

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA CIVIL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

ELOÁ BETÂNEA GUIMARÃES

**ANÁLISE COMPARATIVA DE LAJES NERVURADAS
BIDIRECIONAIS USANDO O MÉTODO DA LAJE MACIÇA
EQUIVALENTE E O MÉTODO DAS GRELHAS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TOLEDO

2019

ELOÁ BETÂNEA GUIMARÃES

**ANÁLISE COMPARATIVA DE LAJES NERVURADAS
BIDIRECIONAIS USANDO O MÉTODO DA LAJE MACIÇA
EQUIVALENTE E O MÉTODO DAS GRELHAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel, do curso de Engenharia Civil, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Rodnny Jesus Mendoza Fakhye

TOLEDO

2019



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Toledo
Coordenação do Curso de Engenharia Civil



TERMO DE APROVAÇÃO

Título do Trabalho de Conclusão de Curso de Nº 221

ANÁLISE COMPARATIVA DE LAJES NERVURADAS BIDIRECIONAIS USANDO O MÉTODO DA LAJE MACIÇA EQUIVALENTE E O MÉTODO DAS GRELHAS

por

Eloá Betânea Guimarães

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 9:10h do dia **22 de novembro de 2019** como requisito parcial para a obtenção do título **Bacharel em Engenharia Civil**. Após deliberação da Banca Examinadora, composta pelos professores abaixo assinados, o trabalho foi considerado **APROVADO**.

Prof. Dr. Gustavo Savaris
(UTFPR – TD)

Prof. Dr. Lucas Boabaid Ibrahim
(UTFPR – TD)

Prof. Dr. Rodnny Jesus Mendoza Fakhye
(UTFPR – TD)
Orientador

Visto da Coordenação
Prof. Dr. Fúlvio Natércio Feiber
Coordenador da COECI

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.

RESUMO

GUIMARÃES, Eloá Betânea. **Análise comparativa de lajes nervuradas bidirecionais usando o método da laje maciça equivalente e o método das grelhas.** 2019. 59 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Civil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, 2019.

Com a crescente utilização de lajes nervuradas na construção civil faz-se necessário compreender seu comportamento estrutural. Neste trabalho foram analisadas lajes nervuradas com diferentes espaçamentos entre as nervuras utilizando-se o método da laje maciça equivalente. Os resultados de momento fletor e esforço cortante bem como suas respectivas armaduras foram comparados com os resultados fornecidos pelo software Eberick.

Palavras-chave: Lajes nervuradas. Método da laje maciça equivalente. Analogia de grelha.

ABSTRACT

GUIMARÃES, Eloá Betânea. **Comparative analysis of bidirectional ribbed flagstones using the equivalent massive flagstone methodology and the grid methodology.** 2019. 59 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Civil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, 2019.

Due to the growing use of ribbed flagstones in construction, the understanding of its behavioural structure has been made necessary. In this work, there have been analysed ribbed flagstones with different spacing between the ribs through the equivalent massive flagstone. The results of the bending moment and cutting effort as well as its respectively reinforcing bars have been compared to the ones given by Eberick software.

Keywords: Ribbed flagstone. Methodology of equivalent massive flagstone. Grid analogy.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Comportamento do concreto na flexão pura (Estádio II).....	16
Figura 2 – Seção transversal de uma laje nervurada.	18
Figura 3 - Esforços atuantes em um elemento infinitesimal da placa.	21
Figura 4 - Seção T empregada no cálculo.....	24
Figura 5 - Laje discretizada como grelha.	26
Figura 6 - Laje nervurada vista em corte.	29
Figura 7 - Configurações de materiais e durabilidade.	34
Figura 8 - Blocos de vazios utilizados.	35
Figura 9 - Comparação de momento fletor.....	38
Figura 10 - Comparação da armadura de flexão.....	40
Figura 11 - Comparação do esforço cortante.....	42
Figura 12 - Comparação da armadura de cisalhamento.	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores estimados do módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado graúdo).	17
Tabela 2 - Lajes analisadas.	28
Tabela 3 - Espessura da laje maciça equivalente.	36
Tabela 4 - Cargas atuantes.....	37
Tabela 5 - Resultados de momento fletor e força cortante.	37
Tabela 6 - Comparação de momento fletor.....	38
Tabela 7 - Resultados da armadura de flexão.	39
Tabela 8 - Comparação de armadura de flexão.	39
Tabela 9 - Comparação de esforço cortante.	41
Tabela 10 - Comparação de armadura de cisalhamento	43
Tabela 11 - Comparação dos resultados.	44

LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CA	Concreto armado
CP	Concreto protendido
CAA	Classe de agressividade ambiental
LN	Linha neutra
NBR	Norma Brasileira

LISTA DE SÍMBOLOS

b	Largura
b_w	Espessura da nervura
$b_{x,y}$	Espessura da nervura em cada direção
d	Altura útil
f	Flecha imediata
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
$f_{ctk,inf}$	Resistência característica inferior à tração do concreto
$f_{ctk,sup}$	Resistência característica superior à tração do concreto
$f_{ct,m}$	Resistência média à tração do concreto
f_{yd}	Resistência de projeto do aço
f_{yk}	Resistência característica do aço
h	Espessura da laje
h_e	Espessura da laje maciça equivalente
h_f	Espessura da mesa
h_t	Altura total da laje nervurada
l_0	Vão livre entre nervuras
l_{cc}	Vão entre eixos de nervuras
l_x	Menor dimensão da laje
l_y	Maior dimensão da laje
q	Reação da laje da viga
x	Altura da linha neutra
A_s	Área de aço
D	Rigidez a flexão
D_1	Rigidez na região das nervuras
D_2	Rigidez na região da mesa
D_e	Rigidez equivalente
F	Flecha total
E	Módulo de elasticidade
E_{ci}	Módulo de elasticidade tangente inicial
E_{cs}	Módulo de deformação secante
I	Momento de inércia

M	Momento fletor
M_d	Momento fletor de cálculo
S	Espaçamento entre eixos de nervuras
V_{Rd}	Força cortante resistente de cálculo
V_{sd}	Força cortante solicitante de cálculo
W_1	Flecha da laje de espessura unitária
W_{exp}	Flecha experimental
α_i	Parâmetro em função da resistência característica do concreto
α_E	Parâmetro em função da natureza do agregado
ε_{cc}	Deformação específica do concreto
ε_s	Deformação específica do aço
$\Delta\omega$	Flecha devido a fluência do concreto
γ_c	Coeficiente de ponderação da resistência do concreto
γ_s	Coeficiente de ponderação da resistência do aço
λ	Parâmetro em função das dimensões da laje
σ_{cc}	Tensão de compressão do concreto
σ_{cd}	Tensão de compressão de projeto do concreto
μ	Coeficiente momento fletor
ζ	Parâmetro em função do espaçamento das nervuras
ν	Coeficiente de Poisson

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	JUSTIFICATIVA	13
1.2	OBJETIVOS	13
1.2.1	Objetivo geral	13
1.2.2	Objetivos específicos	13
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
2.1	CONCRETO ARMADO	14
2.1.1	Resistência à compressão	14
2.1.2	Resistência à tração	15
2.1.3	Linha Neutra	15
2.1.4	Módulo de elasticidade	16
2.2	LAJES NERVURADAS	17
2.2.1	Função estrutural das lajes	18
2.2.2	Tipos de lajes nervuradas	18
2.2.3	Materiais de enchimento	19
2.3	TEORIA DE PLACAS	20
2.3.1	Hipóteses de Kirchhoff	20
2.3.2	Rigidez de placas	21
2.4	MÉTODO DA LAJE MACIÇA EQUIVALENTE	22
2.4.1	Método da Rigidez Média	23
2.4.2	Cálculo Usual	24
2.4.3	Coeficiente de correção de Hahn	25
2.5	TEORIA DE GRELHAS	25
3	MATERIAIS E MÉTODOS	28
3.1	CONSIDERAÇÕES DE PROJETO	28
3.2	DETERMINAÇÃO DA ESPESSURA EQUIVALENTE	30
3.3	DIMENSIONAMENTO DA LAJE MACIÇA EQUIVALENTE	30
3.3.1	Levantamento de cargas atuantes	30
3.3.2	Definição da resistência característica do concreto e cobrimento	30
3.3.3	Esquema estrutural da laje	31

3.3.4	Momentos máximos para o estado limite último (ELU)	31
3.3.5	Verificação do momento reduzido.....	31
3.3.6	Cálculo do momento fletor por nervura.....	32
3.3.7	Cálculo das armaduras	32
3.3.8	Verificação ao cisalhamento e da biela de compressão.....	33
3.5	DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO DE ANALOGIA DE GRELHAS	34
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	36
4.1	ESPESSURA DA LAJE MACIÇA EQUIVALENTE	36
4.2	DIMENSIONAMENTO DA LAJE MACIÇA.....	36
4.3	COMPARAÇÃO DO MOMENTO FLETOR.....	37
4.4	COMPARAÇÃO DAS ARMADURAS DE FLEXÃO	39
4.5	COMPARAÇÃO DO ESFORÇO CORTANTE	41
4.6	COMPARAÇÃO ARMADURA DE CISALHAMENTO	42
5	CONCLUSÃO	46
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	46
	REFERÊNCIAS.....	47
	APÊNDICE A – Vista superior da laje analisada	50
	APÊNDICE B – Detalhe da nervura.....	51
	ANEXO A – Esquema estrutural da laje	52
	ANEXO B – Coeficiente μ_x para o cálculo dos momentos máximos nas lajes	53
	ANEXO C – Coeficiente μ_y para o cálculo dos momentos máximos nas lajes	54
	ANEXO D – Coeficiente α para o cálculo de flechas elásticas em lajes.....	55
	ANEXO E – Combinações de serviço.....	56
	ANEXO F – Coeficientes K_x para o cálculo das reações nas vigas de lajes	57
	ANEXO G – Coeficientes K_y para o cálculo das reações nas vigas de lajes.....	58

1 INTRODUÇÃO

Nos projetos estruturais, um dos maiores desafios encontrados é vencer grandes vãos de forma segura e economicamente viável. Lajes com vãos maiores que 10 metros são solicitadas em edifícios corporativos e garagens que necessitam de grandes áreas livres, bem como em empreendimentos residenciais de alto padrão que a liberdade para futuras mudanças é priorizada (NAKAMURA, 2015).

Segundo Ciocchi (2003), para conseguir vencer grandes distâncias é preciso evitar materiais pesados, por isso, busca-se o uso de materiais cada vez mais leves de forma que exista um equilíbrio entre a funcionalidade e custo. Nestes casos é aconselhado o uso das lajes nervuradas, quando existe a necessidade de suportar grandes sobrecargas, de tal forma que possa ser empregado um material leve e resistente entre as nervuras assim economiza-se em aço e concreto.

Logo, existe a necessidade de entender o comportamento das diversas possibilidades de disposição estrutural de lajes nervuradas, ou seja, o comportamento da laje de acordo como o número de nervuras e conseqüentemente o espaçamento entre elas.

Porém o comportamento estrutural de lajes nervuradas não é de fácil entendimento e vem sendo estudado por diversos autores, uma vez que ainda não existe consenso sobre qual método de análise mais se aproxima do comportamento real da laje (ARAÚJO, 2005).

Para tanto, os métodos mais utilizados são da laje maciça equivalente, analogia de grelha e método dos elementos finitos, neste trabalho, serão analisados os resultados usando os dois primeiros métodos.

Para análise pelo método da laje maciça equivalente serão tomados por bases estudos realizados por Araújo (2005) e Araújo (2006) para a determinação da espessura da laje maciça equivalente e a análise por analogia de grelhas será feita através de software, buscando desta forma, determinar se os resultados são aceitáveis, tendo em vista que a NBR 6118 (ABNT, 2014) permite o dimensionamento pelo método da laje maciça equivalente.

1.1 JUSTIFICATIVA

Embora o sistema de lajes maciças ainda seja amplamente usado na construção civil, o uso dos sistemas de lajes nervuradas tem ganhado notoriedade nos últimos anos. Por haver uma redução de concreto abaixo da linha neutra, tal sistema se torna mais econômico e leve em relação ao sistema de lajes maciças, e também, é capaz de vencer vãos maiores (OLIVEIRA et al., 2018).

A norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) no item 14.7.7 permite que, para efeitos de forças solicitantes, as lajes nervuradas bidimensionais sejam calculadas usando lajes maciças equivalentes.

Posto isso, a compreensão do comportamento estrutural de lajes nervuradas através da aplicação do método da laje maciça equivalente, torna-se importante visto que existe divergência entre alguns autores sobre a validade do método, já que, quando a laje é armada em cruz, os resultados são muito dependentes da rigidez à torção e neste ponto não há consenso quanto aos valores a serem adotados (ARAÚJO, 2005).

Para tanto, será utilizado o método da grelha como referencia, visto que esse método atinge resultados mais próximos dos observados por meio de ensaios experimentais (STRAMADINOLI, 2003).

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Analisar e dimensionar lajes nervuradas bidirecionais utilizando o método da laje maciça equivalente e comparar os resultados com os obtidos por meio do método das grelhas.

1.2.2 Objetivos específicos

- Realizar a análise estrutural de lajes nervuradas com diferentes espaçamentos entre nervuras;
- Modelar lajes nervuradas usando um software de projeto estrutural;
- Analisar se os resultados obtidos através do método da laje maciça equivalente para verificar se os resultados condizem com os gerados pelo software (método das grelhas).

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CONCRETO ARMADO

O concreto por si só é um material que resiste muito bem aos esforços de compressão, entretanto o mesmo não acontece quando se trata de esforços de tração. Em média a resistência à tração do concreto é apenas 10% de sua resistência à compressão (BOTELHO e FERRAZ, 2015).

Assim torna-se necessário acrescentar ao concreto um material com alta resistência a esforços de tração, com o objetivo de, disposto apropriadamente, tal material resistir as tensões de tração atuantes na estrutura. Desta forma, surge então o chamado “concreto armado”, onde o concreto absorve as tensões de compressão e as barras da armadura absorvem as tensões de tração (BASTOS, 2006).

Com concreto e aço trabalhando em conjunto, condição garantida pela aderência entre os dois materiais, na região tracionada o concreto se deforma, fazendo com que o aço tracione junto, dessa forma, garantindo o bom desempenho estático da estrutura (FRANÇA, 2004).

Botelho e Ferraz (2015) ainda destacam que mesmo que o concreto chegue a fissurar moderadamente na seção tracionada, não haverá maiores problemas, pois as barras de aço são responsáveis por resistir a esses esforços.

2.1.1 Resistência à compressão

A principal característica do concreto é sua resistência à compressão, tal resistência é determinada através de ensaios de corpos de prova (CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2014).

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), no item 12.2 a resistência característica (f_{ck}) é definida de forma que, em um lote de corpos de prova, exista uma probabilidade de apenas 5% de que algum elemento não atinja tal resistência.

Desse modo, Carvalho e Figueiredo Filho (2014) definem como “resistência característica (f_{ck}) do concreto à compressão um o valor que apresenta um grau de confiança de 95%, ou seja, f_{ck} é o valor da resistência, de modo que 95% dos resultados dos ensaios estejam acima dele, ou 5% abaixo”.

2.1.2 Resistência à tração

A resistência à tração do concreto, apesar de baixa como posto anteriormente, está relacionada diretamente com a fissuração e com a resistência ao cisalhamento, logo é importante conhecê-la. (CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2014).

A norma NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece que tal resistência seja determinada através de ensaios, porém na falta dos mesmos, pode ser obtida através das seguintes equações:

$$f_{ctk,inf} = 0,7f_{ct,m} \quad (1)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3f_{ct,m} \quad (2)$$

Para concretos de classes até C50:

$$f_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad (3)$$

Para concretos de classes C55 até C90:

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,11f_{ck}) \quad (4)$$

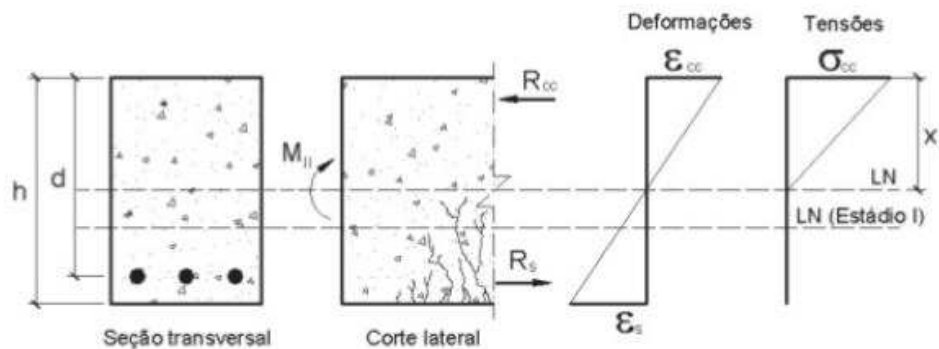
Onde $f_{ct,m}$ e f_{ck} são expressos em megapascal (MPa).

2.1.3 Linha Neutra

A linha neutra é um plano paralelo às faces superior e inferior em que a deformação específica e a tensão são nulas (BEER et al.,2013).

Os esforços atuantes acima da linha neutra são os de compressão e abaixo estão os esforços de tração como mostra a Figura 1.

Figura 1 - Comportamento do concreto na flexão pura (Estádio II).



Fonte: Pinheiro e Razente (2003).

É importante lembrar que a NBR 6118 (ABNT, 2014) no item 14.6.4.3, impõe limites para a posição da linha neutra:

- $x/d \leq 0,45$ para concretos com $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$
- $x/d \leq 0,35$ para concretos com $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$

Com tais limites, a laje apresenta um comportamento dúctil, de modo que quanto menor for x/d , onde x é a posição da linha neutra e d a altura útil da viga, maior a ductilidade.

2.1.4 Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade (E) está diretamente relacionado com a rigidez do material, de forma que quanto maior o valor de E , maior será o esforço necessário para deformá-lo. Tendo em vista que o concreto é um material heterogêneo, seu módulo de elasticidade varia de acordo com as matérias-primas que o compõem. (SILVA, 2011).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta dois módulos de elasticidade para o concreto: o módulo de elasticidade tangente inicial (E_{ci}) e módulo de deformação secante (E_{cs}).

Os valores de E_{ci} e E_{cs} são obtidos por meio de ensaios descritos pela NBR 8522, porém quando não é possível a realização de ensaios, a Norma no item 8.2.8 estabelece que podem ser utilizadas formulações para definir tais valores apresentadas abaixo:

Para valores de f_{ck} de 20 MPa a 50 MPa:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (5)$$

E para valores de f_{ck} de 55 MPa a 90 MPa:

$$E_{ci} = 2,15 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (6)$$

Onde α_E depende do agregado utilizado na fabricação do concreto variando de 0,7 a 1,2.

Já o valor de E_{cs} pode ser estimado por:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (7)$$

Sendo:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (8)$$

A norma 6118 (ABNT, 2014) ainda apresenta a Tabela 1 com os valores estimados de E_{ci} , E_{cs} e α_i .

Tabela 1 - Valores estimados do módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado graúdo).

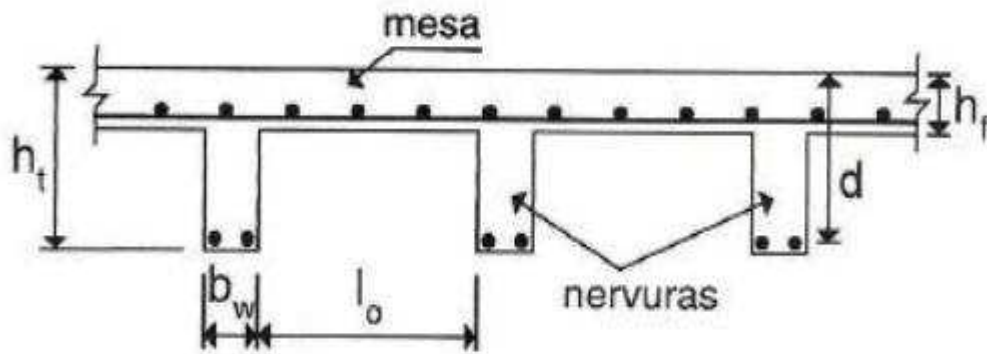
Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
α_i	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,93	0,95	0,98	1,00	1,00

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

2.2 LAJES NERVURADAS

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) lajes nervuradas podem ser definidas como lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte, como ilustra a Figura 2.

Figura 2 – Seção transversal de uma laje nervurada.



Fonte: Araújo (2003) apud Piva (2014).

Segundo Botelho e Ferraz (2015) em uma laje maciça, assim como as vigas, o concreto acima da linha neutra trabalha à compressão e abaixo a tração.

O uso desse tipo de laje reduz o volume de concreto abaixo da linha neutra e material colocado entre as nervuras tem como única função substituir o concreto, sem colaborar com a resistência a tração. Assim, uma laje nervurada é formada por conjunto de vigas que se cruzam, associadas a mesa, desse modo, tal elemento estrutural terá um comportamento intermediário entre o de laje maciça e o de grelha. (PINHEIRO e RAZENTE, 2003).

2.2.1 Função estrutural das lajes

Segundo Bastos (2006) as lajes têm por função estrutural suportar as ações verticais oriundas da utilização da mesma como pessoas, móveis, pisos, paredes e outros tipos de cargas que pode haver.

Pinheiro e Razente (2003) dizem que a função citada acima confere a laje um comportamento de placa e que outra função da laje é distribuir as ações horizontais entre os pilares da estrutura, se comportando assim como chapa, e concluem que as lajes têm dupla função estrutural: de placa e de chapa.

2.2.2 Tipos de lajes nervuradas

Segundo Pinheiro e Razente (2003) lajes nervuradas podem ser executadas de dois modos:

a) Lajes nervuradas moldadas in loco

Todas as etapas são executadas no local da obra, porém é possível utilizar formas já prontas encontradas em polipropileno ou em metal, com dimensões moduladas para substituir os materiais inertes. Para esse tipo de execução se faz necessário o uso de fôrmas e escoramentos.

b) Lajes nervuradas com nervuras pré-fabricadas

Dispensa o uso do tabuleiro de formas, pois são usadas vigotas pré-moldadas para compor as nervuras. Tais vigotas são capazes de suportar além de seu peso próprio, as ações de construção.

2.2.3 Materiais de enchimento

De acordo com Pinheiro e Razente (2003), podem ser usados vários tipos de materiais de enchimento para preencher os vazios, entre os quais os blocos cerâmicos, o EPS e as formas de caixotes reaproveitáveis são os mais comuns.

a) Blocos cerâmicos

Apesar de possuir um peso específico elevado para material de enchimento, são utilizados, pois garantem um ótimo conforto térmico. São usados, geralmente, nas lajes com vigotas pré-moldadas.

b) Blocos de EPS

Vem ganhando espaço como enchimento de lajes por possuir muitas vantagens, entre elas facilidade de corte, resiste bem às operações de montagem das armaduras e de concretagem, com ótima vedação, baixo módulo de elasticidade, permitindo uma adequada distribuição das cargas, entre outras.

c) Caixotes reaproveitáveis

A principal vantagem dessas formas são os vazios que elas criam, reduzindo o peso próprio da laje e após a execução, para retirar os caixotes, injeta-se ar comprimido para retirá-las, sendo assim podem ser reutilizadas outras vezes.

2.3 TEORIA DE PLACAS

Placas podem ser definidas como elementos estruturais, limitado por duas superfícies planas, a grandeza que separa essas superfícies é denominada espessura, de tal forma que tal grandeza é muito menor que as outras duas dimensões. (CHAVES, 1997).

Bernardino (2016) comenta que existem três principais teorias sobre comportamento estrutural de placas: Teoria de Kirchhoff, Teoria de Mindlin e Teoria de von Kármán. Sendo a Teoria de Kirchhoff a que melhor se aplica na análise estrutural de lajes nervuradas.

2.3.1 Hipóteses de Kirchhoff

Segundo Hernández e Jurado (2014) para análise de placas seguindo a teoria de Kirchhoff devem ser levadas em consideração as seguintes hipóteses:

- Material elástico e linear;
- A espessura é muito menos que as outras duas dimensões da placa;
- Não há deformação no plano médio da placa, permanecendo neutra durante a flexão;
- Pequenas deformações são assumidas, portanto a flecha da placa será pequena em comparação a espessura. Também serão pequenas as torções do plano médio e são considerados desprezíveis ;
- Os pontos localizados no plano normal da placa permanecem depois da flexão normal para a superfície média representando o deformado do dito plano;
- A placa é incompressível ao longo da espessura e as tensões normais em direção perpendicular a placa são insignificantes.

Tais hipóteses permitem o desenvolvimento de equações diferenciais, porém Araújo (2003) comenta que a solução exata para essas equações são obtidas apenas em poucos casos particulares, em casos mais gerais é usada a expansão em série de Fourier para encontrar as soluções.

Posto que existe certa dificuldade em encontrar tais soluções, foram desenvolvidas tabelas para auxiliar no cálculo das reações de apoio. Todavia existem diferenças entre algumas tabelas que se deve ao valor adotado para o coeficiente de Poisson e aproximações no truncamento das séries de Fourier (ARAÚJO, 2003).

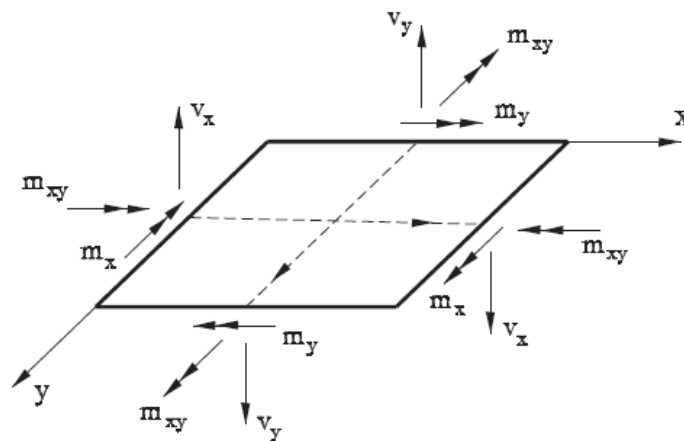
Carvalho (1994) destaca que o coeficiente de Poisson tem grande influência nos resultados de esforços e deslocamentos.

2.3.2 Rigidez de placas

Segundo Beer (2013), rigidez pode ser definida como a capacidade do elemento de resistir às deformações dentro da região linear.

Uma placa está sujeita à ação de momentos fletores e torçores e esforços cortantes nas duas direções do plano (Figura 3) que causam deslocamentos (PIVA, 2014).

Figura 3 - Esforços atuantes em um elemento infinitesimal da placa.



Fonte: Castro (2001).

Cruz e Souza (2017) colocam que para as lajes armadas em duas direções “a rigidez à flexão acompanha a rigidez à torção e o sistema trabalha em conjunto proporcionando a estrutura uma rigidez mais elevada”, ocasionando em flechas menores que podem ser obtidas pela equação diferencial da placa ou equação de Lagrange.

De acordo com Araújo (2003) tal equação é obtida através do equilíbrio de momentos do em torno do eixo x e y e do equilíbrio de forças na direção z e é dada por:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{P(x, y)}{D} \quad (9)$$

Onde w é o deslocamento transversal, $P(x, y)$ a carga distribuída uniformemente na placa e D a rigidez à flexão da placa dada por:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (10)$$

2.4 MÉTODO DA LAJE MACIÇA EQUIVALENTE

De acordo com o a NBR 6118 (ABNT, 2014), as lajes nervuradas podem ser calculadas, para efeito de força solicitante, como maciças.

Quando uma estrutura possui uma variação periódica em sua rigidez pode ser substituída por uma estrutura equivalente homogênea com comportamento global idêntico. Tal conceito tem sido utilizado para resolver problemas onde a geometria da estrutura varia periodicamente, uma vez que lajes nervuradas possuem essa geometria, a técnica de homogeneização pode ser aplicada para determinar a rigidez equivalente (ARAÚJO, 2006).

Segundo Rocha (apud. Cunha, 2012) desde que lajes nervuradas obedecem alguns limites de espaçamento e espessura de nervuras, elas funcionam como laje maciça, podendo então, ser calculada como tal.

Para determinar a espessura equivalente da laje deve-se considerar que a laje está no Estádio de deformação I, ou seja, no início do carregamento, considerando que o concreto resiste à tração e que ainda não há fissurações. Porém como uma laje real apresenta fissurações, ocorre certa discrepância de resultados (ARAÚJO, 2006; PINHEIRO e MUZARDO, 2003).

Araújo (2005) e Araújo (2006) definiu um método para determinar a espessura equivalente de uma laje nervurada utilizando as lajes ensaiadas por Abdul-Wahab e Khalil (2000). Porém tendo em vista que não é o objetivo do trabalho deduzir as equações, apenas os pontos principais serão abordados.

Analisando as lajes ensaiadas por Abdul-Wahab e Khalil (2000), Araújo (2005) diz que a espessura equivalente da laje maciça (h_e) é dada por:

$$h_e = \frac{W1}{W_{exp}} \quad (11)$$

Sendo, $W1$ a flecha calculada para uma laje maciça de espessura unitária e W_{exp} a flecha determinada nos ensaio de Abdul-Wahab e Khalil (2000).

Contudo, frisa que para determinação da espessura equivalente por meio da formulação acima, “deve-se considerar apenas o estágio I, para eliminar os efeitos da não linearidade física decorrentes da fissuração do concreto. Esses efeitos devem ser incluídos na análise da laje maciça equivalente e não na determinação da espessura equivalente da laje nervurada.”.

Como dito anteriormente as lajes nervuradas possuem uma variação periódica na sua rigidez, portanto para determinar a rigidez equivalente, Araújo (2006) iguala a energia de deformação da estrutura real com a energia de deformação da estrutura equivalente, porém apesar da consistência teórica, esse método torna-se inviável devido necessidade de integração numérica para o cálculo da rigidez equivalente.

Portanto Araújo (2006) apresenta dois métodos simplificados para determinação da espessura equivalente:

2.4.1 Método da Rigidez Média

Se a laje estiver submetida a uma curvatura constante, a rigidez equivalente (D_e) é igual à rigidez média da laje. Portanto pode-se escrever que:

$$D_e = (1 - \zeta)D_1 + \zeta D_2 \quad (12)$$

Onde:

$$\zeta = \frac{(S_x - b_x)(S_y - b_y)}{S_x S_y} \quad (13)$$

$$D_1 = \frac{E_{cs} h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (14)$$

$$D_2 = \frac{E_{cs} h_f^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (15)$$

E:

$$h_e = [(1 - \zeta)h^3 + \zeta h_f^3]^{1/3} \quad (16)$$

Sendo, ν o coeficiente de Poisson, b a largura das nervuras, S a distância entre os eixos das nervuras, h a espessura total da laje e h_f a espessura da mesa.

2.4.2 Cálculo Usual

Araújo (2006) também diz que no procedimento usual a espessura da laje maciça equivalente é dada por:

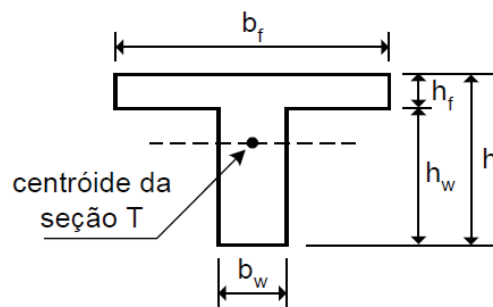
$$h_e = \left(\frac{12I}{b_f} \right)^{1/3} \quad (17)$$

Onde:

I é o momento de inércia de área em relação ao centroide da seção T indicada na figura 4;

b_f é a distância entre os eixos das nervuras, que também pode ser descrita como a distância entre os centros das nervuras, que é representado na Figura 4 a seguir:

Figura 4 - Seção T empregada no cálculo.



Fonte: Araújo (2005).

Para determinar a rigidez equivalente (De) basta substituir a espessura equivalente (he) na equação abaixo:

$$D_e = \frac{E_{cs} h_e^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (18)$$

Posteriormente, para determinação de esforços como momentos fletores positivo e negativo, reações de apoio da laje, tal como as flechas da laje, há varias

tabelas para o cálculo de tais esforços, as quais ocorrem algumas diferenças devido ao valor adotado para o Coeficiente Poisson (ν) (ARAÚJO, 2003).

2.4.3 Coeficiente de correção de Hahn

Apesar NBR 6118 (ABNT, 2014) permitir o dimensionamento de lajes nervuradas como lajes maciças com espessura equivalente, em geral, os valores de esforços encontrados por tal método são menores que do que os esforços encontrados pelo método de analogia de grelha. Segundo Carvalho e Pinheiro (2009), tal fato ocorre devido à pequena rigidez à torção apresentada no método de analogia de grelha, isto é, devido a sua geometria, as lajes nervuradas não conseguem produzir os mesmos momentos de torção que as lajes maciças, sendo assim, apresentam esforços maiores.

Em seu trabalho, Hahn (1972), sugere que os momentos obtidos sejam multiplicados por um coeficiente δ , que considera nula sua rigidez à torção, esse coeficiente depende das relações entre o vão efetivo da laje e suas condições de apoio (STRAMANDINOLI, 2003).

2.5 TEORIA DE GRELHAS

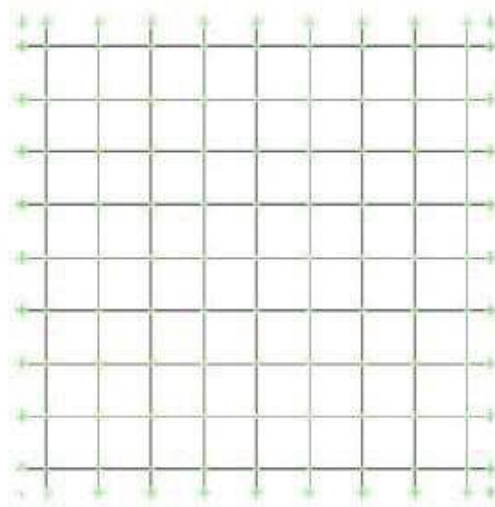
Grelha é uma estrutura plana reticulada composta por membros contínuos que se interceptam ou se cruzam. Tal estrutura se assemelha a um pórtico plano, porém está sujeita a cargas perpendiculares ao seu plano (STRAMANDINOLI, 2003).

Segundos Dias (2003) a ideia inicial de teoria de grelhas surgiu com Marsh em 1904, porém sua modelagem ignorou os momentos torçores, gerando assim, um erro nos momentos fletores da modelagem. Futuramente, Marcus (1932) modificou a teoria levando em conta os momentos torçores ignorados por Marsh.

Posteriormente, o desenvolvimento da informática, possibilitou a criação de programas computacionais que facilitassem o cálculo de grelhas. Lightfoot e Sawko em 1959 foram os pioneiros no desenvolvimento de tais softwares a partir da adaptação de um programa de cálculo de pórticos para o cálculo de grelhas. (STRAMANDINOLI, 2003).

Conforme Gontijo (2015) uma grelha pode ser vista como um conjunto de vigas individuais interconectadas, de modo que para analisar uma laje por Analogia de Grelha, deve-se discretizá-la em uma série de faixas. As quais podem ser substituídas por elementos estruturais de barras exatamente nos seus eixos, obtém-se então uma grelha de barras plana, como mostra a Figura 5:

Figura 5 - Laje discretizada como grelha.



Fonte: Stramandinoli (2003).

Quando são definidos os elementos da grelha, as propriedades de rigidez à flexão e à torção devem retratar o comportamento dos elementos estruturais que se deseja modelar de forma mais aproximada possível (NEVES, 2010).

No presente trabalho, para análise estrutural por analogia de grelhas será utilizado o software AltoQi Eberick V8, empresa AltoQi, responsável pela comercialização do programa, diz que: “A substituição de uma laje por uma série ortogonal de vigas que se cruzam é, provavelmente, uma das mais antigas propostas de solução. Este procedimento não é estritamente uma aproximação numérica da solução elástica, como é o caso do Método dos Elementos Finitos, e a distribuição de momentos calculada desta forma necessitará de uma pequena redistribuição, devido ao comportamento inelástico, para alcançar a carga última. Pode-se provar, pelo teorema do limite inferior, que a solução obtida encontra-se a favor da segurança.

Da mesma forma como no Método dos Elementos Finitos, ao se dividir a laje em um número suficiente de faixas, é possível reproduzir o comportamento de

estruturas com praticamente qualquer geometria. Esta é à base do processo da Analogia de Grelha utilizado pelo AltoQi Eberick. O modelo também pode conter todas as lajes de um pavimento e todas as vigas, analisando o comportamento do painel como um todo. Os resultados finais obtidos com um e outro método são bastante semelhantes” (BANKI, 2013).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

No presente trabalho, foi feita a análise estrutural de cinco lajes nervuradas, com diferentes espaçamentos entre as nervuras apresentadas na Tabela 2, seguindo as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2014).

As lajes nervuradas foram consideradas moldadas *in loco* com painéis de dimensões de 10 m x 10 m, simplesmente apoiadas em todo contorno.

Tabela 2 - Lajes analisadas.

Laje	Espaçamento entre as nervuras (cm)	Espessura da mesa (cm)	Espessura das nervuras (cm)	Altura das nervuras (cm)	Altura total da laje (cm)
L1	65	8	12	17	25
L2	75	8	12	17	25
L3	90	8	12	17	25
L4	100	8	12	17	25
L5	110	8	12	17	25

Fonte: Autoria própria.

3.1 CONSIDERAÇÕES DE PROJETO

As considerações quanto ao projeto de lajes nervuradas foram encontradas nas normas NBR 6118 (ABNT, 2014) e NBR 14859-2 (ABNT, 2016).

As exigências abordadas na NBR 6118 (ABNT, 2014), item 13.2.4.2 são:

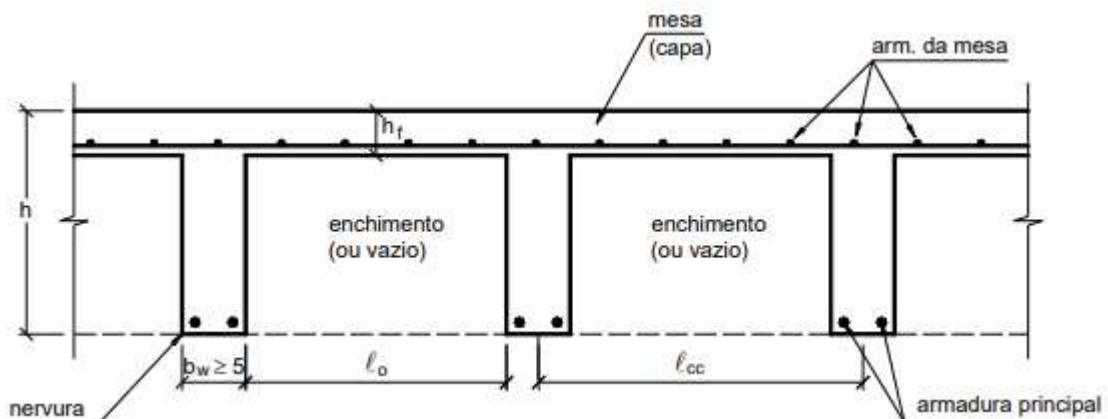
- A espessura da mesa (h_f), quando não houver tubulações embutidas, deve ser maior ou igual a 1/15 da distância entre as faces da nervura e no mínimo 4 cm;
- O valor mínimo absoluto da espessura da mesa deve ser 5 cm, quando existirem tubulações embutidas de diâmetro menor ou igual a 10 mm e para tubulações com diâmetro maior de 10 mm, a mesa deve ter

espessura mínima de 4 cm + o diâmetro da tubulação ou 4 cm + 2 vezes o diâmetro quando houver cruzamento de tubulações;

- A espessura na nervura (b_w) não deve ser inferior a 5 cm;
- Nervuras com espessura inferior a 8 cm não podem conter armadura de compressão;
- Para lajes com espaçamento entre os eixos das nervuras (l_{cc}) menor ou igual a 65 cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje;
- Para lajes com espaçamento entre os eixos das nervuras entre 65 cm e 110 cm, exige-se a verificação da flexão da mesa, e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas; permite-se essa verificação como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm; e
- Para lajes nervuradas com espaçamento entre os eixos das nervuras maior que 110 cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura.

A Figura 6 mostra um esquema de laje nervurada em corte.

Figura 6 - Laje nervurada vista em corte.



Fonte: Bastos (2015a).

3.2 DETERMINAÇÃO DA ESPESSURA EQUIVALENTE

A espessura equivalente foi determinada por meio do cálculo usual (equação 17) apresentado por Araújo (2006) disposto no item 2.4.2, onde:

$$h_e = \left(\frac{12I}{b_f} \right)^{1/3}$$

De forma que:

I é o momento de inércia de área em relação ao centroide da seção T;

b_f é a distância entre os eixos das nervuras.

3.3 DIMENSIONAMENTO DA LAJE MACIÇA EQUIVALENTE

Após a determinação da espessura da laje maciça equivalente, a mesma foi dimensionada como uma laje maciça seguindo as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Para efeito de análise foi considerada uma laje hipotética de um edifício comercial.

3.3.1 Levantamento de cargas atuantes

Primeiramente, foram determinadas as cargas atuantes sobre a laje, para isso utilizou-se a NBR 6120 (ABNT, 1980).

3.3.2 Definição da resistência característica do concreto e cobrimento

Feito isso, foi consultada a NBR 6118 (ABNT, 2014) e definida a classe de agressividade ambiental (CAA) como classe II, considerando o ambiente de projeto como urbano.

Após a determinação da classe de agressividade ambiental, definiu-se que a resistência característica do concreto deveria ser maior ou igual a 25 MPa, portanto foi utilizado o valor mínimo de 25 MPa.

Por fim foi determinado o cobrimento (c) da armadura como 25 mm.

3.3.3 Esquema estrutural da laje

O esquema estrutural da laje foi escolhido conforme as situações presentes no anexo A, quando não houver outra laje ao lado daquela dimensionada, deve-se considerar a borda apoiada, caso haja outra laje, a borda é considerada engastada. Para o presente trabalho, foi utilizado o caso 1, apoiada em todo o contorno.

3.3.4 Momentos máximos para o estado limite último (ELU)

Posteriormente foram determinados os momentos máximos para o estado limite último (ELU). Para tanto, inicialmente foi calculado o coeficiente λ .

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{10m}{10m} = 1,0 \quad (19)$$

A partir do coeficiente λ , foi possível determinar os coeficientes μ_x e μ_y como auxílio das tabelas presentes no anexo B e C obtendo-se um valor de $\mu_x = \mu_y = 4,41$ (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2014, p.333)

Então, foram definidos os momentos máximos na direção x e na direção y utilizando as equações 20 e 21:

$$M_x = \frac{\mu_x p l_x^2}{100} \quad (20)$$

$$M_y = \frac{\mu_y p l_x^2}{100} \quad (21)$$

3.3.5 Verificação do momento reduzido

Também foi verificado momento reduzido onde $\mu < \mu_{lim}$ sendo:

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{cd}} \quad (22)$$

Onde M_d é o maior entre os momentos máximos, b é a largura que foi considerada como 100 cm, d é a altura útil da laje e σ_{cd} é a tensão de compressão do concreto de projeto, obtido através da seguinte equação:

$$\sigma_{cd} = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0,85 \cdot \frac{25}{1,4} = 1,52 \text{ kN/cm}^2 \quad (23)$$

Sendo γ_c o coeficiente de ponderação da resistência do concreto, neste trabalho foi utilizado γ_c igual á 1,4.

Ainda:

$$\mu_{lim} = 0,2952 \quad (24)$$

Quando a laje nervurada é dimensionada como maciça recomenda-se que os esforços solicitantes sejam majorados pelo coeficiente δ (HAHN, 1972):

$$\delta = \frac{1}{1 - \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^4}\right)} = 1,714 \quad (25)$$

Onde:

$$\varepsilon = \frac{l_x}{l_y} = \frac{10 \text{ m}}{10 \text{ m}} = 1,0 \quad (26)$$

3.3.6 Cálculo do momento fletor por nervura

Após a verificação do momento reduzido, foi necessário determinar o momento em relação às nervuras, utilizando a equação 25:

$$M_{d,nervura} = \frac{M_d \cdot b_f}{100} \quad (27)$$

3.3.7 Cálculo das armaduras

Feito isso, foi calculada a armadura (As):

$$As = 0,8 \cdot \xi \cdot b \cdot d \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (28)$$

Onde:

$$\xi = 1,25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) \quad (29)$$

E

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (30)$$

De forma que f_{yk} é dependente do aço, no presente trabalho CA-50 e γ_s é o coeficiente de ponderação da resistência do aço que será igual a 1,15.

E então foi determinada a área de aço por nervura de acordo com a equação 31:

$$A_{s, nervura} = \frac{A_s \cdot b_f}{100} \quad (31)$$

3.3.8 Verificação ao cisalhamento e da biela de compressão

Para verificação do cisalhamento e da biela de compressão primeiramente foram determinadas as reações da laje (q_x e q_y) obtidas a partir da seguinte formulação:

$$q_x = q_y = k_x \cdot P \cdot \frac{l_x}{10} \quad (32)$$

Os valores de k_x e k_y são encontrados nos Anexos F e G.

Após a determinação das reações da laje na viga, foi feita a verificação ao cisalhamento:

$$V_{sd} = q_x \cdot \gamma_f \quad (33)$$

Que deve atender a seguinte condição:

$$V_{sd} \leq V_{Rd1} \quad (34)$$

Onde:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \cdot \tau_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (35)$$

Sendo:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}}{1,4} = 0,3206 \text{ MPa} \quad (36)$$

$$k = 1,6 - d \quad (37)$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \quad (38)$$

E para verificação da biela de compressão:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (39)$$

Onde:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \quad (40)$$

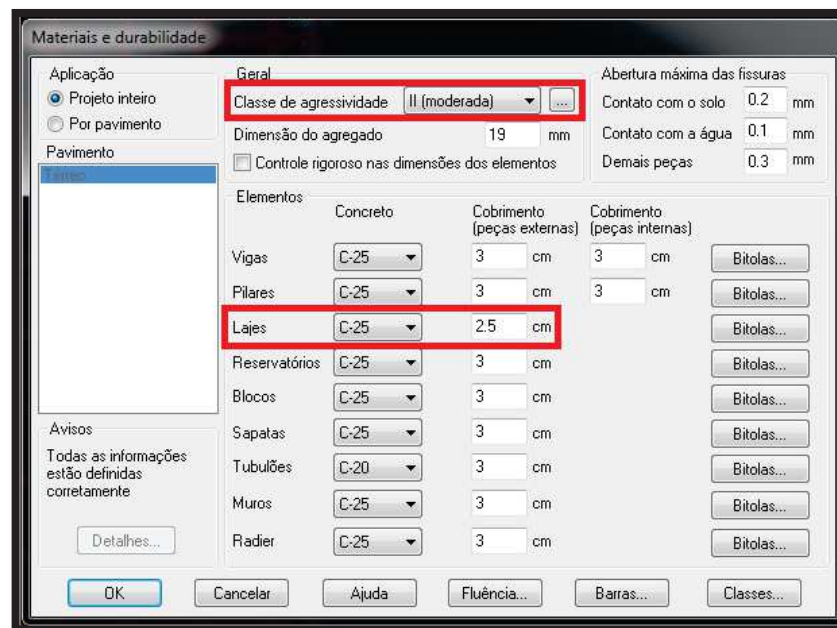
Sendo:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 0,9 \text{ MPa} \quad (36)$$

3.5 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO DE ANALOGIA DE GRELHAS

Feitas as análises acima citadas, foi realizado o dimensionamento das mesmas lajes por meio do software Eberick V8, com as configurações de dimensionamento definidas tais quais as definições para laje maciça equivalente, bem como as configurações de materiais e durabilidade, como mostrado na Figura 7.

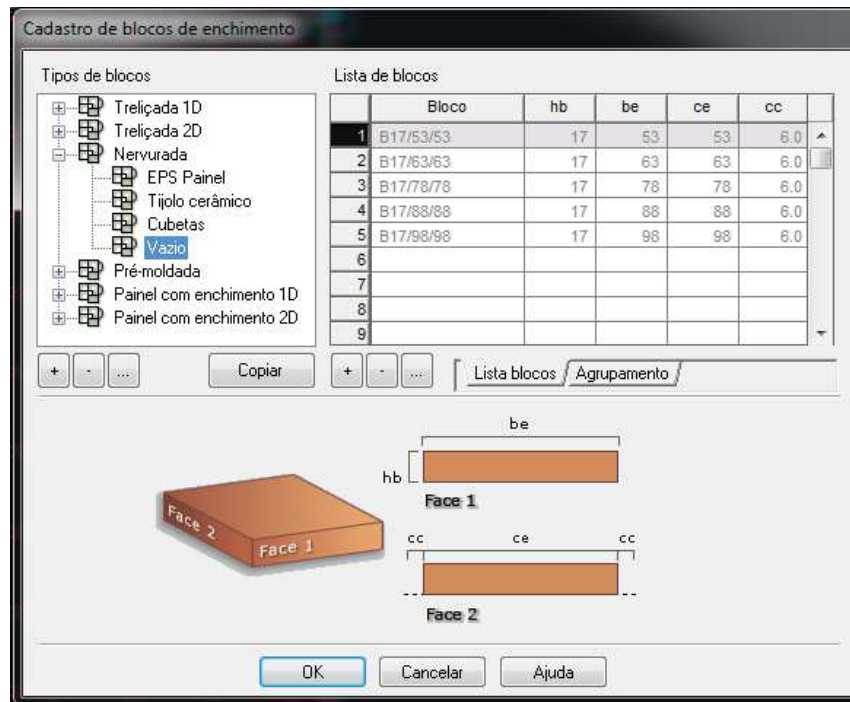
Figura 7 - Configurações de materiais e durabilidade.



Fonte: Autoria própria.

Ainda foram criados blocos vazios com as dimensões desejadas para o cálculo de cada laje mostrado na figura 8 a seguir.

Figura 8 - Blocos de vazios utilizados.



Fonte: Autoria própria.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nessa seção serão apresentados os resultados dos cálculos realizados para o dimensionamento das lajes.

4.1 ESPESSURA DA LAJE MACIÇA EQUIVALENTE

Iniciou-se o trabalho realizando a determinação da espessura da laje maciça equivalente pelo método do cálculo usual apresentado por Araújo (2005) e Araújo (2006) os resultados estão apresentados na tabela abaixo:

Tabela 3 - Espessura da laje maciça equivalente.

Laje	Espessura equivalente (cm)
L1	17,81
L2	17,22
L3	16,48
L4	16,07
L5	15,70

Fonte: Autoria própria

4.2 DIMENSIONAMENTO DA LAJE MACIÇA

Para dimensionar a laje maciça equivalente, foram considerados apenas o peso próprio e a carga acidental. Sendo assim as lajes analisadas apresentaram o seguinte levantamento e combinações de cargas:

Tabela 4 - Cargas atuantes.

Laje	Peso próprio (kN/m ²)	Carga acidental (kN/m ²)	Carga total da laje (kN/m ²)	Combinação de cargas para ELU (kN/m ²)	Combinação de cargas para ELS (kN/m ²)
L1	4,45	3,00	7,45	10,43	5,65
L2	4,30	3,00	7,30	10,23	5,50
L3	4,12	3,00	7,12	9,97	5,32
L4	4,02	3,00	7,02	9,82	5,22
L5	3,93	3,00	6,93	9,70	5,13

Fonte: Autoria própria

A partir disso foi possível elaborar a tabela abaixo com os resultados de momento fletor e força cortante:

Tabela 5 - Resultados de momento fletor e força cortante.

Laje	Momento fletor (kN.m/m)	Força cortante (kN/m)	Momento fletor com a correção de Hahn (kN.m/m)	Força cortante com a correção de Hahn (kN/m)
L1	46,01	26,08	78,86	44,70
L2	45,10	25,57	77,30	43,83
L3	43,96	24,92	75,35	42,71
L4	43,33	24,56	74,27	42,10
L5	42,76	24,24	73,29	41,54

Fonte: Autoria própria.

4.3 COMPARAÇÃO DO MOMENTO FLETOR

Para análise comparativa foi necessário transformar o momento fletor máximo (na seção do meio do vão) atuante em um metro linear de laje para momento fletor máximo por nervuras (equação 27), então, é possível realizar com a comparação do momento fletor máximo atuante através de ambos os métodos. A tabela a seguir mostra os resultados:

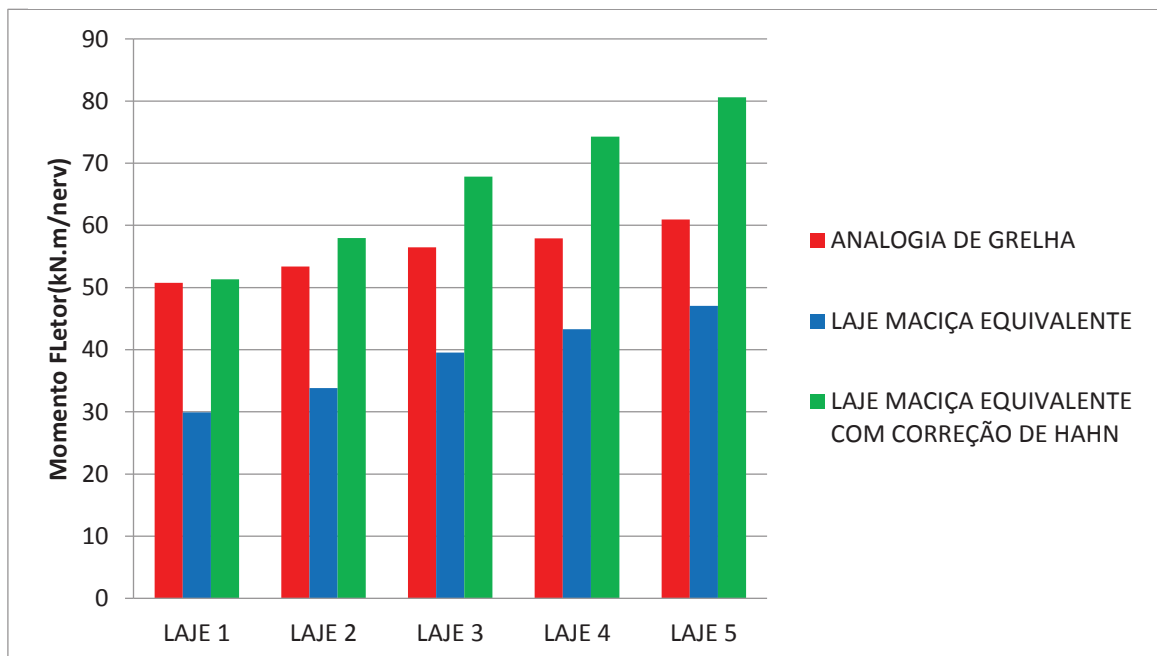
Tabela 6 - Comparação de momento fletor

Laje	Analogia de grelha (kN.m/nerv)	Método da laje maciça equivalente (kN.m/nerv)	Método da laje maciça equivalente com correção de Hahn (kN.m/nerv)
L1	50,78	29,90	51,30
L2	53,38	33,82	57,98
L3	56,47	39,56	67,82
L4	57,91	43,32	74,27
L5	60,93	47,03	80,62

Fonte: Autoria própria.

A partir dos dados presentes na tabela, foi possível elaborar o gráfico a seguir, visto na figura 9, para melhorar a visualização dos resultados:

Figura 9 - Comparação de momento fletor.



Fonte: Autoria própria.

Como o esperado, os valores de momento fletor máximo no centro do vão obtido pelo método da laje maciça equivalente são menores, para todas as lajes, que os resultados obtidos pelo método de analogia de grelha, porém após o uso do coeficiente de correção de Hahn, os resultados tornaram-se superiores.

4.4 COMPARAÇÃO DAS ARMADURAS DE FLEXÃO

A partir dos resultados de momento fletor, foi possível calcular a área de aço por metro linear da laje, os resultados são apresentados na tabela abaixo:

Tabela 7 - Resultados da armadura de flexão.

Laje	μ_{lim}	Laje maciça equivalente		Laje maciça equivalente com correção de Hahn	
		μ	A_s (cm ² /m)	μ	A_s (cm ² /m)
L1		0,1405	7,80	0,2407	14,36
L2		0,1495	8,02	0,2562	14,86
L3	0,2952	0,1620	8,30	0,2778	15,57
L4		0,1702	8,50	0,2918	16,05
L5		0,1776	8,66	0,3046	-

Fonte: Autoria própria.

Nota-se que após feita a correção com o coeficiente de Hahn, a laje 5 apresentou um μ maior que o μ_{lim} , portando, de acordo com esse resultado tal laje deveria ter suas dimensões modificadas, porém, visto que o objetivo do trabalho é comparar os resultados, as dimensões da laje serão mantidas.

Novamente, foi necessário modificar a armadura por metro linear, para área de aço por nervura, a tabela abaixo mostra os resultados:

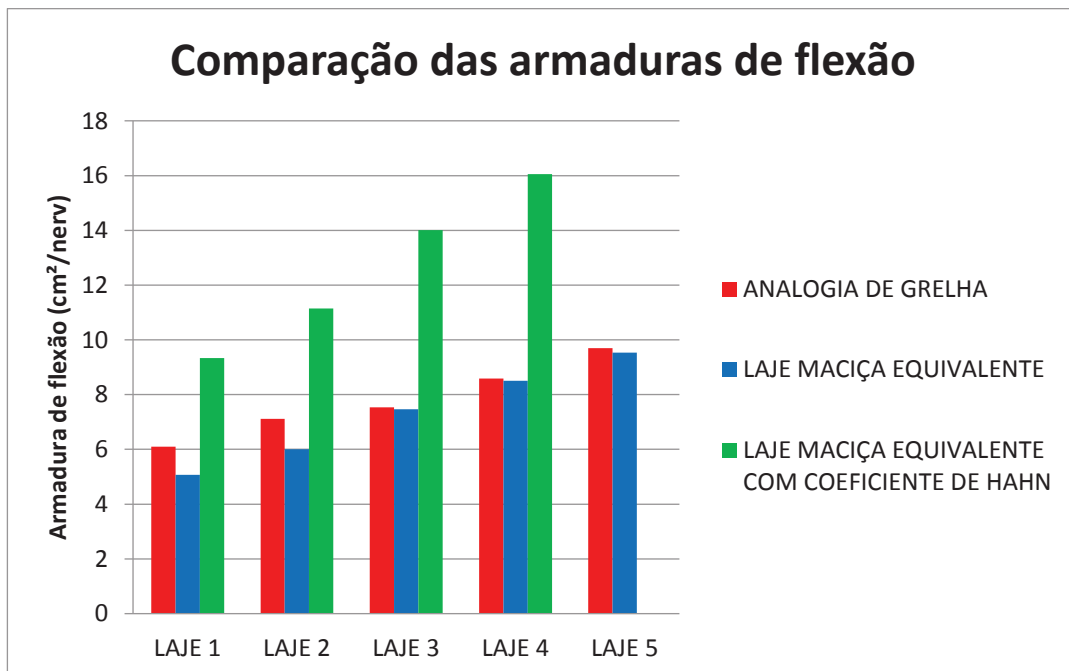
Tabela 8 - Comparação de armadura de flexão.

Laje	Analogia de grelha (cm ² /nerv)	Método da laje maciça equivalente (cm ² /nerv)	Método da laje maciça equivalente com correção de Hahn (cm ² /nerv)
L1	6,10	5,07	9,33
L2	7,11	6,01	11,14

Laje	Analogia de grelha (cm ² /nerv)	Método da laje maciça equivalente (cm ² /nerv)	Método da laje maciça equivalente com correção de Hahn (cm ² /nerv)
L3	7,54	7,47	14,01
L4	8,59	8,50	16,05
L5	9,70	9,53	-

Fonte: Autoria própria.

Figura 10 - Comparação da armadura de flexão.



Fonte: Autoria própria.

Quanto à armadura de flexão é possível notar que apesar dos valores de momento fletor fornecidos pelo método de analogia de grelha serem mais elevados, nota-se que o método da laje maciça equivalente forneceu armaduras mais conservadoras atingindo valores mais próximos das encontradas por meio do método de analogia de grelha, porém, para os momentos obtidos com o uso do coeficiente de correção de Hahn, as armaduras são bastante elevadas em relação ao método de analogia de grelha.

4.5 COMPARAÇÃO DO ESFORÇO CORTANTE

Assim como foi feito para análise comparativa de momento fletor, foi preciso transformar o esforço de cisalhamento máximo (na seção do apoio) por metro linear de laje, para o esforço atuante em cada nervura, então foi possível comparar o esforço cortante obtido pelos dois métodos. A tabela a seguir mostra os resultados:

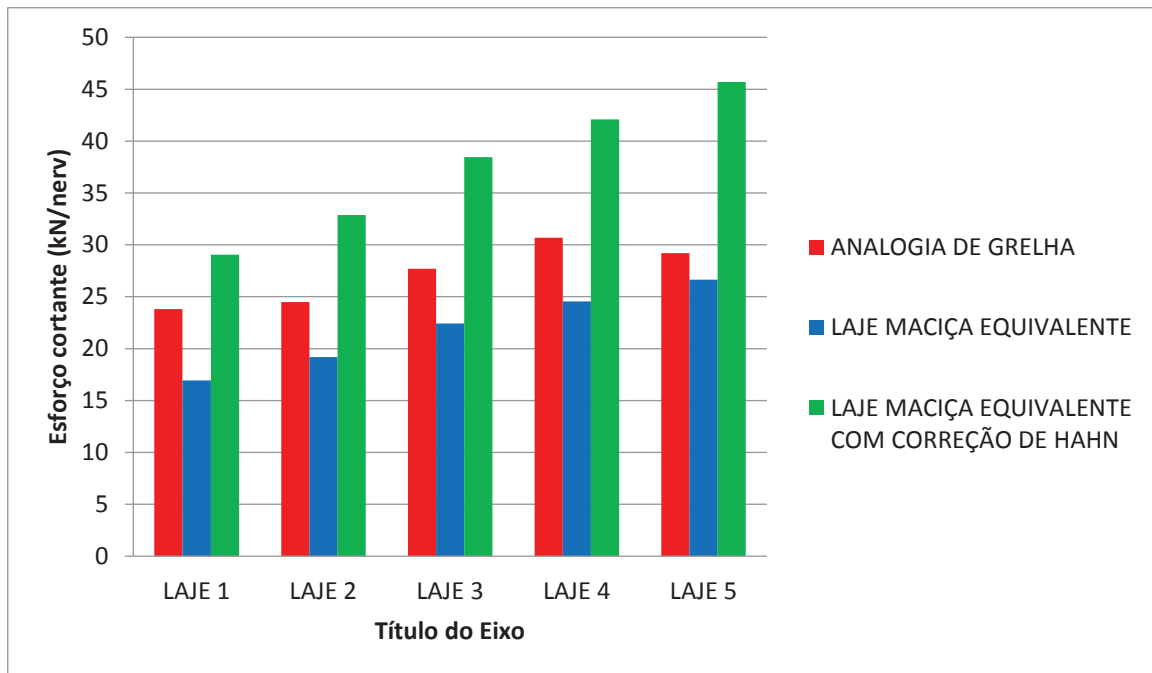
Tabela 9 - Comparação de esforço cortante.

Laje	Analogia de grelha (kN/nerv)	Método da laje maciça equivalente (kN/nerv)	Método da laje maciça equivalente com correção de Hahn (kN/nerv)
L1	23,80	16,95	29,06
L2	24,50	19,18	32,87
L3	27,70	22,42	38,44
L4	30,70	24,56	42,10
L5	29,20	26,66	45,69

Fonte: Autoria própria.

A partir dos dados presentes na tabela, foi possível elaborar o gráfico a seguir para melhorar a visualização dos resultados:

Figura 11 - Comparação do esforço cortante.



Fonte: Autoria própria.

É possível observar que novamente o método de analogia de grelha, apresenta valores maiores que o método da laje maciça equivalente, contudo os valores de esforços obtidos após a correção com o coeficiente de Hahn apresentam valores muito maiores que os obtidos pelo método de analogia de grelha.

4.6 COMPARAÇÃO ARMADURA DE CISALHAMENTO

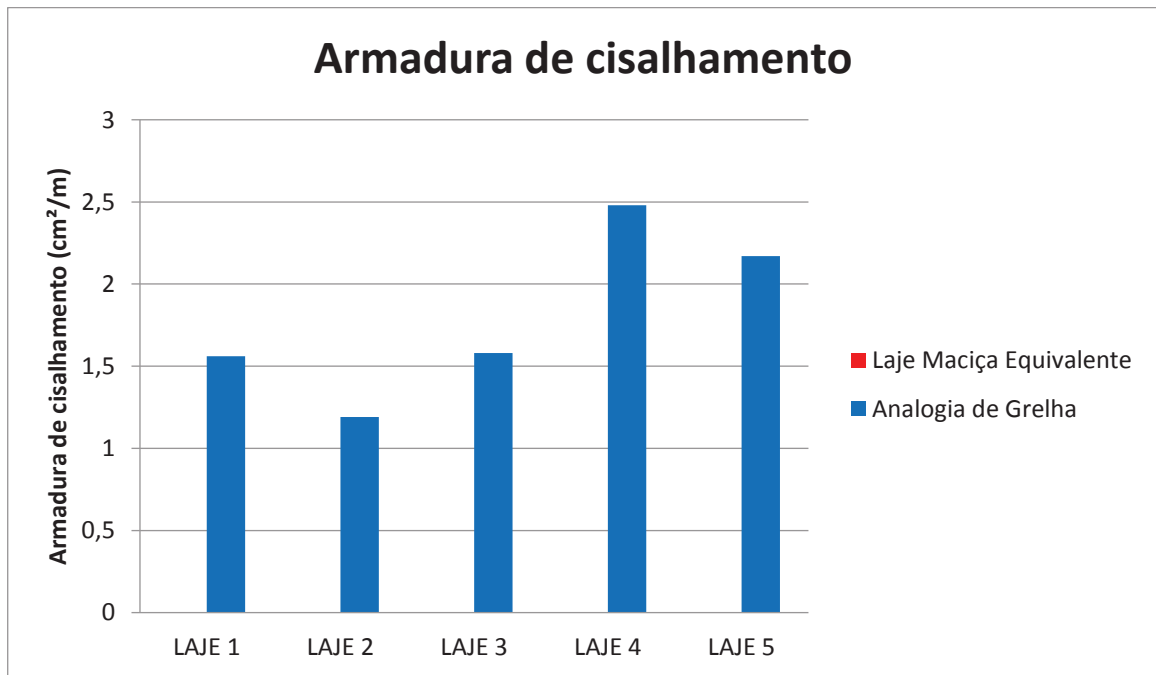
Com base nos dados de esforço cortante, foi calculada a armadura necessária para tal esforço, a tabela 10 mostra os valores calculados para armadura de cisalhamento, assim como a diferença em porcentagem, novamente tomando por base os valores obtidos através do método de analogia de grelha:

Tabela 10 - Comparação de armadura de cisalhamento

Laje	Analogia de grelha (cm ² /m)	Método da laje maciça equivalente (cm ² /m)	Método da laje maciça equivalente com correção de Hahn (cm ² /m)
L1	1,34	0,00	0,00
L2	1,86	0,00	0,00
L3	2,17	0,00	0,00
L4	2,50	0,00	0,00
L5	2,11	0,00	0,00

Fonte: Autoria própria.

Figura 12 - Comparação da armadura de cisalhamento.



Fonte: Autoria própria.

No que diz respeito à armadura de cisalhamento, a diferença foi bem significativa, visto que para o método da laje maciça equivalente, todas as lajes passaram nas verificações quando ao cisalhamento e a biela de compressão, não necessitando assim de armadura de cisalhamento. Quanto ao método de analogia

de grelha, este apresentou resultados mais conservadores, visto que nenhuma das lajes passam na verificação ao cisalhamento.

4.7 COMPARAÇÃO DAS DIFERENÇAS APRESENTADAS

Tomando por base os resultados obtidos por analogia de grelha, pode-se comparar as diferenças apresentadas entre os métodos sem e com a correção de Hahn.

A tabela a seguir mostra tais diferenças expressas em porcentagem, tendo como referência os resultados do método de analogia de grelha.

Tabela 11 - Comparação dos resultados.

Laje	Momento fletor		Armadura de flexão		Força cortante		Armadura de cisalhamento	
	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com
	correção	correção	correção	correção	correção	correção	correção	correção
L1	- 41,12	+1,02	-16,88	+52,95	-28,78	+22,10	-100	-100
L2	- 36,64	+ 8,61	-15,47	+56,68	-21,71	+34,16	-100	-100
L3	- 29,94	+ 20,09	-0,93	+86,21	-19,06	+38,77	-100	-100
L4	- 25,19	+28,25	-1,04	+86,84	-20,00	+37,13	-100	-100
L5	-29,38	+ 32,31	-1,75	-	-8,70	+56,47	-100	-100

Fonte: Autoria própria.

Para os resultados de momento fletor, as diferenças apresentadas mostram que o fator de correção de Hahn pode ser considerado adequado, visto que, apresenta diferenças menores para lajes com pouco espaçamento, e mesmo as diferenças se tornando próximas, em termos de porcentagem, conforme o espaçamento entre nervuras é maior, o coeficiente trabalha a favor da segurança com resultados mais conservadores.

Contudo como as lajes analisadas apresentavam uma grande flexão, o método da laje maciça equivalente mostra armaduras bastante elevadas, de forma que após o uso do coeficiente de correção de Hahn, conforme aumenta-se o espaçamento entre as nervuras e as lajes se aproximam do comportamento de grelha, a diferença de armadura entre os métodos torna-se extremamente grande.

Quanto aos resultados de força cortante, tal como exposto por Macarini (2018), o uso do coeficiente de correção de Hahn não é o ideal, visto que, novamente, apresentando valores mais conservadores, a diferença apresentada é alta, enquanto quando não foi feito o uso do coeficiente, mesmo apresentando valores inferiores ao método de analogia de grelha, as diferenças foram mais próximas.

Porém a maior diferença entre os métodos fica por conta da comparação entre as armaduras de cisalhamento, tendo em vista que o método de analogia da laje maciça equivalente dispensa o uso de tal armadura, enquanto o de analogia de grelha é mais conservador.

5 CONCLUSÃO

Tendo em vista os dados analisados, é possível notar que o dimensionamento de lajes nervuradas como uma laje maciça de espessura equivalente, não é o mais o indicado, visto que apresenta resultados menos conservadores que a análise por analogia de grelha.

Contudo, quando se utiliza o coeficiente de correção de Hahn, para momento fletor, obtém-se valores mais próximos dos esforços fornecidos pelo método de analogia de grelha, porém, quanto ao esforço cortante os resultados apresentados são muito superiores. Portanto, pode-se dizer que para o método da laje maciça equivalente ser seguro, é importante o uso desse coeficiente de correção.

Porém deve-se salientar que neste trabalho foi analisada apenas uma condição de contorno, simplesmente apoiada, e que a condição de contorno da laje interfere de forma relativamente significativa nos resultados de momento fletor e esforço cortante atuantes, além do coeficiente de correção de Hahn.

Posto isto, pode-se concluir que quando analisadas lajes simplesmente apoiadas em todo o contorno, o método de laje maciça de espessura equivalente é válido desde que seja levado em consideração a sugestão de correção de Hahn.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para futuros trabalhos pode-se analisar lajes nervuradas com diferentes condições de apoios e ainda compará-las com outros métodos como, por exemplo, o método dos elementos finitos.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. M. **Considerações sobre rigidez à torção das lajes nervuradas de concreto armado.** Revista teoria e prática na engenharia civil. nº7, 2005.

ARAÚJO, J. M. **A rigidez equivalente das lajes nervuradas de concreto armado.** Revista teoria e prática na engenharia civil. nº8, 2006.

ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado.** 2. ed. Rio Grande: Dunas, 2003. Volume 2.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118:2014.** Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6120:1980.** Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 14859-2:2016.** Lajes pré-fabricadas de concreto – Parte 2: Elementos inertes para enchimento e fôrma - Requisitos. Rio de Janeiro, 2016.

BANKI, A. L. **Modelos de análise de lajes de concreto armado.** 2003. Disponível em: <<http://faq.altoqi.com.br/content/245/588/pt-br/modelos-de-an%C3%A1lise-de-lajes-de-concreto-armado.html>>. Acesso em 26/09/2019.

BASTOS, P. S. dos S. **Flexão normal simples – Vigas.** (Notas de aula da disciplina de concreto armado I) - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. 2015a. Disponível em: <<http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto1/FlexaoSimples.pdf>>. Acesso em: 16 mai. 2019.

BASTOS, P. S. dos S. **Fundamentos do concreto armado.** (Notas de aula da disciplina de concreto armado I) - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. 2006. Disponível em: <<http://coral.ufsm.br/decc/ECC1006/Downloads/FUNDAMENTOS.pdf>>. Acesso em: 02 abr. 2019.

BASTOS, P. S. dos S. **Lajes de concreto.** (Notas de aula da disciplina de concreto armado I) - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. 2015b. Disponível em: <<http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto1/Lajes.pdf>>. Acesso em: 17 abr. 2019.

BEER, F. P.; DEWOLF, J. T.; JHONSTON JR. E. R.; MAZUREK, D. F. **Estática e mecânica dos materiais**. Porto Alegre: AMGH, 2013.

BERNARDINO, B. N. S. **Aplicação da teoria de placas na análise de estruturas offshore**. Escola politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. 2016.

BOTELHO, M. H. C.; FERRAZ, N. N. **Concreto armado eu te amo**. 8. ed. São Paulo: Blucher, 2015. Volume 1.

CARVALHO, R. C. **Análise não linear de pavimentos de edifícios através da analogia de grelha**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1994.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014**. 4. ed. São Carlos, SP: EdUFSCar, 2014.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. Volume 2, 1. ed. PINI, 2009.

CASTRO, L. M. S. **Análise de lajes com o método das diferenças finitas**. 2001.

CHAVES, E. W. V. **Análise de placas com variação de espessura através do método dos elementos de contorno**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 1997

CIOCCHI, L. **A engenharia está vencendo grandes vãos**. Revista Técnica. Ed. 72, 2003.

CRUZ, L. E. N. da; SOUZA, R. F. de. **Definição de um coeficiente de rigidez para verificação de estado limite de deformação máxima em lajes nervuradas**. Revista Pensar Engenharia. Ed. 9. Nº 1. Vol. 5. 2017.

CUNHA, J. C. A. C. **Análise de lajes nervuradas bidimensionais através de modelos simplificados**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia. 2012

DIAS, R. H. **Análise numérica de pavimentos de edifícios em lajes nervuradas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 2003.

FRANÇA, V. H. **Aderência Aço-Concreto – Uma análise do comportamento do concreto fabricado com resíduos de borracha**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. 2004.

GONTIJO, G. B. **Cálculo e análise dos momentos fletores em lajes de concreto armado.** (Curso de especialização em estruturas) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais. 2015.

HERNÁNDEZ, S.; JURADO, J. A. **Análisis estructural de placas y láminas.** 3. ed. Santiago de Compostela: Editora Andavira. 2014.

MACARINI, Helder. **Correção dos valores dos esforços para lajes nervuradas bidirecionais calculadas como modelo de placa e comparação com o modelo de grelha equivalente.** Universidade do Sul de Santa Catarina. 2018

MUZARDO, C. D.; PINHEIRO, L. M. **Estados limites de serviço.** Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo. 2003.

NAKAMURA, J. **Estruturas de concreto com grandes vão exigem soluções para garantir a estabilidade e o controle de deformações em vigas e lajes.** Revista Técnica. Ed. 218, 2015.

NEVES, L. F. C. S. **Comparação de modelos de grelha e de elementos finitos de laje na modelação de estruturas de edifícios de betão armado.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Militar) - Academia Militar, Universidade Técnica de Lisboa. 2010.

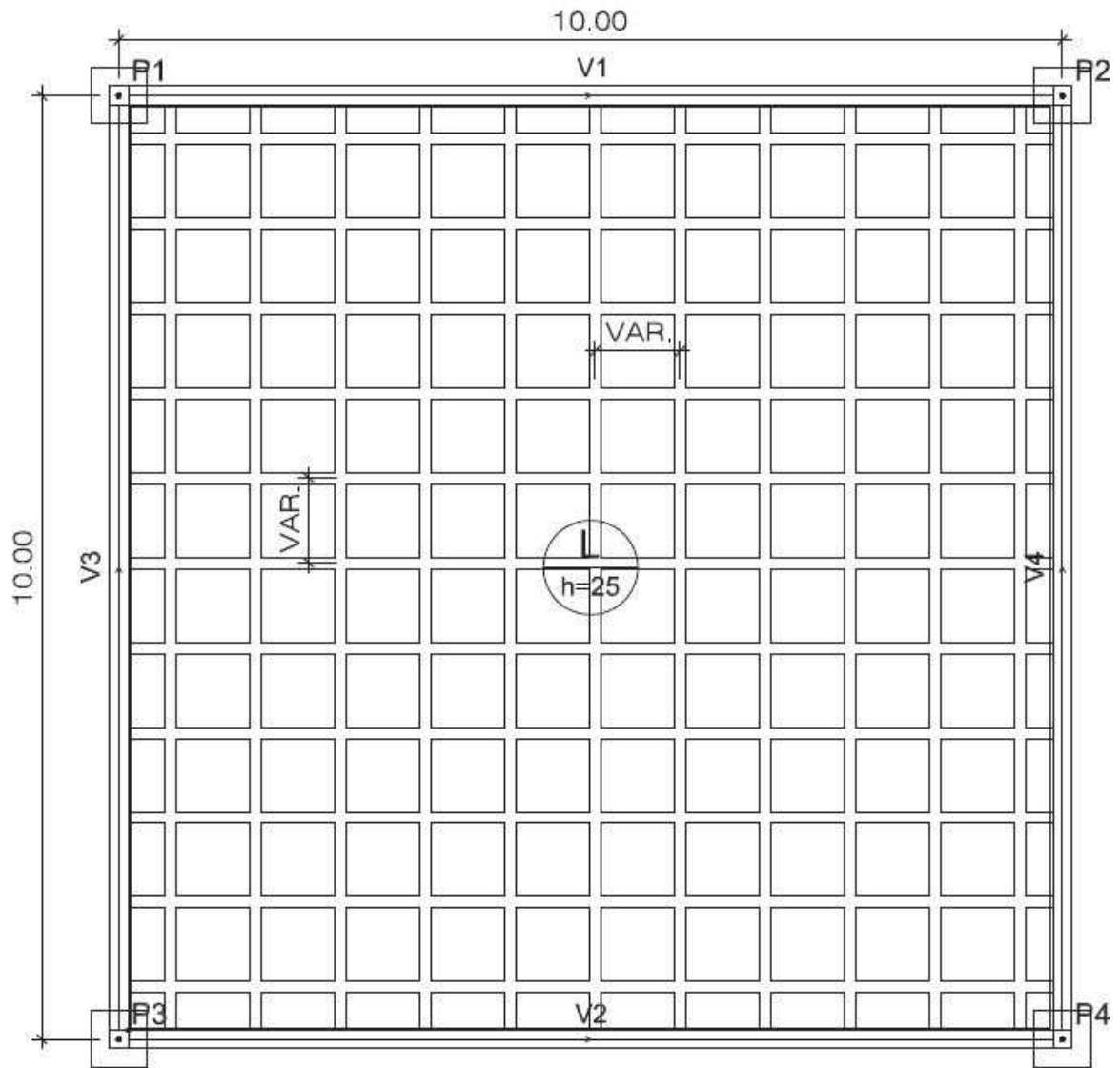
OLIVEIRA, D. R. C.; PICANTO, M. S.; SACRAMENTO, P. V. P. **Lajes nervuradas de concreto armado com viga-faixa.** Revista IBRACON de estruturas e materiais. Volume 11. nº 5, 2018.

PINHEIRO, L. M.; RAZENTE, J. A. **Bases para cálculo.** Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo. 2003.

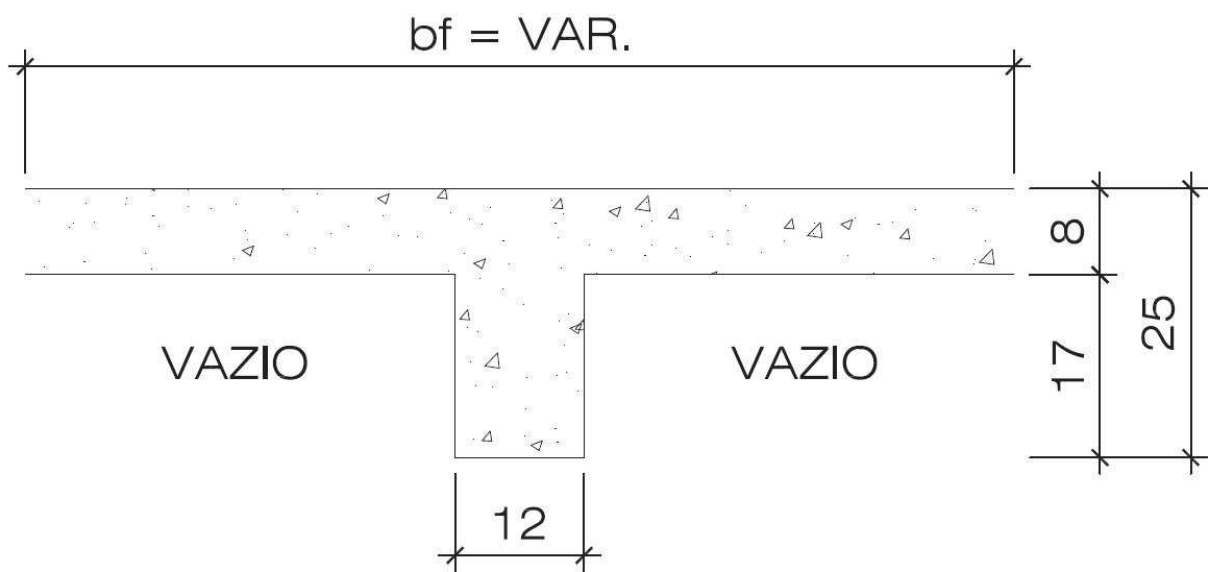
PINHEIRO, L. M.; RAZENTE, J. A. **Lajes Nervuradas.** Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo. 2003.

SILVA, M. A. F. **Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos. 2014.

STRAMANDINOLI, J. S. B. **Contribuições à análise de lajes nervuradas por analogia de grelha.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina. 2003.

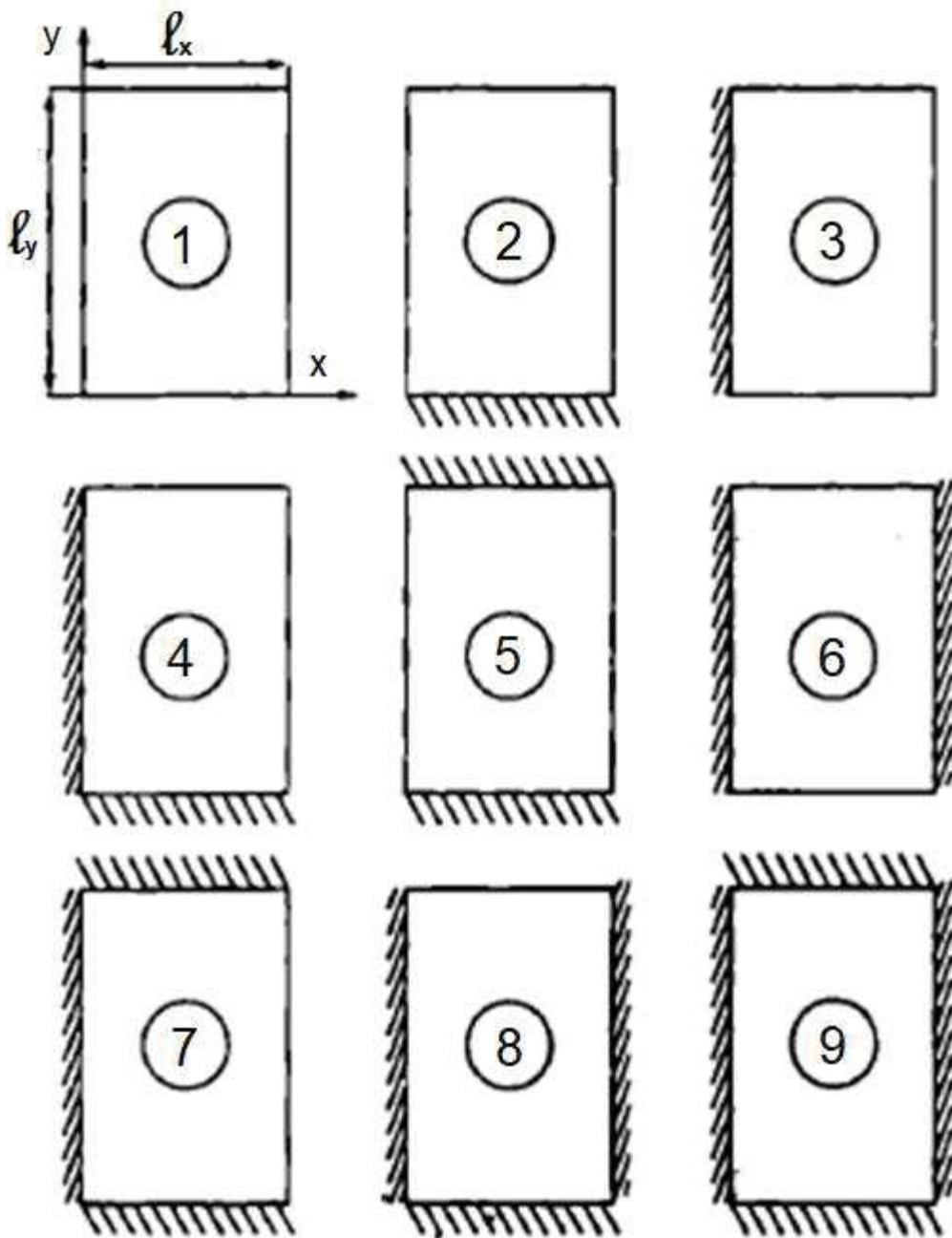
APÊNDICE A – Vista superior da laje analisada

VISTA SUPERIOR
Esc.1:75

APÊNDICE B – Detalhe da nervura

DETALHE DA NERVURA
Esc.1:20

ANEXO A – Esquema estrutural da laje



ANEXO B – Coeficiente μ_x para o cálculo dos momentos máximos nas lajes

μ_x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	4,41	3,07	3,94	2,81	2,15	3,17	2,13	2,60	2,11
1,05	4,80	3,42	4,19	3,05	2,47	3,29	2,38	2,78	2,31
1,10	5,18	3,77	4,43	3,30	2,78	3,42	2,63	2,95	2,50
1,15	5,56	4,14	4,64	3,53	3,08	3,52	2,87	3,09	2,73
1,20	5,90	4,51	4,85	3,76	3,38	3,63	3,11	3,23	2,94
1,25	6,27	4,88	5,03	3,96	3,79	3,71	3,43	3,34	3,04
1,30	6,60	5,25	5,20	4,16	4,15	3,79	3,56	3,46	3,13
1,35	6,93	5,60	5,36	4,43	4,50	3,84	3,76	3,55	3,25
1,40	7,25	5,95	5,51	4,51	4,85	3,90	3,96	3,64	3,38
1,45	7,55	6,27	5,64	4,66	5,19	3,94	4,15	3,71	3,48
1,50	7,86	6,60	5,77	4,81	5,53	3,99	4,32	3,78	3,58
1,55	8,12	6,90	5,87	4,93	5,86	4,03	4,48	3,84	3,66
1,60	8,34	7,21	5,98	5,06	6,18	4,06	4,63	3,89	3,73
1,65	8,62	7,42	6,07	5,16	6,48	4,09	4,78	3,94	3,80
1,70	8,86	7,62	6,16	5,27	7,81	4,12	4,92	3,98	3,86
1,75	9,06	7,66	6,24	5,36	7,11	4,14	5,04	4,01	3,91
1,80	9,27	7,69	6,31	5,45	7,41	4,15	5,17	4,04	3,95
1,85	9,45	8,22	6,38	5,53	7,68	4,16	5,26	4,07	3,98
1,90	9,63	8,74	5,43	5,60	7,95	4,17	5,36	4,10	4,01
1,95	9,77	8,97	6,47	5,67	8,21	4,17	5,45	4,11	4,04
2,00	10,00	9,18	6,51	5,74	8,47	4,18	5,55	4,13	4,07
∞	12,57	9,18	7,61	7,06	12,58	4,18	7,07	4,18	4,19

ANEXO C – Coeficiente μ_y para o cálculo dos momentos máximos nas lajes

μ_y	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	4,41	3,94	3,07	2,81	3,17	2,15	2,60	2,13	2,11
1,05	4,45	3,78	2,84	2,81	3,32	2,07	2,66	2,09	2,10
1,10	4,49	3,90	2,76	2,81	3,47	1,99	2,71	2,04	2,09
1,15	4,49	3,97	2,68	2,80	3,58	1,89	2,75	1,98	2,06
1,20	4,48	4,05	2,59	2,79	3,70	1,80	2,78	1,92	2,02
1,25	4,45	4,10	2,51	2,74	3,80	1,74	2,79	1,85	1,97
1,30	4,42	4,15	2,42	2,69	3,90	1,67	2,77	1,78	1,91
1,35	4,37	4,18	2,34	2,65	3,96	1,59	2,74	1,72	1,86
1,40	4,43	4,21	2,25	2,60	4,03	1,52	2,71	1,64	1,81
1,45	4,30	4,19	2,19	2,54	4,09	1,45	2,67	1,59	1,73
1,50	4,25	4,18	2,12	2,47	4,14	1,38	2,63	1,53	1,66
1,55	4,20	4,17	2,04	2,39	4,16	1,34	2,60	1,47	1,60
1,60	3,14	4,14	1,95	2,31	4,17	1,28	2,55	1,42	1,54
1,65	4,07	4,12	1,87	2,24	4,14	1,23	2,50	1,37	1,47
1,70	4,00	4,09	1,79	2,16	4,12	1,18	2,45	1,32	1,40
1,75	3,96	4,05	1,74	2,11	4,12	1,15	2,39	1,27	1,36
1,80	3,91	3,99	1,68	2,04	4,10	1,11	2,32	1,20	1,32
1,85	3,83	3,97	1,64	1,99	4,08	1,08	2,27	1,17	1,26
1,90	3,75	3,94	1,59	1,93	4,04	1,04	2,22	1,14	1,21
1,95	3,71	3,88	1,54	1,91	3,99	1,01	2,14	1,11	1,19
2,00	3,64	3,80	1,48	1,88	3,92	0,97	2,07	1,08	1,16
∞	3,77	3,80	1,48	1,95	4,13	0,97	2,05	1,09	1,17

ANEXO D – Coeficiente α para o cálculo de flechas elásticas em lajes

α	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	4,67	3,20	3,20	2,42	2,21	2,21	1,81	1,81	1,46
1,05	5,17	3,61	3,42	2,67	2,55	2,31	2,04	1,92	1,60
1,10	5,64	4,04	3,63	2,91	2,92	2,41	2,27	2,04	1,74
1,15	6,09	4,47	3,82	3,12	3,29	2,48	2,49	2,14	1,87
1,20	6,52	4,91	4,02	3,34	3,67	2,56	2,72	2,24	1,98
1,25	6,95	5,34	4,18	3,55	4,07	2,63	2,95	2,33	2,10
1,30	7,36	5,77	4,35	3,73	4,48	2,69	3,16	2,42	2,20
1,35	7,76	6,21	4,50	3,92	4,92	2,72	3,36	2,48	2,30
1,40	8,14	6,62	4,65	4,08	5,31	2,75	3,56	2,56	2,37
1,45	8,51	7,02	4,78	4,23	5,73	2,80	3,73	2,62	2,45
1,50	8,87	7,41	4,92	4,38	6,14	2,84	3,91	2,68	2,51
1,55	9,22	7,81	5,00	4,53	6,53	2,86	4,07	2,53	2,57
1,60	9,54	8,17	5,09	4,65	6,93	2,87	4,22	2,87	2,63
1,65	9,86	8,52	5,13	4,77	7,33	2,87	4,37	2,78	2,62
1,70	10,15	8,87	5,17	4,88	7,70	2,88	4,51	2,79	2,72
1,75	10,43	9,19	5,26	4,97	8,06	2,88	4,63	2,81	2,76
1,80	10,71	9,52	5,36	5,07	8,43	2,89	4,75	2,83	2,80
1,85	10,96	9,82	5,43	5,16	8,77	2,89	4,87	2,85	2,83
1,90	11,21	10,11	5,50	5,23	9,08	2,90	4,98	2,87	2,85
1,95	11,44	10,39	5,58	5,31	9,41	2,90	5,08	2,89	2,88
2,00	11,68	10,68	5,66	5,39	9,72	2,91	5,19	2,91	2,91
∞	15,35	15,35	6,38	6,38	15,35	3,07	6,38	3,07	3,07

ANEXO E – Combinações de serviço

Ações		γ_{f2}		
		Ψ_0	Ψ_1^a	Ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ^b	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ^c	0,7	0,6	0,4
	Bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
^a Para todos valores de Ψ_1 relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga, ver Seção 23. ^b Edifícios residenciais. ^c Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.				

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

ANEXO F – Coeficientes K_x para o cálculo das reações nas vigas de lajes

K_x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	2,50	1,83	2,32	1,83	1,44	0,00	1,44	0,00	0,00
1,05	2,62	1,92	2,38	1,92	1,52	0,00	1,52	0,00	0,00
1,10	2,73	2,01	2,44	2,00	1,59	0,00	1,59	0,00	0,00
1,15	2,83	2,10	2,50	2,07	1,66	0,00	1,66	0,00	0,00
1,20	2,92	2,20	2,54	2,14	1,73	0,00	1,73	0,00	0,00
1,25	3,00	2,29	2,59	2,20	1,80	0,00	1,80	0,00	0,00
1,30	3,08	2,38	2,63	2,25	1,88	0,00	1,88	0,00	0,00
1,35	3,15	2,47	2,67	2,30	1,95	0,00	1,94	0,00	0,00
1,40	3,21	2,56	2,70	2,35	2,02	0,00	2,00	0,00	0,00
1,45	3,28	2,64	2,74	2,40	2,09	0,00	2,06	0,00	0,00
1,50	3,33	2,72	2,77	2,44	2,17	0,00	2,11	0,00	0,00
1,55	3,39	2,80	2,80	2,48	2,24	0,00	2,16	0,00	0,00
1,60	3,44	2,87	2,82	2,52	2,31	0,00	2,21	0,00	0,00
1,65	3,48	2,93	2,85	2,55	2,38	0,00	2,25	0,00	0,00
1,70	3,53	2,99	2,87	2,58	2,45	0,00	2,30	0,00	0,00
1,75	3,57	3,05	2,89	2,61	2,53	0,00	2,33	0,00	0,00
1,80	3,61	3,10	2,92	2,64	2,59	0,00	2,37	0,00	0,00
1,85	3,65	3,15	2,94	2,67	2,66	0,00	2,40	0,00	0,00
1,90	3,68	3,20	2,96	2,70	2,72	0,00	2,44	0,00	0,00
1,95	3,72	3,25	2,97	2,72	2,78	0,00	2,47	0,00	0,00
2,00	3,75	3,29	2,99	2,75	2,84	0,00	2,50	0,00	0,00
∞	5,00	5,00	3,66	3,66	5,00	0,00	3,66	0,00	0,00

ANEXO G – Coeficientes K_y para o cálculo das reações nas vigas de lajes

K_y	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,00	2,50	2,32	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,05	2,50	2,37	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,10	2,50	2,41	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,15	2,50	2,44	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,20	2,50	2,46	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,25	2,50	2,48	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,30	2,50	2,49	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,35	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,40	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,45	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,50	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,55	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,60	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,65	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,70	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,75	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,80	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,85	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,90	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
1,95	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
2,00	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00
∞	2,50	2,50	1,83	1,83	0,00	1,44	0,00	1,44	0,00