. Não é possível que toda a água coletada inicialmente evapore totalmente e depois volte ao recipiente sem que haja condensação novamente.*
> **E_8:** *Sim, e ninguém vai ficar congelando e descongelando né de 180 em 180 minutos né... (risos).*
> **E_5:** *Bom, vendo isso agora eu acho que vai ser a polinomial.*
> **PP:** *Vamos fazer a mesma coisa com a polinomial?*
> **E_5:** *Vamos!*

Após a comunicação entre os estudantes, nota-se que a fase *validação* permitiu que os estudantes observassem que o modelo senoidal não seria ideal para situação estudada. Desse modo, os estudantes retornam novamente para a fase *resolução.* O PP orienta novamente os estudantes na manipulação do gráfico, dessa vez, a função escolhida foi a polinomial de segundo grau conforme a Figura 35.

Figura 35 – Validação por meio da representação gráfica da função Polinomial



Fonte: Relatório dos estudantes (2019)

A comunicação neste momento ocorreu conforme a seguinte transcrição:

> **E8:** *Agora sim! Essa deu certo.*
> **E2:** *Pelos valores dos pontos que o professor colocou ali dá pra ver que após 10 horas o total de água condensada vai ser de 229 gramas.*
> **PP:** *Muito bem. Mas e se as temperaturas do recipiente com gelo e do ambiente atingirem o equilíbrio térmico antes das 10 horas?*
> **E2:** *Eu acho que para de juntar água.*
> **E5:** *Mas não tem como saber se vai atingir antes ou depois das 10 horas.*
> **E4:** *Então dá para considerar que não vai ser antes.*
> **PP:** *Então vocês assumem por hipótese que o equilíbrio térmico ocorrerá após as 10 horas e que se a temperatura e a umidade relativa do ar continuarem constantes o valor de y do ponto de abscissa 600 será a massa do prato com água condensada após 10 horas de condensação?*
> **E5:** *É isso aí professor.*

Desse modo os estudantes do Grupo B consideram válido o modelo $f(x) = 0{,}00009x^2 + 0{,}04167x + 170{,}7381$ em que desconsideraram variáveis como, por exemplo, a umidade relativa do ar e consideraram a temperatura ambiente constante. Assim como o Grupo A, o Grupo B também não validou o modelo para todos os pontos de forma manuscrita, desse modo, apresentamos no Quadro 21 a validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo B com auxílio do GeoGebra

Quadro 21 – Validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo B por meio do GeoGebra

Variável x correspondente ao tempo em minutos	**Modelo Matemático** $\boldsymbol{f(x) = 0,00009x^2 + 0,04167x + 170,7381}$	**Valores obtidos por meio do modelo matemático**	**Valores obtidos por meio da experimentação**
0	$f(0)$	170,74	171
30	$f(30)$	172,01	172
60	$f(60)$	173,57	173
90	$f(90)$	175,22	175
120	$f(120)$	177,03	178
150	$f(150)$	179,01	179
180	$f(180)$	181,15	181

Fonte: Dos autores

Ao discutirem sobre a validação do modelo matemático, os estudantes do Grupo B observaram que os valores obtidos por meio do modelo matemático, se tratavam de valores próximos com os obtidos por meio da experimentação, dessa forma, ficaram satisfeitos com o modelo matemáticos deduzido para representar a situação investigada. Com auxílio do *software* e da calculadora responderam o problema de investigação inferindo que a quantidade de água após 10 horas de condensação seria de 58 gramas, que é resultante da diferença entre a massa determinada após 10 horas de condensação 229 gramas, pela massa do prato vazio 171 gramas.

5.1.1 ANÁLISE DA ATIVIDADE "CONDENSAÇÃO DA ÁGUA"

Nesta seção, orientados pelo referencial teórico adotado, realizamos a análise local da atividade de Modelagem Matemática com experimentação desenvolvida. A atividade buscou promover a aprendizagem da matemática por meio da comunicação entre os envolvidos. Desse modo, a análise das transcrições dos áudios e vídeos, das imagens e dos registros escritos e entregues pelos estudantes foram feitas a partir da identificação das fases de desenvolvimento da atividade.

Durante a fase *inteiração*, no momento pré-experimentação o texto sugerido para a leitura se configura como signo interpretante intencional (II)[33] usado pelo PP, sendo, nesse caso, um *representamen* para os estudantes, indo de acordo com D'Amore, Pinilla & Iori (2015) que argumentam que um *representamen* pode ser o veículo para a produção de outro signo. Assim, o texto teve como papel estimular os estudantes para que iniciassem a

[33] Utilizamos esta sigla para nos referirmos aos signos interpretantes intencionais.

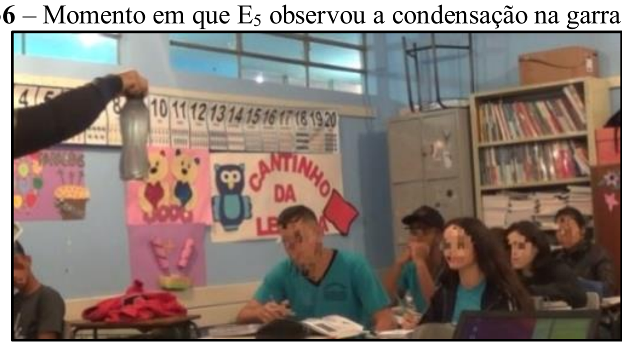
inteiração sobre o tema e possibilitar a produção de novos signos interpretantes na mente dos estudantes.

No trecho em que E_2 diz "[...] *Só sei que com água normal da torneira não "sua"",* entende-se que o estudante, por meio de um signo interpretante efetual (IE)[34] compara um recipiente com água fria com outro com água da torneira em temperatura ambiente e afirma que um recipiente com água em temperatura ambiente não ocorre o fenômeno. Esse signo, de certa forma, está associado ao conhecimento do estudante ao fenômeno de condensação em que a água no estado gasoso passa para o estado líquido quando entra em contato com uma superfície cuja temperatura é inferior. A água em temperatura ambiente mantém o equilíbrio térmico com o recipiente que a armazena, então a água no estado gasoso não se condensa. Assim, o signo IE assume o papel de relação, pois o estudante relaciona lembranças e experiências com a situação vivenciada.

Tais lembranças são remetidas ao intérprete em função de um significado gerado por meio da comunicação interpessoal, iniciada pelo PP, indo de acordo com Bordenave & Pereira (2012). Para os autores, após iniciar o ato de comunicar por meio de uma intenção ou objetivo, o participante da comunicação recorre "para o seu repertório de *ideias e experiências* e escolhe aquelas que lhe servem para sua intenção ou objetivo" (BORDENAVE; PEREIRA, 2012, p. 207, grifo nosso).

Na comunicação, no momento em que E_5 observa a condensação na garrafa de água do PP (Figura 36) e diz "*Olha professor, sua garrafa está molhada e molhou a carteira também*", além de provocar os demais estudantes a se interessar por aquele fenômeno, os direciona a refletir sobre a situação contribuindo para a produção de novos signos.

Figura 36 – Momento em que E_5 observou a condensação na garrafa de água



Fonte: Arquivo do PP (2019)

[34] Utilizaremos esta sigla para nos referirmos aos signos interpretantes efetuais.

A produção de um novo signo se confirma no trecho em que E_3 diz "*então significa que ela atingiu o ponto de orvalho"*. Entendemos que E_3 compreendeu o conceito do ponto de orvalho, pois respondeu à pergunta do PP no início da comunicação ao dizer que para que ocorra a condensação, a temperatura precisa chegar ao ponto de orvalho e, na sequência, estabeleceu uma relação entre teoria e prática ao afirmar, por meio da observação feita por E_5 em relação à garrafa do PP que a superfície da garrafa havia atingido o ponto de orvalho. Desse modo, a fala de E_3 configura-se como signo interpretante comunicacional (IC)[35], que assume o papel de compreensão do objeto por meio de signos II e IE usados na comunicação entre os sujeitos envolvidos na atividade.

Podemos destacar também, um novo signo II da mente do PP que ao levar a garrafa para a sala com água gelada, o vapor de água que se condensou na garrafa do PP (Figura 36) se configura como objeto dinâmico do signo II, pois trata-se de "uma representação *real* do objeto" (NETTO, 2007, p. 69) e tem como papel estimular os estudantes a estabelecerem relações entre a prática e a situação estudada. Nesse sentido, evidencia-se que "todo objeto material ou a propriedade desse objeto ou um acontecimento qualquer, converte-se em signo [...]" (SCHAFF, 1962 *apud* BORDENAVE; PEREIRA, 2012, p. 209). Este episódio condiz com a relação entre emissor e objeto representado pelo ângulo α no esquema estabelecido por Pietarinen (2003) a partir da relação triádica objeto-signo-interpretante de Peirce.

Tendo em vista estabelecer uma estratégia para a coleta de dados para responder ao problema "*Que quantidade de água conseguimos coletar por meio da condensação?*", durante a comunicação, o PP indaga "*E como saberemos o volume de água que conseguimos coletar?*". Após a indagação, o PP observa que os estudantes não conseguiram definir uma estratégia de coleta de dados. Então, o PP faz uma nova indagação "*Qual é a densidade da água?".* A indagação sobre a densidade da água configura-se como signo II, assumindo o papel de orientação na atividade, pois, por meio deste signo, os estudantes definiram uma estratégia para a coleta de dados.

Após a indagação do PP e o comentário de E_7 no seguinte trecho da comunicação:

> [...]
> **PP:** *Qual é a densidade da água?*
> **E_7:** *É de 1 g/ml.*
> **E_3:** *Verdade. Então em cada 1 g temos 1 ml de água. Se a gente "pesa" o prato vazio e o prato cheio de água dá pra saber quanto de água dá.*
> [...]

---

[35] Utilizaremos esta sigla para nos referirmos aos signos interpretantes comunicacionais.

Nota-se que o signo produzido por E_3, quando diz "[...] *Então em cada um grama temos um ml de água. Se a gente "pesa" o prato vazio e o prato cheio de água dá pra saber quanto de água dá"*, foi decisivo para definir o que os estudantes fariam para coletar os dados. Desse modo, a fala de E_3 constituiu-se em um signo IE cujo papel foi estabelecer simplificações para a coleta de dados. Nota-se também, que o PP se fez orientador, visto que indicou caminhos, fez perguntas e sugeriu procedimentos conforme sugerem Almeida, Silva & Vertuan (2013).

Evidenciamos também, o signo IE, quando E_5 diz "*Mas se deixar com água gelada pode não juntar muita água, porque têm a questão do ponto de orvalho, que no texto dizia que quando as temperaturas se igualam não tem condensação".* E_5 observou, a partir do objeto constituído por meio da leitura do texto, que a condensação depende do tempo em que a água gelada permanece no recipiente[36], o que contribuiu diretamente para que E_2 sugerisse o gelo para experimentação. Assim, nota-se, que esse signo interpretante teve como papel, proporcionar aos estudantes o levantamento de hipóteses, inferindo que o recipiente com água gelada poderia ser menos efetivo do que com gelo. Desse modo, evidencia-se a relação entre interpretante e intérprete representado pelo ângulo β no esquema estabelecido por Pietarinen (2003) a partir da relação triádica objeto-signo-interpretante de Peirce.

Durante o momento experimentação, quando os estudantes iniciam coleta de dados divididos em dois grupos, evidenciamos a existência do objeto constituído na mente dos estudantes que, segundo Peirce (2005), pode se referir a uma coisa singular existente e conhecida ou que se espera que venha a existir. Isso torna-se evidente durante a segunda coleta de dados após 30 minutos quando E_7 diz "*Eu acho que vai continuar sempre aumentando de um em um, a não ser que a temperatura daqui mude*".

Para E_7, a quantidade de água coletada continuaria a aumentar de um em um grama nas próximas coletas devido à temperatura manter-se constante por não ter janelas ou portas abertas. Desse modo, a interferência na temperatura ou a ventilação ocasionada por portas ou janelas abertas se configura como objeto. Tal objeto proporciona uma relação de concordância entre a situação e o que dizia o texto sobre condensação, estudado anteriormente. Essa relação permite evidenciar a produção de um signo IC que tem como papel indicar que E_7 compreendeu a situação, pois relacionou a teoria com a prática, evidenciando a comunicação

---

[36] Não houve discussões aprofundadas acerca dos materiais que constitui recipientes que podem ocasionar condensação.

resultante de um signo II da mente do PP e de um signo IE que é a determinação da sua mente por meio dos conhecimentos acerca da situação. Essa situação condiz com as anunciações de Peirce (2005), de que a comunicação por meio de signos geralmente funciona entre duas mentes, no qual um é o agente que enuncia o signo, enquanto o outro é a mente paciente, que interpreta o signo (PEIRCE, 2005).

Durante a coleta de dados experimentais após 60 minutos do início da experimentação, quando E_8 diz "*Se continuar aumentando de um em um vai dar uma sequência*", nota-se a associação da situação diretamente ao objeto matemático sequência numérica. Desse modo, a fala de E_8 se configura como signo IE, pois, o interpretante refere-se àquilo que constitui algo que o signo em sua função produz essencialmente em seu intérprete (PEIRCE, 2005), neste caso, a associação da situação com o conceito matemático sequência. Assim, o signo interpretante produzido por E_8 é o significado do outro signo produzido em razão da situação. Desse modo, o signo IE produzido, tem como papel, relacionar a situação diretamente com um objeto matemático.

Outro signo IE produzido, ocorre quando E_8 diz "*Acho que nem precisamos mais voltar aqui, vai dar sempre de um em um*", pois o papel deste signo foi proporcionar hipóteses de como seriam as próximas coletas de dados. Este signo interpretante também possibilitou evidenciar a desvantagem das atividades experimentais de verificação, que se refere ao fato de os resultados serem relativamente previsíveis, podendo assim, não estimular a curiosidade dos estudantes conforme salienta Oliveira (2010). Todavia os estudantes não validaram a hipótese e descartaram resultados previstos por meio da própria experimentação, pois na coleta de dados após 90 minutos do início da experimentação, a quantidade de água condensada aumentou dois gramas ao invés de um.

Após 120 minutos do início da experimentação, E_5 diz "*Vichi! Antes estava aumentando de um em um, aí aumentou dois e agora três, da próxima vez vai ser quatro...*", configura-se como signo IE, pois por meio de resultados coletados anteriormente E_5 produz um novo signo que também tem como papel o levantamento de hipóteses para a próxima coleta de dados. O signo produzido por E_5 pode evidenciar o processo de semiose em consonância com o que defende Nöth (2013). Para o autor, a resultante cognitiva do signo sobre o intérprete pode possibilitar a geração de novos signos caracterizando a semiose (NÖTH, 2013).

Na comunicação, após o término da coleta de dados, podemos evidenciar à ação de signos II. Um dos signos refere-se a fala do PP quando indaga os estudantes sobre a continuidade da condensação "[...]*E_8 disse que conseguiríamos mais água se deixássemos por* *mais tempo o recipiente com gelo. O que vocês acham?*". Este signo tem como papel estimular os estudantes a estabelecerem previsões por meio daquilo que eles já possuem que são os signos IE.

O signo II produzido pelo PP proporcionou a produção de um novo signo IC na mente do intérprete, que evidenciamos no momento em que E_2 diz "*Só não vai ter mais água quando se igualarem as temperaturas do balde e da biblioteca". * Para Santaella & Nöth (1998), a semiótica peirceana está pautada sobre os modos de se obter e comunicar conhecimento a partir de signos e, nesse caso, evidenciamos a comunicação por meio de um signo II da mente do PP e um signo IE que foi produzido na mente de E_2 por meio da leitura do texto. Desse modo, o signo IC produzido por E_2 indica que o estudante entendeu um dos principais conceitos de condensação. Uma situação similar a essa já havia acontecido com o estudante E_3 (signo S.3, Quadro 22). Apresentamos no Quadro 22 a síntese dos signos interpretantes usados ou produzidos na fase *inteiração*.

Quadro 22 – Síntese dos signos interpretantes produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *inteiração*

Unidade de Contexto	**Código do signo**	**Unidade de Registro**	**Eixo Temático**	**Papel**
Inteiração	S.1	Texto para leitura.	II	Estimular
	S.2	**E_2:** Só sei que com água normal da torneira, não "sua".	IE	Relacionar
	S.3	**E_3:** Então significa que ela atingiu o ponto de orvalho.	IC	Compreensão
	S.4	Garrafa de água (Figura 36).	II	Estimular
	S.5	**PP:** Qual é a densidade da água?	II	Orientar
	S.6	**E_3:** [...] Então em cada um g temos um ml de água. Se agente "pesa" o prato vazio e o prato cheio de água dá pra saber quanto de água dá.	IE	Simplificar
	S.7	**E_5:** Mas se deixar com água gelada pode não juntar muita água, porque têm a questão do ponto de orvalho, que no texto dizia que quando as temperaturas se igualam não tem condensação.	IE	Hipótese
	S.8	**E_7:** Eu acho que vai continuar sempre aumentando de um em um, a não ser que a temperatura daqui mude.	IC	Compreensão
	S.9	**E_8:** Se continuar aumentando de um em um vai dar uma sequência.	IE	Relacionar
	S.10	**E_8:** Acho que nem precisamos mais voltar aqui, vai dar sempre de um em um.	IE	Hipótese
	S.11	**E_5:** Vichi! Antes estava aumentando de um em um, aí aumentou dois e agora três, da próxima vez vai ser quatro...	IE	
	S.12	**PP:** [...]E_8 disse que conseguiríamos mais água se deixássemos por mais tempo o recipiente com gelo. O que vocês acham?	II	Estimular
	S.13	**E_2:** Só não vai ter mais água quando se igualarem as temperaturas do balde e da biblioteca.	IC	Compreensão

Fonte: Dos autores

A fase *matematização* ocorre quando o PP dirige uma nova indagação a todos os estudantes "*[...] com os dados que temos, será que conseguiríamos fazer uma previsão do quanto de água condensada conseguiríamos se deixássemos este recipiente em repouso por 10 horas?"*. Essa indagação sobre uma possível previsão caso mantivesse o balde com gelo em repouso, fez com que os estudantes desconsiderassem algumas variáveis, como por exemplo, a variação da temperatura do ambiente e umidade relativa do ar. Assim, o signo se configura como II cujo papel é estimular os estudantes a pensarem matematicamente sobre a situação. A indagação do PP permitiu também a elaboração de um novo problema de investigação.

Após a indagação do PP, E_1 considera a hipótese de manter a mesma temperatura para todos os casos. Esse fato evidencia-se por meio do signo IE produzido por E_1 quando diz "*Podemos considerar as mesmas temperaturas ué"*. Tal signo tem como papel simplificar a situação. Podemos observar, que o signo produzido por E_1 é característico da fase *matematização* para atividades de Modelagem Matemática conforme destaca Almeida, Silva & Vertuan (2013). Para os autores, essa fase é caracterizada considerando

> [...] processos de transição de linguagens, de visualização e de uso de símbolos para realizar descrições matemáticas. Essas descrições são realizadas a partir de formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações em relação às informações e ao problema definido na fase de inteiração (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p.16).

Após a simplificação da situação, o PP sugere a construção de um gráfico aos estudantes: "*E se construíssemos um gráfico com os dados que temos?*"**.** Este signo produzido pelo PP caracteriza-se como signo II, e assume como papel a orientação da situação, o que pode acarretar na produção de novos signos na mente dos estudantes, promovendo a ação da semiose, o que vai de acordo com Almeida & Silva (2017, p. 218), que afirmam que "atividades de modelagem matemática desencadeiam semiose e, semiose realiza construção de conhecimento".

No Quadro 23, apresentamos a síntese dos signos produzidos durante a fase *matematização*.

Quadro 23 – Síntese dos signos interpretantes produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *matematização*

Unidade de Contexto	Código do signo	Unidade de Registro	Eixo Temático	Papel
Matematização	S.14	**PP:** [...] com os dados que temos, será que conseguiríamos fazer uma previsão do quanto de água condensada conseguiríamos se deixássemos este recipiente em repouso por 10 horas?	II	Estimular
	S.15	**E_1:** Podemos considerar as mesmas temperaturas.	IE	Simplificar
	S.16	**PP:** E se construíssemos um gráfico com os dados que temos?	II	Orientar

Fonte: Dos autores

Após a reestruturação dos grupos no momento pós-experimentação, início da fase *resolução,* nota-se a ação de um signo II produzido pelo PP remetido ao Grupo A. O signo "*O que foi que vocês coletaram por meio da experimentação?*", assume o papel de orientação para produção de novos signos interpretantes.

No primeiro contato do Grupo A com os dados coletados, o grupo não associa diretamente os dados a um objeto matemático. Assim, por meio do signo produzido pelo PP, o Grupo A organizou os dados coletados e os representaram graficamente no plano cartesiano, que por sua vez se configura como signo IE resultante de um signo II da mente do PP. O signo IE tem como papel estabelecer relações entre a situação com algum objeto matemático, podendo assim contribuir para a produção de novos signos. Assim, a representação gráfica da situação pode ser um novo *representamen*, pois para D'Amore, Pinilla & Iori (2015), o interpretante de um signo dentro do processo de comunicação pode se tornar o *representamen* de um novo signo.

O novo *representamen* proporcionou a E_6 a identificação de uma relação de dependência no momento em que diz "*A quantidade de água que junta depende do tempo*", desse modo, a fala de E_6 configura-se como signo IC, cujo papel é evidenciar a compreensão da estudante em relação à situação. O signo IC é resultante de um signo IE produzido em sua mente em relação ao objeto matemático dependência de variáveis, assim o signo IC indica que houve comunicação e que por meio desta comunicação houve compreensão da situação. Nesta relação entre interpretantes, evidenciamos a alegação de Santaella (2012, p. 67), que com base em Peirce afirma que o "lugar que o interpretante ocupa num processo de comunicação, [...] localiza o interpretante dentro de um ponto de vista comunicativo, isto é, na relação de um emissor com um receptor".

Os signos que emergiram durante a comunicação permitiram que o Grupo A organizasse os pontos no plano cartesiano, de modo que a variável independente (tempo em minutos) fosse representada no eixo das abcissas e a variável dependente (massa do prato com a quantidade de água coletada em gramas) fosse representada no eixo das ordenadas.

No momento em que E_3 e E_7 apontaram para o Plano Cartesiano (Figuras 25 e 26), nota-se as assertivas de Bordenave & Pereira (2012), pois a comunicação permitiu que as estudantes usassem seus repertórios de signos ou códigos a fim de justificar suas ideias com relação aos pontos e apresentá-las as outras estudantes. Deste modo, as gesticulações configuram-se como signos II, que têm como papel estimular a produção de novos signos, permitindo que as demais estudantes compreendessem as suas ideias. Bordenave & Pereira (2012) argumentam que gestos e expressões, são tipos de códigos que podem ser utilizados pelos envolvidos em um ambiente comunicacional e, segundo Fonte, Godino & Contreras (2008), são atos básicos de comunicação do ser humano, porém pessoalmente significativos.

Podemos evidenciar também a produção do signo II por parte do PP quando diz "*Bom, se considerarmos uma curva, que tipo de curva é essa?*". O signo II tem como papel orientar as estudantes em relação à curva mencionada por E_1, proporcionando assim possíveis relações com algum objeto matemático. O signo II produzido pelo PP tem por objetivo fazer com que as estudantes interpretassem e produzissem significados, o que está de acordo com as indicações de D'Amore, Pinilla & Iori (2015, p. 169). Para os autores:

> Cada objeto matemático proposto aos alunos como objeto de aprendizagem, para uma construção cognitiva eficaz e significativa, traz consigo várias componentes conceituais (isto é, nenhum conceito é isolado, mas sempre faz parte de um sistema de significado).

Após a indagação do PP, podemos perceber que as estudantes atribuíram significados e relacionaram a curva com uma parábola, o que é evidenciado por meio do signo IE produzido por E_3 quando diz "*Parece uma parábola*". Desse modo, o signo produzido por E_3 tem como papel a relação direta da situação representada graficamente com o objeto matemático função quadrática.

Inicialmente a estudante E_1 não conseguiu lembrar-se da lei de formação de uma função quadrática. Na sequência, E_6 diz se lembrar, todavia, a estudante apresenta a lei de formação de uma equação de segundo grau. Desse modo, quando a estudante E_6 diz "*Eu lembro! É* $ax^2 + bx + c = 0$", esta afirmação revela que a estudante pode ter certa familiaridade com equações do segundo grau e associou seus conceitos com de função de segundo grau. Desse modo, a comunicação revela experiências pessoais da estudante, indo de acordo com a BNCC, que orienta promover nos estudantes a capacidade de raciocinar "como meio de comunicação de suas experiências" (BRASIL, 2017, p. 55).

Nota-se a ação do signo IC na fala de E_6 quando diz "*Nossa professor, então podemos usar essa fórmula sim porque aqui, a quantidade de água que junta depende do tempo*", após o PP diferenciar os objetos matemáticos equação de segundo grau e função de segundo grau por meio da relação entre as variáveis dependente e independente. Esse signo tem como papel revelar a compreensão por meio da comunicação entre os envolvidos. A comunicação evidencia nossas concepções de que a aprendizagem da matemática pode se constituir por meio da comunicação.

Após associar a situação estudada com o objeto matemático função do segundo grau, o Grupo A deduziu o modelo matemático $f(x) = 0{,}0001234\, x^2 + 0{,}0333384\, x + 171$. Mesmo que o modelo tenha sido resultado de um desenvolvimento errôneo, caracteriza-se como um signo IC que carrega interpretações das estudantes do Grupo A, alusivos à generalização matemática que fazem com vistas à representação da situação em estudo. Logo o papel deste signo é indicar uma representação matemática que pode levar à solução do problema. Entende-se então, que o signo IC é resultante de uma relação de produções de signos e de uma ação sígnica que se realiza por meio da formação de relações triádicas e potencialmente infinitas possíveis de novas interpretações Peirce (1998a).

Para o Grupo B, na fase *resolução*, o GeoGebra se constituiu enquanto um recurso semiótico de comunicação que permitiu acompanhar o comportamento de diferentes representações gráficas de funções por meio de Análise Bivariada com base em um sistema de eixos ortogonais, fornecendo dados passíveis de serem interpretados matematicamente. A utilização deste recurso está de acordo com os apontamentos de Leeuwen (2005), que versa sobre recurso semiótico como sendo um conjunto de procedimentos e artefatos utilizados para o processo de comunicação, sejam estes produzidos fisiologicamente ou com o auxílio de meios tecnológicos. Em uma mesma perspectiva, Cândido (2007, p. 15) ressalta que "introduzir os recursos de comunicação nas aulas de matemática [...] pode concretizar a aprendizagem em uma perspectiva mais significativa para o aluno e favorecer o acompanhamento desse processo por parte do professor".

Durante a *resolução* do Grupo B, podemos destacar signos II produzidos pelos estudantes E_4 e E_2 quando fazem gesticulações para indicar suas ideias (Figuras 31 e 32). Tais signos são produzidos com o objetivo de justificar seus entendimentos com relação aos pontos e à função gerada por meio da ferramenta de ajuste de curvas e apresentá-los aos outros estudantes. Desse modo, os signos produzidos por E_4 e E_2 assumem o mesmo papel dos signos utilizados por E_3 e E_7 (Figuras 25 e 26), que é estimular a produção de novos signos por meio da escolha em seu repertório do melhor veículo para transmitir suas ideias com a intenção de formular sua mensagem de forma adequada e efetiva (BORDENAVE; PEREIRA, 2012).

Evidenciamos também a ação de um signo IE quando E_4 diz "*Pra mim, a curva que mais se aproxima é a senoidal*". A representação gráfica da função senoidal permitiu a produção deste signo na mente de E_4, desse modo, o papel deste signo é relacionar experiências com conhecimentos pessoais do estudante sobre a interpretação gráfica. Todavia o PP proporciona a validação do modelo por meio da visualização do comportamento da curva, quando diz "[...] *podemos encaminhar o gráfico para a janela de visualização e tentar manipular o gráfico até que o eixo x apresente o valor 600. Desse modo, poderemos observar qual será a imagem para 600 minutos, o que acham?*". A fala do PP se configura como um signo II, cujo papel é orientar para uma possível estratégia de validação por meio da utilização do *software*.

Nota-se que o gráfico da função senoidal se configura como um novo *representamen* na produção de um objeto imediato, que "é aquilo que se supõe que um objeto é" (NETTO, 2007, p. 69). O objeto imediato pode ocasionar interpretações errôneas como as evidenciadas pelo Grupo B quando assumiram que a função senoidal seria a melhor representação para a situação. Esta relação entre *representamen* e objeto imediato, permitiu a produção de um novo signo IC no momento em que E_2 diz "*Olha lá velho, o valor de y é 179,45, significa que não iria ter nem 180 gramas de água, sendo que com 180 minutos a gente viu que tinha 181 gramas*".

O signo[37] produzido por E_2 tem como papel a validação da situação, pois após relacionar a situação com a representação gráfica, o grupo descarta o modelo que foi selecionado devido a interpretações proporcionadas por meio do objeto imediato, que, de acordo com Santaella (2018), são signos interpretantes que derivam ou são gerados por um intérprete pela relação entre o *representamen* e o objeto. Esse episódio reflete o que afirmam Almeida, Silva & Vertuan (2013) para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Para os autores as fases de uma atividade de Modelagem Matemática podem não ocorrer de forma linear.

Evidenciamos por meio desta comunicação "ação do signo, na sua maior abstração possível" (MACHADO; ROMANINI, 2010, p. 92), ou seja, a ação da semiose, pois, a manipulação do gráfico permitiu que os estudantes descartasse o modelo inicialmente

[37] Por se tratar da fase *validação,* o signo encontra-se unitarizado no Quadro 25.

considerado para a situação e possibilitou interpretações corretas, comprovando que "onde houver assimilação e interpretação de informação, haverá ação do signo o que faz da semiose um fenômeno constitutivo e constituinte da realidade" (MACHADO; ROMANINI, 2010, p. 93).

Após os estudantes do Grupo B verificarem que o modelo senoidal não seria ideal para representar a situação, o PP orienta novamente os estudantes durante a manipulação do *software* com vistas a concluir a fase *resolução*. Os estudantes ao manipularem a ferramenta, verificaram que o modelo $f(x) = 0{,}00009x^2 + 0{,}04167x + 170{,}7381$ poderia representar a situação estudada. Essa ação torna-se evidente quando E_8 diz "*Agora sim! Essa deu certo*".

O modelo matemático assume a posição de signo IC e tem como papel representar a situação estudada. A fala de E_8 configura-se como signo IC cujo papel é a compreensão da situação estudada, pois, o estudante conseguiu estabelecer relações diretas entre a situação e a representação gráfica. No Quadro 24 apresentamos a síntese dos signos interpretantes usados ou produzidos por ambos os grupos durante a fase *resolução.*

Quadro 24 – Síntese dos signos interpretantes produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *resolução*

Unidade de Contexto	**Código do signo**	**Unidade de Registro**	**Eixo temático**	**Papel**
Resolução	S.17	**PP:** O que foi que vocês coletaram por meio da experimentação?	II	Orientar
	S.18	Representação gráfica da situação desenvolvida pelo Grupo A (Figura 24).	IE	Relacionar
	S.19	Relação estabelecida por E_6 da situação com o objeto matemático dependência de variáveis.	IE	
	S.20	**E_6:** A quantidade de água que junta depende do tempo.	IC	Compreensão
	S.21	Gesticulação com a mão feita por E_3 e E_7 (Figura 25 e 26).	II	Estimular
	S.22	**PP:** Bom, se considerarmos uma curva, que tipo de curva é essa?	II	Orientar
	S.23	**E_3:** Parece uma parábola.	IE	Relacionar
	S.24	**E_6:** Nossa professor, então podemos usar essa fórmula sim por que aqui, a quantidade de água que junta depende do tempo.	IC	Compreensão
	S.25	Modelo matemático deduzido pelo Grupo A	IC	Representar
	S.26	Gesticulação com a mão feita por E_4 e E_2 (Figura 31 e 32).	II	Estimular
	S.27	**E_4:** Pra mim, a curva que mais se aproxima é a senoidal.	IE	Relacionar
	S.28	**PP:** Podemos encaminhar o gráfico para a janela de visualização e tentar manipular o gráfico até que o eixo x apresente o valor 600. Desse modo, poderemos observar qual será a imagem para 600 minutos, o que acham?	II	Orientar
	S.29	Modelo matemático deduzido pelo Grupo B	IC	Representar
	S.30	**E_8:** Agora sim! Essa deu certo	IC	Compreensão

Fonte: Dos autores

No que compete à fase *interpretação de resultados e validação*, as estudantes do Grupo A validaram o modelo deduzido substituindo um dos valores no modelo e, na sequência, concluíram a validação com o auxílio de calculadora. Os signos produzidos pelas estudantes para a validação configuram-se como signos IC e assumem o papel de validação do modelo matemático. A produção destes signos tem relações diretas com objeto remetido por meio da leitura do texto e a situação vivenciada por meio da experimentação, o que evidencia as assertivas de Santaella (2018, p. 25), de que "é no interpretante que se realiza, por meio de uma regra associativa, uma associação de ideias na mente do intérprete, associação esta que estabelece conexão entre o signo e seu objeto".

O Grupo B orientado pelo professo/pesquisador utilizou o próprio *software* como ferramenta para validar a situação. Após a validação dos modelos, ambos os grupos determinaram a massa de água condensada após 10 horas de condensação e responderam ao problema de investigação. Assim, evidenciamos as relações estabelecidas por Pietarinen (2003, p. 86, tradução nossa)[38] que considera na relação de "[...] intérprete para o objeto e para o emissor, o estado da informação do intérprete aumenta", podendo assim acarretar em respostas consideradas válidas para o problema. No Quadro 25 apresentamos a síntese dos signos interpretantes utilizados ou produzidos na fase interpretação de resultados e validação.

Quadro 25 – Síntese dos signos interpretantes produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *interpretação de resultados e validação*

Unidade de Contexto	Código do signo	Unidade de Registro	Eixo temático	Papel
Interpretação dos resultados e validação	S.31	Validação do modelo matemático apresentado pelo Grupo A (Quadro 19).	IC	Validar
	S.32	**E_2:** Olha lá velho, o valor de y é 179,45, significa que não iria ter nem 180 gramas de água, sendo que com 180 minutos a gente viu que tinha 181 gramas.	IC	

Fonte: Dos autores

5.2 Descrição da atividade "Quem perde calor mais rápido?"

O desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática com experimentação teve início com a leitura de um texto[39] relacionado à utilização do sal para o derretimento do gelo nas estradas. O texto apresentado à turma foi sugerido pelo PP para a fase *inteiração*.

Durante a comunicação, após a leitura do texto, os estudantes mostraram-se interessados pelo tema e decidiram investigar o resfriamento da água se comparado a uma

[38] Traduzido do seguinte trecho em inglês: "[...] *interpreter, the utterer's state of information increases*".
[39] Apêndice D.

solução de água com sal, o que permitiu a elaboração de dois problemas a serem investigados conforme segue a transcrição:

> **E_1:** *Professor, então uma solução que contenha sal, por exemplo, água e sal demora muito mais tempo para congelar?*
> **PP:** *O que vocês acham?*
> **E_4:** *Pelo que diz no texto parece que sim! O sal derrete o gelo deixando ele mais gelado ainda só que na forma líquida, então ele vai demorar mais tempo para congelar e virar gelo novamente.*
> **PP:** *Uma solução de água e sal, se comparado com a água, dependendo da porcentagem de sal presente na solução necessita de uma temperatura abaixo de 0 ºC para congelar, conforme vimos no texto. Já a água tem ponto de solidificação em 0 °C, sendo assim, o que vocês acham? Podemos investigar?*
> **E_3:** *Dava pra gente fazer um teste para tentar verificar quem congela mais rápido, a água ou a água com sal.*
> **E_1:** *Podemos fazer com água e uma solução de água com sal em resfriamento ao mesmo tempo e podemos analisar como vai acontecer o resfriamento nos dois casos.*
> **E_4:** *Acho que vai dar até para fazer um gráfico [...], porque à medida que o tempo vai passando a temperatura vai diminuir.*
> [...]

A comunicação neste primeiro momento correspondeu à expectativa do PP, pois, permitiu a elaboração de dois problemas de investigação evidenciando a fase *matematização*. O problema 1 elaborado pelos estudantes foi: *Quem congela mais rápido, a água ou uma solução de água com sal?* O problema 2 foi: *Qual o comportamento do resfriamento em ambos os casos?*

Segundo Almeida, Silva & Vertuan (2013, p. 15) para iniciar o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, os estudantes precisam inicialmente "cercar-se de informações sobre essa situação por meio de coleta de dados quantitativos e qualitativos, seja mediante contatos diretos ou indiretos". Desse modo, com vistas à coleta de dados empíricos para responder os problemas, foi iniciada a experimentação.

Para o momento experimentação, o PP disponibilizou os materiais necessários, sendo eles: uma colher de chá, tubos de ensaio, um béquer de 1000 ml, gelo picado, termômetros com escala negativa e variação de 1 °C, cronômetros, água e sal de cozinha. O PP também disponibilizou aos estudantes o encaminhamento que poderiam seguir para a coleta de dados (Quadro 26).

Quadro 26 – Encaminhamento do experimento sugerido pelo professor

Investigando o comportamento de água e de uma mistura de água e sal sob resfriamento
1 – Preparem a montagem experimental colocando dois tubos de ensaio vazios no béquer para demarcar o local em que os tubos de ensaio com os líquidos ficarão. 2 – Adicione no béquer uma camada de gelo picado e uma camada de sal alternadamente até preencher totalmente o béquer. 3 – Preparem outros dois tubos de ensaio com água até a metade. Em um deles adicione uma colher de chá de sal e agite-o. 4 – Retire os tubos vazios do béquer com gelo e sal e adicione os tubos com os líquidos. 5 – Insira um termômetro em cada um dos tubos ao mesmo tempo. 6 – A cada 30 segundos, façam a leitura da temperatura de cada um dos tubos ao mesmo tempo e anotem as informações no caderno.

Fonte: Dos autores

Após receber os procedimentos, os estudantes dividiram-se em dois grupos para a coleta de dados no momento experimentação. A organização dos grupos está indicada no Quadro 27.

Quadro 27 – Organização dos grupos para o momento experimentação

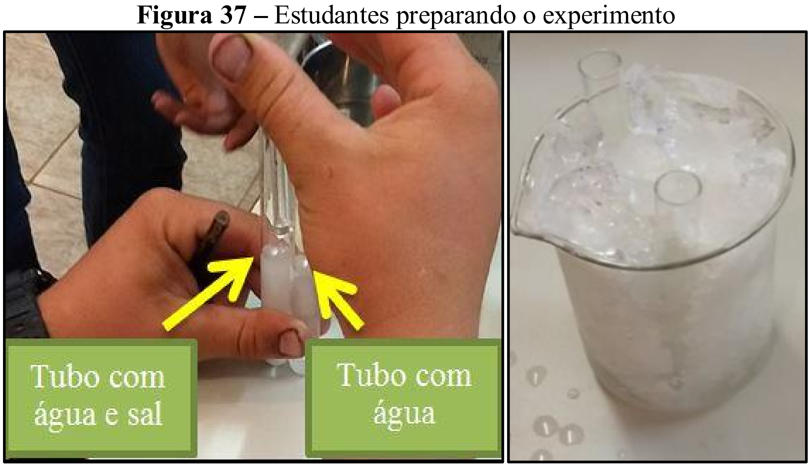
Momento Experimentação	
Grupo	Estudantes
A	E_1, E_3, E_6 e E_7
B	E_2, E_4, E_5 e E_8

Fonte: Dos autores

O Grupo A ficou responsável pela coleta de dados do tubo com água e o Grupo B ficou responsável pela coleta de dados do tudo com a solução de água e sal. Os estudantes prepararam e executaram o experimento conforme os procedimentos sugeridos pelo PP.

Os tubos contendo água e a solução de água e sal foram submetidos a um mesmo ambiente de resfriamento, sendo este um béquer de 1000 ml com camadas alternadas de gelo picado e sal, como indica a Figura 37.

Figura 37 – Estudantes preparando o experimento



Fonte: Arquivo do professor/pesquisadro (2019)

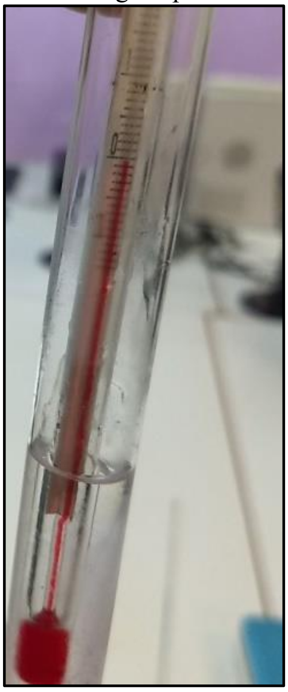
Antes de introduzirem os tubos de ensaio no recipiente com gelo e sal, os estudantes verificaram que as temperaturas dos dois líquidos eram 20° C. Imediatamente após adicionar os tubos de ensaio ao béquer com gelo e sal, os estudantes de cada grupo anotaram a temperatura apresentada pelo termômetro a cada intervalo de 30 segundos durante um intervalo de 2 minutos e 30 segundos, como mostra a Figura 38.

Figura 38 – Grupos A e B respectivamente executando o experimento

Fonte: Arquivo do PP (2019)

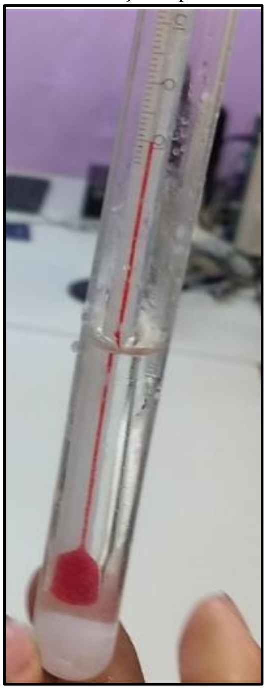
Durante o intervalo de um minuto os estudantes do Grupo A verificaram que houve variação na temperatura do tubo com água depois a temperatura permaneceu constante em 0° C até o final da coleta como indica a Figura 39. Já os estudantes do Grupo B observaram que a temperatura, da solução não sofreu alterações significativas a partir de dois minutos do inicio da experimentação, mantendo-se em -10° C como mostra a Figura 40.

Figura 39 – Termômetro indicando a temperatura da água após resfriamento



Fonte: Arquivo do PP (2019)

Figura 40 – Termômetro indicando a temperatura da solução após resfriamento



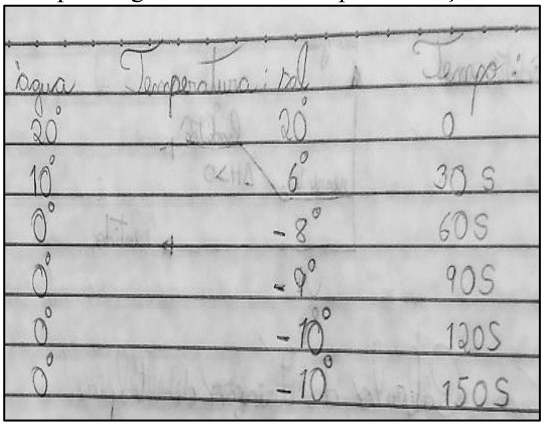
Fonte: Arquivo do PP (2019)

Desse modo, os grupos consideraram que não seria necessário continuar o experimento como indica a comunicação a seguir.

> **E$_2$:** *Acho que aqui a temperatura parou. Pelo menos não está caindo na velocidade que estava.*
> **E$_6$:** *Pois é, aqui também parou em zero grau com um minuto. Podemos parar né, acho que chegou à temperatura mínima porque dá pra ver que está congelando.*
> **E$_2$:** *Aqui parece que parou em -10 graus, mas vamos esperar só mais um pouco aí, se não mudar a gente para.*
> **E$_1$:** *A solução de água e sal ainda não começou a congelar, mesmo com temperatura bem mais baixa que da água que já está congelando. Então quem congela mais rápido é a água.*
> **E$_5$:** *Sim! Então significa que colocamos mais de 10% de sal na solução, porque no texto fala que quando colocamos 10% a solução congela em -6° C.*
> **PP:** *Muito Bem!*

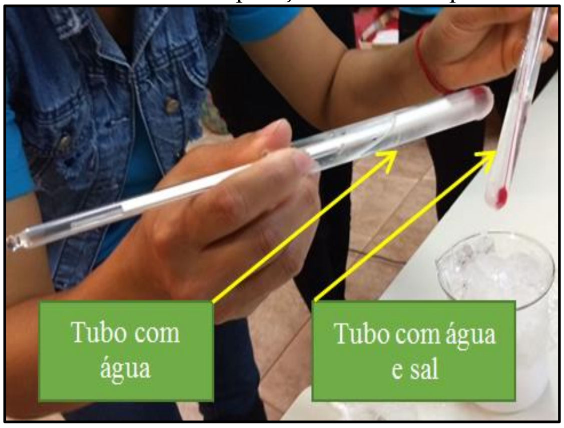
A comunicação e os registros obtidos pelos grupos por meio da experimentação mostraram que o tubo de ensaio que continha água iniciou a solidificação após 60 segundos, quando atingiu a temperatura de 0 °C e permaneceu com temperatura constante, já o tubo de ensaio que continha solução de água e sal, mesmo atingindo a temperatura de -10 °C e perdendo calor mais rápido do que o tubo com água, não mostrou indícios de solidificação e a temperatura só permaneceu constante a partir de 120 segundos. As Figuras 41 e 42 evidenciam estas ocorrências.

Figura 41– Signos produzidos pelos estudantes para registros durante a experimentação



Fonte: Registros escritos pelos estudantes (2019)

Figura 42 – Momento em que os estudantes estabelecem comparações entre os líquidos



Fonte: Arquivo do PP (2019)

Os signos produzidos pelos estudantes (Figura 41) indicam respectivamente a temperatura do tudo com água e do tubo com água e sal a cada intervalo de 30 segundos. Os estudantes conseguiram responder o problema 1 logo após a coleta de dados por meio da experimentação. Eles verificaram que a água sem adição de sal congelou mais rápido quando atingiu 0 °C após 60 segundos do início do experimento, confirmando que atividades experimentais podem proporcionar a construção de conhecimento e, mais importante, que conhecer respostas é saber como chegar até elas (LORENZATO, 2010).

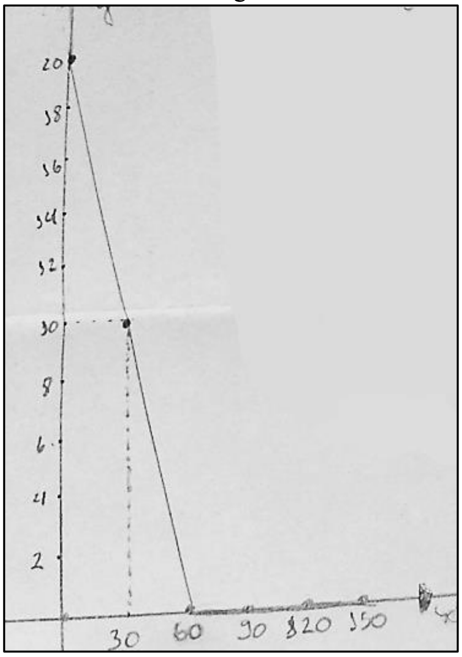
Durante a discussão dos resultados após a experimentação, os estudantes dão indícios de ter compreendido que procedimentos poderiam utilizar para interpretar matematicamente a situação de modo a deduzir um modelo matemático que representasse as situações em estudo. A comunicação se deu conforme a transcrição a seguir:

> **GRUPO A**
> **E_1:** [...] *Em um minuto a temperatura da água caiu rápido de 10 em 10 °C e depois manteve 0 °C.*
> **E_3:** *Sim. A temperatura variou em um mesmo intervalo, de 10 em 10 a cada 30 segundos, podemos fazer um gráfico, acho que vai dar uma reta até aqui* (estudante apontando para os dados coletados)*, aí dá uma função de primeiro grau*, *depois é sempre zero, não é mesmo professor?*
> **PP:** *Qual o ponto de solidificação da água?*
> **E_3:** *0 °C, então sempre vai ser 0 depois de 60 segundos, independente de quanto tempo passar, porque vai ser gelo.*
> [...]
> **GRUPO B**
> **E_8:** *Aqui também! A temperatura da solução de água e sal cai muito rápido até chegar em -8 °C, mas depois mantém uma variação constante de -1 °C até chegar em -10 °C.*
> **PP:** *Como vocês pensaram na representação?* (neste momento os estudantes não responderam) *O que acham de representarem os valores em um gráfico também?*
> **E_4:** *Isso! Vamos montar um gráfico, acho que dá pra ver melhor, tem vários intervalos.*

E$_8$: *Como tem vários intervalos, podemos fazer uma representação para cada um deles no mesmo gráfico, acho que fica mais fácil assim.*

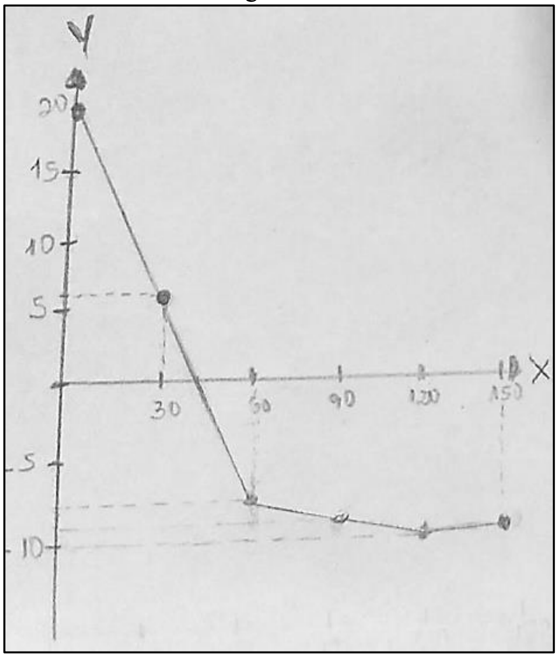
Ao estabelecer relações entre as informações coletadas por meio da experimentação e a matemática, nota-se o início da fase *resolução* da atividade. Assim, tendo em vista a dedução de um modelo matemático que representasse as situações, os dois grupos representaram graficamente os valores coletados no plano cartesiano conforme indicam as Figuras 43 e 44.

Figura 43 – Signos produzidos pelos estudantes do Grupo A para representação gráfica da perda de calor da água



Fonte: Registros escritos pelos estudantes do Grupo A (2019)

Figura 44 – Signos produzidos pelos estudantes do Grupo B para representação gráfica da perda de calor da água com sal

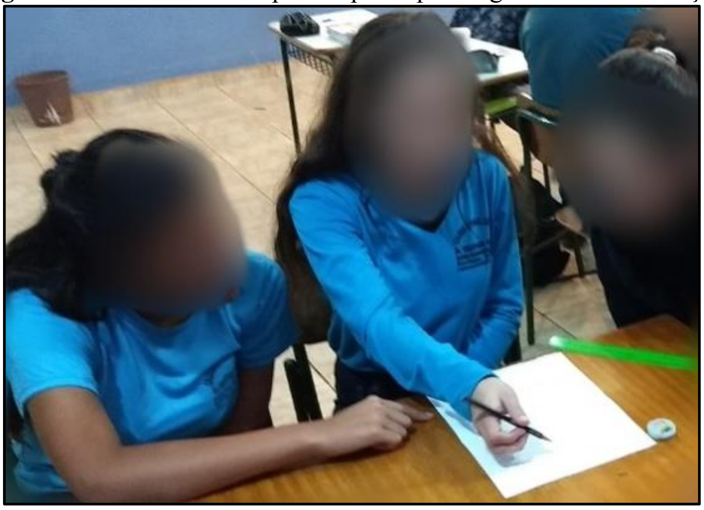


Fonte: Registros escritos pelos estudantes do Grupo B (2019)

Em ambos os casos, o eixo *x* representa a variável tempo (em segundos) e o eixo *y* representa a variável temperatura (em °C). As representações gráficas auxiliaram os grupos na observação do comportamento dos dados conforme indica a comunicação a seguir:

GRUPO A
E$_3$: *Viu só, até aqui temos uma reta, pois é o mesmo intervalo* (estudante apontando para o gráfico (Figura 45)).

Figura 45 – Momento em que E_3 aponta para o gráfico em construção



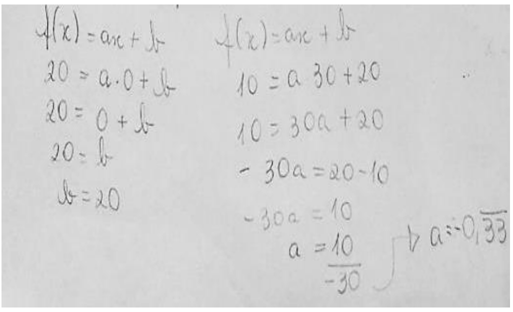
Fonte: Arquivo do PP (2019)

> **E_6:** *Sim. Podemos determinar a lei de formação da reta até 60 segundos, depois vai dar sempre zero.*
> **E_3:** *Então já sabemos que a situação pode ser representada por duas partes onde uma vai ser sempre zero.*
> **E_1:** *É mesmo, então está fácil, é só achar a primeira reta.*
> [...]
> **GRUPO B**
> **E_8:** *Acho que dá 3 retas, não é mesmo professor?*
> **PP:** *Por quê?*
> **E_8:** *Após 120 segundos vai ser constante, então é uma reta. Para 60, 90, e 120 segundos têm o mesmo intervalo de tempo e temperatura, então pode ser uma reta também. Só essa primeira parte...* (estudante interrompido pelo colega).
> **E_5:** *Também é uma reta, olha só, é o mesmo intervalo de tempo e temperatura também. Então podemos achar uma função para cada parte, assim fica mais fácil. Podemos professor?*
> **PP:** *Se vocês concluíram que a situação pode ser representada por partes, podem fazer sim.*

Por meio da comunicação transcrita, percebemos que para subsidiar a fase *resolução* da situação, tanto o Grupo A quanto o Grupo B definiram hipóteses ao ponderar que a representação poderia ser feita por meio de função de primeiro grau definida por mais de uma sentença, e comprovaram as hipóteses após a representação gráfica.

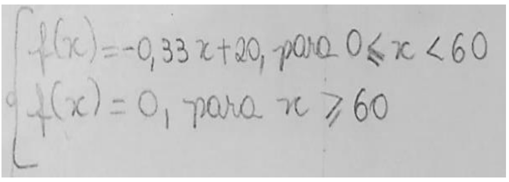
Os estudantes do Grupo A utilizaram os pontos de coordenadas (0, 20) e (30, 10) para substituir na lei de formação $f(x) = ax + b$ e deduzir a função $f(x) = -0{,}33x + 20$ para $0 \leq x < 60$ segundos. E para $x \geq 60$ segundos, os estudantes admitiram $f(x) = 0$. Os procedimentos bem como o modelo matemático deduzido pelos estudantes do Grupo A durante a fase *resolução* são apresentados no Quadro 28.

Quadro 28 – Dedução e modelo[40] matemático apresentado pelo Grupo A para o tubo com água



$$f(x) = ax + b$$
$$20 = a \cdot 0 + b$$
$$20 = 0 + b$$
$$b = 20$$

$$f(x) = ax + b$$
$$10 = a \cdot 30 + 20$$
$$10 = 30a + 20$$
$$-30a = 20 - 10$$
$$-30a = 10$$
$$a = \frac{10}{-30}$$
$$a = -0{,}\overline{33}$$



$$f(x) = \begin{cases} -0{,}33x + 20, para\ 0 \leq x < 60 \\ 0, para\ x \geq 60 \end{cases}$$

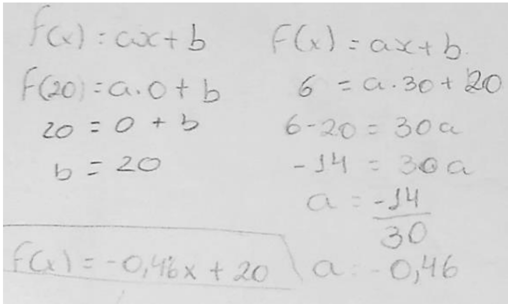
Fonte: Dos autores

Os estudantes do Grupo A por meio da substituição, desenvolveram um modelo matemático para a situação referente ao tubo com água. De forma análoga, os estudantes do Grupo B, também utilizaram a substituição para desenvolver o modelo matemático que representasse a situação referente ao tubo que continha solução de água e sal.

Os estudantes do Grupo B utilizaram os pontos de coordenadas (0, 20) e (30, 6) para substituir na lei de formação $f(x) = ax + b$ e deduzir a função $f(x) = -0{,}46x + 20$ para o intervalo $0 \leq x < 60$ segundos. Na sequência, utilizaram os pontos de coordenadas (60, -8) e (90, -9) para substituir na lei de formação $f(x) = ax + b$ e deduzir a função $f(x) = -0{,}033x - 6$ para o intervalo $60 \leq x < 120$ segundos. Os procedimentos utilizados pelos estudantes do Grupo B são apresentados no Quadro 29.

[40] Nota-se que as estudantes, ao deduzirem o modelo matemático, utilizaram aproximações para o coeficiente a, o que acarretou na descontinuidade da função definida por mais de uma sentença. Tal situação não foi observada pelo PP no momento do desenvolvimento. Para contornar esse fato, as alunas poderiam considerar o coeficiente fracionário ao invés da dízima periódica.

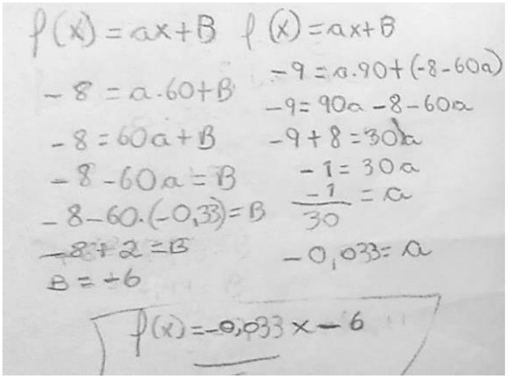
Quadro 29 – Dedução[41] apresentada pelo Grupo B para o tubo com água e sal



$$f(x) = ax + b$$
$$f(20) = a \cdot 0 + b$$
$$20 = 0 + b$$
$$b = 20$$

$$f(x) = ax + b$$
$$6 = a \cdot 30 + 20$$
$$6 - 20 = 30a$$
$$-14 = 30a$$
$$a = \frac{-14}{30}$$
$$a = -0{,}46$$

$$f(x) = -0{,}46x + 20$$



$$f(x) = ax + b$$
$$-8 = a \cdot 60 + b$$
$$-8 - 60a = b$$
$$-8 - 60(-0{,}033) =$$
$$b = -8 + 2$$
$$b = -6$$

$$f(x) = ax + b$$
$$-9 = a \cdot 90 + (-8 - 60a)$$
$$-9 = 90a - 8 - 60a$$
$$-9 + 8 = 30a$$
$$-1 = 30a$$
$$a = \frac{-1}{30}$$
$$a = -0{,}033$$

$$f(x) = -0{,}033x - 6$$

Fonte: Dos autores

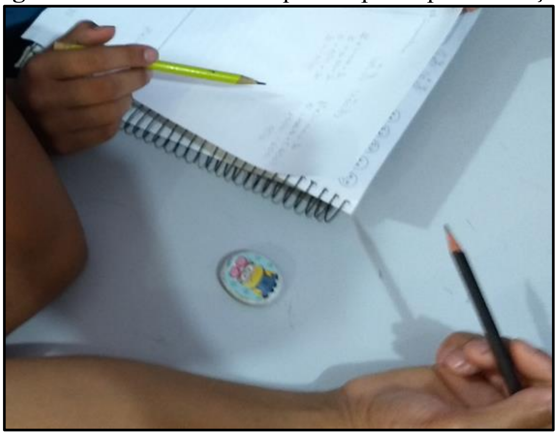
Os estudantes de ambos os grupos foram orientados pelo PP durante toda a fase *resolução* para a dedução dos modelos matemáticos.

Durante a *resolução*, um dos estudantes do Grupo B ficou em dúvida sobre como poderia ser representado o intervalo da situação estudada e indagou seus colegas. A comunicação se deu conforme a seguinte transcrição:

> **E2:** *Certo, fizemos para as duas primeiras retas pra última sempre vai ser – 10 né?*
> **E8:** *Isso, agora pra última nem precisamos desenvolver eu acho, é só – 10 pra x maior ou igual a 120 até 150.*
> **E4:** *E as outras como que fica a questão do intervalo de x?*
> **E8:** *É só colocar os valores de x que podem ser utilizados em cada função, por exemplo, aqui* (estudante apontando para a função $f(x) = -0{,}033x - 6$ (Figura 46)) *os valores que podem ser utilizados no lugar do x são de 60 a 119. Entendeu?*

[41] Do mesmo modo que as alunas do grupo A, os estudantes do Grupo B, ao deduzirem o modelo matemático, utilizaram aproximações para o coeficiente *a*, o que acarretou na descontinuidade da função definida por mais de uma sentença.

Figura 46 – Momento em que E_8 aponta para a função

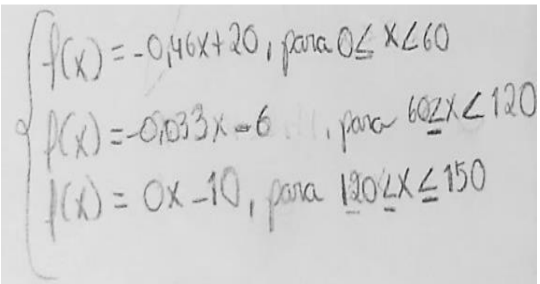


Fonte: Registro do PP (2019)

> **E_4:** *Sim! Agora entendi. Então na primeira função os valores são de 0 até 59.*
> **E_8:** *Exatamente.*

Após a comunicação, os estudantes do Grupo B utilizaram o modelo $f(x) = 0x - 10$ para o intervalo $120 \leq x \leq 150$. No Quadro 30 apresentamos o modelo matemático deduzido pelos estudantes do Grupo B.

Quadro 30 – Modelo matemático apresentado pelo Grupo B para o tubo com água e sal



$$f(x) = \begin{cases} -0{,}46x + 20, se\ 0 \leq x < 60 \\ -0{,}033x - 6, se\ \ 60 \leq x < 120 \\ 0x - 10, se\ 120 \leq x \leq 150 \end{cases}$$

Fonte: Dos autores

No que compete à fase *interpretação dos resultados e validação*, após a dedução do modelo matemático, para validar os modelos, tanto o Grupo A quanto o Grupo B fizeram uso da calculadora e sugeriram a utilização do *software* GeoGebra para representar as duas situações em um mesmo plano cartesiano. A comunicação ocorreu da seguinte forma:

> **E_1:** *Vamos ver se vai dar certo para $x = 0$ e $x = 30$, porque depois vai dar sempre zero.*
> **E_6:** *Sim, dá pra gente fazer na calculadora os dois primeiros, se der certo, a outra não precisa nem fazer porque vai dar sempre zero mesmo.*
> **E_5:** *Professor, podemos usar o computador pra fazer o gráfico das duas né?*
> **PP:** *Sim, podemos sim!*
> **E_8:** *Aí dá pra ver certinho como vai ficar as duas situações juntas.*

Para validar o modelo deduzido, o Grupo A fez uso da calculadora. No Quadro 31 apresentamos a validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo A.

Quadro 31 – Validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo A para o tubo com água

Variável x correspondente ao tempo em minutos	**Modelo Matemático** $f(x) = \begin{cases} -0{,}33x + 20, para\ 0 \le x < 60 \\ 0, para\ x \ge 60 \end{cases}$	**Valores obtidos por meio do modelo matemático**	**Valores obtidos por meio da experimentação**
0	$f(0)$	20	20
30	$f(30)$	10,1	10
60	$f(60)$	0	0
90	$f(90)$	0	0
120	$f(120)$	0	0
150	$f(150)$	0	0

Fonte: Dos autores

De forma análoga o Grupo B também fez uso da cálculadora para validar o modelo deduzido. No Quadro 32 apresentamos a validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo B.

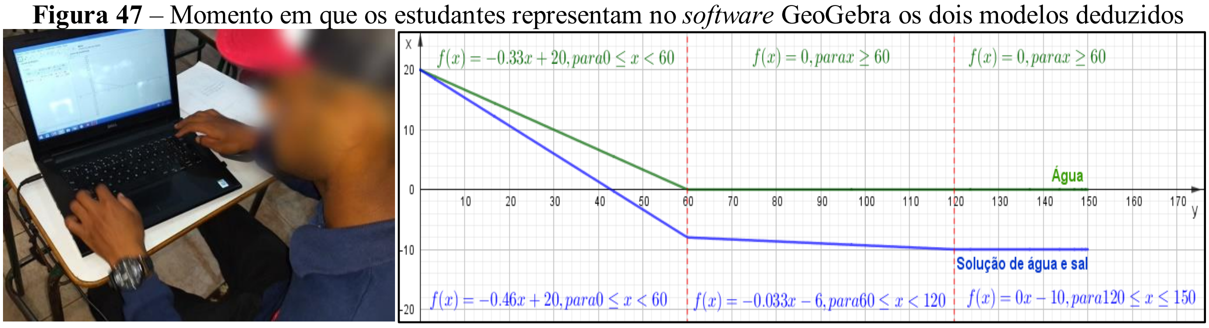
Quadro 32 – Validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo B para o tubo com água e sal

Variável x correspondente ao tempo em minutos	**Modelo Matemático** $f(x) = \begin{cases} -0{,}46x + 20, \text{para } 0 \le x < 60 \\ -0{,}033x - 6, \text{para } 60 \le x < 120 \\ 0x - 10, \text{para } 120 \le x \le 150 \end{cases}$	**Valores obtidos por meio do modelo matemático**	**Valores obtidos por meio da experimentação**
0	$f(0)$	20	20
30	$f(30)$	6,2	6
60	$f(60)$	-7,98	-8
90	$f(90)$	-8,97	-9
120	$f(120)$	-10	-10
150	$f(150)$	-10	-10

Fonte: Dos autores

Com auxílio do *software* GeoGebra os estudantes verificaram simultaneamente o comportamento dos modelos matemáticos deduzidos como mostra a Figura 47.

Figura 47 – Momento em que os estudantes representam no *software* GeoGebra os dois modelos deduzidos



Fonte: Registro do PP (2019)

Após a representação, os estudantes de ambos os grupos concluíram que os modelos matemáticos poderiam representar a situação e responderam ao problema 2 conforme a comunicação a seguir.

> **E_3:** *Olha a diferença do resfriamento da água com sal, é bem mais rápido do que a nossa* (estudante do Grupo A comparando as situações).
> **E_8:** *É mesmo, mas dava pra ver que seria né, só pelos valores que estavam dando quando estávamos fazendo o experimento já dava pra ver.*
> **E_1:** *Então está certo, porque veja só, depois de 120 segundos a água se mantém em zero e a água com sal em -10, igualzinho estavam lá.*
> **E_8:** *Verdade!*
> **E_5:** *E é igual falava no texto também, lá dizia que o sal diminui o ponto de congelamento da água e ela não congelou nem com -10° C.*
> **E_6:** *Nossa é mesmo, por isso que o sal derrete o gelo então, porque imagina só, a temperatura pra congelar a água com sal tem que ser muito baixa mesmo.*

Por meio da comunicação entre ambos os grupos, nota-se que os estudantes assumem que a situação pode ser representada pelos modelos deduzidos. Também é possível evidenciar que conseguiram compreender a situação, relacionando conceitos apresentados no texto com a situação estudada.

5.2.1 ANÁLISE DA ATIVIDADE "QUEM PERDE CALOR MAIS RÁPIDO?"

Assim como no tópico 5.1.1, realizamos a análise local da atividade de Modelagem Matemática com experimentação desenvolvida tendo como subsídio o referencial teórico adotado. No desenvolvimento dessa atividade, também se buscou promover a aprendizagem da matemática por meio da comunicação entre os envolvidos.

No início do desenvolvimento, no momento pré-experimentação durante a fase *inteiração,* nota-se a ação de um signo II usado pelo PP. Tal signo refere-se ao texto disponibilizado aos estudantes para a leitura inicial, que tem como papel estimular os estudantes para que se cerquem de informações, podendo assim proporcionar a produção de novos signos interpretantes na mente dos estudantes. Desse modo, o texto se configura como *representamen*, pois, possibilita "um acesso epistemológico ao objeto" (SILVA, 2013, p. 66).

Após a leitura do texto, na comunicação inicial, nota-se a ação do signo IC no momento em que E_4 diz "*Pelo que diz no texto parece que sim! O sal derrete o gelo deixando ele mais gelado ainda só que na forma líquida, então ele vai demorar mais tempo para congelar e virar gelo novamente*". O signo produzido por E_4 é resultado de uma relação de concordância entre o que dizia o signo II (texto) com interpretações de sua mente que podem se configurar como signos IE. Para Santaella e Nöth (1998), a semiótica peirceana está pautada sobre os modos de se obter e comunicar conhecimento a partir de signos, desse modo, o signo produzido por E_4 é resultado de uma relação entre signo II (texto) com signos IE da mente dos estudantes. Assim, o signo IC tem como papel evidenciar a compreensão do estudante a respeito do congelamento de uma solução que contenha água e sal se comparado ao resfriamento da água sem adição de sal.

Na comunicação inicial também é possível evidenciar a ação de um signo IE produzido por E_4 quando diz "*Acho que vai dar até para fazer um gráfico* [...], *porque à medida que o tempo vai passando a temperatura vai diminuir*". O signo tem como papel o levantamento de hipóteses em relação à situação a ser investigada. O signo IE produzido por E_4 relaciona a situação com desenvolvimento do gráfico.

Após a leitura do texto, no momento experimentação, os estudantes conseguiram responder a primeira questão de investigação apenas por meio da experimentação, sem a necessidade de passarem pelas fases de *matematização*, *resolução*, *interpretação de resultados* e *validação*. A fala de E_1 quando diz "*A solução de água e sal ainda não começou a congelar, mesmo com temperatura bem mais baixa que da água que já está congelando. Então quem congela mais rápido é a água*" evidencia esta ocorrência. Desse modo, a fala de E_1 configura-se como signo IC, que tem como papel indicar que o estudante compreendeu a situação e conseguiu respondê-la por meio da experimentação. Este signo que reporta a solução do problema é resultado de uma série de informações proporcionadas por outros signos de acordo com Santaella (2018, p. 15) de que "os signos só podem se reportar a algo, porque, de alguma maneira, esse algo que eles denotam está representado dentro do próprio signo".

Após os grupos verificarem que quem congela mais rápido é a água sem a adição de sal, há a ação de um signo IC produzido por E_5 quando diz "*Então significa que colocamos mais de 10% de sal na solução, porque no texto fala que quando colocamos 10% a solução congela em -6° C*". O signo IC produzido por E_5 tem como papel evidenciar a compreensão da situação submetida à experimentação, pois E_5 relaciona os conceitos estudados na teoria por meio do signo II (texto) com conceitos evidenciados durante a experimentação.

No quadro 33 apresentamos a síntese dos signos interpretantes usados ou produzidos na fase *inteiração*.

Quadro 33 – Síntese dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *inteiração*

Unidade de Contexto	Código do signo	Unidade de Registro	Eixo temático	Papel
Inteiração	S.33	Texto para leitura.	II	Estimular
	S.34	**E_4:** Pelo que diz no texto parece que sim! O sal derrete o gelo deixando ele mais gelado ainda só que na forma líquida, então ele vai demorar mais tempo para congelar e virar gelo novamente.	IC	Compreensão
	S.35	**E_4:** Acho que vai dar até para fazer um gráfico [...], porque à medida que o tempo vai passando a temperatura vai diminuir.	IE	Hipótese
	S.36	**E_1:** A solução de água e sal ainda não começou a congelar, mesmo com temperatura bem mais baixa que da água que já está congelando. Então quem congela mais rápido é a água.	IC	Compreensão
	S.37	**E_5:** Então significa que colocamos mais de 10% de sal na solução, porque no texto fala que quando colocamos 10% a solução congela em -6° C.	IC	Compreensão

Fonte: Dos autores

Na comunicação após a coleta de dados, verificamos que os estudantes dão indícios de como irão matematizar a situação. Evidenciamos também, a existência do objeto função de primeiro grau constituído na mente dos estudantes. No Grupo A, o estudante E_3 versa sobre a hipótese da representação da situação ser uma reta, pois, a temperatura variou igualmente em determinados intervalos de tempo. Desse modo, a fala de E_3 quando diz "[...] *A temperatura variou em um mesmo intervalo, de 10 em 10 a cada 30 segundos, podemos fazer um gráfico, acho que vai dar uma reta até aqui, aí dá uma função de primeiro grau, depois é sempre zero* [...]" se configura como signo IE, pois mostra que o estudante tem experiência com o objeto matemático representação gráfica de uma função de primeiro grau. Assim, a fala de E_3 tem como papel o levantamento de hipótese sobre a situação estudada. Ainda na mesma fala, E_3 conclui relacionando a situação com função de primeiro grau, o que indica a fase *matematização*, pois estabelece relação entre a situação investigada por meio da experimentação e o objeto matemático função de primeiro grau.

Durante a comunicação, a fala do PP quando diz "*Como vocês pensaram na representação? O que acham de representarem os valores em um gráfico também?*" configurou-se como signo II e tem como papel estimular os estudantes para a produção de novos signos, podendo assim, acarretar na ação da semiose.

O signo II enunciado pelo professor pesquisador proporcionou a produção de um signo IE por E_8. Evidenciamos a ação deste signo, cujo papel é indicar a simplificação da situação, quando E_8 diz "*Como tem vários intervalos, podemos fazer uma representação para cada um deles no mesmo gráfico, acho que fica mais fácil assim*". Nesta comunicação evidenciamos que os estudantes estruturam informações a partir da relação objeto-interpretante e interpretante-interpretante, conforme o esquema estabelecido por Pietarinen (2003).

A abordagem matemática da situação também nos permite evidenciar a semiose, uma vez que as experiências anteriores dos estudantes com função de primeiro grau e função definida por mais de uma sentença permitiram novas associações, o que contribuiu para a geração de novos signos interpretantes. No Quadro 34 apresentamos a síntese dos signos interpretantes usados ou produzidos na fase *matematização*.

Quadro 34 – Síntese dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *matematização*

Unidade de Contexto	Código do signo	Unidade de Registro	Eixo temático	Papel
Matematização	S.38	**E_3:** [...] A temperatura variou em um mesmo intervalo, de 10 em 10 a cada 30 segundos, podemos fazer um gráfico, acho que vai dar uma reta até aqui, aí dá uma função de primeiro grau, depois é sempre zero [...].	IE	Hipótese
	S.39	**PP:** Como vocês pensaram na representação? O que acham de representarem os valores em um gráfico também?	II	Estimular
	S.40	**E_8:** Como tem vários intervalos, podemos fazer uma representação para cada um deles no mesmo gráfico, acho que fica mais fácil assim.	IE	Simplificação

Fonte: Dos autores

No momento pós-experimentação os estudantes iniciaram a fase *resolução*. Para iniciar esta fase ambos os grupos representaram os valores coletados por meio da experimentação no plano cartesiano (Figuras 43 e 44). Os signos se configuraram como signos IE, que assumem a posição de novo *representamen*, sendo produtos resultantes da atenção a signos II da mente do PP quando sugere o encaminhamento. Tais signos têm como papel estabelecer relações entre a situação com algum objeto matemático, o que pode possibilitar a produção de novos signos que contribuíram para a dedução do modelo matemático. Desse modo, evidenciamos a ação da semiose, que segundo Nöth (2013) se faz na resultante cognitiva do signo sobre o intérprete, possibilitando a geração de novos signos.

Para o Grupo A, o novo *representamen* proporcionou a validação de hipóteses levantadas ainda na fase *matematização*. Este fato ocorre quando E_3 diz "*Viu só, até aqui temos uma reta, pois é o mesmo intervalo*". Desse modo, a fala de E_3 configura-se como um signo IC cujo papel é compreensão da situação, resultante da hipótese estabelecida na fase anterior. Tal signo é resultado de um II por parte do PP quando sugere a representação gráfica e de um signo IE de sua mente, no momento em que estabelece uma hipótese de uma possível representação. Essa relação entre signos condiz com as assertivas de Peirce (2005) para o processo de semiose, caracterizado como uma atividade que evolui por meio da ação própria do signo de ser interpretado por outro signo.

Ainda nesta comunicação, no momento em que E_6 diz "*Podemos determinar a lei de formação da reta até 60 segundos, depois vai dar sempre zero*" configura-se como um signo II, cujo papel é estabelecer um possível direcionamento para a representação da situação. Desse modo, evidenciamos que a comunicação é experienciada como uma transação entre diferentes indivíduos que podem desempenhar, alternadamente, a função de emissores e receptores, conforme indicações de D'Amore, Pinilla & Iori (2015).

O signo produzido por E_6 proporcionou a produção de um novo signo IC por E_3 quando diz "*Então já sabemos que a situação pode ser representada por duas partes onde uma vai ser sempre zero*". Este signo configura-se como signo IC, pois é resultado de uma série de signos estabelecidos durante a comunicação. Este signo tem como papel expressar a compreensão de E_3 sobre a possível representação algébrica da reta que representa a situação. Deste modo, este signo também é resultante de uma série de signos interpretantes produzidos durante a comunicação.

O Grupo B, após analisar a representação gráfica, também verificou que a situação poderia ser representada por uma função definida por mais de uma sentença. O signo IE produzido por E_8 quando diz "*Acho que dá três retas* [...]" evidencia esta ocorrência. Como o estudante já tinha em mãos a representação gráfica entende-se que se referia à forma algébrica da situação, desse modo, o signo produzido por E_8 tem como papel o levantamento de hipótese referente à representação algébrica. O fato também se justifica na sequência quando E_8 diz "*Após 120 segundos vai ser constante, então é uma reta. Para 60, 90, e 120 segundos têm o mesmo intervalo de tempo e temperatura, então pode ser uma reta também*". Por meio deste signo IC, cujo papel é evidenciar a compreensão do estudante sobre a situação estudada, E_8 novamente dá indícios que está se referindo à representação algébrica da situação.

Na sequência E_5 diz "*Então podemos achar uma função para cada parte, assim fica mais fácil*". A fala de E_5 indica a produção de um signo IE que tem como papel simplificar a situação estudada. Após a comunicação, o Grupo A faz uso de função definida por mais de uma sentença para desenvolver o modelo matemático (Quadro 28) no qual configura-se como signo IC que tem como papel representar a situação estudada.

Durante o desenvolvimento do Grupo B, quando E_8 orienta seu colega como poderia fazer para representar o domínio das funções desenvolvidas. E_8 diz "*É só colocar os valores* *de x que podem ser utilizados em cada função, por exemplo, aqui* (estudante apontando para a função $f(x) = -0{,}033x - 6$ (Figura 46)) *os valores que podem ser utilizados no lugar do x são de 60 a* 119". A fala E_8 configura-se como signo II resultante de outros signos interpretantes, cujo papel é orientar seu colega sobre uma dúvida em relação ao domínio das funções deduzidas. Logo, após a orientação de E_8, E_4 mostra que compreendeu a situação quando diz "*Sim! Agora entendi. Então na primeira função os valores são de 0 até 59"*. O signo IC produzido por E_4 tem como papel evidenciar a compreensão do estudante sobre os conceitos orientados pelo seu colega. Segundo Peirce (2005), uma possível dúvida do interprete ocorre sempre que ele se sinta incomodado quanto ao signo, ou seja, sempre que o intérprete desejar estabelecer novas relações.

Neste caso o intérprete se tornou um emissor em um processo de comunicação subsequente, em que transmitiu o significado incorporado no signo, estabelecendo assim a comunicação. O signo IC gerado nesta comunicação assenta novamente num meio comunicativo em que estudantes e PP alternam os papéis de emissor e receptor podendo promover o conhecimento conforme cita D'Amore, Pinilla & Iori (2015, p. 160), "aprender parece ser, portanto uma construção submetida à necessidade de "socializar", o que ocorre, evidentemente, graças a um meio comunicativo [...]".

Na sequência, o Grupo B apresenta o modelo matemático desenvolvido que se configura como signo IC cujo papel é representar a situação estudada. No Quadro 35 apresentamos a síntese dos signos interpretantes usados ou produzidos na fase *resolução*.

Quadro 35 – Síntese dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *resolução*

Unidade de Contexto	Código do signo	Unidade de Registro	Eixo temático	Papel
Resolução	S.41	Representação gráfica da situação desenvolvida pelo Grupo A (Figura 43).	IE	Relacionar
	S.42	Representação gráfica da situação desenvolvida pelo Grupo B (Figura 44).	IE	
	S.43	**E_3:** Viu só, até aqui temos uma reta, pois é o mesmo intervalo.	IC	Compreensão
	S.44	**E_6:** Podemos determinar a lei de formação da reta até 60 segundos, depois vai dar sempre zero.	II	Direcionar
	S.45	**E_3:** Então já sabemos que a situação pode ser representada por duas partes onde uma vai ser sempre zero.	IC	Compreensão
	S.46	**E_8:** Acho que dá três retas [...].	IE	Hipótese
	S.47	**E_8:** Após 120 segundos vai ser constante, então é uma reta. Para 60, 90, e 120 segundos têm o mesmo intervalo de tempo e temperatura, então pode ser uma reta também.	IC	Compreensão

	S.48	**E5:** Então podemos achar uma função para cada parte, assim fica mais fácil.	IE	Simplificar
	S.49	Modelo matemático deduzido pelos estudantes do Grupo A (Quadro 28).	IC	Representação
	S.50	**E8:** É só colocar os valores de x que podem ser utilizados em cada função, por exemplo, aqui (estudante apontando para a função $f(x) = -0{,}033x - 6$ (Figura 46)) os valores que podem ser utilizados no lugar do x são de 60 a 119.	II	Orientar
	S.51	**E4:** Sim! Agora entendi. Então na primeira função os valores são de 0 até 59.	IC	Compreensão
	S.52	Modelo matemático deduzido pelos estudantes do Grupo B (Figura 30).	IC	Representação

Fonte: Dos autores

A resposta do problema vai se delineando pela comunicação entre os envolvidos no desenvolvimento da atividade de modo que o modelo matemático deduzido passa a ser usado pelos estudantes para representar as situações estudadas o que evidencia a fase *interpretação de resultados e validação*.

No que compete à validação do modelo matemático, os estudantes de ambos os grupos fizeram uso da calculadora e do *software* GeoGebra como ferramentas de auxílio. Na Figura 47, evidenciamos os signos utilizados pelos estudantes para validar e para representar ambas as situações. Desse modo, a Figura 47 configura-se como signo IC resultado de uma série de signos interpretantes que possibilitou a resposta para o problema 2, referente à representação da situação. Assim, o signo IC tem como papel a validação dos modelos deduzidos pelos estudantes de ambos os grupos bem como a representação da situação.

No Quadro 36 apresentamos a síntese dos signos interpretantes usados ou produzidos na fase *interpretação de resultados e validação*.

Quadro 36 – Síntese dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos envolvidos na comunicação na fase *interpretação de resultados e validação*

Unidade de Contexto	Código do signo	Unidade de Registro	Eixo temático	Papel
Interpretação de resultados e validação	S.53	Validação e representação da situação Grupos A e B (Figura 47).	IC	Validar

Fonte: Dos autores

5.3 ANÁLISE GLOBAL

Na análise local, por meio da síntese de resultados, visamos obter um quantitativo de informações que subsidiassem nossa análise global. Por isso, nesta seção pósdesenvolvimento e pós-análise local das atividades evidenciamos nossas reflexões considerando o nosso interesse em investigar "*Que papéis os diferentes signos interpretantes usados ou produzidos na comunicação assumem em atividades de Modelagem Matemática com experimentação?*".

A análise local de cada atividade de Modelagem Matemática com experimentação permitiu evidenciar as fases em que os signos interpretantes foram usados ou produzidos pelos envolvidos, o eixo temático em que cada signo interpretante se configura de acordo com o esquema estabelecido por Pietarinen (2003) no que se refere à comunicação, bem como o papel de cada signo interpretante durante a comunicação.

Pautados nas análises locais da atividade "Condensação da água", ao analisarmos os signos II, IE e IC usados ou produzidos na comunicação, evidenciamos a ação de trinta e dois signos interpretantes nas diferentes fases da atividade. No Quadro 37 apresentamos a localização de cada signo interpretante usado ou produzido durante o desenvolvimento da atividade "Condensação da água" de acordo com as fases estabelecidas por Almeida, Silva & Vertuan (2013) para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

Quadro 37 – Localização dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos envolvidos na comunicação durante o desenvolvimento da atividade "Condensação da água"

Eixo temático	Unidade de Contexto	Signo
Signo II	Inteiração	S.1; S.4; S.5; S.12
	Matematização	S.14; S.16
	Resolução	S.17; S.21; S.22; S.26; S.28
Signo IE	Inteiração	S.2; S.6; S.7; S.9; S.10; S.11
	Resolução	S.18; S.19; S.23; S.27
	Interpretação de resultados e validação	S.15
Signo IC	Inteiração	S.3; S.8; S.13
	Resolução	S.20; S.24; S.25; S.29; S.30
	Interpretação de resultados e validação	S.31; S.32

Fonte: Dos autores

Os signos interpretantes usados ou produzidos nas diferentes fases se fizeram necessários para comunicação entre os envolvidos no desenvolvimento. O repertório de signos permitiu a identificação de oito papéis diferentes: *estimular*, *representar*, *orientar*, *relacionar*, *compreensão*, levantamento de *hipótese*, *simplificar* e *validar*. No Quadro 38 apresentamos o papel de cada signo interpretante usado ou produzido no desenvolvimento da atividade "Condensação da água".

Quadro 38 – Papel dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos envolvidos na comunicação no desenvolvimento da atividade "Condensação da água"

Papel	Signo
Estimular	S.1; S.4; S.12; S.14; S.21; S.26
Orientar	S.5; S.16; S.17; S.22; S.28
Simplificar	S.6; S.15
Relacionar	S.2; S.9; S.18; S.19; S.23; S.27
Hipótese	S.7; S.10; S.11
Compreensão	S.3; S.8; S.13; S20; S.24; S.30
Representar	S.25; S.29
Validar	S.31; S.32

Fonte: Dos autores

Com base nas análises locais da atividade "Quem perde calor mais rápido?", ao analisarmos os signos II, IE e IC usados ou produzidos na comunicação, evidenciamos a ação de vinte e um signos interpretantes nas diferentes fases da atividade. No Quadro 39 apresentamos a localização de cada signo interpretante usado ou produzido durante o desenvolvimento da atividade de acordo com as fases estabelecidas para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na perspectiva de Almeida, Silva & Vertuan (2013).

Quadro 39 – Localização dos signos interpretantes usados ou produzidos pelos envolvidos na comunicação durante o desenvolvimento da atividade "Quem perde calor mais rápido?"

Eixo temático	Unidade de Contexto	Signo
Signo II	Inteiração	S.33
	Matematização	S.39
	Resolução	S.44
Signo IE	Inteiração	S.35
	Matematização	S.38; S.40
	Resolução	S.41; S.42; S.46; S.48; S.50
Signo IC	Inteiração	S.34; S.36; S.37
	Resolução	S.43; S.45; S.47; S.49; S.51; S.52
	Interpretação de resultados e validação	S.53

Fonte: Dos autores

Nesta atividade evidenciamos os mesmos papéis dos signos interpretantes usados ou produzidos na atividade anterior. No Quadro 40 apresentamos o papel de cada signo interpretante usado ou produzido no desenvolvimento da atividade.

Quadro 40 – Papel dos signos interpretantes usados ou produzidos no desenvolvimento da atividade "Quem perde calor mais rápido?"

Papel	Signo
Estimular	S.33; S.39
Orientar	S.50; S.44
Simplificar	S.40; S.48
Relacionar	S.41; S.42
Hipótese	S.35; S.38; S.46
Compreensão	S.34; S.36; S.37; S.43; S.45; S.47; S.51
Representar	S.49; S.52
Validar	S.53

Fonte: Dos autores

Os signos interpretantes usados ou produzidos no desenvolvimento das duas atividades nos possibilitam evidenciar que signos II, cujo papel é *estimular* e *orientar* cumprem a função de meios de transmissão de informações por um "repertório de *intensões* e *objetivos*" (BORDENAVE; PEREIRA, 2012, p. 207, grifo nosso) que permeiam a relação entre os participantes no processo de comunicação.

A relação do emissor com o objeto é para Peirce o ingrediente essencial para a produção do signo II em um ambiente de comunicação. O signo II S.5, por exemplo, evidencia a relação entre objeto e intérprete, pois o signo é resultante de uma mensagem não interpretada enunciada pelo PP que não proporcionou uma relação entre objeto e intérprete. A mensagem não interpretada corresponde à indagação do PP sobre como os estudantes poderiam coletar a água condensada na atividade "Condensação da água". Esta ocorrência possibilita evidenciar que "[...] quando o ato de pronunciar e o objetivo pretendido pela expressão são de fato a mesma coisa, não há decisão factual a ser tomada" (PIETARINEN, 2003, p. 87, tradução nossa)[42], ou seja, ao emitir a menssagem o emissor deve estar atento se trará ou não significado para o intérprete.

Para Bordenave & Pereira (2012), a comunicação será efetiva se o emissor levar em conta o repertório de signos do intérprete. Ou seja, se o emissor escolhe signos que não figurem no repertório do intérprete não haverá comunicação. Assim, na medida em que as informações são comunicadas pelo emissor por meio de signos II, nota-se que elas ganharam generalidade e se tornaram mais complexas, o que acarretou na produção de novos signos interpretantes.

Logo, no desenvolvimento das atividades, evidenciou-se que os signos II agiram com a intenção de corresponder ao seu objeto e de desenvolver/produzir um interpretante na mente

[42] "[…] when the act of uttering and the object intended by the utterance are in fact one and the same thing, there is no factual decision to be made".

do intérprete (NÖTH, 2013), o que proporcionou ao intérprete enxergar o seu próprio panorama repleto de ideias próprias sobre o que é enunciado. Nesse sentido, Peirce (1998b, p. 244), afirma que

> as ideias tendem a difundir-se continuamente e a afetar certas outras que se encontram em relação a elas numa peculiar relação de afetibilidade. Nessa difusão elas perdem intensidade, e especialmente o poder de afetar outras, mas adquirem generalidade e ficam fundidas com outras ideias.

Esta evidência corrobora com as assertivas de Pietarinen (2003) e de Bordenave & Pereira (2012). Para Pietarinen (2003) o estado da informação do intérprete aumenta à medida que o intérprete direciona sua atenção ao objeto e para o emissor e, para Bordenave & Pereira (2012), no ato de comunicar, um dos envolvidos inicia o processo com certa intenção, ou objetivo contido em seu repertório, sendo este intencional ou não. Desse modo, os signos II evidenciaram a relação entre emissor e objeto, representada pela letra α no esquema estabelecido por Pietarinen (2003) que tem como princípio o cerne da tríade objeto-signo-interpretante “derivada, portanto, da ideia de um emissor, um enunciado e um intérprete” (SANTAELLA, 2004, p. 164).

Os signos IE garantiram o aumento da informação promovida pelos processos naturais e mentais dos significados atribuídos aos signos II no ato comunicativo. Os papéis dos signos IE *simplificar, relacionar* e proporcionar o levantamento de *hipótese* revelam aspectos relativos ao “repertório de *ideias* e *experiências*” (BORDENAVE; PEREIRA, 2012, p. 207, grifo nosso) que possa ser escolhido pelos intérpretes fazendo com que expressem seus pensamentos a fim de contribuir para que seus objetivos sejam alcançados. Desse modo, os signos IE evidenciaram que o emissor trabalha com signos que procuram determinar um ambiente no panorama interpretador do intérprete, fazendo com que o intérprete associe algo semelhante ao signo do emissor, pois, afinal “como pode haver comunicação se não houvesse produção de signos para serem interpretados” (SANTAELLA, 2004, p. 160).

Indo para além de princípios de associação, os papéis dos signos IE durante o desenvolvimento das duas atividades mostraram que as ideias emitidas intencionalmente devem estar conectadas com a mente interpretadora de algum modo. Por exemplo, o signo IE S.2 quando o estudante se remete a uma situação já vivenciada no passado, nos permite evidenciar que somos “levados a concluir que o presente está conectado com o passado através de uma série real de passos infinitesimais” (PEIRCE, 1998b, p. 245). Desse modo, os signos IE evidenciaram a relação entre o interpretante e o intérprete, representado pelo ângulo β no esquema estabelecido por Pietarinen (2003).

Os signos IE também nos permitiram evidenciar que os intérpretes, durante a ação interpretadora, produziram, em sua maioria, signos de forma linguística, o qual Nöth (2008) trata como sendo uma realidade física sob o qual a palavra refere. Todavia houve também a utilização de outros meios como indicam os signos S.41 e S.42 na forma icônica e o signo S.21 na forma cinética. Este fato pode ser justificado por se tratar de um ambiente comunicativo e de aprendizagem e nessas condições o repertório de signos usados ou produzidos pode ser exteriorizado por meio da "língua em que é falada assim como a capacidade comunicativa por meio de outros recursos" (BORDENAVE; PEREIRA, 2012, p. 211).

Os papéis *compreensão*, *representar* e *validar* dos signos IC são resultados de convergência entre signos II e IE compartilhados entre as mentes. Os signos IC evidenciaram que no processo comunicacional, a mente emissora e a mente interpretadora unem-se em um ambiente comunicativo em que o intérprete apela para o seu repertório de signos ou códigos a fim de representar suas ideias, e escolhe em seu "repertório de *meios e tratamento*" (BORDENAVE; PEREIRA, 2012, p. 207, grifo nosso) o melhor veículo para transmitir os signos e o melhor tratamento com a intenção de formular sua mensagem de forma adequada e efetiva para a situação em estudo.

A comunicação estabelecida por meio de signos IC durante o desenvolvimento das atividades permitiu, em alguns momentos, evidenciar a ação da semiose. O signo IC S.43, por exemplo, evidencia esta ação, pois trata-se de um signo interpretante resultante da ação de outros dois signos interpretantes, o que estabelece um processo "no qual o signo tem um efeito cognitivo sobre o intérprete" (NÖTH, 2008, p. 66).

A constatação de signos IC resultantes da semiose no desenvolvimento das atividades está de acordo com Peirce (2005), de que a produção de signos é resultante da fusão das mentes envolvidas na comunicação. Esta fusão, ainda que seja um processo característico da comunicação, permite também a ação de uma terceira mente o que Peirce denomina *commens*, pois para Peirce, o termo "mente" também pode ser entendido como semiose, ou um processo contínuo de formação das significações nas mentes envolvidas na comunicação (NETTO, 2007).

O olhar semiótico permitiu o levantamento da categoria *intensões e objetivos* que está relacionada diretamente com o papel dos signos II, a categoria *ideias e experiências* relacionada diretamente com os significados atribuídos por meio dos papéis dos signos IE e por fim, a categoria *meios de tratamento* relacionada diretamente com os papéis dos signos IC. No Quadro 41 apresentamos as categorias sintetizadas de acordo com os eixos temáticos e o papel de cada signo para as atividades desenvolvidas.

Quadro 41 – Síntese das categorias reveladas por meio do papel dos signos interpretantes usados ou produzidos no desenvolvimento das duas atividades de Modelagem Matemática com experimentação

Atividade	Categoria	Eixo temático	Papel	Signos
Condensação da água	Intensões e objetivos	Signo II	Estimular	S.1; S.4; S.12; S.14; S.21; S.26
			Orientar	S.5; S.16; S.17; S.22; S.28
	Ideias e experiências	Signo IE	Relacionar	S.2; S.9; S.18; S.19; S.23; S.27
			Simplificar	S.6; S.15
			Hipótese	S.7; S.10; S.11
	Meios de tratamento	Signo IC	Compreensão	S.3; S.8; S.13; S.20; S.24; S.30
			Representar	S.25; S.29
			Validar	S.31; S.32
Quem perde calor mais rápido?	Intensões e objetivos	Signo II	Estimular	S.33; S.39
			Orientar	S.50; S.44
	Ideias e experiências	Signo IE	Relacionar	S.41; S.42
			Simplificar	S.40; S.48
			Hipótese	S.35; S.38; S.46
	Meios de Tratamento	Signo IC	Compreensão	S.34; S.36; S.37; S.43; S.45; S.47; S.51
			Representar	S.49; S.52
			Validar	S.53

Fonte: Dos autores

De modo geral, com relação à disciplina de Matemática, as categorias evidenciadas por meio dos papéis dos signos interpretantes, nos revelam indicativos de que a comunicação permitiu que os estudantes, mesmo cometendo alguns equívocos durante as deduções dos modelos matemáticos, aprendessem a Matemática, pois relacionaram conceitos praticados por meio da experimentação com objetos matemáticos. Sobretudo, não podemos nos assegurar de que o desempenho dos estudantes durante a dedução dos modelos matemáticos é virtude imediata do envolvimento deles com o desenvolvimento das atividades, pois os estudantes fizeram uso de ideias e conhecimentos construídos por meio de experiências vivenciadas ao longo de sua jornada como estudante.

Os modelos matemáticos deduzidos para representar as situações investigadas possuem linguagens características dos estudantes do Ensino Médio, uma vez que conteúdos como funções polinomiais, funções trigonométricas e funções definidas por mais de uma sentença, fazem parte da matriz curricular deste nível de escolaridade.

Na disciplina de Química, as categorias evidenciadas por meio dos papéis dos signos interpretantes revelam que a comunicação durante os momentos pré-experimentação, experimentação e pós-experimentação se mostra como uma forma de proporcionar a aprendizagem aos estudantes sobre os fenômenos estudados. Muitas vezes explicamos os conteúdos em sala de aula, mas não os experimentamos empiricamente e, por meio do desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática com experimentação, os estudantes puderam executar o experimento e se comunicarem a fim de discutir sobre os fenômenos observados.

As categorias também permitiram evidenciar que atividades de Modelagem Matemática associadas a conceitos da Química podem ser viáveis no que compete ensino de Química. A experimentação proporciona motivação e autonomia nos estudantes, o que foi constatado pelo aumento da participação destes nas atividades. Além disto, o momento experimentação favoreceu a construção do conhecimento, estimulando o caráter investigativo, proporcionando o levantamento de hipóteses e a tomada de decisões. Nota-se também que a contextualização das atividades desenvolvidas, mediante o emprego de temas geradores como, por exemplo, a condensação da água, possibilitou a correlação entre os conteúdos da Química e o cotidiano dos estudantes.

Observamos também que a Modelagem Matemática foi de fundamental importância para as articulações entre conceitos da Química e da Matemática em nossa investigação. Desse modo, acentuamos que a comunicação evidenciada durante o desenvolvimento das atividades é decorrente da aproximação que estabelecemos entre a Modelagem Matemática e a experimentação. Podemos então dizer que a análise dos papéis dos cinquenta e três signos interpretantes usados ou produzidos durante o desenvolvimento das duas atividades de Modelagem Matemática com experimentação, revela possibilidades e potencialidades no que se refere à aprendizagem por meio da comunicação, o que está de acordo com as assertivas de D'Amore, Pinilla & Iori (2015, p. 160), de que aprender "parece ser, portanto uma construção submetida à necessidade de "socializar", o que ocorre, evidentemente, graças a um meio comunicativo [...]".

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

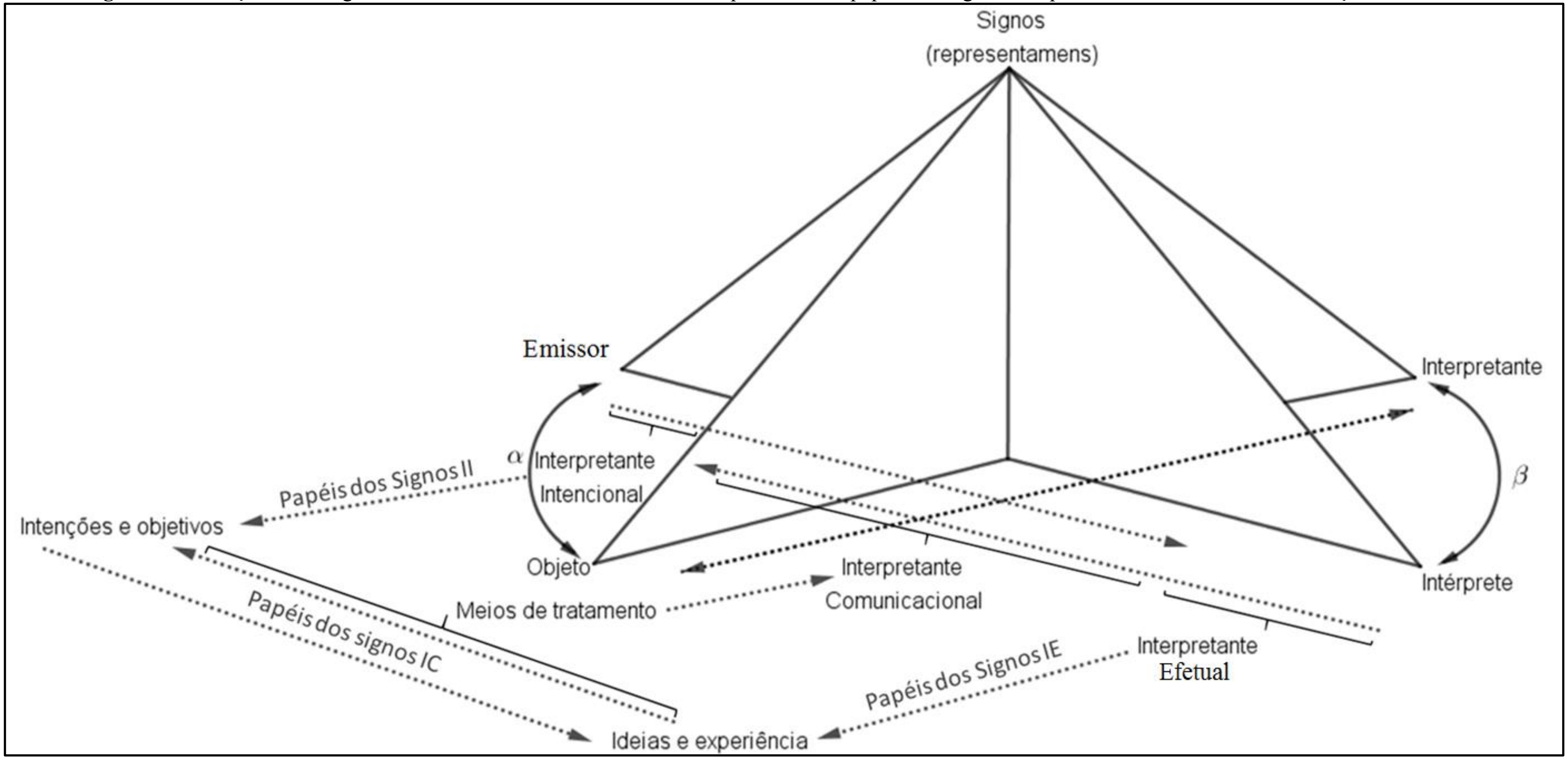
A inquietação sobre como se constitui a comunicação ao se desenvolver atividades de Modelagem Matemática com experimentação concebeu a interrogação diretriz "*Que papéis os diferentes signos interpretantes usados ou produzidos na comunicação assumem em atividades de Modelagem Matemática com experimentação?*". Para trazermos inferências à questão de pesquisa, definiu-se como objetivo geral, evidenciar que papéis assumem os signos interpretantes usados ou produzidos pelos estudantes, pelo pesquisador, bem como aqueles que são resultado da comunicação entre os envolvidos no desenvolvimento das atividades.

Tendo em vista a busca por inferências, no ano de 2019, desenvolvemos duas atividades de Modelagem Matemática com experimentação com oito estudantes, na disciplina de Química, em uma turma de 2ª série do Ensino Médio do Colégio Estadual do Campo Dr. Teotônio Vilella, localizado no município de Ortigueira, Paraná.

Evidenciamos que esta pesquisa articulou, por meio do referencial adotado, um olhar sobre os papéis dos signos II, IE e IC usados ou produzidos durante a comunicação. Por meio dos papéis *estimular*, *representar*, *orientar*, *relacionar*, *compreensão*, levantamento de *hipótese*, *simplificar* e *validar* foi possível encontrar aproximações entre os signos interpretantes da Teoria da Comunicação de Peirce com os repertórios estabelecidos por Bordenave & Pereira (2012) para a comunicação professor-estudante em sala de aula. Desse modo, não "seria um exagero afirmar que comunicação e semiótica são irmãs siamesas" (SANTAELLA, 2004, p. 227).

Durante a transição pelos diferentes momentos do desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática com experimentação, tendo como suporte o nosso aporte teórico, pudemos identificar, por meio da análise local, as fases da Modelagem Matemática conforme orientam Almeida, Silva & Vertuan (2013) em que os signos interpretantes foram usados ou produzidos pelos envolvidos, o eixo temático em que cada signo interpretante se configura de acordo com o esquema estabelecido por Pietarinen (2003) no que se refere à comunicação, bem como o papel de cada signo interpretante durante a comunicação. Em seguida, a análise global por meio da Teoria da Comunicação de Peirce associada a conceitos estabelecidos por Bordenave & Pereira (2012) para a comunicação em sala de aula, revela a relação entre as categorias que emergiram e os eixos temáticos Signo II, IE e IC conforme indica a Figura 48, constituída a partir do esquema estabelecido por Pietarinen (2003).

Figura 48 – Relação das categorias com os eixos temáticos evidenciados por meio dos papéis dos signos interpretantes da Teoria da Comunicação de Peirce



Fonte: Adaptado de Pietarinen (2003, p. 87)

O esquema apresenta os signos II como meios de transmissão de informações carregadas de *intensões e objetivos* por parte do emissor que permeiam na relação entre os participantes do processo de comunicação. Os signos IE garantiram o aumento da informação promovida pelos processos naturais e mentais dos significados atribuídos aos signos II no ato comunicativo por meio do repertório de *ideias e experiências* escolhido pelos intérpretes, o que permite a expressão de seus pensamentos com vistas a um objetivo. Os signos IC são produzidos por meio da centralização dos signos II e IE, ou seja, trata-se da fusão entre mente emissora e mente interpretadora, acarretando em um ambiente comunicativo em que o intérprete apela para o seu repertório de signos ou códigos a fim de representar suas ideias, e escolhe em seu repertório de *meios de tratamento* a melhor forma de representação para a situação ou ocasião. Todavia vale considerar que os papéis dos signos interpretantes não se fazem verdades absolutas, uma vez que um signo pode sempre estar em processo (PEIRCE, 1998a).

No esquema, nota-se que os signos IC são revelados por meio das convergências entre signos II usados ou produzidos pela relação emissor e objeto e de signos IE usados ou produzidos pela relação interpretante e intérprete. Esta relação recíproca dos signos interpretantes propicia a objetividade e a clareza no ambiente comunicativo, o que converge com a afirmação de Santaella (2004, p. 16) que, com base em Peirce, afirma que a ação de comunicar só é possível quando "algo é intercambiado de um lugar para o outro".

Desse modo, os papéis dos signos IC usados ou produzidos no decorrer das atividades são resultado de uma troca sígnica entre a mente emissora (PP) e a mente interpretadora (estudantes), sendo assim, o signo IC "não é qualquer signo, mas um signo que interpreta o fundamento" (SANTAELLA, 2005, p. 43) e que forma o "paradigma da semiose" (SANTAELLA, 2004, p. 162).

A Modelagem Matemática associada à experimentação como objeto de comunicação permitiu aos estudantes a vivência em um ambiente comunicativo. Para Bordenave & Pereira (2012, p. 207) "as pessoas se comunicam com respeito a alguma coisa e o fazem em um contexto situacional determinado", sendo assim o contexto proporcionado pelo desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática com experimentação, foi fundamental para que os envolvidos fizessem uso de seu repertório de meios de comunicação. Na Figura 49 apresentamos a Modelagem Matemática com atividades experimentais ao esquema estabelecido por Bordenave & Pereira (2012) que se refere à comunicação em sala de aula como processo de seleção, combinação e intercâmbios de repertórios.

Figura 49 – Comunicação como processo de seleção, combinação e intercâmbio de repertórios por meio da Modelagem Matemática com experimentação

Fonte: Adaptado de Bordenave & Pereira (2012, p. 207)

Nota-se que as atividades de Modelagem Matemática com experimentação permitiram que os estudantes vivenciassem situações de aprendizagem ao associar a teoria com a prática, passando do abstrato para o concreto, levando-os a unir seus repertórios e conhecimentos matemáticos com o que pode acontecer no dia-a-dia. Essa associação pode ser considerada como um indício de aprendizagem da matemática, pois segundo Carreira & Baioa (2011, p. 214), “investigar por meio da experimentação reflete sobre ações mentais e sobre a aprendizagem [...]”.

Ao fazer referência à experimentação durante o desenvolvimento das atividades, podemos evidenciar a transição das fases da Modelagem Matemática conforme orientam Almeida, Silva & Vertuan (2013), durante os momentos pré-experimentação, experimentação e pós-experimentação.

O momento pré-experimentação, permitiu que os estudantes se inteirassem sobre o tema a ser investigado e sendo orientados pelo PP, elaborassem problemas de investigação definindo estratégias para coletas de dados empíricos. O momento experimentação proporcionou aos estudantes a coleta de dados empíricos, a oportunidade de realizarem simulações, previsões e aproximações, bem como a matematização da situação investigada e, na atividade “Condensação da água”, o momento experimentação permitiu a elaboração de um novo problema de investigação. Por fim, no momento pós-experimentação, por meio dos dados coletados os estudantes determinaram estratégias de resolução, deduziram e validaram modelos capazes de representar a situação em estudo.

Por meio desses fatos evidenciamos que as atividades que envolvem experimentação promoveram o desenvolvimento da capacidade de se efetuar generalizações alinhando conceitos de diferentes disciplinas. Nota-se que o momento experimentação proporcionou a coleta de dados que possibilitou a dedução de modelos capazes de explorar novas situações possíveis de serem investigadas matematicamente e experimentalmente e que poderiam tomar diferentes rumos e possuir diferentes soluções, conforme os indicativos de Araújo & Abib (2003) para atividades experimentais de verificação e as assertivas de Lorenzato (2010), de que mais importante que conhecer respostas é saber como chegar até elas.

Durante o desenvolvimento das atividades os conceitos da Matemática e da Química foram produzidos "à medida que são necessários no desenvolvimento de investigações de situações problemáticas [...]" (SETTI; VERTUAN, 2021, p. 3). Em vista disso, considerando que atividades que envolvem experimentação podem proporcionar a articulação entre diferentes disciplinas (SUART; MARCONDES; CARMO, 2009), e que o que caracteriza a atitude interdisciplinar é "a ousadia da busca, da pesquisa, é a transformação da insegurança num exercício do pensar, num construir" (FAZENDA, 1993, p. 18), entendemos que as atividades desenvolvidas podem ser consideradas interdisciplinares. O que justifica nossos entendimentos é que a Modelagem Matemática possibilitou que as atividades partissem de um contexto extra matemático, proporcionando a transição entre conceitos estudados tanto na Matemática quanto na Química. Tais conceitos emergiram à medida em que foram sendo necessários durante o desenvolvimento para obtenção de respostas para os problemas investigados.

Nota-se uma evolução na comunicação durante o desenvolvimento da segunda atividade "Quem perde calor mais rápido?". Nessa atividade os estudantes solicitaram menos a ajuda do PP e colocaram em prática seus conhecimentos e suas experiências adquiridas anteriormente que são fundamentais para a resolução das situações exploradas. Outro resultado importante neste contexto é que, durante a comunicação em sala de aula, o professor torna-se indispensável, pois, foi por meio das orientações do professor que os estudantes conseguiram "expor resultados de pesquisa ou estudo com o apoio de recursos, tais como notas, gráficos, tabelas, entre outros, adequando as estratégias de construção do texto oral aos objetivos de comunicação e ao contexto" (BRASIL, 2017, p. 261). Assim, a análise dos papéis dos signos interpretantes usados ou produzidos no desenvolvimento das atividades nos possibilita inferir também, que uma sequência de atividades de Modelagem Matemática com experimentação pode proporcionar "um ambiente comunicacional profícuo para a ocorrência dos *commens*" (ALMEIDA; RAMOS; SILVA, 2021, p. 12).

Os dados dessa pesquisa levaram-nos a inferir, que a tarefa do emissor não consiste apenas em conhecer os repertórios dos intérpretes, mas proporcionar a ampliação dos mesmos. Esta ampliação não se trata de uma ampliação quantitativa, mas sim de uma modificação no que se refere a comunicar ideias aos outros, pois, cada pessoa “tem um sistema de ideias, um sistema de signos, um sistema de objetivos e um sistema de meios de comunicação, cada um com suas próprias regras combinatórias e de transformação” (BORDENAVE; PEREIRA, 2012, p. 210).

Desse modo, as aproximações semióticas possibilitaram observar, que as abordagens matemáticas no qual os estudantes fizeram uso durante os desenvolvimentos estão aportadas em conhecimentos colaterais (PEIRCE, 2005), ou seja, as experiências vivenciadas bem como os conceitos aprendidos em momentos anteriores em matemática e compartilhada entre os estudantes, o que permitiu que alguns estudantes atribuíssem suas interpretações para as situações em investigação. Nota-se também, a ação da semiose, uma vez que suas experiências anteriores com a matemática possibilitaram a geração de novos signos IE e signos IC, por meio da associação do objeto matemático com a situação estudada. Isso corresponde à conduta própria do signo de ser interpretado por outro signo (PEIRCE, 2005).

Para Santaella & Nöth (1998), a semiótica peirceana está pautada sobre os modos de se obter e comunicar conhecimento a partir de signos, e nesse estudo, evidenciamos a comunicação durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com experimentação por meio da ação de signos II, IE e IC os quais puderam contribuir para a aprendizagem da Matemática e da Química, o que está de acordo com D’Amore, Pinilla & Iori (2015, p. 160), no qual, argumentam que “aprender parece ser, portanto uma construção submetida à necessidade de “socializar”, o que ocorre, evidentemente, graças a um meio comunicativo (que pode ser a linguagem) e que, na matemática, de maneira sempre mais decisiva [...]”.

Considerando que, de modo geral, nossos olhares, interpretações e associações com a fundamentação teórica apresentada nesta pesquisa designaram papéis específicos a cada signo interpretante, temos em mente que “a comunicação apresenta-se como uma produção de signos a serem interpretados” (NETTO, 2007, p. 213), e mesmo tendo designado um papel particular para cada signo interpretante usado ou produzido durante a comunicação, entendemos que há uma multiplicidade de olhares possíveis que ainda não foram revelados, pois podem existir muitas interpretações para um único signo e “sempre existirá um novo ângulo a ser observado no mesmo objeto, o que implicará em um novo interpretante”

(TRENTINI, 2006, p. 167). Assim entendemos que “estamos destinados a interpretar e a interpretação sempre envolve nossos desejos e seus conflitos” (SANTAELLA, 2004, p. 163).

Portanto, a comunicação em atividades de Modelagem Matemática com experimentação pode ser investigada por meio da semiótica em pesquisa futuras, de preferência, com um maior número de atividades desenvolvidas a fim de entender e evidenciar os papéis dos signos interpretantes usados ou produzidos durante os desenvolvimentos.

As interrogações deixadas no início desta pesquisa: Mas se a comunicação se faz importante para a Educação Matemática e a Teoria da Comunicação de Peirce é alvo de importantes pesquisas, por que não conciliá-las em uma única pesquisa? E por que não associar estes conceitos a atividades de Modelagem Matemática com experimentação?, também nos permitiram refletir sobre as atividades desenvolvidas e concluir que por meio da associação destas duas alternativas conseguimos promover a comunicação entre os envolvidos, o que pode ter refletido diretamente na aprendizagem ou no reaprender de novos conceitos matemáticos já estudados um dia. Desse modo inferimos que esta pesquisa pode contribuir para a Educação Matemática.

Contudo, vale ressaltar, que durante o desenvolvimento desta pesquisa, algumas objeções como à falta de um laboratório de Química com espaço e material adequado para a realização dos experimentos e a pandemia limitaram seu desenvolvimento. Tínhamos a intenção de desenvolver mais algumas atividades de Modelagem Matemática com experimentação com a mesma turma, porém, como estávamos no final do ano letivo e tendo em mente que “não há uma definição, *a priori*, sobre a duração de uma atividade de modelagem” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 23), havíamos planejado o desenvolvimento das atividades no ano seguinte (2020), quando os mesmos estudantes estivessem na 3ª série do Ensino Médio. Todavia os desenvolvimentos não foram possíveis em função da pandemia, pois, por se tratar de um colégio do campo, a maioria dos estudantes não tinha acesso à internet e realizava apenas atividades impressas, sem o contato direto com o professor.

Como a conclusão de uma pesquisa, por melhores que sejam os resultados, não se trata de uma tarefa conclusa, pelo contrário, é sempre passível de melhorias e mudanças, para mim, enquanto professor de Matemática e Química da Educação Básica, esta pesquisa fica como um ponto de partida para uma nova jornada em meio a pesquisas sobre Modelagem Matemática, experimentação e a semiótica peirceana. Assim, não há como olhar para trás e não se orgulhar do novo professor que me tornei.

Enfim, esperamos que as nossas inferências por meio da semiótica sobre os diferentes papéis dos signos interpretantes em atividades de Modelagem Matemática com experimentação, possa ser útil a outros professores, que assim como nós, acreditam que a comunicação seja uma das principais fontes de conhecimento, pois a forma como os signos se organizam, durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática com experimentação possibilitou a ação da semiose que, por sua vez, realiza a "construção de conhecimento" (ALMEIDA; SILVA, 2017, p. 218).

As atividades desenvolvidas presentes nesta pesquisa, bem como as atividades que seriam desenvolvidas no ano de 2020, constituíram um Produto Educacional denominado "Modelagem Matemática e experimentação: sugestões ao professor". Esse material se encontra disponível no Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (RIUT) e pode ser acessado pelo link: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119, e tem como foco professores que almejem desenvolver um trabalho semelhante a este.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. de; FERRUZI, E. C. A comunicação em atividades de Modelagem Matemática: uma relação com a teoria da atividade. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIII. 2011, Recife. **Anais...** . Recife, p. 1 – 11, 2011.

______, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica.** São Paulo: Contexto, 2013.

______, L. M. W. de; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. da. **Modelagem Matemática em Foco.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda,. Cap. 1. p. 1 – 22, 2014.

______, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da. A Ação dos Signos e o Conhecimento dos Alunos em Atividades de Modelagem Matemática. **Boletim de Educação Matemática**, v. 31, n. 57, p. 202 – 219, abr., 2017.

______, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; RAMOS, D. C. Sobre ensinar e aprender 'o fazer' Modelagem Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VII. 2018, Foz do Iguaçu. **Anais... .** Foz do Iguaçu, p. 1 – 12, 2018.

______, L. M. W. de; RAMOS, D. C.; SILVA, K. A. P. da. Ensinar e aprender o fazer modelagem matemática: uma interpretação semiótica. **Ciência & Educação**, v. 27, ed.: cont 2, Bauru, 2021, (no prelo).

ALMEIDA, W. N. C.; MALHEIRO, J. M. S. A experimentação investigativa como possibilidade didática no ensino de matemática: o problema das formas em um clube de ciências. **Experiências em ensino de ciências** (UFRGS), v. 14, p. 391 – 405, 2019.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Trad. Orlando de A. Figueiredo. 160 p. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ALVES FILHO, J. P. **Atividades experimentais**: do método à prática construtivista. 2000. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.

ARAGÃO, M. F. A.; BARBOSA, J. L. C. A história da Modelagem Matemática: Uma perspectiva de didática no Ensino Básico. In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, IX, 2016, Campina Grande**. Anais... .**Campina Grande, p. 1 – 12, 2016.

ARAKI, P. H. H.; SILVA, K. A. P. da. Modelagem matemática no contexto de uma atividade experimental investigativa. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VIII, 2018, Cascavel. **Anais... .** Cascavel, p. 1 – 15, 2018.

______, P. H. H.; ROGOSKI, K. F.; SILVA, K. A. P. da. Raciocínio funcional mobilizado em atividades de modelagem matemática: um encaminhamento envolvendo a experimentação investigativa. **Ensino e Tecnologia em Revista**, v. 3, p. 76 – 92, 2019.

______, P. H. H. **Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com Modelagem Matemática: Uma análise semiótica**. 2020. 177p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2020.

ARAÚJO, J. L. Uma abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. In: **ALEXANDRIA**, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia. V. 2. N. 2, p. 55 – 68, 2009.

ARAÚJO, M. S. T.; ABIB, M. L. V. S. Atividades Experimentais no Ensino de Física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 25, n. 2, p. 176 – 194, 2003.

ARRUDA, S. M.; LABURÚ, C. E. Considerações sobre a função do experimento no ensino de ciências. In: NARDI, R. (Org.). **Questões atuais no ensino de ciências**. São Paulo: Escrituras, p. 53 – 60, 1998.

BAROODY, A. **Problem solving, reasoning, and communicating, k-8**: Helping children think mathematically. New York: Macmillan, 1993.

BARBOSA. J. C. **Modelagem Matemática**: concepções e experiências de futuros professores. 2001. Tese. (doutorado em Educação Matemática. Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2001a.

______, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24. 2001, Caxambu. **Anais**... Rio Janeiro: ANPED, 2001b.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo.** São Paulo: Edições 70. Tradução de: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro, 2011.

BARTHES, R. **Elements of Semiology**. New York: Hill and Wang, The Noonday Press. 1967.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

______, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. Editora Contexto, São Paulo, 2002.

BERELSON, B. **Content analysis in communication research**. Glence: Free Press, 1952.

BERGMAN, M. **Fields of Signification: Explorations in Charles S. Peirce's Theory of Signs.** Vantaa: Dark, 2004.

______, M. The new wave of pragmatism in communication studies. **Nordicom Review** 29. v. 2, p. 135 – 153, 2008.

______, M. **Peirce's Philosophy of Communication**: the rhetorical underpinnings of the theory of signs. Continnum. 1 edition, p. 206, 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2005.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORDENAVE, J. D.; PEREIRA, A. M. **Estratégias de Ensino-aprendizagem**. Petrópolis-RJ: Vozes, ed. 32, 2012.

BORGO, V. T. K.; BURAK, D. Modelagem Matemática e interdisciplinaridade: perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais. In: SEMINÁRIO DE PESQUISA DO PPE, 2011, Maringá. **Anai**s... . Maringá: UEM, p. 01 – 19, 2011.

BORSSOI, A. H**. Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Tecnologias**: articulações em diferentes Contextos Educacionais. 2013. 256 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

BURAK, D. As Diretrizes Curriculares Nacionais para o ensino de Matemática e a modelagem matemática. **Revista Perspectiva**, Erechim, v. 29, n. 113, p. 153 – 161, 2005.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017.

BRIDI, J. H.; SANT'ANA, M. F.; GELLER, M.; SILVA, J. da. El uso de actividad de latoratorio de biología para la ensenanza de matemática en los años iniciales: una estrategia interdiciplinaria de enseñanza y aprendizaje. **Ensaio. Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 12, n. 3, p. 131 – 150, 2010.

CAMPOS, L. S.; ARAÚJO, M. S. T. de. A Modelagem Matemática e a Experimentação aplicadas ao ensino de Física. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, VII, 2009, Florianópolis. **Anais... .** Florianópolis, p. 1 – 12, 2009.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em Matemática. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed. p. 1 – 204, 2007.

CARREIRA, S. Where there’s a model, there’s a metaphor: Metaphorical thinking in students’ understanding of a mathematical model. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 3, n. 4, p. 261 – 87, 2001.

______, S.; BAIOA, A. M. Students’ modelling routes in the context of objetc manipulation and experimentation in mathematics. In: KAISER, G. et al. (Eds.). **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**. Dordrecht: Springer, p. 211 – 220, 2011.

______, S.; BAIOA, A. M. Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the students’ sense of credibility. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik – ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 50, n. 1-2, p. 201 – 215, 2018.

______, S. ; BAIOA, A. M. ; ALMEIDA, LOURDES MARIA WERLE DE . Mathematical models and meanings by school and university students in a modelling task. **AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática**, v. 17, p. 67 – 83, 2020.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Trad. Luciana de Oliveira da Rocha. 3 ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

D'AMORE, B.; PINILLA, M. I. F.; IORI, M. **Primeiros elementos de Semiótica:** Sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade a ação**: reflexões sobre educação e Matemática. 2ª edição Campinas: Unicamp; São Paulo: SUMMUS, 115 p, 1986.

DOERR, H. M.; ÄRLEBÄCK, J. B.; MISFELDT, M. Representations of Modelling in Mathematics Education. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; KAISER, G. **Mathematical Modelling and Applications:** Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education. New York: Springer, p. 71 – 82, 2017.

FARIA, J. E. S.; SILVEIRA, E. Modelagem Matemática e Educação do Campo: Convergências possíveis. In: ALENCAR, E. S. de; BUENO, S. (Org.). **Modelagem Matemática e Inclusão.** São Paulo: Livraria da Física, p. 1 – 149, 2017.

FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade:** um projeto em parceria. São Paulo: Ed. Loyola, 1993.

FERREIRA, A. B. de H. **Miniaurélio:** o dicionário da língua portuguesa. 7. ed. Curitiba: Positivo Ltda, 896 p., 2008.

FERRUZZI, E. C. **Interações discursivas e aprendizagem em Modelagem Matemática**. 2011. 218 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

FRANÇA, V. V. Paradigmas da comunicação: conhecer o quê? In: MOTTA, L. G. et al. (orgs). **Estratégias e culturas da comunicação**. Brasília: Ed. da UnB, p. 13 – 29, 2002.

FRANCO, M. L. P. B. **Análise de Conteúdo**. Brasília: Liber Livro Editora, 2007.

FRONT, V.; GODINO, J. D.; CONTRERAS, A. From Representations to Onto-semiotic Configurations in Analysing Mathematics Teaching and Learning Processes. In: RADFORD, L.; SCHUBRING, G.; SEEGER, F. (Eds.). **Semitics in Mathematics Education**: Epistemology, History, Classroom, and Culture. Rotterdam, Sense Publishers, p. 157 173, 2008.

FROTA, A. B.; SCHIFFER, S. R. **Manual de conforto térmico**: arquitetura, urbanismo. 5 ed. São Paulo: Studio Nobel, 2001.

GALBRAITH, P. Modelling, Teaching, Reflecting – What I Have Learned. In: SLOYER, C.; BLUM, W.; HUNTLEY, I. **Advances and Perspectives in the Teaching of Mathematical Modelling and Applications,** Delaware: Water Street Mathematics, Yorklyn, 1995.

GOMES, V. M. S. Modelagem Matemática no chão da sala de aula: conhecimento matemático para a diversidade em meio às adversidades. In: ALENCAR, E. S. de; BUENO, S. **Modelagem Matemática e Inclusão.** São Paulo: Editora Livraria da Física. Cap. 2. p. 23 – 48, 2017.

GRAFENHOFER, I.; SILLER, H. S. How to Build a Hydrogen Refuelling Station Infrastructure in Germany: An Interdisciplinary Project Approach for Mathematics Classrooms. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; KAISER, G. **Mathematical Modelling and Applications:** Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education. New York: Springer, p. 615 – 625, 2017.

GREIMAS, A. J.; COURTÉS, J. **Dicionário de semiótica**. São Paulo: Contexto, 2008.

HEINEN, C. A.; REHFELDT, M. J. H; NEIDE, I. G.; BÖCKEL, W. J; KÖNIG, R. I. Atividades experimentais e modelagem matemática: uma prática realizada com alunos do ensino médio politécnico. **Revista Caderno Pedagógico**, Lajeado, v. 13, n. 1, p. 139 – 155, 2016.

HIEBERT, J. Reflection and communication: Cognitive considerations in school Mathematics reform. In W. Secada (Ed.), **International Journal of Educational Research**. Oxford: Pergamon Press. p. 439 – 456, 1992.

JOHANSEN, J. D. **Dialogic Semiosis.** Bloomington/In. Indiana University Press. 1993.

______, J. D. **Literary discourse**: a semiotic-pragmatic approach to literature. Toronto/Buffalo/London: University of Toronto Press, 2002.

KAISER, G.; BLUM, W.; FERRI, R.B.; STILLMAN, G. Trends in Teaching and learning of Mathematical Modelling (Ed.). In: KAISER, G. et al. (Eds.). **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**. Dordrecht: Springer, p. 1 – 7, 2011.

KEHLE, P. E.; CUNNINGHAM, D. J. Semiotics and mathematical modeling. **International Journal of Applied Semiotics**, Madison, v. 3, n. 1, p. 113-129, 2000.

KOTZE, H.; JACOBS, G. J.; SPANGENBERG, E. D. Mathematical Modelling for Engineering Diploma Students: Perspectives on Visualisation. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; KAISER, G. **Mathematical Modelling and Applications:** Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education. New York: Springer, p. 541 – 552, 2017.

LEE, J. Insights into cell motility provided by the iterative use of mathematical modeling and experimentation. **AINS Biophisics**, Estados Unidos, v. 5, n. 2, p. 97 – 124, 2018.

LEEUWEN, T. V. **Introducing social semiotics**. Routledge, London and New York, 2005.

LINGEFJÄRD, T. Modelling from Primary to Upper Secondary School: Findings of Empirical Research – Overview. In: KAISER, G. et al. (Eds.). **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**. Dordrecht: Springer, p. 211 – 220, 2011.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas-SP: Autores associados, 2010.

LOIZOS, P. Vídeo, filme e fotografias como documentos de pesquisa. In: BAUER, M. W.; GASKELL, G (orgs.). **Pesquisa Qualitativa com texto, imagem e som**: um manual prático. 13 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, p. 137 – 155, 2018.

MACHADO, I.; ROMANINI, V. Semiótica da comunicação: da semiose da natureza à cultura. **Revista FAMECOS:** mídia, cultura e tecnologia, Porto Alegre, v. 17, núm. 2, p. 89 – 97. 2010.

MADRUGA, Z. E. F.; KLUG, D. A função da experimentação no ensino de ciências e matemática: uma análise das concepções de professores. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 5, p. 57 – 68, 2015.

MALHEIROS, A. P. **A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem**. 2004. 180 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

MENDES, T. F.; ALMEIDA, L. M. W. Signos Interpretantes em atividades de Modelagem Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, v. 14, p. 1 – 24, 2020.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática.** 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica. 141 p, 2019.

MINAYO, M. C. Introdução. In. MINAYO, M. C. S.; ASSIS, S. G.; SOUZA, E. R. (Org.). **Avaliação por triangulação de métodos**: abordagem de Programas Sociais. Rio de Janeiro: Fiocruz. p. 19 – 51, 2010.

NETTO, J. T. C. **Semiótica, Informação e Comunicação.** 7 ed. São Paulo: Perspectiva, 2007.

NICOLAU, M.; ABATH, D.; LARANJEIRA, P. C.; MOSCOSO, T.; MARINHO, T.; NICOLAU, V. Comunicação e Semiótica: visão geral e introdutória à Semiótica de Peirce. **Revista Eletrônica Temática**, Paraíba, v. 6, n. 8, n.p, ago. 2010.

NÖTH, W. **Panorama da semiótica: de Platão a Peirce**. 4. Ed. São Paulo: Annablume, 2008.

______, W. A teoria da comunicação de Charles S. Peirce e os equívocos de Ciro Marcondes Filho. **Galaxia**. São Paulo, n. 25, p. 10 – 23, jun. 2013.

OLIVEIRA, J. R. S. de. Contribuições e abordagens das atividades experimentais no ensino de ciências: reunindo elementos para a prática docente. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, ano IV, n. 08, p. 139 – 156, 2010.

PEIRCE, C. S. **The essential Peirce**. Peirce Edition Project, Bloomington, IN: Indiana University Press, 1998a.

______, C.S. Antologia Filosofica. Portugal/Imprensa Nacional: Casa da Moeda, 1998b.

_______, C. S. **Semiótica.** 2ª ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PÊSSOA, E. B.; JÚNIOR, V. D. Contribuições da Educação Matemática Crítica para o processo de materacia nas séries iniciais do Ensino Fundamental: um olhar através dos Parâmetros Curriculares Nacionais. **BoEM**, Joinville, v. 1. n. 1, p. 76 – 98, jul./dez, 2013.

PIETARINEN, A. Peirce's theory of comunication and is contemporary relevance. In: NYÍRI, K. (Ed). **Mobile Learning**. Wien. Passagen, p. 81 – 98, 2003.

______, A. **Signs of Logic. Peircean Themes on the Philosophy of Language, Games, and Communication**. Dordrecht: Springer, 2006.

POLLAK, H. O. The place of mathematical modelling in the system of mathematics education: perspective and prospect. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. **Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences**. New York: Springer, 2015.

QUEIROZ, J. **Semiose segundo C. S. Peirce.** São Paulo: EDUC; FAPESP, 2004.

RAMOS, D. C. **O raciocínio abdutivo em atividades de Modelagem Matemática**. 2016. 158 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

ROCHA, R. A. R.; SILVA, K. A. P. da. Signos interpretantes no processo de comunicação em uma atividade de Modelagem Matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XI. 2019, Belo Horizonte. **Anais...** . Belo Horizonte, p. 1 – 16, 2019.

RODRIGUES, M. U. (org.). Contextualizando a Análise de Conteúdo como procedimento de análise de dados em pesquisas qualitativas. In: RODRIGUES, M. U. (org.). **Análise de Conteúdo em pesquisas qualitativas na área da Educação Matemática.** Curitiba: CRV, p. 11 – 34, 2019.

ROMANINI, V. A contribuição de Peirce para a Teoria da Comunicação. **CASA**: Cadernos de Semiótica Aplicada, [s.l.], v. 14, n. 1, p. 13 – 56, 5 ago. 2016.

SÁENZ-LUDLOW A.; KADUNZ, G. **Semiotcs as a Tool for Learning Mathematics:** How to Describe the Construction, Visualisation, and Comunication of Mathematical Concepts. Rotterdam: Sense Publishers, 2016.

SALVADEGO, W. N. C. **Busca de Informação:** saber profissional, atividade experimental, leitura positiva, relação com o saber. 2008. 161 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SANTAELLA, L.; NÖTH, W. **Imagem:** cognição semióticam mídia**.** São Paulo: Iluminuras. 1998.

______, L.; NÖTH, W. **Comunicação e semiótica.** São Paulo: Hacker, 2004.

______, L. **O que é Semiótica.** São Paulo: Brasiliense, 2005.

______, L. **A teoria geral dos signos**: como as linguagens significam as coisas. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

______, L. **Semiótica aplicada**. São Paulo, SP: Cengage Learning, 2018.

SETTI, E. J. K. **Modelagem matemática no curso técnico de informática integrado ao ensino médio:** um trabalho interdisciplinar. 2017. 194 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino da Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2017.

_____, E. J. K.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática no Curso Técnico de Informática Integrado ao Ensino Médio: uma abordagem interdisciplinar. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**. São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1 – 25, 2021.

SILVA, K. A. P. da. **Uma interpretação semiótica de atividades de Modelagem Matemática**: implicações para a atribuição de significado. 292 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SILVEIRA, M. R. A. da. O contexto em matemática e seus conceitos. In: **Educação Matemática em revista**. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ano 13 – nº 20/21, dezembro de 2006.

SCHMIDT, B. Modelling in the Classroom: Obstacles from the Teacher's Perspective. In: KAISER, G. et al. (Eds.). **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**. Dordrecht: Springer, p. 641 – 652, 2011.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica**. Campinas – SP. Sapirus, 2014.

SUART, R. C.; MARCONDES, M. E. R.; CARMO, M. P. do. Atividades Experimentais Investigativas: utilizando a energia envolvida nas reações químicas para o desenvolvimento de habilidades cognitivas. in: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, VII., 2009, Florianópolis. **Anais... .** Florianópolis: p. 1 – 12, 2009.

TOMAZ, V. S.; DAVID, M. M. M. S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula**. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

TRENTINI, Luiz. N. O. **Naturalidade: o nível profundo da comunicação**. Dissertação (Mestrado em Comunicação Midiática) - Faculdades de Artes, Arquitetura e Comunicação, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru-SP, 2006.

VERONEZ, M. R. D. **As funções dos signos em atividades de modelagem matemática**. 2013. 176 p. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

WELLS, G. The case of dialogic inquiry. In: WELLS, G. **Action, talk and text: learning and teaching through inquiry**. New York: Teachers College Press, 2001.

APÊNDICES

APÊNDICE A: TERMO DE AUTORIZAÇÃO DOS RESPONSÁVEIS

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Tendo em vista o desenvolvimento da pesquisa sobre Modelagem Matemática e experimentação, sob responsabilidade de Robson Aparecido Ramos Rocha ((42) 99829-3835), estudante do Programa de Mestrado Profissional em Ensino da Matemática, UTFPR, Câmpus Londrina/Cornélio Procópio, gostaria de contar com sua autorização para a participação do menor sob sua responsabilidade na referida pesquisa. A coleta de dados será realizada por meio de gravações de áudio e visual e registros escritos. A participação do estudante se dará por meio do desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com experimentação que ocorrerão no período de __/__/2019 à __/__/2019.

Esclareço que a participação é voluntária, podendo o estudante recusar-se a participar, ou mesmo desistir a qualquer momento, sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo ao participante. Esclareço, também, que as informações recolhidas durante o período de pesquisa, serão utilizadas somente para os fins de pesquisa acadêmica e serão tratadas com sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a identidade do estudante.

Autorização

Eu,____, RG______________________, responsável pelo(a) menor ____, estudante da segunda série do Ensino Médio, do Colégio Estadual do Campo Dr. Teotônio Vilella, tendo sido devidamente esclarecido sobre os procedimentos da pesquisa, concordo em autorizar a participação do menor cujo nome está acima, a participar voluntariamente da pesquisa. Autorizo, por meio do presente termo, que o professor Robson Aparecido Ramos Rocha utilize integralmente ou em partes dos registros em áudio, vídeo e escritos para fins de pesquisa acadêmica, podendo divulgá-los em publicações científicas, com a condição de que estará garantido o direito ao anonimato. Fica ainda autorizada, de livre e espontânea vontade, para os mesmos fins, a acessão de direitos de veiculação, não recebendo para tanto qualquer tipo de remuneração.

Ortigueira, _________ de________________________ de 2019.

____
Assinatura do responsável

APÊNDICE B: TERMO DE AUTORIZAÇÃO DO COLÉGIO

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA REALIZAÇÃO DA PESQUISA

Senhor diretor,

Eu, Robson Aparecido Ramos Rocha, RG Nº 10.570.088-1, estudante do Programa de Mestrado Profissional em Ensino da Matemática, UTFPR, Câmpus Londrina/Cornélio Procópio e professor de Matemática e Química no Colégio Estadual do Campo Dr. Teotônio Vilella, venho por meio deste, solicitar autorização para a realização da pesquisa sobre Modelagem Matemática e experimentação no referido colégio.

A pesquisa será conduzida na 2ª série do Ensino Médio e terá a participação dos estudantes no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com experimentação. A coleta de que subsidiará a pesquisa será realizada por meio de gravações de áudio e visual e registros escritos dos estudantes, sendo assegurado o sigilo a identidade dos participantes.

A pesquisa esta sendo desenvolvida sob orientação da professora Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva. Em caso de dúvida a equipe pedagógica do colégio poderá entrar em contato com a orientadora pelo e-mail karinasilva@utfpr.edu.br.

Ortigueira, _________ de ________________de 2019.

___

Nome completo e assinatura do diretor

APÊNDICE C: TEXTO PARA INTRODUÇÃO DA ATIVIDADE "CONDENSAÇÃO DA ÁGUA"

CONDENSAÇÃO

A transição de um material do estado gasoso para o líquido é chamada de **condensação**, uma transformação física exotérmica. Quando um gás ou vapor perde energia, suas partículas passam a se agitar cada vez menos até perder características intrínsecas da fase gasosa e se tornar um líquido. Isso acontece quando a temperatura do local é diminuída, quando o composto gasoso encontra uma superfície em temperatura baixa ou ainda quando o material é submetido a pressões extremas. Em outras palavras, condensação é a troca térmica úmida decorrente da mudança do estado gasoso do vapor d'água contido no ar para o estado líquido. Quando o grau higrométrico do ar se eleva a 100%, a temperatura em que ele se encontra é denominada ponto de orvalho e, a partir daí, o excesso de vapor d'água contido no ar se condensa — passa para o estado líquido. A condensação é acompanhada de um dispêndio de energia. A condensação de um litro d'água dissipa cerca de 700 J. Se o ar, saturado de vapor d'água, entra em contato com uma superfície cuja temperatura está abaixo da do seu ponto de orvalho, o excesso de vapor se condensa sobre a superfície, no caso de esta ser impermeável — condensação superficial —, ou pode condensar-se no interior da parede, caso haja porosidade. A condensação superficial passageira não ocorre quando as temperaturas do corpo e do ambiente estão em equilíbrio térmico. Torna-se problemática quando se dá em paredes e principalmente em coberturas de baixa resistência térmica. Um meio para evitar a condensação superficial consiste na eliminação do vapor d'água pela ventilação.

Fonte: Adaptado de: Manual de conforto térmico (FROTA; SCHIFFER, 2001, p. 36).

Tabela do Ponto de Orvalho

		Temperatura do ar (°C)									
		-5	0	5	10	15	20	25	30	35	40
Umidade Relativa do Ar (%)	90	-6,5	-1,0	3,5	8,5	13,5	18,5	23,5	28,0	33,0	38,5
	85	-7,5	-2,0	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,0	32,0	37,5
	80	-8,0	-3,0	2,0	6,5	11,5	16,5	21,0	26,0	31,0	36,0
	75	-8,5	-3,5	1,0	5,5	10,5	15,5	20,0	25,0	30,0	35,0
	70	-9,5	-4,5	0,0	4,5	9,0	14,5	19,0	23,5	28,0	33,5
	65	-10,0	-5,5	-1,0	3,0	8,0	13,0	17,5	22,0	27,0	32,0
	60	-11,0	-6,5	-2,0	2,0	7,0	12,0	16,5	20,5	25,5	30,5
	55	-11,5	-7,5	-3,0	1,0	5,5	10,5	15,0	19,5	24,0	29,0
	50	-13,0	-8,5	-4,5	-0,5	4,0	9,0	13,5	18,0	22,5	27,0
	45	-14,5	-9,5	-6,0	-1,5	2,5	7,0	12,0	16,0	20,5	25,5
	40	-16,0	-11,0	-7,5	-3,5	1,0	5,5	9,5	14,0	18,0	23,0
	35	-18,0	-12,0	-8,5	-5,0	-1,0	3,0	7,5	12,0	16,5	21,0
	30	-19,0	-14,5	-10,5	-7,0	-3,0	1,5	5,5	9,5	13,5	18,0

Fonte: https://static.weg.net/medias/downloadcenter/h13/hbd/ponto-de-orvalho_rev02_2016.pdf

Também é possível acessar uma calculadora do ponto de orvalho em:
http://toolsmeteofogo.blogspot.com/p/ponto-de-orvalho.html

APÊNDICE D: TEXTO PARA INTRODUÇÃO DA ATIVIDADE “QUEM PERDE CALOR MAIS RÁPIDO?”

POR QUE SE USA SAL PARA DERRETER O GELO NAS ESTRADAS?

Fonte: https://www.marquecomx.com.br/2017/03/por-que-se-usa-sal-para-derreter-gelo.html

Em um país onde há neve muita neve e gelo durante o inverno, o departamento de estradas espalha sal na estrada para derreter o gelo. O sal diminui o ponto de congelamento ou de derretimento da água, então, a ideia é aproveitar o ponto de derretimento mais baixo. Entenda, ao jogar sal no gelo faz com que ele derreta, porque a temperatura de fusão (passagem da água do estado sólido para o líquido) diminui. A temperatura de fusão da água é de 0°C, mas, quando se joga sal no gelo, a fusão ocorre a uma temperatura inferior a essa. Segundo o Departamento de Bioquímica da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), essa descoberta foi feita por Farenheit, que concluiu "que a temperatura necessária para congelar uma mistura de água, gelo e sal era de -32°C".

Ou seja, O efeito do sal em diminuir a temperatura de fusão da água é usado nos países onde costuma nevar. O sal é jogado nas ruas e calçadas para derreter o gelo. Esse mesmo efeito pode ser usado para tornar as bebidas mais geladas. A água líquida conduz melhor o calor do que o gelo. Além disso, o líquido resultante da mistura de gelo e sal está a uma temperatura abaixo de 0°C. Tudo isso faz com que a energia térmica da bebida seja "removida" com maior velocidade, tornando a bebida mais gelada em menos tempo.

O gelo se forma quando a temperatura da água chega a 0 °C. Quando você coloca sal, essa temperatura cai: uma solução de 10% de sal congela a -6 °C, e uma solução com 20% de sal congela a -16 °C. Em uma estrada, isso quer dizer que, se espalhar sal no gelo, você pode derretê-lo. O sal se dissolve no gelo e diminui seu ponto de congelamento.

Se alguma vez observar o sal derretendo o gelo, você verá o processo de dissolução – o gelo em volta do grão de sal derrete imediatamente, e o derretimento se espalha daquele ponto. Se a temperatura da estrada for mais baixo do que -9 °C, o sal não terá efeito nenhum, porque o sal sólido não consegue penetrar na estrutura da água para começar o processo de dissolução. Neste caso, espalhar areia sobre o topo do gelo para provocar tração é uma opção melhor.

Quando você está fazendo sorvete, a temperatura em torno da mistura dele precisa ser mais baixa do que 0 °C se você quiser que a mistura congele. O sal misturado ao gelo cria uma salmoura que tem uma temperatura mais baixa do que o 0 °C. Quando você acrescenta sal ao gelo, diminui a temperatura de derretimento para -17 °C ou algum assim. A salmoura é tão fria que ela congela o sorvete facilmente.

Disponível em: https://www.marquecomx.com.br/2017/03/por-que-se-usa-sal-para-derreter-gelo.html. Acesso em: 01 dez. de 2019.

ANEXOS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

Ficha de Avaliação de Produto/Processo Educacional

Adaptado de: Rizzatti, I. M. *et al*. Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/12657. Acesso em 14 de dezembro de 2020.

Instituição de Ensino Superior	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Programa de Pós-Graduação	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT)
Título da Dissertação	Uma análise semiótica da comunicação em atividades de modelagem matemática com experimentação
Título do Produto/Processo Educacional	Modelagem Matemática e Experimentação: sugestões ao professor
Autores do Produto/Processo Educacional	**Discente**: Robson Aparecido Ramos Rocha
	Orientador/Orientadora: Karina Alessandra Pessoa da Silva
	Outros (se houver):
Data da Defesa	26/03/2021

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL (PE)	
Esta ficha de avaliação deve ser preenchida pelos membros da banca do exame de defesa da dissertação e do produto/processo educacional. Deve ser preenchida uma única ficha por todos os membros da banca, que decidirão conjuntamente sobre os itens nela presentes.	
Aderência: avalia-se se o PE apresenta ligação com os temas relativos às linhas de pesquisas do Programa de Pós-Graduação. *Apenas um item pode ser marcado. Linhas de Pesquisa do PPGMAT: *L1: Formação de Professores e Construção do Conhecimento Matemático* (abrange discussões e reflexões acerca da formação inicial e em serviço dos professores que ensinam Matemática, bem como o estudo de tendências em Ensino de Matemática, promovendo reflexões críticas e analíticas a respeito das potencialidades de cada uma no processo de construção do conhecimento matemático nos diferentes níveis de escolaridade); *L2: Recursos Educacionais e Tecnologias no Ensino de Matemática* (trata da análise e do desenvolvimento de recursos educacionais para os processos de ensino e de aprendizagem matemática, atrelados aos aportes tecnológicos existentes).	( ) Sem clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT. (X) Com clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.

Aplicação, aplicabilidade e replicabilidade: refere-se ao fato de o PE já ter sido aplicado (mesmo que em uma situação que simule o funcionamento do PE) ou ao seu potencial de utilização e de facilidade de acesso e compartilhamento para que seja acessado e utilizado de forma integral e/ou parcial em diferentes sistemas. *Apenas um item pode ser marcado. A propriedade de aplicação refere-se ao processo e/ou artefato (real ou virtual) e divide-se em três níveis: 1) aplicável – quando o PE tem potencial de utilização direta, mas não foi aplicado; 2) aplicado – quando o PE foi aplicado uma vez, podendo ser na forma de um piloto/protótipo; 3) replicável – o PE está acessível e sua descrição permite a utilização por outras pessoas considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação. Para o curso de Mestrado Profissional, o PE deve ser aplicável e é recomendado que seja aplicado.	( ) PE tem características de aplicabilidade, mas não foi aplicado durante a pesquisa. ( ) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e não tem potencial de replicabilidade. (X) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação). ( ) PE foi aplicado em diferentes ambientes/momentos e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).
Abrangência territorial: refere-se a uma definição da abrangência de aplicabilidade ou replicabilidade do PE (local, regional, nacional ou internacional). Não se refere à aplicação do PE durante a pesquisa, mas à potencialidade de aplicação ou replicação futuramente. *Apenas um item pode ser marcado e a justificativa é obrigatória.	( ) Local ( ) Regional (X) Nacional ( ) Internacional Justificativa (*obrigatória*): Consideramos que a abrangência do PE é nacional por poder ser utilizado em qualquer local do país, sua disponibilidade é de fácil acesso, com materiais acessíveis para a realização da experimentação. Além de estar escrito em língua portuguesa.
Impacto: considera-se a forma como o PE foi utilizado e/ou aplicado no sistema relacionado à prática profissional do discente (não precisa ser, necessariamente, em seu local de trabalho). *Apenas um item pode ser marcado.	( ) PE não utilizado no sistema relacionado à prática profissional do discente (esta opção inclui a situação em que o PE foi utilizado e/ou aplicado em um contexto simulado, na forma de protótipo/piloto). (X) PE com aplicação no sistema relacionado à prática profissional do discente.
Área impactada *Apenas um item pode ser marcado.	( ) Econômica; ( ) Saúde; (X) Ensino; ( ) Cultural; ( ) Ambiental; ( ) Científica; ( ) Aprendizagem.
Complexidade: compreende-se como uma propriedade do PE relacionada às etapas de	(X) O PE foi concebido a partir de experiências, observações e/ou práticas do discente, de modo atrelado à

elaboração, desenvolvimento e/ou validação do PE. *Podem ser marcados nenhum, um ou vários itens.	questão de pesquisa da dissertação. ( ) A metodologia apresenta clara e objetivamente, no texto da dissertação, a forma de elaboração, aplicação (se for o caso) e análise do PE. ( ) Há, no texto da dissertação, uma reflexão sobre o PE com base nos referenciais teóricos e metodológicos empregados na dissertação. ( ) Há, no texto da dissertação, apontamentos sobre os limites de utilização do PE.
Inovação: considera-se que o PE é inovador, se foi criado a partir de algo novo ou da reflexão e modificação de algo já existente revisitado de forma inovadora e original. A inovação não deriva apenas do PE em si, mas da sua metodologia de desenvolvimento, do emprego de técnicas e recursos para torná-lo mais acessível, do contexto social em que foi utilizado ou de outros fatores. Entende-se que a inovação (tecnológica, educacional e/ou social) no ensino está atrelada a uma mudança de mentalidade e/ou do modo de fazer de educadores.	( ) PE de alto teor inovador (desenvolvimento com base em conhecimento inédito). (X) PE com médio teor inovador (combinação e/ou compilação de conhecimentos preestabelecidos). ( ) PE com baixo teor inovador (adaptação de conhecimentos existentes).

Membros da banca examinadora de defesa

Nome	**Instituição**
Karina Alessandra Pessoa da Silva	UTFPR – Londrina
Daiany Cristiny Ramos	UNOPAR
Elaine Cristina Ferruzzi	UTFPR – Londrina