

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELÉTRICA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

JOSÉ FERNANDO FÁBIO

**TÉCNICAS DE CONTROLE APLICADAS AOS CONVERSORES
CC-CC**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO

2014

JOSÉ FERNANDO FÁBIO

**TÉCNICAS DE CONTROLE APLICADAS AOS CONVERSORES
CC-CC**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação apresentado ao Departamento Acadêmico de Elétrica do curso de Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial à obtenção do título de Engenheiro Eletricista.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Poltronieri Sampaio

Coorientador: Prof. Dr. Sérgio Augusto Oliveira da Silva

CORNÉLIO PROCÓPIO

2014



FOLHA DE APROVAÇÃO

José Fernando Fábio

Técnicas de controle aplicadas aos conversores CC-CC

Trabalho de conclusão de curso apresentado às 08:20hs do dia 26/11/2014 como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Eletricista no programa de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O candidato foi arguido pela Banca Avaliadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho aprovado.

Prof(a). Dr(a). Leonardo Poltronieri Sampaio - Presidente (Orientador)

Prof(a). Dr(a). Sergio Augusto Oliveira da Silva - (Coorientador)

Prof(a). Dr(a). Emerson Ravazzi Pires da Silva - (Membro)

Prof(a). Dr(a). Cristiano Marcos Agulhari - (Membro)

À toda minha família, Irene Caetano, Jesus,
Fabrício e Francine, pelo auxílio e incentivo
dados a mim nos anos de graduação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus, por não me deixar fraquejar nos momentos de dificuldade e sempre me dar forças para superar os obstáculos impostos pela vida.

Ao meu orientador Prof. Dr. Leonardo Poltronieri Sampaio, que confiou na minha pessoa e aceitou o desafio de me orientar à distância, pela oportunidade de ser seu primeiro orientado em trabalhos de conclusão de curso da UTFPR, por ter auxiliado no meu crescimento como pessoa e estudante, como também pela paciência demonstrada, ensinamentos e esclarecimentos de dúvidas ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Sérgio Augusto Oliveira da Silva, pela contribuição dada ao trabalho na condição de Coorientador, pelas dicas e críticas que ajudaram na elaboração de um trabalho satisfatório.

À Varixx Indústria Eletrônica, empresa onde realizei meu estágio supervisionado durante o período em que se desenvolveu este trabalho, pelo total apoio e liberação às viagens até as dependências da Universidade, em especial aos meus gestores Marcelo Rúbia da Silva e Alfredo Amaral Audi e aos colegas de estágio pelo apoio e incentivo.

Aos meus pais, Jesus Fábio e Irene Caetano Fábio pelo apoio e incentivo nos estudos, por me darem forças nos momentos de desespero na graduação.

Aos professores Dr. Cristiano Marcos Agulhari e Dr. Emerson Ravazzi Pires da Silva, pela participação na banca examinadora de pré-projeto e de defesa final, levantando questões importantes e trazendo discussões que permitiram melhorias a este trabalho de conclusão de curso.

Aos colegas da graduação.

À todos que direta e indiretamente me ajudaram a concluir a realização do sonho de cursar Engenharia Elétrica.

“Ninguém baterá tão forte quanto a vida. Mas isso não se trata de quão forte se pode bater. Se trata de quão forte pode ser atingido e continuar seguindo em frente... O quanto você pode apanhar e continuar seguindo em frente. É assim que a vitória é conquistada.”

Livro Minutos de Sabedoria.

RESUMO

FÁBIO, José. F. **Técnicas de controle aplicadas aos conversores CC-CC**. 2014. 157 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, 2014.

Este trabalho propõe uma comparação entre o desempenho de diferentes técnicas de controle aplicadas aos conversores CC-CC. São comparados os desempenhos de controladores projetados a partir das teorias de Controle Clássico e Controle Moderno. Para realizar as comparações são utilizados os controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID), Proporcional-Integral (PI), Controle H_2 e Controle H_∞ baseados em LMI's. Os projetos dos controladores são realizados a partir dos modelos de pequenos sinais (CA) linearizados, considerando dois conversores: um abaixador de tensão (conversor Buck) e um elevador de tensão (conversor Boost). O modelo linearizado permite avaliar a estabilidade e o desempenho dos conversores operando em conjunto com o controlador projetado. Os controladores projetados a partir da teoria de controle clássico determinam um ganho para compensar o sistema baseado em um ponto de operação, já os controladores projetados a partir da teoria de controle moderno consideram incertezas politópicas e incertezas presentes na planta do sistema, tais como: variações na tensão de entrada, degraus de carga e incertezas na razão cíclica. As comparações de desempenho dos controladores são realizadas a partir de simulações computacionais por meio do *software* MATLAB/SIMULINK®.

Palavras-chave: Conversor Buck. Conversor Boost. Controle Clássico. Controle Moderno.

ABSTRACT

FÁBIO, José. F. **Técnicas de controle aplicadas aos conversores CC-CC**. 2014. 157 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, 2014.

This paper proposes a comparison between the performances of different control techniques applied to DC-DC converters. The performances of designed controllers from the theories of modern and classical control are compared. The comparisons are performed by means of the controllers Proportional-Integral-Derivative (PID), Proportional-Integral (PI), H_2 and H_∞ constraint based on LMI's. The controllers design are performed from the linearized small signal models (CA) considering two dc-dc converters: a step-down voltage (Buck converter) and a step-up voltage (Boost converter). The linearized model allows evaluating the stability and performance of the converters operating in conjunction with the designed controller. The designed controllers by means of the classical control theory determines a gain to compensate the system based on operation point, already the designed controllers by means of the modern control theory consider polytopic uncertainties present in the system, such as variations in the input voltage, load steps and uncertainty in duty cycle. The comparisons of the controllers performances are realized by computer simulations by means of the MATLAB / SIMULINK[®] software.

Keywords: Buck converter. Boost Converter. Classic Control. Modern Control.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Tipos de conversores de energia elétrica.....	14
Figura 2.1 – Representação simplificada de um conversor CC-CC	19
Figura 2.2 – Modulação PWM.....	20
Figura 2.3 – Modos de condução.....	21
Figura 2.4 – Circuito elétrico que representa o conversor Buck.....	22
Figura 2.5 – Formas de onda que descrevem o comportamento do Buck	23
Figura 2.6 – Circuito elétrico do Buck na primeira etapa de funcionamento	24
Figura 2.7 – Circuito elétrico do Buck na segunda etapa de funcionamento	26
Figura 2.8 – Formas de onda de tensão e corrente no capacitor do Buck.....	28
Figura 2.9 – Circuito elétrico que representa o conversor Boost.....	32
Figura 2.10 – Formas de onda que descrevem o comportamento do Boost.....	33
Figura 2.11 – Circuito elétrico do Boost na primeira etapa de funcionamento	34
Figura 2.12 – Circuito elétrico do Boost na segunda etapa de funcionamento	35
Figura 3.1 – Modelo CC do conversor Buck.....	45
Figura 3.2 – Modelo CA do conversor Buck.....	49
Figura 3.3 – Modelo CC do conversor Boost.....	54
Figura 3.4 – Modelo CA do conversor Boost.....	57
Figura 4.1 – Sistema em malha fechada.....	61
Figura 4.2 – Sistema em malha aberta	61
Figura 4.3 – Margens de ganho e de fase para sistemas	67
Figura 4.4 – Representação de um politopo	71
Figura 4.5 – Representação da região $S(\alpha, r, \theta)$ no plano complexo s	80
Figura 5.1 – Diagrama em blocos do controle clássico.....	83
Figura 5.2 – Diagrama de Bode da planta do Buck em malha aberta.....	85
Figura 5.3 – Diagrama de Bode da função $G'_C(s)G(s)$ do Buck com o PID	87
Figura 5.4 – Diagrama de Bode da planta completamente compensada pelo PID ...	87
Figura 5.5 – Diagrama de Bode da FTMF após ser compensada pelo PID	88
Figura 5.6 – Resposta do Buck em malha fechada com PID a um degrau	89
Figura 5.7 – Diagrama de Bode da função $G'_C(s)G(s)$ do Buck para o PI	90
Figura 5.8 – Diagrama de Bode da completamente compensada pelo PI	91
Figura 5.9 – Diagrama de Bode da FTMF após ser compensada pelo PI.....	91
Figura 5.10 – Resposta do Buck em malha fechada com PI a um degrau.....	92
Figura 5.11 – Diagrama de Bode da planta do Boost em malha aberta.....	93
Figura 5.12 – Diagrama de Bode da função $G'_C(s)G(s)$ do Boost com o PID.....	94
Figura 5.13 – Diagrama de Bode do Boost completamente compensado	95
Figura 5.14 – Diagrama de Bode da FTMF após ser compensada pelo PID	96
Figura 5.15 – Resposta do Boost em malha fechada com PID a um degrau	96
Figura 5.16 – Diagrama de Bode da função $G'_C(s)G(s)$ do Boost com o PI	97
Figura 5.17 – Diagrama de Bode do Boost completamente compensado	98
Figura 5.18 – Diagrama de Bode da FTMF após ser compensada pelo PI.....	99
Figura 5.19 – Resposta do Boost em malha fechada com o PI a um degrau	99
Figura 5.20 – Diagrama em blocos do controle moderno.....	101
Figura 6.1 – Buck submetido a perturbações operando em malha aberta	112
Figura 6.2 – Buck submetido a perturbações operando com PID	112
Figura 6.3 – Transitório do Buck a um degrau em 0,15s operando com PID.....	113
Figura 6.4 – Transitório do Buck a um degrau em 0,30s operando com PID.....	113

Figura 6.5 – Buck submetido a perturbações operando com PI.....	114
Figura 6.6 – Transitório do Buck a um degrau em 0,15s operando com PI	114
Figura 6.7 – Transitório do Buck a um degrau em 0,30s operando com PI	115
Figura 6.8 – Tensão de saída do Buck operando com PID e com PI.....	115
Figura 6.9 – Comparação do PID e PI com degrau em 0,15s.....	116
Figura 6.10 – Comparação do PID e PI com degrau em 0,30s.....	116
Figura 6.11 – Buck submetido a perturbações com H_{∞} sem incertezas	117
Figura 6.12 – Transitório do Buck em 0,15s a um degrau com H_{∞} sem incertezas	118
Figura 6.13 – Transitório do Buck em 0,30s a um degrau com H_{∞} sem incertezas	118
Figura 6.14 – Buck submetido a perturbações com H_2 sem incertezas	119
Figura 6.15 – Transitório do Buck em 0,15s a um degrau com H_2 sem incertezas.	119
Figura 6.16 – Transitório do Buck em 0,30s a um degrau com H_2 sem incertezas.	120
Figura 6.17 – Tensão de saída do Buck com H_{∞} e com H_2 sem incertezas	120
Figura 6.18 – Controladores H_{∞} e H_2 em 0,15s sem incertezas frente ao degrau ..	121
Figura 6.19 – Controladores H_{∞} e H_2 em 0,30s sem incertezas frente ao degrau ..	121
Figura 6.20 – Buck submetido a perturbações com H_{∞} incluindo incertezas.....	122
Figura 6.21 – Transitório do Buck em 0,15s com H_{∞} incluindo incertezas.....	122
Figura 6.22 – Transitório do Buck em 0,30s com H_{∞} incluindo incertezas.....	123
Figura 6.23 – Buck submetido a perturbações com H_2 incluindo incertezas.....	123
Figura 6.24 – Transitório do Buck em 0,15s com H_2 incluindo incertezas.....	124
Figura 6.25 – Transitório do Buck em 0,30s com H_2 incluindo incertezas.....	124
Figura 6.26 – Tensão de saída do Buck com H_{∞} e com H_2 incluindo incertezas.....	125
Figura 6.27 – Controladores H_{∞} e H_2 em 0,15s incluindo incertezas	125
Figura 6.28 – Controladores H_{∞} e H_2 em 0,30s incluindo incertezas	126
Figura 6.29 – Controladores clássicos e modernos sem incertezas em 0,15s	127
Figura 6.30 – Controladores clássicos e modernos sem incertezas em 0,30s	127
Figura 6.31 – Controladores clássicos e modernos incluindo incertezas em 0,15s ..	128
Figura 6.32 – Controladores clássicos e modernos incluindo incertezas em 0,30s ..	128
Figura 6.33 – Boost submetido a perturbações operando em malha aberta	130
Figura 6.34 – Boost submetido a perturbações operando com PID	130
Figura 6.35 – Transitório do Boost a um degrau em 0,15s operando com PID	131
Figura 6.36 – Transitório do Boost a um degrau em 0,30s operando com PID.....	131
Figura 6.37 – Boost submetido a perturbações operando com PI.....	132
Figura 6.38 – Transitório do Boost a um degrau em 0,15s operando com PI	132
Figura 6.39 – Transitório do Boost a um degrau em 0,30s operando com PI	133
Figura 6.40 – Tensão de saída do Boost operando com PID e com PI.....	133
Figura 6.41 – Comparação do PID ePI com degrau em 0,15s	134
Figura 6.42 – Comparação do PID e PI com degrau em 0,30s	134
Figura 6.43 – Boost submetido a perturbações com H_{∞} sem incertezas	135
Figura 6.44 – Transitório do Boost em 0,15s com H_{∞} sem incertezas.....	135
Figura 6.45 – Transitório do Boost em 0,30s com H_{∞} sem incertezas	136
Figura 6.46 – Boost submetido a perturbações com H_2 sem incertezas	136
Figura 6.47 – Transitório do Boost em 0,15s com H_2 sem incertezas.....	137
Figura 6.48 – Transitório do Boost em 0,30s com H_2 sem incertezas.....	137
Figura 6.49 – Tensão de saída do Boost com H_{∞} e com H_2 sem incertezas	138
Figura 6.50 – Controladores H_{∞} e H_2 sem incertezas em 0,15s.....	138
Figura 6.51 – Controladores H_{∞} e H_2 sem incertezas em 0,30s.....	139
Figura 6.52 – Boost submetido a perturbações com H_{∞} incluindo incertezas.....	139
Figura 6.53 – Transitório do Boost em 0,15s com H_{∞} incluindo incertezas	140
Figura 6.54 – Transitório do Boost em 0,30s com H_{∞} incluindo incertezas	140

Figura 6.55 – Boost submetido a perturbações com H_2 incluindo incertezas	141
Figura 6.56 – Transitório do Boost em 0,15s com H_2 incluindo incertezas	141
Figura 6.57 – Transitório do Boost em 0,30s com H_2 incluindo incertezas	142
Figura 6.58 – Controladores clássicos e modernos sem incertezas em 0,15s.....	143
Figura 6.59 – Controladores clássicos e modernos sem incertezas em 0,30s.....	143
Figura 6.60 – Controladores clássicos e modernos incluindo incertezas em 0,15s	144
Figura 6.61 – Controladores clássicos e modernos incluindo incertezas em 0,30s	144

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Parâmetros para o projeto do conversor Buck	31
Tabela 2.2 – Grandezas calculadas para o projeto do conversor Buck	31
Tabela 2.3 – Parâmetros para o projeto do conversor Boost	38
Tabela 2.4 – Grandezas calculadas para o projeto do conversor Boost	38
Tabela 4.1 – Influência dos ganhos K_p , K_i e K_d no controlador PID.....	66
Tabela 6.1 – Parâmetros de simulação para o conversor Buck	111
Tabela 6.2 – Comparação entre os controladores aplicados ao conversor Buck....	129
Tabela 6.3 – Parâmetros de simulação para o conversor Boost	130
Tabela 6.4 – Comparação entre os controladores aplicados ao conversor Boost...	145

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 PROPOSTA DE TRABALHO	17
2 CONVERSORES ESTÁTICOS CC-CC	19
2.1 CONVERSOR NÃO ISOLADO CC-CC BUCK	22
2.1.1 Projeto do Conversor Buck	24
2.2 CONVERSOR NÃO ISOLADO CC-CC BOOST.....	31
2.2.1 Projeto do Conversor Boost	33
3 MODELAGEM DOS CONVERSORES	39
3.1 EQUAÇÕES EM ESPAÇOS DE ESTADOS PARA O CONVERSOR BUCK....	39
3.1.1 Modelo em Regime Permanente para o Conversor Buck (Modelo CC)	42
3.1.2 Modelo CA de Pequenos Sinais para o Conversor Buck	45
3.1.3 Obtenção da Função de Transferência do Conversor Buck via Modelo CA...49	
3.2 EQUAÇÕES EM ESPAÇOS DE ESTADOS PARA O CONVERSOR BOOST .51	
3.2.1 Modelo em Regime Permanente para o Conversor Boost (Modelo CC).....	53
3.2.2 Modelo CA de Pequenos Sinais para o Conversor Boost	55
3.2.3 Obtenção da Função de Transferência do Conversor Boost via Modelo CA .58	
4 TEORIA SOBRE SISTEMAS DE CONTROLE	59
4.1 CONTROLE CLÁSSICO	60
4.1.1 Ações de Controle	62
4.1.2 Resposta em Frequência	66
4.2 CONTROLE MODERNO.....	67
4.2.1 Modelagem em Espaços de Estados	68
4.2.2 Sistemas Dinâmicos Incertos	69
4.2.3 Desigualdades Matriciais Lineares – LMI's	72
4.2.4 Normas de Sistemas	76
4.2.5 <i>D</i> -Estabilidade	79
5 PROJETO DOS CONTROLADORES	83
5.1 PROJETO DOS CONTROLADORES CLÁSSICOS.....	83
5.1.1 Projeto do Controlador PID para o Conversor Buck.....	84
5.1.2 Projeto do Controlador PI para o Conversor Buck	89
5.1.3 Projeto do Controlador PID para o Conversor Boost.....	92
5.1.4 Projeto do Controlador PI para o Conversor Boost	97
5.2 PROJETO DOS CONTROLADORES MODERNOS	100
5.2.1 Projeto do Controlador H_2 para o Conversor Buck sem Incertezas.....	101
5.2.2 Projeto do Controlador H_2 para o Conversor Buck com Incertezas	103
5.2.3 Projeto do Controlador H_∞ para o Conversor Buck sem Incertezas.....	104
5.2.4 Projeto do Controlador H_∞ para o Conversor Buck com Incertezas.....	105
5.2.5 Projeto do Controlador H_2 para o Conversor Boost sem Incertezas	105
5.2.6 Projeto do Controlador H_2 para o Conversor Boost com Incertezas	107
5.2.7 Projeto do Controlador H_∞ para o Conversor Boost sem Incertezas	109
5.2.8 Projeto do Controlador H_∞ para o Conversor Boost com Incertezas	110
6 RESULTADOS	111
6.1 RESULTADOS PARA O CONVERSOR BUCK.....	111
6.1.1 Resultados para o Controle Clássico	112
6.1.2 Resultados para o Controle Moderno.....	117
6.1.3 Resultados Gerais para o Conversor Buck	126

6.2	RESULTADOS PARA O CONVERSOR BOOST	129
6.2.1	Resultados para o Controle Clássico	130
6.2.2	Resultados para o Controle Moderno	135
6.2.3	Resultados Gerais para o Conversor Boost	142
7	CONCLUSÃO E PREVISÃO PARA TRABALHOS FUTUROS.....	146
	REFERÊNCIAS.....	147

1 INTRODUÇÃO

A eletrônica de potência começou a ter destaque em meados do século XX e desde então se fez importante na engenharia elétrica por abordar o processamento da energia a partir do emprego de conversores estáticos de potência (BARBI, 2006; GRANATO, 2011).

Os conversores citados podem ser definidos como sistemas constituídos por elementos passivos (resistores, capacitores, indutores e diodos) e por elementos ativos (interruptores), como transistores, triacs, tiristores, GTO's, IGBT's e MOSFET's, sendo responsáveis por tratarem eletronicamente a energia elétrica e controlarem o fluxo de energia entre dois ou mais sistemas elétricos (BARBI, 2006).

A Figura 1.1 mostra as topologias de conversores de energia elétrica estudados pela eletrônica de potência.

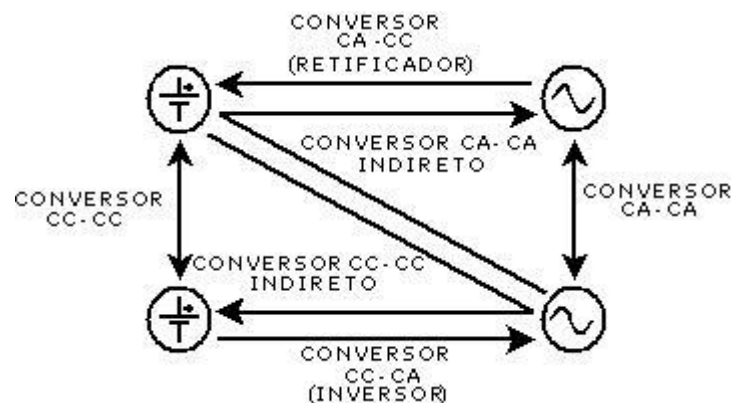


Figura 1.1 – Tipos de conversores de energia elétrica
Fonte: BARBI - Modificada (2006)

Do ponto de vista de controle, um problema relevante é o comportamento do nível de tensão do estágio de saída dos conversores estáticos, que deve manter uma boa regulação frente a variações de seus parâmetros, como por exemplo variações na tensão de entrada, na carga ou na razão cíclica (MACCARI JUNIOR, 2011).

O controle aplicado ao conversor deve conseguir, além de manter uma boa regulação de tensão em sua saída, ter uma boa capacidade de rejeição de distúrbios.

Dessa forma, as não linearidades existentes na planta do conversor e as perturbações externas a que o equipamento será submetido quando colocado em funcionamento devem ser consideradas na modelagem do conversor (GRANATO, 2011; MACCARI JUNIOR, 2011; SANTOS, 2005).

Na literatura são encontrados vários métodos de controle que podem ser utilizados para regular a tensão de saída de um conversor e rejeitar os distúrbios experimentados por ele. Alguns dos métodos mais utilizados pelos autores dentro deste contexto são: método de alocação de polos, especificação de margens de fase e de ganho, otimização de desempenho com base em funções de custo quadráticos ou ainda alguns métodos mais avançados, como controladores robustos, controladores adaptativos e controladores por lógica fuzzy (CARVALHO NETO, 2012; GRANATO, 2011; MACCARI JUNIOR, 2011; OGATA, 2010).

Para o projeto dos controladores, a teoria de controle clássico oferece algumas ferramentas que podem facilitar os cálculos, dentre elas pode-se citar a resposta em frequência, o lugar das raízes, o critério de estabilidade de Nyquist, o critério da estabilidade de Routh e o diagrama de Nichols (SANTOS, 2005; OGATA, 2010).

Como já mencionado, a modelagem matemática da planta do conversor deve contemplar as incertezas a que ela estará submetida, no entanto, para projetar o controlador esse modelo pode ser linearizado e considerado invariante no tempo, dessa forma, técnicas de controle lineares podem ser aplicadas afim de se obter controladores que atendam os critérios de projeto. A grande vantagem de se aplicar uma técnica de controle linear é sua sistematização e a existência de ferramentas que auxiliam no projeto dos controladores, como por exemplo o *software* MATLAB® (MACCARI JUNIOR, 2011; OGATA, 2010).

Dentre as técnicas de controle lineares, podem ser citados por exemplo o controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) e uma de suas derivações, o controlador Proporcional-Integral (PI), que podem fornecer aos conversores boa regulação de suas tensões de saída e boas margens de estabilidade, sendo usados às vezes como parâmetros de comparação com outras técnicas de controle (MACCARI JUNIOR, 2011).

No entanto, apesar dos controladores lineares apresentarem vantagens e facilidades, eles também apresentam dificuldades em sua aplicação. Uma das desvantagens dos controladores lineares consiste no fato de que são projetados para atuarem em um ponto específico pré-determinado quando é considerado um modelo

linearizado da planta a ser controlada. Desta forma, possíveis variações do ponto de operação para o qual o controlador foi projetado podem fazer com que o resultado retornado pelo sistema não seja satisfatório (SANTOS, 2005; MACCARI JUNIOR, 2011; OGATA, 2010).

Ao contrário dos controladores lineares, os controladores robustos buscam manter a estabilidade e o desempenho dos sistemas em malha fechada quando são submetidos a variações paramétricas e incertezas (ANDREA et. al., 2010; SANTOS, 2005; MACCARI JUNIOR, 2011).

O controle robusto surgiu na década de 80 e envolvia o conceito de robustez em estabilidade. Como raramente o sistema é modelado matematicamente de forma a incluir em seu equacionamento o comportamento dinâmico real da planta e despreza alguns fatores para simplificação dos cálculos, os controladores robustos foram reconhecidos por possibilitarem a inclusão de incertezas em seus projetos (SANTOS, 2005).

A inclusão de incertezas pode acarretar no aumento da dificuldade da modelagem do sistema já que, por exemplo, o número de variáveis envolvidas no modelo será maior. As incertezas influenciam diretamente no desempenho do sistema e por esse motivo é importante considerá-las no momento do projeto do controlador. Desta forma, o projeto do controlador robusto pode ser dividido em duas etapas: estabilização robusta e desempenho robusto (CARVALHO NETO, 2012).

Nesse contexto, é comum a utilização de técnicas para projetar controladores robustos baseadas em desigualdades matriciais lineares (em inglês, *Linear Matrix Inequalities* – LMI's) com a intenção de se obter ganhos fixos para o controlador que garanta estabilidade e desempenho robusto (ANDREA et. al., 2010; CARVALHO NETO, 2012; MACCARI JUNIOR, 2011).

Uma das vantagens da utilização de LMI's na síntese de controladores, é que depois que o problema está formulado sob a forma de desigualdades matriciais lineares pode-se resolver os cálculos de maneira eficiente através do emprego de algoritmos de otimização, determinando também a função de Lyapunov que garante a estabilidade daquele sistema em malha fechada (ANDREA et. al., 2010).

O emprego de LMI's, permite ainda, que restrições sejam inseridas fazendo com que a busca por soluções fique restringida, limitando por exemplo a região onde os polos do sistema devem ser alocados, a energia do sinal de controle, a taxa de

decaimento e a rejeição de distúrbios baseada nas normas H_2 e H_∞ (ANDREA et. al., 2010; CARVALHO NETO, 2012; MACCARI JUNIOR, 2011).

Em sistemas de controle, as normas servem para medir o nível de energia de um sinal ou variável de interesse, e fornecem para o projetista possibilidades de avaliar o desempenho do sistema controlado. No caso do controle robusto o objetivo das normas (H_2 e H_∞) é verificar como o nível de energia da variável de performance se comporta frente a uma perturbação, podendo ser objetivo a minimização deste valor na rejeição de tal distúrbio de modo que o mesmo não influencie ou tenha influência mínima no funcionamento do sistema (TROFINO, 2000).

A norma H_2 mede o valor médio da energia de uma variável de interesse frente a uma perturbação do sistema e a norma H_∞ mede o maior valor de energia que essa variável alcança perante uma certa perturbação experimentada pelo sistema (SANTOS, 2005; TROFINO, 2000).

1.1 PROPOSTA DE TRABALHO

Este trabalho propõe uma comparação entre diferentes técnicas de controle de sistemas, abordando o que é conhecido na área como Teoria de Controle Clássico e Teoria de Controle Moderno. O controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) e uma de suas derivações, o controlador Proporcional-Integral (PI) serão projetados conforme a teoria de controle clássico, já o controlador com um estado aumentado que tenta garantir um erro nulo será dimensionado através da teoria de controle moderno e utilizará as normas H_2 e H_∞ como critérios de desempenho.

Os controladores serão aplicados aos conversores Buck e Boost com a intenção de analisar seus desempenhos a partir de simulações computacionais realizadas com a aplicação do *software* MATLAB®.

Para organizar o desenvolvimento deste trabalho, o mesmo foi dividido em capítulos da seguinte maneira:

Capítulo 2: Apresenta a definição dos conversores estáticos CC-CC bem como os conversores utilizados no trabalho, juntamente com seus princípios de funcionamento. Posteriormente, os projetos dos conversores Buck e Boost são

apresentados mostrando as metodologias de projeto utilizadas para a obtenção da indutância e da capacitância de cada conversor.

Capítulo 3: Modelagem da planta de cada conversor onde os controladores serão aplicados através da modelagem em espaços de estados, obtendo-se os modelos CC e CA bem como as funções de transferências de cada um deles.

Capítulo 4: Apresentação das teorias de controle de sistemas que serão utilizadas no projeto dos controladores abordando os temas: análise da resposta em frequência, controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID), controlador Proporcional-Integral (PI), desigualdades matriciais lineares (em inglês, *Linear Matrix Inequalities* – LMIs), conceito de D-estabilidade, normas H_2 e H_∞ e incertezas politópicas.

Capítulo 5: Projeto dos controladores envolvidos a partir da modelagem obtida no Capítulo 3. Este Capítulo abordará o projeto dos controladores PID, PI e da matriz de ganhos K obtida a partir da teoria de controle moderno através da aplicação de LMI's que consideram o conceito da D-estabilidade juntamente com as normas H_2 e H_∞ em dois momentos distintos: com e sem as incertezas a que os conversores serão submetidos.

Capítulo 6: Apresentação e discussão de resultados com a posterior comparação dos desempenhos para os diferentes tipos de controles abordados.

Capítulo 7: Conclusões obtidas com o trabalho e propostas para trabalhos futuros.

Anexo A: LMI's utilizadas no controle moderno.

2 CONVERSORES ESTÁTICOS CC-CC

A análise da Figura 1.1 mostra que existem diferentes tipos de conversores estáticos de potência, no entanto este trabalho abordará apenas duas destas topologias. A primeira topologia utilizada é um conversor estático CC-CC abaixador de tensão conhecido como conversor Buck, e a segunda topologia faz referência a um conversor CC-CC elevador de tensão chamado de conversor Boost (BARBI; MARTINZ, 2006; SILVA, 2012).

A Figura 2.1 mostra um esquema simplificado da aplicação de um conversor CC-CC não isolado que pode tanto abaixar quanto elevar o nível de tensão fornecido pela fonte de entrada antes de aplicar a tensão disponível em seu estágio saída a uma carga (BARBI; MARTINZ, 2006).

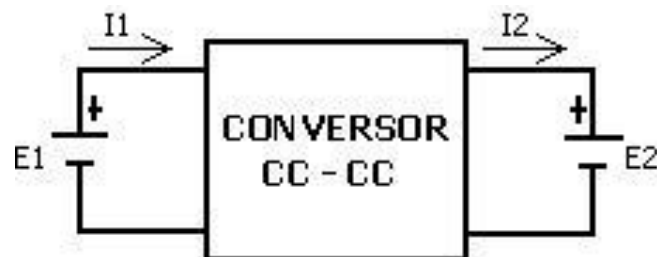


Figura 2.1 - Representação simplificada de um conversor CC-CC
Fonte: BARBI, MARTINS (2006)

A fonte E_1 representa uma fonte de tensão contínua e fornece energia para o conversor genérico, este por sua vez fornece energia (em um nível menor ou maior do que o nível de tensão aplicado em seu estágio de entrada) para a fonte E_2 que representa uma carga (BARBI; MARTINZ, 2006).

Os conversores CC-CC podem ser aplicados para diferentes finalidades perante sua topologia, podendo citar-se algumas dessas aplicações: acionamento de máquinas CC para tração elétrica, frenagem regenerativa de máquinas de corrente contínua, fontes chaveadas, sistemas de energia ininterruptas (em inglês, *Uninterruptible Power Supply* - UPS), controle de processos, veículos elétricos híbridos, sistemas de iluminação entre outras (ANDREA et. al., 2010; SILVA, 2012).

O conversor CC-CC atua como um equipamento de conversão de energia, e dessa forma, é interessante que sua tensão de saída seja controlada considerando a necessidade de fornecer à carga um nível adequado de tensão. Uma das formas de controlar a tensão citada, é realizar o chaveamento do conversor em pauta a uma frequência constante (CARVALHO NETO, 2012; SILVA, 2012).

Neste método, uma frequência de operação é mantida constante e o controle acontece pelo tempo em que a chave do conversor permanece fechada e aberta. Essa técnica é conhecida como modulação por largura de pulso (em inglês, *Pulse Width Modulation – PWM*), e modifica a razão entre o tempo em que a chave permanece ligada (t_{on}) e o período total T de fechamento e abertura da chave ($t_{off} + t_{on}$), onde t_{off} é o tempo em que a chave permanece aberta. A relação descrita é conhecida como razão cíclica, e é representada pela letra D (BARBI; MARTINZ, 2006; CARVALHO NETO, 2012; SILVA, 2012).

$$D = \frac{t_{on}}{t_{on} + t_{off}} = \frac{t_{on}}{T} \quad (2.1)$$

Afim de ilustrar a descrição feita com relação a técnica de chaveamento dos conversores em frequência constante, uma forma de modulação PWM é mostrada na Figura 2.2.

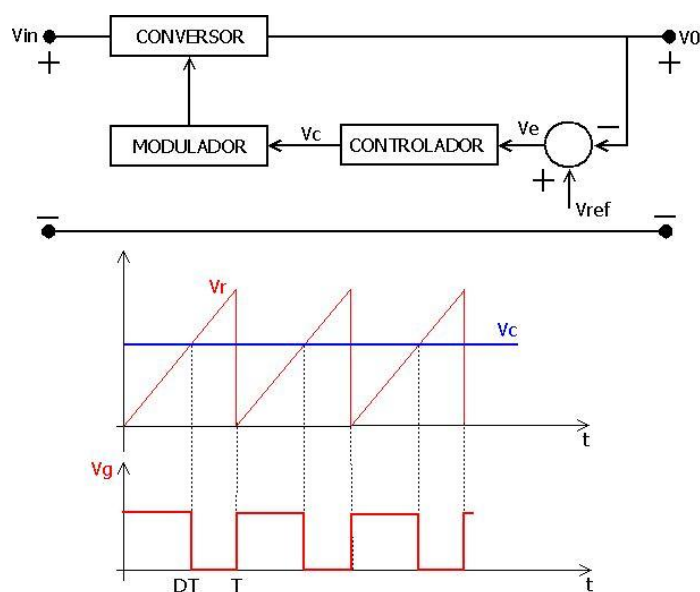


Figura 2.2 – Modulação PWM
Fonte: SILVA (2012)

Na Figura 2.2 a tensão de saída V_0 que deve ser controlada é observada e comparada com um sinal de referência V_{ref} previamente estabelecido. Subtraindo V_0 de V_{ref} obtém-se o sinal de erro V_e que passa por um controlador e gera um sinal de controle V_c . O sinal V_c é comparado com um segundo sinal V_r de referência composto por uma forma de onda do tipo dente de serra. O resultado dessa comparação é um sinal PWM V_g que deve controlar o conversor, de forma que T é o período de chaveamento do equipamento (SILVA, 2012).

Os conversores podem operar de três maneiras distintas, sendo elas: modo de condução contínua (MCC), modo de condução crítica (MCCr) e modo de condução descontínua (MCD). O modo como o conversor opera influencia diretamente em seu princípio de funcionamento e conseqüentemente no desempenho do equipamento frente a uma aplicação. Por este motivo, o projetista deve especificar no projeto do conversor em qual modo o equipamento deve operar (BARBI; MARTINZ, 2006).

Na Figura 2.3 (a) é mostrado o modo de condução contínua, onde sempre existe corrente circulando pelo indutor. No modo de condução crítica, a corrente no indutor chega a um valor nulo mas instantaneamente sai desse ponto conforme a Figura 2.3 (b). Já no modo de condução descontínua, a corrente no indutor chega a um valor nulo e permanece neste ponto por um determinado tempo, e só depois volta a ter um valor não nulo como mostrado na Figura 2.3 (c) (BARBI; MARTINZ, 2006).

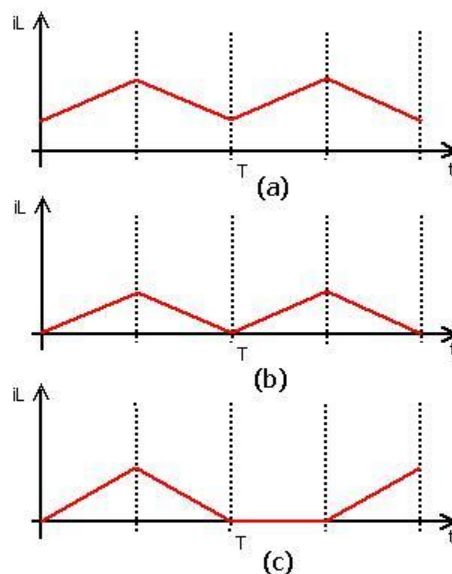


Figura 2.3 – (a) modo de condução contínua (b) modo de condução crítica (c) modo de condução descontínua
 Fonte: BARBI, MARTINS (2006)

2.1 CONVERSOR NÃO ISOLADO CC-CC BUCK

O conversor Buck é um abaixador de tensão, e dessa forma gera uma tensão em seu estágio de saída com um nível inferior ou igual ao da tensão da fonte de entrada, ao passo que a corrente de saída possui um valor maior do que o valor da corrente de entrada. Isso é observado devido a lei da conservação de energia (BARBI; MARTINZ, 2006).

Na Figura 2.4 é mostrado o circuito elétrico composto por elementos passivos e por semicondutores de potência que constituem o conversor Buck.

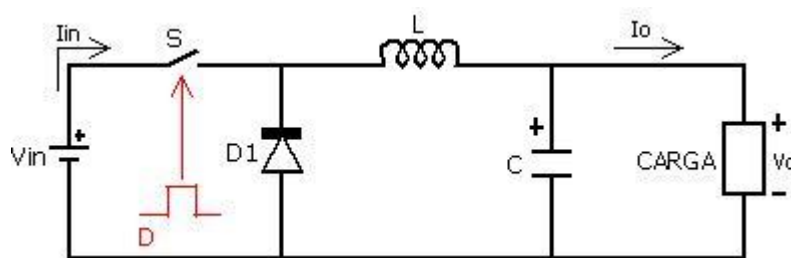


Figura 2.4 - Circuito elétrico que representa o conversor Buck
Fonte: BARBI, MARTINZ – MODIFICADA (2006)

Assumindo o modo de condução contínua, o funcionamento do conversor Buck acontece em duas etapas: na primeira a chave S está fechada e na segunda a mesma chave encontra-se aberta (BARBI; MARTINZ, 2006).

A primeira etapa de funcionamento do conversor se inicia em $t = 0$ e termina em $t = t_{on}$, quando a chave S está fechada. Neste momento a corrente na entrada do conversor Buck flui de maneira crescente pelo indutor L, pelo capacitor C e pela carga, ocorrendo a transferência de energia da fonte de entrada V_{in} para a carga conectada no estágio de saída do conversor (BARBI; MARTINZ, 2006; SAMPAIO, 2013; SILVA, 2012).

A segunda etapa de funcionamento se inicia em $t = t_{on}$ e termina em $t = t_{off}$, quando a chave S é aberta. Neste instante, o diodo D_1 é polarizado diretamente pela energia armazenada no indutor L e passa a conduzir a corrente que circula pelo próprio indutor, pelo capacitor e pela carga, no entanto de maneira decrescente. A

segunda etapa de funcionamento se encerra quando a chave S é fechada novamente repetindo o comportamento descrito pela primeira etapa e assim sucessivamente (BARBI; MARTINZ, 2006; SAMPAIO, 2013; SILVA, 2012).

Com base na Figura 2.4 e na descrição do princípio de funcionamento do equipamento, as formas de onda geradas pelo conversor durante sua atuação quando alimenta uma carga resistiva podem ser reproduzidas ao longo do tempo e são mostradas na Figura 2.5 considerando uma razão cíclica $D = 0,5$.

As formas de onda mostradas na Figura 2.5 auxiliam na determinação dos valores dos componentes que constituem o circuito do conversor, já que estes devem ser dimensionados levando-se em conta o possível comportamento do equipamento em questão.

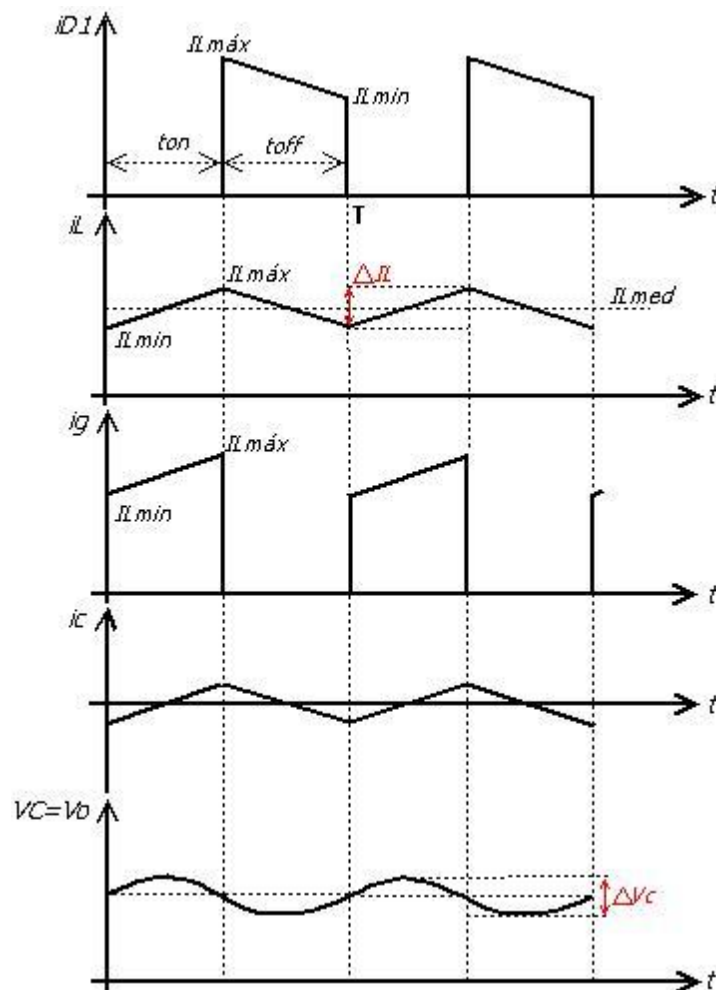


Figura 2.5 - Formas de onda que descrevem o comportamento do Buck
Fonte: SILVA (2012)

2.1.1 Projeto do Conversor Buck

Tomando o princípio de funcionamento do conversor Buck e seu comportamento observado na Figura 2.5 quando opera em modo de condução contínua, é possível representar sua primeira etapa de funcionamento a partir da Figura 2.6 (BARBI; MARTINZ, 2006; SILVA, 2012):

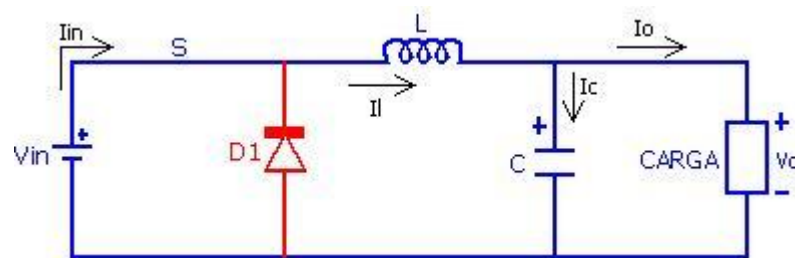


Figura 2.6 - Circuito elétrico do Buck na primeira etapa de funcionamento
Fonte: BARBI, MARTINZ – MODIFICADA (2006)

Analisando a malha representada na cor azul do circuito da Figura 2.6 e empregando a lei de Kirchhoff para tensões obtém-se (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SILVA, 2012):

$$V_{in} = V_{L1} + V_0 \quad (2.2)$$

onde V_{in} é a tensão de entrada do conversor, V_{L1} é a tensão do indutor L durante a primeira etapa de funcionamento e V_0 é a tensão na carga.

Em circuitos elétricos, por definição a tensão em um indutor é calculada conforme (BOYLESTAD, 1997):

$$V_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (2.3)$$

Com a chave S fechada e assumindo circulação de corrente média pelo circuito da primeira etapa de funcionamento destacado em azul na Figura 2.2, (2.3) pode ser reescrita conforme (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SILVA, 2012):

$$V_{L1} = L \frac{\Delta I_{L1}}{\Delta t_1} \quad (2.4)$$

A diferença entre (2.3) e (2.4) se encontra no fato de que, no primeiro caso a tensão sobre o indutor V_L é referente a todo o período de tempo em que o indutor opera, e a taxa $\frac{di_L}{dt}$ é a variação da corrente que circula pelo indutor ao longo de todo o tempo, já no segundo caso, V_{L1} é a tensão sobre o indutor apenas na primeira etapa de funcionamento do conversor e $\frac{\Delta I_{L1}}{\Delta t_1}$ é a variação de corrente ao longo da primeira etapa de funcionamento (SILVA, 2012).

Em (2.4), o termo Δt_1 é referente a variação do tempo e pode ser entendido como o tempo em que a chave S permanece fechada, podendo ser escrito como $\Delta t_1 = T_1 = t_{on}$. O termo ΔI_{L1} é interpretado como a variação da corrente que circula pelo indutor na primeira etapa de funcionamento do conversor e pode ser escrito como $\Delta I_{L1} = I_{L1MÁX} - I_{L1MIN}$. Os termos $I_{L1MÁX}$ e I_{L1MIN} são respectivamente os valores de correntes máxima e mínima durante a primeira etapa de funcionamento que circulam pelo indutor do conversor e podem ser observados na Figura 2.5 (SILVA, 2012).

Substituindo (2.4) em (2.2) e isolando o termo ΔI_{L1} encontra-se:

$$\Delta I_{L1} = \frac{(V_{in} - V_0)T_1}{L} \quad (2.5)$$

Retomando a definição de razão cíclica D dada em (2.1) e assumindo que $\frac{1}{T} = f_s$, onde T e f_s são respectivamente o período e a frequência de chaveamento do conversor, a partir de (2.5) pode-se definir a variação de corrente do indutor admitida durante a primeira etapa de funcionamento:

$$\Delta I_{L1} = \frac{(V_{in} - V_0)D}{Lf_s} \quad (2.6)$$

Observando agora a Figura 2.7, que representa o circuito elétrico equivalente para a segunda etapa de funcionamento do conversor Buck, seu equacionamento será abordado em sequência.

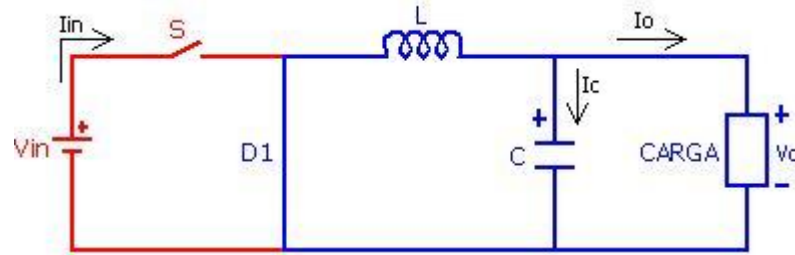


Figura 2.7 - Circuito elétrico do Buck na segunda etapa de funcionamento
Fonte: BARBI, MARTIZ – MODIFICADA (2006)

Analisando a malha representada em azul do circuito mostrado na Figura 2.7 e empregando a lei de Kirchhoff para tensões obtém-se (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SILVA, 2012):

$$V_{L2} = -V_0 \quad (2.7)$$

onde V_{L2} é a tensão sobre o indutor L durante a segunda etapa de funcionamento do conversor.

Tomando (2.3) e considerando que $\Delta I_{L2} = I_{L2MIN} - I_{L2MÁX}$ é a variação de corrente no indutor durante a segunda etapa de funcionamento do conversor Buck, obtém-se (SILVA, 2012):

$$\Delta I_{L2} = -\Delta I_{L1} \quad (2.8)$$

$$V_{L2} = -L \frac{\Delta I_{L1}}{\Delta t_2} \quad (2.9)$$

onde Δt_2 representa o tempo em que a chave S permanece aberta e pode ser entendido como a subtração do período em que a chave permanece fechada t_{on} do período total de chaveamento T, resultando em $\Delta t_2 = T - t_{on}$.

Dessa forma, (2.9) pode ser definida conforme:

$$V_{L2} = -L \frac{\Delta I_{L1}}{(T - t_{on})} \quad (2.10)$$

Substituindo (2.10) em (2.7) obtém-se:

$$-L \frac{\Delta I_{L1}}{(T - t_{on})} = -V_0 \quad (2.11)$$

Multiplicando e dividindo (2.11) pelo período de chaveamento T e isolando o termo ΔI_{L1} encontra-se:

$$\Delta I_{L1} = \frac{V_0(1 - D)}{Lf_s} \quad (2.12)$$

Igualando (2.12) com (2.6) é possível determinar a seguinte relação:

$$\frac{V_0}{V_{in}} = D \quad (2.13)$$

Observando (2.13) é possível concluir que, com $D < 1$ para todos os casos, a tensão V_0 na saída do conversor será sempre menor ou igual ao valor da tensão de entrada V_{in} .

Para dimensionar o valor da indutância que deve compor o circuito do conversor Buck basta isolar o termo L em (2.6) (SILVA, 2012):

$$L = \frac{(V_{in} - V_0)D}{\Delta I_{L1}f_s} \quad (2.14)$$

O valor calculado para a indutância deve ser verificado, pois define o modo de operação em que o conversor irá trabalhar. Desta forma, o indutor L deve ser comparado com a indutância crítica L_C , o qual é calculada considerando que o conversor opera no MCCr, dessa forma, se o valor de L for maior do que o valor de L_C , o conversor operará no MCC, caso contrário no MCD.

A indutância crítica é calculada conforme (VILELA, 2011):

$$L_C = \frac{DT}{2I_0}(V_{in} - V_0) \quad (2.15)$$

Após a análise do indutor dimensionado, é necessário calcular o valor da capacitância que o conversor deve possuir para que as especificações de projeto sejam obedecidas.

A Figura 2.8 descreve com mais detalhes o comportamento da tensão e da corrente no capacitor do conversor Buck.

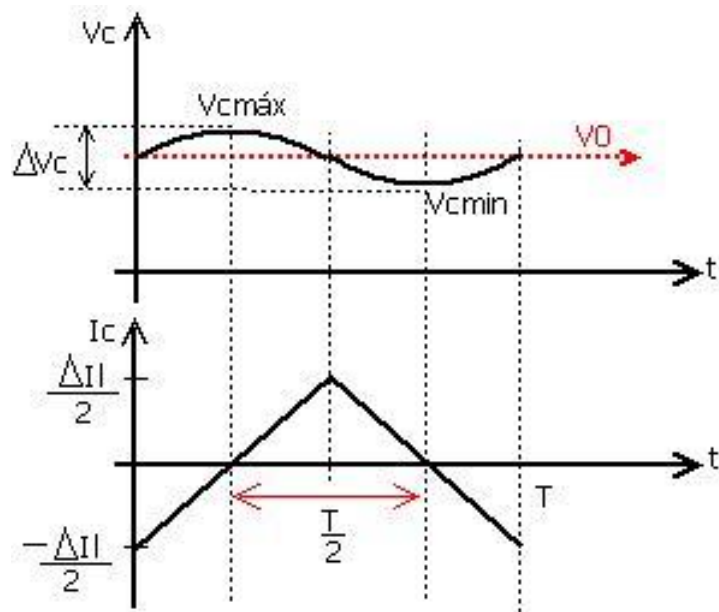


Figura 2.8 – Formas de onda de tensão e corrente no capacitor do Buck
Fonte: SILVA (2012)

A análise da Figura 2.8 permite observar que o capacitor assume a parcela alternada de corrente do indutor mantendo sua forma triangular. Desta maneira a carga é submetida a uma corrente com o mínimo de ondulação possível (SILVA, 2012).

Analogamente à corrente, a tensão assumida pelo capacitor é a parcela alternada proveniente do indutor e tem a mesma justificativa dada para a corrente, no entanto, sua forma de onda é levemente senoidal e não triangular como observado na Figura 2.8 (SILVA, 2012).

A corrente que circula pelo indutor no momento em que a chave S está fechada é composta por uma parcela média e por uma variação de corrente ΔI_L . Considerando que a carga assuma a parcela média da corrente que provém do indutor L e que o capacitor C assuma a parcela variante desta corrente, é observado na Figura

2.8 que ΔI_L pode ser dividida em duas parcelas simétricas, uma acima do eixo do tempo e outra abaixo deste mesmo eixo, onde cada parcela de corrente possui o valor equivalente a $\frac{\Delta I_L}{2}$ (SILVA, 2012).

Por definição, a corrente em um capacitor é calculada conforme (BOYLESTAD, 1997):

$$i_c = C \frac{dV_C}{dt} \quad (2.16)$$

Admitindo que T é o período de chaveamento do conversor em questão, se for considerada a primeira etapa de funcionamento onde $t = t_{on}$ e uma razão cíclica de 0,5 for empregada, pode-se dizer que, no intervalo de tempo $\frac{T}{2}$ a corrente média que circula pelo capacitor é dada por:

$$I_C = \frac{\Delta I_L}{4} \quad (2.17)$$

Admitindo ainda o mesmo intervalo de tempo, pode-se afirmar que:

$$dV_C = \Delta V_C \quad (2.18)$$

$$dt = \frac{T}{2} \quad (2.19)$$

Substituindo (2.19), (2.18) e (2.17) em (2.16) obtém-se:

$$\Delta V_C = \frac{\Delta I_L}{8Cf_s} \quad (2.20)$$

onde ΔV_C é a variação de tensão admitida pelo capacitor e ΔI_L é a variação de corrente admitida pelo indutor.

A obtenção da capacitância é observada isolando-se o termo C em (2.20):

$$C = \frac{\Delta I_L}{8\Delta V_C f_s} \quad (2.21)$$

Para finalizar a análise do conversor Buck e a determinação das equações que serão empregadas em seu projeto, é interessante analisar como se comporta sua corrente e determinar a carga que o conversor pode alimentar frente aos parâmetros especificados.

Admitindo que o rendimento do conversor seja unitário, ou seja, não possui perdas em seu circuito quando colocado em funcionamento, pode-se afirmar que a potência de entrada P_{in} é igual a potência de saída P_o pelo princípio da conservação de energia (BARBI; MARTINS, 2006):

$$P_{in} = P_o \quad (2.22)$$

$$V_{in}I_{in} = V_oI_o \quad (2.23)$$

Substituindo (2.13) em (2.23), é possível encontrar a relação da corrente de entrada I_{in} e da corrente de saída I_o com relação à razão cíclica de chaveamento D :

$$I_o = \frac{I_{in}}{D} \quad (2.24)$$

Assumindo que o conversor irá alimentar uma carga resistiva, esta carga pode ser determinada conforme (BOYLESTAD, 1997):

$$R_L = \frac{V_o^2}{P_o} \quad (2.25)$$

Conforme explicitado anteriormente para dimensionar um conversor é necessário estabelecer alguns parâmetros. A Tabela 2.1 apresenta os dados levados em consideração durante o projeto do conversor Buck e a Tabela 2.2 exhibe os resultados obtidos quando foram empregadas as equações demonstradas juntamente com os parâmetros de projeto dados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Parâmetros para o projeto do conversor Buck

PARÂMETROS	VALORES
Tensão de Entrada (V_{in})	25 V
Tensão de Saída (V_0)	15 V
Frequência de Chaveamento (f_s)	20 kHz
Potência (P_0)	30 W
Variação de Corrente no Indutor (ΔI_L)	10 %
Variação de Tensão no Capacitor (ΔV_C)	0,5 %

Fonte: Próprio autor

Tabela 2.2 – Grandezas calculadas para o projeto do conversor Buck

GRANDEZAS	VALORES
Corrente de Entrada (I_{in})	1,2 A
Corrente de Carga (I_0)	2 A
Razão Cíclica (D)	0,6
Carga do Conversor (R_L)	7,5 Ω
Indutor (L)	1,5 mH
Indutância Crítica (L_C)	75 μ H
Capacitor (C)	16,667 μ F

Fonte: Próprio autor

Se comparados os valores calculados de L e L_C apresentados na Tabela 2.2, percebe-se que o valor da indutância a ser utilizada no conversor Buck em questão é maior do que o valor da indutância crítica, garantindo que o conversor opere em modo de condução contínua como considerado ao longo deste trabalho.

2.2 CONVERSOR NÃO ISOLADO CC-CC BOOST

O conversor Boost ao contrário do conversor Buck é um elevador de tensão, desta forma, a tensão em seu estágio de saída é sempre maior ou igual que a tensão

da fonte de sua entrada. O conversor CC-CC elevador de tensão é principalmente aplicado em fontes de tensão, retificadores com correção do fator de potência e na partida de motores de corrente contínua com frenagem regenerativa (BARBI; MARTINZ, 2006).

Na Figura 2.9 é mostrado o circuito elétrico composto por elementos passivos e por semicondutores de potência que constituem o conversor Boost.

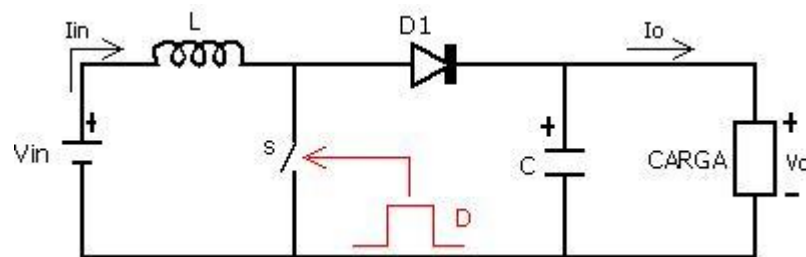


Figura 2.9 - Circuito elétrico que representa o conversor Boost
Fonte: BARBI, MARTINZ – MODIFICADA (2006)

Analogamente ao conversor Buck, no conversor Boost existem também duas etapas de funcionamento: na primeira a chave S está fechada e na segunda a chave S encontra-se aberta.

Admitindo condução contínua para o conversor em questão, a primeira etapa de funcionamento se inicia em $t = 0$ e termina em $t = t_{on}$ quando a chave S encontra-se fechada. Neste momento, o diodo D_1 é polarizado reversamente e faz com que o estágio de saída da fonte de alimentação de entrada seja isolado do restante do circuito. A corrente na chave S é igual a corrente no indutor L, que flui de maneira crescente, e a corrente no diodo D_1 é nula (BARBI; MARTINZ, 2006; SAMPAIO, 2013; SILVA, 2012).

A segunda etapa de funcionamento do conversor Boost se inicia em $t = t_{on}$ e termina $t = t_{off}$, quando a chave S é aberta. Neste momento o diodo D_1 entra em condução e a fonte de tensão de entrada do conversor passa a fornecer energia para a carga, a corrente na chave S é nula e a corrente no diodo D_1 é idêntica à corrente no indutor L, que agora flui de maneira decrescente. Essa etapa termina quando a chave S é fechada novamente, repetindo o ciclo (BARBI; MARTINZ, 2006; SAMPAIO, 2013; SILVA, 2012).

Com base na Figura 2.9 as formas de onda que descrevem o funcionamento do conversor Boost no modo de condução contínua alimentando uma carga resistiva são mostradas na Figura 2.10 e consideram uma razão cíclica $D = 0,5$.

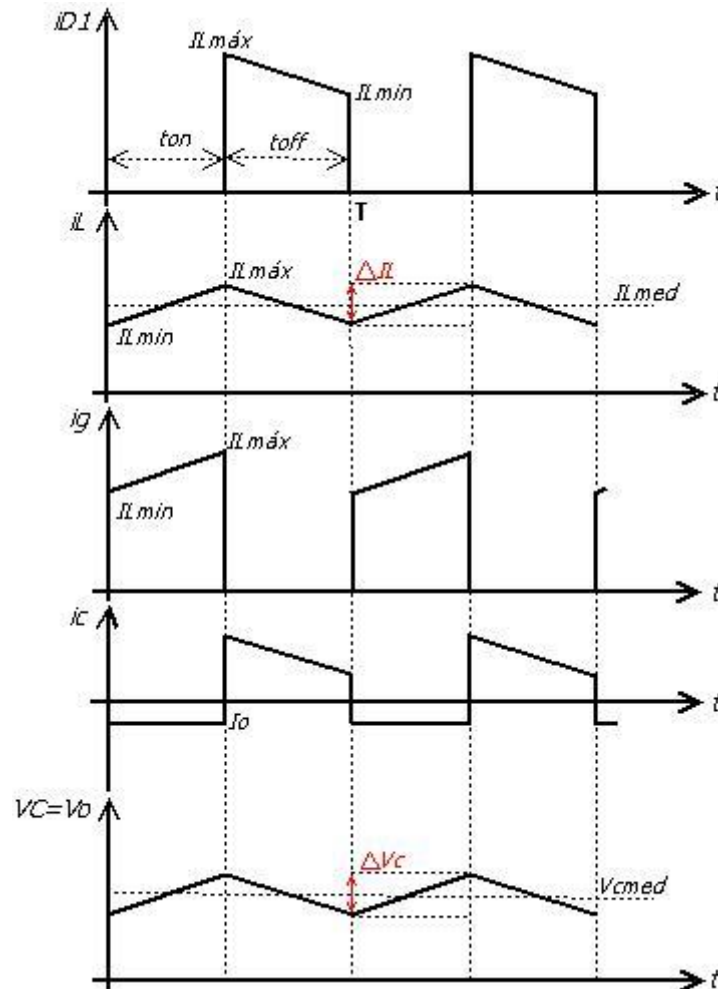


Figura 2.10 - Formas de onda que descrevem o comportamento do Boost
Fonte: SILVA (2012)

2.2.1 Projeto do Conversor Boost

As análises que resultam nas equações para o dimensionamento dos componentes que devem compor o circuito do conversor Boost são similares as análises realizadas para o conversor Buck.

A partir do princípio de funcionamento do conversor Boost e das formas de onda que descrevem seu comportamento ilustradas na Figura 2.10, sua primeira etapa de funcionamento pode ser representada pelo circuito da Figura 2.11.

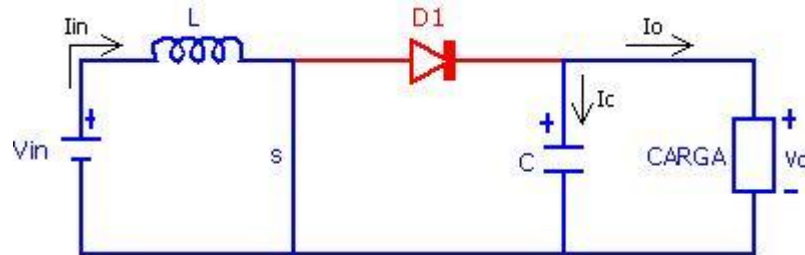


Figura 2.11 - Circuito elétrico do Boost na primeira etapa de funcionamento
Fonte: BARBI, MARTIZ – MODIFICADA (2006)

Observando a malha formada pela fonte de tensão de entrada V_{in} , pelo indutor L e pela chave S (fechada) mostrada na Figura 2.11, aplicando a lei de Kirchhoff para tensões obtém-se (SILVA, 2012):

$$V_{in} = V_{L1} \quad (2.26)$$

Admitindo que (2.3) define o cálculo da tensão em um indutor, e que a chave S encontra-se fechada como mostrado na Figura 2.11, (2.3) pode ser reescrita novamente sob a forma de (2.4).

Substituindo (2.4) em (2.26) e isolando o termo ΔI_{L1} encontra-se a equação (2.27):

$$\Delta I_{L1} = \frac{V_{in} T_1}{L} \quad (2.27)$$

Retomando a definição da razão cíclica D dada em (2.1) e assumindo que $\frac{1}{T} = f_s$, (2.27) é multiplicada e dividida pelo período de chaveamento T dando origem a (2.28):

$$\Delta I_{L1} = \frac{V_{in} D}{L f_s} \quad (2.28)$$

Tomando agora o circuito elétrico apresentado na Figura 2.12 que representa a segunda etapa de funcionamento do conversor Boost, a sequência das análises pode ser observada.

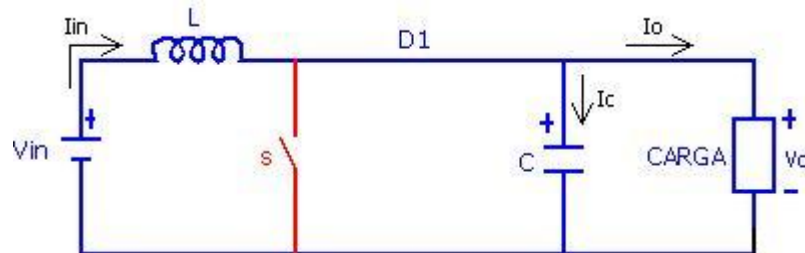


Figura 2.12 - Circuito elétrico do Boost na segunda etapa de funcionamento
Fonte: BARBI, MARTIZ – MODIFICADA (2006)

Analisando a malha mais externa do circuito da Figura 2.12 representada em azul, e empregando a lei de Kirchhoff para tensões observa-se (SILVA, 2012):

$$V_{L2} = V_{in} - V_o \quad (2.29)$$

A partir de (2.29) é possível obter a variação de corrente no indutor para a segunda etapa de chaveamento conforme (2.30):

$$-L \frac{\Delta I_{L1}}{(T - t_{on})} = V_{in} - V_o \quad (2.30)$$

Multiplicando e dividindo (2.30) pelo período de chaveamento T e isolando o termo ΔI_{L2} encontra-se:

$$\Delta I_{L1} = \frac{(V_{in} - V_o)(1 - D)}{Lf_s} \quad (2.31)$$

A variação de corrente na primeira etapa de funcionamento é igual a variação de corrente na segunda etapa, dessa forma, igualando (2.31) com (2.28) é possível encontrar a seguinte relação:

$$\frac{V_0}{V_{in}} = \frac{1}{(1 - D)} \quad (2.32)$$

Uma análise de (2.32) permite afirmar que, com $D < 1$ para todos os casos, a tensão V_0 na saída do conversor será sempre maior ou igual ao valor da tensão de entrada V_{in} .

Para dimensionar o valor da indutância que deve ser empregada no conversor, basta tomar (2.28) que descreve matematicamente a variação de corrente no indutor durante a primeira etapa de funcionamento e isolar o termo L que representa o valor de tal indutância, resultando em:

$$L = \frac{V_{in}D}{\Delta I_{L1}f_s} \quad (2.33)$$

Analogamente ao conversor Buck, a indutância calculada para o conversor Boost também deve ser verificada, já que este componente define o modo de condução do conversor, e conseqüentemente para que sua operação se dê no modo de condução contínua (MCC) o indutor calculado deve possuir indutância maior do que a indutância crítica. Desta forma, a indutância crítica é calculada conforme (VILELA, 2011):

$$L_C = \frac{V_0 T}{2I_{in}} D(1 - D) \quad (2.34)$$

Para o cálculo do capacitor do conversor Boost algumas considerações podem ser feitas: o capacitor C assume as parcelas alternadas de tensão e corrente provenientes do indutor L , e faz com que a carga conectada em seu estágio de saída seja submetida a uma tensão e uma corrente com o mínimo de ondulações possível.

Tomando (2.16), a corrente em um capacitor pode ser calculada de forma que o termo dV_C possa ser substituído pela variação de tensão do capacitor expressa por $\Delta V_C = V_{CMÁX} - V_{CMIN}$.

Admitindo o intervalo de tempo $t = 0$ até $t = t_{on}$, em que a corrente média I_C que circula pelo capacitor é igual a corrente média I_0 que circula pela carga, é possível reescrever (2.16) de forma que:

$$I_C = C \frac{\Delta V_C}{T_1} \quad (2.35)$$

$$C = \frac{I_0 T_1}{\Delta V_C f_s} \quad (2.36)$$

Multiplicando e dividindo (2.36) pelo período de chaveamento T , é possível calcular o valor da capacitância requerida pelo conversor Boost para que os critérios de projeto sejam atendidos:

$$C = \frac{I_0 D}{\Delta V_C f_s} \quad (2.37)$$

Para finalizar a análise do conversor e a determinação das equações que serão empregadas em seu projeto, é interessante analisar como se comporta sua corrente e determinar a carga que o conversor pode alimentar frente aos parâmetros especificados.

Admitindo que o rendimento do conversor seja unitário, pode-se afirmar que a potência de entrada P_{in} é igual a potência de saída P_0 pelo princípio da conservação de energia, dessa forma (2.22) e (2.23) podem ser empregadas novamente.

Substituindo (2.32) em (2.23) é possível encontrar a relação da corrente de entrada I_{in} , da corrente de saída I_0 e da razão cíclica:

$$I_0 = I_{in}(1 - D) \quad (2.38)$$

Tomando que o conversor irá alimentar uma carga resistiva, é relativamente simples dimensionar a grandeza de tal carga, e (2.25) pode ser empregada para a realização deste cálculo.

Com base nas equações determinadas, o conversor Boost pode ser projetado. A Tabela 2.3 apresenta os parâmetros considerados no projeto do conversor elevador de tensão.

Tabela 2.3 – Parâmetros para o projeto do conversor Boost

PARÂMETROS	VALORES
Tensão de Entrada (V_{in})	25 V
Tensão de Saída (V_0)	50 V
Frequência de Chaveamento (f_s)	20 kHz
Potência (P_0)	30 W
Variação de Corrente no Indutor (ΔI_L)	10 %
Variação de Tensão no Capacitor (ΔV_C)	2 %

Fonte: Próprio autor

Considerando os parâmetros mostrados na Tabela 2.3 e o equacionamento demonstrado anteriormente, as grandezas calculadas para o projeto do conversor Boost são resumidas na Tabela 2.4, e o modo de condução contínua é confirmado pela constatação de que $L > L_C$.

Tabela 2.4 – Grandezas calculadas para o projeto do conversor Boost

GRANDEZAS	VALORES
Corrente de Entrada (I_{in})	1,2 A
Corrente de Carga (I_0)	0,6 A
Razão Cíclica (D)	0,5
Carga do Conversor (R_L)	83,33 Ω
Indutor (L)	5,208 mH
Indutância Crítica (L_C)	260 μ H
Capacitor (C)	15 μ F

Fonte: Próprio autor

3 MODELAGEM DOS CONVERSORES

Os conversores estáticos de potência possuem circuitos que apresentam modelos matemáticos não-lineares, desta forma, pode ser aplicado em sua modelagem o método do modelo médio. Esse método implica na análise do conversor em seus dois estados distintos de operação no modo de condução contínua (chave fechada e chave aberta) obtendo-se equações que descrevam seu comportamento em ambos os casos (BRITO, 2008; ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SAMPAIO, 2010).

O modelo médio para a planta do conversor é obtido a partir da análise do balanço de energia no indutor e no capacitor em um período de chaveamento considerando os valores médios. Essa modelagem traz equações mais simples pois desconsidera as ondulações de tensão no capacitor e de corrente no indutor, se tornando uma importante ferramenta de projeto pelo fato de permitir uma análise rápida do funcionamento do conversor (BRITO, 2008; SAMPAIO, 2010).

O modelo CA de pequenos sinais também se faz necessário para o projeto dos controladores, já que a partir desta modelagem as funções de transferência de cada conversor podem ser encontradas e empregadas na obtenção do compensador que será utilizado para controlar a variável de interesse no plano s (contínuo) (SAMPAIO, 2010).

3.1 EQUAÇÕES EM ESPAÇOS DE ESTADOS PARA O CONVERSOR BUCK

Tomando o princípio de funcionamento do conversor em questão apresentado no Capítulo 2, as equações em espaços de estados que o representam quando colocado em funcionamento podem ser obtidas.

Um sistema linear e invariante no tempo pode ser representado conforme (OGATA, 2010):

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= C_yx(t)\end{aligned}\tag{3.1}$$

onde $\dot{x}(t)$ representa a derivada da função x com relação ao tempo.

No conjunto de equações (3.1), $x(t)$ é o vetor de estados que representa a corrente no indutor e a tensão no capacitor do conversor. $u(t)$ é o vetor que representa as variáveis de entrada, e neste caso é constituído pela fonte de tensão contínua que se encontra no estágio de entrada do Buck. O vetor $y(t)$ representa as variáveis de saída do sistema a serem controladas ou observadas, e as matrizes A, B e C_y são constantes de proporcionalidade (OGATA, 2010; SAMPAIO, 2010).

A partir do significado de cada termo descrito, as variáveis a serem analisadas no conversor Buck são: a corrente $i_L(t)$ no indutor e a tensão $v_C(t)$ no capacitor, expressas pelo vetor de estados:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

O modelo apresentado para o conversor em discussão é tomado como ideal, ou seja, toda a energia disponível em seu estágio de entrada é entregue à carga em seu estágio de saída, desta forma, não serão consideradas a queda de tensão no diodo D_1 , a resistência série do indutor L , a resistência série do capacitor C , bem como as perdas de chaveamento.

O vetor de entrada nesta ocasião contém apenas a tensão de entrada do conversor:

$$u(t) = [v_{in}(t)] \quad (3.3)$$

A variável de saída será a tensão no capacitor C , e deverá ser controlada de forma a ser mantida em um nível constante e com o mínimo de ondulação possível:

$$y(t) = [v_C(t)] \quad (3.4)$$

Retomando a Figura 2.6, onde o conversor Buck opera com a chave S fechada, caracterizando sua primeira etapa de funcionamento, a tensão no indutor L , a corrente no capacitor C e a corrente de entrada i_{in} podem ser calculadas respectivamente conforme (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{v_{in}(t)}{L} - \frac{v_C(t)}{L} \quad (3.5)$$

$$\frac{dV_C(t)}{dt} = \frac{i_L(t)}{C} - \frac{v_C(t)}{R_L C} \quad (3.6)$$

$$i_{in}(t) = i_L(t) \quad (3.7)$$

Expressando (3.5), (3.6) e (3.7) em matrizes de espaços de estados, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_L(t)}{dt} \\ \frac{dv_C(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} [v_{in}(t)] \quad (3.8)$$

$$[v_C(t)] = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

A segunda etapa de funcionamento pode ser observada na Figura 2.7, e analogamente à primeira etapa de funcionamento, a tensão no indutor L, a corrente no capacitor C e a corrente de entrada i_{in} podem ser calculadas respectivamente para o intervalo de tempo em que a chave S permanece aberta de acordo com (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{v_C(t)}{L} \quad (3.10)$$

$$\frac{dV_C(t)}{dt} = \frac{i_L(t)}{C} - \frac{v_C(t)}{R_L C} \quad (3.11)$$

$$i_{in}(t) = 0 \quad (3.12)$$

Escrevendo (3.10), (3.11) e (3.12) em matrizes de espaços de estados, observa-se (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$\begin{bmatrix} \frac{di_L(t)}{dt} \\ \frac{dv_C(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} [v_{in}(t)] \quad (3.13)$$

$$[v_C(t)] = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

3.1.1 Modelagem em Regime Permanente para o Conversor Buck (Modelo CC)

A modelagem do conversor em regime permanente possibilita analisar os esforços de tensão e corrente para o dimensionamento dos elementos do circuito, bem como estimar seu rendimento. É usada como ferramenta para observar as variações na fonte de tensão de entrada e na carga, além das variações paramétricas e análise das perturbações nos sinais de controle que afetam as variáveis de interesse, auxiliando no projeto dos controladores (SAMPAIO, 2013).

O modelo médio do conversor Buck em equilíbrio pode ser determinado pelo conjunto (3.15), desde que as frequências naturais do conversor e das constantes de tempo das variáveis de entrada sejam muito menores do que a frequência de chaveamento de tal conversor (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SAMPAIO, 2010):

$$\begin{aligned} 0 &= AX + BU \\ Y &= C_y X \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde: $X \rightarrow$ Vetor de estados em equilíbrio (CC)

$U \rightarrow$ Vetor de entrada em equilíbrio (CC)

$Y \rightarrow$ Vetor de saída em equilíbrio (CC)

As matrizes médias do conversor Buck são calculadas pelo conjunto (3.16) de acordo com (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$\begin{aligned}
A &= A_1D + A_2D' \\
B &= B_1D + B_2D' \\
C_y &= C_{y1}D + C_{y2}D'
\end{aligned}
\tag{3.16}$$

onde D é razão cíclica de chaveamento definida em (2.1) e D' é o complemento de D sendo equivalente a $(1 - D)$.

Tomando (3.16), as matrizes de proporcionalidade A, B e C_y podem ser calculadas com a observação de que, A_1 é a matriz de proporcionalidade referente a primeira etapa de funcionamento, A_2 é a matriz de proporcionalidade referente a segunda etapa de funcionamento e assim sucessivamente para as outras matrizes de proporcionalidade (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$A = D \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} \rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix}
\tag{3.17}$$

$$B = D \begin{bmatrix} 1 \\ L \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow B = \begin{bmatrix} D \\ L \end{bmatrix}
\tag{3.18}$$

$$C_y = D[0 \quad 1] + D'[0 \quad 1] \rightarrow C_y = [0 \quad 1]
\tag{3.19}$$

Substituindo (3.17), (3.18) e (3.19), que expressam respectivamente as matrizes de proporcionalidade A, B e C_y do conversor Buck em (3.15), obtém-se (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ L \\ 0 \end{bmatrix} [V_{in}]
\tag{3.20}$$

$$Y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix}
\tag{3.21}$$

A solução do sistema em equilíbrio (3.15) é dada por (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; OGATA, 2010):

$$\begin{aligned} X &= -A^{-1}BU \\ Y &= (-C_y A^{-1}B)U \end{aligned} \quad (3.22)$$

O inverso da matriz A pode ser calculado através da matriz adjunta de acordo com (BRITO, 2008; ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SAMPAIO, 2010):

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A) \quad (3.23)$$

Substituindo a matriz A em (3.23) obtém-se:

$$A^{-1} = LC \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_L C} & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Aplicando (3.24) em (3.22) juntamente com as matrizes B e U, observa-se:

$$\begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & -C \\ R_L & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ L \\ 0 \end{bmatrix} [V_{in}] \rightarrow \begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D \\ R_L \\ D \end{bmatrix} [V_{in}] \quad (3.25)$$

$$[V_C] = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} L & -C \\ R_L & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ L \\ 0 \end{bmatrix} [V_{in}] \rightarrow [V_C] = DV_{in} \quad (3.26)$$

Desenvolvendo (3.25) e (3.26) é possível encontrar as equações:

$$I_L = \frac{DV_{in}}{R_L} \rightarrow I_L = I_o \quad (3.27)$$

$$V_C = DV_{in} \quad (3.28)$$

A Figura 3.1 mostra o circuito equivalente CC obtido com base em (3.27) e em (3.28):

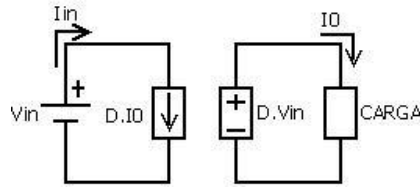


Figura 3.1 – Modelo CC do conversor Buck
Fonte: Próprio Autor

3.1.2 Modelo CA de Pequenos Sinais para Conversor Buck

O modelo CA de pequenos sinais do conversor permite prever o comportamento das tensões e correntes no equipamento quando ocorrem variações de baixa frequência na razão cíclica ou na fonte de tensão de entrada. Nesta análise, a variação (*ripple*) de tensão e as harmônicas advindas do chaveamento podem ser desprezadas. O modelo CA é obtido a partir do cálculo da média das formas de onda de tensão e de corrente em cada período de chaveamento para remover as harmônicas. Dessa forma, são obtidos os modelos lineares de pequenos sinais em torno de um ponto de operação (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001).

As tensões e correntes médias em geral são funções não-lineares da razão cíclica, das tensões e das correntes do conversor, e dessa forma necessitam ser linearizadas para a obtenção do modelo médio de pequenos sinais do sistema em questão. O cálculo dos valores médios de tensão no indutor e de corrente no capacitor são dados conforme (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$\langle x(t) \rangle_T = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} x(\tau) d\tau \quad (3.29)$$

Com base em (3.29), a tensão média no indutor e a corrente média no capacitor podem ser calculadas como segue:

$$L \frac{d\langle i_L \rangle_T}{dt} = \langle v_L(t) \rangle_T \quad (3.30)$$

$$C \frac{d\langle v_C \rangle_T}{dt} = \langle i_C(t) \rangle_T \quad (3.31)$$

Em seguida, são inseridas perturbações no sistema e posteriormente as equações são linearizadas em torno de um ponto de operação. Com a inserção de variações nos sinais, é possível afirmar que cada sinal é composto por uma parcela CC (representada por letras maiúsculas) somada a uma parcela CA (representada por letras minúsculas acentuada com circunflexo) (BRITO, 2008; GRANATO, 2011; MACCARI JUNIOR, 2011; SAMPAIO, 2010):

$$x(t) = X + \hat{x}(t) \quad (3.32)$$

$$y(t) = Y + \hat{y}(t) \quad (3.33)$$

$$d(t) = D + \hat{d}(t) \quad (3.34)$$

$$u(t) = U + \hat{u}(t) \quad (3.35)$$

Substituindo (3.16), (3.32), (3.33), (3.34) e (3.35) no sistema (3.1), obtém-se (BRITO, 2008; ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; GRANATO, 2011; MACCARI JUNIOR, 2011; SAMPAIO, 2010):

$$\begin{aligned} \dot{X} + \hat{\dot{x}}(t) = & \left[A_1 (D + \hat{d}(t)) + A_2 (1 - D - \hat{d}(t)) \right] (X + \hat{x}(t)) \\ & + \left[B_1 (D + \hat{d}(t)) + B_2 (1 - D - \hat{d}(t)) \right] (U + \hat{u}(t)) \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$Y + \hat{y}(t) = \left[C_{y1} (D + \hat{d}(t)) + C_{y2} (1 - D - \hat{d}(t)) \right] (X + \hat{x}(t)) \quad (3.37)$$

Desenvolvendo os termos em (3.36) e (3.37), e desconsiderando os termos CC existentes na análise pelo fato de serem nulos e não influenciarem no modelo de pequenos sinais, assim como os termos CA de segunda ordem por serem pequenos a ponto de serem desprezíveis, o modelo médio de pequenos sinais CA para o conversor Buck pode ser encontrado conforme (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SAMPAIO, 2010):

$$\hat{\dot{x}}(t) = A\hat{x}(t) + B\hat{u}(t) + \{(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U\}\hat{d}(t) \quad (3.38)$$

$$\hat{y}(t) = C_y \hat{x}(t) + (C_{y1} - C_{y2}) X \hat{d}(t) \quad (3.39)$$

Substituindo as matrizes A , B , C_y e os vetores de estados de entrada e de saída em (3.38) e (3.39), obtém-se o modelo CA médio de pequenos sinais do conversor Buck (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SAMPAIO, 2010):

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} \\ \frac{d\hat{v}_C(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix} [\hat{v}_{in}(t)] + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \hat{d}(t) \quad (3.40)$$

$$[\hat{v}_C(t)] = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_C(t) \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Analogamente a análise CC do conversor Buck, o circuito equivalente da modelagem CA de pequenos sinais pode ser representado, no entanto (3.40) e (3.41) não oferecem todos os dados necessários para que o modelo equivalente seja construído, pois não fornecem o comportamento da corrente de entrada do conversor em discussão. Fazendo-se uma análise do comportamento da corrente de entrada e substituindo tal análise em (3.41), o circuito pode ser encontrado.

Na primeira etapa de funcionamento do conversor Buck, a corrente de entrada i_{in} é equivalente a corrente i_L que circula pelo indutor, sendo esta relação representada em espaços de estado por (3.42) de acordo com (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$[i_{in}(t)] = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Na segunda etapa de funcionamento, com a chave aberta, a corrente de entrada i_{in} é nula (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$[i_{in}(t)] = [0 \quad 0] \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Calculando a nova matriz média C_y e substituindo o resultado encontrado no lugar de (3.41), o novo conjunto de equações que descrevem o comportamento CA de pequenos sinais do conversor Buck é dado segundo (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} \\ \frac{d\hat{v}_C(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} [\hat{v}_{in}(t)] + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \hat{d}(t) \quad (3.44)$$

$$[\hat{i}_{in}(t)] = [D \quad 0] \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_C(t) \end{bmatrix} + i_L \hat{d}(t) \quad (3.45)$$

É necessário ressaltar que (3.45) foi calculada apenas para que o desenho do circuito equivalente CA do conversor pudesse ser representado, de forma que no restante das análises será utilizado (3.41).

Distribuindo os termos de (3.44) e de (3.45), obtém-se (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$L \frac{d\hat{i}_L}{dt} = -\hat{v}_C(t) + D\hat{v}_{in}(t) + V_{in}\hat{d}(t) \quad (3.46)$$

$$C \frac{d\hat{v}_C}{dt} = \hat{i}_L(t) - \frac{\hat{v}_C(t)}{R_L} \quad (3.47)$$

$$\hat{i}_{in}(t) = D\hat{i}_L(t) + I_L\hat{d}(t) \quad (3.48)$$

A partir de (3.46), (3.47) e (3.48), o circuito equivalente CA de pequenos é construído e observado na Figura 3.2.

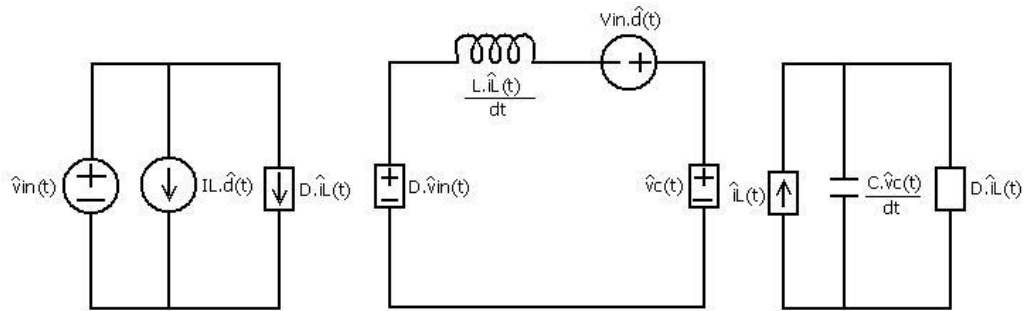


Figura 3.2 – Modelo CA do conversor Buck
Fonte: Próprio Autor

3.1.3 Obtenção da Função de Transferência do Conversor Buck via Modelo CA

A função de transferência de um sistema é representada por uma equação diferencial linear e invariante no tempo expressa através da relação da transformada de Laplace do sinal de saída pela transformada de Laplace do sinal de entrada assumindo condições iniciais nulas (OGATA, 2010).

$$\text{Função de Transferência} = G(s) = \frac{\mathcal{L}[\text{saída}]}{\mathcal{L}[\text{entrada}]}\bigg|_{\text{condição inicial nula}} \quad (3.49)$$

A função de transferência não fornece informações com relação a composição física do sistema em pauta, desta forma, é uma propriedade intrínseca do sistema. Se essa função for conhecida, a saída ou a resposta do sistema pode ser estudada para diferentes tipos de entradas, no entanto, se a função de transferência não for conhecida ela pode ser determinada de forma experimental através da aplicação de entradas conhecidas e do estudo das respectivas respostas, fornecendo uma análise do comportamento dinâmico do sistema independente da sua descrição física (OGATA, 2010).

Aplicando a transformada de Laplace à (3.46) e (3.47), tomando suas condições iniciais nulas observa-se conforme (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SAMPAIO, 2010):

$$Ls\hat{i}_L(s) = D\hat{v}_{in}(s) + V_{in}\hat{d}(s) - \hat{v}_C(s) \quad (3.50)$$

$$Cs\hat{v}_C(s) = \hat{i}_L(s) - \frac{\hat{v}_C(s)}{R_L} \quad (3.51)$$

Isolando o termo $\hat{i}_L(s)$ em (3.50) e substituindo o resultado dessa ação em (3.51), observa-se segundo (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$\hat{v}_C(s) \left[\frac{R_L LCs^2 + R_L + Ls}{R_L Ls} \right] = D \frac{\hat{v}_{in}(s)}{Ls} + \frac{V_{in} \hat{d}(s)}{Ls} \quad (3.52)$$

O objetivo agora, é reescrever (3.52) sob a forma de um sistema de segunda ordem que possa representar o conversor Buck de maneira que os sinais CA que compõem a tensão de entrada e a razão cíclica fiquem “separados” na equação.

Um sistema de segunda ordem pode ser expresso conforme (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$G(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2} \quad (3.53)$$

onde ω_0 é a frequência de corte (3 dB) e Q é o fator de qualidade.

Escrevendo (3.52) sob a forma dada em (3.53), e separando os sinais CA que compõem a tensão de entrada e a razão cíclica do conversor, obtém-se de acordo com (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$\hat{v}_C(s) = D \frac{1}{1 + s \frac{L}{R_L} + LCs^2} \hat{v}_{in}(s) + \frac{V_{in}}{D} \frac{1}{1 + s \frac{L}{R_L} + LCs^2} \hat{d}(s) \quad (3.54)$$

A equação (3.54) permite fazer duas análises distintas da variação da tensão de saída do conversor Buck: se a variação da tensão de entrada for considerada nula, encontra-se a função de transferência $G_{vd}(s)$, que expressa o comportamento da tensão de saída frente a uma variação da razão cíclica. Por outro lado, se a variação da razão cíclica for considerada nula, encontra-se a função de transferência $G_{vin}(s)$, que descreve o comportamento da tensão de saída do conversor frente a uma variação de sua tensão de entrada (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001).

De forma padrão, pode-se resumir a descrição acima em duas equações conforme (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SAMPAIO, 2013):

$$G_{vin}(s) = G_{g0} \frac{1}{1 + \frac{1}{Q\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2} \quad (3.55)$$

$$G_{vd}(s) = G_{d0} \frac{\left(1 - \frac{1}{\omega_z}\right)}{1 + \frac{1}{Q\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2} \quad (3.56)$$

onde ω_z é a frequência do zero do sistema, G_{g0} é equivalente a D e G_{d0} é igual a $\frac{V_{in}}{D}$.

3.2 EQUAÇÕES EM ESPAÇOS DE ESTADOS PARA O CONVERSOR BOOST

Considerando o princípio de funcionamento do conversor Boost apresentado no Capítulo 2, as equações em espaços de estados que representam o conversor quando colocado em funcionamento podem ser obtidas de forma análoga como foi realizado para o conversor Buck.

Assumindo que o sistema do conversor Boost seja linear e invariante no tempo, (3.1) pode ser novamente considerado, assim como (3.2) e (3.3).

Retomando a Figura 2.11 onde o conversor opera com a chave S fechada, caracterizando sua primeira etapa de funcionamento, a tensão no indutor L , a corrente no capacitor C e a corrente de entrada i_{in} podem ser calculadas respectivamente conforme (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SAMPAIO, 2010):

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{v_{in}(t)}{L} \quad (3.57)$$

$$\frac{dV_C(t)}{dt} = -\frac{v_C(t)}{R_L C} \quad (3.58)$$

$$i_{in}(t) = i_L(t) \quad (3.59)$$

Escrevendo (3.57), (3.58) e (3.59) em matrizes de espaços de estados, obtém-se segundo (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SAMPAIO, 2010):

$$\begin{bmatrix} \frac{di_L(t)}{dt} \\ \frac{dv_C(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [v_{in}(t)] \quad (3.60)$$

$$[v_C(t)] = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

A segunda etapa de funcionamento pode ser observada na Figura 2.12, e analogamente à primeira etapa, a tensão no indutor L, a corrente no capacitor C e a corrente de entrada i_{in} podem ser calculadas respectivamente para o intervalo de tempo em que a chave S permanece aberta conforme (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SAMPAIO, 2010):

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{V_{in}}{L} - \frac{v_C(t)}{L} \quad (3.62)$$

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{i_L(t)}{C} - \frac{v_C(t)}{R_L C} \quad (3.63)$$

$$i_{in}(t) = i_L(t) \quad (3.64)$$

Escrevendo (3.62), (3.63) e (3.64) sob a forma de matrizes em espaços de estados, observa-se de acordo com (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; SAMPAIO, 2010):

$$\begin{bmatrix} \frac{di_L(t)}{dt} \\ \frac{dv_C(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [v_{in}(t)] \quad (3.65)$$

$$[v_C(t)] = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

3.2.1 Modelagem em Regime Permanente para Conversor Boost (Modelo CC)

As considerações feitas para o conversor Buck podem novamente ser retomadas, e o modelo médio do conversor Boost em equilíbrio pode ser determinado pelo conjunto (3.15).

Considerando (3.16), as matrizes de proporcionalidade A, B e C_y do conversor Boost podem ser calculadas conforme (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$A = D \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} \rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{L} \\ \frac{D'}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

$$B = D \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

$$C_y = D[0 \quad 1] + D'[0 \quad 1] \rightarrow C_y = [0 \quad 1] \quad (3.69)$$

Substituindo (3.67), (3.68) e (3.69), que expressam respectivamente as matrizes de proporcionalidade A, B e C_y do conversor Boost em (3.15), observa-se:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{L} \\ \frac{D'}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} [V_{in}] \quad (3.70)$$

$$Y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

A solução do sistema em equilíbrio (3.15), é dada em (3.22), já aplicada ao conversor Buck anteriormente.

O inverso da matriz A pode ser calculado através da matriz adjunta dada em (3.23), desta forma:

$$A^{-1} = \frac{CL}{D'^2} \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_L C} & \frac{D'}{L} \\ \frac{D'}{C} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

Substituindo o inverso da matriz A calculado em (3.72) no conjunto (3.22) juntamente com as matrizes B e U observa-se:

$$\begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L}{R_L D'^2} & -\frac{C}{D'} \\ \frac{L}{D'} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [V_{in}] \rightarrow \begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_L D'^2} \\ \frac{1}{D'} \end{bmatrix} [V_{in}] \quad (3.73)$$

$$[V_C] = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} \frac{L}{R_L D'^2} & -\frac{C}{D'} \\ \frac{L}{D'} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [V_{in}] \rightarrow [V_C] = \frac{1}{D'} V_{in} \quad (3.74)$$

Distribuindo os termos de (3.73) e de (3.74), é possível encontrar:

$$I_L = \frac{1}{R_L D'^2} V_{in} \quad (3.75)$$

$$V_C = \frac{1}{D'} V_{in} \quad (3.76)$$

A Figura 3.3 mostra o circuito equivalente CC do conversor Boost obtido a partir de (3.75) e de (3.76):

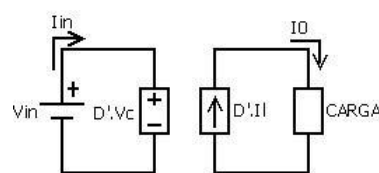


Figura 3.3 – Modelo CC do conversor Boost
Fonte: Próprio Autor

3.2.2 Modelo CA de Pequenos Sinais para Conversor Boost

As tensões e correntes médias em geral são funções não-lineares da razão cíclica, das tensões e das correntes do conversor, dessa forma, necessitam ser linearizadas para a obtenção do modelo médio de pequenos sinais do sistema em questão. A equação (3.29) utilizada na modelagem do conversor Buck possibilita o cálculo dos valores médios de tensão no indutor e de corrente no capacitor (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001).

Com base em (3.29), a tensão média no indutor e a corrente média no capacitor são calculadas, em seguida são inseridas perturbações no sistema e posteriormente as equações são linearizadas em torno de um ponto de operação. Com a inserção de variações nos sinais, é possível afirmar que cada sinal é composto por uma parcela CC (representada por letras maiúsculas) somada a uma parcela CA (representada por letras minúsculas acentuada com circunflexo) identicamente como foi feito para o conversor Buck (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001).

Neste ponto, (3.32), (3.33), (3.34) e (3.35) podem ser retomadas e utilizadas na modelagem CA de pequenos sinais do conversor Boost.

Substituindo o conjunto (3.16) juntamente com (3.32), (3.33), (3.34) e (3.35) no sistema dado em (3.1), obtém-se (3.36) e (3.37).

Distribuindo os termos em (3.36) e (3.37), desconsiderando os termos CC existentes na análise pelo fato de serem nulos e não influenciarem no modelo CA de pequenos sinais, assim como os termos CA de segunda ordem, por serem pequenos a ponto de serem desprezíveis, o modelo médio de pequenos sinais CA para o conversor Boost é idêntico ao modelo do conversor Buck dado em (3.38) e (3.39).

Substituindo as matrizes A , B , C_y e os vetores de estados de entrada e de saída em (3.38) e (3.39), obtém-se o modelo CA médio de pequenos sinais do conversor Boost de acordo com (BRITO, 2008; GRANATO, 2011; MACCARI JUNIOR, 2011; SAMPAIO, 2010):

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} \\ \frac{d\hat{v}_C(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{L} \\ \frac{D'}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [\hat{v}_{in}(t)] + \begin{bmatrix} \frac{V_C}{L} \\ -\frac{I_L}{C} \end{bmatrix} \hat{d}(t) \quad (3.77)$$

$$[\hat{v}_C(t)] = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_C(t) \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

Analogamente a análise CC do conversor Boost, o circuito equivalente da modelagem CA de pequenos sinais pode ser obtido, no entanto (3.77) e (3.78) não oferecem todos os dados necessários para que o modelo equivalente seja obtido, pois não fornecem o comportamento da corrente de entrada do conversor em discussão.

Realizando uma análise do comportamento da corrente de entrada do conversor Boost e substituindo tal análise em (3.87), o circuito equivalente pode ser encontrado.

Na primeira etapa de funcionamento do conversor, a corrente de entrada i_{in} é equivalente a corrente que circula pelo indutor i_L , sendo esta relação representada em espaços de estado por (3.82):

$$[i_{in}(t)] = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Na segunda etapa de funcionamento, quando a chave encontra-se aberta, a corrente de entrada i_{in} é novamente igual a corrente i_L que circula pelo indutor L:

$$[i_{in}(t)] = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

Calculando a nova matriz média C_y e substituindo o resultado encontrado em (3.78), o novo conjunto de equações que descrevem o comportamento CA de pequenos sinais do conversor Boost é dado conforme:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} \\ \frac{d\hat{v}_C(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{L} \\ \frac{D'}{C} & -\frac{1}{R_L C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [\hat{v}_{in}(t)] + \begin{bmatrix} \frac{V_C}{L} \\ -\frac{I_L}{C} \end{bmatrix} \hat{d}(t) \quad (3.81)$$

$$[i_{in}(t)] = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

É necessário ressaltar que (3.82) foi calculada apenas para que o circuito equivalente CA de pequenos sinais do conversor Boost pudesse ser representado.

Distribuindo os termos de (3.81) e (3.82) obtém-se:

$$L \frac{d\hat{i}_L}{dt} = -D'\hat{v}_C(t) + \hat{v}_{in}(t) + V_C\hat{d}(t) \quad (3.83)$$

$$C \frac{d\hat{v}_C}{dt} = D'\hat{i}_L(t) - \frac{\hat{v}_C(t)}{R_L} - I_L\hat{d}(t) \quad (3.84)$$

$$\hat{i}_{in}(t) = \hat{i}_L(t) \quad (3.85)$$

A partir de (3.83), (3.84) e (3.85), o circuito equivalente CA de pequenos sinais para o conversor Boost é construído e observado na Figura 3.4.

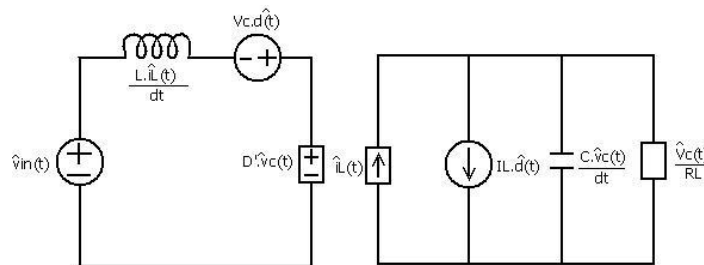


Figura 3.4 – Modelo CA do conversor Boost
Fonte: Próprio Autor

3.2.3 Obtenção da Função de Transferência do Conversor Boost via Modelo CA

Analogamente ao conversor Buck, a função de transferência do conversor Boost pode ser determinada a partir do modelo CA de pequenos sinais, e as mesmas considerações feitas para o Buck serão feitas para o Boost.

Aplicando a transformada de Laplace à (3.83) e (3.84), tomando suas condições iniciais nulas obtém-se:

$$Ls\hat{i}_L(s) = \hat{v}_{in}(s) + V_C\hat{d}(s) - D'\hat{v}_C(s) \quad (3.86)$$

$$Cs\hat{v}_C(s) = D'\hat{i}_L(s) - I_L\hat{d}(s) - \frac{\hat{v}_C(s)}{R_L} \quad (3.87)$$

Isolando o termo $\hat{i}_L(s)$ em (3.86) e substituindo o resultado desta ação em (3.87) observa-se:

$$\hat{v}_C(s) \left[\frac{R_L L C s^2 + D' R_L + L s}{R_L L s} \right] = D' \frac{\hat{v}_{in}(s)}{L s} + D' \frac{V_C \hat{d}(s)}{L s} - I_L \hat{d}(s) \quad (3.89)$$

Escrevendo (3.89) sob a forma de (3.53) e separando os sinais CA que compõem a tensão de entrada e a razão cíclica do conversor, é possível observar segundo (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001):

$$\hat{v}_C(s) = \frac{1}{D'} \frac{1}{1 + s \frac{L}{D'^2 R_L} + \frac{L C s^2}{D'^2}} \hat{v}_{in}(s) + \frac{V_C}{D'} \frac{\left(1 - s \frac{L I_L}{D' V_C}\right)}{1 + s \frac{L}{D'^2 R_L} + \frac{L C s^2}{D'^2}} \hat{d}(s) \quad (3.90)$$

A equação (3.90) permite fazer as mesmas análises que foram feitas para o conversor Buck em (3.54), onde, com a variação da tensão de entrada considerada nula encontra-se a função de transferência $G_{vd}(s)$ dada em (3.56) que expressa o comportamento da tensão de saída frente a uma variação da razão cíclica. Por outro lado, se a variação da razão cíclica for considerada nula encontra-se a função de transferência $G_{vin}(s)$ dada em (3.55), que descreve o comportamento da tensão de saída do conversor frente a uma variação de sua tensão de entrada (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001).

4 TEORIA SOBRE SISTEMAS DE CONTROLE

As teorias de controle possuem papel fundamental no desenvolvimento da engenharia e podem ser aplicadas em várias áreas, como em controle de lançamento de mísseis, sistemas de veículos espaciais, sistemas robóticos, piloto automático, controle de processos industriais, dentre outros (MAZONI, 2008; OGATA, 2010; LANGNER, 2004).

Ao longo dos estudos, várias topologias de controle foram implementadas na década de 40, mas os métodos baseados na resposta em frequência (especialmente os métodos que utilizavam o diagrama de Bode) tiveram grande contribuição para a engenharia de controle. Esses métodos possibilitavam que sistemas lineares de controle em malha fechada atendessem aos critérios de desempenho impostos em projeto (OGATA, 2010).

Com o passar do tempo, as técnicas de controle se desenvolveram e o estudo de métodos que empregavam a síntese de controladores no domínio do tempo possibilitaram que sistemas mais complexos pudessem ser tratados em sistemas de controle. Com o avanço dos computadores digitais, em 1960 as variáveis de estado puderam ser empregadas na síntese de controladores juntamente com desigualdades matriciais lineares (em inglês, *Linear Matrix Inequalities* – LMIs), facilitando os cálculos dos projetos (OGATA, 2010; TROFINO, 2000).

Entre 1960 e 1980 técnicas de controle ótimo de sistemas determinísticos e técnicas de controle adaptativos foram estudadas, e a partir de 1980 os estudos de controle se voltaram para técnicas mais modernas que visavam a estabilidade robusta do sistema frente a variações externas da planta controlada. No contexto de sistemas incertos, os estudos das normas H_2 e H_∞ mostraram que elas podem fornecer uma medida de desempenho na avaliação dos controladores, pois medem o nível de energia de um sinal ou de uma variável de interesse (LANGNER, 2004; TROFINO, 2000).

4.1 CONTROLE CLÁSSICO

Em sistemas de controle, a variável controlada é a grandeza a ser monitorada e controlada, já a variável manipulada, é a grandeza que sofre a ação de controle imposta pelo compensador e influenciará no valor da variável de controle. As variáveis descritas que compõem sistemas podem ser físicas, ou descrever o comportamento dinâmico de um fenômeno abstrato, permitindo definir um sistema como um conjunto de componentes que agem com a finalidade de atingirem um objetivo comum (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; OGATA, 2010; TROFINO, 2003).

Os sistemas podem estar sujeitos a distúrbios internos ou externos, sendo os distúrbios internos caracterizados como perturbações geradas internamente ao sistema, e afetam de maneira adversa o valor da variável de saída. Os distúrbios externos são sinais gerados fora do sistema em questão, e se comportam como sinais de entrada para a planta, influenciando diretamente em seu comportamento dinâmico (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; OGATA, 2010).

Duas formas podem caracterizar a operação de um sistema: em malha fechada ou em malha aberta, sendo as configurações citadas mostradas nas Figuras 4.1 e 4.2 respectivamente (OGATA, 2010; TROFINO, 2003):

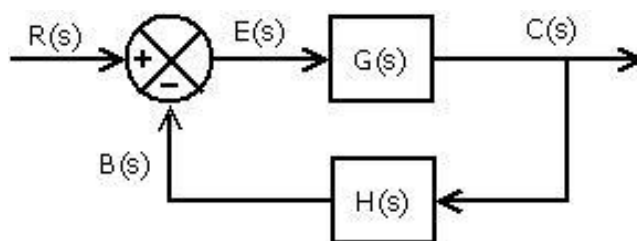


Figura 4.1 – Sistema em malha fechada
Fonte: OGATA (2010)

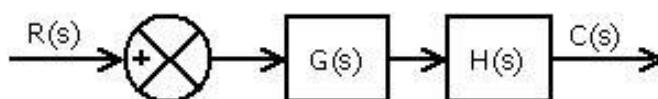


Figura 4.2 – Sistema em malha aberta
Fonte: OGATA (2010)

Na operação em malha fechada, o sinal de erro é a diferença entre o sinal de entrada e o sinal de realimentação, que por sua vez pode ser o próprio sinal de saída. O objetivo da realimentação é minimizar o erro atuante, fazendo com que o sinal de saída fique próximo de um sinal desejado (TROFINO, 2003).

Na operação em malha aberta, o sinal de saída não exerce nenhuma ação sobre o sinal de entrada, e quando o sistema opera nesta configuração sua precisão depende de uma calibração. Este tipo de configuração só pode ser aplicado na prática se tanto o sinal de entrada, quanto o sinal de saída, forem conhecidos, e se o sistema não possuir nenhum tipo de distúrbio (interno ou externo) (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; OGATA, 2010).

A dinâmica de um sistema pode ser estudada através da função de transferência que o representa. Essa função é um modelo matemático, obtido a partir de equações diferenciais lineares que expressa a relação da transformada de Laplace da saída do sistema com relação a transformada de Laplace da entrada do mesmo sistema (OGATA, 2010).

A função de transferência se relaciona com a forma em que o sistema opera (malha aberta ou malha fechada). Considerando a Figura 4.1, em que é representado um sistema em malha fechada, $R(s)$ e $C(s)$ são os sinais de entrada e saída do sistema respectivamente, $G(s)$ representa a planta a ser controlada, $H(s)$ é normalmente o transdutor do controlador, $B(s)$ é o sinal de realimentação (resultante da multiplicação da saída $C(s)$ pelo ganho do controlador $H(s)$) e $E(s)$ é o sinal de erro atuante (diferença do sinal de entrada $R(s)$ e do sinal de realimentação $B(s)$). A função de transferência para esse tipo de configuração é obtida conforme (OGATA, 2010).

$$C(s) = G(s)E(s) \quad (4.1)$$

$$E(s) = R(s) - B(s) \rightarrow E(s) = R(s) - C(s)H(s) \quad (4.2)$$

$$C(s) = G(s)[R(s) - C(s)H(s)] \quad (4.3)$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (4.4)$$

Considerando agora a Figura 4.2, onde é representado um sistema em malha aberta, $R(s)$ e $C(s)$ são os sinais de entrada e saída do sistema respectivamente, $G(s)$ representa a planta a ser controlada e $H(s)$ é o transdutor do controlador. A função de transferência para esse tipo de configuração é dada conforme (OGATA, 2010):

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G(s)H(s) \quad (4.5)$$

4.1.1 Ações de Controle

Depois de modelar e analisar o possível comportamento do sistema, é necessário determinar qual ação de controle será aplicada ao processo para controlar a planta em análise. Na teoria de controle clássico, quando o controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID), e uma de suas derivações, o controlador Proporcional-Integral (PI) são aplicados, três ações de controle podem ser consideradas, sendo elas: ação de controle proporcional, ação de controle integral e ação de controle derivativa (OGATA, 2010).

A ação de controle proporcional pode ser considerada simples, sendo ela a relação entre a saída do controlador $u(t)$ e o sinal de erro atuante $e(t)$ (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; OGATA, 2010; TROFINO, 2003):

$$u(t) = K_p e(t) \quad (4.6)$$

Aplicando a transformada de Laplace à (4.6), encontra-se o controlador proporcional no plano complexo s (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; OGATA, 2010; TROFINO, 2003):

$$G_p(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \quad (4.7)$$

onde K_p é conhecido como ganho proporcional.

O aumento do ganho K_p tende a diminuir o erro da resposta do sistema em regime permanente, no entanto, o aumento excessivo deste ganho pode levar o sistema em malha fechada à instabilidade e amplificar de forma indesejada ruídos presentes no sistema. De maneira resumida, o controlador proporcional é um amplificador com ganho ajustável (OGATA, 2010; TROFINO, 2003).

A ação de controle integral reduz ou elimina o erro em estado estacionário do sistema, no entanto, a inserção de um controlador integrativo aumenta a ordem da planta. Um controlador integrador puro tem a ação de controle $u(t)$ proporcional à integral do erro atuante $e(t)$ (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; OGATA, 2010; TROFINO, 2003):

$$u(t) = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (4.8)$$

Aplicando a transformada de Laplace à (4.8), é possível encontrar o controlador integrativo no plano complexo s :

$$G_i(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s} \quad (4.9)$$

A ação de controle derivativa, como o próprio nome sugere, tem a ação de controle $u(t)$ proporcional à derivada do erro atuante $e(t)$ (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; OGATA, 2010; TROFINO, 2003):

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4.10)$$

Analogamente aos controladores proporcional e integral, aplicando a transformada de Laplace à (4.10), é possível encontrar o controlador derivativo no plano complexo s (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; OGATA, 2010; TROFINO, 2003):

$$G_d(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_d s \quad (4.11)$$

Analisando (4.10), é possível perceber que se não houver variação do erro atuante, a ação de controle derivativa não pode ser utilizada de forma isolada, já que o ganho oferecido ao sistema seria nulo e não faria sentido aplicar este controlador à planta. Por este fato, na maioria das vezes o controlador derivativo é associado a outro controlador como por exemplo ao controlador proporcional (OGATA, 2010).

O controlador Proporcional-Derivativo (PD), como o nome sugere, é a união das ações de controle proporcional e derivativa, sendo representado por (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; OGATA, 2010; TROFINO, 2003):

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4.12)$$

ou pode ser representado por (4.13) se for aplicada a transformada de Laplace à (4.12):

$$G_{pd}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + K_d s = K_p(1 + T_d s) \quad (4.13)$$

onde $K_d = K_p T_d$ e T_d é o intervalo de tempo derivativo em que a ação de controle derivativa antecede a ação de controle proporcional.

O controle PD melhora o amortecimento do sistema, reduz o máximo de sobressinal e diminui o tempo de assentamento da resposta da planta, no entanto pode amplificar ruídos de alta frequência devido a ação de controle derivativa, que geralmente introduz um polo em alta frequência limitando o ganho neste ponto (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; OGATA, 2010; TROFINO, 2003):

$$G_{pd}(s) = K_p \left(1 + \frac{T_d s}{1 + \varepsilon T_d s} \right) \quad (4.14)$$

onde $\varepsilon \gg 1$ é uma contante positiva.

O controlador derivativo é conhecido por possuir uma ação de controle antecipatória (preditiva), pois a derivada de uma função está relacionada com a tendência desta variar em um certo intervalo de tempo. Dessa forma, se um sinal de controle proporcional for aplicado juntamente com um sinal de controle derivativo, a

ação de controle gerada por essa associação age de acordo com a tendência de variação do erro da resposta do sistema (OGATA, 2010; TROFINO, 2003).

Finalizando as possibilidades de ações de controle, é possível associar todas as ações já discutidas em um único controlador, constituindo o controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID). O controlador PID é um dos mais utilizados na indústria e pode ser implementado facilmente com o emprego de amplificadores operacionais, resistores, capacitores e um potenciômetro para variar seu ganho (OGATA, 2010). A ação de controle PID é dada conforme (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; OGATA, 2010; TROFINO, 2003):

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4.15)$$

A equação (4.15) representa o controlador PID no domínio do tempo. Para obter esse controlador no domínio da frequência basta aplicar a transformada de Laplace à função que o descreve no tempo (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; OGATA, 2010; TROFINO, 2003):

$$G_{pid}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = K_p \left(\frac{T_d s^2 + s + \frac{1}{T_i}}{s} \right) \quad (4.16)$$

onde T_i é o intervalo de tempo integrativo.

Reorganizando (4.16), obtém-se a equação que descreve o controlador PID no plano complexo s (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001; OGATA, 2010; TROFINO, 2003):

$$G_{pid}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot \left(\frac{1 + T_i s + T_i T_d s^2}{T_i s} \right) \quad (4.17)$$

A Tabela 4.1 mostra de maneira resumida a contribuição dos ganhos K_p , K_i e K_d atuando de maneira isolada dentro de um controlador do tipo PID.

Tabela 4.1 – Influência dos ganhos K_p , K_i e K_d no controlador PID

	t_r	M_p	t_s	e_{ss}	Estabilidade
$\uparrow K_p$	Decresce	Aumenta	Aum. pouco	Decresce	Degrada
$\uparrow K_i$	Decr. pouco	Aumenta	Aumenta	Decr. Muito	Degrada
$\uparrow K_d$	Decr. pouco	Decresce	Decresce	Influi Pouco	Melhora

Fonte: OGATA (2010)

4.1.2 Resposta em Frequência

Para a realização do projeto do controlador vários métodos podem ser utilizados, como por exemplo, compensação por atraso, avanço, atraso-avanço de fase, método do lugar das raízes ou ainda a resposta em frequência (OGATA, 2010; TROFINO, 2003).

A análise da resposta em frequência é um dos métodos mais utilizados e apresenta bons resultados quando empregada, sendo que sua principal ferramenta de projeto é o diagrama de Bode. Esse diagrama constitui-se de duas curvas: uma referente ao módulo da resposta em frequência da função de transferência de um sistema, expressa em decibel (dB), e outra referente ao ângulo da mesma função expressa em graus ($^\circ$), ambas traçadas em escalas logarítmicas (OGATA, 2010; TROFINO, 2003).

O diagrama de Bode permite que as margens de ganho e de fase da planta sejam analisadas e possibilita a verificação da estabilidade da mesma. A margem de ganho é definida como a mudança no valor do ganho em malha aberta no ponto com fase de 180° necessária para tornar instável o sistema em malha fechada, já a margem de fase, é a mudança no valor da fase do sistema em malha aberta no ponto com ganho unitário necessária para tornar instável o sistema em malha fechada. A margem de fase pode ser entendida como o atraso de fase adicional na frequência de cruzamento de ganho necessária para que o sistema atinja o limiar de instabilidade, de forma que, a partir dessa análise controladores podem ser projetados para controlarem o sistema (OGATA, 2010).

A Figura 4.3 mostra como observar as margens de ganho e de fase de um sistema.

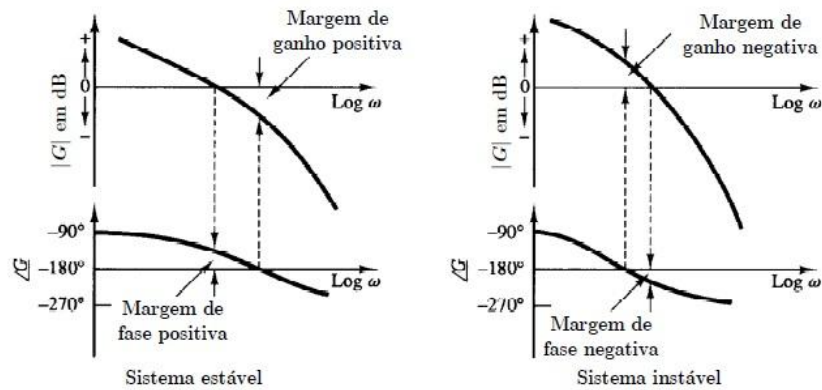


Figura 4.3 – Margens de ganho e de fase para sistemas
Fonte: OGATA (2010)

4.2 CONTROLE MODERNO

As técnicas de controle moderno buscam considerar além Do modelo da planta do sistema envolvido no processo, as incertezas e perturbações às quais ela está submetida quando colocada em funcionamento. Quando tais perturbações e incertezas são incluídas na modelagem da planta, pode-se dizer que o controle busca a robustez para o sistema, e esta por sua vez procura assegurar a estabilidade e/ou desempenho para a planta, caracterizando o que os estudiosos da área chamam de controle robusto. Neste tipo de controle é visada também a minimização do efeito sobre certas variáveis do sistema devido às perturbações externas, como ruídos, rajadas de vento, variação de tensão etc (ANDREA et. al., 2010; LANGNER, 2004; SANTOS, 2005; TROFINO, 2000;).

Diante da necessidade em satisfazer os critérios de desempenho no domínio do tempo e oferecer ao mesmo tempo robustez ao sistema, foram estudadas as normas H_2 e H_∞ , que oferecem uma medida de desempenho para controladores quando são consideradas as incertezas que afetam a planta controlada (LANGNER, 2004; TROFINO, 2000).

Os objetivos do controle robusto que utilizam normas como critério de desempenho podem ser resumidos em minimizar a influência das incertezas e perturbações que atuam no sistema. Para minimizar essas influências duas estratégias devem ser assumidas, sendo elas: estratégia de estabilidade robusta e estratégia de desempenho robusto. No primeiro caso, tenta-se manter a estabilidade

do sistema mesmo com este submetido a uma certa classe de incertezas externas que influenciam diretamente no método de controle empregado, já no segundo caso busca-se minimizar a influência de perturbações externas sofridas pelo sistema com relação ao critério de desempenho utilizado no projeto (ASSUNÇÃO et. al., 2007; CARVALHO NETO, 2012; MACCARI JUNIOR, 2011; TROFINO, 2000).

4.2.1 Modelagem em Espaços de Estados

O avanço da tecnologia dos computadores digitais possibilitou que a teoria de controle moderno fosse aplicada nos estudos de sistemas empregando o conceito de estado. O estado de um sistema dinâmico pode ser definido como a menor quantidade de variáveis que, se conhecidas juntamente com o comportamento da entrada deste sistema, pode determinar para qualquer instante de tempo e partindo de um tempo inicial o comportamento da planta estudada (LANGNER, 2004; OGATA, 2010; TROFINO, 2000).

O estado de um sistema é composto por variáveis de estado de modo que se pelo menos n variáveis são necessárias para descrever o comportamento dinâmico de tal sistema (onde para uma dada entrada conhecida um estado inicial é definido e o estado futuro do sistema pode ser determinado), essas n variáveis formam um conjunto de variáveis de estado (OGATA, 2010; TROFINO, 2000).

As variáveis de estados são armazenadas em um vetor, sendo este último conhecido como vetor de estados. Esse vetor é capaz de fornecer o comportamento do sistema para qualquer instante de tempo posterior a um instante inicial definido se a entrada do sistema for conhecida (OGATA, 2010).

O vetor de estados se encontra em um espaço n -dimensional em que os eixos coordenados são formados pelos eixos de x_1, x_2, \dots, x_n onde x_1, x_2, \dots, x_n são as variáveis de estado. Dessa forma, qualquer estado pode ser representado por um ponto no espaço de estados (OGATA, 2010).

A modelagem de sistemas com o emprego do conceito de estados consiste em encontrar equações no espaço de estados que represente a dinâmica da planta levando em consideração variáveis de entrada e saída além de variáveis de estado. É necessário saber que a representação da dinâmica de um sistema em espaço de

estados não é única, mas a quantidade de variáveis de estado em qualquer abordagem do mesmo sistema não deve variar (GRANATO, 2011; SANTOS, 2005).

Se as equações de estados que descrevem um sistema forem linearizadas em torno de um ponto de operação, as equações de estados de saída podem ser escritas da seguinte forma (OGATA, 2010):

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C_y(t)x(t) + E(t)u(t)\end{aligned}\tag{4.18}$$

onde $A(t)$ é a matriz de dinâmica, $B(t)$ é a matriz de entrada, $C_y(t)$ é a matriz de saída do sistema e $E(t)$ é a matriz de transmissão direta (OGATA, 2010).

Se o conjunto (4.18) não for escrito de forma explícita em função do tempo, o sistema descrito por tal conjunto de equações pode ser chamado de linear e invariante no tempo de forma que ele pode ser representado de acordo com (OGATA, 2010; TROFINO, 2000):

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= C_yx(t) + Eu(t)\end{aligned}\tag{4.19}$$

A vantagem de se utilizar a representação de um sistema por espaços de estados é que as equações diferenciais de ordem n que descrevem a dinâmica da planta em que o tempo é a variável independente podem ser representadas por uma única equação diferencial vetorial matricial de primeira ordem, facilitando os cálculos do projeto (SANTOS, 2005; MACCARI JUNIOR, 2011).

4.2.2 Sistemas Dinâmicos Incertos

O modelo matemático de um sistema na verdade é uma aproximação do modelo físico real. Dessa forma, o modelo obtido pode possuir diferentes tipos de incertezas como consequência de dinâmicas não modeladas, perturbações e linearizações, por exemplo (OLLALA et. al., 2010; TROFINO, 2000).

Se a modelagem matemática é realizada para o controle para o sistema em questão, é importante que essa modelagem tente representar a planta da forma mais próxima da realidade possível. Assim, o controle apresentará resultados satisfatórios, ao contrário de quando o sistema é modelado como ideal e as incertezas experimentadas por ele são ignoradas no projeto dos controladores (ANDREA et. al., 2010; LANGNER, 2004; TROFINO, 2000).

Em contrapartida, trabalhar com sistemas incertos proporciona algumas dificuldades, como por exemplo o aumento do número de variáveis na modelagem, resultando em um maior esforço matemático. Descrever e modelar as incertezas do sistema também se mostra difícil, pois pode restringir a busca por soluções para o problema de controle em questão (ANDREA et. al., 2010; TROFINO, 2000).

A grande dificuldade em se trabalhar com sistemas incertos é como tratar a incerteza na formulação final do problema, pois dependendo da abordagem utilizada pode-se inserir mais restrições na busca por soluções. Uma primeira alternativa seria descrever os possíveis valores que a matriz $A(\delta)$ pode assumir a partir de uma combinação convexa dos valores extremos assumidos pelas incertezas δ (ANDREA et. al., 2010; MAZONI, 2008; SANTOS, 2005; TROFINO, 2000):

$$\delta \in \beta_\delta = \{\delta_i: |\delta_i| \leq \alpha_i, i = 1, \dots, l\} \quad (4.20)$$

onde β_δ representa um politopo com 2^q vértices, sendo q o número de incertezas no problema.

Por exemplo suponha que $-\alpha_1 < \delta_1 < \alpha_1$ e $-\alpha_2 < \delta_2 < \alpha_2$ então (ANDREA et. al., 2010; MAZONI, 2008; SANTOS, 2005; TROFINO, 2000):

$$A(\delta) = A_1 l_1 + A_2 l_2 + A_3 l_3 + A_4 l_4 \quad (4.21)$$

sendo $l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = 1$ e $l_i \geq 0$ com as matrizes A_i constituídas pelos vértices do politopo mostrado na Figura 4.4 (MAZONI, 2008; SANTOS, 2005; TROFINO, 2000):

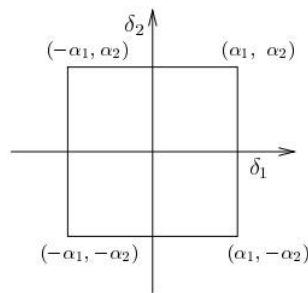


Figura 4.4 – Representação de um polítopo
Fonte: TROFINO (2000)

Esse tipo de abordagem para descrever as incertezas é conhecida como abordagem politópica e quando se emprega a técnica de controle robusto, descrever as incertezas a que o sistema estará submetido é indispensável para o sucesso no projeto dos controladores. Dessa forma a abordagem dita politópica consegue descrever essas incertezas de maneira satisfatória, sendo enunciada formalmente a seguir (ANDREA et. al., 2010; LANGNER, 2004; OLLALA et. al., 2010; TROFINO, 2000).

A classe da matrizes $A(\delta)$ com incertezas politópicas pode ser descrita pelo conjunto (ANDREA et. al., 2010; LANGNER, 2004; OLLALA et. al., 2010; TROFINO, 2000):

$$A(\delta) = \left\{ A: A = \sum_{i=1}^q q_i A_i, \sum_{i=1}^q q_i = 1, q_i \geq 0 \right\} \quad (4.22)$$

onde o conjunto A é convexo fechado e as matrizes A_i são conhecidas.

Se o sistema for linear e invariante no tempo o conjunto (4.19) que descreve esse sistema pode ser escrito de forma a incluir as incertezas do sistema como (ANDREA et. al., 2010; LANGNER, 2004; OLLALA et. al., 2010; TROFINO, 2000):

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\delta)x(t) + B(\delta)u(t) \\ y(t) &= C_y(\delta)x(t) + E(\delta)u(t) \end{aligned} \quad (4.23)$$

O único cuidado a ser tomado quando se utiliza incertezas politópicas, é que a convexidade do conjunto resultante deve ser satisfeita, ou seja, pela propriedade da

convexidade, se um sistema de desigualdade ou igualdade for satisfeita nos vértices, garante-se que estas restrições serão satisfeitas no interior da região formada por estes vértices, no entanto, estas condições devem ser testadas e se um sistema possui por exemplo três elementos incertos, tem-se que testar 2^3 vértices, ou seja, tem-se que testar as condições oito vezes (LANGNER, 2004; OLLALA et. al., 2010; TROFINO, 2000).

4.2.3 Desigualdades Matriciais Lineares – LMI's

Se o problema de controle envolve uma abordagem convexa, os problemas existentes nesse enfoque podem ser reduzidos a problemas de otimização convexa que envolvem LMI's (do inglês, *Linear Matrix Inequalities*). Os problemas de otimização que envolvem desigualdades matriciais lineares podem ser resolvidos numericamente de forma eficaz usando métodos de pontos interiores com auxílio computacional, pois os resultados encontrados para os vértices podem ser extrapolados para os pontos interiores do politopo (ASSUNÇÃO et. al., 2007; MAZONI, 2008; LANGNER, 2004; TROFINO, 2000).

As desigualdades matriciais lineares começaram a ser empregadas em estudos de controle por Lyapunov em 1980, sendo aplicadas na análise da estabilidade de sistemas dinâmicos. Ele mostrou que a equação diferencial (OLLALA et. al., 2010; OLIVEIRA et. al., 2010; LANGNER, 2004):

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \quad (4.24)$$

é estável (todas as trajetórias convergem para a origem) se e somente se existir uma matriz P simétrica definida positiva tal que (OLLALA et. al., 2010; OLIVEIRA et. al., 2010; LANGNER, 2004):

$$A'P + PA < 0 \quad (4.25)$$

onde A' é a matriz transposta de A .

A condição $A'P + PA < 0$, $P > 0$, é uma desigualdade de Lyapunov em P , sendo uma forma especial de LMI que pode ser resolvida explicitamente pela resolução de um conjunto de equações lineares (OLALLA et. al., 2010; OLIVEIRA et. al., 2010; LANGNER, 2004).

O teorema de Lyapunov desenvolvido para análise de estabilidade de sistemas foi adaptado para o caso de sistemas lineares contínuos no tempo e pode ser enunciado da seguinte forma: as trajetórias de $\dot{x}(t) = Ax(t)$ convergem para a origem se e somente se existir uma matriz simétrica definida positiva P de forma que $A'P + PA < 0$. Nesse caso, é possível dizer que o sistema (ou simplesmente a matriz A) é assintoticamente estável, o que é equivalente a (OLALLA et. al., 2010; OLIVEIRA et. al., 2010; LANGNER, 2004):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) \rightarrow 0 \text{ para condição inicial } x(0) \text{ arbitrária} \quad (4.26)$$

$$\max_i \operatorname{Re}\{\lambda_i(A)\} < 0, i = 1, \dots, n \quad (4.27)$$

Em resumo pode-se dizer que o sistema dinâmico $\dot{x}(t) = Ax(t)$ possui estabilidade assintótica se a matriz A possuir todos os seus autovalores com parte real negativa, ou seja, localizados no semiplano esquerdo do plano complexo s (OLALLA et. al., 2010; OLIVEIRA et. al., 2010; LANGNER, 2004):

As LMI's do teorema podem ser obtidas diretamente a partir da função quadrática $v(x) = x'Px$, impondo-se que $v(x) > 0$ e $\dot{v}(x) < 0$ para todo $x \neq 0$, tal que $\dot{x}(t) = Ax(t)$. É possível notar que a desigualdade $A'P + PA < 0$ exige que a matriz simétrica $A'P + PA$ seja definida negativa, assim como $P > 0$ deve ser simétrica e definida positiva (OLALLA et. al., 2010; OLIVEIRA et. al., 2010; LANGNER, 2004).

Uma matriz $P = P' \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é definida positiva se (OLIVEIRA et. al., 2010):

$$x'Px > 0, \forall x \neq 0 \quad (4.28)$$

o que implica que todos os autovalores de P devem ser positivos. Assim, $A'P + PA$ é definida negativa se (OLIVEIRA et. al., 2010):

$$-(A'P + PA) > 0 \quad (4.29)$$

A estabilidade de um ponto de equilíbrio do sistema pode ser analisada pelo critério de estabilidade segundo Lyapunov. Esse critério associa a estabilidade de um sistema a uma função “energia” e descreve que se essa função é sempre positiva e decrescente com relação ao tempo as trajetórias do sistema tendem à origem (OLALLA et. al., 2010; TROFINO, 2000).

Genericamente a análise de estabilidade segundo Lyapunov garante para sistemas invariantes no tempo que o ponto de equilíbrio é estável se existir uma função escalar do tipo “energia” $v(x)$ tal que (TROFINO, 2000):

$$v(x) > 0, \forall x \neq 0 \in \beta_x \quad \text{e} \quad \dot{v}(x) < 0, \forall x \neq 0 \in \beta_x \quad (4.30)$$

onde β_x caracteriza uma região na vizinhança do ponto de equilíbrio.

A análise de estabilidade exposta anteriormente pode ser estabelecida a partir da escolha da função de Lyapunov quadrática $v(x) = x'Px$, pois $v(x) > 0$ em $\forall x \neq 0$, implicando que $P > 0$ e $\dot{v}(x) < 0$ para $\forall x \neq 0$ tal que $\dot{x}(t) = Ax(t)$ (OLIVEIRA et. al., 2010 ; LANGNER, 2004; TROFINO, 2000):

$$0 > \dot{x}'Px + x'P\dot{x} = x'A'Px + x'PAx = x'(A'P + PA)x \Leftrightarrow A'P + PA < 0 \quad (4.31)$$

por congruência:

$$A'P + PA < 0 \Leftrightarrow P^{-1}(A'P + PA)P^{-1} = P^{-1}A' + AP^{-1} < 0 \quad (4.32)$$

dessa forma, A é assintoticamente estável se e somente se existir $W = W'$ tal que (OLIVEIRA et. al., 2010; LANGNER, 2004; TROFINO, 2000):

$$W > 0, \quad AW + WA' < 0 \quad (4.33)$$

Condição idêntica pode ser observada se for analisada a matriz A' que possui os mesmo autovalores que a matriz A .

Para analisar a estabilidade do sistema em questão, a estabilidade segundo Lyapunov $P = P' > 0 : A'P + PA < 0$ deve ser testada para todos os valores $\delta \in \beta_\delta$.

Dessa forma, é preciso encontrar uma matriz definida positiva P tal que (OLIVEIRA et. al., 2010; LANGNER, 2004; TROFINO, 2000):

$$\forall \delta \in \beta_\delta : A(\delta)'P + PA(\delta) < 0 \quad (4.34)$$

A equação dada em (4.34) representa um problema de dimensões infinitas proporcionando uma solução matemática muito complexa. No entanto, como a matriz $A(\delta)$ é afim em δ e aparece sob a forma linear na equação de estabilidade segundo Lyapunov, pela propriedade da convexidade pode-se testar apenas os vértices da região β_δ , e dessa forma se existir uma matriz $P > 0$ que satisfaz as condições $A(\delta_{\min})'P + PA(\delta_{\min}) < 0$ e $A(\delta_{\max})'P + PA(\delta_{\max}) < 0$ será garantida a estabilidade do sistema (OLIVEIRA et. al., 2010; LANGNER, 2004; TROFINO, 2000).

O uso de LMI's se difundiu com a evolução dos sistemas computacionais já que o cálculo de desigualdades matriciais lineares envolve um árduo trabalho matemático manual (TROFINO, 2000).

De maneira geral uma LMI tem a forma (OLALLA et. al., 2010; OLIVEIRA et. al., 2010; LANGNER, 2004; TROFINO, 2000):

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (4.35)$$

onde $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ é o vetor de variáveis de decisão, $F_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ para $i = 0, \dots, m$ são matrizes simétricas dadas, mas normalmente não aparecem como em (4.35) mas sim sob a forma de equação de Lyapunov como dado em (4.25) (OLALLA et. al., 2010; OLIVEIRA et. al., 2010; LANGNER, 2004; TROFINO, 2000):

$$F(P) = A'P + PA = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i, \quad x_i = \{P_{kj}, \dots, P_{nn}\} \quad (4.36)$$

Uma das vantagens da formulação de um problema sob a forma de desigualdades matriciais lineares é que um conjunto de n LMI's pode ser escrito como uma única LMI. Procurar a solução para $F_1(x) > 0, F_2(x) > 0, \dots, F_n(x) > 0$ é equivalente procurar a solução para (TROFINO, 2000):

$$F(x) = \text{diag}(F_1(x), \dots, F_n(x)) > 0 \quad (4.37)$$

onde $\text{diag}(F_1(x), \dots, F_n(x))$ é uma matriz bloco diagonal $F_1(x), \dots, F_n(x)$ na diagonal.

4.2.4 Normas de Sistemas

Um sistema é controlado para que seu desempenho seja satisfatório perante a tarefa em que foi designado a executar, além de manter a estabilidade deste em situações adversas durante seu funcionamento (OGATA, 2010; OLALLA et. al., 2010).

Para acompanhar o desempenho de um sistema, medir e observar a quantidade de energia de um sinal ou variável pode ser interessante, pois essa medida mostra a reação da planta frente a perturbações externas por exemplo, e possibilita que o ganho do controlador seja melhor ajustado (LANGNER, 2004; MAZONI, 2008; TROFINO, 2000).

Sabe-se que o problema para encontrar um ganho que estabilize e garanta simultaneamente um bom desempenho para o sistema incerto é um problema de dimensão infinita, no entanto se uma abordagem politópica for assumida na modelagem da planta a ser controlada, tem-se que os ganhos que garantem a estabilidade e desempenho para os vértices deste politopo (conjunto finito) garantem também essas mesmas características para todo o domínio de incertezas graças à propriedade da convexidade do conjunto politópico, o tornando um problema de dimensão finita (GRANATO, 2011; MACCARI JUNIOR, 2011).

Considere o sistema linear e invariante no tempo (OLIVEIRA et. al., 2010; TROFINO, 2000):

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bw(t) + B_1u(t) \\ y(t) &= C_yx(t) \end{aligned} \quad (4.38)$$

onde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $w(t) \in \mathbb{R}^r$ é o vetor de entrada de perturbações, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ é a entrada de controle, $y(t) \in \mathbb{R}^h$ é o vetor de saída medido e as matrizes A, B e C_y são conhecidas.

Para analisar o sistema dado em (4.38) uma função que fornece o comportamento da saída com relação a entrada da planta pode ser considerada, no entanto, como existem perturbações na entrada do sistema essa função expressa o comportamento da saída com relação a tais perturbações e pode ser chamada de operador perturbação/saída, sendo expressa por (OLIVEIRA et. al., 2010; TROFINO, 2000):

$$G_{wy}(s) = C_y(sI - A)^{-1}B \quad (4.39)$$

A intensidade do operador G_{wy} determina o comportamento do sistema em análise, no entanto a questão que se levanta é a seguinte: como medir tal operador? Existem várias formas de mensurar o “tamanho” do operador G_{wy} , mas as duas maneiras mais utilizadas são as normas H_2 e H_∞ (TROFINO, 2000).

Se as perturbações experimentadas pelo sistema são conhecidas, é possível que elas sejam representadas como a saída de um sistema dinâmico excitado por sinais impulsionais. Dessa forma, o operador $G_{wy}(s)$ do sistema também será excitado por um impulso, e a norma H_2 pode ser definida como sendo a energia média do sinal de resposta ao impulso, que neste caso, é equivalente ao sinal médio de saída $y(t)$. A norma H_2 é calculada afim de estabilizar um sistema e reduzir as influencias das perturbações externas sobre a planta. Assim, a partir da realimentação de estados, o sistema (4.38) será estabilizável se existir uma solução para o problema convexo de otimização de acordo com (OLIVEIRA; PERES, 2010):

$$\begin{aligned} & \min_{X=X', Z, W=W' > 0} \text{Tr}(X) \\ & \begin{bmatrix} X & B_1' \\ B_1 & W \end{bmatrix} > 0, \begin{bmatrix} AW + WA' + B_2Z + Z'B_2' & WC_y' + Z'E' \\ C_yW + EZ & -I \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (4.40)$$

onde I é uma matriz identidade.

Assim, na solução ótima para o problema que envolve a norma H_2 , $K = ZW^{-1}$ é tal que, a função de transferência em malha fechada satisfaça:

$$\|H(s)\|_2^2 = \text{Tr}(X) \quad (4.41)$$

Ao contrário da norma H_2 que mede o valor médio do sinal de resposta do operador $G_{wy}(s)$ excitado por um sinal de impulso, a norma H_∞ quantifica o maior acréscimo de energia que pode existir entre as entradas e a saída de um sistema.

Considerando o sistema (4.38), a norma H_∞ do operador $G_{wy}(s)$ é o valor supremo entre as energia dos sinais de entrada com relação aos sinais de saída para todo w de energia limitado, sendo que o cálculo escalar da norma H_∞ desse sistema coincide com o máximo ganho da função de transferência $G_{wy}(s)$ em todo o espectro de frequências (SANTOS, 2005; LANGNER, 2004; TROFINO, 2000):

$$\|G_{wy}\|_\infty = \sup \frac{\|y\|_2}{\|w\|_2} \quad \text{com } \|w\|_2 \neq 0 \quad (4.42)$$

onde o supremo é calculado para todas as trajetórias não nulas do sistema (4.38) com $x(0) = 0$.

Dessa forma, o sistema dado em (4.38) será estabilizável a partir da realimentação de estados se, e somente se, existir uma solução para o problema convexo de otimização acordo com (OLIVEIRA; PERES, 2010):

$$\min_{Z, W=W' > 0} \mu \quad (4.43)$$

$$\begin{bmatrix} AW + WA' + B_2Z + Z'B_2' & WC_y' + Z'E' & B_1 \\ C_yW + EZ & -I & 0 \\ B_1' & 0 & -\mu I \end{bmatrix} < 0$$

Na solução ótima, $K = ZW^{-1}$ é tal que, a função de transferência em malha fechada satisfaça:

$$\|H(s)\|_\infty^2 = \mu \quad (4.44)$$

Note que, assim como no caso H_2 , o bloco (1,1) da LMI reproduz a condição de estabilidade por realimentação de estados e em sua solução ótima a matriz W pode tender a singularidade, implicando na necessidade de ganhos elevados (PERES; OLIVEIRA, 2010). Para maiores detalhes sobre o equacionamento dos problemas de otimização que envolvem as normas H_2 e H_∞ o Anexo A que se encontra ao fim deste trabalho pode ser consultado.

4.2.5 *D*-estabilidade

Se o sistema operar em malha fechada sua resposta transitória dependerá basicamente da localização de seus polos também de malha fechada. Se a planta oferecer a possibilidade de variar o valor de seu ganho, então a localização de seus polos em malha fechada dependerá do valor deste ganho. Assim, para que o sistema controlado tenha uma boa resposta transitória o projetista deve saber como se comportará seus polos de malha fechada de acordo com a variação de seu ganho (ASSUNÇÃO et. al., 2007; COSTA et. al., 2012; OGATA, 2010).

Se os polos do sistema forem complexos, no diagrama de Bode é possível perceber a presença de um pico de magnitude do ganho na frequência de cruzamento, esse fato faz com que o sistema fique mais oscilatório, indicando polos pouco amortecidos. Os polos mais à esquerda, deixam a resposta do sistema mais rápida no domínio do tempo, enquanto que os polos mais à direita deixam a resposta mais lenta e a limitam. Com relação aos zeros do sistema, eles anulam o efeito de um polo caso estejam próximos, e aumentam o ganho da planta a partir da frequência em que ocorrem. Caso a frequência de cruzamento de um zero seja alta, ele aumentará o ganho do sistema e como consequência irá tornar a resposta da planta mais rápida no tempo (ASSUNÇÃO et. al., 2007; OGATA, 2010; TROFINO, 2003).

A realimentação da planta pode ser uma solução para mover os polos no plano complexo e modificar o comportamento do sistema com relação a sua estabilidade. Neste aspecto, a realimentação de estados pode modificar o valor do ganho do sistema e alocar seus polos de acordo com a necessidade de projeto (ASSUNÇÃO et. al., 2007; COSTA et. al., 2012).

Se o sistema for linear e invariante no tempo, a realimentação feita com os estados representada por $u(t) = Kx(t)$ pode ser empregada e apresenta bons resultados (COSTA et. al., 2012; CHILALI et. al., 1996).

Outra maneira de alocar os polos de um sistema diante da realimentação é através do conceito da *D*-estabilidade, Considerando que *D* é uma região do semiplano esquerdo do plano complexo *s*, uma matriz *A* é *D*-estável se todos os autovalores de *A* pertencem a *D* (COSTA et. al., 2012; CHILALI et. al., 1996).

A teoria da *D*-estabilidade (ou teoria de controle regional) possibilita que certas condições sejam definidas. Em um sistema de segunda ordem por exemplo é

possível fixar parâmetros de desempenho a serem seguidos pelo controlador tais como: taxa de decaimento, porcentagem de sobressinal e tempo de subida (COSTA et. al., 2012; CHILALI et. al., 1996).

A Figura 4.5 representa a região onde os polos são alocados.

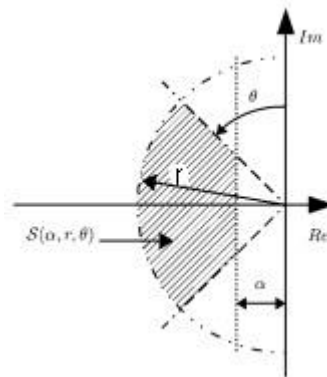


Figura 4.5 – Representação da região $S(\alpha, r, \theta)$ no plano complexo s
Fonte: OLALLA et. al. (2010)

Na Figura 4.5, α limita inferiormente o módulo dos polos alocados garantindo um tempo de estabelecimento máximo para a resposta transitória, r limita superiormente o módulo dos polos alocados de forma a evitar ganhos elevados para os controladores, e por fim, θ restringe a parte imaginária dos polos alocados refletindo no máximo de sobressinal e no amortecimento da resposta transitória (GRANATO, 2011).

O parâmetro α é conhecido como taxa de decaimento e a sua inserção em LMI's assegura um tempo de estabelecimento máximo a norma do vetor de estados tal que (GRANATO, 2011):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\alpha t} \|x\| = 0 \quad (4.45)$$

onde x é o vetor de estados.

Para alocar os polos de malha fechada de um sistema linear e invariante no tempo representado em espaços de estados considere (3.1) e suponha que o sistema

seja submetido a uma lei de controle por realimentação de estados tal como (COSTA et. al., 2012; GRANATO, 2011):

$$u(t) = Kx(t) \quad (4.46)$$

onde $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ é a matriz de ganho de realimentação de estados.

Substituindo (4.46) no sistema (3.1), é possível escrever o sistema em malha fechada como (COSTA et. al., 2012; GRANATO, 2011):

$$\dot{x}(t) = (A + BK)x(t) \quad (4.47)$$

O desafio agora é determinar uma matriz de ganho de realimentação de estados K que faça com que os polos da equação (4.47) estejam dentro de uma região $S(\gamma, q, \rho, \theta)$ previamente escolhida no semiplano esquerdo do plano complexo s que torne o sistema estável (COSTA et. al., 2012; GRANATO, 2011).

Afim de solucionar o problema da factibilidade da região escolhida, um conjunto de LMI's pode ser empregado para realizar a checagem dos valores escolhidos para os parâmetros de desempenho do sistema em questão, e confirmar se uma dada matriz A obedece o conceito da D -estabilidade através da definição (ASSUNÇÃO et. al., 2007; GRANATO, 2011):

Definição 1: Se D for uma região do semiplano esquerdo do plano complexo, um sistema da forma $\dot{x}(t) = Ax(t)$ é D -estável se todos os polos do sistema (todos os autovalores) de A pertencem a D .

Dessa forma o sistema (3.1) submetido a lei de controle de (4.46) será D -estável se, e somente se, existirem uma matriz W simétrica e uma matriz Z que satisfazem o seguinte conjunto de LMI's (ASSUNÇÃO et. al., 2007; GRANATO, 2011):

$$W > 0 \quad (4.48)$$

$$AW + WA' + BZ + Z'B' + 2\alpha W < 0 \quad (4.49)$$

$$\begin{bmatrix} -rW & WA' + B'Z' \\ WA + BZ & -rW \end{bmatrix} < 0 \quad (4.50)$$

$$\begin{bmatrix} \sin(\theta)(AW + WA' + BZ + Z'B') & \cos(\theta)(AW - WA' + BZ - Z'B') \\ \cos(\theta)(WA' + AW + BZ + Z'B') & \sin(\theta)(WA' + AW + BZ + Z'B') \end{bmatrix} < 0 \quad (4.51)$$

Se (4.48), (4.49), (4.50) e (4.51) forem factíveis então a matriz de ganhos de estado K que aloca os polos de malha fechada do sistema (3.1) na região $S(\gamma, q, \rho, \theta)$ será dada por:

$$K = ZW^{-1} \quad (4.52)$$

5 PROJETO DOS CONTROLADORES

Este capítulo do trabalho tem o objetivo de apresentar o projeto dos controladores utilizados para os conversores Buck e Boost, mostrando de forma detalhada os passos seguidos na síntese de cada um deles.

5.1 PROJETO DOS CONTROLADORES CLÁSSICOS

Os controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID) e Proporcional-Integral (PI) foram projetados com base na teoria de controle clássico apresentada no Capítulo 4 e tanto o controlador PID quanto o PI foram aplicados aos conversores Buck e Boost afim de verificar seus desempenhos no controle dos respectivos conversores.

A Figura 5.1 mostra o diagrama em blocos utilizado quando os conversores são submetidos aos controladores clássicos (PID e PI).

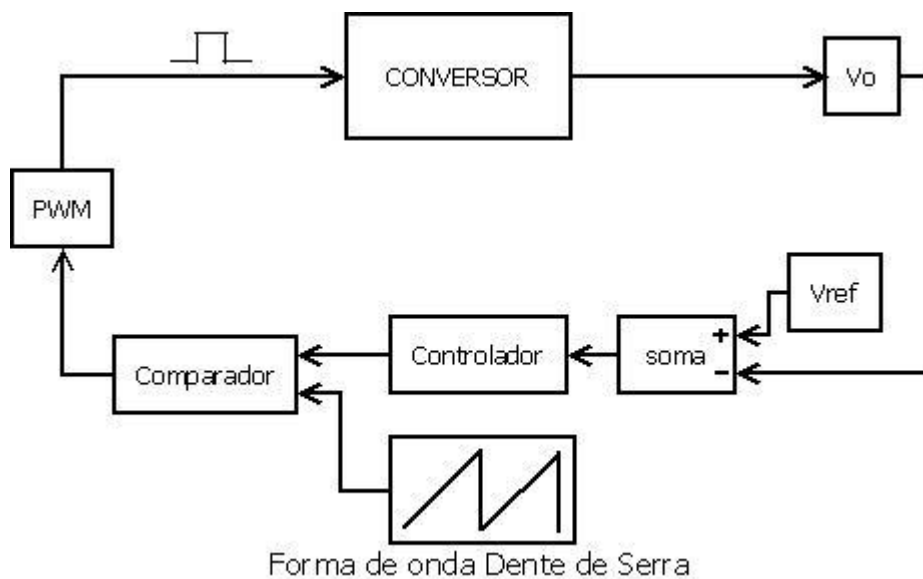


Figura 5.1 – Diagrama em blocos do controle clássico
Fonte: Próprio autor

5.1.1 Projeto do Controlador PID para o Conversor Buck

Analisando a Figura 5.1, é possível observar que o controle se baseia na diferença do valor entre uma tensão de referência de projeto em relação a tensão de saída do conversor. O resultado desta operação sofre a ação do controlador e posteriormente é comparado com uma forma de onda do tipo dente de serra, dando origem a um sinal PWM que é utilizado para controlar o semicondutor de potência utilizado como chave eletrônica no conversor. Dessa forma, o tempo em que a chave permanece aberta ou fechada é determinado pela variação do valor da razão cíclica calculada de acordo com o valor da tensão de saída e do ganho aplicado pelo compensador.

De acordo com o diagrama mostrado na Figura 5.1, a função de transferência aplicada no controle deve expressar a relação da tensão de saída com a variação da razão cíclica, dessa forma, (3.54) pode ser aplicada com a observação de que no momento considerado a variação de tensão na entrada do conversor é tomada como nula.

A metodologia de projeto para o controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) consiste basicamente em seguir os passos (OGATA, 2010):

- Obter o diagrama de Bode em malha aberta da planta a ser compensada e avaliar a fase ϕ do sistema na frequência de cruzamento ω_c definida.
- Verificar qual a contribuição angular que o compensador deve fornecer para o sistema afim de atingir a fase especificada na frequência de cruzamento desejada.
- Determinar o valor da parcela PD que deve ser fornecida pelo do controlador PID ao sistema na frequência de cruzamento definida e então obter T_d a partir de $T_d = \frac{\tan^{-1}(\phi_d)}{\omega_c}$, onde ϕ_d é a contribuição angular da parcela PD.
- A partir da análise da fase do sistema a ser compensado e da definição da contribuição ϕ_d , definir a contribuição angular ϕ_i da parcela PI para o controlador PID e determinar T_i a partir de $T_i = \frac{\tan^{-1}(\phi_i+90)}{\omega_c}$.

- Traçar o diagrama de Bode da função $G_c'(s)G(s)$, onde $G_c'(s) = \left(\frac{T_i s + 1}{s}\right)(T_d s + 1)$ e calcular o valor do ganho do sistema para fazer com que a curva do módulo desse diagrama cruze 0 dB na frequência de cruzamento especificada, sendo que o valor desse ganho é numericamente igual a K .
- Com K , ϕ_i e ϕ_d determinados, calcular os valores dos ganhos de cada parcela do controlador PID tomando $K_i = K$, $K_d = K T_i T_d$ e $K_p = K(T_i + T_d)$.

Considerando (3.54), que expressa o comportamento da tensão de saída do conversor com relação a variação da razão cíclica quando a variação na tensão de entrada é considerada nula, a função de transferência de malha aberta do conversor Buck é dada conforme:

$$FTMA = \frac{5 \times 10^{12}}{5000s^2 + 4 \times 10^7 s + 2 \times 10^{11}} \quad (5.1)$$

A análise de (5.1), permite concluir que o sistema é de fase mínima, ou seja, não possui zeros no semiplano direito do plano complexo, e possibilita que o controlador atue na frequência de cruzamento especificada em projeto.

A Figura 5.2 mostra o diagrama de Bode da planta do conversor Buck em malha aberta determinado a partir de (5.1).

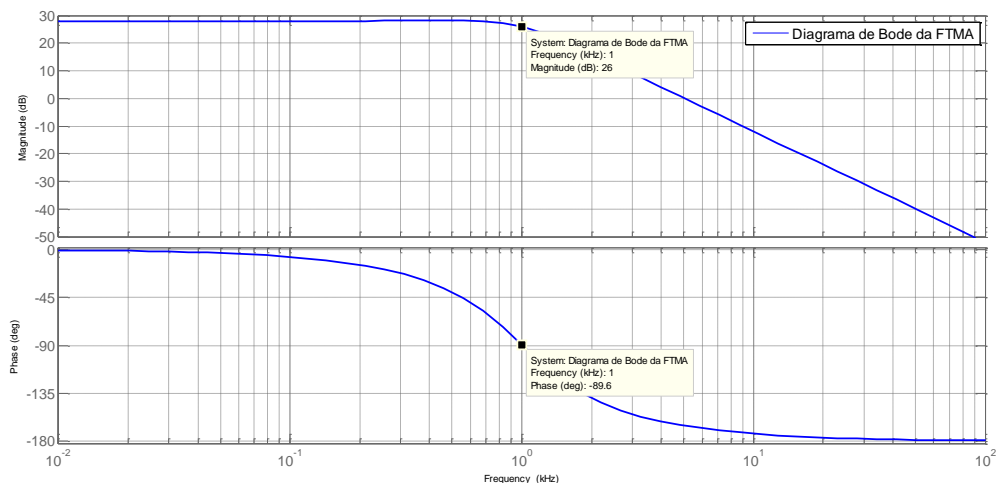


Figura 5.2 – Diagrama de Bode da planta do Buck em malha aberta
Fonte: Próprio autor

O diagrama observado na Figura 5.2 será útil para a análise da fase do sistema na frequência de cruzamento desejada, pois ele possibilita realizar uma previsão sobre a estabilidade da planta em discussão e especular um limite de contribuição angular máximo para o controlador PID que se deseja projetar.

A frequência de chaveamento dos conversores foi fixada em 20 kHz, dessa forma, para que os compensadores aplicados no controle dos conversores desempenhem suas funções de maneira eficiente, suas frequências de cruzamento não devem ser superiores a $\frac{1}{4}$ da frequência de chaveamento. Dessa forma, conclui-se que a frequência de cruzamento para o projeto dos controladores deve ser inferior a 5 kHz.

Fixando a frequência de cruzamento ω_c em 1 kHz, é possível observar na Figura 5.2 que o sistema apresenta margem de fase igual a 90° . Assim, o controlador PID não pode incrementar a fase da planta de forma que esta ultrapasse 180° , já que este valor limita a estabilidade do sistema e permite dizer que o controlador tem liberdade para incrementar a planta com no máximo 90° .

Segundo (OGATA, 2010), uma margem de fase considerada eficiente deve apresentar um valor entre 30° e 60° para que o sistema opere de forma satisfatória. Admitindo o valor de 60° para a margem de fase do sistema já compensado e definindo que a parcela proporcional contribuirá com 5° ($\phi_d = 5^\circ$ - avançando a fase do sistema), conclui-se que a parcela integral contribuirá com 35° ($\phi_i = -35^\circ$ - atrasando a fase da planta) e que a contribuição total do controlador PID será de 30° .

Com as contribuições angulares ϕ_i e ϕ_d definidas, são calculados os valores de T_d e T_i encontrando-se $T_d = 0,014$ ms e $T_i = 0,222$ ms.

A Figura 5.3 apresenta o diagrama de Bode da função $G_c'(s)G(s)$. Nesta imagem é possível observar que a fase do sistema na frequência de cruzamento desejada foi mantida em seu valor de projeto (60°). No entanto, neste ponto, o ganho do sistema deveria ser nulo ou próximo de zero. Desta forma, é necessário calcular o valor de um ganho K que multiplique o sistema e faça com que o ganho na frequência de cruzamento desejada seja nulo. O cálculo deste ganho é relativamente simples, de forma que, para obtê-lo basta coletar seu valor no diagrama de Bode observado na Figura 5.2 e calcular o valor do seu módulo, já que na Figura 5.2 o ganho do sistema é dado em decibel.

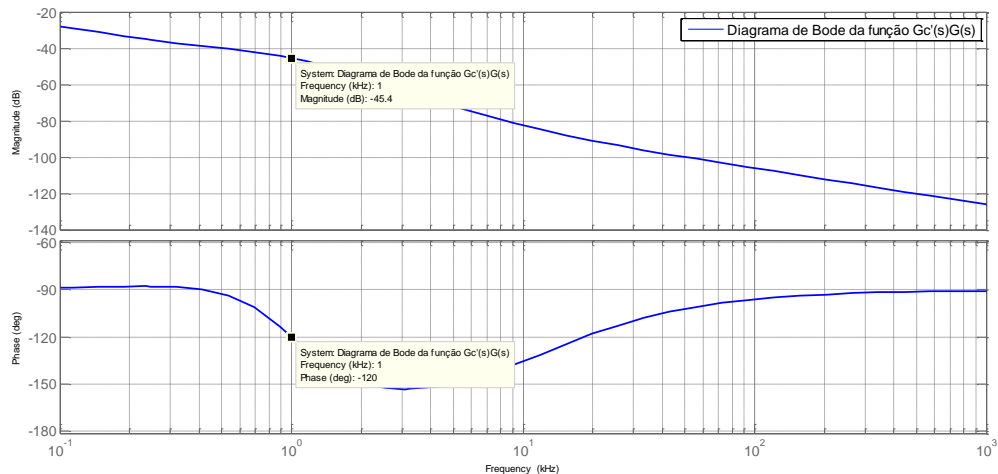


Figura 5.3 – Diagrama de Bode da função $G_c'(s)G(s)$ do Buck com o PID
Fonte: Próprio autor

Observando a Figura 5.3 no ponto em que a frequência de cruzamento foi definida, conclui-se que o ganho do sistema é equivalente a -45,4 dB. Assim, o ganho K que deve multiplicar o sistema para fazer com que esse valor seja nulo ou próximo de zero vale aproximadamente 183.

A Figura 5.4 mostra o diagrama de Bode da planta completamente compensada, ou seja, o ganho do sistema na frequência de cruzamento desejada é aproximadamente zero e a fase imposta em projeto é obedecida.

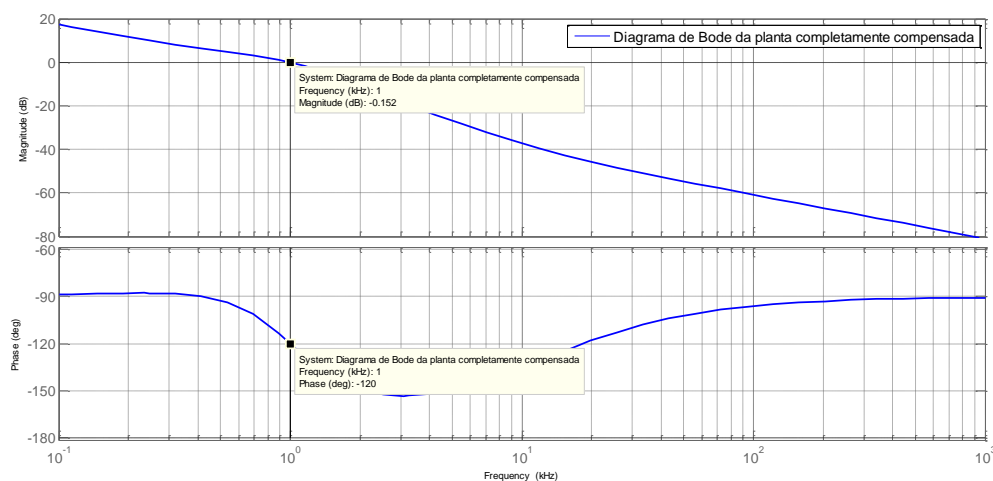


Figura 5.4 – Diagrama de Bode da planta completamente compensada pelo PID
Fonte: Próprio autor

Analisando a Figura 5.4 é possível observar que o valor da margem de fase especificada em projeto foi mantida em 60° e que o ganho K que multiplicou a planta do sistema parcialmente compensado observado na Figura 5.3, fez com que o ganho da planta no ponto em que a frequência de cruzamento foi fixada apresentasse um valor próximo de zero.

Após a compensação da planta, os parâmetros K , T_d e T_i são conhecidos, e possibilitam que os ganhos do controlador PID sejam calculados. Dessa forma, foram calculados: $K_p = 0,0433$, $K_i \approx 183$ e $K_d = 5,67 \times 10^{-7}$.

Com os ganhos do controlador PID determinados, a malha do sistema foi fechada, encontrando-se a seguinte função de transferência:

$$FTMF = \frac{2,83 \times 10^6 s^2 + 2,16 \times 10^{11} s + 9,16 \times 10^{14}}{5000 s^3 + 4,28 \times 10^7 s^2 + 4,16 \times 10^{11} s + 9,16 \times 10^{14}} \quad (5.2)$$

A partir de (5.2), o diagrama de Bode da função de transferência em malha fechada foi traçado, e permitiu observar que os critérios impostos em projeto foram obedecidos após o controlador PID ser inserido na planta do conversor Buck.

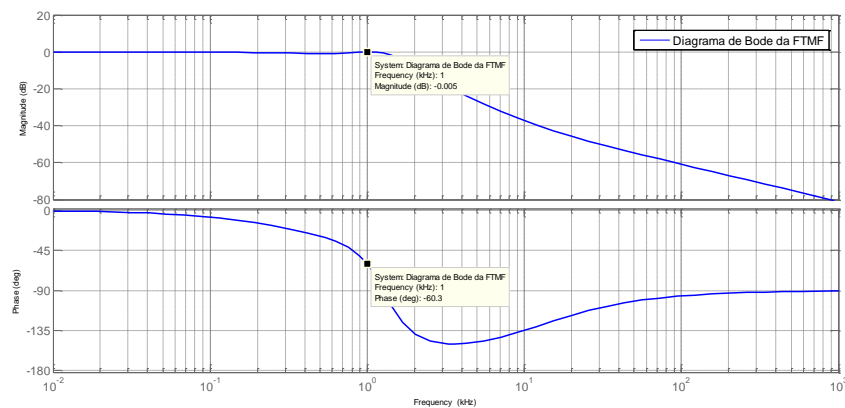


Figura 5.5 – Diagrama de Bode da FTMF após ser compensada pelo PID
Fonte: Próprio autor

Para comprovar a capacidade do controlador projetado em manter a tensão de saída do conversor em um valor determinado em sua síntese, foi aplicado à (5.2) um degrau unitário, e na Figura 5.6 é observada a resposta do sistema para este teste.

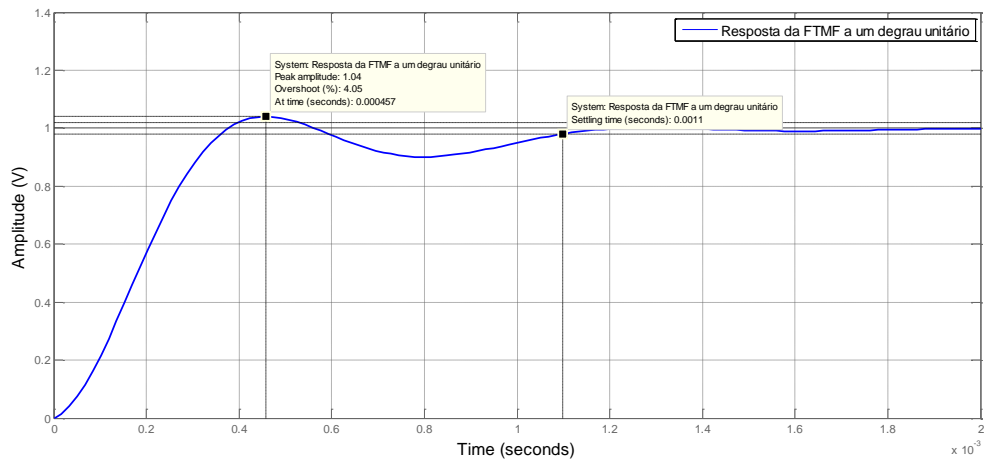


Figura 5.6 - Resposta do Buck em malha fechada com PID a um degrau
Fonte: Próprio autor

A observação da Figura 5.6 permite observar que o sistema foi controlado pelo compensador PID projetado, e ofereceu máximo de sobressinal e tempo de estabelecimento satisfatórios, de forma que o sistema não apresentou oscilações que prejudicassem seu desempenho.

5.1.2 Projeto do Controlador PI para o Conversor Buck

O projeto do controlador PI para o conversor Buck é similar ao projeto do controlador PID para este mesmo conversor, ressalta-se a exceção de que, neste caso não existe o ganho derivativo (PD), dessa forma, os termos ϕ_d , T_d e K_d não são definidos.

A função de transferência em malha aberta do sistema é dada em (5.1) e diagrama de Bode é observado novamente na Figura 5.2, já que a planta do sistema é a mesma que foi utilizada para o projeto do controlador PID.

A frequência de cruzamento ω_c utilizada no projeto do controlador PI também foi fixada em 1 kHz pelos motivos já justificados, desta forma, a margem de fase observada na Figura 5.2 foi idêntica a margem de fase observada no projeto do controlador PID, sendo equivalente a 90° .

Foi definida uma margem de fase de 60° em que o sistema deve operar depois de compensado, fazendo com que a contribuição angular do controlador PI necessária fosse de 30° , atrasando a fase do sistema.

A Figura 5.7 mostra o diagrama de Bode da função $G_c'(s)G(s)$. A partir dela é possível calcular o valor do ganho K que leva o ganho do sistema no ponto em que a frequência de cruzamento foi considerada, com a ressalva de que para o compensador PI a função $G_c'(s)$ é equivalente a: $G_c'(s) = \left(\frac{T_i s + 1}{s}\right)$.

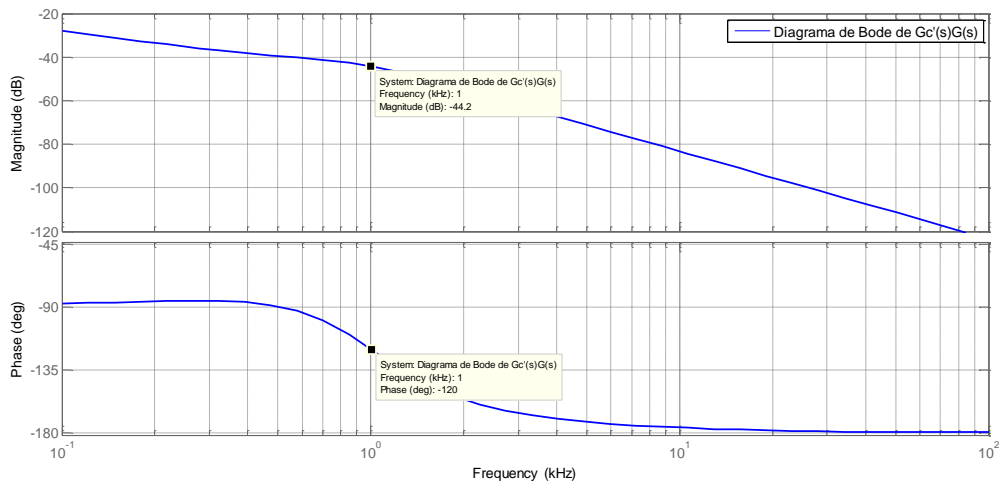


Figura 5.7 – Diagrama de Bode da função $G_c'(s)G(s)$ do Buck com o PI
Fonte: Próprio autor

Com a margem de fase do sistema definida e a contribuição angular do controlador PI fixada, o valor de T_i calculado foi de 0,269 ms e o valor de K obtido a partir da Figura 5.7 foi de 160,75.

A Figura 5.8 mostra a planta do conversor Buck completamente compensada, de forma que, observando o ponto em que a frequência de cruzamento foi definida conclui-se que o ganho do sistema foi mantido próximo de zero e a margem de fase de 60° dada em projeto foi mantida.

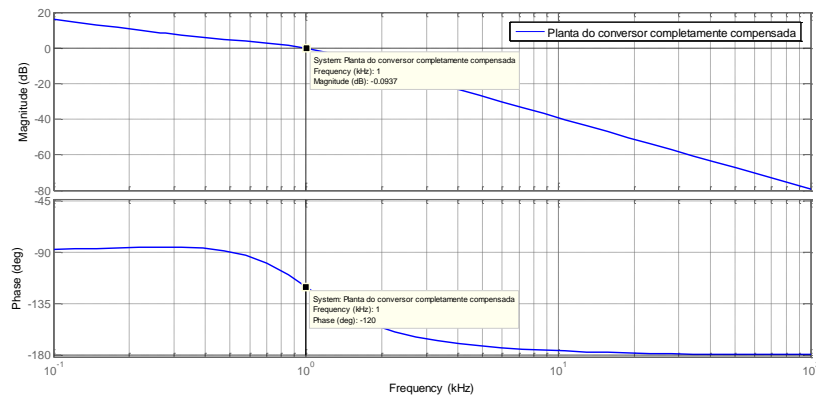


Figura 5.8 – Diagrama de Bode da planta completamente compensada pelo PI
Fonte: Próprio autor

Após a compensação da planta, os ganhos do PI foram determinados. Dessa forma, $K_p = K T_i = 0.0433$ e $K_i = K = 160,75$.

Com os ganhos do controlador PI determinados, a malha do sistema foi fechada, encontrando-se a seguinte função de transferência:

$$FTMF = \frac{2,16 \times 10^{11} s + 8,04 \times 10^{14}}{5000 s^3 + 4 \times 10^7 s^2 + 4,16 \times 10^{11} s + 8,04 \times 10^{14}} \quad (5.3)$$

A partir de (5.3), o diagrama de Bode do sistema em malha fechada compensado pelo PI foi traçado, possibilitando observar que os critérios assumidos em seu projeto foram atendidos.

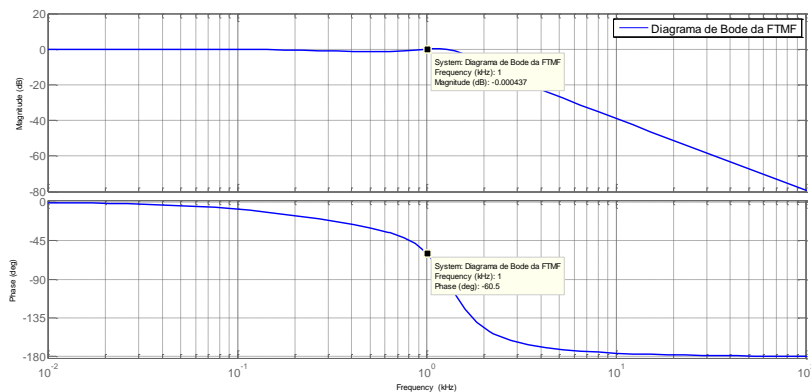


Figura 5.9 – Diagrama de Bode da FTMF após ser compensada pelo PI
Fonte: Próprio autor

Para comprovar a eficácia do controlador projetado, foi aplicado à (5.3) um degrau unitário. Na Figura 5.10 é observada a resposta do sistema para este momento.

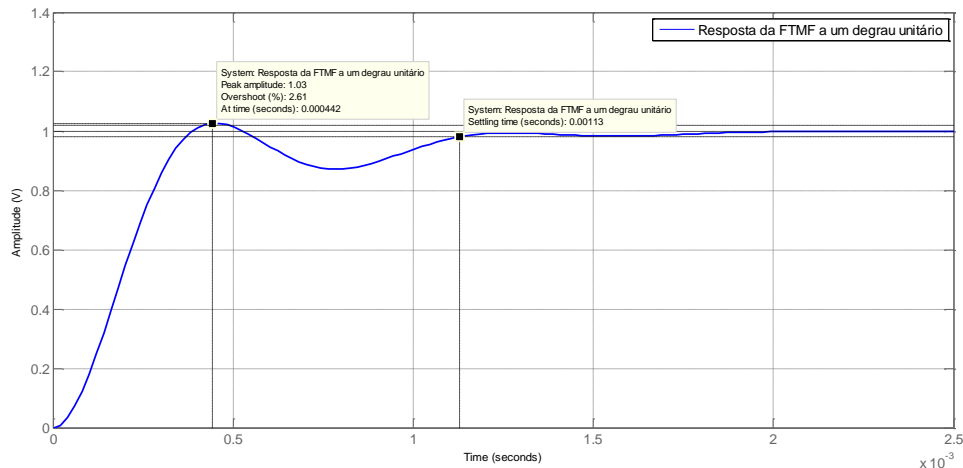


Figura 5.10 - Resposta do Buck em malha fechada com PI a um degrau
Fonte: Próprio autor

Observa-se na Figura 5.10 que o sistema foi controlado pelo compensador PI projetado e apresentou máximo de sobressinal e tempo de estabelecimento relativamente pequenos.

5.1.3 Projeto do Controlador PID para o Conversor Boost

O diagrama observado na Figura 5.1 é novamente empregado, e a partir de (3.90) pode-se traçar o diagrama de Bode do sistema em malha aberta desprezando as variações na tensão de entrada do conversor em análise.

Considerando (3.90), a função de transferência de malha aberta do conversor Boost que relaciona a variação da tensão de saída com a variação da razão cíclica é representada por:

$$FTMA = \frac{-1,28 \times 10^{12} s + 5,12 \times 10^{15}}{1,6 s^2 + 1,28 \times 10^{10} s + 5,12 \times 10^{13}} \quad (5.4)$$

A análise de (5.4) permite concluir que o sistema é de fase não-mínima por consequência da presença de um zero no semiplano direito do plano complexo com frequência igual a 636,66 Hz. A presença deste zero faz com que o controlador não consiga atuar na frequência de cruzamento ω_C desejada, limitando tal frequência no projeto dos controladores PID e PI, diferentemente do que ocorre na planta do conversor Buck.

A frequência de cruzamento ω_C desejada era de 1 kHz, no entanto, pela presença do zero no semiplano direito, testes feitos com o *software* MATLAB® apontaram que o controle teria um desempenho suficiente para uma frequência ω_C de 300 Hz.

A Figura 5.11 mostra o diagrama de Bode traçado a partir de (5.4). Nesta imagem é possível observar que, ao contrário do diagrama do conversor Buck (sistema de fase mínima), onde a fase do sistema parte de 0° , para o conversor Boost (sistema de fase não-mínima), o MATLAB® apresenta a fase do sistema a partir de 360° . Dessa forma, um rearranjo no cálculo da margem de fase deve ser executado, de maneira que $MF_{\text{observada}} - 360^\circ + 180^\circ = MF_{\text{real}}$.

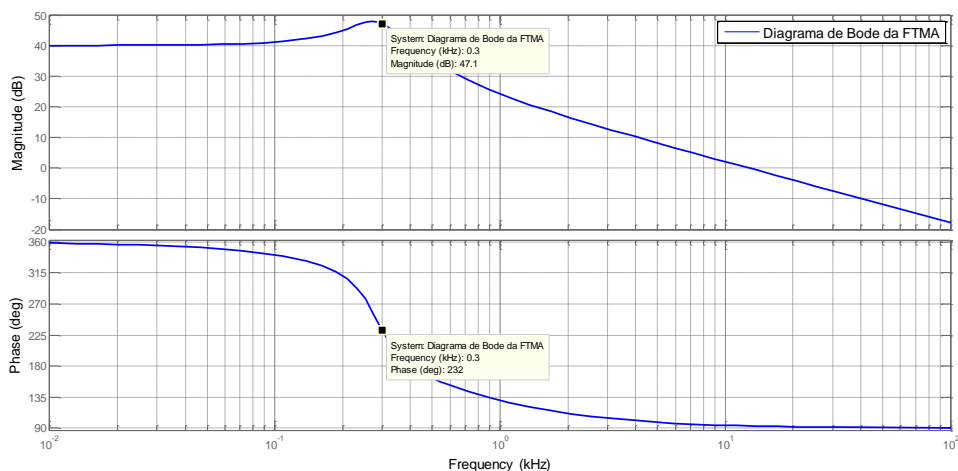


Figura 5.11 – Diagrama de Bode da planta do Boost em malha aberta
Fonte: Próprio autor

Observando a Figura 5.11, e destacando a margem de fase observada, um cálculo simples permite determinar a margem de fase real do sistema, sendo esta equivalente a 52° .

Admitindo o valor de 45° para a margem de fase do sistema já compensado e definindo que a parcela derivativa contribuirá com 5° ($\phi_d = 5^\circ$ - avançando a fase do sistema), conclui-se que a parcela integral contribuirá com 12° ($\phi_i = -12^\circ$ - atrasando a fase da planta), e que a contribuição total do controlador PID será de 7° . A margem de fase de 45° admitida é o limite da estabilidade para o sistema do conversor Boost, sendo que esta observação se deve à existência do zero localizado no semiplano direito do plano complexo.

Com as contribuições angulares ϕ_i e ϕ_d definidas, são calculados os valores de T_d e T_i , encontrando-se $T_d = 0,046$ ms e $T_i = 2,6$ ms.

A Figura 5.12 apresenta o diagrama de Bode da função $G_c'(s)G(s)$. É possível perceber observando a figura citada, que a fase do sistema se encontra no valor desejado, no entanto, seu ganho neste ponto é diferente de zero. Desta forma, deve-se calcular o valor de um ganho K que leve o ganho do sistema para um valor nulo ou próximo de zero.

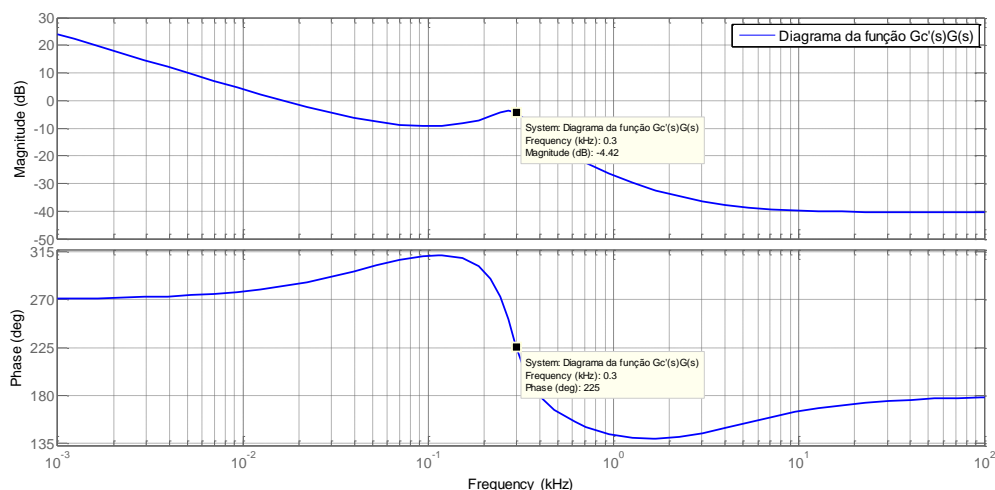


Figura 5.12 – Diagrama de Bode da função $G_c'(s)G(s)$ do Boost com o PID
Fonte: Próprio autor

Observando a Figura 5.12 percebe-se que o valor do ganho K obtido foi de 1,65, e na Figura 5.13 conclui-se que esse valor realmente proporcionou ao sistema um ganho próximo de zero e manteve a fase do sistema em seu valor de projeto na frequência de cruzamento.

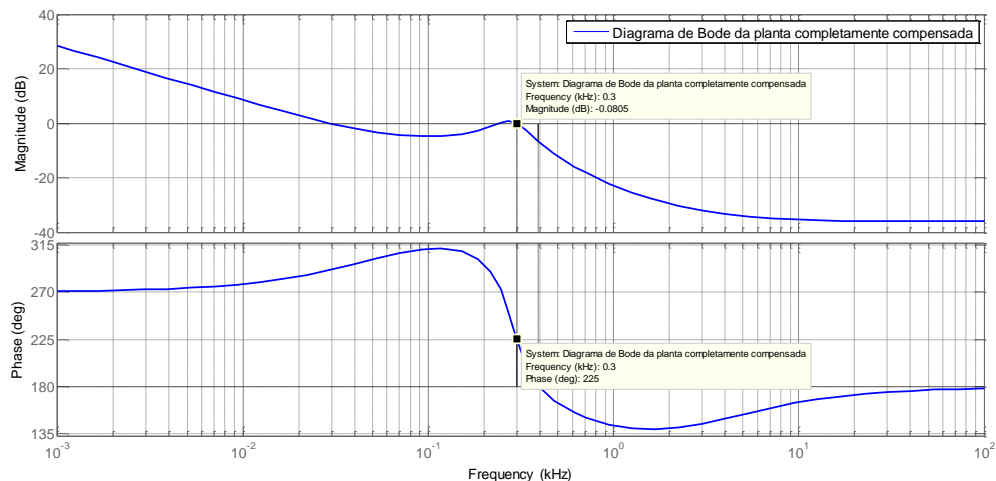


Figura 5.13 – Diagrama de Bode do Boost completamente compensado
Fonte: Próprio autor

Analogamente ao projeto do controlador PID para o conversor Buck, para o conversor Boost, com os valores de K , T_i e T_d calculados é possível determinar os ganhos proporcional, integral e derivativo, encontrando-se $K_p = 0,043$, $K_i = 1,65$ e $K_d = 1,98 \times 10^{-7}$. Com os ganhos do controlador PID calculados, a malha do sistema foi fechada, encontrando-se a seguinte função de transferência:

$$FTMF = \frac{-2,54 \times 10^5 s^3 - 4,55 \times 10^9 s^2 + 2,01 \times 10^{13} s + 8,46 \times 10^{15}}{1,57 \times 10^7 s^3 + 8,25 \times 10^9 s^2 + 7,14 \times 10^{13} s + 8,46 \times 10^{15}} \quad (5.5)$$

A partir de (5.5) o diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada do conversor Boost foi traçada, possibilitando observar que os critérios de projeto foram alcançados.

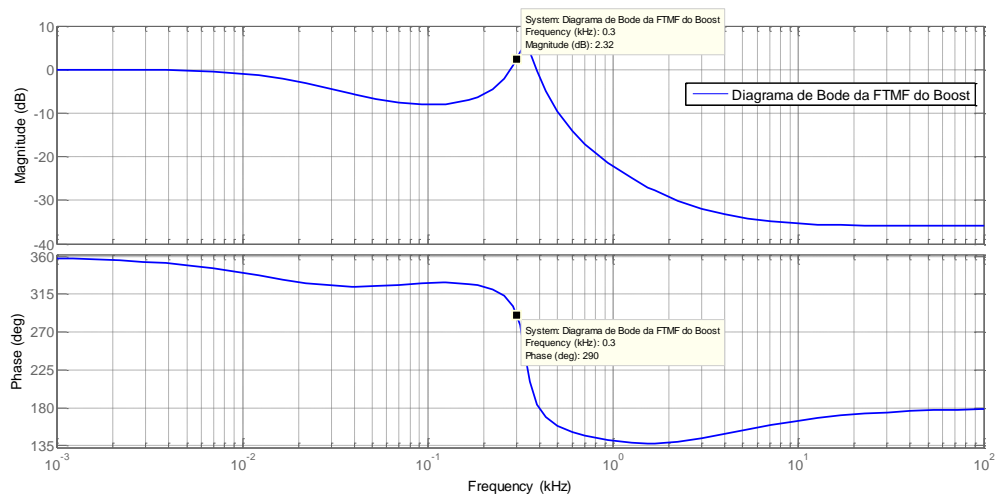


Figura 5.14 – Diagrama de Bode da FTMF após ser compensada pelo PID
Fonte: Próprio autor

Afim de verificar o projeto do controlador PID executado, foi aplicado ao sistema dado em (5.5) um degrau unitário. Sua resposta é observada na Figura 5.15 e permite observar que o sistema foi controlado pelo PID projetado. Verificou-se que a planta não apresentou sobressinal e que o tempo de estabelecimento observado foi relativamente pequeno.

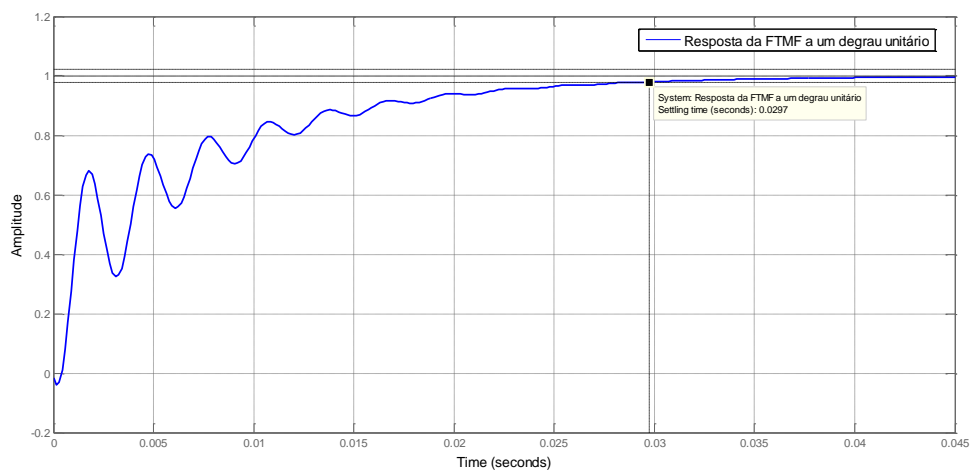


Figura 5.15 - Resposta do Boost em malha fechada com PID a um degrau
Fonte: Próprio autor

5.1.4 Projeto do Controlador PI para o Conversor Boost

O projeto do controlador PI para o conversor Boost foi realizado utilizando os mesmos critérios aplicados ao projeto do controlador PI para o conversor Buck.

A função de transferência em malha aberta do sistema é dada em (5.4) e a partir desta equação o diagrama de Bode correspondente foi traçado e observado na Figura 5.11.

Analogamente à síntese do controlador PID para o conversor Boost, para o controlador PI, a frequência de cruzamento ω_c também foi fixada em 300 Hz pela existência do zero no semiplano direito do plano complexo, e desta forma a margem de fase observada na Figura 5.11 foi de 52° .

Com uma margem de fase definida em 45° , onde o sistema deve operar depois de compensado, concluiu-se que a contribuição angular do controlador PI necessária é de 7° , atrasando a fase do sistema.

A Figura 5.16 mostra o diagrama de Bode da função $G_c'(s)G(s)$, onde é possível observar que a fase do sistema se encontra no valor determinado em projeto, no entanto, a mesma figura permite destacar que o ganho do sistema na frequência de cruzamento definida não é nulo. Desta forma, deve-se calcular um ganho K que multiplique o sistema e desloque a curva de seu ganho para um valor nulo no ponto analisado.

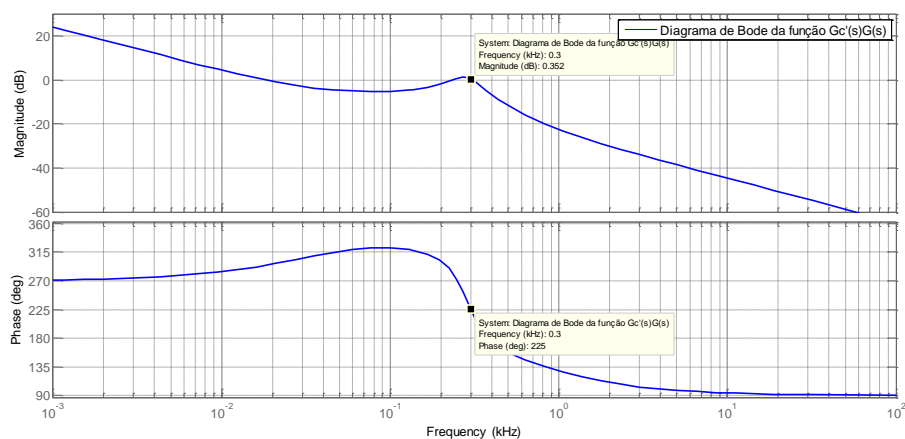


Figura 5.16 – Diagrama de Bode da função $G_c'(s)G(s)$ do Boost com o PI
Fonte: Próprio autor

Observando a Figura 5.16, conclui-se que o valor do ganho K que leva o ganho do sistema à um valor próximo de zero é igual a 0,9484. Dessa forma, a Figura 5.17 apresenta o diagrama de Bode da planta completamente compensada, onde observa-se um ganho praticamente nulo e uma margem de fase de 45° , valor admitido em projeto.

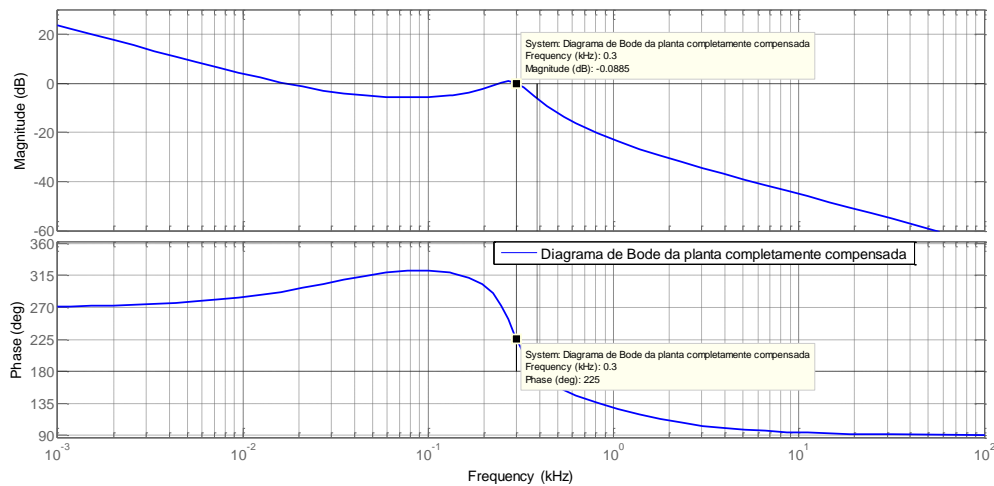


Figura 5.17 – Diagrama de Bode do Boost completamente compensado
Fonte: Próprio autor

Com a margem de fase do sistema definida e a contribuição angular do controlador PI fixada, o valor de T_i calculado foi de 4,6 ms. Assim, os ganhos proporcional e integral calculados foram: $K_p = 0,0433$ e $K_i = 0,9484$.

Com os ganhos do controlador PI calculados, a malha do sistema foi fechada, encontrando-se a seguinte função de transferência:

$$FTMF = \frac{-5,57 \times 10^9 s^2 + 2,11 \times 10^{13} s + 4,86 \times 10^{15}}{1,6 \times 10^7 s^3 + 7,23 \times 10^9 s^2 + 7,23 \times 10^{13} s + 4,86 \times 10^{15}} \quad (5.6)$$

A partir de (5.6) o diagrama de Bode de malha fechada da planta do conversor Boost compensado pelo PI projetado foi traçado e mostrado na Figura 5.18, possibilitando confirmar que os critérios assumidos em projeto foram atendidos.

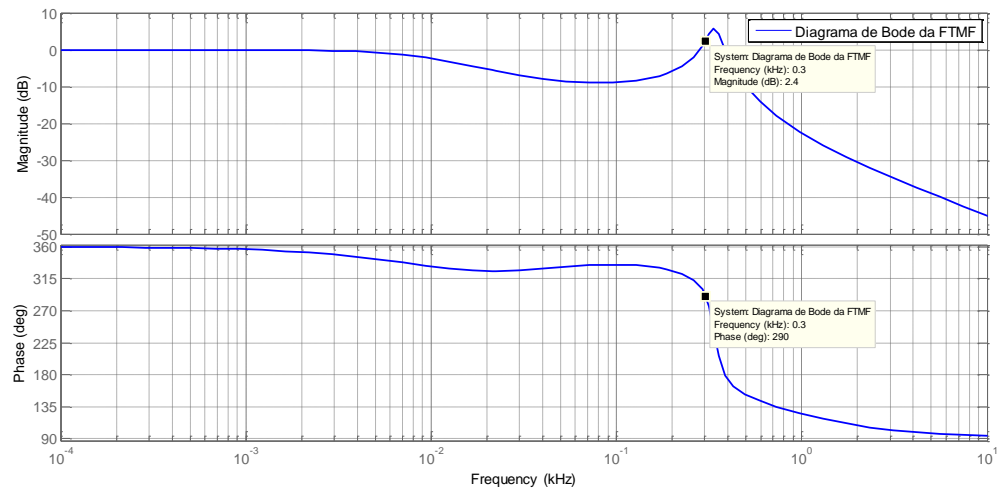


Figura 5.18 – Diagrama de Bode da FTMF após ser compensada pelo PI
Fonte: Próprio autor

Para comprovar a veracidade do controlador projetado, foi aplicado à (5.6) um degrau unitário conforme pode ser observado na Figura 5.19.

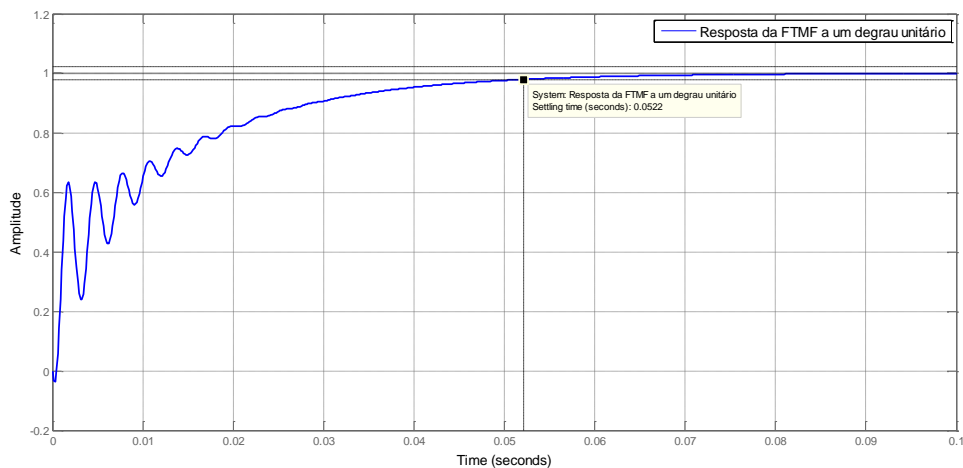


Figura 5.19 - Resposta do Boost em malha fechada com PI a um degrau
Fonte: Próprio autor

A Figura 5.19 permite observar que o sistema foi controlado pelo compensador PI projetado, de forma que o tempo de estabelecimento observado foi satisfatório.

5.2 PROJETO DOS CONTROLADORES MODERNOS

Os controladores H_2 e H_∞ foram projetados com base na teoria de controle moderno apresentada no Capítulo 4 em dois momentos distintos: considerando as incertezas a que a planta estaria submetida quando colocada em funcionamento e não considerando tais incertezas.

A síntese dos controladores modernos foi obtida utilizando-se a realimentação de estados, dessa forma, se o sistema fosse realimentado apenas com os estados observados (corrente no indutor e tensão no capacitor), os mesmos seriam levados para valores nulos, o que não é interessante para este trabalho. Dessa forma, foi considerada uma variável de estado adicional para assegurar um erro em regime permanente nulo à tensão de saída dos conversores controlados, representando uma ação integral sobre o erro definido de acordo com (MACCARI, 2011):

$$e(t) = r(t) - v_o(t) \quad (5.7)$$

Considerando que:

$$v_o(t) = V_o + \hat{v}_o(t) \quad (5.8)$$

onde V_o é a componente CC da tensão de saída e $\hat{v}_o(t)$ é a parcela CA da mesma tensão.

Considerando que $r(t) = V_o$ observa-se:

$$e(t) = -\hat{v}_o(t) \quad (5.9)$$

e a ação integral sobre o erro é dada por:

$$\hat{\lambda}(t) = - \int_0^t \hat{v}_o(\tau) d\tau \quad (5.10)$$

O termo em (5.10) permite escrever a equação dinâmica dada em (5.11) que faz o erro permanente da tensão de saída do conversor ser nulo quando o controle

moderno é empregado independente de considerar incertezas no projeto do controlador ou não.

$$\hat{\lambda}(t) = -\hat{v}_o(t) \quad (5.11)$$

O desafio é encontrar uma matriz $K = [K_i \ K_v \ K_\lambda]$ por realimentação de estados que torne o sistema estável mesmo quando ele é submetido a variações em seus parâmetros. O diagrama da Figura 5.12 mostra como o controle moderno será aplicado à planta do conversor para controlá-lo.

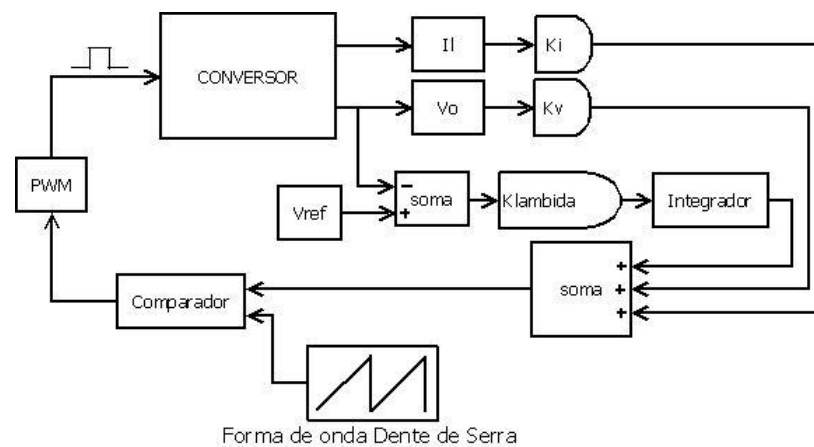


Figura 5.20 – Diagrama em blocos do controle moderno
Fonte: Próprio autor

Observando a Figura 5.20 é possível verificar que o controle moderno considera os valores da tensão de saída, da integral do erro e da corrente que circula pelo indutor, onde o erro é determinado a partir da diferença entre um valor de referência em relação à tensão de saída do conversor.

5.2.1 Projeto do Controlador H_2 para o Conversor Buck sem Incertezas

Considerando os parâmetros do conversor Buck, foi analisado seu comportamento em espaços de estados durante suas duas etapas de funcionamento

e suas matrizes de estados de pequenos sinais foram obtidas no Capítulo 3 e podem ser observadas em (3.40) e (3.41). Retomando as matrizes de pequenos sinais que descrevem o comportamento do sistema e acrescentando um estado para garantir um erro nulo de tensão na saída do conversor, as matrizes aumentadas que descrevem seu comportamento podem ser observadas conforme segue:

$$A_{A1} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 0 & -0,0667 & 0 \\ 6,0000 & -0,8000 & 0 \\ 0 & -0,0001 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$B_{Au1} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 1,6667 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$B_{Aw1} = \begin{bmatrix} 400 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$C_{A1} = [0 \quad 1 \quad 0] \quad (5.15)$$

Na sequência, o *parser* YALMIP foi configurado e a região para a alocação dos polos em malha fechada do sistema foi determinada de acordo com a teoria da *D*-estabilidade apresentada no Capítulo 4 através da aplicação de restrições via LMI's conforme (4.48), (4.49), (4.50) e (4.51), considerando-se $\alpha = 628,32$, $r = 9,42 \times 10^3$ e $\theta = 50^\circ$. O controle H_2 foi adicionado com o auxílio das desigualdades matriciais lineares mostradas no Lema 3 do Anexo A ao fim deste trabalho, e o traço da matriz X foi calculado. A partir das matrizes Z e W , a factibilidade da solução do problema de controle foi verificada e a matriz de ganhos K foi calculada de acordo com (4.52), assim com a norma H_2 do sistema:

$$Z = [-3,925944671267970 \quad -12,536054278404412 \quad 0,004856029593611] \quad (5.16)$$

$$W = 1 \times 10^3 \begin{bmatrix} 0,015294112431136 & 0,032758181200894 & 0,000025773606871 \\ 0,032758181200894 & 1,104624239900102 & 0,000176335898007 \\ 0,000025773606871 & 0,000176335898007 & 0,000000242064316 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$K = [-0,3411 \quad -0,0116 \quad 64,8171] \quad (5.18)$$

$$\|H(s)\|_2^2 = 33,2365 \quad (5.19)$$

5.2.2 Projeto do Controlador H_2 para o Conversor Buck com Incertezas

O projeto do controlador H_2 para o conversor Buck quando as incertezas na carga e na tensão de entrada são consideradas é muito parecido com o projeto deste mesmo controlador quando tais incertezas não são consideradas. A diferença entre eles se deve ao fato de que, com a consideração das incertezas no modelo, (3.40) e (3.41) além de terem um estado aumentado devem ser repetidas de forma a constituir o polítopo envolvido no trabalho, combinando as variações de parâmetros experimentadas pelo modelo do sistema. Considerando que a carga do conversor em questão varie no intervalo $[7,5\Omega \ 22,5\Omega]$ e que a tensão de entrada esteja entre $[23V \ 27V]$, as matrizes B_{Aw1} dada em (5.14) e C_{A1} dada em (5.15) são as mesmas para todas as combinações de variações de parâmetros, de forma que o polítopo de quatro vértices é formado pela combinação de:

$$A_{A1} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 0 & -0,0667 & 0 \\ 6,0000 & -0,2667 & 0 \\ 0 & -0,0001 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{Au1} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 1,5333 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

$$A_{A2} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 0 & -0,0667 & 0 \\ 6,0000 & -0,8000 & 0 \\ 0 & -0,0001 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{Au2} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 1,5333 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$$A_{A3} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 0 & -0,0667 & 0 \\ 6,0000 & -0,2667 & 0 \\ 0 & -0,0001 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{Au3} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 18000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$A_{A4} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 0 & -0,0667 & 0 \\ 6,0000 & -0,8000 & 0 \\ 0 & -0,0001 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{Au4} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 18000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Após determinar o polítopo, o *parser* YALMIP foi configurado e a região para a alocação dos polos do sistema em malha fechada segundo o conceito da D -

estabilidade foi a mesma determinada no projeto do conversor Buck quando as incertezas não foram consideradas ($\alpha = 628,32$, $r = 9,42 \times 10^3$ e $\theta = 50^\circ$), no entanto, agora esse cálculo deve ser executado para cada vértice do politopo, garantindo que os valores determinados satisfaçam as restrições impostas em projeto via LMI's, de forma que o controle H_2 possa ser aplicado para determinar a matriz de ganhos K considerando cada vértice do politopo formado pelas incertezas na carga e na tensão de entrada.

Considerando o politopo de quatro vértices, o traço da matriz X foi calculado para todas as combinações de incertezas consideradas na planta do conversor Buck e a factibilidade das matrizes Z e W foi verificada, possibilitando determinar de acordo com (4.52) a matriz de ganhos K , assim como a norma H_2 do sistema:

$$Z = [-7,163807866256568 \quad 81,596065638616864 \quad 0,017356638558216] \quad (5.24)$$

$$W = 1 \times 10^3 \begin{bmatrix} 0,016422887018890 & -0,008580325209493 & 0,000038787445156 \\ -0,008580325209493 & 2,794449519200118 & 0,000579603047999 \\ 0,000038787445156 & 0,000579603047999 & 0,000000511330762 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

$$K = [-0,5709 \quad 0,0149 \quad 60,3170] \quad (5.26)$$

$$\|H(s)\|_2^2 = 52,8633 \quad (5.27)$$

5.2.3 Projeto do Controlador H_∞ para o Conversor Buck sem Incertezas

Quando o controlador H_∞ é aplicado ao conversor Buck e as incertezas da planta não são consideradas no cálculo da matriz de ganhos K , as mesmas suposições feitas para o cálculo do controlador H_2 podem ser retomadas, dessa forma, a mesma região para a alocação dos polos em malha fechada do sistema foi levada em consideração ($\alpha = 628,32$, $r = 9,42 \times 10^3$ e $\theta = 50^\circ$) e a norma H_∞ foi empregada de acordo com o Lema 4 do Anexo A encontrado ao fim deste trabalho. As matrizes A_{A1} , B_{Au1} , B_{Aw1} e C_{A1} são as mesmas dadas em (5.12), (5.13), (5.14) e (5.15), e possibilitam juntamente com os outros parâmetros que as matrizes Z e W sejam

determinadas, de forma que, se factível a solução para o problema de controle em discussão a matriz de ganhos K possa ser determinada a partir de (4.52), assim como a norma H_∞ do sistema.

$$Z = [-15,227941386100062 \quad 11,237358847394823 \quad 0,009339659316121] \quad (5.28)$$

$$W = 1 \times 10^3 \begin{bmatrix} 0,042282741699455 & 0,048262293109815 & 0,000040143658259 \\ 0,048262293109815 & 4,280934194916191 & 0,000383100045232 \\ 0,000040143658259 & 0,000383100045232 & 0,000000327523408 \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

$$K = [-0,4382 \quad 0,0002 \quad 81,9572] \quad (5.30)$$

$$\|H(s)\|_\infty^2 = 0,5458 \quad (5.31)$$

5.2.4 Projeto do Controlador H_∞ para o Conversor Buck com Incertezas

Considerando as incertezas no modelo, (3.40) e (3.41) além de terem um estado aumentado devem ser repetidas de forma a constituir o politopo que considera as incertezas envolvidas. Tomando que a carga e a tensão de entrada do conversor em questão variem nos intervalos já determinados, as matrizes B_{Aw1} dada em (5.14) e C_{A1} dada em (5.15) são as mesmas para todas as combinações de variações de parâmetros, de forma que o politopo de quatro vértices é o mesmo obtido para o projeto do controlador H_2 , e seus vértices podem ser observados em (5.20), (5.21), (5.22) e (5.23). A região para a alocação dos polos do sistema em malha fechada foi a mesma considerada anteriormente ($\alpha = 628,32$, $r = 9,42 \times 10^3$ e $\theta = 50^\circ$), sendo calculada para os quatro vértices do politopo de maneira que os valores obtidos pertençam à região determinada em projeto.

Analisando a factibilidade de Z e W , a matriz de ganhos K pôde ser determinada a partir de (4.52), bem como a norma H_∞ do sistema.

$$Z = 1 \times 10^2 [-0,070085375605916 \quad 1,396112390160139 \quad 0,000256103209393] \quad (5.32)$$

$$W = 1 \times 10^3 \begin{bmatrix} 0,019589637903368 & 0,012381730325588 & 0,000059305120521 \\ 0,012381730325588 & 4,585270509580071 & 0,000915770651095 \\ 0,000059305120521 & 0,000915770651095 & 0,000000715255921 \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

$$K = [-0,5295 \quad 0,0214 \quad 52,2613] \quad (5.34)$$

$$\|H(s)\|_{\infty}^2 = 1,0441 \quad (5.35)$$

5.2.5 Projeto do Controlador H_2 para o Conversor Boost sem Incertezas

Considerando os parâmetros do conversor Boost, foi analisado seu comportamento em espaços de estados durante suas duas etapas de funcionamento. As equações dadas em (3.77) e (3.78) determinadas no Capítulo 3, possibilitam retomar as matrizes de pequenos sinais que descrevem o comportamento do sistema e acrescentar um estado para garantir um erro nulo de tensão na saída do conversor. As matrizes aumentadas que descrevem o comportamento do Boost no caso considerado podem ser observadas conforme segue:

$$A_{A1} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 0 & -0,0096 & 0 \\ 3,3333 & -0,0800 & 0 \\ 0 & -0,0001 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

$$B_{Au1} = 1 \times 10^7 \begin{bmatrix} 0,0010 \\ -1,3333 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

$$B_{Aw1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 192 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

$$C_{A1} = [0 \quad 1 \quad 0] \quad (5.39)$$

Na sequência, o *parser* YALMIP foi configurado e a região para a alocação dos polos em malha fechada do sistema foi determinada de acordo com a teoria da

D -estabilidade apresentada no Capítulo 4 através da aplicação de restrições via LMI's conforme (4.48), (4.49), (4.50) e (4.51), considerando-se $\alpha = 1,26 \times 10^3$, $r = 6,28 \times 10^3$ e $\theta = 50^\circ$. O controle H_2 foi adicionado com o auxílio das desigualdades matriciais lineares mostradas no Lema 3 do Anexo A ao fim deste trabalho, e o traço da matriz X foi calculado. A partir das matrizes Z e W a factibilidade da solução do problema de controle foi verificada e a matriz de ganhos K foi calculada de acordo com (4.52), assim como a norma H_2 do sistema.

$$Z = [0,000198199563626 \quad 0,004505612437995 \quad 0,000002098755759] \quad (5.40)$$

$$W = \begin{bmatrix} 0,083349890690197 & 1,136531455911032 & 0,000882840009146 \\ 1,136531455911032 & 25,503991674773474 & 0,012032336545560 \\ 0,000882840009146 & 0,012032336545560 & 0,000009351032726 \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

$$K = [-0,5237 \quad 0,0002 \quad 49,4031] \quad (5.42)$$

$$\|H(s)\|_2^2 = 5,0502 \quad (5.43)$$

5.2.6 Projeto do Controlador H_2 para o Conversor Boost com Incertezas

O projeto do controlador H_2 para o conversor Boost quando as incertezas na carga e na tensão de entrada são consideradas é muito parecido com o projeto deste mesmo controlador quando tais incertezas não são consideradas. A diferença entre eles se deve ao fato de que com a consideração das incertezas no modelo, (3.77) e (3.78) além de terem um estado aumentado devem ser repetidas de forma a constituir o politopo envolvido no trabalho, combinando as variações de parâmetros experimentadas pelo modelo do sistema. Considerando que a carga do conversor em questão varie no intervalo $[83,33\Omega \quad 250\Omega]$ e que a tensão de entrada esteja entre $[23V \quad 27V]$, as matrizes B_{Aw1} dada em (5.38) e C_{A1} dada em (5.39) são as mesmas para todas as combinações de variações de parâmetros, de maneira que o politopo de quatro vértices é formado pela combinação:

$$A_{A1} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 0 & -0,0096 & 0 \\ 3,3333 & -0,0267 & 0 \\ 0 & -0,0001 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{Au1} = 1 \times 10^7 \begin{bmatrix} 0,0009 \\ -1,3333 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

$$A_{A2} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 0 & -0,0096 & 0 \\ 3,3333 & -0,0800 & 0 \\ 0 & -0,0001 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{Au2} = 1 \times 10^7 \begin{bmatrix} 0,0009 \\ -1,3333 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

$$A_{A3} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 0 & -0,0096 & 0 \\ 3,3333 & -0,0267 & 0 \\ 0 & -0,0001 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{Au3} = 1 \times 10^7 \begin{bmatrix} 0,0010 \\ -1,3333 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

$$A_{A4} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 0 & -0,0096 & 0 \\ 3,3333 & -0,0800 & 0 \\ 0 & -0,0001 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{Au4} = 1 \times 10^7 \begin{bmatrix} 0,0010 \\ -1,3333 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.47)$$

Após determinar o politopo, o *parser* YALMIP foi configurado e a região para alocação dos polos do sistema em malha fechada segundo o conceito da D -estabilidade foi a mesma determinada no projeto do conversor Boost quando as incertezas não foram consideradas ($\alpha = 1,26 \times 10^3$, $r = 6,28 \times 10^3$ e $\theta = 50^\circ$), no entanto, agora esse cálculo deve ser executado para cada vértice do politopo, garantindo que os valores determinados satisfaçam as restrições impostas em projeto via LMI's, de forma que o controle H_2 possa ser aplicado para determinar a matriz de ganhos K levando também em consideração cada vértice do politopo formado pelas incertezas na carga e na tensão de entrada.

Considerando o politopo de quatro vértices, o traço da matriz X foi calculado para todas as combinações de incertezas consideradas na planta do conversor Boost e a factibilidade das matrizes Z e W foi verificada possibilitando determinar de acordo com (4.52) a matriz de ganhos K , bem como a norma H_2 do sistema.

$$Z = [0,000289526266817 \quad 0,008976704175811 \quad 0,000003089487335] \quad (5.48)$$

$$W = \begin{bmatrix} 0,120051853234889 & 1,818181854291580 & 0,001273974334145 \\ 1,818181854291580 & 51,467348785989309 & 0,019351232258098 \\ 0,001273974334145 & 0,019351232258098 & 0,000013519462434 \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

$$K = [-0,8089 \quad 0,0000 \quad 76,4416] \quad (5.50)$$

$$\|H(s)\|_2^2 = 7.1743 \quad (5.51)$$

5.2.7 Projeto do Controlador H_∞ para o Conversor Boost sem Incertezas

Quando o controlador H_∞ é aplicado ao conversor Boost e as incertezas da planta não são consideradas no cálculo da matriz de ganhos K , as mesmas suposições feitas para o cálculo do controlador H_2 podem ser retomadas, dessa forma, a mesma região para a alocação dos polos em malha fechada do sistema foi levada em consideração ($\alpha = 1,26 \times 10^3$, $r = 6,28 \times 10^3$ e $\theta = 50^\circ$) e a norma H_∞ foi empregada de acordo com o Lema 4 do Anexo A que se encontra ao fim deste trabalho. As matrizes A_{A1} , B_{Au1} , B_{Aw1} e C_{A1} são as mesmas dadas em (5.36), (5.37), (5.38) e (5.39) e possibilitam juntamente com os outros parâmetros, que sejam determinadas as matrizes Z e W de forma que, se factível a solução para o problema de controle em discussão a matriz de ganhos K possa ser calculada a partir de (4.52), assim como a norma H_∞ do sistema.

$$Z = [0,002310808266514 \quad 0,251733062404806 \quad 0,000026004141880] \quad (5.52)$$

$$W = 1 \times 10^2 \begin{bmatrix} 0,007440478180931 & 0,137985685327781 & 0,000079312787105 \\ 0,137985685327781 & 7,600992658851920 & 0,001497970184718 \\ 0,000079312787105 & 0,001497970184718 & 0,000000845606496 \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

$$K = [-1,7043 \quad -0,0005 \quad 160,9570] \quad (5.54)$$

$$\|H(s)\|_\infty^2 = 0,3113 \quad (5.55)$$

5.2.8 Projeto do Controlador H_∞ para o Conversor Boost com Incertezas

Considerando as incertezas no modelo, (3.77) e (3.78) além de terem um estado aumentado devem ser repetidas de forma a constituir o politopo que considera

as incertezas envolvidas. Considerando que a carga e a tensão do conversor em questão variem nos intervalos já considerados, as matrizes B_{Aw1} dada em (5.38) e C_{A1} dada em (5.39) são as mesmas para todas as combinações de variações de parâmetros, de maneira que o polítopo de quatro vértices é o mesmo obtido para o projeto do controlador H_2 e seus vértices podem ser observados em (5.44), (5.45), (5.46) e (5.47). A região para a alocação dos polos do sistema em malha fechada foi a mesma considerada anteriormente ($\alpha = 1,26 \times 10^3$, $r = 6,28 \times 10^3$ e $\theta = 50^\circ$), sendo calculada para os quatro vértices do polítopo, de forma que os valores obtidos pertençam à região determinada em projeto.

Analisando a factibilidade de Z e W , a matriz de ganhos K pôde ser calculada a partir de (4.52), assim como a norma H_∞ do sistema.

$$Z = [0,001748461752093 \quad 0,172048183874240 \quad 0,000019493124343] \quad (5.56)$$

$$W = 1 \times 10^2 \begin{bmatrix} 0,007310853338219 & 0,127226147323957 & 0,000077759477842 \\ 0,127226147323957 & 6,444560512734181 & 0,001374625834132 \\ 0,000077759477842 & 0,001374625834132 & 0,000000827186135 \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

$$K = [-1,2962 \quad -0,0003 \quad 122,5598] \quad (5.58)$$

$$\|H(s)\|_\infty^2 = 0,4220 \quad (5.59)$$

6 RESULTADOS

Este capítulo tem como objetivo mostrar os resultados obtidos nas simulações dos controladores clássicos e modernos aplicados aos conversores Buck e Boost. Foram aplicados degraus na carga e na tensão de entrada dos conversores objetivando provocar uma variação na operação do sistema a fim de validar os controladores projetados e verificar se os mesmos conseguiram rastrear o valor de referência de projeto após serem perturbados.

6.1 RESULTADOS PARA O CONVERSOR BUCK

Aqui são apresentados os resultados das simulações do conversor Buck quando submetido a diferentes tipos de controladores, sendo que os parâmetros de simulação fornecidos na Tabela 6.1 são válidos tanto para os controladores clássicos quanto para os projetados via LMI's.

Tabela 6.1 – Parâmetros de simulação para o conversor Buck

TEMPO (s)	CARGA	TENSÃO DE ENTRADA
0 – 0,15	22,5 (Ω)	25 (V)
0,15 – 0,30	11,25 (Ω)	27 (V)
0,30 – 0,40	7,5 (Ω)	23 (V)

Fonte: Próprio autor

A Figura 6.1 fornece o desempenho da planta do conversor em malha aberta e neste momento nenhuma ação de controle é aplicada a ela. É possível observar nesta imagem que o conversor quando atua nesta configuração e é submetido a perturbações não consegue retornar uma resposta satisfatória.

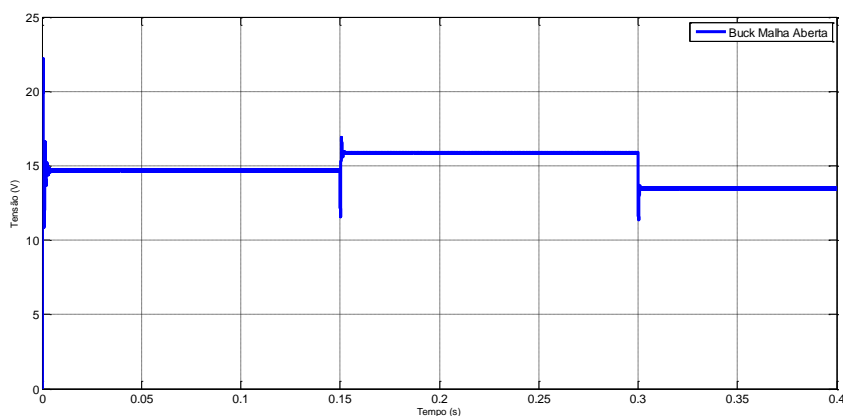


Figura 6.1 – Buck submetido a perturbações operando em malha aberta
Fonte: Próprio Autor

6.1.1 Resultados para o Controle Clássico

Em um primeiro momento o controlador PID projetado foi aplicado ao conversor Buck e seu desempenho é observado na Figura 6.2.

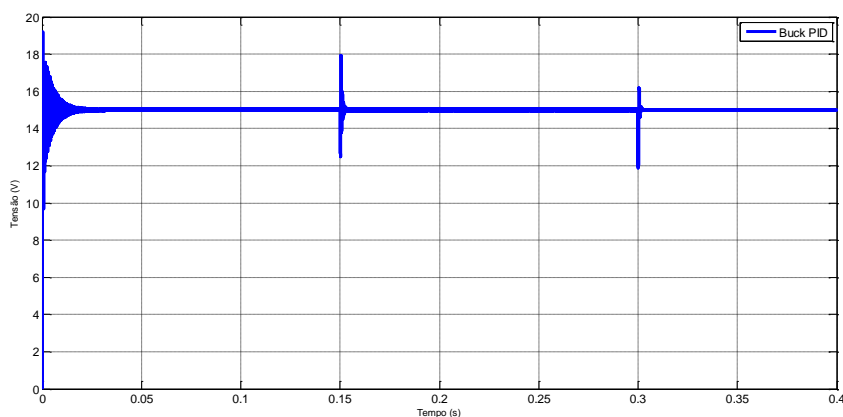


Figura 6.2 – Buck submetido a perturbações operando com PID
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.2 mostra que a tensão de saída do conversor em questão permaneceu em seu valor pré-determinado em projeto, comprovando que o controlador PID conseguiu controlar a planta.

Afim de analisar o comportamento transitório do sistema quando submetido aos degraus de perturbação, a Figura 6.3 apresenta uma aproximação da Figura 6.2 no ponto em que ocorre o primeiro degrau. Observa-se neste instante que o controlador apresentou 20% de sobressinal e demorou 5 milissegundos para levar a planta de uma situação transitória a uma situação de regime permanente.

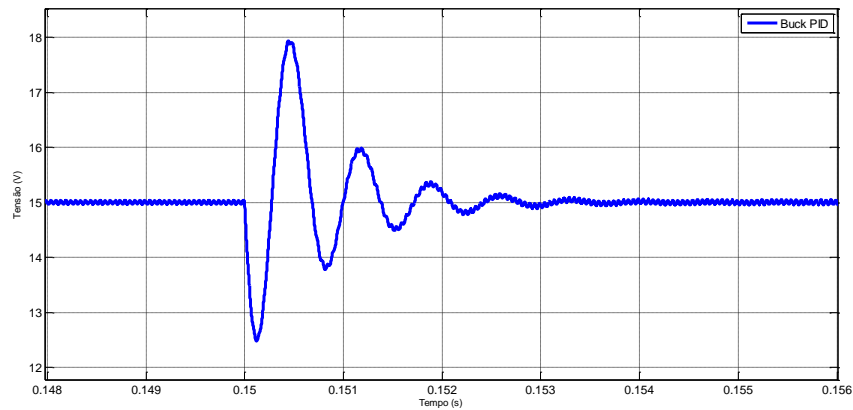


Figura 6.3 – Transitório do Buck a um degrau em 0,15s operando com PID
Fonte: Próprio Autor

Ainda com base na Figura 6.2, uma aproximação no momento do segundo degrau permite perceber na Figura 6.4 que o sistema apresentou um tempo de estabelecimento de 2,5 milissegundos e um máximo de sobressinal de 8%.

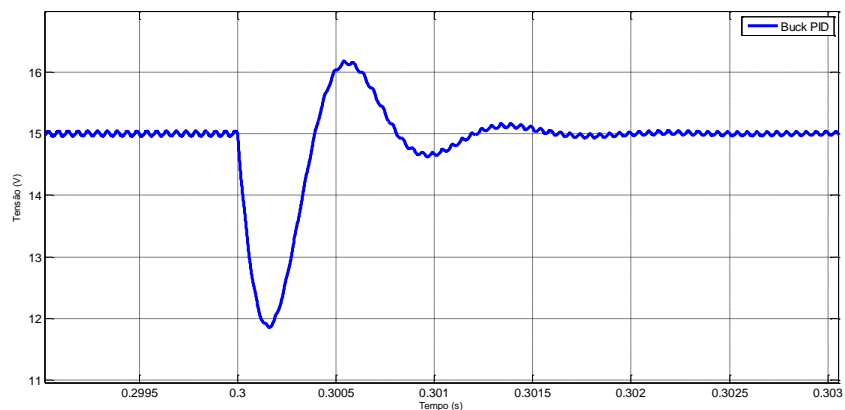


Figura 6.4 – Transitório do Buck a um degrau em 0,30s operando com PID
Fonte: Próprio Autor

Em um segundo momento o controlador PI foi aplicado a planta do conversor Buck, e os resultados obtidos são mostrados na sequência.

A Figura 6.5 mostra o resultado da simulação do conversor Buck com relação a sua tensão de saída, permitindo observar que o controlador PI proporcionou um bom resultado e manteve a grandeza em discussão em seu valor estabelecido em projeto.

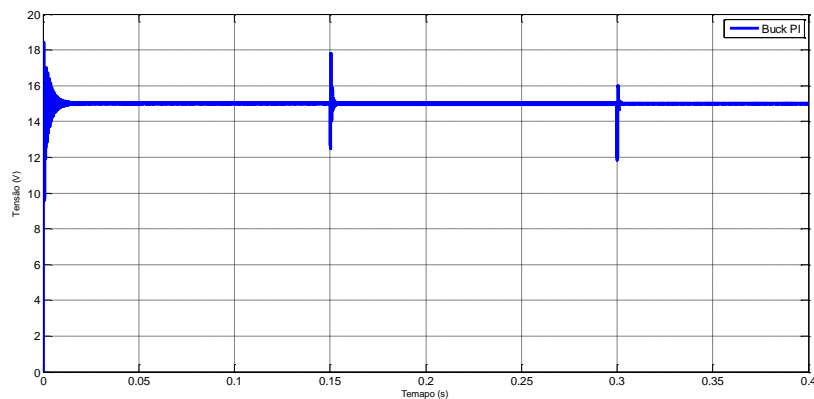


Figura 6.5 – Buck submetido a perturbações operando com PI
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.6 apresenta o comportamento transitório do sistema quando ocorre o primeiro degrau e possibilita observar que o controlador PI demorou 4,5 milissegundos para levar a planta de volta ao estado permanente de operação, oferecendo 18,6% de sobressinal neste momento.

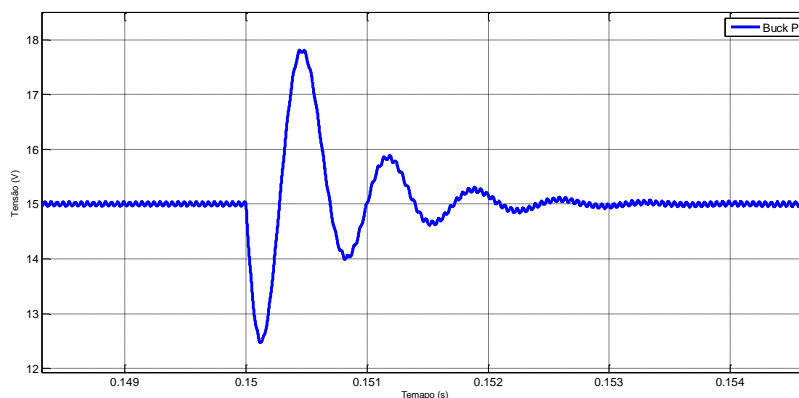


Figura 6.6 – Transitório do Buck a um degrau em 0,15s operando com PI
Fonte: Próprio Autor

Na Figura 6.7 uma aproximação da Figura 6.5 é observada no momento em que o segundo degrau é aplicado e mostra que a planta demorou 3 milissegundos para retomar a condição de operação em regime permanente, apresentando para este ponto 6,7% de sobressinal.

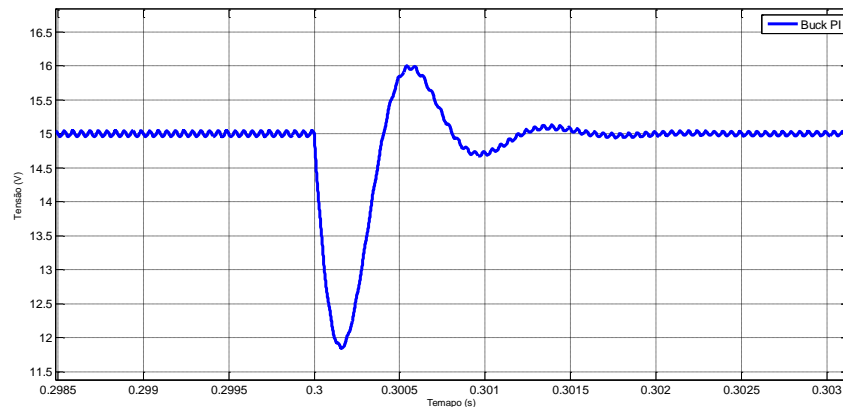


Figura 6.7 – Transitório do Buck a um degrau em 0,30s operando com PI
Fonte: Próprio Autor

Os resultados das simulações mostraram que os controladores clássicos mesmo não levando em consideração as incertezas na carga e na tensão de entrada conseguiram controlar o conversor Buck e manter sua tensão de saída em um valor pré-determinado em projeto. A Figura 6.8 apresenta o desempenho dos controladores PID e PI para que uma comparação possa ser realizada.

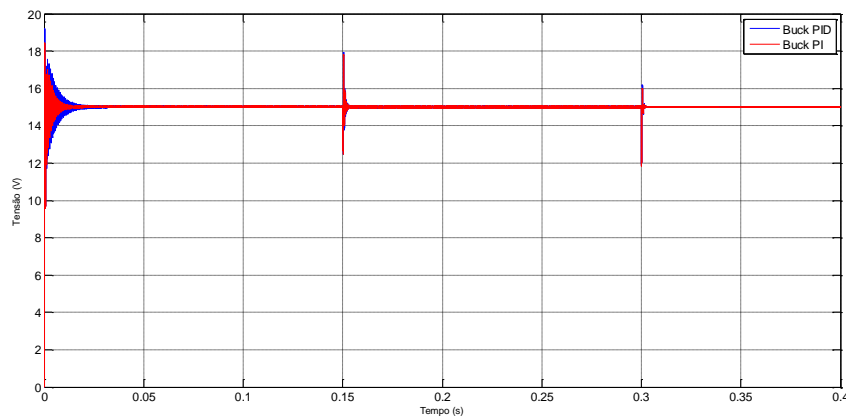


Figura 6.8 – Tensão de saída do Buck operando com PID e com PI
Fonte: Próprio Autor

Uma análise da Figura 6.8, mostra que os controladores apresentaram desempenho parecidos, no entanto uma aproximação no momento em que o primeiro degrau acontece permite observar que o controlador PI obteve um melhor desempenho transitório se comparado com o controlador PID, e apresentou menores valores tanto para o sobressinal quanto para o tempo de estabelecimento.

A Figura 6.9 é uma aproximação da Figura 6.8 no instante em que o primeiro degrau acontece, e possibilita observar que o controlador PI apresentou menores valores de sobressinal e de tempo de estabelecimento.

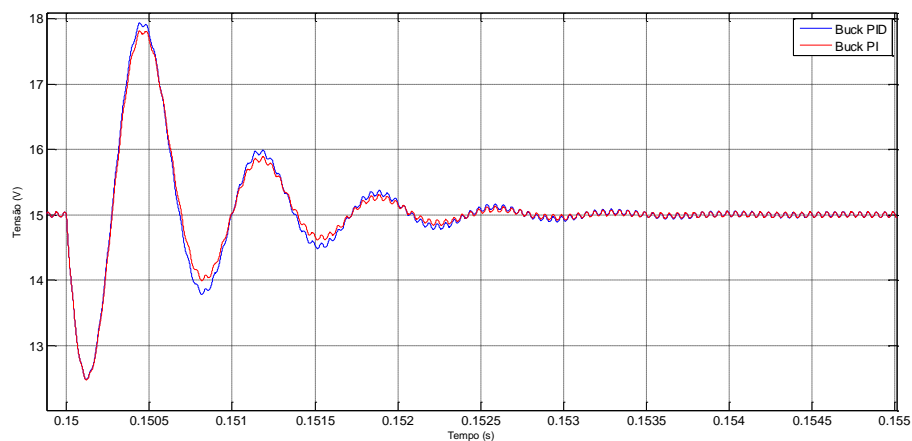


Figura 6.9 – Comparação do PID com PI com degrau em 0,15s
Fonte: Próprio Autor

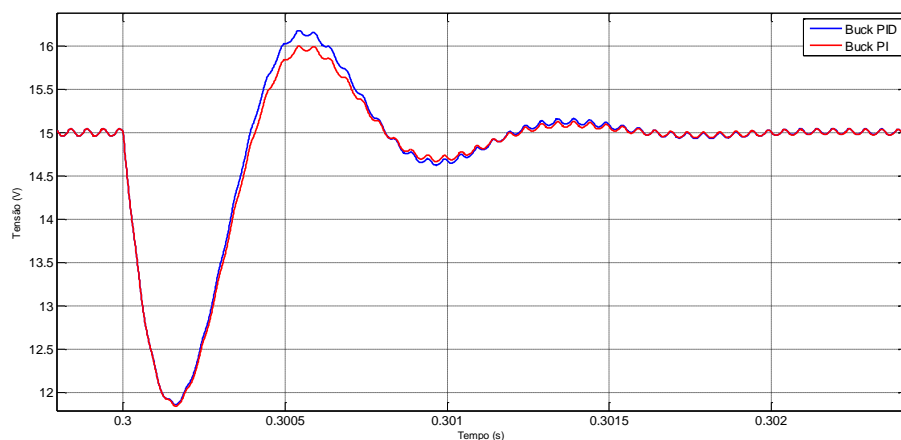


Figura 6.10 – Comparação do PID com PI com degrau em 0,30s
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.10 é uma aproximação da Figura 6.8 no instante em que o segundo degrau acontece e possibilita observar que o controlador PI apresentou menor sobressinal que o controlador PID, no entanto seu tempo de estabelecimento foi maior.

6.1.2 Resultados para o Controle Moderno

Inicialmente não são consideradas no projeto dos controladores as incertezas experimentadas pelos conversores, tanto para o caso do controlador H_∞ quanto para o caso do controlador H_2 . Posteriormente, degraus na carga e na tensão de entrada são considerados na síntese dos controladores e o conversor é novamente simulado.

Na Figura 6.11 é mostrado o resultado da simulação do conversor Buck quando submetido ao controlador H_∞ sem considerar as incertezas em sua síntese, possibilitando observar que a planta obteve uma boa resposta e que a tensão de saída do conversor foi mantida em um valor fixo dado em projeto.

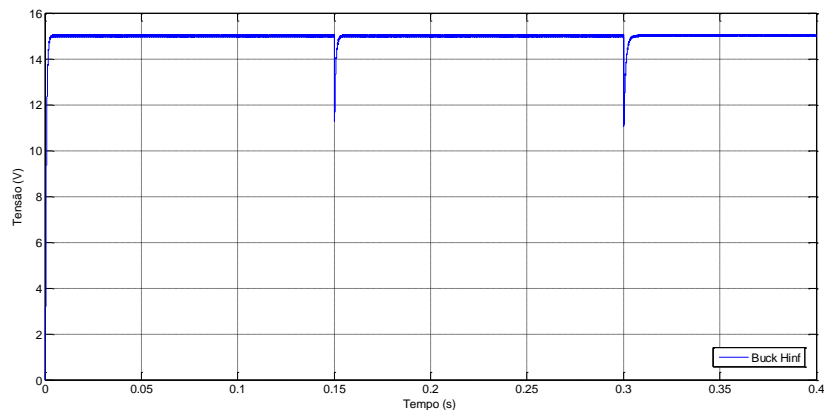


Figura 6.11 – Buck submetido a perturbações com H_∞ sem incertezas
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.12 permite analisar o desempenho transitório para o controlador H_∞ quando o primeiro degrau é aplicado ao conversor e mostra que neste instante a planta não apresentou sobressinal e retomou sua condição de equilíbrio em 5 milissegundos após ser perturbada.

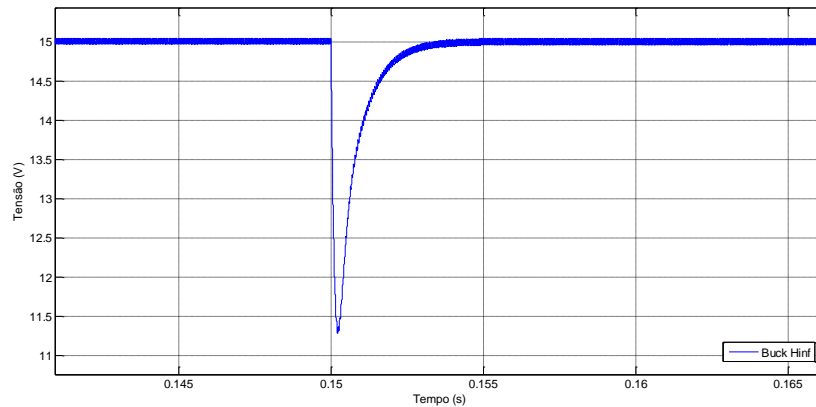


Figura 6.12 – Transitório do Buck em 0,15s a um degrau com H_{∞} sem incertezas
Fonte: Próprio Autor

A resposta transitória do sistema quando o segundo degrau ocorreu é observada na Figura 6.13, e assim como no primeiro degrau a planta não apresentou sobressinal, no entanto, demorou 6 milissegundos para retomar sua condição de operação em regime permanente.

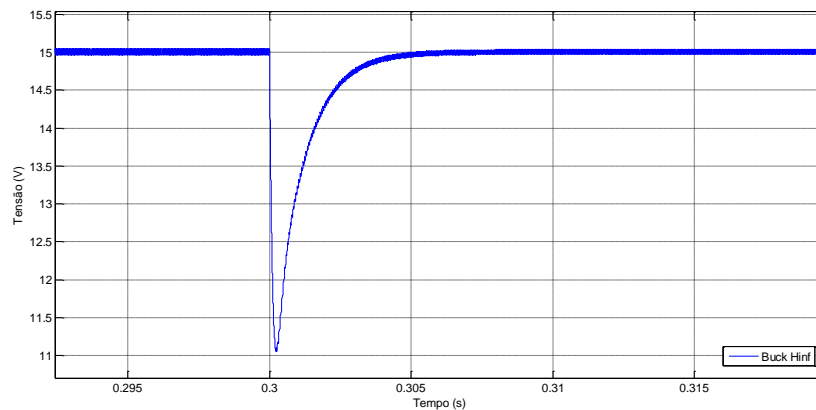


Figura 6.13 – Transitório do Buck em 0,30s a um degrau com H_{∞} sem incertezas
Fonte: Próprio Autor

O comportamento do conversor Buck quando a norma H_2 é empregada em sua compensação e as incertezas não são consideradas na síntese do controlador é observado na Figura 6.14, permitindo constatar que a planta obteve uma boa resposta para este caso, mantendo a tensão de saída em um valor tido como referência no projeto do compensador aplicado.

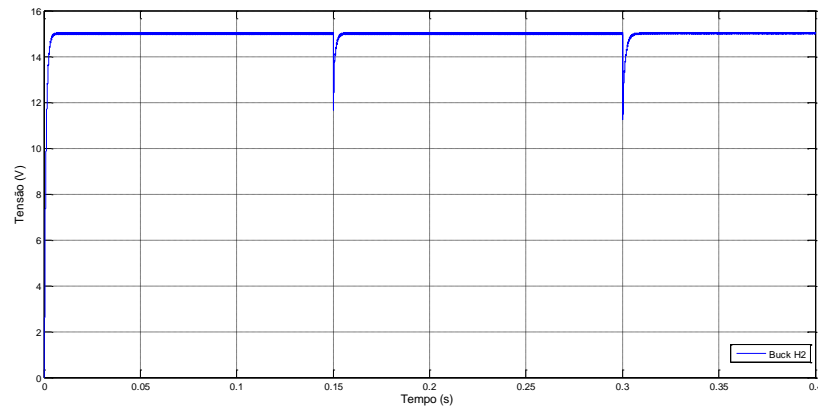


Figura 6.14 – Buck submetido a perturbações com H_2 sem incertezas
Fonte: Próprio Autor

Na Figura 6.15 é possível observar que o controlador H_2 não apresentou sobressinal no momento em que sofreu o primeiro degrau de perturbação e que neste mesmo ponto obteve um tempo de estabelecimento de 6 milissegundos.

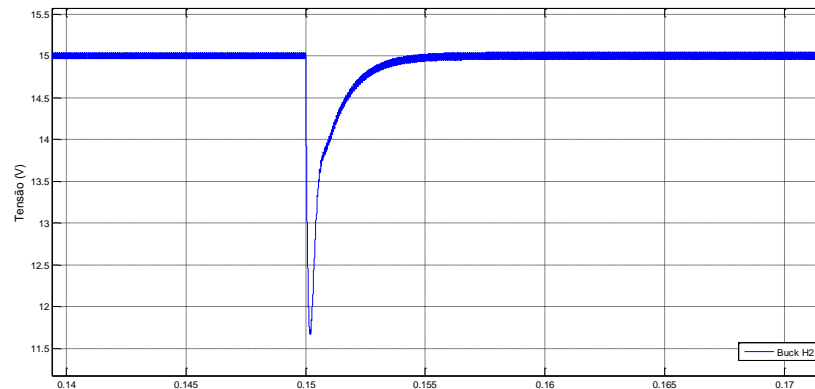


Figura 6.15 – Transitório do Buck em 0,15s a um degrau com H_2 sem incertezas
Fonte: Próprio Autor

Quando o sistema foi submetido ao segundo degrau como mostra a Figura 6.16, o controlador H_2 não apresentou sobressinal neste instante, no entanto, necessitou de 8 milissegundos para retomar sua operação em regime permanente após ser perturbado.

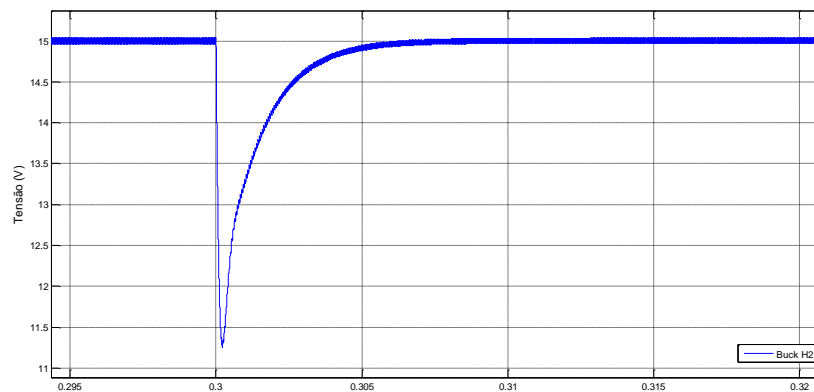


Figura 6.16 – Transitório do Buck em 0,30s a um degrau com H_2 sem incertezas
Fonte: Próprio Autor

As análises anteriores permitem confirmar que os controladores H_∞ e H_2 apresentaram um bom desempenho quando não consideraram as incertezas em suas sínteses, já que conseguiram manter a tensão de saída do conversor Buck em um valor fixo determinado em projeto. A Figura 6.17 mostra uma comparação entre os dois controladores para que possa ser observado qual deles obteve melhor desempenho no controle do conversor em questão.

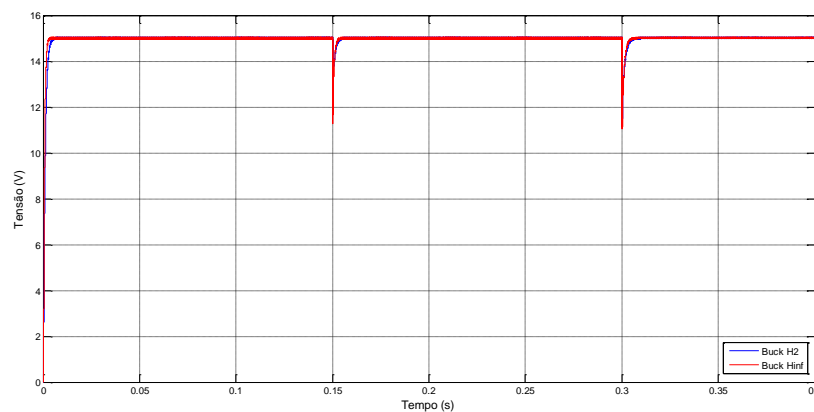


Figura 6.17 – Tensão de saída do Buck com H_∞ e com H_2 sem incertezas
Fonte: Próprio Autor

A análise da Figura 6.17 permite observar que os controladores apresentaram desempenhos parecidos. Na Figura 6.18 é visualizado o momento em que acontece o primeiro degrau de perturbação.

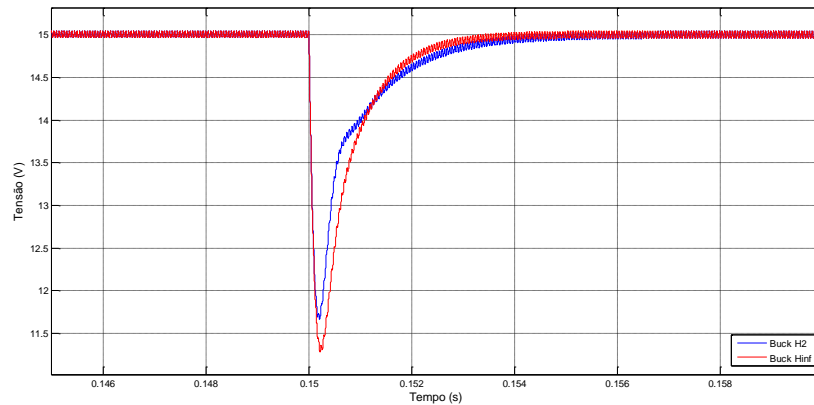


Figura 6.18 – Controladores H_{∞} e H_2 em 0,15s sem incertezas frente ao degrau
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.19 é uma aproximação da Figura 6.17 no instante em que o segundo degrau acontece e possibilita observar que os dois controladores não apresentaram sobressinal e que o compensador H_{∞} obteve um menor tempo de estabelecimento se comparado com o compensador H_2 .

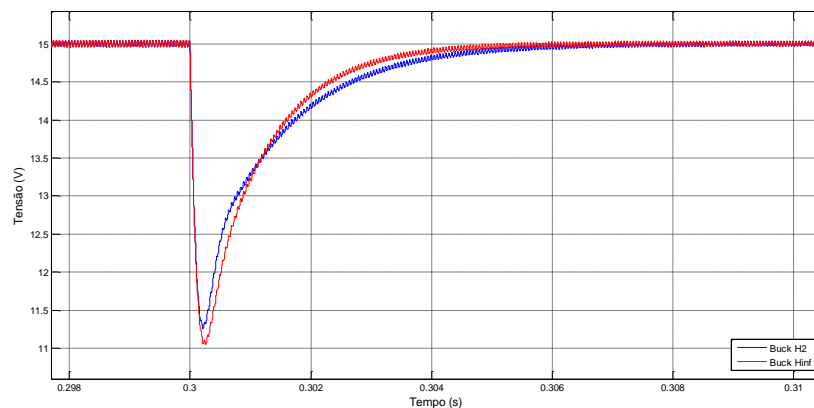


Figura 6.19 – Controladores H_{∞} e H_2 em 0,30s sem incertezas frente ao degrau
Fonte: Próprio Autor

Os próximos resultados exibidos se referem também ao desempenho dos controladores H_{∞} e H_2 , no entanto, ao contrário das simulações anteriores, as simulações que seguem contam com a inclusão das incertezas de tensão na entrada [23V 27V] e na carga [7,5Ω 22,5Ω] na síntese de tais controladores.

O controlador H_∞ quando considerou as incertezas na carga e na tensão de entrada do conversor Buck apresentou um resultado semelhante de quando não considerou tais incertezas em seu projeto, e manteve a tensão média de saída do conversor em um valor fixo determinado em projeto como pode ser observado na Figura 6.20.

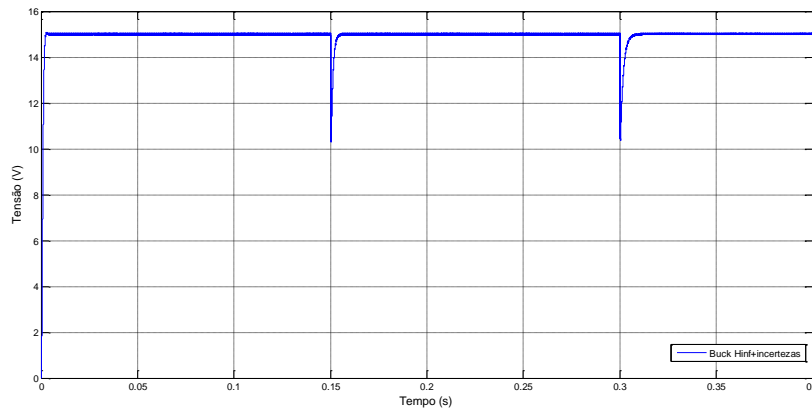


Figura 6.20 – Buck submetido a perturbações com H_∞ incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.21 permite analisar o comportamento transitório do sistema quando o primeiro degrau é aplicado. O tempo de estabelecimento para este caso foi de 7 milissegundos sendo que a planta não apresentou sobressinal.

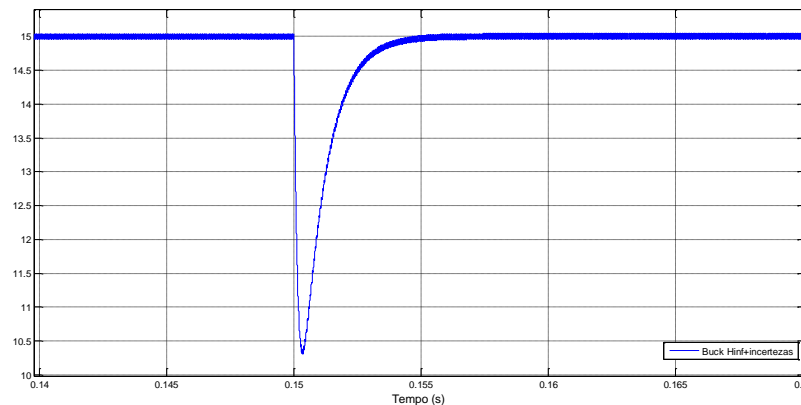


Figura 6.21 – Transitório do Buck em 0,15s com H_∞ incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

Quando o segundo degrau de perturbação foi aplicado, o sistema retornou para seu estado de operação em regime permanente após 10 milissegundos como mostra a Figura 6.22 e não apresentou máximo de sobressinal.

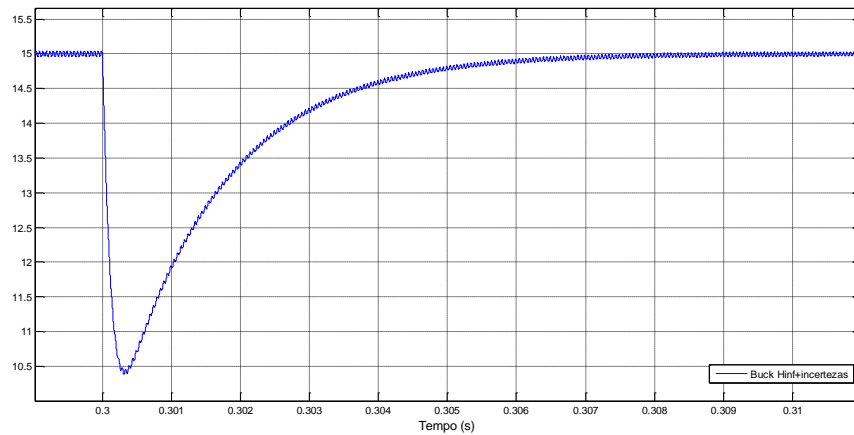


Figura 6.22 – Transitório do Buck em 0,30s com H_{∞} incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.23 mostra o resultado para a simulação do conversor Buck quando o controle H_2 é utilizado e emprega as incertezas em sua síntese, apresentando resultados satisfatórios, já que a tensão de saída foi mantida em um valor determinado em projeto.

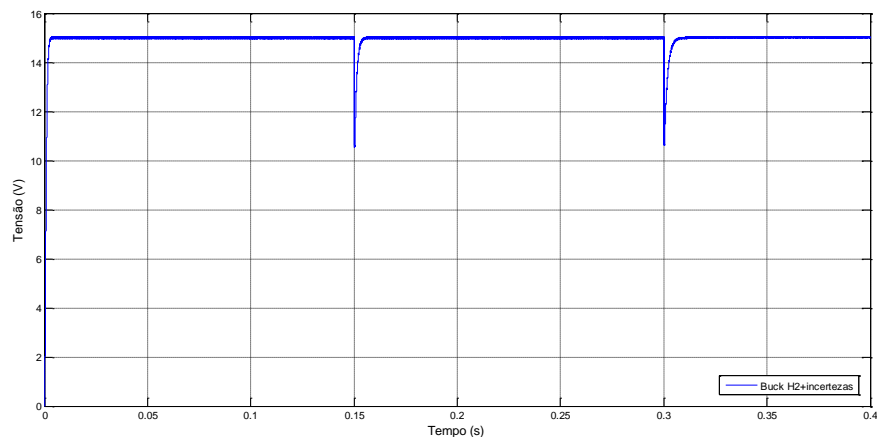


Figura 6.23 – Buck submetido a perturbações com H_2 incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

Quando o primeiro degrau foi aplicado ao sistema como pode ser observado na Figura 6.24, não houve sobressinal e o tempo de estabelecimento foi de 7 milissegundos.

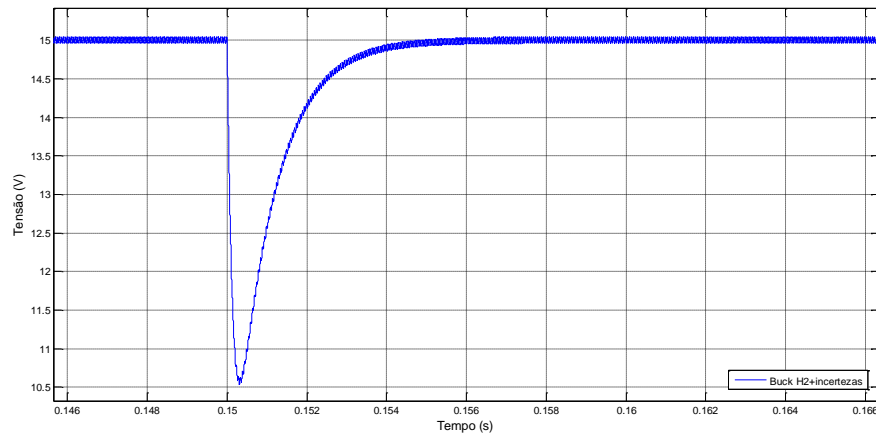


Figura 6.24 - Transitório do Buck em 0,15s com H₂ incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.25 é uma aproximação da Figura 6.23 e mostra o comportamento do sistema quando o segundo degrau é aplicado. Observa-se nesta figura que não houve sobressinal e que o tempo de estabelecimento foi de 10 milissegundos.

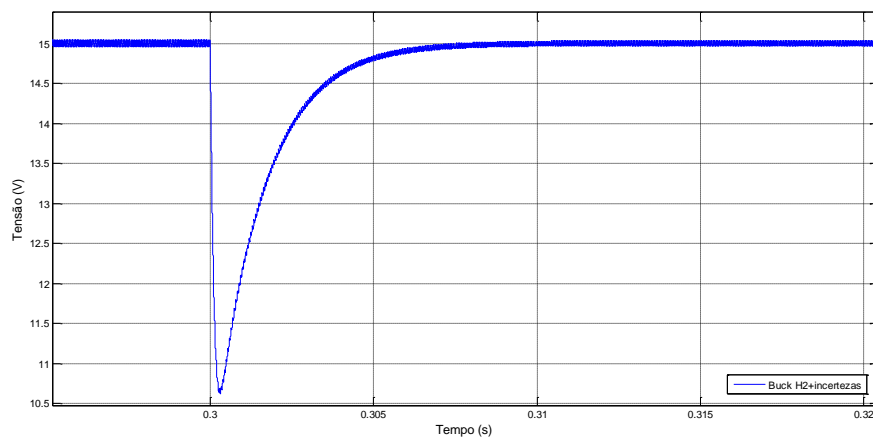


Figura 6.25 – Transitório do Buck em 0,30s com H₂ incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.26 apresenta uma comparação entre os controladores H_∞ e H_2 quando consideram as incertezas a que o conversor foi submetido em suas sínteses.

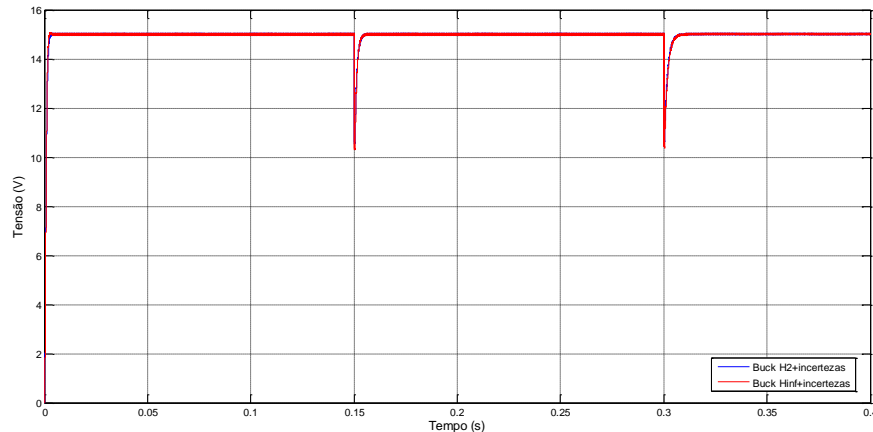


Figura 6.26 – Tensão de saída do Buck com H_∞ e com H_2 incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

Analisando a Figura 6.26, observa-se que os controladores apresentaram comportamentos semelhantes e conseguiram controlar o conversor em questão de forma satisfatória.

A Figura 6.27 é uma aproximação da Figura 6.26 e mostra o comportamento do sistema perante a aplicação do primeiro degrau.

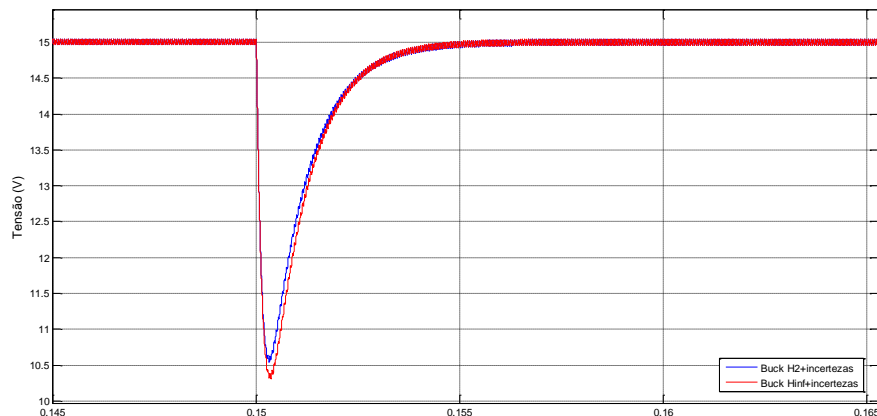


Figura 6.27 – Controladores H_∞ e H_2 em 0,15s incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

Observa-se na Figura 6.27 que os compensadores H_2 e H_∞ quando consideram as incertezas em seus projetos apresentam tempos de estabelecimento iguais quando o primeiro degrau é aplicado.

A Figura 6.28 mostra que na aplicação do segundo degrau os controladores H_2 e H_∞ novamente apresentaram tempos de estabelecimento iguais quando ambos consideraram as incertezas em seus projetos.

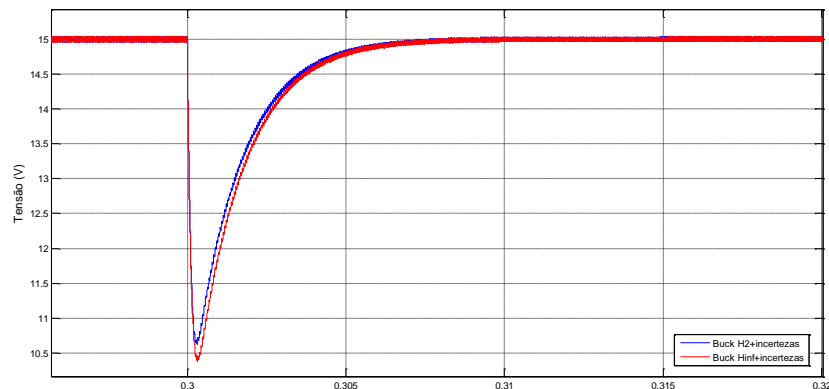


Figura 6.28 – Controladores H_∞ e H_2 em 0,30s incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

6.1.3 Resultados Gerais para o Conversor Buck

Para finalizar as discussões sobre os controladores aplicados ao conversor Buck, uma comparação entre seus desempenhos é realizada.

Em um primeiro instante os controladores PID e PI são comparados com os controladores H_∞ e H_2 quando estes não consideram as incertezas em suas sínteses. A Figura 6.29 mostra o momento em que o primeiro degrau é aplicado ao sistema e possibilita constatar que os controladores modernos apresentaram resultados mais satisfatórios se comparados aos controladores clássicos quando o quesito analisado foi o máximo de sobressinal. No entanto, quando foi analisado o tempo de estabelecimento, os controladores modernos apresentaram desempenho inferior aos controladores clássicos.

A Figura 6.30 mostra a comparação entre os controladores no momento em que é aplicado o segundo degrau, e permite observar que os controladores modernos quando não consideraram as incertezas em seus projetos não ofereceram sobressinal ao sistema, mostrando vantagem com relação a esse critério de análise se comparados com os controlador clássicos. No entanto quando o critério analisado é o tempo de estabelecimento o cenário se inverte e os controladores clássicos apresentam melhores resultados em comparação com os controladores modernos.

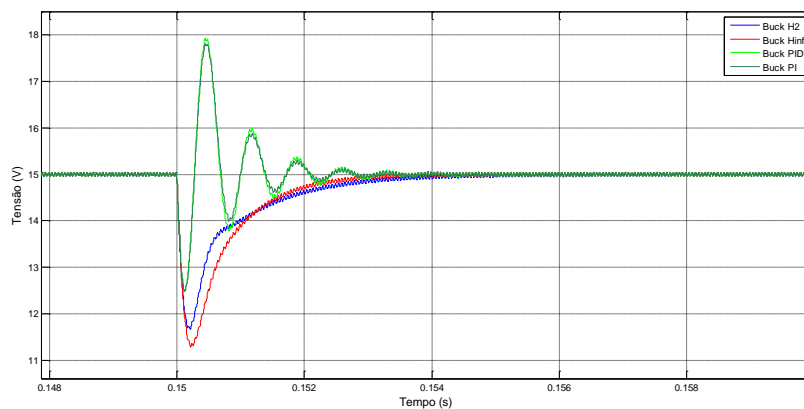


Figura 6.29 – Controladores clássicos e modernos sem incertezas em 0,15s
Fonte: Próprio Autor

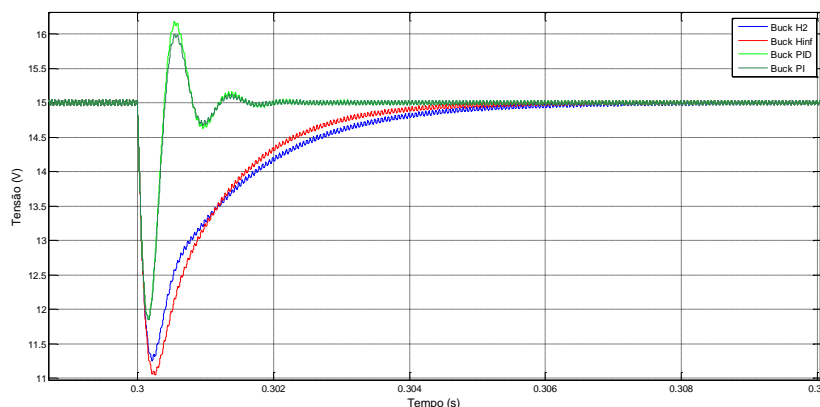


Figura 6.30 – Controladores clássicos e modernos sem incertezas em 0,30s
Fonte: Próprio Autor

Em um segundo momento os controladores PID e PI são comparados com os controladores H_∞ e H_2 quando estes consideram as incertezas em suas sínteses. A

Figura 6.31 mostra o momento em que o primeiro degrau é aplicado ao sistema e possibilita observar que os controladores modernos assim como no caso em que não consideram as incertezas apresentaram resultados mais satisfatórios que os controladores clássicos quando o critério de análise foi o máximo de sobressinal. No entanto, quando foi analisado o tempo de estabelecimento, os controladores clássicos se saíram melhores que os controladores modernos.

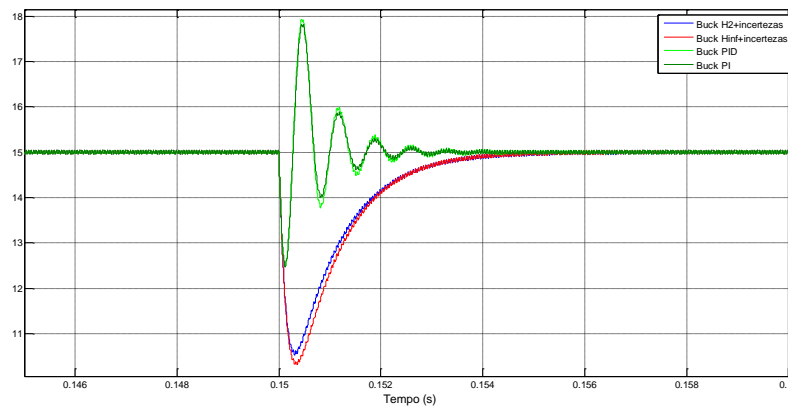


Figura 6.31 – Controladores clássicos e modernos incluindo incertezas em 0,15s
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.32 mostra a comparação entre os controladores no momento em que é aplicado o segundo degrau.

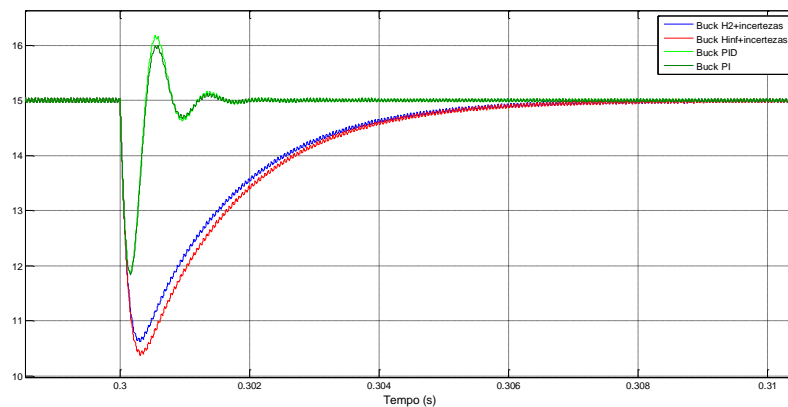


Figura 6.32 – Controladores clássicos e modernos incluindo incertezas em 0,30s
Fonte: Próprio Autor

Observando a Figura 6.32, é possível observar que o comportamento da Figura 6.30 se repete e quando o critério analisado é o tempo de estabelecimento os controladores clássicos apresentaram melhores resultados em comparação com os controladores modernos. No entanto, quando o critério analisado foi o máximo de sobressinal, os controladores modernos se mostraram mais eficientes do que os controladores clássicos.

A Tabela 6.2 resume as simulações realizadas com o conversor Buck e complementa a análise comparativa feita entre os controladores clássicos e modernos.

Tabela 6.2 – Comparação entre os controladores aplicados ao Buck

CONTROLADOR	SOBRESSINAL 1	ESTABELECIMENTO 1	SOBRESSINAL 2	ESTABELECIMENTO 2
PID	20,0%	5,0 ms	8,0%	2,5 ms
PI	18,6%	4,5 ms	6,7%	3,0 ms
H_∞	0	5,0 ms	0	6,0 ms
H₂	0	6,0 ms	0	8,0 ms
H_∞+Incertezas	0	7,0 ms	0	10,0 ms
H₂+Incertezas	0	7,0 ms	0	10,0 ms

Fonte: Próprio autor

6.2 RESULTADOS PARA O CONVERSOR BOOST

A Tabela 6.3 mostra os valores dos parâmetros utilizados nas simulações tanto para os controladores clássicos quanto para os modernos quando são aplicados ao conversor Boost. O desempenho da planta do conversor em malha aberta é mostrado na Figura 6.33 onde é possível observar que quando o mesmo atua sem nenhuma ação de controle e experimenta perturbações não consideradas em seu projeto não consegue retornar uma resposta satisfatória.

Tabela 6.3 – Parâmetros de simulação para o conversor Boost

TEMPO (s)	CARGA	TENSÃO DE ENTRADA
0 – 0,15	250,0 (Ω)	25 (V)
0,15 – 0,30	125,0 (Ω)	27 (V)
0,30 – 0,40	83,33 (Ω)	23 (V)

Fonte: Próprio autor

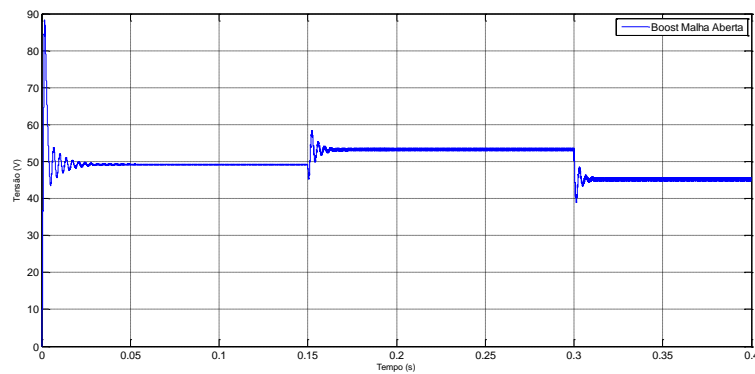


Figura 6.33 – Boost submetido a perturbações operando em malha aberta
Fonte: Próprio Autor

6.2.1 Resultados para o Controle Clássico

A Figura 6.34 mostra o resultado da simulação de quando é aplicado ao conversor Boost um controlador do tipo PID.

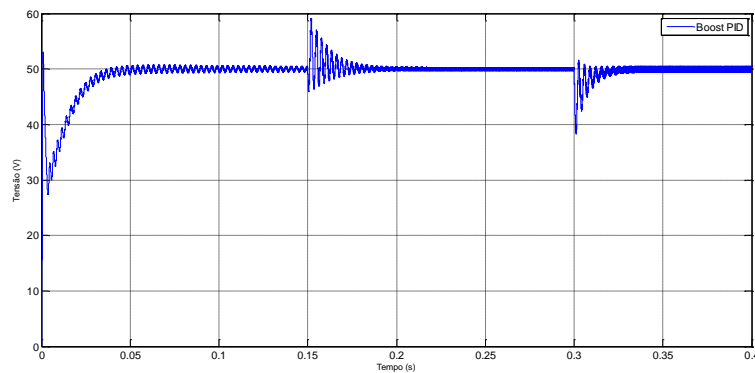


Figura 6.34 – Boost submetido a perturbações operando com PID
Fonte: Próprio Autor

Analisando a Figura 6.34 é possível observar que a tensão de saída do conversor em questão permaneceu em seu valor pré-determinado em projeto.

A Figura 6.35 apresenta o comportamento transitório do sistema quando o primeiro degrau é aplicado. Observa-se neste instante que o controlador apresentou 18,2% de sobressinal e demorou 45 milissegundos para levar a planta de uma situação transitória para uma situação de regime permanente.

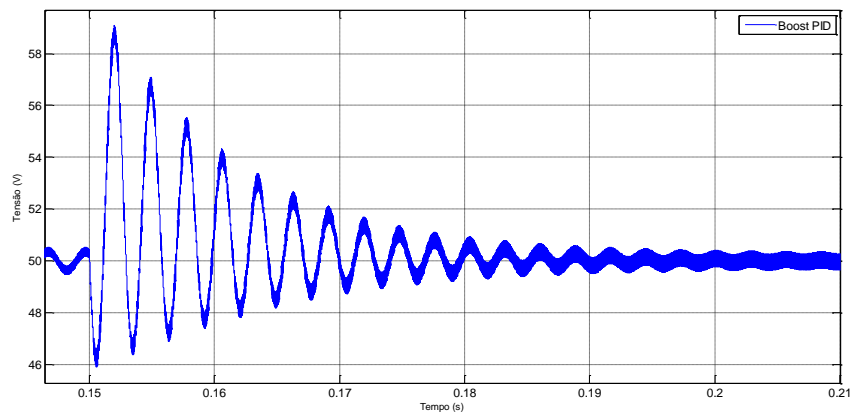


Figura 6.35 – Transitório do Boost a um degrau em 0,15s operando com PID
Fonte: Próprio Autor

Quando o segundo degrau é aplicado à planta, percebe-se na Figura 6.36 um tempo de estabelecimento de 30 milissegundos e um máximo de sobressinal de 3%.

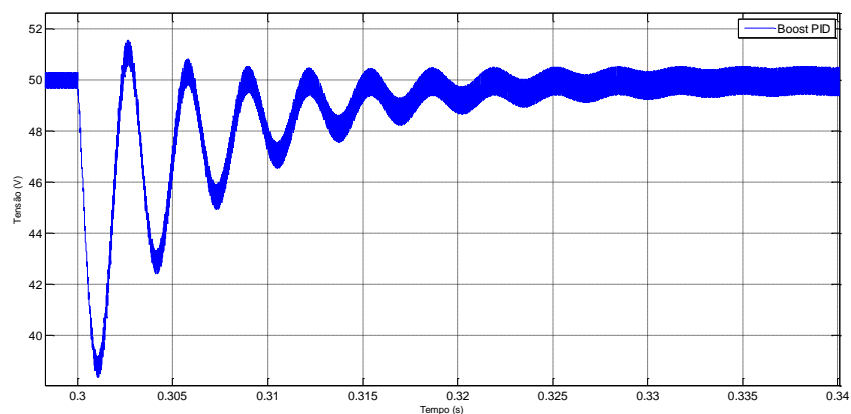


Figura 6.36 – Transitório do Boost a um degrau em 0,30s operando com PID
Fonte: Próprio Autor

Após a análise do comportamento do sistema quando submetido ao controlador PID, em um segundo momento o controlador PI foi projetado.

A Figura 6.37 mostra o resultado da simulação do conversor com relação a sua tensão de saída e permite observar que o controlador PI proporcionou um bom resultado, mantendo a grandeza em discussão no valor estabelecido em projeto.

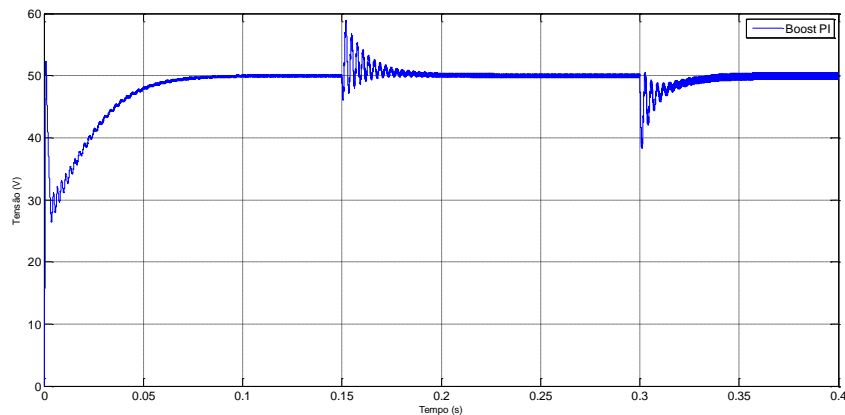


Figura 6.37 – Boost submetido a perturbações operando com PI
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.38 apresenta o comportamento transitório do sistema quando ocorre o primeiro degrau e possibilita observar que o controlador PI demorou 50 milissegundos para levar a planta de volta ao estado permanente de operação oferecendo 17,4% de sobressinal neste momento.

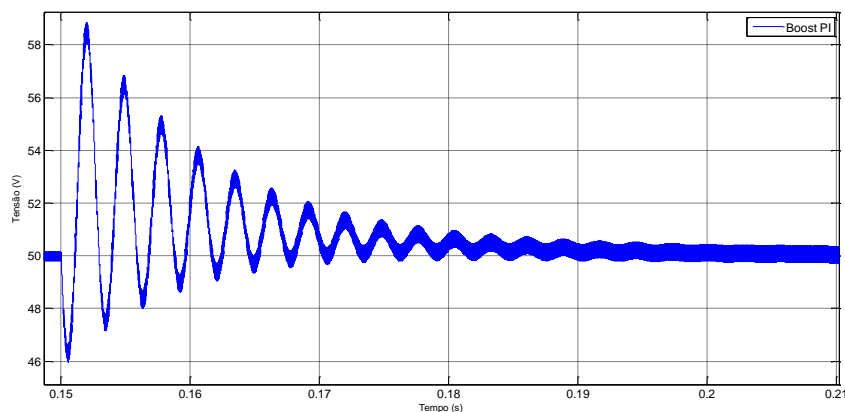


Figura 6.38 – Transitório do Boost a um degrau em 0,15s operando com PI
Fonte: Próprio Autor

Na Figura 6.39 é observado o momento em que o segundo degrau é aplicado e mostra que a planta demorou 3 milissegundos para retomar a condição de operação em regime permanente e apresentou para este ponto 6,7% de sobressinal.

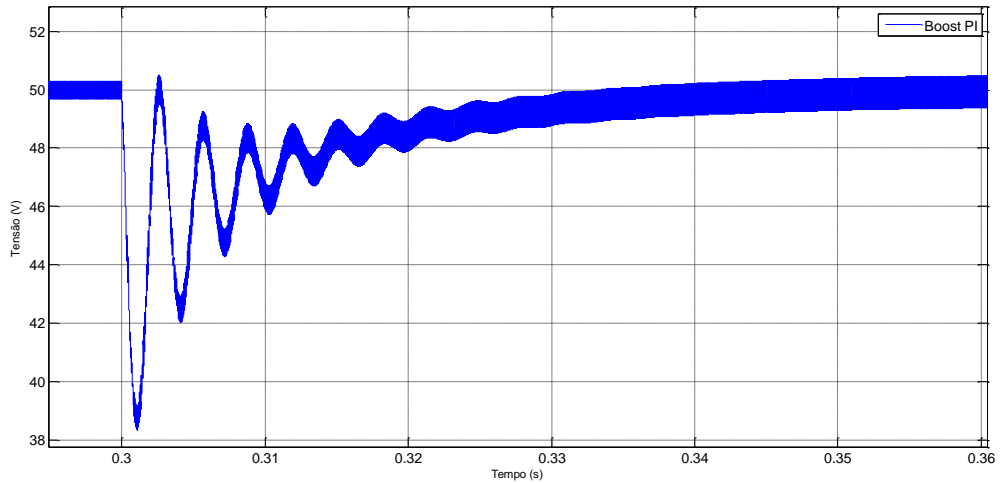


Figura 6.39 – Transitório do Boost a um degrau em 0,30s operando com PI
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.40 apresenta o desempenho dos controladores PID e PI para que uma comparação possa ser realizada.

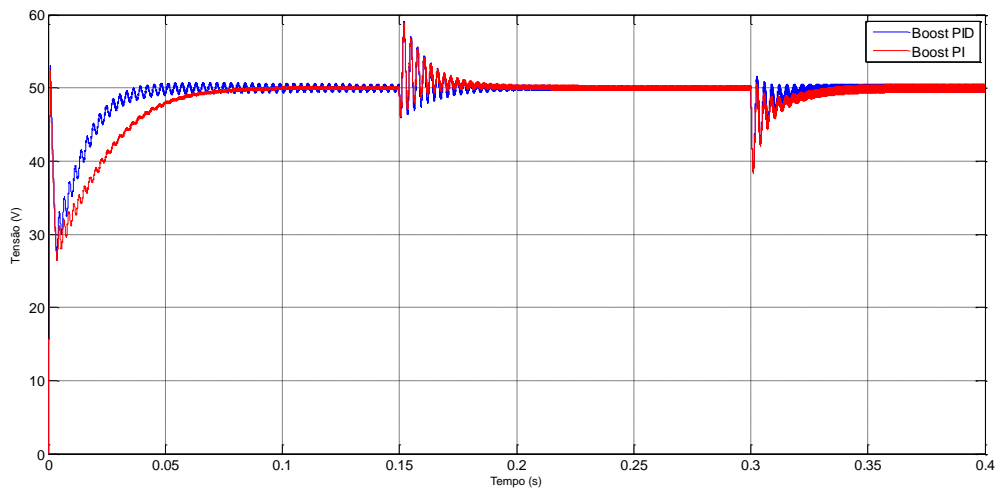


Figura 6.40 – Tensão de saída do Boost operando com PID e com PI
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.41 permite observar que os controladores apresentaram desempenho parecidos, no entanto uma aproximação no momento em que o primeiro degrau acontece permite observar que o controlador PI ofereceu menores oscilações ao sistema se comparado com o controlador PID e apresentou um menor valor para o sobressinal, de forma que, o tempo de acomodação para este momento foi igual para ambos os controladores.

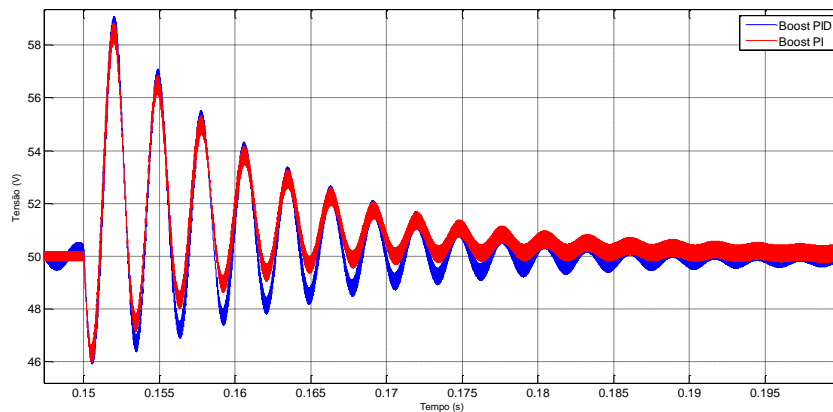


Figura 6.41 – Comparação do PID e PI com degrau em 0,15s
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.42 mostra o instante em que o segundo degrau acontece e possibilita observar que o controlador PI apresentou menor sobressinal que o controlador PID, no entanto, seu tempo de estabelecimento foi maior.

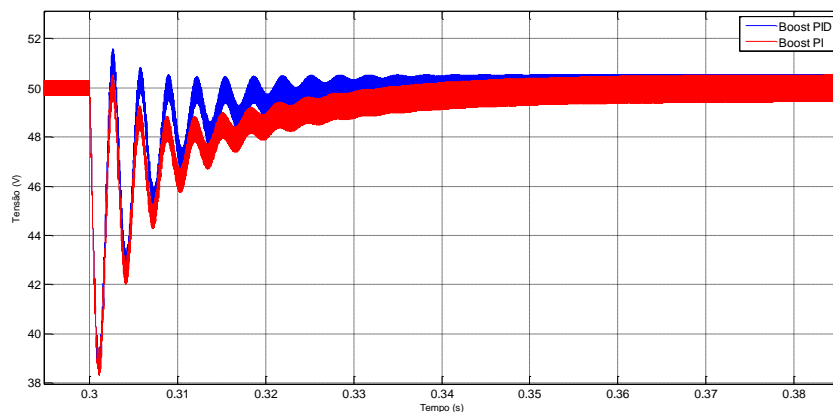


Figura 6.42 – Comparação do PID e PI com degrau em 0,30s
Fonte: Próprio Autor

6.2.2 Resultados para o Controle Moderno

Na Figura 6.43 é mostrado o resultado da simulação do conversor Boost quando submetido ao controlador H_∞ sem que as incertezas sejam incluídas em sua síntese e possibilita observar que a planta obteve uma boa resposta.

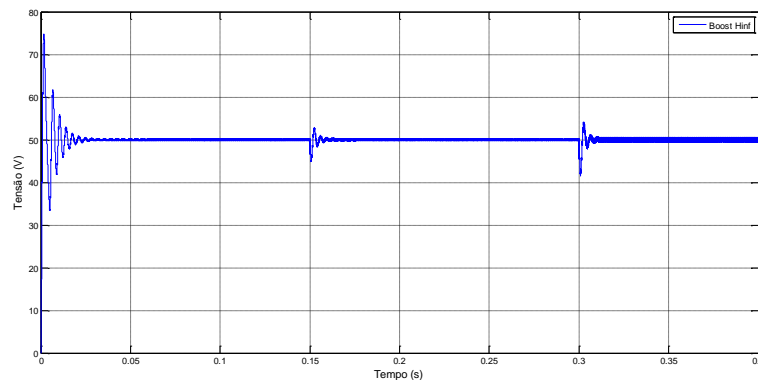


Figura 6.43 – Boost submetido a perturbações com H_∞ sem incertezas
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.44 permite analisar o desempenho transitório para o controlador H_∞ quando o primeiro degrau é aplicado ao conversor e mostra que neste instante a planta apresentou sobressinal de 5,6% e retomou sua condição de equilíbrio em 14 milissegundos após ser perturbada.

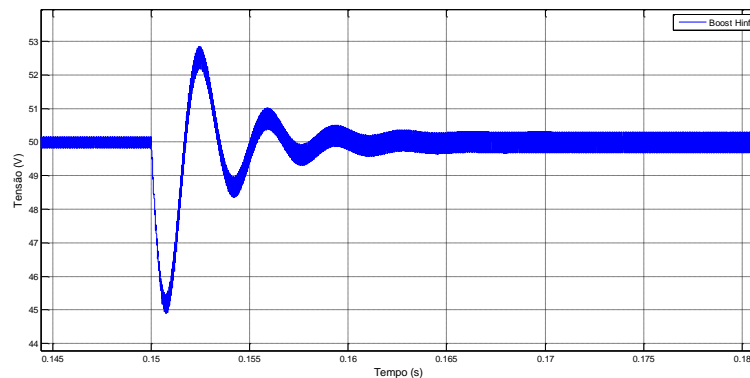


Figura 6.44 – Transitório do Boost em 0,15s com H_∞ sem incertezas
Fonte: Próprio Autor

A resposta transitória do sistema quando o segundo degrau ocorreu é mostrada na Figura 6.45 e possibilita observar que a planta demorou 13 milissegundos para retomar sua condição de operação em regime permanente e teve sobressinal de 8,4% neste ponto.

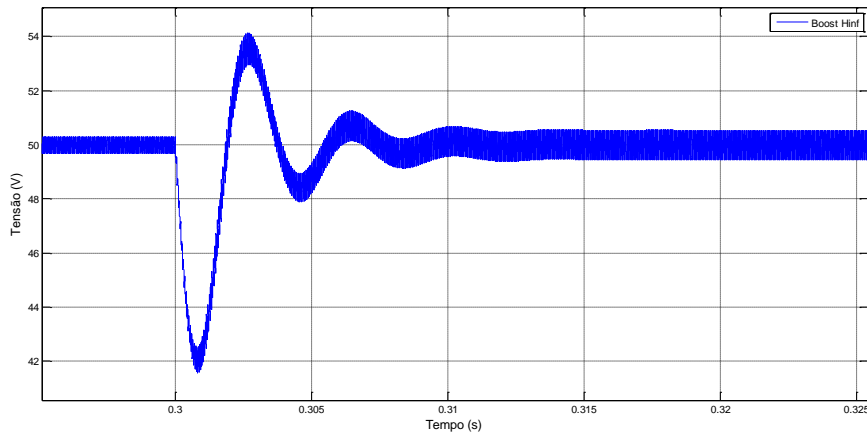


Figura 6.45 – Transitório do Boost em 0,30s com H_{∞} sem incertezas
Fonte: Próprio Autor

O comportamento do conversor Boost quando a norma H_2 é empregada em sua compensação e as incertezas não são consideradas na síntese do controlador é mostrado na Figura 6.46

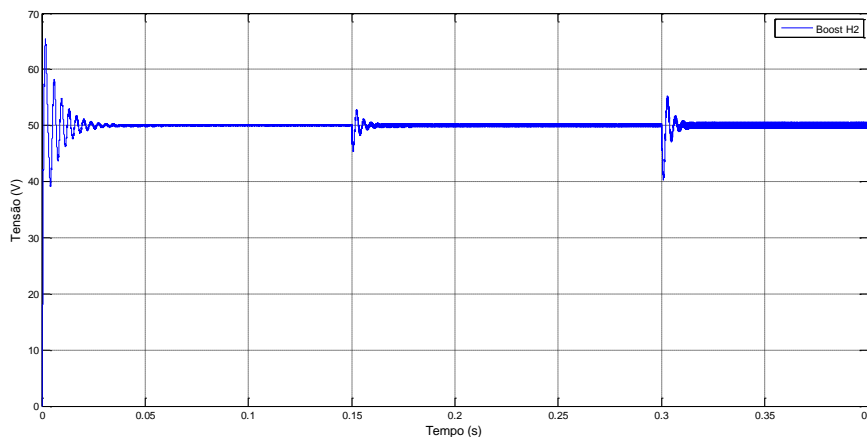


Figura 6.46 – Boost submetido a perturbações com H_2 sem incertezas
Fonte: Próprio Autor

A análise da Figura 6.46 permite observar que a planta obteve uma boa resposta para este caso, mantendo a tensão de saída em um valor tido como referência no projeto do compensador aplicado.

A Figura 6.47 permite observar que o controlador H_2 apresentou 5,2% de sobressinal no momento em que sofreu o primeiro degrau de perturbação e neste mesmo ponto obteve um tempo de estabelecimento de 18 milissegundos.

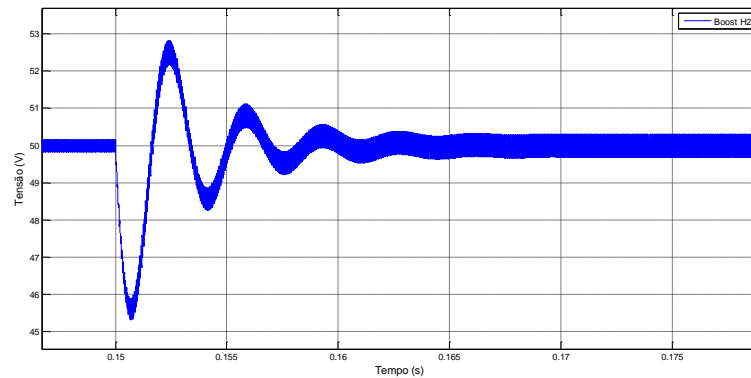


Figura 6.47 – Transitório do Boost em 0,15s com H_2 sem incertezas
Fonte: Próprio Autor

Quando o sistema foi submetido ao segundo degrau, como mostra a Figura 6.48, o controlador H_2 apresentou sobressinal de 10,6% e neste instante necessitou de 16 milissegundos para retomar sua operação em regime permanente após ser perturbado.

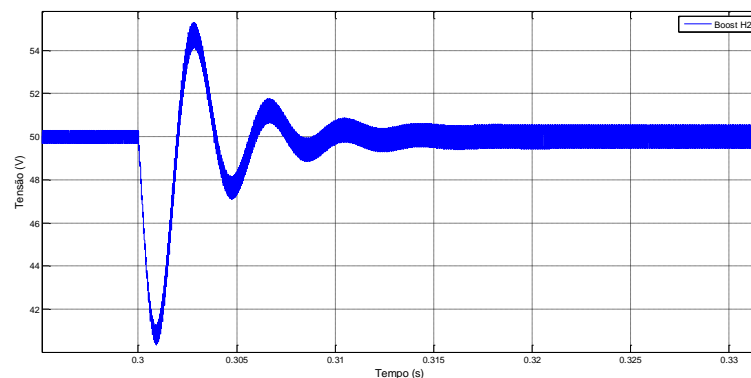


Figura 6.48 – Transitório do Boost em 0,30s com H_2 sem incertezas
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.49 mostra uma comparação entre os controladores H_∞ e H_2 quando não consideram as incertezas em seus projetos.

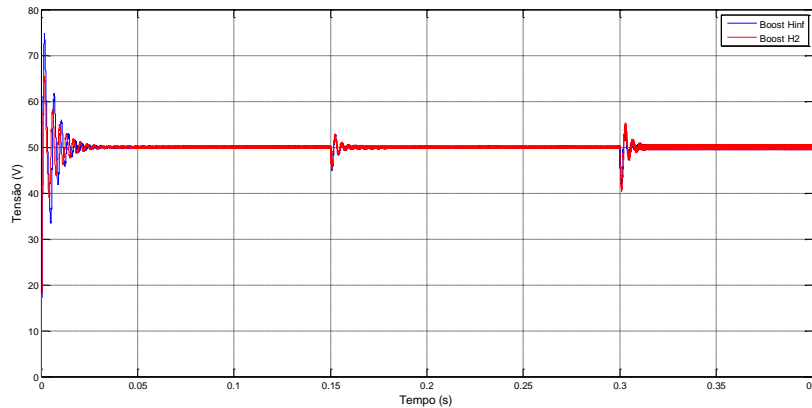


Figura 6.49 – Tensão de saída do Boost com H_∞ e com H_2 sem incertezas
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.50 mostra que os controladores apresentaram desempenho parecidos, no entanto uma aproximação no momento em que o primeiro degrau é aplicado permite observar que o controlador H_2 obteve um melhor desempenho transitório com relação ao máximo de sobressinal se comparado ao controlador H_∞ , apresentando um menor valor para esta grandeza. Com relação ao tempo de estabelecimento, o controlador H_∞ apresentou melhores resultados em comparação com o controlador H_2 .

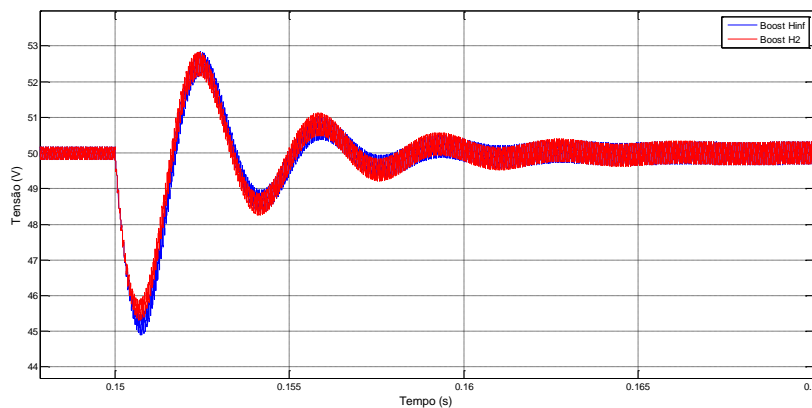


Figura 6.50 – Controladores H_∞ e H_2 sem incertezas em 0,15s
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.51 mostra o instante em que o segundo degrau acontece, e possibilita observar que o compensador H_2 obteve um desempenho inferior se comparado com o controlador H_∞ , pois apresentou maiores tempo de estabelecimento e sobressinal.

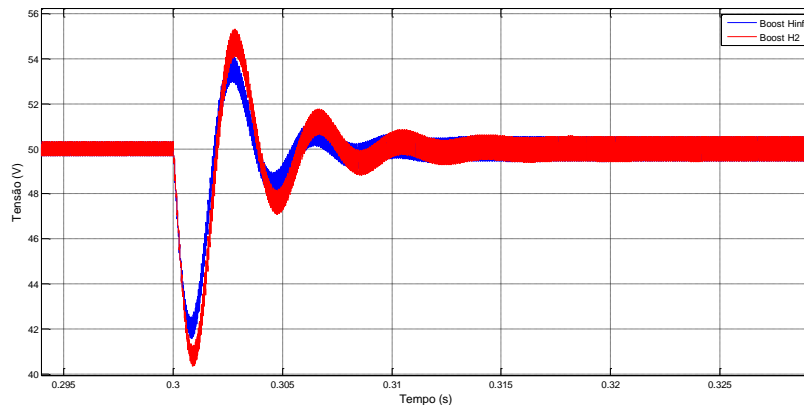


Figura 6.51 – Controladores H_∞ e H_2 sem incertezas em 0,30s
Fonte: Próprio Autor

O controlador H_∞ quando projetado considerando as incertezas na carga e na tensão de entrada do conversor apresentou um resultado semelhante de quando não considerou tais incertezas em seu projeto, e manteve a tensão de saída do conversor em um valor fixo determinado em projeto como pode ser observado na Figura 6.52.

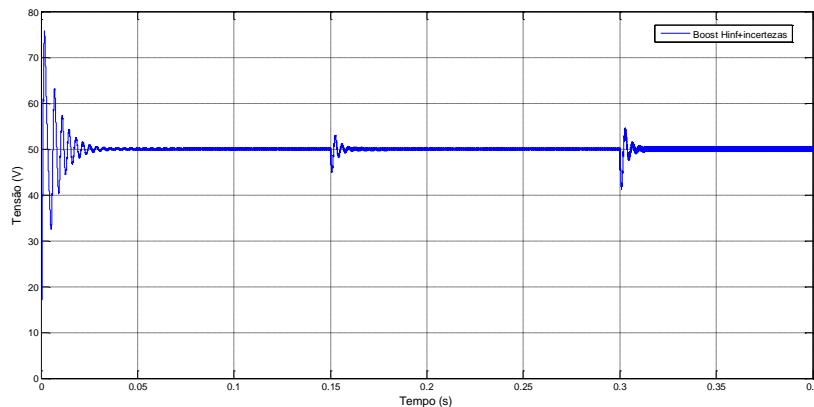


Figura 6.52 – Boost submetido a perturbações com H_∞ incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.53 permite analisar o comportamento transitório do sistema quando o primeiro degrau é aplicado. O tempo de estabelecimento para este caso foi de 20 milissegundos e o sobressinal para o mesmo ponto foi de 6%.

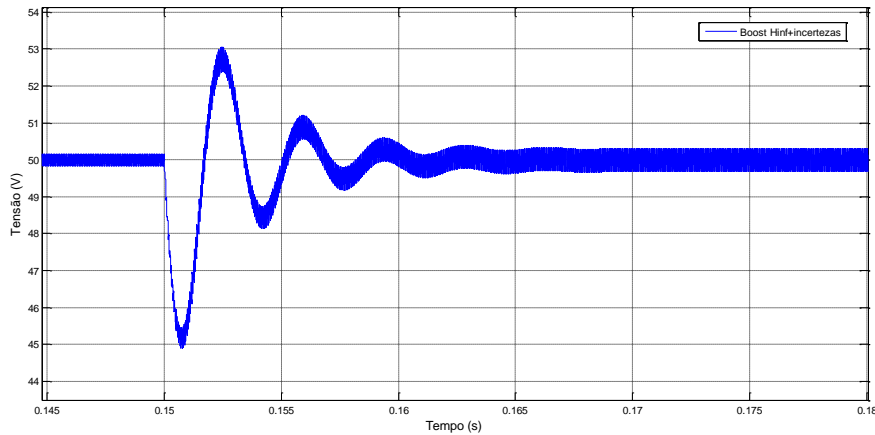


Figura 6.53 – Transitório do Boost em 0,15s com H_{∞} incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

Quando o segundo degrau de perturbação foi aplicado, o sistema retornou para seu estado de operação em regime permanente em 16 milissegundos como mostra a Figura 6.54, e apresentou máximo de sobressinal de 9,6%.

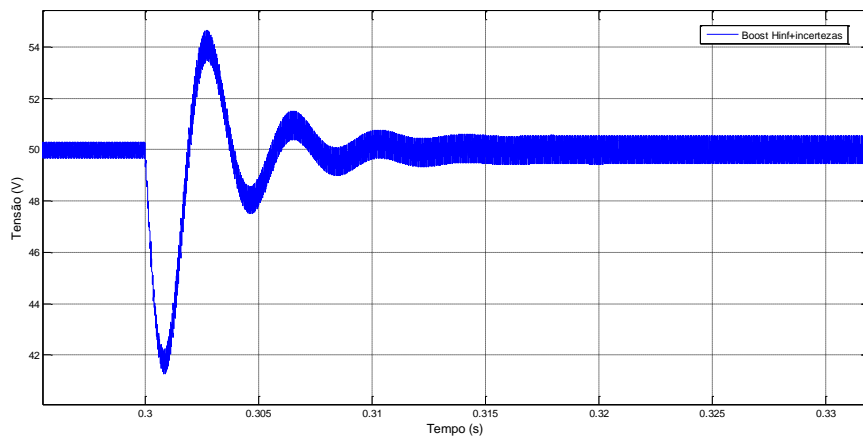


Figura 6.54 – Transitório do Boost em 0,30s com H_{∞} incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.55 mostra o resultado para a simulação do conversor Boost quando o controle H_2 é utilizado e emprega as incertezas em sua síntese, apresentando resultados satisfatórios, já que sua tensão de saída foi mantida em um valor determinado em projeto.

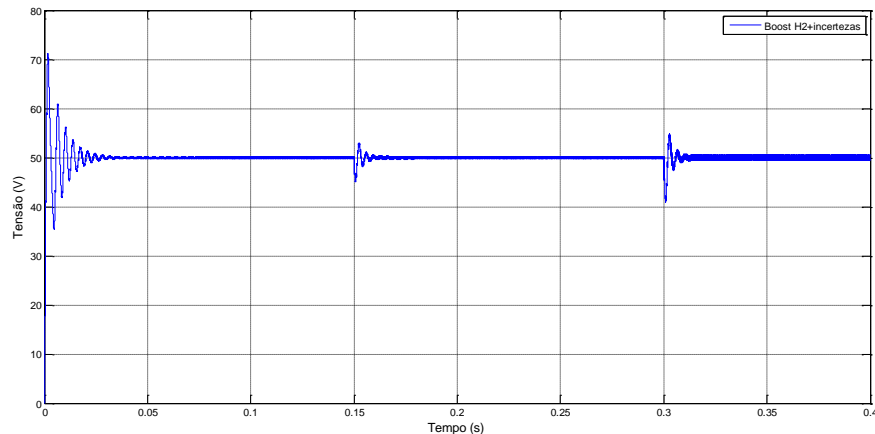


Figura 6.55 – Boost submetido a perturbações com H_2 incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

Quando o primeiro degrau foi aplicado ao sistema, como observado na Figura 6.56, a planta apresentou 5,9% de sobressinal e um tempo de estabelecimento de 18 milissegundos.

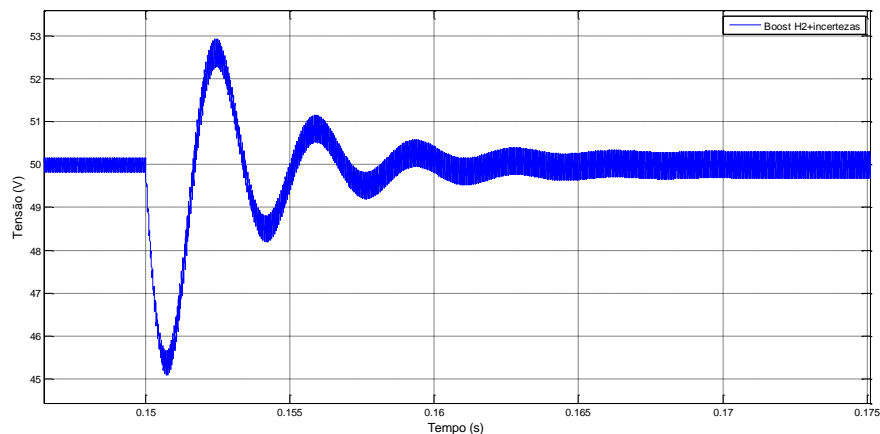


Figura 6.56 - Transiente do Boost em 0,15s com H_2 incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.57 mostra o comportamento do sistema quando o segundo degrau é aplicado. O tempo de estabelecimento observado foi de 14 milissegundos e o sobressinal foi de 10%.

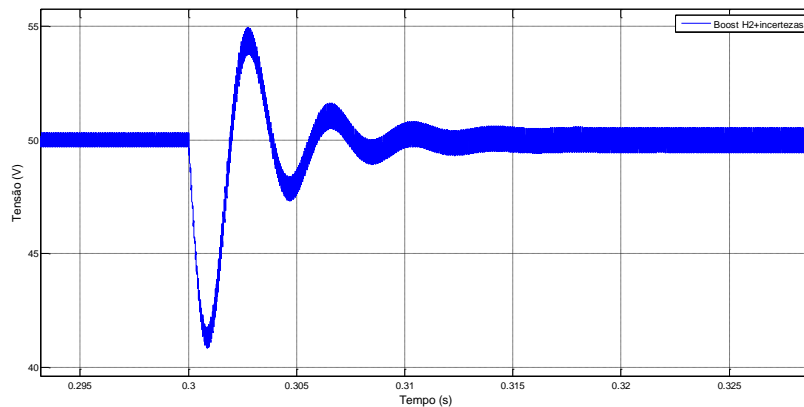


Figura 6.57 – Transiente do Boost em 0,30s com H_2 incluindo incertezas
Fonte: Próprio Autor

6.2.3 Resultados Gerais para o Conversor Boost

Para finalizar as discussões sobre os controladores aplicados ao conversor Boost, uma comparação entre seus desempenhos é realizada.

A Figura 6.58 mostra o momento em que o primeiro degrau é aplicado ao sistema e possibilita afirmar que os controladores modernos apresentaram resultados mais satisfatórios se comparados com os controladores clássicos, pois ofereceram menores valores tanto de sobressinal quanto de tempos de estabelecimento ao sistema.

A Figura 6.59 mostra a comparação entre os controladores no momento em que é aplicado o segundo degrau, e permite observar que os controladores modernos ofereceram sobressinal maior do que os controladores clássicos ao sistema. No entanto, quando o critério analisado foi o tempo de estabelecimento, o cenário se inverteu e os controladores modernos apresentam melhores resultados em comparação com os controladores clássicos.

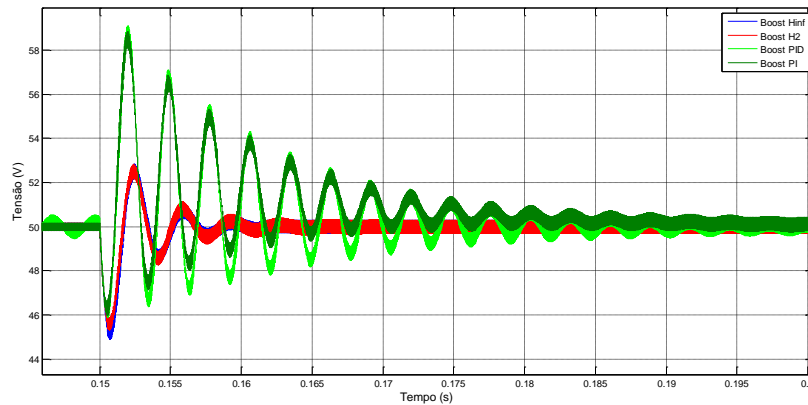


Figura 6.58 – Controladores clássicos e modernos sem incertezas em 0,15s
Fonte: Próprio Autor

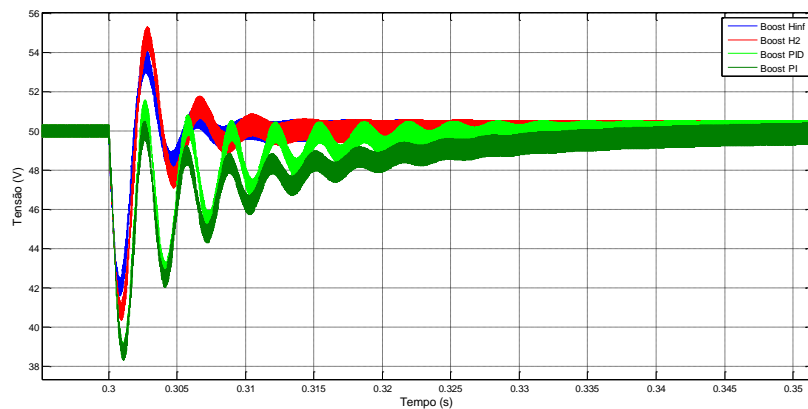


Figura 6.59 – Controladores clássicos e modernos sem incertezas em 0,30s
Fonte: Próprio Autor

Nesta etapa os controladores PID e PI são comparados com os controladores H_{∞} e H_2 quando estes consideram as incertezas do sistema em suas sínteses ($[23V \ 27V]$, $[83,33\Omega \ 250\Omega]$). A Figura 6.60 mostra o momento em que o primeiro degrau é aplicado ao sistema e possibilita observar que os controladores modernos, assim como no caso em que não consideram as incertezas apresentaram resultados mais satisfatórios que os controladores clássicos, pois ofereceram menores valores de sobressinal e de tempos de estabelecimento ao sistema.

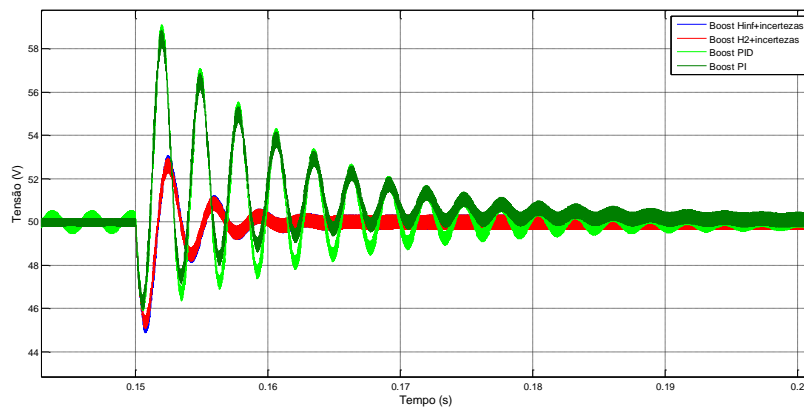


Figura 6.60 – Controladores clássicos e modernos incluindo incertezas em 0,15s
Fonte: Próprio Autor

A Figura 6.61 mostra a comparação entre os controladores no momento em que é aplicado o segundo degrau e permite observar que o comportamento da Figura 6.59 se repete, e quando o critério analisado é o tempo de estabelecimento os controladores modernos apresentaram tempos menores de estabelecimento, porém, com maiores valores de sobressinal em comparação com os controladores clássicos.

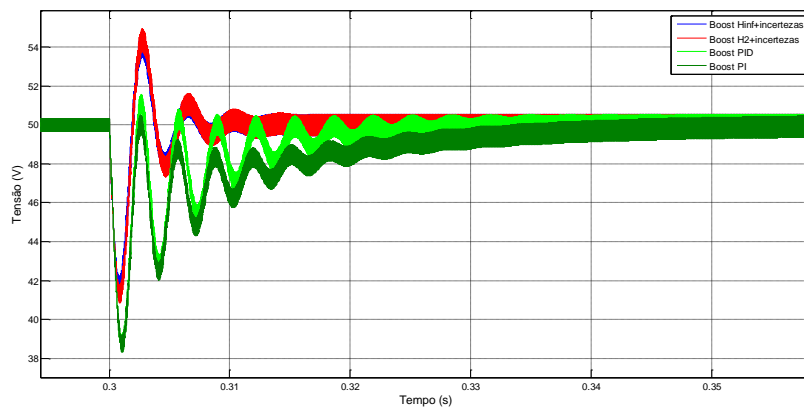


Figura 6.61 – Controladores clássicos e modernos incluindo incertezas em 0,30s
Fonte: Próprio Autor

A Tabela 6.4 resume as simulações realizadas com conversor Boost e complementa a análise comparativa feita entre os controladores clássicos (PID e PI) e modernos (H_{∞} e H_2).

Tabela 6.4 – Comparação entre os controladores aplicados ao Boost

CONTROLADOR	SOBRESSINAL 1	ESTABELECIMENTO 1	SOBRESSINAL 2	ESTABELECIMENTO 2
PID	18,2%	50 ms	3,0%	30 ms
PI	17,4%	50 ms	1,0%	50 ms
H_∞	5,6%	14 ms	8,4%	13 ms
H₂	5,2%	18 ms	10,6%	16 ms
H_∞+Incertezas	6,0%	20 ms	9,6%	16 ms
H₂+Incertezas	5,9%	18 ms	10,0%	14 ms

Fonte: Próprio autor

7 CONCLUSÃO E PREVISÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

As análises mostradas no Capítulo 6 permitem confirmar que tanto os controladores clássicos quanto os controladores modernos utilizados neste trabalho conseguiram controlar os conversores Buck e Boost mantendo suas tensões de saída nos valores determinados em projeto.

Considerando o projeto de controladores modernos (H_∞ e H_2), os mesmos têm a vantagem de considerarem as incertezas em seus modelos, o que poderia resultar em melhores controladores quando comparados com os controlador clássicos (PI ou PID), que são projetados considerando a operação nominal do sistema. Verificou-se que os controladores modernos e clássicos alternaram suas ordens com relação a seus desempenhos, sendo um melhor que o outro em determinado instante e condição de operação.

De maneira geral quando o primeiro degrau foi aplicado, os controladores modernos apresentaram melhores resultados do que os controladores clássicos, já que proporcionaram aos sistemas dos conversores menores tempos de estabelecimento e menores sobressinais. No momento em que os conversores foram submetidos ao segundo degrau, ocorreu uma alternância de desempenho entre os controladores, no caso do conversor Buck, os controladores modernos apresentaram menores sobressinais e maiores tempos de assentamento se comparados com os controladores clássicos, e no caso do conversor Boost o inverso ocorreu, sendo que os controladores clássicos apresentaram menores sobressinais e maiores tempos de estabelecimentos se comparados aos controladores modernos.

Desta forma, ao fim deste trabalho pode-se concluir que tanto os controladores clássicos quanto os controladores modernos, que consideram ou não incertezas em suas sínteses podem ser empregados de forma satisfatória no controle da tensão de saída dos conversores Buck e Boost, sendo que a escolha de um ou de outro deve ser feita com base na necessidade da resposta de que cada aplicação necessita.

Como proposta de continuidade para o trabalho propõe-se implementar tanto os conversores quanto os controladores em bancada e verificar a veracidade das simulações apresentadas neste trabalho de conclusão de curso.

REFERÊNCIAS

ANDREA, Cristiano. Q.; GULES, Roger.; ROMANELI, Eduardo. F. R.; PINTO, Onofre. P.; GONÇALVES, Rafael. C. Sistemas de rejeição de distúrbios e rastreamento H_∞ e H_2 aplicado ao conversor Boost usando LMIs. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 18., 2010, Bonito. **Anais...** Curitiba, 2010. p. 3673-3680.

ASSUNÇÃO, Edvaldo. et al. **D-Estabilidade de Sistemas Descritores Sujeitos a Falhas Estruturais Usando Realimentação da Derivada dos Estados**. 2007. Artigo Científico – Departamento de Engenharia Elétrica, Faculdade de Engenharia Campus Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, 2007.

BARBI, Ivo. **Eletrônica de Potência**. 6. ed. Florianópolis: Ed. Do Autor, UFSC, 2006, 370p.

BARBI, Ivo.; MARTINZ, Denizar. C. **Eletrônica de Potência: conversores CC-CC básicos não isolados**. 2. ed. Florianópolis: Ed. dos Autores, UFSC, 2006, 377p.

BOYLESTAD, Robert. L. **Introdução à análise de circuitos**. Traduzido por J. A. Souza. 8. ed. Rio de Janeiro: Ed. Prentice-Hall do Brasil Ltda, 1997, 790p.

BRITO, Moacyr. A. G. da. **Pré-Regulador Retificador Boost com Controle Digital por Valores Médios, para Sistema de Iluminação Fluorescente Multi - Lâmpadas, Utilizando Dispositivo FPGA e VHDL**. 2008. 205 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Ilha Solteira, 2008.

CARVALHO NETO, João. T. **Controle robusto aplicado a conversor Buck-Boost em sistemas fotovoltaicos**. 2012. 103 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2012.

CHILALI. M; GAHINET. P. **H_∞ design with poleplacement constraints: An LMI approach**. 1996. IEEE Trans. Autom Control 41(3):358-367.

COSTA, Marcus. V. S. et al. **Análise teórica e experimental de um Boost de alto ganho CCTE controlado por D-estabilidade robusta via LMI's**. 2012. Artigo Científico – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

ERICKSON, Robert. W.; MAKSIMOVIC, Dragan. **Fundamentals of power electronics**. 2. ed. [S.l.]: Springer, 2001.

GRANATO, Marco. A. **Análise e projeto de um retificador Flyback monofásico com elevado fator de potência operando em modo de condução contínua**. 2011. 90 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, 2011.

LANGNER, Cristiane. G. **Síntese de controladores H_2 e H_∞ para sistemas sujeitos a incertezas e/ou restrições no domínio do tempo**. 2004. 173 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2004.

MACCARI JUNIOR, Luiz. A. **Projeto e validação experimental de um controlador robusto H_2 aplicado ao conversor Boost**. 2011. 70 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2011.

MAZONI, Alysson. F. **Estudos de técnicas de controle H-infinito para estruturas flexíveis com incertezas**. 2008. 130 p. Dissertação (Mestrado) – Comissão de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica/Departamento de Mecânica Computacional, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. 5. ed. trad. Heloísa Coimbra de Souza. rev. tec. Eduardo Aoun Tannuri- São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

OLALLA, C.; LEYVA, R.; EL AROUDI, A.; GRACES, P.; QUEINNEC, I. **LMI robust control design for Boost PWM converters**. Power Electronics. IET, vol. 3, no 1, p. 75-85. January, 2010.

OLIVEIRA, Ricardo.C. L. F.; PERES, Pedro. L. D. **Análise e Controle de Sistemas Lineares Incertos por Meio de Desigualdades Matriciais Lineares**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 18., 2010, Bonito. **Anais**. Campinas, 2010. p. 203-229.

SAMPAIO, Leonardo. P. **Uma nova metodologia de projeto e controle para Inversor Boost (CSI) monofásico para o aproveitamento de fontes alternativas e renováveis de energia elétrica**. 2010. 110 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Ilha Solteira, 2010.

SAMPAIO, Leonardo. P. **Modelagem de conversores estáticos e Controle digital de conversores estáticos**. 2013. 40 p. Notas de aula (Graduação) - Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, 2013.

SANTOS, João. F. S. dos. **Problemas de controle H_2/H_∞ - Estudo comparativo entre as técnicas EBPE/CGO e LMI**. 2005. 131 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2005.

SCHUARÇA, Laura. M. F.; BENINCA, Miriam. R. **Metodologia de sistema de controle robusto a falha via LMI com realimentação de estados**. 2011. 60 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Industrial Elétrica ênfase em Eletrotécnica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

SILVA, Sérgio. A. O. da. **Eletrônica de Potência**. 2012. 69-85 p. Notas de aula (Graduação) - Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, 2012.

TROFINO, Alexandre. **Controle Robusto**. 2000. 145 p. Notas de Aula (Pós-Graduação) – Departamento de Controle e Micro-Informática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.

TROFINO, Alexandre. **Fundamentos de Controle Clássico**. 2003. 200 p. Notas de Aula (Pós-Graduação) – Departamento de Controle e Micro-Informática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

VILELA, Afrânio. O. R. **Projeto e construção de um conversor Boost controlado em modo de tensão**. 2011. 69 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2011.

ANEXO A - Obtenção dos Conjuntos de LMI's

Este anexo tem como objetivo mostrar o processo de obtenção das LMI's empregadas quando os controladores modernos H_2 e H_∞ foram utilizados, haja visto que o objetivo deste trabalho não é obter novas LMI's, mas sim aplicar desigualdades matriciais lineares já existentes.

As LMI's utilizadas foram retiradas do capítulo 7 do livro utilizado no minicurso oferecido no XVIII Congresso Brasileiro de Automática que aconteceu em Bonito – MS no ano de 2010 intitulado “Análise e Controle de Sistemas Lineares por Meio de Desigualdades Matriciais Lineares” escrito pelos autores Ricardo C. L. F. Oliveira e Pedro L. D. Peres.

A.1 REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS

Considere o sistema linear:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m \quad (\text{A1.1})$$

O problema de estabilização pode ser assim formulado: Determine uma matriz $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ tal que a lei de controle linear:

$$u = Kx \quad (\text{A1.2})$$

estabilize assintoticamente o sistema em malha fechada:

$$\dot{x} = (A + BK)x \quad (\text{A1.3})$$

Para sistemas precisamente conhecidos, ganhos de realimentação de estados que estabilizam o sistema podem ser calculados por procedimentos de alocação de autovalores, impondo que todos tenham parte real negativa. No contexto

de LMI's, para a determinação de um ganho K que estabilize o sistema, os passos são: escrever as condições de estabilidade para o sistema em malha fechada, aplicar transformações de congruência, equivalências e mudanças de variáveis que linearizem o problema transformando-o em LMI's.

O sistema em malha fechada $(A + BK)$ é estável se, e somente se, existir uma matriz de Lyapunov $P = P' > 0$ tal que:

$$(A + BK)'P + P(A + BK) < 0 \quad (\text{A1.4})$$

por congruência tem-se:

$$P^{-1}((A + BK)'P + P(A + BK))P^{-1} = P^{-1}A' + AP' + P^{-1}K'B' + BKP^{-1} < 0 \quad (\text{A1.5})$$

e com a mudança de variáveis $W = P^{-1}$, $Z = KW$ chega-se à LMI:

$$AW + WA' + BZ + Z'B' < 0 \quad (\text{A1.6})$$

A condição de síntese de um ganho de realimentação de estados em termos de LMI's pode ser formulado com um teorema:

Lema 1: Existe K tal que $(A + BK)$ é estável se e somente se existirem $W \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $Z \in \mathbb{R}^{m \times n}$ tais que:

$$W > 0, \quad AW + WA' + BZ + Z'B' < 0 \quad (\text{A1.7})$$

no caso afirmativo, o ganho é dado por $K = ZW^{-1}$.

Prova: Com $W > 0$ e Z dados, a LMI acima pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} (A + BZW^{-1})W + W(A + BZW^{-1})' < 0 &\Leftrightarrow (A + BK)W + W(A + BK)' < 0 \\ &\Leftrightarrow W^{-1}((A + BK) + W(A + BK)')W^{-1} < 0 \\ &\Leftrightarrow (A + BK)'P + P(A + BK) < 0, \quad P = W^{-1}, \quad K = ZW^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A1.8})$$

Com o Lema 1 a busca conjunta do ganho K estabilizante e da matriz P de Lyapunov foi transformada em um problema convexo. Esse resultado formulado como um teste de factibilidade de LMI's e publicado em (Bernussou et. al., 1989) abriu caminho para que inúmeros problemas de controle e de filtragem para sistemas dinâmicos pudessem ser convertidos em problemas convexos.

A.2 CONTROLE H_2

A realimentação de estados pode além de estabilizar, minimizar a norma H_2 do sistema em malha fechada. Considere o sistema linear invariante no tempo:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + B_2u + B_1w \\ y &= C_yx + Eu\end{aligned}\tag{A2.1}$$

O problema de controle ótimo H_2 pode ser assim formulado: Determine uma matriz $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ tal que:

$$u = Kx\tag{A2.2}$$

estabilize assintoticamente e minimize a norma H_2 do sistema em malha fechada:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (A + B_2K)x + B_1w \\ y &= (C_y + EK)x\end{aligned}\tag{A2.3}$$

A função de transferência em malha fechada é dada por:

$$H(s) = (C_y + EK)(sI - (A + B_2K))^{-1}B_1\tag{A2.4}$$

Nos anos 1960 esse problema ficou conhecido como o do regulador linear quadrático (Boyd et. al., 1994; Zhou et. al., 1996).

Definido o critério:

$$J = \min_u \int_0^{+\infty} y' y dt = \int_0^{+\infty} (x' C_y' C_y x + x' C_y' E u + u' E' E u) dt \quad (A2.5)$$

tem-se que o ganho ótimo é dado por:

$$K = -(E'E)^{-1}(B_2'P + E'C_y) \quad (A2.6)$$

sendo $P = P' > 0$ a solução algébrica da equação de Riccati tem-se:

$$A'P + PA - (PB_2 + C_y'E)(E'E)^{-1}(B_2'P + E'C_y) + C_y'C_y = 0 \quad (A2.7)$$

O valor ótimo do critério é dado por $J^* = x(0)'Px(0)$, que se iguala ao mínimo valor da norma H_2 ao quadrado sempre que $x(0)x(0)' = B_1B_1'$. De fato, em malha fechada tem-se:

$$A_f = A - B_2(E'E)^{-1}(B_2'P + E'C_y), \quad C_f = C_y - E(E'E)^{-1}(B_2'P + E'C_y) \quad (A2.8)$$

e a equação de Riccati pode ser escrita como:

$$A_f'P + PA_f + C_f'C_f = 0 \quad (A2.9)$$

Comparando com o gramiano de observabilidade tem-se que a norma H_2 é dada por:

$$\|H(s)\|_2^2 = \text{Tr}(B_1'PB_1) \quad (A2.10)$$

No Matlab a solução para a equação de Riccati P e o ganho K podem ser obtidos com o comando `lqr`.

Uma solução na forma de LMI's pode ser obtida escrevendo-se as condições de cômputo de norma H_2 para o sistema em malha fechada, aplicando transformações de congruência e mudanças convenientes de variáveis.

Considere o problema:

$$\min_{K, P=P' > 0} \text{Tr}(B_1' P B_1) \quad (A2.11)$$

$$(A + B_2 K)' P + P(A + B_2 K) + (C_y + EK)' (C_y + EK) < 0$$

Usando congruência e complemento de Schur a restrição pode ser reescrita:

$$\begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (A + B_2 K)' P + P(A + B_2 K) & (C_y + EK)' \\ (C_y + EK) & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0 \quad (A2.12)$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} AW + WA' + B_2 Z + Z' B_2' & WC_y' + Z' E' \\ C_y W + EZ & -I \end{bmatrix} < 0, \quad W = P^{-1}, \quad Z = KP^{-1} \quad (A2.13)$$

O critério pode ser formulado como $\min \text{Tr}(X)$ sujeito a:

$$\begin{bmatrix} X & B_1' P \\ P B_1 & P \end{bmatrix} > 0 \quad (A2.14)$$

ou de forma equivalente:

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & P^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X & B_1' P \\ P B_1 & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & P^{-1} \end{bmatrix} > 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} X & B_1' \\ B_1 & W \end{bmatrix} > 0, \quad W = P^{-1} \quad (A2.15)$$

A equação (A2.15) pode ser escrita na forma de teorema, ficando da seguinte forma:

Lema 2: O sistema (A2.1) é estabilizável por realimentação de estados se e somente se existir uma solução para o problema convexo de otimização:

$$\min_{X=X', Z, W=W' > 0} \text{Tr}(X)$$

$$\begin{bmatrix} X & B_1' \\ B_1 & W \end{bmatrix} > 0, \quad \begin{bmatrix} AW + WA' + B_2 Z + Z' B_2' & WC_y' + Z' E' \\ C_y W + EZ & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (A2.16)$$

Na solução ótima para o Lema 2 $K = ZW^{-1}$ é tal que a função de transferência em malha fechada satisfaz $\|H(s)\|_2^2 = \text{Tr}(X)$.

Note que a condição de estabilizabilidade do Lema 1 aparece como um dos blocos na diagonal das LMI's.

De maneira equivalente partindo-se do problema dual:

$$\begin{aligned} \min_{K, W=W>0} \text{Tr} \left((C_y + EK)W(C_y + EK)' \right) \\ (A + B_2K)'W + W(A + B_2K) + B_1B_1' < 0 \end{aligned} \quad (\text{A2.17})$$

tem-se o seguinte resultado:

Lema 3: O sistema (A2.1) é estabilizável por realimentação de estados se e somente se existir uma solução para o problema convexo de otimização:

$$\begin{aligned} \min_{X=X', Z, W=W'>0} \text{Tr}(X) \\ \begin{bmatrix} X & C_yW + EZ \\ WC_y' + Z'E' & W \end{bmatrix} > 0, \quad \begin{bmatrix} AW + WA' + B_2Z + Z'B_2' & B_1 \\ B_1' & -I \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (\text{A2.18})$$

Na solução ótima $K = ZW^{-1}$ é tal que a função de transferência em malha fechada satisfaz $\|H(s)\|_2^2 = \text{Tr}(X)$.

Observação: Para sistemas precisamente conhecidos as estratégias primal e dual fornecem os mesmos resultados para o cômputo de ganho estabilizante e a norma H_2 , mas diferenças podem ocorrer nas extensões para o custo garantido (isto é, quando o sistema for incerto).

A.3 CONTROLE H_∞

O controle ótimo H_∞ busca a realimentação de estados que minimize a norma H_∞ do sistema em malha fechada. Considere o sistema linear:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + B_2u + B_1w \\ y &= C_yx + Eu\end{aligned}\tag{A3.1}$$

O problema pode ser formulado assim: Determine uma matriz $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ tal que:

$$u = Kx\tag{A3.2}$$

estabilize assintoticamente e minimize a norma H_∞ do sistema em malha fechada:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (A + B_2K)x + B_1w \\ y &= (C_y + EK)x\end{aligned}\tag{A3.3}$$

A função de transferência em malha fechada é dada por:

$$H(s) = (C_y + EK)(sI - (A + B_2K))^{-1}B_1\tag{A3.4}$$

O problema de controle ótimo H_∞ pode ser resolvido por meio da solução iterativa de equações de Riccati (comando `care` no Matlab). Em malha fechada, definindo $A_f = A + B_2K$ e $C_f = C_y + EK$ tem-se que $\|H(s)\|_\infty < \gamma$ se e somente se existir $P = P' > 0$ tal que:

$$\begin{bmatrix} A_f'P + PA_f + C_f'C_f & PB_1 \\ B_1'P & -\gamma^2I \end{bmatrix} < 0\tag{A3.5}$$

ou por complemento de Schur:

$$A_f'P + PA_f + C_f'C_f + \gamma^2PB_1B_1'P < 0\tag{A3.6}$$

A solução $P = P' > 0$ pode ser obtida da equação modificada de Riccati:

$$A'P + PA + C_y'C_y + \gamma^{-2}PB_1B_1'P - (PB_2 + C_y'E)(E'E)^{-1}(B_2'P + E'C_y) = 0\tag{A3.7}$$

E $K = -(E'E)^{-1}(B_2'P + E'C_y)$ garante $\|H(s)\|_\infty < \gamma$. Para obter o ganho ótimo é preciso reduzir iterativamente γ até o mínimo valor que admita uma solução da equação de Riccati definida positiva $P = P' > 0$.

A solução por meio de LMI's é dada no teorema a seguir:

Lema 4: O sistema (A3.1) é estabilizável por realimentação de estados se e somente se existir uma solução para o problema convexo de otimização:

$$\min_{Z, W=W'>0} \mu$$

$$\begin{bmatrix} AW + WA' + B_2Z + Z'B_2' & WC_y' + Z'E' & B_1 \\ C_yW + EZ & -I & 0 \\ B_1' & 0 & -\mu I \end{bmatrix} < 0 \quad (\text{A3.8})$$

Na solução ótima $K = ZW^{-1}$ é tal que a função de transferência em malha fechada satisfaz $\|H(s)\|_\infty^2 = \mu$.

Note que assim como no caso H_2 o bloco (1,1) da LMI reproduz a condição de estabilizabilidade por realimentação de estados do Teorema 4. Note ainda que na solução ótima a matriz W pode tender à singularidade, implicando na necessidade de ganhos elevados.