

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COECI - COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

MAIARA CRISTINA CHEBBAN

**PROJETO E ANÁLISE DE ESCADA HELICOIDAL EM CONCRETO
ARMADO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TOLEDO

2019

MAIARA CRISTINA CHEBBAN

**PROJETO E ANÁLISE DE ESCADA HELICOIDAL EM CONCRETO
ARMADO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel, do curso de Engenharia Civil, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Rodnny Jesus M. Fakhye

TOLEDO

2019



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Toledo
Coordenação do Curso de Engenharia Civil



TERMO DE APROVAÇÃO

Título do Trabalho de Conclusão de Curso de Nº 204

Projeto e análise de escada helicoidal em concreto armado

por

Maiara Cristina Chebban

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 10:20 h do dia **06 de Junho de 2019** como requisito parcial para a obtenção do título **Bacharel em Engenharia Civil**. Após deliberação da Banca Examinadora, composta pelos professores abaixo assinados, o trabalho foi considerado **APROVADO**.

Prof. Dr. Gustavo Savaris
(UTFPR – TD)

Prof. Dr. Lucas Boabaid Ibrahim
(UTFPR – TD)

Prof. Dr. Rodnny J. M. Fakhye
(UTFPR – TD)
Orientador

Visto da Coordenação
Prof. Dr. Fulvio Natecio Feiber
Coordenador da COECI

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.

Aos meus pais, que não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida. Sem eles eu nada seria.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente à Deus, pelo dom da vida que me foi dado.

À esta universidade, todo seu corpo docente, administração e direção que tornaram possível a realização deste trabalho e minha formação.

Ao meu orientador, Professor Dr. Rodnny Jesus M. Fakhye, pela oportunidade de trabalhar o tema com ele, pelo suporte oferecido e pelas suas correções.

Aos membros da banca examinadora, pelo tempo e atenção dedicados e este estudo.

Ao meu namorado, pelo apoio e ajuda com traduções, quando necessário.

Aos meus pais, pelo amor, incentivo e apoio incondicional.

À todas as pessoas que cruzaram a minha vida dentro da comunidade acadêmica, contribuindo direta ou indiretamente na conclusão deste trabalho.

RESUMO

CHEBBAN, Maiara C.; Projeto e análise de escada helicoidal em concreto armado. 2019. 84 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Curso de Graduação em Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, 2019.

Escadas helicoidais são estruturas muito apreciadas na arquitetura. Devido à grande complexidade de dimensionamento, engenheiros devem analisá-las de forma cuidadosa, a fim de garantir a segurança da estrutura, avaliando corretamente a influência dos esforços envolvidos. Este trabalho compara dois métodos de dimensionamento de escadas helicoidais formadas por uma viga central de concreto armado e degraus sobrepostos a esta, de forma a avaliá-los e entender suas diferenças quando submetidas a cargas estáticas. Os métodos de dimensionamento utilizados foram de G. Prudon e de José Milton de Araújo, definindo-se, primeiramente os limites dimensionais aceitáveis de uma escada helicoidal. Escolheu-se uma escada com uma geometria usual de obras comerciais, onde o pé direito costuma ser mais elevado, com altura de 7 metros, desenvolvimento em planta baixa de 360° e largura de 1,6 metros, com o intuito de evitar resultados com taxas de armadura mínima. Definida a geometria, aplicou-se o carregamento distribuído recomendado pela NBR6120/1980 ao longo do centróide da seção transversal da viga helicoidal para o estado limite último, a fim de obter as solicitações de cada método. A partir das solicitações, dimensionou-se a armadura longitudinal de flexão por ábacos de roseta. Já a armadura longitudinal de torção e a armadura transversal foram dimensionadas de acordo com as recomendações da NBR6118/2007. Os métodos se mostraram bastantes semelhantes em seus resultados, mas o método que apresentou menor taxa de armadura foi o de G. Prudon, sendo de 2,70%.

Palavras-chave. Escada helicoidal. Viga helicoidal. Concreto armado.

ABSTRACT

CHEBBAN, Maiara C.; Design and analysis of helical staircase in reinforced concrete. 2019. 84 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Curso de Graduação em Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, 2019.

Helical staircases are very appreciated structures in architecture. Due to the great complexity of design, engineers must analyze them carefully in order to ensure the safety of the structure, correctly evaluating the influence of the efforts involved. This paper compares two empirical methods of design of helical staircases formed by a central beam of reinforced concrete and steps overlapping it, in order to evaluate them and understand their differences when subjected to static loads. The design methods used were those of G. Prudon and José Milton de Araújo, defining, first, the acceptable dimensional limits of a helical staircase. The staircase was chosen with a usual geometry of commercial works, where the ceiling height is usually higher, with a height of 7 meters, a 360 ° floor plan and width of 1.6 meters, in order to avoid results with minimum reinforcement rates. Once the geometry was defined, the distributed load recommended by NBR6120/1980 was applied along the centroid of the cross section of the helical beam to the ultimate limit state, in order to obtain the demands of each method. From the loads, the longitudinal flexural reinforcement was designed by rosette abacuses. The torsional longitudinal reinforcement and the transverse reinforcement were dimensioned according to the recommendations of NBR6118/2007. The methods were quite similar in their results, but the method that presented the lowest armature rate was that of G. Prudon, being 2.70%.

Keywords. Helical staircase. Helical beam. Reinforced concrete.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – ESCADA HELICOIDAL COM VIGA EM CONCRETO ARMADO, DEGRAUS EM CONCRETO E CORRIMÃO MISTO DE VIDRO E INOX.....	13
FIGURA 2 – REPRESENTAÇÃO TRIDIMENSIONAL DA FORMA HELICOIDAL.....	14
FIGURA 3 – SUPERFÍCIE HELICOIDAL FORMADA PELA VARIÁVEL u	16
FIGURA 4 – SUPERFÍCIE HELICOIDAL FORMADA PELA VARIAÇÃO DE $u > 0$	16
FIGURA 5 – REPRESENTAÇÃO DAS DIMENSÕES DO PISO OU COMPRIMENTO DO DEGRAU E ESPELHO OU ALTURA DO DEGRAU DE UMA ESCADA.....	17
FIGURA 6 – PROJEÇÃO DO EIXO DA VIGA HELICOIDAL REPRESENTADA EM PLANTA BAIXA.....	19
FIGURA 7 – REPRESENTAÇÃO DAS DIMENSÕES DA ESCADA EM CORTE LONGITUDINAL.....	22
FIGURA 8 – PLANTA BAIXA DO MODELO DE ARAÚJO DE ESCADA HELICOIDAL SUSTENTADA POR VIGA CURVA.....	28
FIGURA 9 – PROJEÇÃO DA VIGA HELICOIDAL EM PLANTA BAIXA POR ARAÚJO.....	29
FIGURA 10 – PROJEÇÃO DE VIGA HELICOIDAL EM PLANTA BAIXA POR GUERRIN E LAVAU.....	32
FIGURA 11 – REPRESENTAÇÃO DAS DIMENSÕES DOS COBRIMENTOS C_1 E ESPESSURAS t DA SEÇÃO TRANSVERSAL DA VIGA.....	36
FIGURA 12 – ESCADA SUBINDO EM SENTIDO ANTI-HORÁRIO.....	42
FIGURA 13 – DIMENSÕES DA ESCADA E SEUS RAIOS EM PLANTA BAIXA, MEDIDAS EM CENTÍMETROS.....	44
FIGURA 14 – DIMENSÕES EM CORTE LONGITUDINAL NO EIXO DA VIGA, MEDIDAS EM METROS.....	45

FIGURA 15 – DIMENSÕES DA VIGA DE SUSTENTAÇÃO E DOS DEGRAUS EM CORTE LONGITUDINAL, MEDIDAS EM METROS.....	46
FIGURA 16 – COMPRIMENTO E LARGURA DOS DEGRAUS EM PLANTA BAIXA, MEDIDAS EM CENTÍMETROS.....	46
FIGURA 17 – DIMENSÕES DA ESCADA E SEUS ELEMENTOS EM CORTE TRANSVERSAL, MEDIDAS EM CENTÍMETROS.....	47
FIGURA 18 – DIVISÃO DA VIGA HELICOIDAL EM 17 PONTOS EQUIDISTANTES.....	51
FIGURA 19 – SEÇÃO TRANSVERSAL DA VIGA HELICOIDAL COM REPRESENTAÇÃO DOS EIXOS EM TORNO DO CENTRÓIDE, MEDIDAS EM CENTÍMETROS.....	53
FIGURA 20 – GRÁFICO DOS RESULTADOS DE MOMENTO FLETOR M_x PELO MÉTODO DE ARAÚJO.....	57
FIGURA 21 – GRÁFICO DOS RESULTADOS DE MOMENTO TORÇOR T PELO MÉTODO DE ARAÚJO.....	57
FIGURA 22 – GRÁFICO DOS RESULTADOS DE MOMENTO LATERAL M_l PELO MÉTODO DE ARAÚJO.....	58
FIGURA 23 – GRÁFICO DOS RESULTADOS DE MOMENTO FLETOR M_x PELO MÉTODO DE G. PRUDON.....	60
FIGURA 24 – GRÁFICO DOS RESULTADOS DE MOMENTO TORÇOR M_y PELO MÉTODO DE G. PRUDON.....	60
FIGURA 25 – DIMENSÕES DA SEÇÃO VAZADA EQUIVALENTE.....	62
FIGURA 26 – GRÁFICO DO MOMENTO FLETOR M_x PARA OS MÉTODOS DE ARAÚJO E G. PRUDON, SOBREPOSTOS EM COMPARATIVO.....	71
FIGURA 27 – GRÁFICO DO MOMENTO TORÇOR PARA OS MÉTODOS DE ARAÚJO E G. PRUDON, SOBREPOSTOS PARA ANÁLISE COMPARATIVA.....	71

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 –	COEFICIENTE DE PONDERAÇÃO DAS AÇÕES PERMANENTES DIRETAS CONSIDERADAS SEPARADAMENTE.....	26
TABELA 2 –	CAPACIDADE MECÂNICA EM kN PARA ARMADURAS COM AÇO CA-50.....	34
TABELA 3 –	VALORES DE ρ_{min} (%) PARA O AÇO CA-50 E SEÇÃO RETANGULAR.....	35
TABELA 4 –	VALORES DE $\rho_{w,min}$ (%) PARA O AÇO CA-50.....	38
TABELA 5 –	ÁREA DE SEÇÃO DE ARMADURA A_{sw} (cm ² /m) PARA ESTRIBOS DE DOIS RAMOS.....	41
TABELA 6 –	DIMENSÕES FINAIS ADOTADAS PARA A ESCADA.....	47
TABELA 7 –	SOLICITAÇÕES M_x , M_y , T, M_I E V POR J. M. DE ARAÚJO.....	56
TABELA 8 –	SOLICITAÇÕES M_x , M_y E V POR G. PRUDON.....	59
TABELA 9 –	ÁREAS DE AÇO PELO MÉTODO DE ARAÚJO.....	65
TABELA 10 –	TAXA DE ARMADURA ρ_s PELO MÉTODO DE ARAÚJO.....	66
TABELA 11 –	ÁREAS DE AÇO PELO MÉTODO DE G. PRUDON.....	69
TABELA 12 –	TAXA DE ARMADURA ρ_s PELO MÉTODO DE G. PRUDON....	70
TABELA 13 –	FORÇA CORTANTE PARA OS MÉTODOS DE ARAÚJO E G. PRUDON, CONSIDERADA NAS EXTREMIDADES DA VIGA HELICOIDAL.....	72
TABELA 14 –	COMPARATIVO ENTRE AS TAXAS DE ARMADURA PARA OS MÉTODOS DE ARAÚJO E G. PRUDON.....	72

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
1.1. JUSTIFICATIVA.....	11
1.2. OBJETIVOS.....	12
1.2.1. Objetivo Geral.....	12
1.2.2. Objetivos Específicos.....	12
2. ESCADAS HELICOIDAIS DE CONCRETO ARMADO	13
2.1. A FORMA HELICOIDAL.....	14
2.2. TERMINOLOGIA.....	16
2.3. DIMENSÕES ACEITÁVEIS.....	17
2.4. CARGAS ATUANTES.....	19
2.4.1. Cargas Permanentes.....	20
2.4.1.1. Peso próprio dos degraus e da viga de sustentação.....	20
2.4.1.2. Peso próprio do revestimento.....	22
2.4.1.3. Peso próprio do parapeito.....	23
2.4.2. Cargas Acidentais.....	24
2.4.2.1. Cargas acidentais nos degraus.....	24
2.4.2.2. Carga no parapeito.....	24
2.4.3. Combinação de Ações.....	25
3. MATERIAIS E MÉTODOS	28
3.1. ESTUDO DE CASO.....	28
3.1.1. Método Proposto por J. M. de Araújo.....	28
3.1.2. Método de G. Prudon.....	30
3.2. ARMADURA.....	32
3.2.1. Armadura Longitudinal.....	32
3.2.2. Armadura Transversal.....	38
4. MODELAGEM GEOMÉTRICA	42
5. DIMENSIONAMENTO DA VIGA DE SUSTENTAÇÃO	49
5.1. CARREGAMENTO ADOTADO.....	49
5.2. SOLICITAÇÕES.....	51
5.2.1. Método Proposto por J. M. de Araújo.....	52

5.2.2. Método de G. Prudon.....	58
5.3. TAXA DE ARMADURA.....	61
5.3.1. Método Proposto por J. M. De Araújo.....	62
5.3.2. Método de G. Prudon.....	66
5.4. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS.....	70
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	73
REFERÊNCIAS.....	74

1. INTRODUÇÃO

Um dos elementos funcionais mais importantes de um edifício, seja residencial ou comercial, alto ou baixo, é a sua escada. É uma série de degraus conectando adjacentes andares de um edifício para o transporte de pessoas e mercadorias de andar em andar. No caso de uma emergência, como um incêndio, o uso da escada se torna imprescindível.

Uma escada não é apenas importante do ponto de vista funcional, mas fornece uma ampla variedade para o uso da criatividade dos arquitetos. Entre os variados tipos, a escada helicoidal tem uma aparência grandiosa e fascinante do ponto de vista arquitetônico. Por este motivo, as escadas helicoidais são cada vez mais utilizadas em muitos edifícios importantes pelo mundo. Essa estrutura possui uma caixa ou limite externo que circunscreve o volume ocupado com formato cilíndrico, tendo então, em planta, formato circular.

No entanto, devido à complexa configuração geométrica, a análise e o projeto de lajes de escadas helicoidais são mais difíceis do que o tipo de escadas simples. Portanto, as abordagens são baseadas em diferentes idealizações e suposições, o que resulta em projeto aproximado e conservador.

Assim, no campo prático, o uso crescente de lajes de escadas helicoidais exigiu o desenvolvimento de análises simplificadas de projeto.

1.1. JUSTIFICATIVA

O desenvolvimento deste trabalho se deu pelo fato da dificuldade de encontrar, nas bibliografias nacionais, métodos de dimensionamento de escadas helicoidais de concreto armado de forma didática e completa. As referências encontradas do assunto expõem as considerações de uma forma simplificada, com explicações inconclusivas, sem exemplificações, que dificultam o entendimento.

A complexidade do assunto também foi um fator de motivação para a realização deste trabalho, uma vez que estruturas desse tipo são bastante usadas e

precisam ser bem compreendidas e dimensionadas a fim de garantir segurança além da estética.

1.2. OBJETIVOS

Os objetivos da pesquisa estão divididos em geral e específicos e estão descritos a seguir.

1.2.1. Objetivo Geral

O presente trabalho tem por objetivo o estudo de métodos de projeto e dimensionamento de escadas helicoidais em concreto armado.

1.2.2. Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são:

- Desenvolver a análise estática de um modelo de escada helicoidal, por dois métodos de dimensionamento e comparar os resultados obtidos.
- Apontar as vantagens e desvantagens na utilização de cada método.
- Comprovar a validade dos métodos estudados.

2. ESCADAS HELICOIDAIS DE CONCRETO ARMADO

As escadas helicoidais, além da sua funcionalidade óbvia de ligar dois espaços em níveis diferentes, podem ser utilizadas para economizar valiosos metros quadrados em ambientes pequenos, pois ocupa uma área menor em relação às escadas convencionais. Além do mais, elas podem configurar mais sofisticação ao ambiente, executadas nos mais diversos modelos, com design simples, modernos ou mais sofisticados e em variados materiais (BANGASH, BANGASH. 1999, p. 210)

A Figura 1 ilustra uma escada com viga helicoidal em concreto armado, degraus em concreto e corrimão em inox com vidro.



Figura 1 – Escada helicoidal com viga em concreto armado, degraus em concreto e corrimão misto de vidro e inox

Disponível em: <<http://vidrado.com/noticias/decoracao-e-design/modernos-projetos-de-escada-caracol-em-vidro-e-inox/>>. Acesso em: 20 ago. 2018, 19:47.

A história revela que a primeira laje da escada helicoidal foi construída em 1908. Foi projetada como uma mola helicoidal aberta em espiral, primeiramente como um elemento submetido à torção. Contudo, pesquisas posteriores indicaram que esse tipo de estrutura também carrega forças de flexão e cisalhamento.

As lajes de escadas helicoidais, até agora, foram analisadas e desenhadas com base em duas diferentes abordagens básicas.

Em uma primeira abordagem, Bergman (1956 apud WADUD, 2002, p. 3) a considerou como um feixe curvo de extremidades fixas. Nessa abordagem, a solução mais simples é produzida reduzindo-se o helicóide à sua projeção horizontal e resolvendo-o em um feixe curvo de extremidade fixa. Assim, a estrutura é idealizada como uma estrutura bidimensional.

De acordo com Bangash e Bangash (1999, p. 211), numa segunda abordagem, Morgan (1960) e Cohen (1964) consideraram o helicóide como uma viga helicoidal tridimensional. Aqui, o helicóide é reduzido a seu eixo com a mesma rigidez que a estrutura original. Mas essa simplificação negligencia a ação da laje do helicóide e também assume que a rigidez de flexão e a rigidez à torção de uma viga entortada são as mesmas que as de um feixe reto.

Uma avaliação comparativa das duas abordagens mostrou que a solução de feixe curvo leva a uma estimativa mais conservadora das forças.

2.1. A FORMA HELICOIDAL

A forma helicoidal é matematicamente determinada em um espaço tridimensional. O formato é dado por um movimento de rotação e outro de translação, ambos referentes a um determinado ponto. A Figura 2 apresenta esta situação, na qual a hélice é formada na superfície de um cilindro de raio a , gerado pela rotação da reta vertical V em torno do eixo Z (CARMO, 2010)

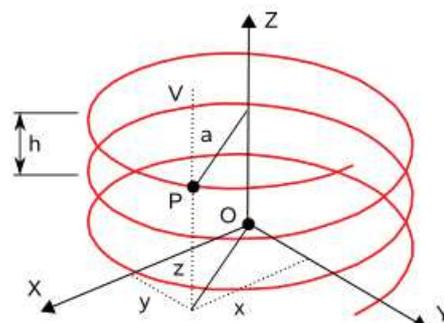


Figura 2 – Representação tridimensional da forma helicoidal
Disponível em: <https://www.mspc.eng.br/dir10/helix_helc_transp.php>. Acesso em: 25 ago. de 2018, 20:32.

Dessa definição, pode-se deduzir uma forma paramétrica da hélice, representada pela Equação (1):

$$\begin{aligned}x &= a \cdot \cos t \\y &= a \cdot \sin t \\z &= b \cdot t\end{aligned}\tag{1}$$

Em que:

a = raio da hélice.

Segundo Carmo (2010) a altura h é definida como a distância vertical percorrida para uma rotação completa. A velocidade angular é $\omega = 1$, o período é igual a $2\pi / \omega = 2\pi$. O deslocamento vertical é dado por $h = z = bt = b2\pi$. Ou $b = h/2\pi$. Assim, o parâmetro b fica definido pela Equação (2):

$$b = \frac{h}{2\pi}\tag{2}$$

Se o raio a é substituído por uma variável u , tem-se então uma superfície formada por uma infinita sequência de hélices de mesmo passo, ou seja, as equações paramétricas da helicóide (CARMO, 2010):

$$\begin{aligned}x &= u \cdot \cos v \\y &= u \cdot \sin v \\z &= b \cdot v\end{aligned}\tag{3}$$

A constante b continua na forma:

$$b = \frac{h}{2\pi}\tag{4}$$

A variável u , definindo um intervalo de valores, possibilita a formação de uma superfície helicoidal, semelhante à da Figura 3:

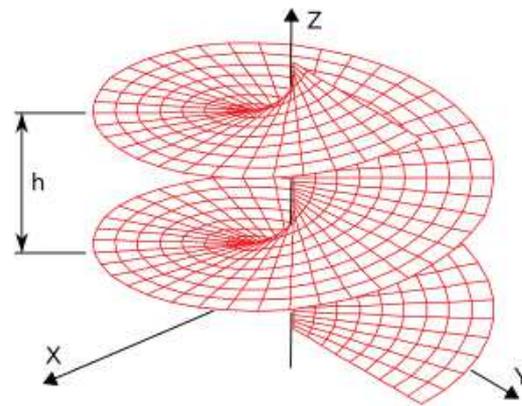


Figura 3 – Superfície helicoidal formada pela variável u
Disponível em: <https://www.mspc.eng.br/dir10/helix_helc_transp.php>. Acesso em: 25 ago. 2018, 20:53.

Analisando os limites das variáveis, observa-se que para $u = 0$ a superfície formada toca o eixo central, formando um helicóide sem abertura no centro. Caso seja $u > 0$, então a superfície formada apresenta a abertura central, como mostrado na Figura 4 (CARMO, 2010).

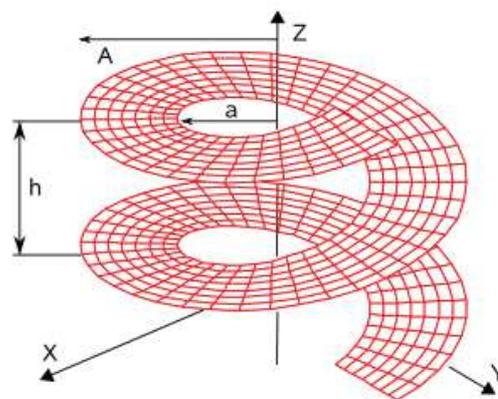


Figura 4 – Superfície helicoidal formada pela variação de $u > 0$
Disponível em: <https://www.mspc.eng.br/dir10/helix_helc_transp.php>. Acesso em: 25 ago. 2018, 21:34.

2.2. TERMINOLOGIA

Para Guerrin e Lavaur (2002, p.332, grifo do autor), uma escada é composta por certa quantidade de **degraus** que podem ser apoiados sobre uma viga helicoidal, chamada **viga de sustentação**. Quando em corte vertical, temos cada degrau definido por seu comprimento, chamado de **piso** e, sua altura, chamada de **espelho**, como ilustra a Figura 5:

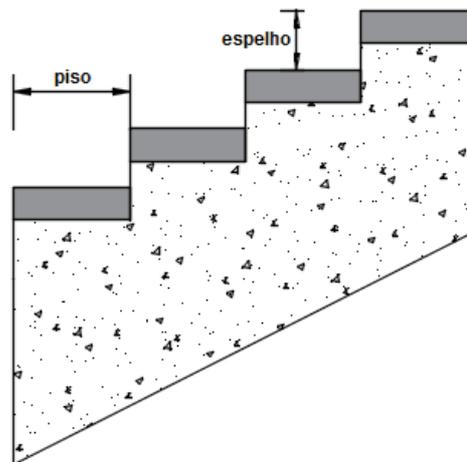


Figura 5 – Representação das dimensões do piso ou comprimento do degrau e espelho ou altura do degrau de uma escada
Fonte: Autoria própria.

A parede que limita a escada chama-se **caixa de escada**, compreendendo o volume circunscrito à escada. Quando projetada horizontalmente, a escada helicoidal deixa no meio um espaço chamado **vão de escada**, que pode ser nulo ou grande o suficiente para se instalar um elevador. A borda que limita a escada do lado do vão é chamada de **gola** e a curva descrita por uma pessoa subindo a escada, supostamente a 50 cm da gola, denomina-se linha **de rasto**.

Os autores também definem o **desvão** como sendo a altura livre existente acima da aresta de um degrau, um **lance de escada** como uma sequência ininterrupta de degraus. Por fim, do lado do vazio, os lances e patamares são dotados de um **corrimão** (GUERRIN; LAVAUUR, 2002, p. 332, grifo do autor).

2.3. DIMENSÕES ACEITÁVEIS

De acordo com o uso, determinam-se suas dimensões aceitáveis de uma escada. As escadas helicoidais, devido ao seu custo elevado de produção e sua beleza, normalmente não são utilizadas como secundárias ou de serviço, sendo atribuídas a residências, hotéis e outros edifícios de alto padrão.

De acordo com Araújo (2010, p. 66-67), as dimensões dos degraus devem garantir tanto segurança quanto comodidade aos usuários, sugerindo que o comprimento situe-se entre 26 e 32 cm e a altura entre 16 e 19 cm, com uma largura

usual de 1,2 m, considerando escadas residenciais, podendo variar com sua usabilidade.

Guerrin e Lavour (2002, p. 332) indicam que o valor mínimo de desvão seja de 190 cm. Afirmam ainda que (p. 335), os construtores admitem sempre a existência necessária de uma relação entre o piso e o espelho dos degraus. A relação mais corrente é a de Blondel, representada pela Equação (5):

$$g_d + 2 h_d = m \quad (5)$$

Em que:

g_d = comprimento dos degraus na linha de rasto (m);

h_d = altura dos degraus (m);

m = 0,59 (escadas residenciais) a 0,66 (locais públicos).

Conhecendo-se a altura H a ser vencida pela escada e a altura h_d do degrau, o número n de degraus é dado pela Equação (6) (GUERRIN; LAVOUR, 2002, p. 333):

$$n = \frac{H}{h_d} \quad (6)$$

Em que:

H = altura a ser vencida pela escada (m).

Porém, o n encontrado normalmente é um número não inteiro. Adota-se então um valor inteiro n' imediatamente superior ou inferior ao número n obtido. A altura dos degraus será então, dada pela Equação (7) (GUERRIN; LAVOUR, 2002, p. 333):

$$h_d = \frac{H}{n'} \quad (7)$$

Guerrin e Lavour (2002, p. 333) ainda apresentam um meio para se calcular o comprimento da linha de rasto a partir da Equação (8):

$$L_{LR} = g_d (n' - 1) \quad (8)$$

Em que:

L_{LR} = comprimento da linha de rasto (m);

g_d = comprimento dos degraus na linha de rasto (m);

n' = número de degraus.

Araújo (2010b, p. 97), afirma que a inclinação de uma escada curva helicoidal, em radianos, é dada pela Equação (9):

$$\tan \alpha = \frac{H}{2 R \beta} \quad (9)$$

Onde:

α = inclinação da escada (rad);

H = altura da escada (m);

R = raio da viga helicoidal (m), no eixo de simetria, em projeção no plano horizontal;

2β = ângulo total abertura (rad), em projeção no plano horizontal, conforme Figura 6.

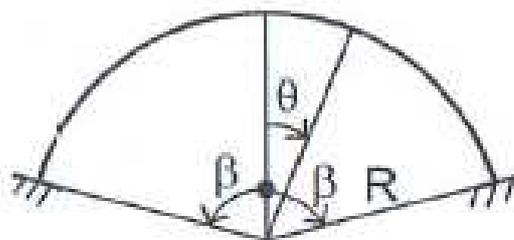


Figura 6 – Projeção do eixo da viga helicoidal representado em planta baixa
 Fonte: ARAÚJO, 2010, p. 97

2.4. CARGAS ATUANTES

Segundo a NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 1), as cargas atuantes no projeto de estruturas de edificações, que incluem as escadas, podem ser classificadas em duas categorias: permanentes e acidentais.

De acordo com a NBR 8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 2), dá-se o conceito de tais ações como:

- a) ações permanentes: ações que ocorrem com valores constantes ou de pequena variação em torno de sua média, durante praticamente toda a vida da construção. A variabilidade das ações permanentes é medida num conjunto de construções análogas;
- b) ações variáveis: ações que ocorrem com valores que apresentam variações significativas em torno de sua média, durante a vida da construção;

Araújo (2010, p. 68) indica, entre estas, as que se relacionam diretamente às escadas:

Dentre as cargas permanentes estão incluídos o peso próprio, o revestimento e o peso dos parapeitos. As cargas acidentais são uniformemente distribuídas sobre a superfície da escada. Além disso, a NBR 6120 exige a consideração de cargas acidentais aplicadas ao longo dos parapeitos [...].

2.4.1. Cargas Permanentes

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 52) define como permanentes as ações que crescem no tempo e tendem a um valor limite constante, e as ações que possuem valores praticamente constantes ao longo da vida útil da construção. Dentre as cargas permanentes que se relacionam diretamente com a estrutura estão incluídos o peso próprio, o revestimento e o peso dos parapeitos.

2.4.1.1. Peso próprio dos degraus e da viga de sustentação

Quanto maior a densidade dos agregados e maior quantidade de agregados graúdos, maior é a massa específica do concreto. A massa específica do concreto

endurecido depende principalmente das características dos agregados utilizados, como granulometria e método de compactação. O objetivo da compactação é incorporar a maior quantidade possível de agregados por unidade de volume e preencher os vazios deixados pelos mesmos com argamassa. Quanto mais bem compactado, maior será a massa específica do concreto. A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 22) indica que “Se a massa específica real não for conhecida, para efeito de cálculo, pode-se adaptar para concreto simples o valor de 2400 kg/m^3 e para o concreto armado 2500 kg/m^3 ”.

Para Rocha (1985, p. 87), o peso próprio da seção da viga retangular constante, deve ser calculado por metro linear, tomado do eixo de simetria das seções transversais e depois dividido pelo cosseno do ângulo de inclinação da escada para se obter o peso por metro de projeção horizontal do eixo da viga, conforme demonstra a Equação (10):

$$p_v = 25 \frac{h_v}{\cos \alpha} b \quad (10)$$

Onde:

p_v = peso próprio da viga de sustentação (kN/m);

h_v = altura da viga (m);

α = inclinação da escada (rad);

b = base da viga (m).

O peso próprio da escada é avaliado por metro quadrado de projeção horizontal, ou seja, ele é uma carga vertical, tanto para o patamar, quanto para os trechos inclinados (ARAÚJO, 2010b, p. 68). A Equação (11) se refere ao peso próprio dos degraus isolados, por m^2 de projeção horizontal:

$$p_d = 25 h'_d \quad (11)$$

Onde:

p_d = Peso próprio dos degraus (kN/m^2)

h'_d = altura da peça isolada do degrau (m).

Deve-se adicionar ao peso próprio da viga, a parcela correspondente aos apoios dos degraus. Como na Equação (12), considerando a altura média do apoio ao invés da altura projetada da viga, tem-se que:

$$p_a = \gamma_d \frac{h_d}{2} b \quad (12)$$

Em que:

p_a = peso próprio dos apoios dos degraus (kN/m);

γ_d = peso específico do material dos degraus (kN/m³), conforme Figura 7;

h_d = altura dos degraus (m);

b = base da viga (m).

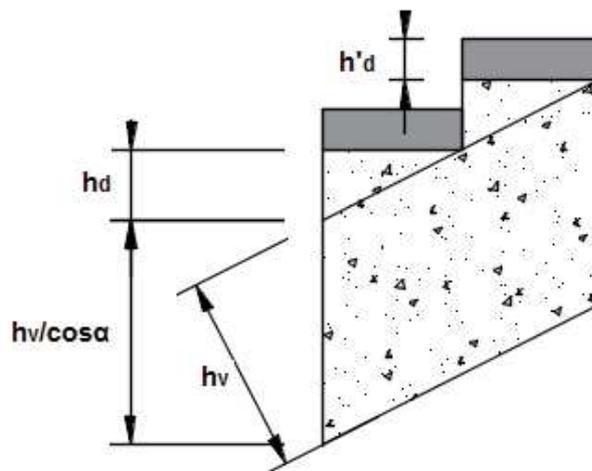


Figura 7 – Representação das dimensões da escada em corte longitudinal
Fonte: Autoria própria.

2.4.1.2. Peso próprio do revestimento

O peso do revestimento também é considerado como uma carga vertical, por metro quadrado de projeção horizontal da escada. O seu valor depende basicamente dos materiais empregados como piso. Conhecendo-se o detalhamento dos degraus, pode-se avaliar o peso do revestimento em função do peso específico dos materiais de construção de acordo com a NBR 6120/1980. Então, o peso do revestimento se dá pela Equação (13) (ARAÚJO, 2010b, p. 68):

$$p_r = \gamma_r e_r \quad (13)$$

Onde:

p_r = peso próprio do revestimento (kN/m²);

γ_r = peso específico do material do revestimento (kN/m³), conforme NBR 6120;

e_r = espessura do revestimento (m).

Em contrapartida, Araújo (2010b, p. 69) salienta que na falta de projeto detalhado dos degraus da escada, pode-se adotar $p_r = 1$ kN/m².

2.4.1.3. Peso próprio do parapeito

Segundo Araújo (2010b, p. 69), quando a escada é apoiada em vigas laterais inclinadas, o parapeito se apoia nessas vigas, não entrando na composição do carregamento da escada. Se a escada não possui vigas laterais, como o caso da escada helicoidal em estudo, o peso do parapeito é considerado na viga central. A escada estudada nesse trabalho possui ambos os lados livres e tem-se desta forma, dois parapeitos dispostos ao longo das extremidades dos degraus.

O parapeito pode ser construído de diversos materiais, podendo ser admitidos valores de peso específico conforme NBR 6120/1980. Segundo Araújo (2010, p. 70), o peso de cada parapeito pode ser estimado inicialmente por metro longitudinal. O peso 1 m de parapeito construído em alvenaria é dado pela Equação (14):

$$p_p = \gamma_a h_p t \quad (14)$$

Em que:

p_p = Peso próprio do parapeito (kN/m);

γ_a = Peso específico da alvenaria (kN/m³)

h_p = altura do parapeito (m);

t = espessura da parede do parapeito (m).

2.4.2. Cargas Acidentais

A NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 1) define a carga acidental como toda aquela que pode atuar sobre a estrutura de edificações em função do seu uso, como pessoas, móveis, materiais diversos, veículos, etc.

2.4.2.1. Cargas acidentais nos degraus

O valor mínimo sugerido pela NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 3), para cargas acidentais, supostas uniformemente distribuídas nos degraus, é de:

- a) 3 kN/m² para escadas com acesso ao público;
- b) 2,5 kN/m² para as escadas sem acesso ao público;

Segundo a NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 4), quando uma escada for construída por degraus isolados suportados por viga central curvilínea de concreto armado, como o caso da escada helicoidal em estudo, “estes devem ser calculados para suportarem uma carga concentrada de 2,5 kN, aplicada na posição mais desfavorável”. Este carregamento não é considerado na composição de cargas da viga de sustentação, então, esta instrução é considerada apenas para o dimensionamento dos degraus.

2.4.2.2. Carga no parapeito

A NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 4) determina que, “Ao longo dos parapeitos e balcões devem ser consideradas

aplicadas uma carga horizontal de 0,8 kN/m na altura do corrimão e uma carga vertical mínima 2 kN/m”.

2.4.3. Combinação de ações

De acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 60), “Um carregamento é definido pela combinação das ações que tem probabilidades não desprezíveis de atuarem simultaneamente sobre a mesma estrutura, durante um período preestabelecido”. No caso de uma escada comercial interna, verificada quanto ao estado limite último na utilização, é suficiente a combinação última normal, ou seja, em cada combinação devem estar incluídas as ações permanentes e a ação variável principal, com seus valores característicos e as ações variáveis, consideradas como secundárias, com seus valores reduzidos de combinação.

A NBR 8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 6) estabelece os critérios que devem ser considerados nas combinações de ações:

- a) ações permanentes devem configurar em todas as combinações de ações;
- b) ações variáveis nas combinações últimas normais: em cada combinação última, uma das ações variáveis é considerada como principal, admitindo-se que ela atue com seu valor característico F_k ; as demais ações variáveis são consideradas como secundárias, admitindo-se que elas atuem com seus valores reduzidos de combinação $\Psi_0 F_k$.

As combinações últimas normais são dadas pela Equação (15) da NBR 8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 7):

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{0j} F_{Qj,k} \right] \quad (15)$$

Onde:

F_d = valor cálculo das ações para a combinação última (kN/m);

γ_{gi} = coeficiente de ponderação das ações permanentes;

$F_{Gi,k}$ = valor característico das ações permanentes (kN/m);

γ_q = coeficiente de ponderação das ações variáveis;

$F_{Q1,k}$ = valor característico da ação variável considerada principal para combinação (kN/m);

Ψ_{0j} = coeficiente de minoração das ações variáveis secundárias;

$F_{Qj,k}$ = valor característico das demais ações variáveis (kN/m).

Segundo a NBR 8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 8), “Os coeficientes de ponderação γ_g das ações permanentes majoram os valores representativos das ações permanentes que provocam efeitos desfavoráveis e minoram os valores representativos daquelas que provocam efeitos favoráveis para a segurança da estrutura.”.

A NBR 8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 8) o valor relativo coeficiente γ_g , referente às ações permanentes, nas combinações últimas normais, está relacionado ao tipo de construção e de material utilizado. Esclarece ainda que “Processos mais controlados admitem coeficientes de ponderação menores e processos menos controlados exigem coeficientes maiores.”. A Tabela 1 fornece valores de γ_g , para combinações últimas normais, com ações desfavoráveis a segurança da estrutura.

Tabela 1 – Coeficiente de ponderação das ações permanentes diretas consideradas separadamente

Tipo de ação	γ_g
Peso próprio das estruturas pré-moldadas	1,30
Peso próprio de estruturas moldadas no local	1,35
Elementos construtivos industrializados	1,35
Elementos construtivos industrializados com adições <i>in loco</i>	1,40
Elementos construtivos em geral	1,50

Fonte: Adaptada de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 9

Segundo a NBR 8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 10), para as ações variáveis consideradas separadamente, em combinações últimas normais, adota-se o valor geral de 1,50 para γ_q com ações

desfavoráveis à segurança da estrutura, entretanto, para ações variáveis consideradas conjuntamente, adota-se o valor de 1,40 para γ_q , em edificações onde cargas acidentais não superam 5 kN/m².

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 59) recomenda que o valor do coeficiente de minoração das ações variáveis secundárias, para as cargas acidentais em locais onde não há predominância de pesos de equipamentos fixos por longos períodos de tempo nem de elevadas multidões, pode ser considerado de 0,5. A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 58) afirma ainda que o valor das ações variáveis secundárias pode ser reduzido, pois “considera muito baixa a probabilidade de ocorrência simultânea dos valores característicos de duas ou mais variáveis de naturezas diferentes.”.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. ESTUDO DE CASO

Para cada um dos métodos de dimensionamento de escadas helicoidais apresentados, propor-se-á um modelo de escada helicoidal, definindo-se inicialmente:

- a) altura da escada de 7 m;
- b) largura da escada de 1,6 m;
- c) desenvolvimento em planta baixa de 360°;
- d) altura do degrau de 0,18 m;
- e) edificação pública;
- f) escada sobe em sentido anti-horário.

3.1.1. Método Proposto por J. M. De Araújo

Para Araújo (2010b, p.96) o modelo de escadas helicoidais sustentadas por uma viga curvilínea, considera os degraus engastados em uma viga central V3, assim como na figura 7, que está submetida a esforços de torção com flexão. Para o autor “os esforços solicitantes nas mesmas podem ser obtidos com o emprego do método das forças”.

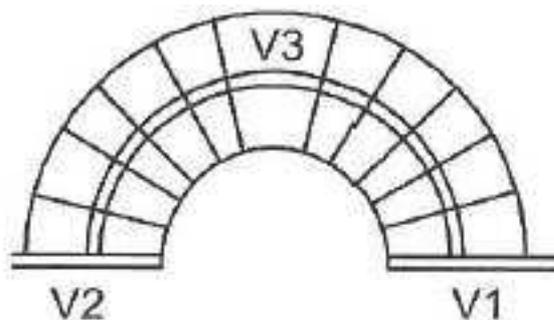


Figura 8 – Planta baixa do modelo de Araújo de escada helicoidal sustentada por viga curva
Fonte: ARAÚJO, 2010b, p. 96.

Este método baseia-se em projetar horizontalmente a linha descrita pelo eixo geométrico da viga helicoidal no plano horizontal. A viga central está engastada em suas extremidades e esta sujeita a uma carga vertical, uniformemente distribuída ao decorrer do seu comprimento. Os ângulos de abertura, o raio e os momentos M_x e M_y em uma seção genérica, definida pelo ângulo θ estão ilustrados na figura 8.

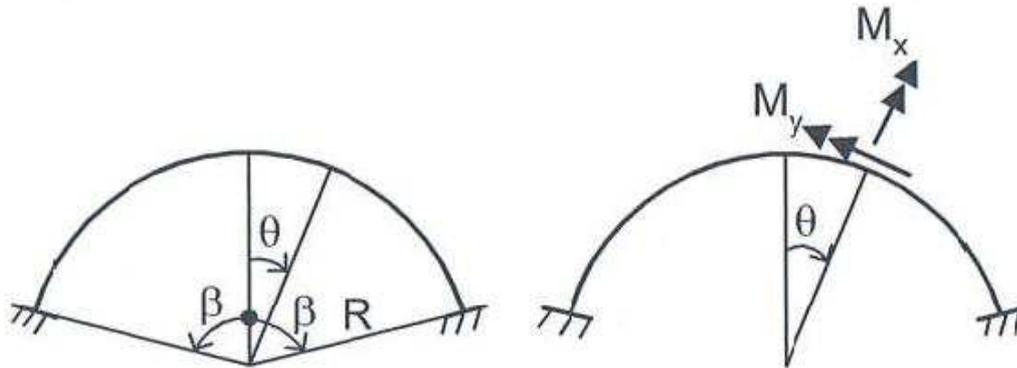


Figura 9 – Projeção da viga helicoidal em planta baixa por Araújo
 Fonte: ARAÚJO, 2010, p. 97

Os momentos M_x e M_y são dados pelas Equações (16) e (17) a seguir (ARAÚJO, 2010b, p. 97):

$$M_x = F_d R^2 (A \cos \theta - 1) \quad (16)$$

$$M_y = F_d R^2 (A \sin \theta - \theta) \quad (17)$$

Em que:

M_x = momento fletor na direção x (kN.m);

M_y = momento na direção y (kN.m);

F_d = valor de cálculo das ações para a combinação última (kN/m), definido pela Equação (15);

R = raio da viga helicoidal (m), no eixo de simetria, em projeção no plano horizontal;

θ = ângulo que define uma seção qualquer da viga de sustentação (rad);

A = constante definida pela Equação (18):

$$A = \frac{2[(1 + K) \cdot \sin \beta - \beta K \cos \beta]}{\beta (1 + K) + (1 - K) \sin \beta \cos \beta} \quad (18)$$

Onde:

β = metade do ângulo total da abertura (rad)

K = constante definida pela Equação (19):

$$K = \frac{EI}{GJ} \quad (19)$$

EI = rigidez á flexão das seções transversais;

GJ = rigidez a torção das seções transversais.

Araújo (2010b, p. 98) explica ainda que o momento M_x é o momento fletor em um plano vertical. O momento M_y se decompõe no momento torçor $T = M_y \cdot \cos \alpha$ e no momento fletor lateral $M_1 = M_y \cdot \sin \alpha$. Portanto, para o dimensionamento da viga, devem ser consideradas torção e flexão oblíqua. O ângulo α é a inclinação da escada, dada pela Equação (9).

Para finalizar, Araújo (2010b, p.98) estima o esforço cortante máximo nas extremidades da viga de sustentação:

$$V = F_d R \beta \cos \alpha \quad (20)$$

Em que:

V = esforço cortante máximo (kN)

F_d = valor de cálculo das ações para a combinação última (kN/m), definido pela Equação (15);

R = raio da viga helicoidal (m), no eixo de simetria, em projeção no plano horizontal;

β = metade do ângulo total da abertura (rad);

α = inclinação da escada (rad), conforme Equação (9).

3.1.2. Método de G. Prudon

Segundo Guerrin e Lavour (2002, pg. 362), o cálculo de flexão de vigas curvas se faz sobre o comprimento projetado em planta. Complementam ainda, que

um efeito de torção dirigido para o centro da curvatura é causado pelas cargas verticais, o que não é preocupante, uma vez que o momento é muito pequeno e as vigas helicoidais, obrigatoriamente engastadas em suas extremidades, constituem um conjunto de grande rigidez à torção.

Os autores descrevem então o método de G. Prudon, em que os momentos de flexão M_x e de torção M_y podem ser calculados, para um ponto qualquer S , definido pelo ângulo θ da viga de sustentação, conforme Figura 9, pelas Equações (21) e (22) (GUERRIN; LAVAUUR, 2002, p. 362):

$$M_x = F_d R^2 (1 - (1 + K') \cos \theta) \quad (21)$$

$$M_y = F_d R^2 (\theta - (1 + K') \operatorname{sen} \theta) \cos \alpha \quad (22)$$

Onde:

M_x = momento fletor na direção x (kN.m);

M_y = momento torçor na direção y (kN.m);

F_d = valor de cálculo das ações para a combinação última (kN/m), definido pela Equação (15);

R = raio da viga helicoidal (m), no eixo de simetria, em projeção no plano horizontal;

θ = ângulo que define uma seção qualquer da viga de sustentação (rad);

$(1 + K')$ = coeficiente definido pela Equação (23):

$$(1 + K') = \frac{\frac{\operatorname{sen} \beta}{\beta} (2 + \tan^2 \alpha) - \cos \beta}{1 + \frac{\tan^2 \alpha}{2} \left(1 + \frac{\operatorname{sen} 2\beta}{\beta}\right)} \quad (23)$$

Onde:

β = metade do ângulo total da abertura (rad);

α = inclinação da escada (rad), dada pela Equação (24):

$$\tan \alpha = \frac{H}{2 R \beta} \quad (24)$$

H = altura da escada.

Na Figura 10 é possível visualizar a projeção da viga helicoidal em planta baixa por Guerrin e Lavour:

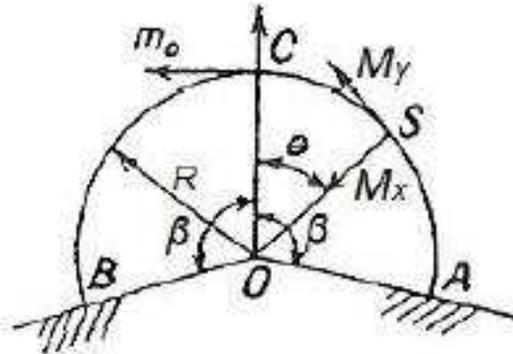


Figura 10 – Projeção de viga helicoidal em planta baixa por Guerrin e Lavour
Fonte: Adaptada de GUERRIN; LAVOUR, 2002, p. 363

O esforço cortante máximo é calculado sem levar em conta a inclinação da viga, representado pela Equação (25) (GUERRIN; LAVOUR, 2002, p. 367):

$$V = \frac{F_d L}{2} \quad (25)$$

Em que:

V = esforço cortante máximo (kN);

F_d = valor de cálculo das ações para a combinação última (kN/m), definido pela Equação (15);

L = comprimento da viga de sustentação em planta baixa.

3.2. ARMADURA

3.2.1. Armadura Longitudinal

Pode-se calcular a armadura total longitudinal de flexão $A_{sl,M}$, disposta simetricamente, por ábacos adimensionais em roseta, para uma seção retangular

solicitada por flexão composta oblíqua de dimensões conhecidas e disposição de armadura também conhecida (MONTROYA et al., 2011, p. 256)

Calculam-se inicialmente os esforços reduzidos v , μ_y e μ_x , conforme as Equações (26) a (28) (MONTROYA et al., 2011, p. 478):

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (26)$$

$$\mu_x = \frac{M_{xd}}{A_c h_v f_{cd}} \quad (27)$$

$$\mu_y = \frac{M_{yd}}{A_c b f_{cd}} \quad (28)$$

Em que:

v = esforço normal de cálculo reduzido (adimensional);

N_d = esforço normal de cálculo (kN);

A_c = área da seção cheia de concreto (m²);

f_{cd} = resistência de cálculo à compressão do concreto (kN/m²);

μ_x = momento fletor de cálculo reduzido na direção x (adimensional);

M_{xd} = momento fletor de cálculo na direção x (kN.m);

h_v = altura da viga (m);

μ_y = momento fletor de cálculo reduzido na direção y (adimensional);

M_{yd} = momento fletor de cálculo na direção y (kN.m);

b = base da viga (m);

Obtém-se a resistência de cálculo à compressão do concreto, a partir da minoração da resistência característica a compressão, através da Equação (29) (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014):

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (29)$$

Em que:

f_{cd} = resistência de cálculo à compressão do concreto (MPa);

f_{ck} = resistência característica à compressão do concreto (MPa);

γ_c = coeficiente de ponderação da resistência do concreto, sendo 1,4 para condições normais.

De acordo com a NBR 8681, os valores de cálculo dos esforços atuantes, ou seja, das solicitações S_d , já estão majorados pelos coeficientes adotados no cálculo da combinação de ações F_d , ou seja $S_d = S(F_d)$ (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 7).

A partir dos ábacos apresentados no anexo A, obtém-se o valor da quantia mecânica total necessária w para uma seção retangular com disposição predeterminada de barras longitudinais, cobrimento relativo de 10% e limite de escoamento do aço entre $400 MPa \leq f_{yk} \leq 500 MPa$.

A capacidade mecânica total da armadura longitudinal U será calculada pela Equação (30) a seguir, depois se obtém diretamente o número necessário de barras de um determinado diâmetro, respeitando a disposição de armadura correspondente ao ábaco empregado, utilizando a Tabela 2 (MONTROYA et al, 2011):

$$U = A_{sl,M} f_{yd} = w A_c f_{cd} \quad (30)$$

Onde:

U = capacidade mecânica total da armadura longitudinal (kN);

$A_{sl,M}$ = área total de aço da armadura longitudinal de flexão (cm²);

f_{yd} = resistência de cálculo ao escoamento do aço (kN/cm²);

w = quantia mecânica total;

A_c = área da seção cheia de concreto (m²);

f_{cd} = resistência de cálculo a compressão do concreto (kN/m²);

Tabela 2 – Capacidade mecânica em kN para armaduras com aço CA-50

(continua)

\emptyset (mm)	Número de barras									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	12,3	24,6	36,9	49,2	61,5	73,8	86,1	98,3	110,6	122,9

Tabela 2 – Capacidade mecânica em kN para armaduras com aço CA-50

(continuação)

\varnothing (mm)	Número de barras									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	21,9	43,7	65,6	87,4	109,3	131,1	153,0	174,8	196,7	218,5
10	34,1	68,3	102,4	136,6	170,7	204,9	239,0	273,2	307,3	341,5
12	49,2	98,3	147,5	196,7	245,9	295,0	344,2	393,4	442,6	491,7
14	66,9	133,9	200,8	267,7	334,6	401,6	468,5	535,4	602,4	669,3
16	87,4	174,8	262,3	349,7	437,1	524,5	611,9	699,3	786,8	874,2
20	136,6	273,2	409,8	546,4	683,0	819,5	956,1	1092,7	1229,3	1365,9
25	213,4	426,8	640,3	853,7	1067,1	1280,5	1494,0	1707,4	1920,8	2134,2
32	349,7	699,3	1049,0	1398,7	1748,4	2098,0	2447,7	2797,4	3147,1	3496,7
40	546,4	1092,7	1639,1	2185,5	2731,8	3278,2	3824,5	4370,9	4917,3	5463,6

Fonte: Adaptada de MONTOYA ET AL, 2011, p.113.

Pela Equação (31) se dá a armadura mínima longitudinal de flexão para vigas de seção retangular, com uso de aço CA-50 $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$ (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p.117):

$$A_{sl,mín} = \rho_{mín} A_c \quad (31)$$

Onde:

$A_{sl,mín}$ = área mínima de aço de armadura longitudinal de flexão (cm²);

$A_c = h_v b$ = área de seção cheia de concreto (cm²);

$\rho_{mín}$ = dado pela tabela 3;

Tabela 3 – Valores de $\rho_{mín}$ (%) para o aço CA-50 e seção retangular

f_{ck} (MPa)	20	25	30	35	40	45	50
$\rho_{mín}$ (%)	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288

Fonte: adaptada de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 117.

Segundo a NBR 6118, as verificações de flexão simples e torção podem ser executadas separadamente, ou seja, “a armadura de torção deve ser acrescentada

à armadura necessária para solicitações normais, considerando-se em cada seção os esforços que agem simultaneamente.” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p.129).

De acordo com Araújo (2010b, p. 3), para o dimensionamento à torção das estruturas, adota-se um arranjo composto por barras longitudinais e estribos verticais. Ensaio realizados em laboratório mostraram que, após o surgimento das fissuras de torção, somente uma pequena casca de concreto, junto à face externa da seção transversal da barra, colabora na resistência à torção. Dessa forma, a resistência à torção de uma seção cheia é equivalente à resistência de uma seção vazada equivalente. No caso de uma seção retangular, como a do trabalho em questão de lados b e h_v , a espessura da parede equivalente é a razão entre a área da seção cheia pelo perímetro da seção cheia, dada pela Equação (32):

$$t = \frac{h_v b}{2(b + h_v)} \geq 2C_1 \quad (32)$$

Onde:

t = espessura da parede da seção vazada equivalente à seção cheia (cm);

h_v = altura projetada da viga (cm);

b = base da viga (cm);

C_1 = distância entre o eixo da armadura longitudinal do canto e a face lateral da peça (cm), conforme a Figura 11.

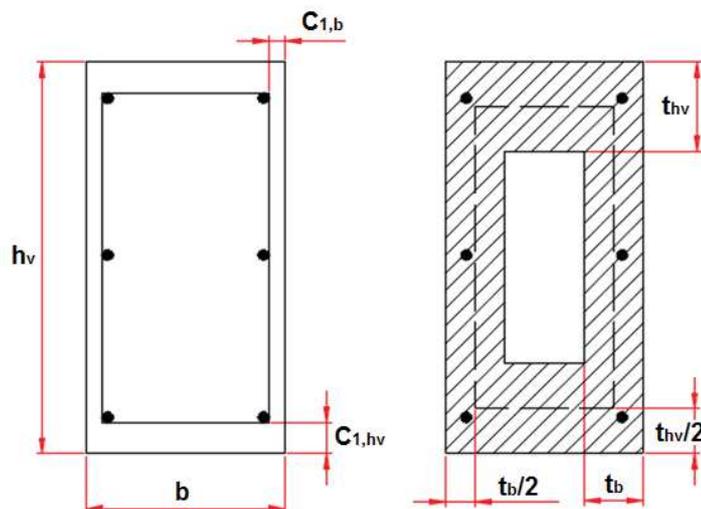


Figura 11 – Representação das dimensões dos cobrimentos C_1 e espessuras t da seção transversal da viga
Fonte: Autoria própria.

Segundo Araújo (2010b, p. 14), “O primeiro passo no dimensionamento à torção consiste em garantir a segurança das bielas de concreto. Para isto, deve-se verificar a desigualdade:”

$$\tau_{td} = \frac{T_d}{2A_e t_e} \leq \tau_{tu} \quad (33)$$

Em que:

τ_{td} = tensão tangencial de torção (kN/cm²);

T_d = esforço solicitante de cálculo à torção (kN.cm);

A_e = área limitada pela linha média da parede da seção vazada equivalente (cm²);

t_e = menor espessura da parede da seção vazada equivalente à seção cheia (cm);

τ_{tu} = tensão tangencial limite de torção (MPa), dada pela Equação (34):

$$\tau_{tu} = 0,25\alpha_v f_{cd} \quad (34)$$

Em que:

f_{cd} = resistência característica à compressão do concreto (MPa).

α_v = dado pela Equação (35):

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (35)$$

Em que:

f_{ck} = resistência característica a compressão do concreto (MPa).

A seção da armadura longitudinal, distribuída ao longo da linha média da parede fictícia, pode ser obtida através da Equação (36), adotando o aço CA-50, ou seja, tensão de escoamento do aço $f_{yd} = 434,78$ MPa, (ARAÚJO, 2010b, p. 11):

$$A_{sl,T} = \frac{T_d \mu_e}{2A_e f_{yd}} \quad (36)$$

Em que:

$A_{sl,T}$ = área total de aço da armadura longitudinal de torção (cm²);

T_d = esforço solicitante de cálculo á torção (kN.cm);

μ_e = perímetro da linha média da parede (cm²);

A_e = área limitada pela linha média da parede (cm²);

f_{yd} = resistência de cálculo ao escoamento do aço (kN/cm²);

Segundo Araújo (2010b, p. 16), a área mínima da armadura longitudinal de torção é dada por:

$$A_{sl,T,min} = \frac{\rho_{w,min}}{2} \mu_e b \quad (37)$$

Em que:

$A_{sl,T,min}$ = área mínima de aço da armadura longitudinal de torção (cm²)

μ_e = perímetro da linha média da parede da seção vazada equivalente (cm);

b = base da viga (cm);

$\rho_{w,min}$ = taxa dada pela Tabela 4:

Tabela 4 – valores de $\rho_{w,min}$ (%) para o aço CA-50

f_{ck} (MPa)	20	25	30	35	40	45	50
$\rho_{w,min}$ (%)	0,09	0,10	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16

Fonte: adaptada de ARAÚJO, 2010b, p. 16.

Já em posse de $A_{sl,T}$, a capacidade mecânica total U desta armadura será calculada pela Equação (30). Com auxílio da Tabela 2 obtém-se o número de barras necessário de um determinado diâmetro.

3.2.2. Armadura transversal

Pela Equação (38) se dá a área de aço $A_{sw,T}$, que compõe a armadura transversal de torção por metro de comprimento da viga (ARAÚJO, 2010b, p. 9):

$$A_{sw,T} = \frac{100T_d}{2A_e f_{yd}} \quad (38)$$

Em que:

$A_{sw,T}$ = área total de aço da armadura transversal de torção (cm²/m);

T_d = esforço solicitante de cálculo á torção (kN.cm);

A_e = área limitada pela linha média da parede da seção vazada equivalente (cm²);

f_{yd} = resistência de calculo ao escoamento do aço (kN/cm²).

Araújo (2010b, p. 9) ressalta que no caso da torção só se pode contar com um ramo dos estribos. Desse modo, os estribos para torção devem ser fechados, obrigatoriamente. Além disso, antes de empregar a Tabela 5 para estribos de dois ramos, deve-se multiplicar a área $A_{sw,T}$ por dois.

Em relação às considerações da NBR 6118 para o dimensionamento da armadura transversal de cisalhamento $A_{sw,V}$ para peças nas quais $b \leq 5d$, deve-se primeiramente, a fim de evitar esmagamento da biela de compressão, impor a restrição (ARAÚJO, 2010a, p.187):

$$\tau_{wd} \leq \tau_{wu} \quad (39)$$

Em que:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{bd} \quad (40)$$

$$\tau_{wu} = 0,27\alpha_v f_{cd} \quad (41)$$

Em que:

τ_{wd} = tensão tangencial de cisalhamento (kN/cm²);

τ_{wu} = tensão tangencial limite de cisalhamento (MPa);

V_d = esforço solicitante de cálculo ao cisalhamento (kN);

b = base da viga (cm);

$d = h_v - C_{1,hv}$ = altura útil da seção transversal (cm) conforme figura 11;

α_v = dado pela Equação (35);

f_{cd} = resistência de cálculo á compressão do concreto (MPa).

Deve-se garantir ainda, para os casos correntes em que há esforço de torção com flexão, (ARAÚJO, 2010b, p.14):

$$\frac{\tau_{td}}{\tau_{tu}} + \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wu}} \leq 1 \quad (42)$$

Em que:

τ_{td} = tensão tangencial de torção (MPa);

τ_{tu} = tensão tangencial limite de torção (MPa);

τ_{wd} = tensão tangencial de cisalhamento (MPa);

τ_{wu} = tensão tangencial limite de cisalhamento (MPa).

A armadura transversal de cisalhamento será dimensionada se as desigualdades forem atendidas, considerando os estribos verticais, através das Equações (43) e (44) (ARAÚJO, 2010a, p. 189):

$$A_{sw,v} = 100b \frac{\tau_d}{f_{yd}} \quad (43)$$

$$\tau_d = 1,11(\tau_{wd} - \tau_c) \quad (44)$$

Em que:

$A_{sw,v}$ = área total de aço da armadura transversal de cisalhamento (cm²/m);

b = base da viga (cm);

τ_d = tensão de cálculo tangencial de cisalhamento (MPa);

f_{yd} = resistência de cálculo ao escoamento do aço (MPa);

τ_{wd} = tensão tangencial de cisalhamento (MPa);

τ_c = fator de redução, sendo zero desprezando-se a resistência à tração do concreto.

A área total dos estribos $A_{sw,tot} = 2A_{sw,T} + A_{sw,v}$ deve ser maior ou igual à área mínima $A_{sw,mín}$ para estribos verticais dada pela Equação (45) (ARAÚJO, 2010b, p. 15);

$$A_{sw,mín} = \rho_{w,mín} 100b \quad (45)$$

Em que:

$A_{sw,min}$ = área mínima de aço da armadura transversal (cm²/m);

$\rho_{w,min}$ = taxa dada pela tabela 4;

b = base da viga (cm).

Após calcular a área de armadura transversal e com auxílio da tabela 5, pode-se escolher o diâmetro da barra de aço utilizada para confecção dos estribos bem como o espaçamento dos mesmos.

Tabela 5 – Área de seção de armadura A_{sw} (cm²/m) para estribos de dois ramos

Espaçamento (cm)	Bitola \emptyset (mm)					
	5	6,3	8	10	12,5	16
7,0	5,61	8,91	14,36	22,44	35,06	57,45
7,5	5,24	8,31	13,40	20,94	32,72	53,62
8,0	4,91	7,79	12,57	19,63	30,68	50,27
8,5	4,62	7,22	11,83	18,48	28,87	47,31
9,0	4,36	6,93	11,17	17,45	27,27	44,68
9,5	4,13	6,56	10,58	16,53	25,84	42,33
10	3,93	6,23	10,05	15,71	24,54	40,21
11	3,57	5,67	9,14	14,28	22,31	36,56
12	3,27	5,20	8,38	13,09	20,45	33,51
13	3,02	4,80	7,73	12,08	18,88	30,93
14	2,80	4,45	7,18	11,22	17,53	28,72
15	2,62	4,16	6,70	10,47	16,36	26,81

Fonte: Adaptada de ARAÚJO, 2010b, p. 390.

4. MODELAGEM GEOMÉTRICA

Considerou-se que a escada sobe em sentido anti-horário, como ilustra a Figura 12:



Figura 12 – Escada subindo em sentido anti-horário

Disponível em: <<http://help.autodesk.com/view/RVT/2016/PTB/?guid=GUID-F521015D-1703-48EA-847D-184E6C277BDB>>. Acesso em: 21 mai. 2019, 22:48.

Inicialmente aplica-se a Equação (5), para determinar qual será o comprimento dos degraus g_d na linha de rasto, com um m de 0,66 para locais públicos:

$$g_d + 2 * 0,18 = 0,66$$

$$g_d = 0,30 \text{ m}$$

Sendo a altura H da escada 7 metros e a altura h_d do degrau 0,18 m, a partir da Equação (6), se obtém o número de degraus:

$$n' = \frac{7}{0,18}$$

$$n' = 39 \text{ degraus.}$$

A altura efetiva dos degraus h_d , dada pela Equação (7), será então:

$$h_d = \frac{7}{39} = 0,18 \text{ m}$$

A partir da Equação (8), obtém-se o valor do comprimento da linha de rasto:

$$L_{LR} = 0,30 * (39 - 1)$$

$$L_{LR} = 11,4 \text{ m}$$

Na linha de rasto, o raio será então:

$$R_{LR} = \frac{11,4}{2\pi}$$

$$R_{LR} = 1,81 \text{ m}$$

Sendo o raio de rasto de 1,81 metros tomado a 0,5 metros da gola, temos que o raio interno será:

$$R_{INT} = 1,81 - 0,5$$

$$R_{INT} = 1,31 \text{ m}$$

Com uma largura de degraus de 1,6 metros, o raio externo será:

$$R_{EXT} = 1,31 + 1,6$$

$$R_{EXT} = 2,91 \text{ m}$$

Com os valores de raios interno e externo é possível obter o raio da viga helicoidal, no eixo de simetria, em projeção no plano horizontal:

$$R = \frac{1,31 + 2,91}{2}$$

$$R = 2,11 \text{ m}$$

Sendo assim, o comprimento da viga helicoidal em planta baixa é de:

$$L = 2\pi R$$

$$L = 2\pi * 2,11$$

$$L = 13,26 \text{ m}$$

Os raios podem ser observados na Figura 13.

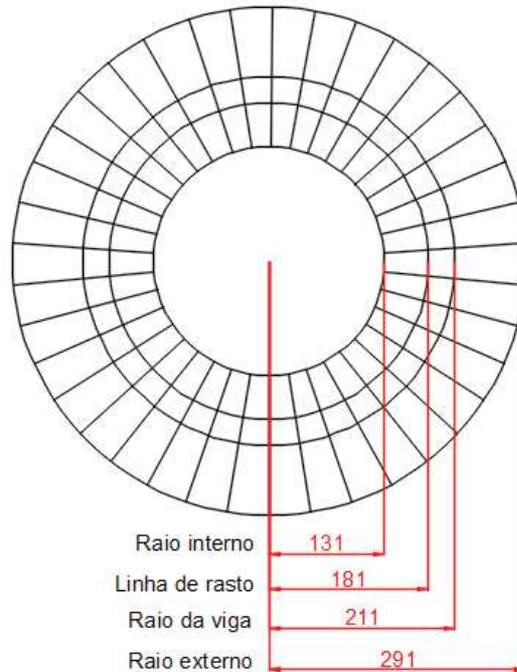


Figura 13 – Dimensões da escada e seus raios em planta baixa, medidas em centímetros

Fonte: Autoria própria.

Desse modo, para o cálculo da inclinação da escada deve-se desconsiderar a altura do último degrau na altura total H , uma vez que esse degrau faz parte do patamar de chegada e não está sobre a viga de sustentação, como pode se observar na Figura 14.

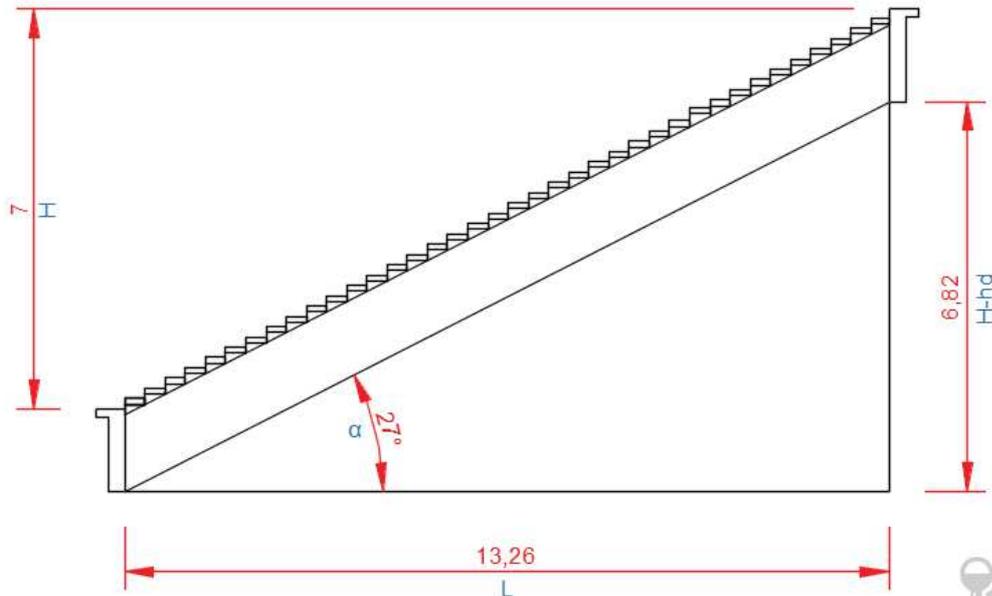


Figura 14 – Dimensões em corte longitudinal no eixo da viga, medidas em metros
Fonte: Autoria própria.

Então, de acordo com a Equação (9):

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{7 - 0,18}{2 * 2,11 * \pi} \right)$$

$$\alpha = 0,4751 \text{ rad}$$

$$\alpha = 27,22^\circ$$

Como um “chute” inicial, estabelece-se os seguintes limites para definir a altura da viga:

$$\frac{l}{12} < h < \frac{l}{10}$$

$$\frac{13,26}{12} < h < \frac{13,26}{10}$$

$$1,11 < h < 1,33$$

$$\text{adota-se } h_v = 1,2 \text{ m}$$

A altura projetada da viga será então:

$$\frac{h_v}{\cos \alpha} = \frac{1,2}{\cos 27,22} = 1,35 \text{ m}$$

A Figura 15 ilustra a altura da escada, bem como o comprimento da viga de sustentação. A mesma figura ainda ilustra as dimensões adotadas para os degraus e para os apoios dos mesmos. De acordo com apêndice A, é suficiente uma altura $h'_d = 10$ cm para a altura da peça pré-moldada do degrau.

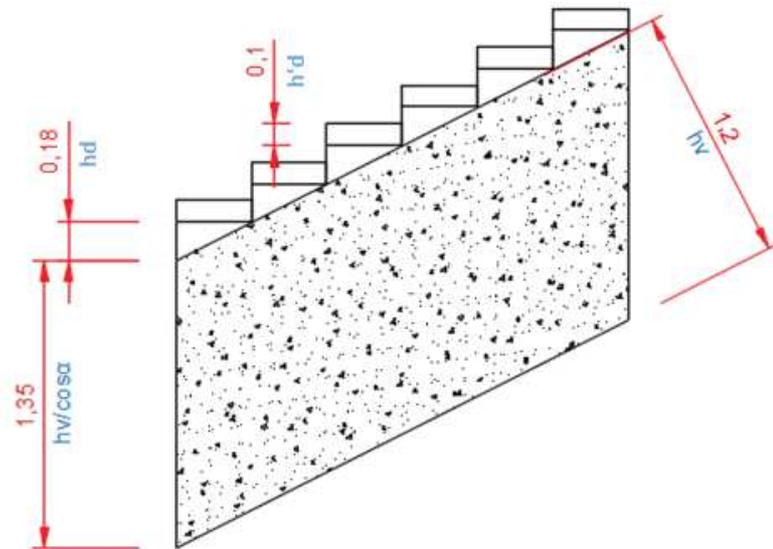


Figura 15 – Dimensões da viga de sustentação e dos degraus em corte longitudinal, medidas em metros
Fonte: autoria própria.

Ao longo da largura da escada o comprimento dos degraus varia, sendo maior na borda externa e menor na gola. A Figura 16 representa a planta baixa de um degrau com os comprimentos nos trechos que são importantes para o dimensionamento da escada.

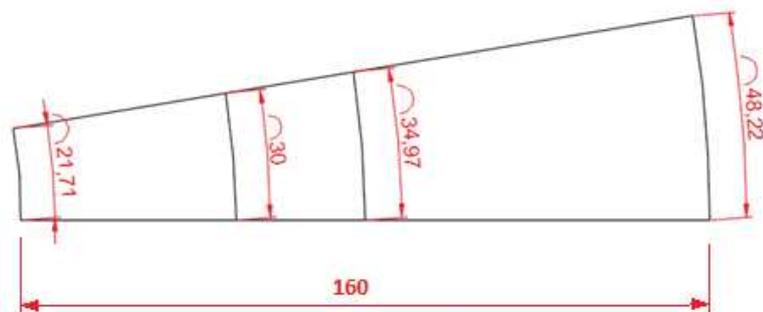


Figura 16 – Comprimento e largura dos degraus em planta baixa, medidas em centímetros
Fonte: Autoria própria.

Adotando para a base da viga um comprimento de $1/3$ da altura projetada, ou seja, $b = 0,45$ m e para os parapeitos de alvenaria uma espessura $t = 0,15$ m,

altura $h_p = 0,90 \text{ m}$, representa-se, então, na Figura 17 o corte transversal AA' da escada no qual se observa os detalhes da seção transversal da viga e do parapeito.

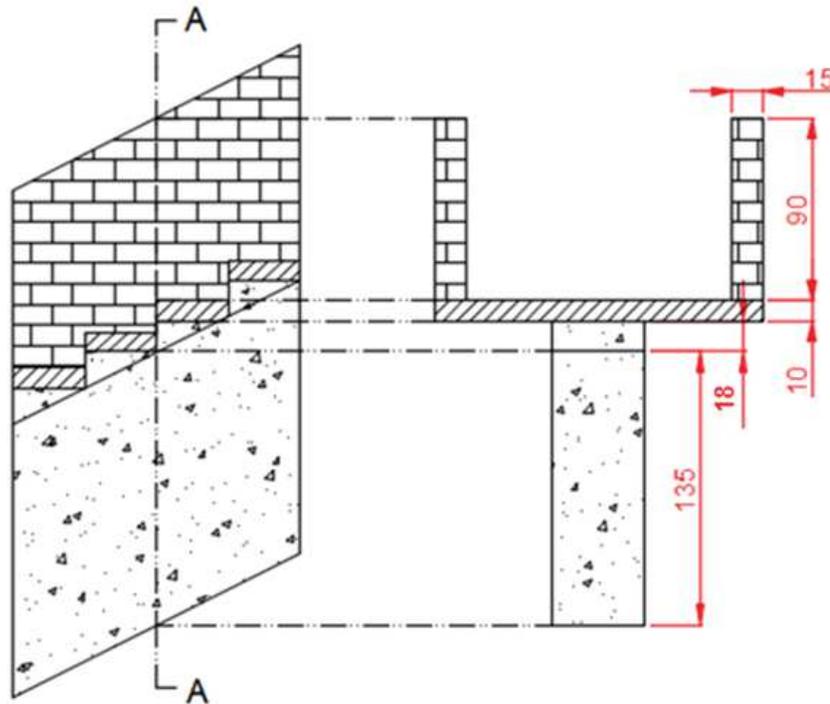


Figura 17 – Dimensões da escada em corte transversal, medidas em centímetros
Fonte: Autoria própria.

Dessa forma, a Tabela 6 resume as principais variáveis definidas nesse capítulo.

Tabela 6 – Dimensões finais adotadas para a escada

		(continua)
Elemento da escada		Dimensão
β (rad) – semi-ângulo de abertura		π rad
H (m) – altura da escada		7,00 m
α (rad) – inclinação da escada		0,475 rad
h_d (m) – altura do degrau		0,18 m
h'_d (m) – altura da peça pré-moldada do degrau		0,1 m
L_{LR} (m) – comprimento da linha de rasto em planta baixa		11,40 m
L (m) – comprimento da viga helicoidal de sustentação em planta baixa		13,26 m
L_{ext} (m) – comprimento da borda externa em planta baixa		18,28 m
L_{int} (m) – comprimento da borda interna em planta baixa		8,23 m
g_d (cm) – comprimento do degrau na linha de rasto		30,00 cm

Tabela 6 – Dimensões finais adotadas para a escada

		(continuação)
Elemento da escada		Dimensão
$g_{d,vig}$ (cm) – comprimento do degrau no eixo da viga de sustentação		34,97 cm
$g_{d,ext}$ (cm) – comprimento do degrau na borda externa		48,22 cm
$g_{d,int}$ (cm) – comprimento do degrau na borda interna		21,71 cm
R_{LR} (m) – raio da linha de rasto		1,81 m
R (m) – raio do eixo da viga de sustentação		2,11 m
R_{EXT} (m) – raio da borda externa		2,91 m
R_{INT} (m) – raio da borda interna		1,31 m
h_v (m) – altura da viga		1,20 m
$h_v / \cos \alpha$ (m) – altura projetada da viga		1,35 m
b (m) – base da viga		0,45 m
h_p (m) – altura do parapeito		0,90 m
t (m) – espessura do parapeito		0,15 m

Fonte: Autoria própria.

5. DIMENSIONAMENTO DA VIGA DE SUSTENTAÇÃO

5.1. CARREGAMENTO ADOTADO

A partir da Equação (11) é possível calcular o peso próprio dos degraus pré-moldados, por metro quadrado:

$$p_d = 25 * 0,1$$

$$p_d = 2,5 \text{ kN/m}^2$$

Considerando a área de um degrau como o produto da largura pelo comprimento do mesmo no eixo da viga de sustentação, com seu peso distribuído uniformemente neste mesmo eixo, tem-se que, o peso próprio dos degraus, por metro longitudinal de viga projetada, é:

$$p_d = \frac{2,5 * (1,6 * 0,35)}{0,35}$$

$$p_d = 4 \text{ kN/m}$$

Calcula-se então o peso próprio da viga de sustentação a partir da Equação (10), que será adicionado da parcela correspondente ao apoio dos degraus representada pela Equação (12). Sendo assim:

$$p_v = 25 * 1,35 * 0,45 + 25 * \frac{0,18}{2} * 0,45$$

$$p_v = 16,2 \text{ kN/m}$$

O peso próprio do revestimento adotado como 1 kN/m² deve ser distribuído ao longo da viga de sustentação, assim:

$$p_{rev} = \frac{1 * (1,6 * 0,35)}{0,35}$$

$$p_{rev} = 1,6 \text{ kN/m}$$

O peso próprio do parapeito de alvenaria de tijolos furados por metro longitudinal, dado pela Equação (14), somada a uma carga de 0,1 kN/m correspondente ao corrimão de metal leve, será multiplicado por 2, pelo fato de ter parapeito ao longo da borda externa e ao longo da borda externa, sendo então de:

$$p_p = 2 * (13 * 0,9 * 0,15) + 2 * 0,1$$

$$p_p = 3,53 \text{ kN/m}$$

Uma carga acidental distribuída de 2,5 kN/m² é considerada nos degraus. Distribuindo esta sobrecarga sobre o eixo projetado da viga de sustentação, tem-se:

$$q_d = \frac{2,5 * (1,6 * 0,35)}{0,35}$$

$$q_d = 4 \text{ kN/m}$$

Deve-se considerar também, uma carga vertical mínima de 2 kN/m ao longo de cada parapeito, sendo então:

$$q_p = 2 * 2$$

$$q_p = 4 \text{ kN/m}$$

Com todos os carregamentos permanentes e acidentais já calculados, é possível fazer o cálculo das combinações de ações, de acordo com a Equação (15):

$$F_{d1} = 1,35(p_d + p_v + p_{rev} + p_p) + 1,5(q_d + 0,5 \cdot q_p)$$

$$F_{d1} = 1,35(4 + 16,2 + 1,6 + 3,53) + 1,5(4 + 0,5 \cdot 4)$$

$$F_{d1} = 43,17 \text{ kN/m}$$

$$F_{d2} = 1,35(p_d + p_v + p_{rev} + p_p) + 1,5(q_p + 0,5 \cdot q_d)$$

$$F_{d2} = 43,17 \text{ kN/m}$$

Neste caso, como os carregamentos acidentais são numericamente iguais, ao trocar a variável principal pela secundária no cálculo de F_{d2} , teremos que $F_{d2} = F_{d1}$, portanto, admite-se $F_d = 43,17 \text{ kN/m}$ como o valor de cálculo da carga aplicada ao eixo longitudinal da viga helicoidal em planta baixa.

5.2. SOLICITAÇÕES

Cada método de cálculo evidencia solicitações importantes para o dimensionamento seguro de uma escada helicoidal. Para tanto, tais solicitações foram calculadas em 17 pontos ao longo da viga projetada, em razão dos gráficos de momento ficarem bem delineados. Tais pontos foram obtidos a partir da divisão da abertura total da escada em 16 fatias iguais, representados na Figura 18. Considerou-se que a escada sobe no sentido anti-horário, portanto os pontos 8 e 8', são início e final da escada, respectivamente.

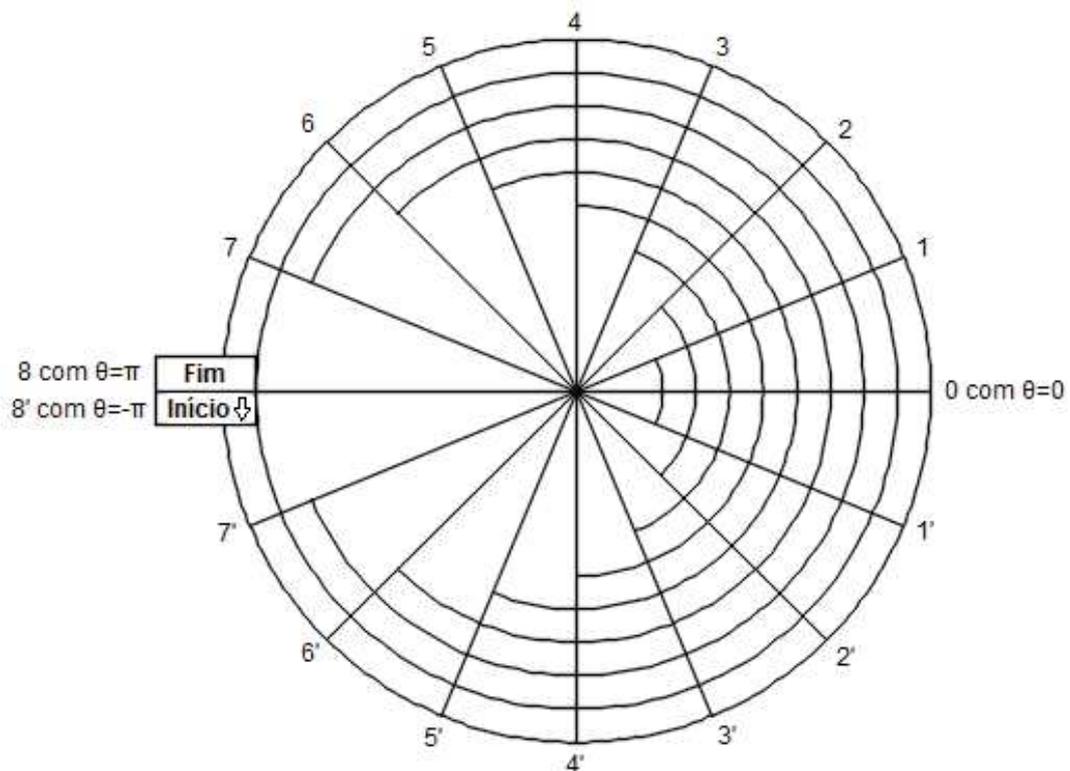


Figura 18 – Divisão da viga helicoidal em 17 pontos equidistantes
Fonte: Autoria própria.

5.2.1. Método Proposto por J. M. de Araújo

Neste método, além dos parâmetros já encontrados, faz-se necessário o cálculo da constante K , definida pela Equação (19):

$$K = \frac{EI}{GJ}$$

De acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 23) “o módulo de elasticidade secante a ser utilizado nas análises elásticas de projeto, especialmente para determinação de esforços solicitantes e verificação de estados limites de serviço, deve ser calculado pela expressão”:

$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci} \quad (46)$$

Em que:

E_{cs} = módulo de deformação longitudinal secante (MPa);

E_{ci} = módulo de deformação longitudinal tangente inicial (MPa);

$\alpha_i = 0,93$, para concreto C50.

A mesma norma diz que o módulo de deformação longitudinal tangente inicial pode ser estimado pela seguinte equação:

$$E_{ci} = \alpha_E 5600 f_{ck}^{\frac{1}{2}} \quad (47)$$

Em que:

f_{ck} = resistência característica à compressão do concreto (MPa);

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio.

Para determinar a classe de resistência mínima do concreto a ser utilizada, deve ser identificada a classe à qual a estrutura será exposta durante sua vida útil.

Como se trata de uma escada interna de ambiente urbano, onde o espaço é seco, ou seja, local em que a estrutura fica protegida de chuva, segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 16), a classe de agressividade ambiental é tipo I, considerada fraca e com risco de deterioração insignificante. Para tal classe de agressividade, a classe de concreto utilizada deve ser no mínimo C20. Para esta estrutura, adotou-se então um $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$. Sendo assim:

$$E_{cs} = 0,93 * 1,2 * 5600 * 50^{\frac{1}{2}}$$

$$E_{cs} = 44191,35 \text{ MPa}$$

Na figura pode-se visualizar a seção transversal que servirá de base para o cálculo dos momentos de inércia I_x e I_y :

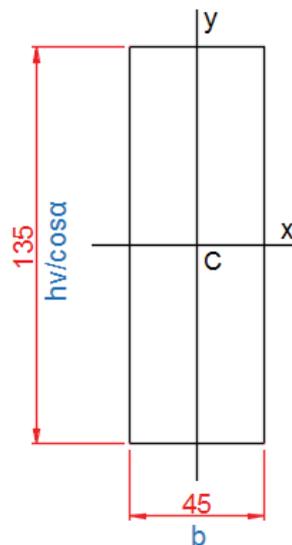


Figura 19 – Seção transversal da viga helicoidal, com representação dos eixos em torno do centróide, medidas em centímetros
Fonte: Autoria própria.

Considerando a seção transversal representada pela Figura 19, é possível calcular os momentos de inércia I_x e I_y , calculados pelas Equações (48) e (49), respectivamente:

$$I_x = \frac{b \left(\frac{h_v}{\cos \alpha} \right)^3}{12} \quad (48)$$

Em que:

I_x = momento de inércia em torno do eixo x (m^4).

Portanto:

$$I_x = \frac{0,45 * 1,35^3}{12}$$

$$I_x = 0,0923 m^4$$

E:

$$I_y = \frac{\left(\frac{h_v}{\cos \alpha}\right) b^3}{12} \quad (49)$$

Em que:

I_y = momento de inércia em torno do eixo y (m^4).

Portanto:

$$I_y = \frac{1,35 * 0,45^3}{12}$$

$$I_y = 0,0102 m^4$$

De acordo com Hibbeler (2004, p. 613), o momento polar de inércia J para toda área é:

$$J = I_x + I_y \quad (50)$$

$$J = 0,0923 + 0,0102$$

$$J = 0,1025 m^4$$

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 24) define ainda a Equação (51) para o módulo de elasticidade transversal:

$$G_c = 0,4E_{cs} \quad (51)$$

Onde:

G_c = módulo de elasticidade transversal (MPa).

Portanto:

$$G_c = 0,4 * 44191,35$$

$$G_c = 17676,54 \text{ MPa}$$

Assim, para a constante K tem-se:

$$K = \frac{33658,28 * 0,0923}{13463,31 * 0,1025}$$

$$K = 2,25$$

Definida a constante K , é possível calcular a constante A , de acordo com a Equação (18):

$$A = \frac{2[(1 + 2,25) \sin \pi - \pi * 2,25 * \cos \pi]}{\pi(1 + 2,25) + (1 - 2,25) \sin \pi \cos \pi}$$

$$A = 1,38$$

Considerando $F_d = 43,17$ kN/m, $R = 2,11$ m, $\alpha = 0,4751$ rad, $K = 2,25$, $\beta = \pi$ rad e $A = 1,38$, calcula-se, através das Equações (16), (17) e (20), respectivamente os momentos M_x , M_y e o esforço cortante V . O esforço cortante V é considerado apenas nas extremidades da viga, ou seja, nos pontos 8 e 8'. O momento M_y foi decomposto em torção T e flexão lateral M_l . Na Tabela 7, encontra-se o resultado para as solicitações nos 17 pontos, alterando-se o ângulo θ de acordo com as divisões propostas na Figura 18.

Tabela 7 – Solicitações M_x , M_y , T , M_l e V por J. M de Araújo

Ponto	θ (rad)	θ (rad)	M_x (kN.m)	M_y (kN.m)	T (kN.m)	M_l (kN.m)	V (kN)
8	π	3,1416	-458,31	-603,81	-536,93	-276,20	254,47
7	$7\pi/8$	2,7489	-438,06	-426,49	-379,26	-195,09	
6	$3\pi/4$	2,3562	-380,37	-264,68	-235,37	-121,07	
5	$5\pi/8$	1,9635	-294,04	-131,52	-116,95	-60,16	
4	$\pi/2$	1,5708	-192,20	-35,79	-31,82	-16,37	
3	$3\pi/8$	1,1781	-90,36	19,43	17,28	8,89	
2	$\pi/4$	0,7854	-4,02	37,22	33,10	17,03	
1	$\pi/8$	0,3927	53,66	26,36	23,44	12,06	
0	0	0,0000	73,92	0,00	0,00	0,00	
1'	$-\pi/8$	-0,3927	53,66	-26,36	-23,44	-12,06	
2'	$-\pi/4$	-0,7854	-4,02	-37,22	-33,10	-17,03	
3'	$-3\pi/8$	-1,1781	-90,36	-19,43	-17,28	-8,89	
4'	$-\pi/2$	-1,5708	-192,20	35,79	31,82	16,37	
5'	$-5\pi/8$	-1,9635	-294,04	131,52	116,95	60,16	
6'	$-3\pi/4$	-2,3562	-380,37	264,68	235,37	121,07	
7'	$-7\pi/8$	-2,7489	-438,06	426,49	379,26	195,09	
8'	$-\pi$	-3,1416	-458,31	603,81	536,93	276,20	254,47

Fonte: Autoria própria.

Nas Figuras 20 e 21, se pode observar, respectivamente, os diagramas do momento fletor M_x e do momento torçor T . Nota-se que o momento máximo encontrado situa-se nos pontos 8 e 8', ou seja nas extremidades da viga helicoidal.

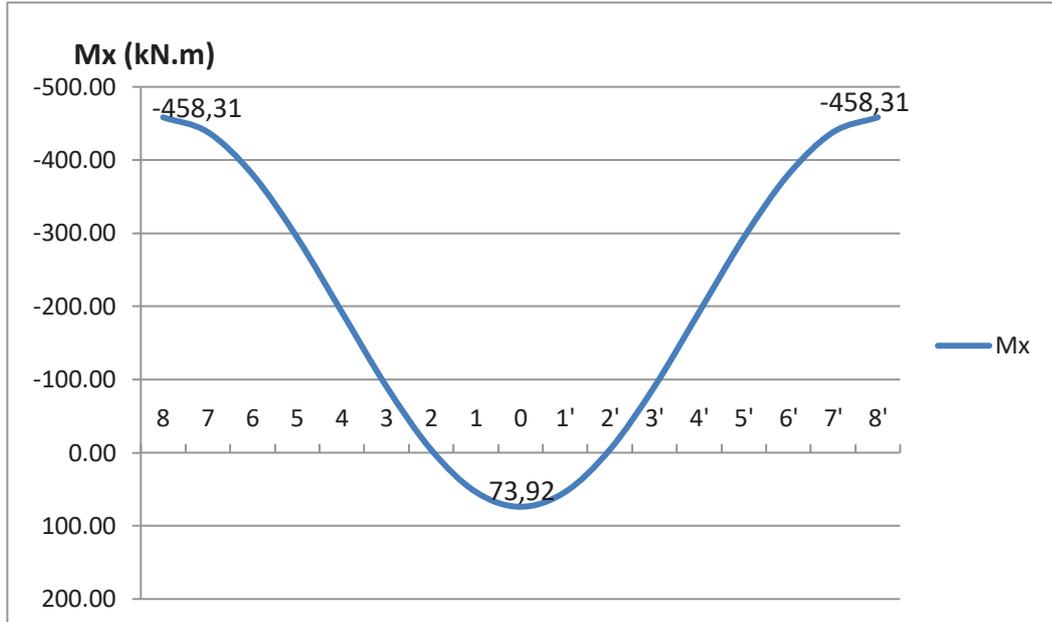


Figura 20 – Gráfico dos resultados de momento fletor M_x pelo método de Araújo
Fonte: Autoria própria.

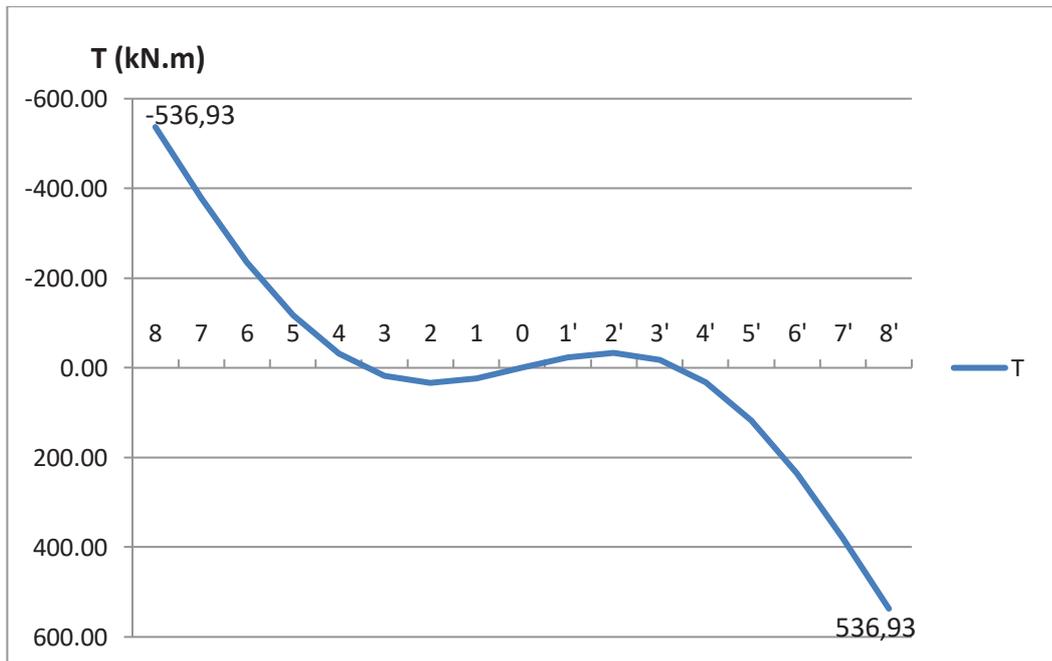


Figura 21 – Gráfico dos resultados de momento torçor T pelo método de Araújo
Fonte: Autoria própria.

Na Figura 22, é apresentado o diagrama do momento de flexão lateral.

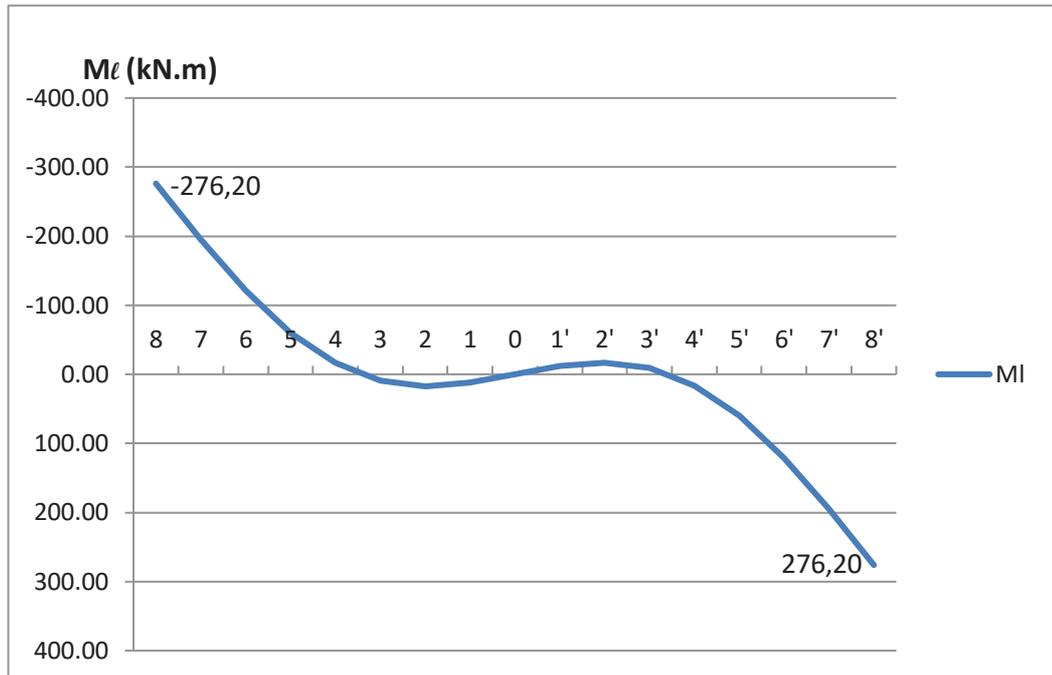


Figura 22 – Gráfico dos resultados de momento lateral M_l pelo método de Araújo
 Fonte: Autoria própria.

5.2.2. Método proposto por G. Prudon

Além dos parâmetros já encontrados, no método de G. Prudon é necessário definir o coeficiente $(1 + K')$, a partir da equação (23):

$$(1 + K') = \frac{\frac{\sin \pi}{\pi} (2 + \tan^2 0,4751) - \cos \pi}{1 + \frac{\tan^2 0,4751}{2} \left(1 + \frac{\sin 2\pi}{\pi}\right)}$$

$$(1 + K') = 0,88$$

Considerando, então, $F_d = 43,17$ kN/m, $R = 2,11$ m, $\alpha = 0,4751$ rad, $\beta = \pi$ rad, $L = 13,26$ m e $(1 + K') = 0,88$, demonstra-se na tabela 8 o resultado para as solicitações nos 17 pontos, alterando o ângulo θ de acordo com as divisões propostas na Figura 18. Neste método também o esforço cortante V é considerado apenas nas extremidades da viga, ou seja, nos pontos 8 e 8'.

Tabela 8 – Solicitações M_x , M_y e V por G. Prudon

Ponto	θ (rad)	θ (rad)	M_x (kN.m)	M_y (kN.m)	V (kN)
8	π	3,1416	-361,94	-536,93	286,22
7	$7\pi/8$	2,7489	-349,02	-412,05	
6	$3\pi/4$	2,3562	-312,22	-295,97	
5	$5\pi/8$	1,9635	-257,15	-196,13	
4	$\pi/2$	1,5708	-192,20	-117,53	
3	$3\pi/8$	1,1781	-127,24	-61,90	
2	$\pi/4$	0,7854	-72,17	-27,50	
1	$\pi/8$	0,3927	-35,38	-9,35	
0	0	0,0000	-22,46	0,00	
1'	$-\pi/8$	-0,3927	-35,38	9,35	
2'	$-\pi/4$	-0,7854	-72,17	27,50	
3'	$-3\pi/8$	-1,1781	-127,24	61,90	
4'	$-\pi/2$	-1,5708	-192,20	117,53	
5'	$-5\pi/8$	-1,9635	-257,15	196,13	
6'	$-3\pi/4$	-2,3562	-312,22	295,97	
7'	$-7\pi/8$	-2,7489	-349,02	412,05	
8'	$-\pi$	-3,1416	-361,94	536,93	286,22

Fonte: Autoria própria.

Nas Figuras 23 e 24, se pode observar, respectivamente, os diagramas do momento fletor M_x e do momento torçor M_y pelo método de G. Prudon. Nota-se que o momento máximo encontrado situa-se nos pontos 8 e 8', ou seja nas extremidades da viga helicoidal.

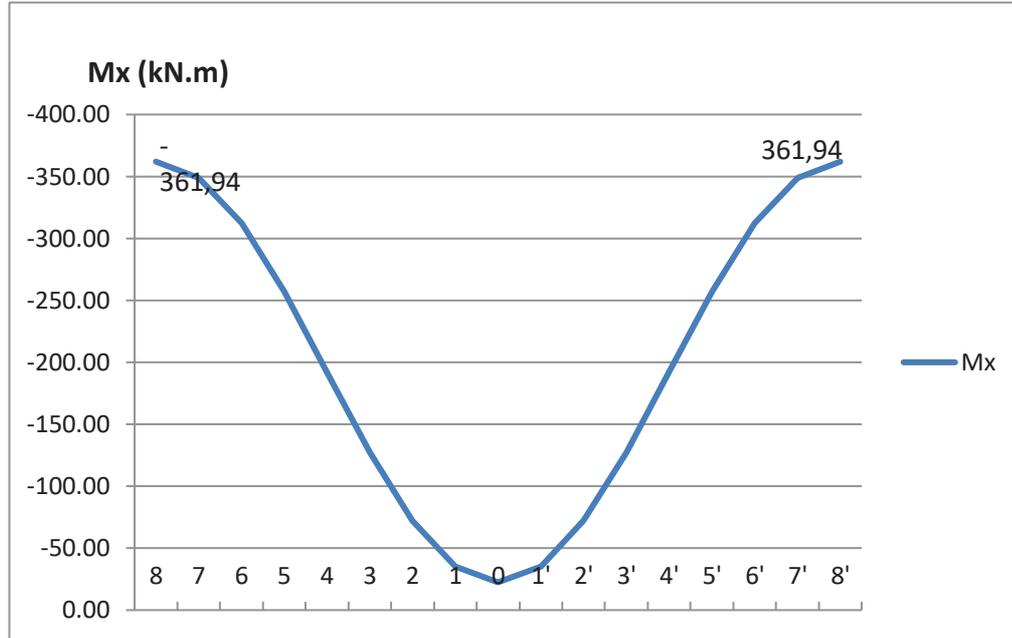


Figura 23 – Gráfico dos resultados de momento fletor M_x pelo método de G. Prudon
Fonte: Autoria própria.

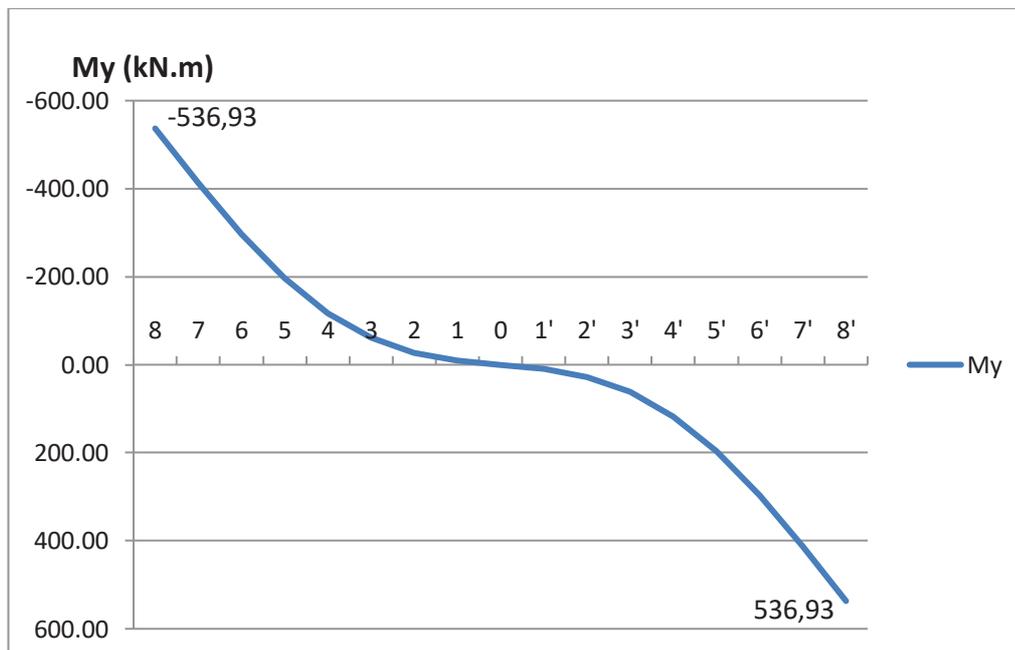


Figura 24 – Gráfico dos resultados de momento torçor M_y pelo método de G. Prudon
Fonte: Autoria própria.

5.3. TAXA DE ARMADURA

Para a estrutura da viga helicoidal em estudo, considerou-se um cobrimento C_1 de 10% em relação aos lados da peça, ou seja:

$$\begin{aligned} C_{1,hv} &= 0,10h_v \\ C_{1,hv} &= 0,10 * 120 \\ C_{1,hv} &= 12 \text{ cm} \\ C_{1,b} &= 0,10b \\ C_{1,b} &= 0,10 * 45 \\ C_{1,b} &= 4,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Estes serão os cobrimentos adotados para o uso dos ábacos adimensionais em roseta do anexo A.

Tem-se, portanto, duas espessuras para parede para parede fictícia t , que de acordo com a Equação 32 deve ser:

$$\begin{aligned} t_b &= \frac{120 * 45}{2 * (120 + 45)} \\ t_b &= 16,36 \text{ cm} \end{aligned}$$

Analogamente, tem-se:

$$t_{hv} = 24 \text{ cm}$$

A figura ilustra as dimensões adotadas para seção equivalente, que será a mesma para os métodos considerados.

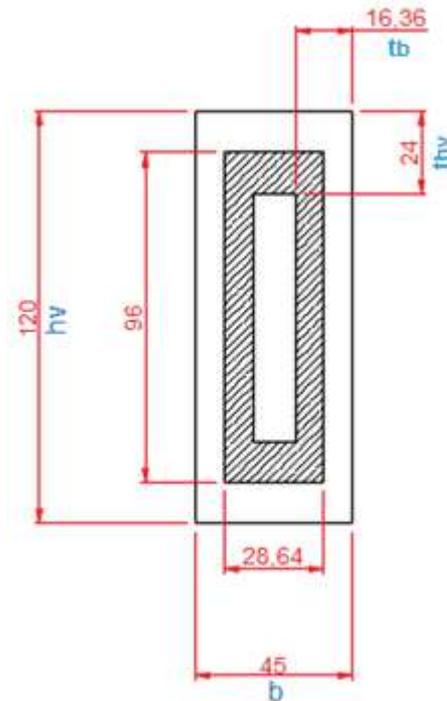


Figura 25 – Dimensões da seção vazada equivalente
Fonte: Autoria própria.

5.3.1. Método das Forças Proposto por J. M. De Araújo

Como o caso de flexão simples oblíqua é uma particularidade do caso de flexão composta oblíqua para esforço normal $N_d = 0$, é necessário calcular apenas os esforços reduzidos μ_x e μ_y , conforme as Equações (27) e (28). Os valores de M_{xd} e M_{yd} serão, respectivamente, os valores máximos de M_x e M_l . Tem-se, então, para $f_{ck} = 50$ MPa:

$$v = 0$$

$$\mu_x = \frac{458,31}{(1,2 \cdot 0,45) * 1,2 * \frac{50000}{1,4}}$$

$$\mu_x = 0,019$$

$$\mu_y = \frac{276,20}{(1,2 \cdot 0,45) * 0,45 * \frac{50000}{1,4}}$$

$$\mu_y = 0,032$$

Com os valores de v , u_y e u_x , utiliza-se o diagrama em roseta do anexo A, para seções retangulares com 8 barras longitudinais. Como $\mu_y > \mu_x$, no ábaco $u_1 = 0,032$ e $u_2 = 0,019$, resultam em uma quantia mecânica $w = 0,075$. Em posse de w calcula-se, então, a capacidade mecânica total da armadura:

$$U_M = 0,075 * (1,2 * 0,45) * \frac{50000}{1,4}$$

$$U_M = 1446,43 \text{ kN}$$

A área de aço para armadura longitudinal de flexão a partir da Equação (30) será, então:

$$A_{sl,M} = \frac{1446,43}{43,478}$$

$$A_{sl,M} = 33,27 \text{ cm}^2$$

De acordo com a Equação (31) a armadura mínima longitudinal de flexão é:

$$A_{sl,M,mín} = \frac{0,288}{100} * (120 * 45)$$

$$A_{sl,M,mín} = 15,55 \text{ cm}^2$$

Portanto, adota-se $A_{sl,M}$, já que foi superior a $A_{sl,M,mín}$, adicionando a parcela correspondente a torção. Verificam-se inicialmente as bielas de compressão pela Equação (34):

$$\frac{56393}{2 * (28,64 * 96) * 16,36} \leq 0,25 * \left(1 - \frac{50}{250}\right) * \frac{50}{1,4}$$

$$0,627 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 6,27 \text{ MPa} \leq 7,14 \text{ MPa} \therefore \text{OK}$$

Calcula-se então a área de aço da armadura longitudinal de torção, através da Equação (36):

$$A_{sl,T} = \frac{56393 * 2 * (28,64 + 96)}{2 * (28,64 * 96) * 43,478}$$

$$A_{sl,T} = 58,80 \text{ cm}^2$$

Pela Equação (37) se obtém a área mínima da armadura longitudinal de torção:

$$A_{sl,T,mín} = \frac{0,16}{2} * \frac{100}{2} * 2 * (28,64 + 96) * 45$$

$$A_{sl,T,mín} = 8,97 \text{ cm}^2$$

A armadura longitudinal total $A_{sl,tot}$ será, então:

$$A_{sl,tot} = A_{sl,M} + A_{sl,T}$$

$$A_{sl,tot} = 33,27 + 58,80$$

$$A_{sl,tot} = 92,07 \text{ cm}^2$$

O cálculo da armadura transversal de torção se dá pela Equação (38):

$$A_{sw,T} = \frac{100 * 56393}{2 * (28,64 * 96) * 43,478}$$

$$A_{sw,T} = 23,59 \text{ cm}^2/m$$

Verificam-se as bielas de compressão para o dimensionamento da armadura transversal de cisalhamento pela Equação (39):

$$\frac{254,47}{45 * 108} \leq 0,27 * \left(1 - \frac{50}{250}\right) * \frac{50}{1,4}$$

$$0,0522 \frac{kN}{cm^2} = 0,52 \text{ MPa} \leq 7,71 \text{ MPa} \therefore OK$$

Outra condição deve ser garantida, conforme Equação (42):

$$\frac{6,27}{7,14} + \frac{0,52}{7,71} \leq 1$$

$$0,95 \leq 1 \therefore OK$$

Pela Equação (43) se dá a armadura transversal de cisalhamento:

$$A_{sw,V} = 100 * 45 * \frac{1,11 * (0,52 - 0)}{434,78}$$

$$A_{sw,V} = 5,97 \text{ cm}^2/m$$

A armadura transversal total $A_{sw,tot}$ será:

$$A_{sw,tot} = 2A_{sw,T} + A_{sw,V}$$

$$A_{sw,tot} = 2 * 23,59 + 5,97$$

$$A_{sw,tot} = 53,15 \text{ cm}^2/m$$

A área mínima de armadura transversal total é dada pela Equação 45:

$$A_{sw,mín} = \frac{0,16}{100} * 100 * 45$$

$$A_{sw,mín} = 7,2 \text{ cm}^2/m$$

A Tabela 9 apresenta os principais resultados de taxa de armadura obtidos para o método das forças proposto por Araújo.

Tabela 9 – Áreas de aço pelo método de Araújo

$A_{sl,M}$ (cm ²) – área de aço da armadura longitudinal de flexão	33,27
$A_{sl,T}$ (cm ²) – área de aço da armadura longitudinal de torção	58,80
$A_{sl,tot}$ (cm ²) – área total de aço da armadura longitudinal	92,07
$A_{sw,T}$ (cm ² /m) – área de aço da armadura transversal de torção	23,59
$A_{sw,V}$ (cm ² /m) – área de aço da armadura transversal de cisalhamento	5,97
$A_{sw,tot}$ (cm ²) – área total de aço da armadura transversal	53,15

Fonte: Autoria própria.

Considerando a taxa de armadura ρ_s como a relação do volume de aço pelo volume de concreto, tem-se conforme Tabela 10:

Tabela 10 – Taxa de armadura ρ_s pelo método de Araújo

Volume de concreto	$45 \cdot 120 \cdot 100 = 540000 \text{ cm}^3$
Volume de aço longitudinal	$92 \cdot 07 \cdot 100 = 9207 \text{ cm}^3$
Volume de aço transversal	$53 \cdot 15 \cdot (120 - 24 + 45 - 9) = 7015,8 \text{ cm}^3$
Taxa de armadura ρ_s	$(9207 + 7015,8) / 540000 = 3,00\%$

Fonte: Autoria própria.

De acordo com as Tabelas 2 e 5, são necessárias as seguintes armaduras efetivas em aço CA-50:

- a) 8 \emptyset 25 para $A_{sl,M}$;
- b) 10 \emptyset 32 para $A_{sl,T}$;
- c) \emptyset 16 com 7 cm para $A_{sw,tot}$.

5.3.2. Método de G. Prudon

No método de G. Prudon, a flexão simples reta é admitida como o único esforço normal que atua ao longo da viga helicoidal. Para o cálculo da armadura longitudinal de flexão $A_{sl,M}$, considerou-se a flexão simples reta M_x como um caso particular de flexão composta oblíqua, em que os demais esforços normais são nulos. A fim de tornar a comparação entre os métodos mais justa, $A_{sl,M}$ foi dimensionado da mesma maneira que no outro método, com os ábacos em roseta do anexo A. Assim, para um $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$, tem-se:

$$v = 0$$

$$u_y = 0$$

$$u_x = \frac{361,94}{(1,2 * 0,45) * 1,2 * \frac{50000}{1,4}}$$

$$u_x = 0,016$$

Com os valores de v , u_y e u_x , utiliza-se o diagrama em roseta do anexo A, para seções retangulares com 8 barras longitudinais. Como $u_x > u_y$, no ábaco $u_1 = 0,015$ e $u_2 = 0$, resultam em uma quantia mecânica $w = 0,036$. Em posse de w calcula-se, então, a capacidade mecânica total da armadura:

$$U_M = 0,036 * (1,2 * 0,45) * \frac{50000}{1,4}$$

$$U_M = 694,29 \text{ kN}$$

A área de aço para armadura longitudinal de flexão a partir da Equação 30 será, então:

$$A_{sl,M} = \frac{694,29}{43,478}$$

$$A_{sl,M} = 15,97 \text{ cm}^2$$

De acordo com a Equação (31) a armadura mínima longitudinal de flexão é:

$$A_{sl,M,mín} = \frac{0,288}{100} * (120 * 45)$$

$$A_{sl,M,mín} = 15,55 \text{ cm}^2$$

Portanto, adota-se $A_{sl,M}$, já que foi superior a $A_{sl,M,mín}$, adicionando a parcela correspondente a torção. Verificam-se inicialmente as bielas de compressão pela Equação (33):

$$\frac{56393}{2 * (28,64 * 96) * 16,36} \leq 0,25 * \left(1 - \frac{50}{250}\right) * \frac{50}{1,4}$$

$$0,627 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 6,27 \text{ MPa} \leq 7,14 \text{ MPa} \therefore \text{OK}$$

Calcula-se então a área de aço da armadura longitudinal de torção, através da Equação (36):

$$A_{sl,T} = \frac{56393 * 2 * (28,64 + 96)}{2 * (28,64 * 96) * 43,478}$$

$$A_{sl,T} = 58,80 \text{ cm}^2$$

Pela Equação (37) se obtém a área mínima da armadura longitudinal de torção:

$$A_{sl,T,mín} = \frac{0,16}{2} * \frac{100}{2} * 2 * (28,64 + 96) * 45$$

$$A_{sl,T,mín} = 8,97 \text{ cm}^2$$

A armadura longitudinal total $A_{sl,tot}$ será, então:

$$A_{sl,tot} = A_{sl,M} + A_{sl,T}$$

$$A_{sl,tot} = 15,97 + 58,80$$

$$A_{sl,tot} = 74,77 \text{ cm}^2$$

O cálculo da armadura transversal de torção se dá pela Equação (38):

$$A_{sw,T} = \frac{100 * 56393}{2 * (28,64 * 96) * 43,478}$$

$$A_{sw,T} = 23,59 \text{ cm}^2/m$$

Verificam-se as bielas de compressão para o dimensionamento da armadura transversal de cisalhamento pela Equação (39):

$$\frac{286,22}{45 * 108} \leq 0,27 * \left(1 - \frac{50}{250}\right) * \frac{50}{1,4}$$

$$0,0589 \frac{kN}{cm^2} = 0,59 \text{ MPa} \leq 7,71 \text{ MPa} \therefore OK$$

Outra condição deve ser garantida, conforme Equação (42):

$$\frac{6,27}{7,14} + \frac{0,59}{7,71} \leq 1$$

$$0,95 \leq 1 \therefore OK$$

Pela Equação (43) se dá a armadura transversal de cisalhamento:

$$A_{sw,V} = 100 * 45 * \frac{1,11 * (0,59 - 0)}{434,78}$$

$$A_{sw,V} = 6,78 \text{ cm}^2/m$$

A armadura transversal total $A_{sw,tot}$ será:

$$A_{sw,tot} = 2A_{sw,T} + A_{sw,V}$$

$$A_{sw,tot} = 2 * 23,59 + 6,78$$

$$A_{sw,tot} = 53,96 \text{ cm}^2/m$$

A área mínima de armadura transversal total é dada pela Equação (45):

$$A_{sw,mín} = \frac{0,16}{100} * 100 * 45$$

$$A_{sw,mín} = 7,2 \text{ cm}^2/m$$

A Tabela 11 apresenta os principais resultados de taxa de armadura obtidos para o método de G. Prudon:

Tabela 11 – Áreas de aço pelo método de G. Prudon

$A_{sl,M}$ (cm ²) – área de aço da armadura longitudinal de flexão	15,97
$A_{sl,T}$ (cm ²) – área de aço da armadura longitudinal de torção	58,80
$A_{sl,tot}$ (cm ²) – área total de aço da armadura longitudinal	74,77
$A_{sw,T}$ (cm ² /m) – área de aço da armadura transversal de torção	23,59
$A_{sw,V}$ (cm ² /m) – área de aço da armadura transversal de cisalhamento	6,78
$A_{sw,tot}$ (cm ²) – área total de aço da armadura transversal	53,96

Fonte: Autoria própria.

Considerando a taxa de armadura ρ_s como a relação do volume de aço pelo volume de concreto, tem-se conforme Tabela 12:

Tabela 12 – Taxa de armadura ρ_s pelo método de G. Prudon

Volume de concreto	$45 \cdot 120 \cdot 100 = 540000 \text{ cm}^3$
Volume de aço longitudinal	$74 \cdot 77 \cdot 100 = 7477 \text{ cm}^3$
Volume de aço transversal	$53,96 \cdot (120 - 24 + 45 - 9) = 7122,72 \text{ cm}^3$
Taxa de armadura ρ_s	$(7477 + 7122,72) / 540000 = 2,70\%$

Fonte: Autoria própria.

De acordo com as Tabelas 2 e 5, são necessárias as seguintes armaduras efetivas em aço CA-50:

- a) 8 \emptyset 16 para $A_{sl,M}$;
- b) 10 \emptyset 32 para $A_{sl,T}$;
- c) \emptyset 16 com 7 cm para $A_{sw,tot}$.

5.4. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Na Figura 26 é possível comparar os resultados de momento fletor M_x para os dois métodos estudados. Ambos os métodos apontam valores máximos de momento nos engastes. A máxima diferença de valores de momento M_x entre os métodos se deu também nos engastes, sendo essa diferença de 96,37 kN.m.

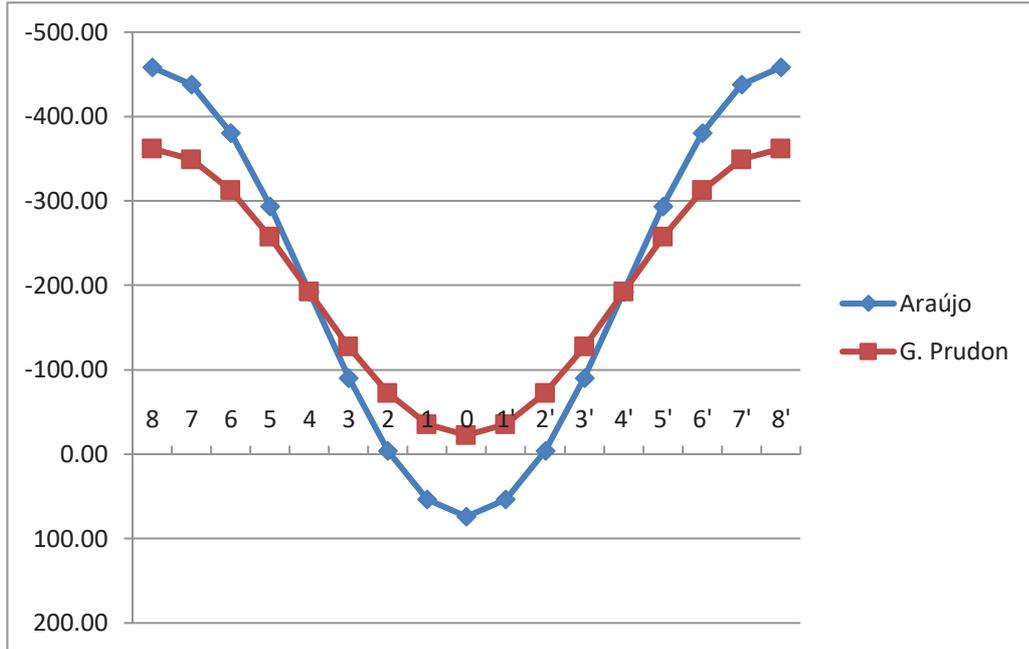


Figura 26 – Gráfico do momento fletor M_x para os métodos de Araújo e G. Prudon, sobrepostos em comparativo
Fonte: Autoria própria.

Na Figura 27 é possível observar que os dois métodos de dimensionamento apresentaram valores iguais de momento torçor nas extremidades, onde foi máximo.

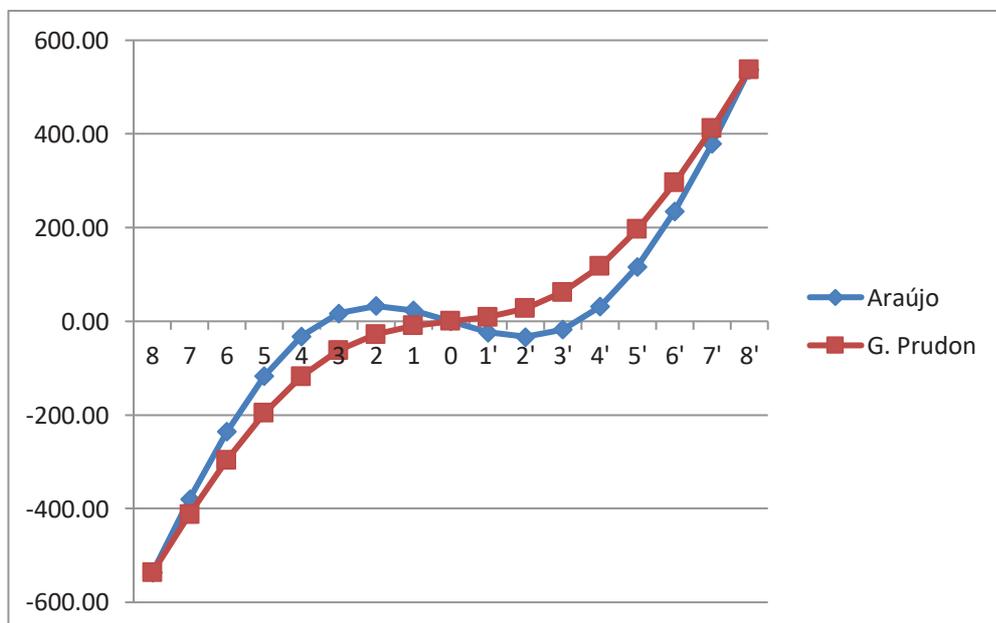


Figura 27 – Gráfico do momento torçor para os métodos de Araújo e G. Prudon, sobrepostos em comparativo
Fonte: Autoria própria.

O valor do esforço cortante, considerado apenas nas extremidades, apresentou pequena diferença nos métodos, como demonstra a Tabela 13. Essa

diferença foi calculada em 27,75 kN. No cálculo das armaduras transversais a contribuição da cortante é relativamente baixa, podendo provavelmente ser desconsiderada sem causar problemas à segurança da estrutura da viga helicoidal.

Tabela 13 – Força cortante para os métodos de Araújo e G. Prudon, considerada nas extremidades da viga helicoidal

Método	V (kN)
Araújo	254,47
G. Prudon	286,22

Fonte: Autoria própria.

Quanto às taxas de armadura não poderia ser diferente, foram encontrados valores muito semelhantes nos dois métodos. Mesmo as áreas de aço sendo menores no método de G. Prudon, tanto para as áreas de aço longitudinais quanto para as transversais, na escolha da bitola a ser utilizada, G. Prudon se mostrou mais econômica apenas para a área de aço transversal da flexão. A Tabela 14 reúne os principais resultados para área de aço nos dois métodos estudados.

Tabela 14 – Comparativo entre taxas de armadura para os métodos de Araújo e G. Prudon

	Araújo	G. Prudon
$A_{sl,M}$ (cm ²)	33,27	15,97
$A_{sl,T}$ (cm ²)	58,80	58,80
$A_{sl,tot}$ (cm ²)	92,07	74,77
$A_{sw,T}$ (cm ² /m)	23,59	23,59
$A_{sw,V}$ (cm ² /m)	5,97	6,78
$A_{sw,tot}$ (cm ²)	53,15	53,96
ρ_s (%)	3,00	2,70

Fonte: Autoria própria.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Levando em consideração que os métodos de Araújo e G. Prudon levaram a resultados muito semelhantes de solicitações e armadura, pode-se dizer que o método de G. Prudon mostrou-se mais vantajoso, devido a maior simplicidade de cálculo e até mesmo pela pequena diferença na taxa de armadura, o que resulta em economia de materiais.

Acredita-se que o problema foi adequadamente apresentado e resolvido, de forma a contribuir com o entendimento para profissionais que se depararem com este tipo de estrutura. Os métodos de cálculo foram minuciosamente detalhados e os interessados em se aprofundar nos estudos de escadas helicoidais encontrarão neste trabalho uma forma prática de se analisar estruturas tão complexas.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010a. v. 1.

_____. **Curso de concreto armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010b. v. 4.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

_____. **NBR 6120**: cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.

_____. **NBR 8681**: ações e segurança nas estruturas – procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

BANGASH, M. Y. H.; BANGASH, T. **Staircases – structural analysis and design**. Rotterdam: A. A. Balkema: 1999.

CARMO, Manfredo P. do. **Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies**. 6. ed. Rio de Janeiro, 2010.

GUERRIN, A.; LAVAUR, Roger-Claude. **Tratado de concreto armado**. São Paulo: Hemus, 2002. v. 3.

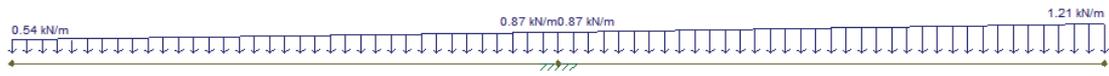
MONTOYA, Pedro Jiménez et al. **Hormigón Armado**. 14. ed. Barcelona: Editorial Gustavo Gili, 2011.

ROCHA, Aderson M. da. **Curso prático de concreto armado**. 19. ed. São Paulo: Nobel, 1985. v. 3.

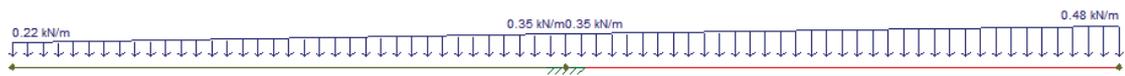
WADUD, Zia. **A simple design approach for helicoidal stair slabs**. 2002. 136 f. Tese (Mestrado em engenharia civil e estrutural) – Departamento de Engenharia Civil – Universidade de Engenharia e Tecnologia. Bangladesh, 2002.

APÊNDICE A – Dimensionamento do degrau

Peso próprio da peça pré-moldada de concreto armado com altura adotada de 10 cm



Peso próprio do revestimento



Peso próprio do parapeito



Carregamento acidental considerado no parapeito



Carregamento acidental na posição mais desfavorável



Carregamento total



Diagrama do esforço cortante

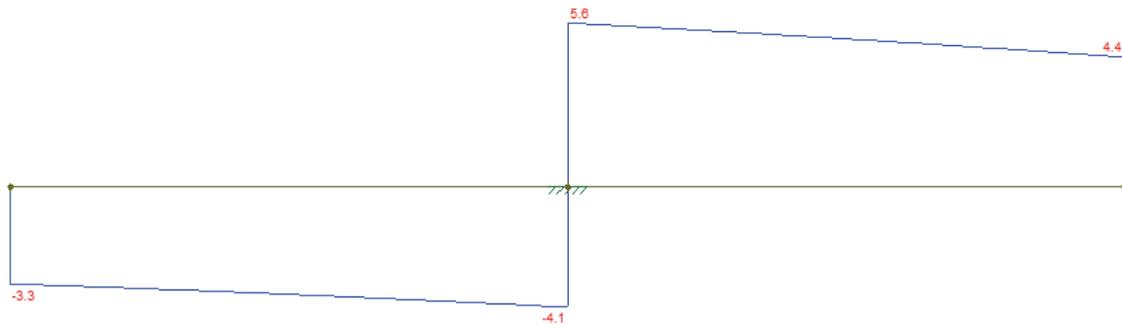
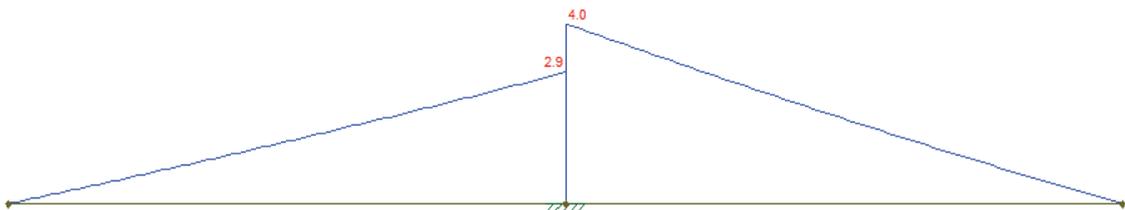
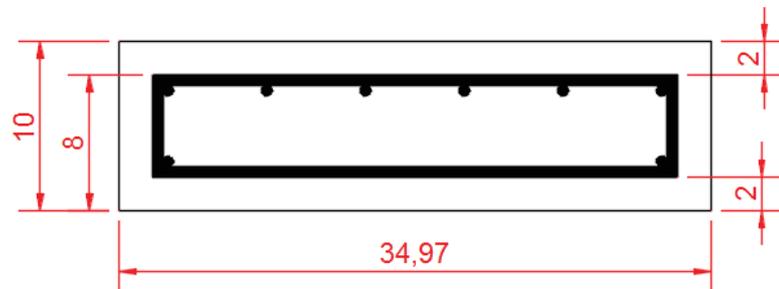


Diagrama do momento fletor



Corte transversal da seção mais solicitada



Adotou-se uma altura de 10 cm para o degrau, será feita então a verificação e dimensionamento da armadura de acordo com a NBR 6118.

O dimensionamento do degrau se inicia com o cálculo do momento de projeto M_d :

$$M_d = 1,4 \cdot M_{m\acute{a}x}$$

$$M_d = 1,4 \cdot 4$$

$$M_d = 5,6 \text{ kN} \cdot \text{m} = 560 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Através da equação de equilíbrio abaixo, descobre-se a posição da linha neutra y :

$$\sum M_{As} = \alpha_c b f_{cd} y (d - 0,5y) = M_d$$

Considerando um $\alpha_c = 0,85$, para concretos de classe até C50, tem-se:

$$0,85 \cdot 34,97 \cdot y \cdot \frac{50}{1,4 \cdot 10} \cdot (7,7 - 0,5y) = 560$$

$$y = 0,69 \text{ cm}$$

Para que o dimensionamento esteja dentro do domínio 2 e seja de armadura simples, é necessário satisfazer a condição em que $y < y_{2,3}$. O cálculo de $y_{2,3}$ se dá por:

$$y_{2,3} = 0,8 \cdot (0,259d)$$

$$y_{2,3} = 0,8 \cdot (0,259 \cdot 8)$$

$$y_{2,3} = 1,66 \text{ cm} > 0,72 \text{ cm} = y \therefore OK$$

Para a determinação da área de aço longitudinal A_{sl} , fica estabelecida a equação de equilíbrio a seguir:

$$\sum F = \alpha_c b f_{cd} y - A_{sl} f_{yd} = 0$$

$$A_{sl} = \frac{0,85 \cdot 34,97 \cdot 0,69 \cdot \frac{50}{1,4 \cdot 10}}{\frac{500}{1,15 \cdot 10}}$$

$$A_{sl} = 1,68 \text{ cm}^2$$

A área de aço longitudinal mínima é:

$$A_{sl,min} = \rho_{min} A_c$$

$$A_{sl,min} = \frac{0,288}{100} \cdot 34,97 \cdot 10$$

$$A_{sl,min} = 1,01 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área de aço longitudinal A_{sl} adotada será de 1,68 cm². Adotou-se então:

$$6 \text{ } \emptyset \text{ } 6,3 = 1,89 \text{ cm}^2$$

Para peças nas quais $b \leq 5d$, deve-se, inicialmente, a fim de evitar o esmagamento da biela de compressão, satisfazer a condição $\tau_{wd} \leq \tau_{wu}$. Então:

$$b \leq 5d$$

$$34,97 < 5,8$$

$$34,97 < 40 \therefore OK$$

$$\tau_{wd} \leq \tau_{wu}$$

$$\frac{V_d}{bd} < 0,27 \alpha_v f_{cd}$$

$$\frac{1,4 \cdot 9,7}{34,97 \cdot 8} < 0,27 \cdot \left(1 - \frac{50}{250}\right) \cdot \frac{50}{1,4}$$

$$0,0485 \frac{kN}{cm^2} = 0,485 \text{ MPa} < 7,71 \text{ MPa} \therefore OK$$

Satisfeitas as condições acima, determina-se então a área de aço da armadura transversal A_{sw} para confecção dos estribos:

$$A_{sw} = 100b \frac{\tau_d}{f_{yd}}$$

$$A_{sw} = 100 \cdot 34,97 \cdot \frac{(1,110,504)}{500/1,15}$$

$$A_{sw} = 4,5 \text{ cm}^2/m$$

A área de aço transversal mínima $A_{sw,min}$ é de:

$$A_{sw,min} = \rho_{w,min} \cdot 100 \cdot 34,97$$

$$A_{sw,mín} = \frac{0,16}{100} \cdot 100.34,97$$

$$A_{sw,mín} = 5,6 \text{ cm}^2/m$$

Portanto, a área de aço transversal dos estribos A_{sw} adotada será de 5,6 cm^2 . Adotou-se então:

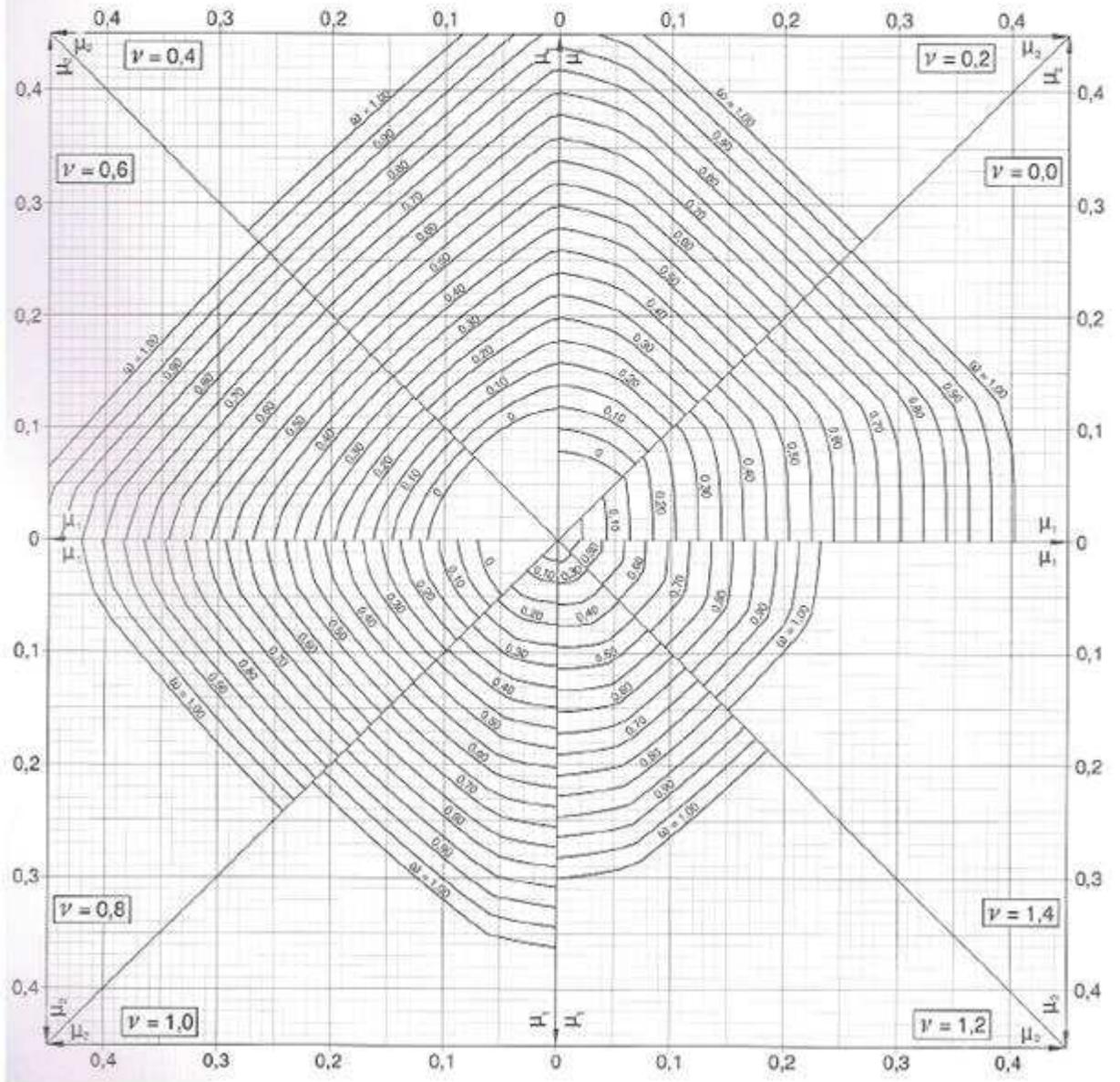
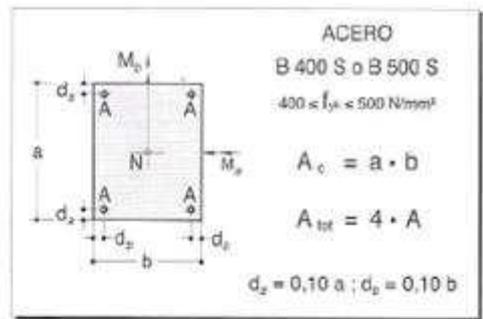
$$\mathbf{\emptyset 6,3 \text{ com } 11 \text{ cm} = 5,67 \text{ cm}}$$

**ANEXO A – Ábacos em roseta para dimensionamento de flexão oblíqua
(MONTROYA et al., 2011, p. 506)**

$$\mu_x = \frac{M_{x,d}}{A_s \cdot a \cdot f_{c,d}} \quad \mu_y = \frac{M_{y,d}}{A_s \cdot b \cdot f_{c,d}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_s \cdot f_{c,d}} \quad \omega = \frac{A_{st} \cdot f_{s,d}}{A_s \cdot f_{c,d}}$$

si $\mu_x > \mu_y \Rightarrow \mu_1 = \mu_x : \mu_2 = \mu_y$
 si $\mu_x < \mu_y \Rightarrow \mu_1 = \mu_y : \mu_2 = \mu_x$



$$\mu_x = \frac{M_{x,d}}{A_c \cdot a \cdot f_{ct,d}} \quad \mu_y = \frac{M_{y,d}}{A_c \cdot b \cdot f_{ct,d}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{ct,d}} \quad \omega = \frac{A_{st} \cdot f_{yk}}{A_c \cdot f_{ct,d}}$$

si $\mu_x > \mu_y \Rightarrow \mu_1 = \mu_x : \mu_2 = \mu_y$
 si $\mu_x < \mu_y \Rightarrow \mu_1 = \mu_y : \mu_2 = \mu_x$

