

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CURSO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA

THIAGO BERNHARD CALLIARI

**DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA DIDÁTICA PARA O ENSINO
DE CONTROLE BASEADA NO SISTEMA DE PÊNDULO INVERTIDO SOBRE
BARRA DESLIZANTE**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TOLEDO
2020

THIAGO BERNHARD CALLIARI

**DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA DIDÁTICA PARA O ENSINO
DE CONTROLE BASEADA NO SISTEMA DE PÊNDULO INVERTIDO SOBRE
BARRA DESLIZANTE**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Eletrônica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Eletrônica.

Orientador: Prof. Dr. Andrés Eduardo
Coca Salazar

Coorientador: Prof. Dr. Gerson Filippini

TOLEDO
2020

TERMO DE APROVAÇÃO

Título do Trabalho de Conclusão de Curso Nº 106

Desenvolvimento de uma ferramenta didática para o ensino de controle baseada no sistema de pêndulo invertido sobre barra deslizante.

por

Thiago Bernhard Calliari

Esse Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 13h do dia 10 como requisito parcial para a obtenção do título Bacharel em Engenharia Eletrônica. Após deliberação da Banca Examinadora, composta pelos professores abaixo assinados, o trabalho foi considerado APROVADO.

Daniel Cavalcanti Jeronymo
UTFPR

Alberto Vinícius de Oliveira
UTFPR

Andres Eduardo Coca Salazar
COECO
Orientador (a)

Felipe Walter Dafico Pfrimer
Coordenador(a) da COELE

Toledo, 10/02/2020

“O documento assinado encontra-se na coordenação do curso”

RESUMO

O pêndulo invertido está diretamente ligado ao estudo de sistemas de controle, pois envolve diversos conceitos práticos e teóricos, podendo ser utilizado como uma boa ferramenta didática nos cursos de engenharia. No entanto, nem sempre os alunos podem visualizar de forma prática esses conceitos através deste tipo de sistemas, gerando, algumas vezes, falta de motivação no estudo dos conteúdos. Desta forma, a sua aplicação em um módulo didático busca melhorar o envolvimento entre teoria e prática tanto para alunos quanto para professores, servindo como um estímulo para captar a atenção de alunos para que estes tenham interesse em aulas, trazendo benefícios à didática para as disciplinas aplicadas. Por isso, atualmente existem dois módulos didáticos em funcionamento: o sistema bola e barra de Camargo (2018), e o sistema de levitação eólica de Medeiros (2019), ambos baseados em controle digital. Neste cenário, foi implementado o sistema pêndulo invertido sobre uma plataforma móvel de movimento unidimensional em uma barra deslizante, para estabilizá-lo em uma posição totalmente ereta, visando fácil manuseio, custo reduzido e boa didática. Tal sistema, conta com um controlador PID digital (proporcional-integral derivativo) implementado em Arduino e uma interface de *software*, a qual apresenta conceitos de maneira guiada, além de permitir a configuração de parâmetros. O protótipo apresentou desempenho satisfatório após a adição do PID digital sintonizado empiricamente o qual ademais, conseguindo corrigir a posição do mesmo para se manter equilibrado mesmo diante de perturbações externas. O *software* possui interface intuitiva e de fácil utilização, onde pode-se acompanhar o comportamento do pêndulo em tempo real.

Palavras-chave: Controle digital. Controlador PID. Didática da engenharia.

ABSTRACT

CALLIARI, Thiago Bernhard. Development of an didactic educational tool based on the inverted pendulum system on a sliding cart for control theory teaching. 2020. 83 f. Projeto de Trabalho de Conclusão de Curso – Engenharia Eletrônica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, 2020.

The inverted pendulum is directly linked to the study of control systems, as it involves several practical and theoretical concepts and can be used as a good didactic tool in engineering classes. However, students may not always visualize these concepts in a practical way through these types of systems, sometimes creating a lack of motivation in the study of the topic. Thus, its application in a didactic module seeks to improve the involvement between theory and practice for both students and teachers, serving as a stimulus to capture the attention of students so that they care more about the classes, bringing benefits to didactics for the subjects applied. Therefore, there are currently two educational modules in operation: the Camargo ball and bar system (2018), and the Medeiros wind levitation system (2019), both based on digital control. In this scenario, it was implemented the inverted pendulum system on a one-dimensional movable platform in a sliding bar, to stabilize it in a fully erect position, aiming at easy handling, reduced cost and good didactics. Such system has a digital PID controller (proportional integral derivative) implemented in Arduino and a software interface, which present concepts in a guided way, as well as allowing the configuration of parameters. The prototype performed satisfactorily after the addition of the empirically tuned digital PID which furthermore managed to correct the position of the auction to keep it balanced, even in the presence of external disturbances. The software has an intuitive and easy to use interface, where you can monitor the pendulum's behavior in real time.

Palavras-chave: Digital control. PID controller. Engineering didactics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ferramenta didática comercial: Datapool Módulo 2808.	20
Figura 2 – Diagrama de blocos de um sistema de controle em malha fechada.	22
Figura 3 – Método de Euler para discretização de sistemas.	26
Figura 4 – Método de Tustin para discretização de sistemas.....	27
Figura 5 – Representação gráfica do pêndulo invertido: a) diagrama de forças; b) diagrama de corpo livre.....	31
Figura 6 – Estrutura interna básica de um microcontrolador.....	34
Figura 7 – Diagrama de blocos do sistema de controle proposto.....	35
Figura 8 – Esquemático do protótipo da planta.	36
Figura 9 – Estrutura retirada de uma impressora.....	36
Figura 10 – Fita codificada.	37
Figura 11 – Módulo acelerômetro MPU-6050.....	38
Figura 12 – Disco codificado e sensor ótico instalado na planta.....	39
Figura 13 – Acoplador ótico.....	40
Figura 14 – PCI retirado de uma impressora com codificador ótico em destaque.	41
Figura 15 – Motor CC retirado da impressora.	42
Figura 16 – Arduino Mega.....	42
Figura 17 – <i>Driver</i> de acionamento L298n.	44
Figura 18 – Base do pêndulo.	45
Figura 19 – Pêndulo já montado na estrutura.	46
Figura 20 – Fonte de alimentação.....	47
Figura 21 – Conexões elétricas utilizadas na planta.	48
Figura 22 – Protótipo completo do pêndulo invertido sobre barra deslizante...	49
Figura 23 – Interface inicial do programa.	51
Figura 24 – Controle automático da planta	52
Figura 25 – Resposta do sistema para um degrau para a FT da Eq. (38).	55
Figura 26 – LGR da função de transferência do pêndulo para a FT da Eq. (38).	55
Figura 27 – Resposta do sistema para um degrau para a FT da Eq. (39).	56
Figura 28 – LGR da função de transferência do carro para a FT da Eq. (39). .	56

Figura 29 – Resposta do pêndulo para ensaio de comportamento.	59
Figura 30 – Resposta do sistema com o controle PID.	61
Figura 31 – Resposta da planta com controle PID.	61
Figura 32 – Mapa de polos e zeros do PID discretizado pelo método de Euler.	62
Figura 33 – Resposta do sistema em presença de perturbações.	63
Figura A1 – Componentes da ferramenta.....	75
Figura A2 – Conexões elétricas da ferramenta.....	76
Figura A3 – Interface para conexão serial da ferramenta.....	78
Figura A4 – Interface para o controle PID.....	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Características do microcontrolador	43
Tabela 2 – Características do <i>driver</i> de acionamento	44
Tabela 3 – Dados da planta do pêndulo invertido.	53
Tabela 4 – Custo aproximado de componentes do protótipo.	64
Tabela A1 – Ligações da ferramenta.....	77

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A/D	Analógico-Digital
CPU	<i>Central Processing Unit</i> (Unidade Central de Processamento)
D/A	Digital-Analógico
FT	Função de Transferência
LGR	Lugar Geométrico de Raízes
MA	Malha Aberta
MF	Malha Fechada
P	Proporcional
PCI	Placa de Circuito Impresso
PD	Proporcional Derivativo
I-PD	Integral-Proporcional Derivativo
PI-D	Proporcional Integral-Derivativo
PID	Proporcional Integral Derivativo
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i> (Modulação por largura de pulso)
RAM	<i>Random Access Memory</i> (Memória de Acesso Aleatório)
ROM	<i>Read Only Memory</i> (Memória somente de Leitura)
Z-N	Ziegler-Nichols
ZOH	Zero-Order-Hold

LISTA DE SÍMBOLOS

$G(s)$	Função de transferência de um sistema
$R(s)$	Função de transferência de um sinal básico de entrada
$Y(s)$	Função de transferência da saída de um sistema
$y(t)$	Saída do sistema
ω_n	Frequência natural não amortecida
ω_d	Frequência natural amortecida
ζ	Fator de amortecimento relativo
t_a	Tempo de acomodação
t_r	Tempo de subida
t_p	Tempo pico
M_p	Máximo sobressinal
β	Coeficiente de amortecimento
K	Ganho de um sistema
K_p	Ganho proporcional
K_d	Ganho derivativo
K_i	Ganho integral
K_u	Ganho ajustado
T_i	Tempo integral
T_d	Tempo derivativo
T_s	Tempo de amostragem
T_u	Período de oscilação
τ	Constante de tempo
ΔY	Variação da amplitude da resposta de um sistema
ΔU	Variação da amplitude da entrada de um sistema
t_i	Instante de tempo no momento i
s	Variável da transformada de Laplace
$x[n]$	Sinal no instante n
$r(t)$	Sinal de referência
$e(t)$	Sinal de erro
$u(t)$	Sinal de controle

$s(t)$	Sinal do sensor
$e(k)$	Erro no instante k
θ	Posição angular do pêndulo
$\dot{\theta}$	Velocidade angular do pêndulo
m	Massa do pêndulo
g	Força da gravidade
l	Distância entre o centro de massa e o ponto de sustentação
B	Constante de amortecimento do eixo do pêndulo
F	Força de empuxo
I	Momento de inércia
H	Movimento horizontal do centro de gravidade do pêndulo
V	Movimento vertical do centro de gravidade do pêndulo
X_p	Deslocamento na horizontal até a base do pêndulo
Y_p	Deslocamento na vertical até a base do pêndulo
\dot{X}_p	Velocidade na horizontal
\dot{Y}_p	Velocidade na vertical
\ddot{X}_p	Aceleração na horizontal
\ddot{Y}_p	Aceleração na vertical
X_{cg}	Deslocamento na horizontal até o centro de gravidade
Y_{cg}	Deslocamento na vertical até o centro de gravidade
\dot{X}_{cg}	Velocidade na horizontal até o centro de gravidade
\dot{Y}_{cg}	Velocidade na vertical até o centro de gravidade
\ddot{X}_{cg}	Aceleração na horizontal até o centro de gravidade
\ddot{Y}_{cg}	Aceleração na vertical até o centro de gravidade

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	14
2.	OBJETIVOS	17
2.1.	OBJETIVO GERAL	17
2.2.	OBJETIVOS ESPECIFICOS	17
3.	JUSTIFICATIVA.....	18
4.	REFERENCIAL TEÓRICO	19
4.1.	DIDÁTICA NO ENSINO NA ENGENHARIA	19
4.1.1.	ESTADO DA ARTE DE FERRAMENTAS DIDÁTICAS NO ENSINO DE CONTROLE	20
4.2.	TEORIA DE CONTROLE ANALÓGICO E DIGITAL	21
4.2.1.	CONCEITOS DE SISTEMAS DE CONTROLE.....	22
4.2.2.	PROJETOS DE CONTROLADORES	23
4.2.3.	CONTROLADOR PID ANALÓGICO.....	23
4.3.	MÉTODOS PARA A DISCRETIZAÇÃO DE CONTROLADORES	24
4.4.	REPRESENTAÇÃO POR ESPAÇO DE ESTADOS	27
4.5.	SISTEMA PÊNDELO INVERTIDO	30
4.6.	MICROCONTROLADORES	33
5.	MATERIAIS E MÉTODOS	35
5.1.	PROTÓTIPO PROPOSTO PARA O SISTEMA DE CONTROLE SELECIONADO	35
5.2.	IMPLEMENTAÇÃO DA PLANTA.....	47
5.3.	INTERFACE DE USUÁRIO	50
6.	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	53
6.1.	MODELAGEM DO SISTEMA DE PÊNDELO INVERTIDO.....	53
6.2.	ANÁLISE DA RESPOSTA DO PÊNDELO.....	58
6.3.	SINTONIA DO CONTROLADOR PID.....	60

7.	CONCLUSÕES	65
	REFERÊNCIAS	66
	APÊNDICE A – Manual do usuário	71
	APÊNDICE B – Modelos para impressão 3D e caixa de proteção	83
	APÊNDICE C – Código fonte implementado	84
	ANEXO A – Modelagem do pêndulo invertido	85

1. INTRODUÇÃO

Grande parcela dos sistemas encontrados, sejam construídos pelo homem ou naturais, são via de regra instáveis. Para otimização do uso destes sistemas, são estudadas e implementadas técnicas de controle para tornar estes sistemas mais confiáveis, robustos e eficientes (PRADO, 2011).

O desenvolvimento tecnológico é um fato na realidade da indústria em qualquer segmento que seja, com a busca constante pela automação de processos de produção em que são exigidos alto grau de precisão e repetição constante de movimentos, de forma a elevar a produtividade e manter um padrão de qualidade constante enquanto produz-se mais rapidamente e consumindo menos recursos. Isto exige engenheiros que tenham grande grau de afinidade com sistemas de controle (AURÉLIO, 2018).

De forma a auxiliar os futuros profissionais nesta área de trabalho é necessário que as instituições de ensino tenham ferramentas didáticas compatíveis com o mercado de trabalho, que muitas vezes são de difícil acesso devido ao seu alto custo. Portanto, o desenvolvimento de uma ferramenta didática desse tipo baseada em sistemas de controle, como o pêndulo invertido, é importante e necessária (BROUSSEAU, 2006).

O pêndulo invertido, um sistema naturalmente instável, exceto em caso de repouso, onde o mesmo estará em posição vertical como um pêndulo comum. Este sistema está disponível em várias aplicações, como lançamento de foguetes e naves espaciais, veículos de transporte pessoal de auto balanceamento, do tipo *Segway* e *Hoverboard*, robôs bípedes e até mesmo o próprio ser humano, que representa de forma excepcional o funcionamento do pêndulo invertido. Se uma pessoa em pé, não corrigir constantemente seu ponto de equilíbrio, acabaria por se desequilibrar. É um exemplo de sistema de controle de malha fechada que age inconscientemente no cérebro humano (CRAIG, 2005).

Na indústria o controlador mais utilizado é o Proporcional-Integral-Derivativo (PID) (OGATA, 2010). Se devidamente ajustado, o controlador PID traz variados benefícios ao sistema, como resposta rápida, rejeição a

perturbações, e baixa sensibilidade a erros de modelagem, o que o torna adequado para muitas aplicações e condições de operação (STOCKLER, 2012).

Este tipo de controlador será utilizado para manejar a planta do pêndulo invertido, pois devido a sua fácil adaptabilidade e fácil implementação os tornam ideais para este projeto. Os parâmetros são baseados no controle do ângulo do pêndulo e as equações matemáticas que representam as características dinâmicas do processo. O PID será programado em um microcontrolador que será capaz de calcular os sinais que serão enviados para a planta, a fim de reduzir o erro em relação a posição desejada do pêndulo.

Considerando a engenharia didática como importante ferramenta de ensino para despertar a curiosidade e o interesse do acadêmico, além de propiciar um melhor entendimento da teoria, algumas universidades têm buscado cada vez mais promover aulas práticas utilizando ferramentas didáticas, pois nessas aulas os alunos têm a oportunidade de interagir com instrumentos e processos específicos relacionados à atuação profissional de engenharia (MOLIN. et al, 2013). A construção deste protótipo tem como um de seus objetivos auxiliar no aprendizado dos alunos através de atividades práticas com o uso da ferramenta para exemplificar conceitos, de forma a beneficiar a didática de disciplinas de controle, pois não é simples encontrar módulos didáticos como em outras disciplinas. Na UTFPR Campus Toledo tem-se alguns exemplos como a disciplina de microcontroladores que conta com a ferramenta Datapool PIC 1118 e com placas de desenvolvimento baseadas no microcontrolador ATmega328, a disciplina de sistemas embarcados que conta com a ferramenta TWR-KW21D256, entre outras que contam com variados equipamentos e bancadas didáticas disponíveis para atividades práticas, proporcionando aos alunos a chance de aplicar os conceitos teóricos de forma prática, firmando-os de forma mais eficiente.

Desta maneira, a construção do protótipo de pêndulo invertido tem uma proposta de estimular a percepção do estudante para que os conceitos adquiridos em sala de aula sejam capazes de serem firmados em atividades práticas. Portanto, a ferramenta de pêndulo invertido torna-se uma opção interessante para o auxílio no ensino das disciplinas de controle enquanto destaca-se das ferramentas didáticas disponíveis no mercado que de maneira

geral são custosas e com difícil manutenção em caso de defeitos, causando uma espera demasiadamente longa para reparos, caso estes sejam possíveis. Além disso o comportamento da variável de saída do pêndulo é visível, ajudando na compreensão das variáveis de um sistema de controle, contrário a outros como o sistema de controle de temperatura.

Ainda mais, uma ferramenta desenvolvida na própria instituição traz a atenção de professores e futuros alunos para que este tipo de projeto de criação de módulos didáticos se estenda para outras disciplinas, algo que só tem a agregar benefícios.

Este módulo é constituído de uma estrutura física, a sua planta, constituída de um sistema de pêndulo que tem o objetivo de manter a haste do pêndulo em posição vertical para cima, mediante controle de atuadores. Também foi incluída uma interface de *software*, na qual usuários podem visualizar parâmetros para verificar o comportamento da planta em situações diferenciadas. Esse sistema consiste de uma base móvel, com liberdade para movimento linear horizontal, onde será fixada a haste do pêndulo, juntamente com um sensor do tipo acelerômetro, que será responsável pela leitura da posição do pêndulo.

Ao finalizar o projeto, serão realizados testes de desempenho, para verificar o bom funcionamento da ferramenta.

A fim de situar o leitor no que compete a esta proposta, tem-se uma breve apresentação de cada capítulo. O início do projeto é apontado pelo Capítulo 2, correspondente aos objetivos: geral e específicos. No Capítulo 3 é exposta a justificativa, bem como a argumentação para o desenvolvimento do projeto. O Capítulo 4 contém o referencial teórico composta pelos conceitor dos controladores em estudo e suas especificações, assim como uma breve teoria sobre microcontroladores. No Capítulo 5, estabelece-se materiais e métodos utilizados na implementação do protótipo e um detalhamento de cada etapa do sistema, demonstrado através de um diagrama de blocos. O Capítulo 6 contém os resultados experimentais obtidos no trabalho. Por fim, o Capítulo 7 apresenta as conclusões em relação ao projeto.

2. OBJETIVOS

Em seguida serão descritos os objetivos a serem atingidos ao decorrer deste trabalho.

2.1. OBJETIVO GERAL

Desenvolver uma ferramenta didática educacional baseada no sistema de pêndulo invertido que será inclusa em um conjunto didático para disciplinas de sistemas de controle, visando apoiar professores no ensino de suas aulas através do estímulo de interesse dos alunos.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Construir uma ferramenta didática de controle com baixo custo de construção.
- Projetar uma ferramenta didática intuitiva e de fácil manuseio.
- Fornecer uma ferramenta didática com alta aplicabilidade no ensino de conceitos nas disciplinas de controle.

3. JUSTIFICATIVA

Tradicionalmente, o método de ensino nos cursos de Engenharia é baseado na transmissão de conhecimentos, focando principalmente em conceitos de diversas teorias de uma determinada disciplina. Além disso, existe dificuldade na obtenção de ferramentas didáticas para a área de controle. Uma das principais motivações para o desenvolvimento deste trabalho é suprir esta lacuna entre a consolidação de teorias e atividades em forma de experiências de laboratório, já que a ferramenta contribuirá nesta relação de teoria e prática, facilitando a percepção de conceitos estudados, auxiliando os estudos com as experiências que podem ser realizadas, aproximando os alunos do que será visto em seu futuro como profissional no mercado de trabalho.

Assim, é necessária uma maneira de complementar estudos das disciplinas de controle através de uma ferramenta onde os alunos e os próprios professores poderão construí-las e englobá-las em seus planos de ensino trazendo benefícios a exemplificação de conceitos, estimulando alunos a visualizarem o funcionamento de um controlador em um objeto físico e funcional, trazendo assim benefícios ao professor em suas aulas e aos alunos em seu aprendizado.

4. REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção do texto será discutida a evolução da educação na área da engenharia, bem como as fundamentações teóricas para o correto desenvolvimento do projeto.

4.1. DIDÁTICA NO ENSINO NA ENGENHARIA

O ser humano tem em sua essência a curiosidade, a busca pelo novo, fato que irá gerar o aprendizado e a obtenção de novos conhecimentos, que como consequência lhe traz novas habilidades. Segundo a teoria da aprendizagem significativa, algumas condições devem ser cumpridas para que a aprendizagem ocorra: o problema deve ter significado para o aluno, o aluno deve ter disposição para a solução do problema e deve ter o domínio dos conceitos para trabalhar na solução do problema. (MASINI, 2011).

Sendo necessário um estímulo inicial para que a atenção do estudante seja adquirida, pode-se dizer que a didática é uma parte muito importante na educação. Entende-se didática como uma disciplina teórico-prática que pretende subsidiar o professor em elementos que constituem a dinâmica escolar (MELO et al, 2008).

Para Libâneo (1994), a didática trata dos objetivos, condições e meios de realização do processo de ensino, ligando meios pedagógico-didáticos a objetivos sócio-políticos. Não há técnica pedagógica sem uma concepção de homem e de sociedade, sem uma competência técnica para realizá-la educacionalmente, portanto o ensino deve ser planejado e ter propósitos claros sobre suas finalidades, preparando os alunos para viverem em sociedade.

Em síntese, o papel do professor é oferecer um conjunto de boas situações de ensino, de modo a aperfeiçoar a ação autônoma do aluno. Estas sequências de atividades devem permitir que o aluno atue sobre a situação, com a mínima interferência explícita ou condução do professor (BROUSSEAU, 2006).

4.1.1. ESTADO DA ARTE DE FERRAMENTAS DIDÁTICAS NO ENSINO DE CONTROLE

Os laboratórios das disciplinas de engenharia têm um importante papel na formação do aluno, uma vez que permite tornar real o teórico e possibilita a adaptação do educando às mais diversas condições que podem ser favoráveis ou desfavoráveis quando futuramente encontradas no exercício da profissão. As disciplinas desenvolvidas em laboratórios buscam aplicar os conceitos teóricos aprendidos em sala de aula, proporcionando ao aluno uma consolidação desses conceitos, além de apresentar equipamentos relacionados a operações e processos industriais, propiciando-lhe um melhor entendimento dos processos, bem como seu princípio de funcionamento. (SOARES et al, 2016).

Atualmente, no ensino de variadas disciplinas nas universidades são adotadas práticas através da utilização de *softwares* de simulação, estes envolvem infinitas possibilidades de configurações de funcionamento que podem ser adotados em múltiplas teorias a serem ensinadas. Um *software* muito utilizado no ensino de controle é o *Matlab*.

Algumas ferramentas didáticas para o ensino de controle estão disponíveis para serem adquiridas no mercado, como o módulo Datapool 2808 (DATAPOOL, 2013), que inclui conceitos de controle para a aplicação em transporte e seleção de peças, podendo diferenciar objetos através da identificação por sensores (Figura 1).

Figura 1 – Ferramenta didática comercial: Datapool Módulo 2808.



Fonte: Datapool, 2013.

Apesar de serem excelentes ferramentas para o ensino, este módulo e outros que seguem a mesma categoria, têm a grande desvantagem do custo elevado para atender a demanda de um laboratório de uma universidade, além de não permitirem fáceis alterações e manutenções pelos usuários.

Atualmente existem algumas ferramentas já desenvolvidas por outros alunos de Engenharia Eletrônica da UTFPR-TD, como o sistema de controle bola e barra (CAMARGO, 2018) e sistema de levitação eólica (MEDEIROS, 2019), que são ferramentas didáticas construídas com objetivo similar ao deste trabalho. Outros projetos semelhantes já foram desenvolvidos em outras instituições, como o pêndulo invertido com CLP (Controlador Lógico Programável) (SILVA, 2013), que também tem objetivo de ser uma ferramenta para auxílio no estudo de sistemas de controle.

4.2. TEORIA DE CONTROLE ANALÓGICO E DIGITAL

Um Sistema de Controle consiste em subsistemas e processos construídos com o objetivo de se obter uma saída desejada, com desempenho desejado para uma entrada específica (NISE, 2012).

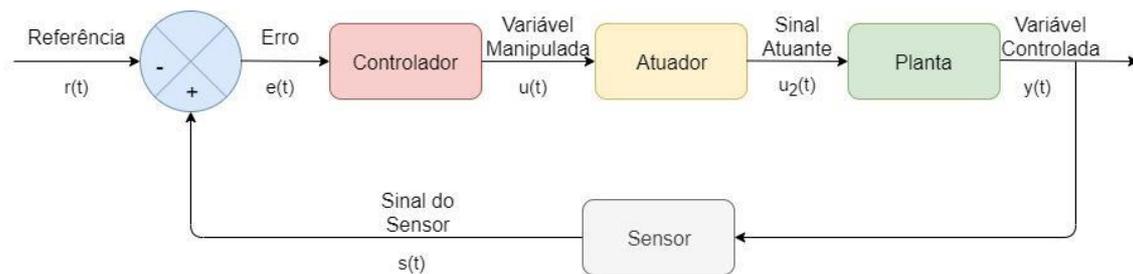
Tendo este conceito básico em mente, pode-se caracterizar um sistema de controle com alguma coisa que tenha recepção de um sinal, ou seja um sinal de entrada, manipule este sinal para adequá-lo à sua necessidade, a fim de que este esteja adaptado ao sistema em questão. São inúmeras as maneiras de este controle ser efetivado, mas cada qual com suas características particulares.

Com os inúmeros avanços no controle automático, produz-se variados meios para otimizar desempenho de sistemas dinâmicos, melhorando a produtividade (OGATA, 2009). Assim, o conhecimento amplo de técnicas de controle tem um papel fundamental na realidade do engenheiro, pois estas técnicas estarão em uso constante em seu exercício como profissional.

4.2.1. CONCEITOS DE SISTEMAS DE CONTROLE

A fim de assistir a compreensão e evolução deste projeto, é essencial a revisão de alguns princípios básicos (OGATA, 2009), como indicados na Figura 2, os quais serão descritos a seguir:

Figura 2 – Diagrama de blocos de um sistema de controle em malha fechada.



Fonte: Nise, 2012 - Modificado.

- **Variável controlada ($y(t)$):** É a variável a ser regulada, que será modificada pelo sistema de controle para obter um sinal satisfatório na saída;
- **Variável manipulada ($u(t)$):** Condição medida e controlada para corrigir as variações da variável controlada;
- **Planta:** É o conjunto de componentes, que integrados como um sistema, tendo o objetivo de realizar uma determinada operação;
- **Sensor:** Dispositivo que ao ser incentivado fisicamente, irá retornar um sinal o qual será repassado ao controlador para que as ações necessárias sejam tomadas;
- **Controlador:** Artefato que é responsável pelo controle da planta, relacionando sinais de entrada e de saída;
- **Referência:** Valor pretendido da variável controlada, é o objetivo que o controlador busca através das correções realizadas;
- **Perturbação:** Elementos indesejados por sinais indesejados que afetam a saída do sistema;
- **Erro:** Variação entre a referência desejada e o sinal repassado pelo sensor;

Os sistemas de controle podem ser separados em duas principais configurações de funcionamento:

- **Malha aberta (MA):** Sistema no qual não há realimentação e o sinal de saída não atua sobre o controle do sistema (OGATA, 2009);
- **Malha fechada (MF):** Sistemas em que há realimentação, ou seja, existe relação entre a saída do sistema e o sinal de referência objetivado, tendo o controlador atuante para reduzir ao máximo a diferença entre estes sinais.

4.2.2. PROJETOS DE CONTROLADORES

Previamente à elaboração de um controlador, o projetista responsável deve escolher a ação de controle mais adequada para o sistema controlado, já que cada sistema tem parâmetros diferentes. (OGATA, 2009).

São várias as técnicas para calcular os parâmetros de um controlador, sejam elas analíticas ou empíricas. Dentro das técnicas analíticas tem-se: o método comparativo entre equações características, usando o Lugar Geométrico de Raízes (LGR), e a alocação de polos utilizando o método de espaço de estados.

4.2.3. CONTROLADOR PID ANALÓGICO

O controlador proporcional integral derivativo (PID) é o algoritmo de controle mais comumente utilizado pela indústria. A maioria dos sistemas realimentados são controlados por este algoritmo ou por variações dele, devido a sua alta capacidade de controle e simplicidade. Este controlador é normalmente usados em sistemas de segunda ordem, devido a união das melhorias das ações que os ordena (NISE, 2012). É um controlador com a junção de três controladores: o proporcional, o integral e o derivativo (OGATA, 2009). A equação a seguir descreve o funcionamento do PID paralelo:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (1)$$

onde tem-se $u(t)$ como o sinal de saída do controlador, K_p como o ganho proporcional, que fornece um sinal de saída proporcional à amplitude do erro $e(t)$, o valor desta variável caso não seja bem dimensionado, não será capaz de estabilizar o sistema, o ganho integral (K_i) é responsável pelo sinal de saída proporcional à magnitude e duração do erro, em outras palavras, é o erro acumulado, que acelera a resposta do sistema. Novamente, como no caso anterior, se o valor do ganho integral for muito elevado, pode trazer instabilidade ao sistema e caso seja muito reduzido o sistema pode demorar longos instantes de tempo para atingir o valor de referência. Por fim, o ganho derivativo (K_d) tem como papel a antecipação da correção do erro, que irá diminuir o tempo de resposta do sistema, aumentando sua estabilidade.

Em suma, quanto maior o ganho proporcional K_p , maior a velocidade de resposta do sistema, porém, mais oscilações ocorrem. O tempo integral T_i é responsável por eliminar o erro em regime permanente, já o tempo derivativo T_d é responsável por tornar o sistema mais estável, antecipando o erro (CHEN, 1993).

O controlador PID ideal possui a função de transferência (FT) mostrada a seguir (OGATA, 2009):

$$G_C(s) = K_p + K_d s + \frac{K_i}{s}. \quad (2)$$

Esta função de transferência é obtida através do cálculo da transformada de Laplace, em que a mesma descreve um modelo matemático do sistema dinâmico (OGATA, 2009).

4.3. MÉTODOS PARA A DISCRETIZAÇÃO DE CONTROLADORES

A discretização do controlador visa obter uma equação de diferenças, na qual a solução é a aproximação da equação diferencial do sistema. Para isso, existem vários métodos de discretização de controladores, são métodos de aplicação simples, porém tais métodos podem levar um sistema que é estável em tempo contínuo a ser instável no tempo discreto (MONZANI, 2010). Antes de iniciar a descrição do método é necessária uma breve introdução sobre transformadas e planos. A transformada de Laplace é uma transformada muito

utilizada na engenharia de controle. Para analisar sistemas de controle discretos, aplica-se a transformada de Laplace em um sinal discreto e veremos que o resultado será a transformada Z, onde a transformada Z é capaz de passar um sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência.

A equação de diferenças que modela a relação do sinal de saída de controle $u(t)$ com sua integral é mostrado a seguir, sendo T_s o tempo de amostragem (MONZANI, 2010):

$$Y(S) = \frac{1}{S} U(S).T_s, \quad (3)$$

ou seja:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s}. \quad (4)$$

A seguir, alguns métodos de discretização de controladores.

a) Método de Euler: Este método utiliza-se do plano s e plano z para comprovar a estabilidade do sistema, pois para que o sistema seja estável, é necessário que os polos da função de transferência estejam contidos na região de convergência do plano z, formada por um círculo unitário conforme visto na Figura 3. Essa condição de estabilidade está diretamente relacionada entre os planos, pois o plano z representa o semiplano esquerdo do plano s.

Este método aproxima o mapeamento entre os planos s e z através da expansão de uma série truncada, assim:

$$z = e^{sT} \approx 1 + sT. \quad (5)$$

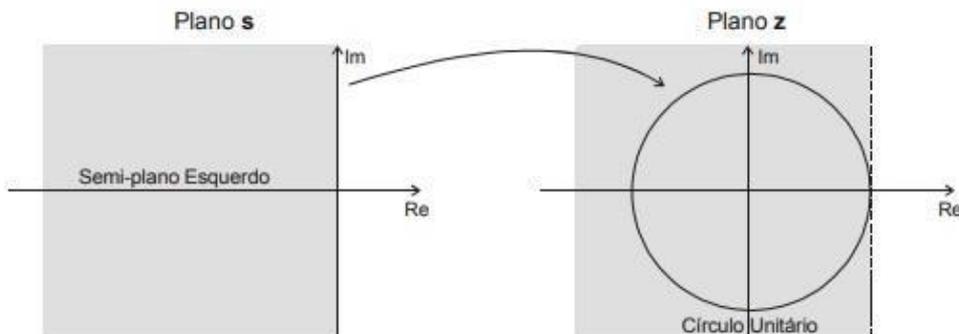
Manipulando a equação tem-se que:

$$s = \frac{z - 1}{T} = \frac{1 - z^{-1}}{T \cdot z^{-1}}. \quad (6)$$

A discretização de um sistema no tempo contínuo para o tempo discreto através do método de Euler representa apenas o deslocamento do eixo imaginário, apresentando baixa precisão. Portanto, o semiplano esquerdo do plano s é mapeado para a região do círculo unitário, o que conseqüentemente pode gerar instabilidade

pois os polos podem se localizar fora do círculo unitário como mostrado na Figura 3 (MONZANI, 2010).

Figura 3 – Método de Euler para discretização de sistemas.



Fonte: Monzani, 2010 – Modificado.

- b) Método Tustin:** É equivalente ao método dos trapézios para realizar integração numérica, com a equação a diferença correspondente como segue:

$$y_k = y_{k-1} + \frac{T(u_k + u_{k-1})}{2}, \quad (7)$$

Aplicando a transformada z:

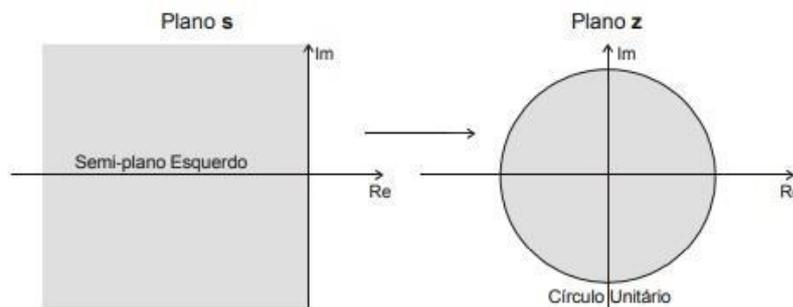
$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{T(z+1)}{2(z-1)}. \quad (8)$$

De onde obtém-se as seguintes variáveis:

$$s = \frac{2(z-1)}{T(z+1)}. \quad (9)$$

Neste método o semiplano esquerdo do plano s se transforma no círculo unitário no plano z, portanto sistemas contínuos estáveis são transformados em sistemas discretos estáveis, como demonstrado na Figura 4.

Figura 4 – Método de Tustin para discretização de sistemas.



Fonte: Monzani, 2010 – Modificado.

4.4. REPRESENTAÇÃO POR ESPAÇO DE ESTADOS

A modelagem no domínio do tempo, é um método unificado de modelagem, análise e projeto de uma grande variedade de sistemas, podendo ser utilizado para representar sistemas não lineares que possuam saturação ou zona morta. Sistemas com mais de uma entrada e saída, podem ser representados no espaço de estados de forma compacta e simplificada que se assemelha a complexidade de um sistema com apenas uma entrada e uma saída (NISE, 2012).

Uma representação no espaço de estados é um modelo matemático de um sistema físico como um conjunto de variáveis de entrada, saída e estado relacionadas por equações diferenciais de primeira ordem ou equações a diferenças. Variáveis de estado são variáveis cujos valores se alteram ao longo do tempo de uma maneira dependente de valores que os estados possuem em um determinado momento e também depende dos valores impostos externamente às variáveis de entrada. Os valores das variáveis de saída dependem dos valores das variáveis de estado.

Para saber o número de entradas, saídas e estados de um sistema, essas variáveis são expressas como vetores, podendo ter as equações diferenciais escritas em forma de matriz. A representação no espaço de estados fornece uma maneira simplificada de modelar e analisar sistemas com várias entradas e saídas sem a necessidade de lidar com transformadas de Laplace.

O conceito de controlabilidade é fundamental para o projeto de controlador que use realimentação de estado. Um sistema instável, porém controlável, pode ser estabilizado e, em consequência se torna uma condição necessária que permite projetar com segurança controladores para sistemas de controle (SIMÕES, 2015).

Já o conceito de observabilidade diz que para se realizar esquemas de seguimento robusto, é necessário a utilização de controle por realimentação de estado. Quando o estado não é mensurável, é impossível a implementação deste tipo de controle. Porém, é possível obter uma estimativa do vetor x , usando apenas os sinais de entrada e de saída que são sempre mensuráveis. O esquema que estima o estado a partir da entrada e da saída é denominado de Observador de Estado. O conceito de observabilidade é importante para a construção de observadores de estado. Esquemas de controle por realimentação de estado podem ser implementados usando o estado estimado ao invés do estado real (SIMÕES, 2015).

A discretização do espaço de estados diz que os sinais em um sistema discreto estão na forma amostrada, portanto pode-se obtê-los por meio de uma operação de amostragem de um sinal contínuo no tempo com a utilização de um modelo Zero-Order-Hold (ZOH).

4.4.1. CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE

Para verificar se o sistema se encaixa nas características de um sistema controlável, é aplicado o conceito de controlabilidade para o espaço de estados através das funções de transferência encontradas. Pois um sistema instável, porém controlável, pode ser estabilizado permitindo que o projeto de controladores através de espaço de estados seja feito com segurança (NISE, 2012).

Inicialmente analisa-se a função de transferência para que seja claro que ela esteja no formato da função de transferência $H(z)$:

$$H(z) = \frac{b_0s^n + b_1s^{n-1} + \dots + b_{n-1}s + b_n}{s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n} \quad (10)$$

A partir disso deve-se atribuir os valores correspondentes da função de transferência nas matrizes:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * u \quad (11)$$

$$y = [b_n - a_n \cdot b_0 : b_{n-1} - a_{n-1} \cdot b_0 : \dots : b_1 - a_1 \cdot b_0] * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + b_0 * u \quad (12)$$

Onde os valores de x_n representam as variáveis de estado, \dot{x}_n as derivadas destas variáveis em relação ao tempo e y a saída do sistema. Pode-se chamar a primeira matriz da Eq. (11) de matriz A e a segunda matriz da Eq. (11) de matriz B.

Após montar a matriz com os valores correspondentes, é necessário que seja calculado o determinante da matriz de controlabilidade, a qual é feita como:

$$M = [B \quad BA \quad BA^2 \quad \dots \quad B \cdot A^{n-1}] \quad (13)$$

A partir matriz de controlabilidade M (Eq. (13)), para que se saiba se o sistema é controlável, é necessário que seja feito o determinante desta matriz, sendo que se o determinante apresentar valores diferentes de zero, o sistema é de fato controlável.

Para a questão da observabilidade, quando há necessidade de realizar esquemas de seguimento robusto, é necessário a utilização de controle por realimentação de estado, através da obtenção uma estimativa do vetor x , usando apenas os sinais de entrada e de saída. O conceito de observabilidade é importante para a construção de observadores de estado.

Com uma função de transferência no mesmo formato da Eq. (10), pode-se aplicar o conceito de observabilidade preenchendo as matrizes:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 \\ b_{n-1} - a_{n-1} b_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} u \quad (14)$$

$$y = [0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + b_0 u \quad (15)$$

Novamente, será montada uma nova matriz a partir destas matrizes das Eq. (14) e Eq. (15), chamada matriz de observabilidade:

$$O = [C \ CA \ CA^2 \ \cdots \ C.A^{n-1}] \quad (16)$$

definida na Eq. (16), porém neste caso a matriz C é a matriz vista na Eq. (15).

Assim, de posse da matriz de observabilidade, para que se saiba se o sistema é observável, é novamente necessário que seja feito o determinante desta matriz, sendo que se o determinante apresentar valores diferentes de zero o sistema é observável.

4.5. SISTEMA PÊNDULO INVERTIDO

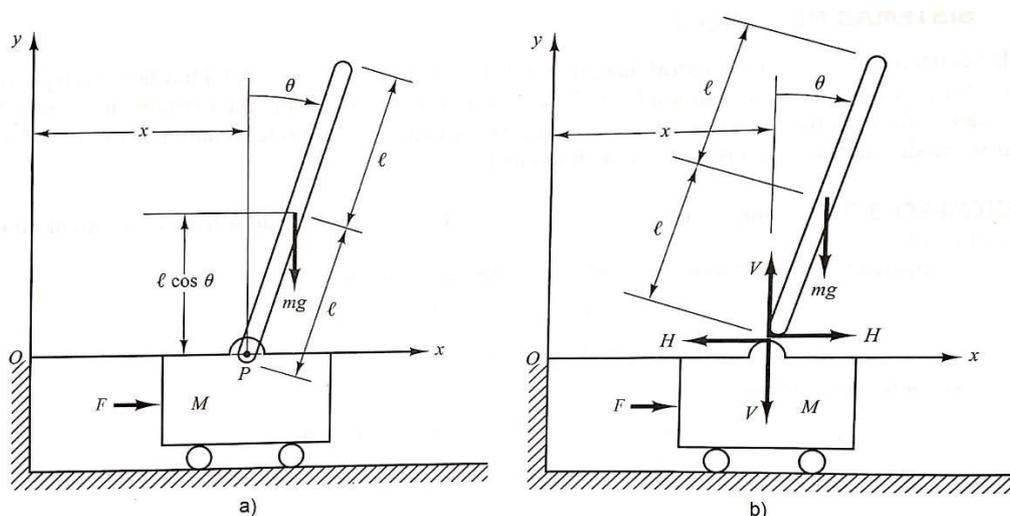
O pêndulo invertido é um sistema mecânico semelhante a um pêndulo comum, porém tem seu centro de gravidade localizado acima do seu eixo. Diferentemente do pêndulo comum, o pêndulo invertido é um sistema naturalmente instável quando não está em repouso, e necessita de uma ação de força externa para manter-se ereto, caso contrário iria cair pela ação da gravidade (OGATA, 2009).

É um sistema utilizado amplamente no estudo de modelos de controle de sistemas instáveis, como por exemplo o controle de posição de veículos espaciais em seu lançamento (OGATA, 2009), controle de postura de bípedes, veículos de transporte pessoal, entre outros.

O sistema consiste de um pêndulo invertido fixado a uma base móvel com movimento em sentido linear. Tem-se como objetivo, manter o pêndulo em posição vertical para cima, mesmo com a ação de perturbações externas, por exemplo, uma pessoa tentando desequilibrar o pêndulo. A base móvel deve ser capaz de realizar movimentos rápidos o suficiente para que a haste se mantenha em equilíbrio.

Para o projeto do controlador PID, isto é, para que este seja capaz de determinar as forças adequadas a serem aplicadas na base do pêndulo, se faz necessária a modelagem matemática do sistema. Para isto, são utilizados princípios de mecânica geral a fim de levantar o equacionamento responsável pela dinâmica do sistema. O pêndulo invertido contém variadas forças atuando em seu sistema, conforme demonstrado na Figura 5a e seu diagrama de corpo livre está demonstrado na Figura 5b.

Figura 5 – Representação gráfica do pêndulo invertido: a) diagrama de forças; b) diagrama de corpo livre.



Fonte: Ogata, 2009 – Modificado.

Considerando que o centro de gravidade da haste está localizado no seu centro geométrico e que é possível deduzir a equação de movimento da haste. Sendo a força F aplicada sobre a base, o ângulo de inclinação da haste θ , a distância dos extremos da haste até seu centro geométrico l , a massa da

base M , a massa do pêndulo m e a posição o centro de gravidade (x_g, y_g) temos a seguinte dedução (OGATA, 2009):

$$x_g = x + l \operatorname{sen} \theta, \quad (17)$$

$$y_g = l \cos \theta. \quad (18)$$

Considerando o diagrama de corpo livre da Figura 5b, pode-se calcular a velocidade angular $\ddot{\theta}$ da haste em relação ao centro de gravidade, assim tem-se (OGATA, 2009):

$$I\ddot{\theta} = Vl \operatorname{sen} \theta - H l \cos \theta, \quad (19)$$

onde I é correspondente ao momento de inércia da haste em relação ao seu centro de gravidade. O movimento horizontal do centro de gravidade da haste é dado pela equação (OGATA, 2009):

$$m \frac{d^2}{dt^2} (x + l \operatorname{sen} \theta) = H. \quad (20)$$

O movimento vertical do centro de gravidade da haste é tal que:

$$m \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) = V - mg. \quad (21)$$

O movimento horizontal da base é definido pela equação, sendo b o atrito da base:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} = F - H. \quad (22)$$

Este atrito pode ser definido como:

$$b = \frac{mgl\theta - \ddot{\theta}(I + ml^2)}{ml} F - H. \quad (23)$$

Devido a necessidade de o ângulo de inclinação da haste (θ) ser reduzido, para que seja mantido na posição vertical, pode-se considerar $\sin \theta = \theta$ e $\cos \theta = 1$, portanto as Eqs. (19) a (21) podem ser linearizadas como segue (OGATA, 2009):

$$I\ddot{\theta} = Vl \theta - Hl, \quad (24)$$

$$m(\ddot{x} + l \ddot{\theta}) = H, \quad (25)$$

$$0 = V - mg, \quad (26)$$

$$M + b\dot{x} = F - H. \quad (27)$$

Através das Eqs. (22) e (23) tem-se:

$$F = (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} - ml\ddot{\theta}, \quad (28)$$

e com as Eqs. (24) a (26), obtêm-se:

$$I\ddot{\theta} = ml\theta - Hl, \quad (29)$$

$$I\ddot{\theta} = mgl\theta - ml(\ddot{x} + l\ddot{\theta}), \quad (30)$$

$$mgl\theta = I\ddot{\theta} + ml\ddot{x} + ml^2\ddot{\theta}, \quad (31)$$

$$mgl\theta = \ddot{\theta}(I + ml^2) + ml\ddot{x}. \quad (32)$$

A relação entre a função de transferência do ângulo do pêndulo e a força (F) aplicada na base, isto é, a FT, é obtida como segue:

$$P(s) = \frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{\frac{ml}{q}s^2}{s^4 + \frac{b(I + ml^2)}{q}s^3 - \frac{(M + m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmgl}{q}s}. \quad (33)$$

A função de transferência do deslocamento do carro e a força (F) é:

$$Q(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{\frac{I + ml^2}{q}s^2 + \frac{mgl}{q}}{s^4 + \frac{b(I + ml^2)}{q}s^3 - \frac{(M + m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmgl}{q}s}, \quad (34)$$

sendo que:

$$q = (M + m)(I + ml^2) - m^2l^2, \quad (35)$$

substituindo esta Eq. (35) nas Eq. (33) e (34), tem-se a função de transferência do ângulo do pêndulo e o deslocamento da base, assim:

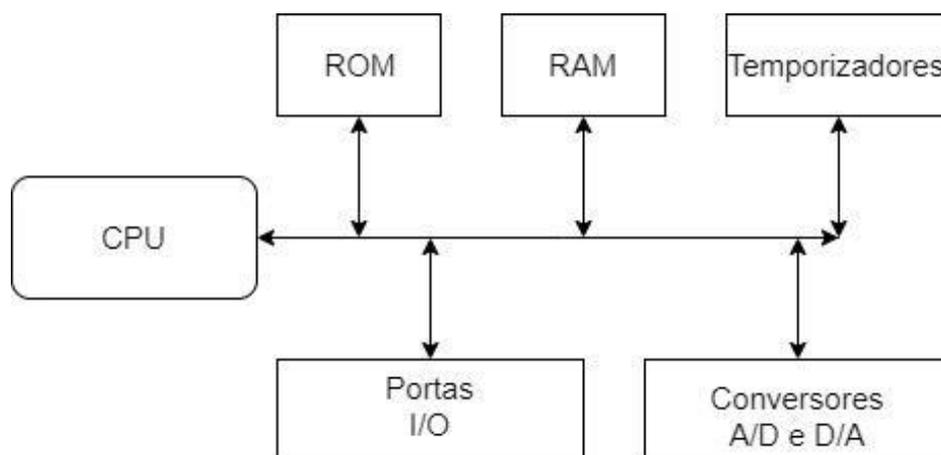
$$\frac{\theta(s)}{X(s)} = \frac{mls^2}{(I + ml^2)s^2 + mgl}. \quad (36)$$

4.6. MICROCONTROLADORES

Microcontrolador é um equipamento eletrônico bastante versátil que é utilizado em muitos aparelhos eletroeletrônicos e eletrodomésticos. Este é um circuito integrado programável para tarefas específicas, sendo capaz de ler valores em portas de entrada e controlar sinais elétricos nas suas portas de

saída, que além de uma unidade central de processamento (CPU) é dotado de periféricos que fazem dele um equipamento capaz de exercer variadas funções sem a dependência de uma grande quantidade de equipamentos conectados a ele, sendo ideal no desenvolvimento de sistemas de baixo custo. Na Figura 6 tem-se a ilustração da estrutura interna de um microcontrolador, onde tem-se componentes como memória ROM, que é uma memória apenas de leitura, onde são salvas rotinas implementadas no microcontrolador. A Memória RAM, uma memória de acesso randômico, que armazena temporariamente dados que estão sendo utilizados momentaneamente. As Portas I/O que são conexões internas do microcontrolador onde são definidas entradas e saídas do sistema e por fim os conversores Analógico-Digitais e Digitais-Analógicos, estes responsáveis pela conversão de dados contínuos em dados discretos ou vice versa.

Figura 6 – Estrutura interna básica de um microcontrolador.



Fonte: Zelenovski, 2002 – Modificado.

5. MATERIAIS E MÉTODOS

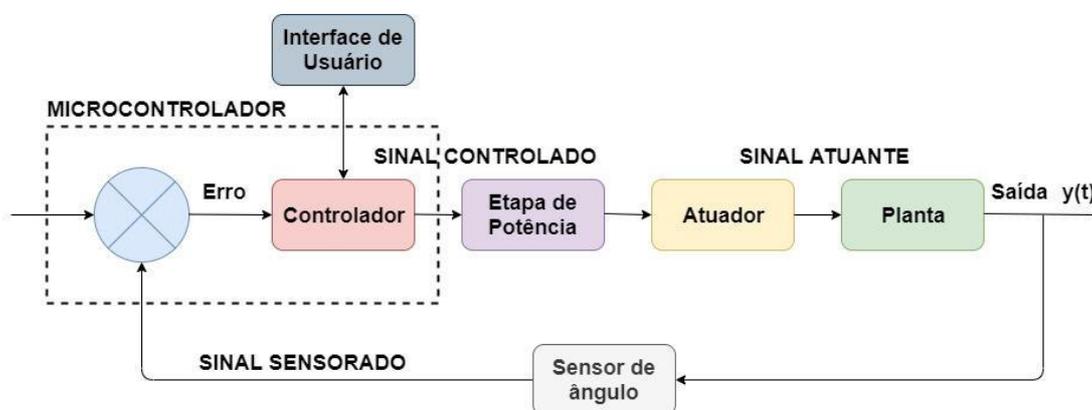
Neste capítulo será descrita a metodologia que será seguida no desenvolvimento do projeto.

5.1. PROTÓTIPO PROPOSTO PARA O SISTEMA DE CONTROLE SELECIONADO

O protótipo da ferramenta didática baseada no pêndulo invertido, demonstrado na Figura 8, contém uma base móvel de deslocamento unidimensional, e a esta base está conectado o pêndulo, que será o objeto a ser controlado. O controle da ferramenta foi desenvolvido utilizando o sistema de prototipagem eletrônica livre Arduino. Este sistema é baseado em uma linguagem de programação própria à plataforma semelhante a linguagens de programação conhecidas como C e C++. Seu ambiente de desenvolvimento possui ferramentas de monitoramento bem desenvolvidas, as quais foram de grande valia para acompanhar o comportamento da planta durante o desenvolvimento do projeto.

O controle é manejado pelo algoritmo PID digital, que está embutido no microcontrolador por meio de código programação, o qual envia para o atuador o sinal necessário para que este consiga corrigir a diferença entre o erro encontrado e a posição de referência, tendo seu funcionamento baseado no diagrama de blocos da Figura 7.

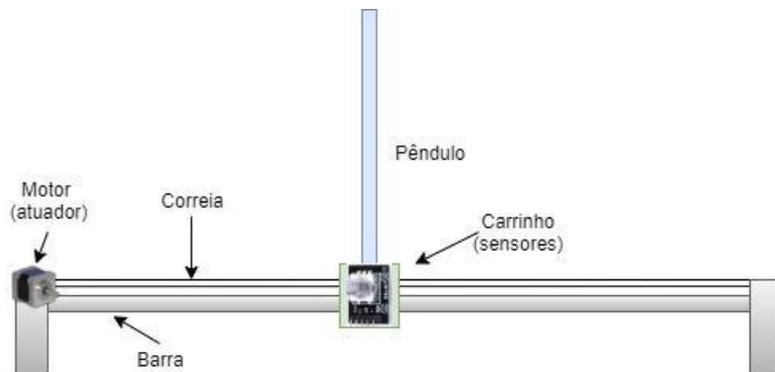
Figura 7 – Diagrama de blocos do sistema de controle proposto



Fonte: Autoria própria.

De forma a exemplificar, será descrito o processo que estão implícitos no esquemático da Figura 8.

Figura 8 – Esquemático do protótipo da planta.



Fonte: Autoria própria.

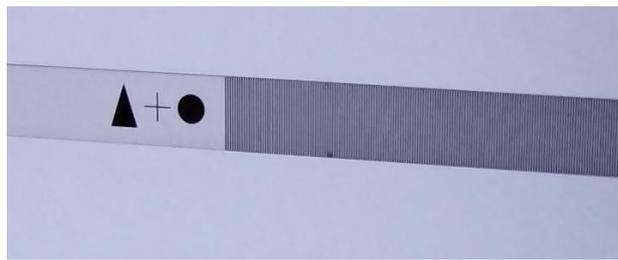
Inicialmente, em uma tentativa de conter custos a um mínimo possível, foram utilizadas peças de impressoras descartadas, já que estas já possuem embutidas em seu interior um conjunto estrutural composto de uma barra onde desliza um carrinho, no qual alojam-se os cartuchos de tinta. Este carrinho, retirado de uma impressora da marca HP, modelo 2050, é movimentado horizontalmente com um conjunto composto por correia e um motor de corrente contínua (Figura 9). Além disso, escolheu-se por utilizar-se uma impressora, pois ela contém um sistema de localização do carrinho baseado em codificadores óticos lineares.

Figura 9 – Estrutura retirada de uma impressora.



Fonte: Autoria própria.

Este codificador ótico ligado ao carrinho tem a capacidade de ler uma fita codificada (Figura 10), a qual o sistema da impressora baseia-se para identificar a posição do carrinho ao longo da barra.

Figura 10 – Fita codificada.

Fonte: Autoria própria.

Para poder utilizar este recurso é necessária uma análise visual e elétrica da Placa de Circuito Impresso (PCI), na qual o codificador está embutido, pois a impressora possui muitas outras funções além de apenas o posicionamento do carrinho, portanto, analisando o circuito impresso com auxílio de *datasheets* e um multímetro foi possível encontrar quais pinos no conector da placa são responsáveis pelo funcionamento do codificador. Localizadas as conexões, foi necessário um trabalho realizado com ferro de solda para que seja possibilitada a ligação do codificador na plataforma Arduino. Este tipo de sensor proporciona uma grande precisão no que se diz em identificação de posicionamento, registrando mais de 7000 posições distintas no decorrer de toda a extensão de movimento vertical permitido pela estrutura.

Para desempenhar a leitura do ângulo do pêndulo, inicialmente, foi planejado em utilizar-se de um potenciômetro ligado ao eixo ao qual o pêndulo faria seus movimentos. Ao desenvolver a planta nesta configuração dotada do potenciômetro, verificou-se que havia falhas na leitura dos valores gerada pelo potenciômetro. Averiguando a situação, chegou-se à conclusão de que o sensor se apresentava com defeito, acarretando na sua troca. Com um novo potenciômetro instalado, houve um sucesso momentâneo na leitura do sensor, que pouco tempo após o início dos testes, novamente apresentaram-se falhas na linearidade da leitura do sensor.

De modo a tentar facilitar a reprodução do módulo didático, foram testados outros componentes, como um motor de passo, que seria o responsável pelo movimento do carrinho onde o pêndulo é fixado através do conjunto de correias. Este motor propicia uma grande precisão de movimentos, facilitando o controle do pêndulo, já que seus movimentos podem ser realizados em pulsos

muito pequenos. Para o controle do ângulo do pêndulo e efetivamente a construção do controle PID, seria utilizado um módulo dotado de acelerômetro e giroscópio (Figura 11) fixado no topo do pêndulo. Para o correto funcionamento deste módulo, foi necessária a comunicação I2C e interrupção com o Arduino, no qual foi utilizada uma biblioteca muito difundida e de fácil implementação (ROWBERG, 2013).

Figura 11 – Módulo acelerômetro MPU-6050.



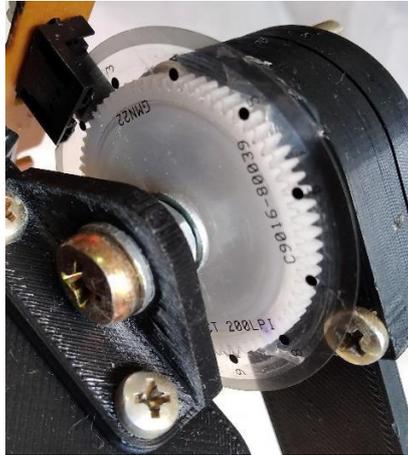
Fonte: Autoria própria.

O módulo em questão se apresentava funcional quando eram requisitados dados de ângulo e aceleração sem tratamento dos dados. Porém, quando se exigia todos os recursos disponíveis, este apresentava erros e constantemente interrompia a comunicação com o Arduino. Em pesquisas realizadas, surgiu a informação de que poderia haver problemas com as soldas dos pinos, as quais foram refeitas, porém sem sucesso, já que o módulo continuava apresentando erros de comunicação.

Devido a este cenário, decorreu-se a procura por uma nova solução para a leitura do ângulo do pêndulo, que apresentasse características como boa precisão, fácil implementação e alta robustez. Tendo em vista o sucesso com o codificador ótico linear utilizado na movimentação do carrinho da planta, foi realizada uma pesquisa para apurar se havia sensores semelhantes que estivessem disponíveis e aplicáveis ao conjunto do pêndulo. Uma das soluções encontradas foi o codificador ótico rotativo (Figura 12), que é baseado no mesmo funcionamento do sistema descrito anteriormente para o posicionamento do carrinho, porém, agora no lugar de uma fita posicionada verticalmente há um disco com múltiplas linhas em torno de seu perímetro, que permite a utilização deste equipamento para a leitura precisa de ângulos, rotação ou posicionamento

de um eixo. Este equipamento também pode ser encontrado no interior de impressoras, onde neste tipo de dispositivo é responsável pela leitura da posição do papel no seu interior.

Figura 12 – Disco codificado e sensor ótico instalado na planta.



Fonte: Autoria própria.

Novamente, como para o codificador linear, houve a necessidade da análise do circuito para que fossem identificadas as conexões que deveriam ser realizadas na placa de circuito impresso, retirada da impressora, agora, porém a placa principal do equipamento. Infelizmente, após muito analisar e estudar os circuitos verificou-se que o sensor embutido na placa principal tinha suas conexões associadas a diversos microcontroladores, estes desenvolvidos pelo fabricante para uso exclusivo na impressora, onde não foram encontradas informações que auxiliassem a esclarecer uma ligação que permitisse o uso do sensor. Desta forma buscou-se, uma impressora descartada, esta do modelo 3636, para verificar se o sensor instalado permitiria um uso mais facilitado, e que o sensor ótico rotacional não se encontrasse atrelado a microcontroladores, ou seja, que fosse ligado diretamente.

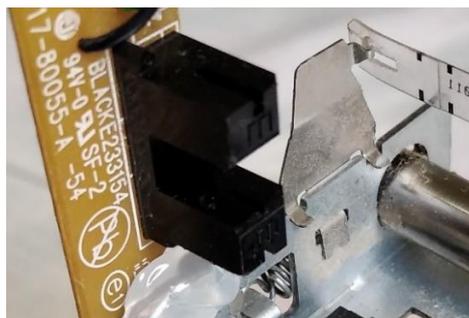
Encontrado tal circuito (Figura 12), este foi fixado na planta precisamente em uma posição na qual houvesse perfeita leitura do disco codificado, pois qualquer desvio, seja vertical, horizontal ou de ângulo gera falhas na leitura.

Devido ao codificador ótico linear não gravar sua posição ao desligar o circuito, a leitura da posição do carrinho seria errônea cada vez que o código

fosse iniciado, então foi necessário buscar uma solução para que o carrinho iniciasse seu trajeto sempre em uma mesma posição, pois sem isto, o carrinho poderia atingir seus limites de curso sem conseguir identificar corretamente que estaria próximo deles. Para isto, foi utilizado um acoplador ótico (Figura 13), o qual foi fixado na extremidade da estrutura metálica, ao lado oposto de onde encontra-se motor. Ele pode ser utilizado como: sensor de velocidade, chave ótica ou sensor de contagem. Este sensor, também retirado da impressora, era responsável pela detecção de papel no interior dela.

Segundo dados obtidos por RepRap (2019), diversas marcas e modelos de impressoras utilizam sensores e motores muito semelhantes, sendo que o processo de adaptação no caso de se utilizar algum modelo diferente de impressora, não será demasiadamente complicado.

Figura 13 – Acoplador ótico.



Fonte: A autoria própria.

A seguir serão descritos com mais detalhes os componentes utilizados para a montagem e funcionamento da planta.

a) Codificador ótico: É um sensor acoplado com uma escala de forma a ser capaz de codificar posição. O sensor (Figura 14) faz a leitura da escala convertendo o sinal encontrado em um sinal analógico ou digital para que seja interpretado pelo controlador utilizado na aplicação, de modo que o sinal seja utilizado como uma identificação de posição ou controlador de movimentos.

Este tipo de sensor pode ser do tipo absoluto ou incremental, onde os movimentos são determinados pela mudança de posição ao longo do tempo. Os codificadores óticos são o tipo de codificador mais utilizados em aplicações que exigem alta precisão, operando através da leitura de linhas de escala dispostas ao longo de uma fita ou disco que impedem a passagem de luz. Com o auxílio

de um LED emissor de luz infravermelha e fotodetectores, geralmente transformando a distribuição de luz em dois sinais elétricos senoidais que são utilizados para a determinação da posição relativa entre o sensor codificador e a escala linear (LEACH, 2014).

Figura 14 – PCI retirado de uma impressora com codificador ótico em destaque.



Fonte: Homofaciens.

O conjunto de fotodetectores e fita escala utilizados na planta para movimentos lineares permite ao carrinho a leitura de aproximadamente 7000 diferentes posições identificáveis ao longo de um movimento horizontal de aproximadamente 28 cm. Já o conjunto utilizado para a leitura do ângulo do pêndulo, porém agora dotado de um disco codificado, detecta aproximadamente 4700 posições distintas ao decorrer de uma volta completa do pêndulo.

b) Atuador: Motor para realizar a movimentação do carrinho onde o pêndulo se encontra fixado. Optou-se pela utilização de um motor elétrico comum de corrente contínua presente nas impressoras. Conforme mostrado na Figura 15, o qual já possui fixação na estrutura, bem como um conjunto de polias e correias corretas para a utilização na impressora. Portanto, este permitiu uma fácil adaptação para a sua utilização no projeto do pêndulo invertido. Os dados deste motor de modelo C9000-600005 são de difícil obtenção devido a ser produzido especificamente para a aplicação na impressora, porém ao realizar uma medição de valores de tensão utilizados ainda com a impressora intacta, observou-se que o motor se alimenta com uma tensão de até 12 V. De qualquer modo, motores

de corrente contínua são altamente tolerantes a variações de tensão e sobretensão.

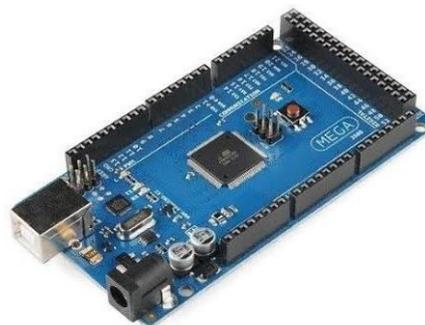
Figura 15 – Motor CC retirado da impressora.



Fonte: Autoria própria.

c) Microcontrolador: Este está programado para calcular a diferença entre a referência e o sinal proveniente do sensor de ângulo, em outras palavras, o erro, e efetuará correções através do algoritmo de controle digital PID. O microcontrolador ATmega2560 utilizado é baseado na plataforma Arduino (Figura 16), bem difundida no mundo da engenharia pela sua facilidade de uso. Esta plataforma contém todas as entradas e saídas necessárias para o funcionamento do protótipo. O *chip* do microcontrolador é baseado na tecnologia *ATmega*, utilizado em várias plataformas de desenvolvimento, e possui poder de processamento adequado para a correção em tempo real do posicionamento do pêndulo.

Figura 16 – Arduino Mega.



Fonte: filipeflop, 2019.

A escolha de utilização do Arduino para o projeto foi devido a facilidade em atualizações futuras e simplicidade na reprodução do projeto, já que é facilmente encontrado no mercado. O modelo Mega foi especificamente escolhido pela sua maior capacidade de memória em relação ao modelo mais comum, o Uno, e a maior quantidade de portas de interrupção, necessárias para a utilização dos dois codificadores óticos, como pode ser visto na Tabela 1.

Tabela 1 – Características do microcontrolador

Microcontrolador	ATMega2560
Tensão de operação	5 V
Pinos digitais	54 (15 PWM)
Pinos analógicos	16
Memória flash	256 kB
SRAM	8 kB
EEPROM	4 kB
Clock	16 MHz
Pinos com interrupção	6

Fonte: Arduino, 2019 - Modificado.

d) Etapa de potência: O microcontrolador não é apto a fornecer correntes elevadas o suficiente para operar o atuador diretamente, pois o atuador é um motor de potência elevada, na casa dos 15 W, enquanto o microcontrolador é capaz de fornecer apenas potência de no máximo 0,25 W em suas saídas (SOUZA, 2013). Então, se faz necessário a utilização de um circuito especial para esta tarefa, que receberá o sinal do microcontrolador e o ampliará para que o atuador seja devidamente acionado. Esta etapa é realizada por um circuito de potência operado por transistores e uma fonte de alimentação externa, onde aplica-se uma corrente na base do transistor para controlar a corrente que flui no coletor do transistor, assim possibilitando a aplicação em potências mais elevadas. Para isto foi escolhido o *driver* L298n (Figura 17), circuito capaz de controlar até 2 motores de corrente contínua ou um motor de passo, e pode fornecer a alimentação necessária para o sistema, permitindo facilmente a modificação do projeto devido sua ampla faixa de operação, conforme demonstrado na Tabela 2.

Figura 17 – Driver de acionamento L298n.



Fonte: filipeflop, 2019

Devido à necessidade de constante alteração da velocidade em que o carrinho se movimenta, o motor não pode ser alimentado com uma tensão constante, o que impossibilitaria o controle do pêndulo. Para isto é empregado o método PWM (*Pulse Width Modulation*), que faz que o controle da potência entregue ao motor através de pulsos, enviando a tensão máxima de alimentação do motor por instantes de tempo variáveis, simulando uma tensão estática variável (BARR, 2001).

Tabela 2 – Características do *driver* de acionamento

Driver L298n	
Tensão de operação	4 a 35 V
Corrente máxima	2 A por motor
Potencia máxima	25 W
Tensão lógica	5 V
Corrente lógica	0 a 36 mA

Fonte: Filipeflop, 2013 - Modificado.

e) Carrinho: Seguindo a estratégia de aproveitamento da estrutura já disponibilizada pela impressora, o carrinho também foi reaproveitado. Este era utilizado para acomodação dos cartuchos de tinta, agora serve de base para a estrutura onde o pêndulo é fixado. Pela natureza da sua função anterior, permite que a base do pêndulo se movimente durante toda a extensão da estrutura da impressora, cerca de 28 cm de movimento horizontal. Para obter alguma modularidade por parte da planta, o pêndulo e a base onde estes são fixados foram fabricadas através do auxílio de uma impressora 3D e modelados com o *software* livre Autodesk Fusion 360.

A base do pêndulo (Figura 18) foi fixada diretamente acima deste carrinho de cartuchos, de maneira que não houvesse interferência nos movimentos de rotação do pêndulo ou no movimento horizontal do carrinho.

Peças que utilizaram de impressão 3D tem seus modelos localizados no apêndice B.

Figura 18 – Base do pêndulo.



Fonte: Autoria própria.

f) Pêndulo: O pêndulo, também construído com auxílio de impressora 3D, é parafusado à base, o que permite que este seja retirado para melhor acomodação da planta. O pêndulo (Figura 19) também é modular, podendo ter seu comprimento reduzido, e é dotado de rolamentos internos em seu eixo, para que haja um mínimo de fricção possível quando os movimentos de inicialização e controle são realizados. Na extremidade do pêndulo estão conectados pesos, aproximadamente 50 g, pois devido ao peso muito baixo do pêndulo por si só, seus movimentos não são fluídos por natureza, pois mesmo com os rolamentos no eixo, existe um mínimo de fricção. Os pesos auxiliam nesta fluidez de movimentos e permitem que haja uma maior facilidade no controle dos movimentos.

De modo a estimar parâmetros do modelo do pêndulo invertido, quando este estiver montado em sua base com o protótipo completo, foi posicionado de cabeça para baixo, de forma a conseguir um pêndulo comum, onde a haste possa se mover livremente. O pêndulo foi posicionado em um

ângulo perpendicular à base e liberado para que faça seu movimento natural enquanto a leitura de parâmetros pode ser realizada.

Os rolamentos internos do pêndulo são do modelo modelo 607 e foi utilizado um parafuso de 6mm de espessura por 50mm de comprimento para atuar como eixo. É importante frisar que não deve-se fixar a porca no fim do eixo de forma que comprima o pêndulo, pois isto pode afetar o seu livre movimento. Para isto, utilizou-se de duas porcas, uma foi posicionada de maneira que mantivesse o pêndulo fixado sem a ocorrência de movimentos horizontais. A segunda foi utilizada como uma contraporca, de maneira que impedisse a movimentação da primeira, independentemente dos movimentos do pêndulo. Os modelos para impressão 3D encontram-se no Apêndice B.

Figura 19 – Pêndulo já montado na estrutura.



Fonte: Autoria própria.

g) Fonte de alimentação: Para que o motor que movimenta o carrinho da planta seja capaz de realizar movimentos rápidos e precisos, necessários para a correção do erro do ângulo é necessário que este seja alimentado corretamente. Para isto é utilizada uma fonte de alimentação do modelo CYWE018S012V1500, a qual opera com alimentação de tensão alternada entre 100 V e 240 V e propicia uma saída em corrente contínua em 12 V e até 1,5 A (Figura 20). Esta fonte alimenta o módulo driver L298n, fornecendo tensão e corrente para o motor movimentar o pêndulo.

Figura 20 – Fonte de alimentação.



Fonte: Autoria própria.

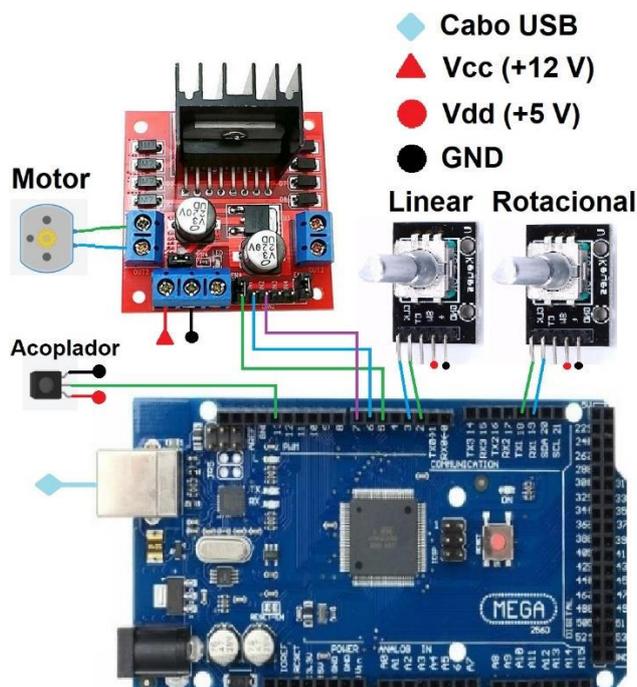
Para verificar se a fonte escolhida é capaz de prover corrente suficiente para o motor, realizou-se um teste com uma fonte de maior potência, capaz de fornecer até 10 A a uma tensão de 12 V. No teste verificou-se que não houve diferenças no comportamento da planta, então por questões de custo e portabilidade, optou-se por manter a fonte apresentada na Figura 20.

5.2. IMPLEMENTAÇÃO DA PLANTA

Na seção aqui apresentada, serão descritas as estruturas e conexões elétricas utilizadas na construção da planta e a implementação em *software* realizada para que o sistema operasse de forma ideal.

a) Conexões elétricas: O diagrama das conexões elétricas feitas entre todos os elementos: sensores, *driver*, motor, Arduino e fonte de alimentação, são demonstrados na Figura 21. Para maiores detalhes, consulte o Manual de instruções localizado no Apêndice A.

Figura 21 – Conexões elétricas utilizadas na planta.



Fonte: Autoria própria.

b) Implementação com Arduino Mega:

O algoritmo implementado para esta planta efetua todos os procedimentos matemáticos necessários para controlar a planta através do controle PID, o qual foi implementado com auxílio do ambiente de desenvolvimento feito propriamente para a utilização com Arduino, chamado de Arduino IDE.

Para a correta operação do sistema do Arduino, são mandatórias duas funções em todo e qualquer código que utilize esta plataforma. São estas a função *setup* e a função *loop*. A primeira é responsável pela inicialização do sistema da planta, onde são definidos valores como taxa de comunicação serial, valores de inicialização para os codificadores linear e rotacional, além de ser realizada o movimento de posicionamento do carrinho, onde este é movimentado para a direita até ativar o sinal do foto interruptor, momento o qual se identifica a posição zero do codificador linear, ponto de referência de onde o sistema irá trabalhar para reconhecer a posição do carrinho em tempo real. Após isto, o carrinho é levado até o meio da estrutura e aguarda o início do equilíbrio do pêndulo. Nesta função ainda são definidas entradas e saídas do sistema.

Na função *loop* é onde efetivamente está sendo feito o controle da planta, sendo realizadas leituras dos codificadores de posição, para efetuar comandos para o controle da planta. Dentro desta função estão localizados os algoritmos referentes ao controle PID como também comandos de delimitação de posicionamento do carrinho, para que não atinja fim de curso em ambas as direções de movimento. Este código é executado num ciclo sem fim após a inicialização do sistema e só é pausado caso o pêndulo atinja um ângulo crítico onde não há mais a possibilidade de reaver o seu equilíbrio, no momento no qual o sistema fica aguardando um novo posicionamento do pêndulo. O algoritmo finalizado se encontra disponibilizado no Apêndice C.

Figura 22 – Protótipo completo do pêndulo invertido sobre barra deslizante.



Fonte: Autoria própria.

O protótipo completo está montado conforme visto na Figura 22, onde é possível observar o pêndulo em sua posição de referência, a base onde o pêndulo é fixado, a estrutura modificada para movimentar a base do pêndulo e a caixa de suporte, que também tem a função de proteger os circuitos da planta. Esta caixa foi confeccionada em madeira MDF com espessura de 6 mm com cortes a laser. Possui 20 cm de comprimento, 10 cm de altura e 10cm de profundidade. O modelo inicial foi projetado com auxílio de uma ferramenta online elaborada por RickTron (2020). Um modelo semelhante pode ser encontrado no Apêndice B.

Para a correta fixação da estrutura metálica na caixa de proteção foi necessário desmontar a estrutura por completo, pois é necessário perfurar a estrutura e a caixa com o auxílio de uma furadeira. Alguns furos pré-existentes na estrutura foram reaproveitados. Esta estrutura foi fixada com parafusos, porcas e arruelas na caixa de proteção de maneira que não permitisse nenhum tipo de movimento entre as duas partes. Também foram feitas aberturas para passagem de fios que ligam os componentes da ferramenta para dentro da caixa de proteção.

Há dois vídeos disponíveis na plataforma Youtube que demonstram o funcionamento da ferramenta. Os vídeo podem ser vistos através dos links: <https://youtu.be/HLXg0PrO5xM> e <https://youtu.be/MoLVTYGKc50>.

5.3. INTERFACE DE USUÁRIO

De forma a tornar a experiência do uso da ferramenta do pêndulo invertido o mais autoexplicativa possível, foi programada uma interface de usuário através do *software* Visual Studio a qual se baseia no *software* já implementado por Camargo (2018) em sua ferramenta baseada no sistema Barra e Bola. Esta interface realiza a comunicação do microcontrolador com o ambiente *Windows* utilizado pelos computadores dos usuários, transmitindo e recebendo informações para que estas sejam visíveis na tela do computador do usuário.

A tela inicial do programa, como demonstrado na Figura 23, apresenta o sistema para acompanhamento do sistema do pêndulo invertido. Ao selecionar na imagem desejada, abre-se uma nova janela onde estão especificados os modos de funcionamento. Na seção do controle PID, o programa é executado após estabelecer uma comunicação com o microcontrolador Arduino. Por meio de uma comunicação serial, a interface se encarregará de enviar comandos que acessam o *hardware* e desenvolvem o procedimento estabelecido, sendo necessária a realização da conexão a cada vez que se inicia o programa.

Figura 23 – Interface inicial do programa.



Fonte: Autoria própria.

Caso a comunicação tenha sucesso, o programa segue para os modos de controle para que o usuário possa fazer uso do sistema. Caso contrário, o programa fica aguardando até que a comunicação seja realizada.

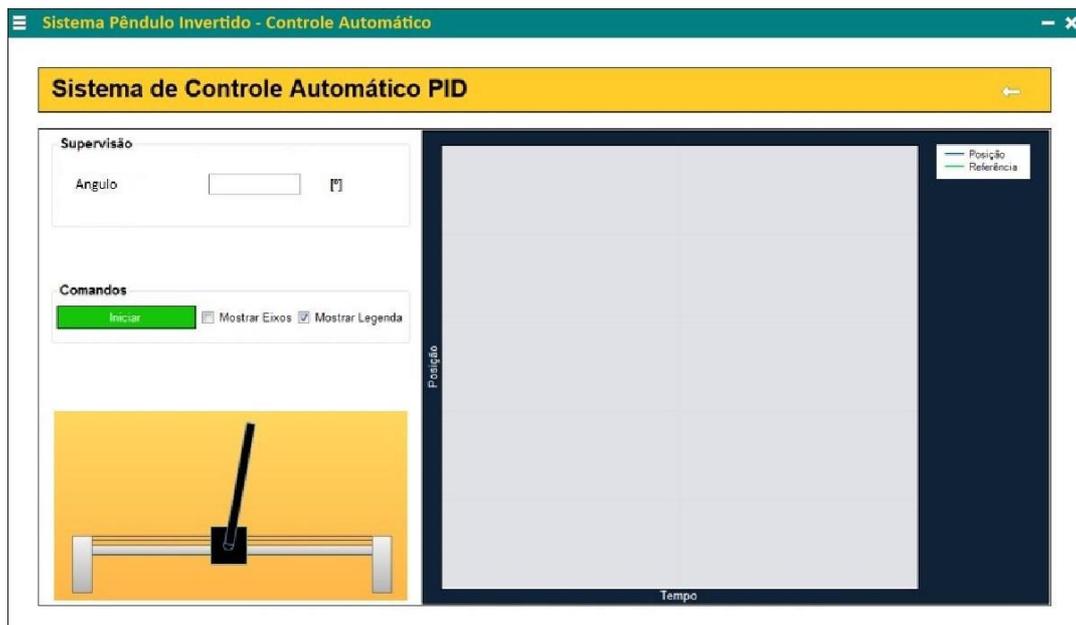
A interface de usuário foi implementada com auxílio da ferramenta Microsoft Visual Studio 2013, utilizando a linguagem C#. Esta ferramenta tem como finalidade a criação de interfaces para *softwares* de uma maneira simplificada.

Abaixo uma descrição sucinta dos modos de funcionamento da interface.

a) Controle Automático: O módulo de sistema de controle automático permite que o usuário possa visualizar os dados e acompanhar parâmetros da planta e do PID digital enquanto o sistema de controle está em ação. O usuário pode alterar a posição de referência da base do pêndulo conforme visto na Figura 24.

Com isso, o comportamento e a função do sistema na parte didática podem auxiliar na fixação de conhecimento do aluno e no trabalho do educador, pois a interface de usuário permite interação com o usuário de forma amigável, dando o livre-arbítrio de escolher parâmetros que o sistema deve seguir e permitindo visualizar o seu comportamento em tempo real.

Figura 24 – Controle automático da planta



Fonte: Autoria própria.

6. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo serão abordados a modelagem do sistema. Além disso, será apresentado o estudo experimental que foi realizado para comprovar o desenvolvimento do sistema.

6.1. MODELAGEM DO SISTEMA DE PÊNDULO INVERTIDO

A modelagem do sistema foi feita com base na dedução realizada no Capítulo 4 da Eq. (33) de onde tem-se a função de transferência para a posição do pêndulo $\{P(s)\}$ em relação a entrada $\{\theta(s)\}$ com a força (F) e também a função de transferência do deslocamento do carro $\{Q(s)\}$ e a força (F) de entrada é mostrada na Eq. (34).

Para que sejam desenvolvidas as equações descritas anteriormente, é necessário que sejam extraídos dados da planta referentes as variáveis que são utilizadas no equacionamento. Para isto o protótipo da Figura 22 teve suas partes desmontadas, onde obteve-se dados de massa individualmente. A força da gravidade e fricção do carro foram usados valores tabelados aproximados para a aplicação do protótipo conforme visto na Que representa o momento de inércia para um pêndulo de massa não uniforme.

Tabela 3. Para o momento de inércia, calculou-se através:

$$I = \frac{1}{3}M.l^2 + m.l^2 \quad (37)$$

Que representa o momento de inércia para um pêndulo de massa não uniforme.

Tabela 3 – Dados da planta do pêndulo invertido.

Dados da planta		
m	Massa do pêndulo	0,15 kg
M	Massa do carro	0,2 kg
g	Força da gravidade	9,81 m/s
l	Distância entre o centro de massa e o ponto de sustentação	0,25 m
I	Momento de inércia	0,0105 m
b	Fricção do carro	0,1 $\frac{N}{ms}$

Fonte: Autoria própria.

Substituindo estes valores da Tabela 3 nas Eqs. (33) a (34), foi obtida a seguinte função de transferência, onde tem-se $P(s)$ como a variação do ângulo do pêndulo em relação a força $\{F(s)\}$ imposta ao carro, e $Q(s)$ representa o movimento do carro em relação a $\{F(s)\}$ exercida sobre ele.

$$P(s) = \frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{5,1724s}{s^4 + 0,3189 s^3 - 17,7414 s^2 - 5,0689 s} \quad (38)$$

$$Q(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{3,1897s^2 - 66,2162}{s^4 + 0,3189 s^3 - 17,7414 s^2 - 5,0689 s} \quad (39)$$

Este sistema pode ser descrito na seguinte representação em espaço de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}' \\ \ddot{x}'' \\ \dot{\theta}' \\ \ddot{\theta}'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(I + ml^2)b}{I(M + m) + Mml^2} & \frac{m^2 gl^2}{I(M + m) + Mml^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-mlb}{I(M + m) + Mml^2} & \frac{mgl(M + m)}{I(M + m) + Mml^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x' \\ \theta \\ \theta' \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{(I + ml^2)}{I(M + m) + Mml^2} \\ 0 \\ \frac{ml}{I(M + m) + Mml^2} \end{bmatrix} u, \quad (41)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x' \\ \theta \\ \theta' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u,$$

Substituindo nas matrizes acima os valores dados na Tabela 3, obtêm-se as seguintes equações:

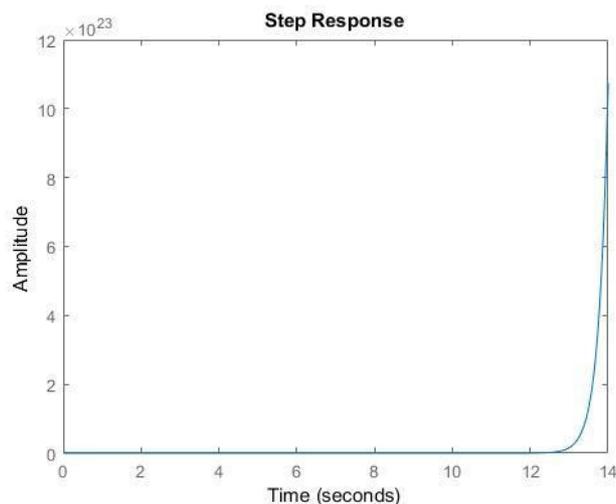
$$\begin{bmatrix} \dot{x}' \\ \ddot{x}'' \\ \dot{\theta}' \\ \ddot{\theta}'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0,319 & 1,141 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0,517 & 17,74 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x' \\ \theta \\ \theta' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3,19 \\ 0 \\ 5,17 \end{bmatrix} u, \quad (42)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x' \\ \theta \\ \theta' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u. \quad (43)$$

De maneira motivacional, deixa-se aqui esta equação para que seja desenvolvido em futuros trabalhos um sistema baseado em controle moderno, utilizando espaço de estados.

Simulando estes dados das funções de transferência das Eq. (38) e Eq. (39), com o auxílio da do *software* Matlab, se obtém a Figura 25, onde é possível observar a resposta do sistema a um degrau em malha aberta para a função de transferência da reação do pêndulo a uma força aplicada na base, vista na Eq. (38):

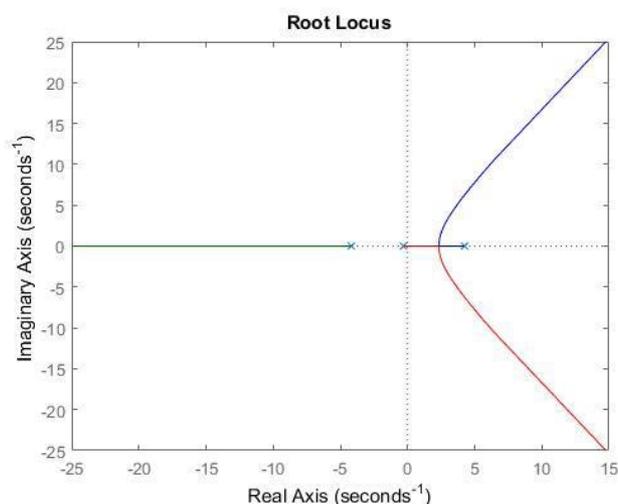
Figura 25 – Resposta do sistema para um degrau para a FT da Eq. (38).



Fonte: Autoria própria.

Da mesma forma também se obteve o Lugar Geométrico das Raízes da Eq. (38), como demonstrado na Figura 26.

Figura 26 – LGR da função de transferência do pêndulo para a FT da Eq. (38).

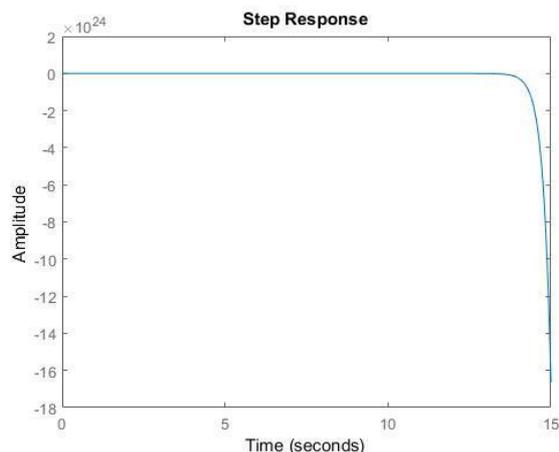


Fonte: Autoria própria.

Sendo um pêndulo invertido um sistema naturalmente instável, ele, sem qualquer mecanismo de controle, não consegue atingir a estabilidade, o que pode ser verificado com a resposta do sistema apresentada na Figura 25. Uma pequena aplicação de força não é capaz de estabilizar o sistema. Na Figura 26 é observável que há 3 polos distintos para o LGR, todos localizados no eixo real, sendo que um deles se localiza no semi plano esquerdo, com zeros que tendem ao infinito.

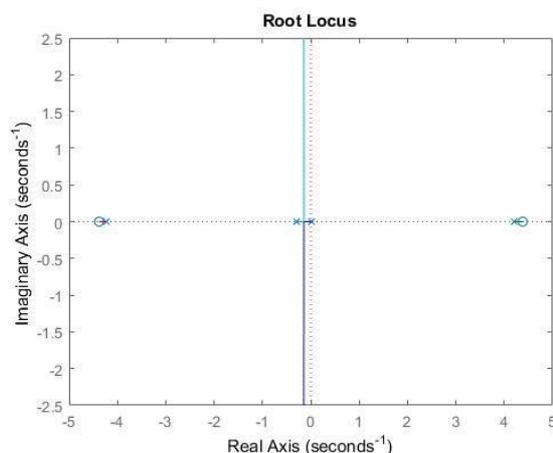
De maneira semelhante, aplicando a mesma metodologia para a Eq. (39), onde é possível verificar a resposta do sistema na Figura 27 e o LGR na Figura 28.

Figura 27 – Resposta do sistema para um degrau para a FT da Eq. (39).



Fonte: Autoria própria.

Figura 28 – LGR da função de transferência do carro para a FT da Eq. (39).



Fonte: Autoria própria.

Para a Figura 28, o LGR apresenta 4 polos no eixo real, sendo 3 destes localizados no semi plano esquerdo. Existem 2 zeros finitos, localizados nas extremidades do eixo real e dois zeros que tendem ao infinito que cruzam o eixo real entre dois polos localizados no semi plano esquerdo.

6.1.1. CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE

Nesta seção, foi aplicado a teoria demonstrada na Seção 4.5, onde verifica-se a controlabilidade e observabilidade do sistema proposto.

Inicialmente, construindo o equacionamento da Eq. (11) para a Eq. (37) e Eq. (38), dado que possuem os mesmos valores no denominador, obtém-se:

$$x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 5,0689 & 17,7414 & -0,3189 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (44)$$

Quando feito o procedimento da Eq. (13), obteve-se a seguinte matriz de controlabilidade:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -0,3189 \\ 0 & 1 & -0,3189 & 17,8424 \\ 1 & -0,3189 & 17,8424 & -6,3164 \end{bmatrix} \quad (45)$$

Desta matriz, calcula-se o determinante para saber se o sistema é controlável:

$$\det M \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -0,3189 \\ 0 & 1 & -0,3189 & 17,8424 \\ 1 & -0,3189 & 17,8424 & -6,3164 \end{vmatrix} = 1 \quad (46)$$

Como o determinante é não nulo, ou seja, diferente de zero, confirma-se que o sistema é controlável.

Aplicando a Eq. (14) para as duas funções de transferência da Eqs. (37) e (38) encontra-se:

$$x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 5,0689 \\ 0 & 1 & 0 & 17,7414 \\ 0 & 0 & 1 & -0,3189 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3,1897 \\ 0 \\ -66,216 \end{bmatrix} u \quad (47)$$

Montando a matriz de observabilidade através da Eq. (16), tem-se:

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 3,1897 & -1,0172 & -9,3018 \\ 3,1897 & 0 & -9,6262 & -1,8782 \\ 0 & -66,216 & 16,1683 & -5,1561 \\ -66,216 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

Fazendo o determinante desta matriz da Eq. (48), se obtém:

$$\det O = \begin{vmatrix} 0 & 3,1897 & -1,0172 & -9,3018 \\ 3,1897 & 0 & -9,6262 & -1,8782 \\ 0 & -66,216 & 16,1683 & -5,1561 \\ -66,216 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (49)$$

Que resulta em um valor não nulo, portanto é observável.

6.2. ANÁLISE DA RESPOSTA DO PÊNDBULO

Além da função de transferência obtida através da modelagem do sistema, foi obtida uma segunda equação utilizando um método de análise da resposta do pêndulo.

Para observar o comportamento do pêndulo foi realizado um ensaio, onde o pêndulo posicionado de uma maneira em que seus movimentos fossem totalmente livres. Os ensaios foram realizados colocando o pêndulo na posição 90° e soltando-o para que movimentasse livremente com um movimento característico de um pêndulo comum até atingir a imobilidade. Durante este período foram coletados os dados de ângulo do pêndulo através do codificador rotacional que registrou os dados da Figura 29, onde temos as informações de ângulo, em graus, no eixo y, lidas pelo sensor através do decorrer do tempo em segundos no eixo x.

Figura 29 – Resposta do pêndulo para ensaio de comportamento.



Fonte: Autoria própria.

Através da modelagem do pêndulo convencional, tem-se a informação de que o pêndulo apresenta uma resposta descrita por:

$$\theta(t) = Ke^{\xi\omega_{nh}t} \text{sen}(\omega_d(t) + a). \quad (50)$$

Extraindo os dados com auxílio do programa Matlab, aproximou-se a silhueta da resposta do ângulo da haste por uma equação exponencial, que descreve a amplitude da equação, com valor de $K = 0,004798$ e $\xi\omega_{nh} = 5,803$. O período de oscilação do sistema, obtido através da contagem dos picos de onda descritos pelo comportamento do pêndulo resultou em $\omega_d = 5,87 \text{ rad/s}$.

Substituindo estes valores obtidos na Eq. (50), tem-se:

$$Ke^{\xi\omega_{nh}t} = 0,004798e^{-5,803t}, \quad (51)$$

ou seja, $K = 0,004798$ e $\xi\omega_{nh} = 5,803$. Nas Eq. (52) a (54) foi manipulado o resultado da Eq. (51) para isolar o valor de ω_{nh} .

$$\omega_d^2 = \omega_{nh}^2 - \omega_{nh}^{2\xi h^2}, \quad (52)$$

$$5,87^2 = \omega_{nh}^2 - 5,803^2, \quad (53)$$

$$\omega_{nh} = 8,254 \text{ rad/s} \quad (54)$$

Substituindo o comprimento da haste $l = 0,3$, na Eq. (55), encontra-se o valor de K_p .

$$K_p = \frac{3}{4l} = 2,5. \quad (55)$$

Agora pode-se definir a função de transferência do pêndulo através da Eq. (56), que descreve o comportamento do pêndulo invertido, encontrada no Apêndice A.

$$\frac{\theta(s)}{X(s)} = \frac{K_p s^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s - \omega_n^2}, \quad (56)$$

onde substituindo os valores encontrados anteriormente, se obtém a função de transferência do conjunto do pêndulo:

$$\frac{\theta(s)}{X(s)} = \frac{2,5s^2}{s^2 + 11,606s - 125}. \quad (57)$$

Para encontrar o valor da constante de amortecimento do eixo do pêndulo (B), se utiliza a equação a seguir:

$$B = \frac{2\xi\omega_n h 4ml^2}{3}, \quad (58)$$

onde substituindo os parâmetros descritos na Seção 6.1, tem-se:

$$B = 0,209 \frac{N}{rad/s}. \quad (59)$$

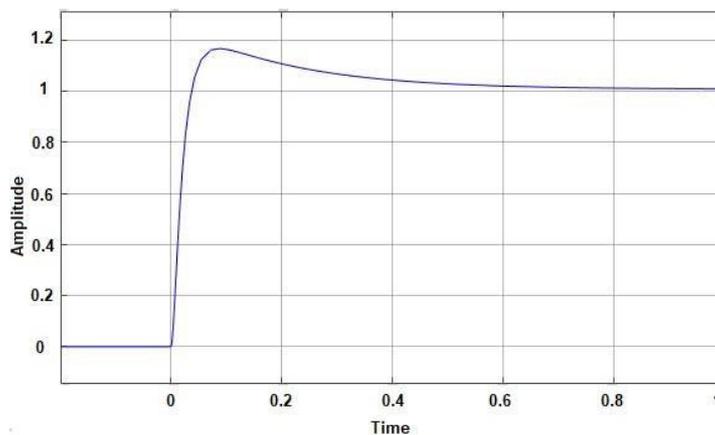
6.3. SINTONIA DO CONTROLADOR PID

Através da função de transferência obtida na Eq. (39) foi criado um sistema de simulação através do *software* Matlab, no qual aplicou-se um sistema PID com os dados da equação. Neste sistema, aplicou-se uma entrada do tipo degrau para verificar a sintonia do controlador PID de forma empírica, ou seja foi feita a sintonia do controlador através de testes e ajustes variando valores até encontrar uma boa estabilidade para o sistema.

Para fazer uso deste método, primeiramente são zerados valores de K_p , K_i e K_d . Alterando o valor de K de modo a observar o comportamento, para que quando o sistema iniciar o processo de oscilação este valor não seja mais alterado. Após isto, através do método de simulação alterou-se valores de K_p , K_i e K_d , até atingir a estabilidade do sistema. Os valores obtidos foram: $K_p=53$, $K_i=2,47$ e $K_d=0,1$, onde a resposta do sistema a um degrau, quando aplicada o

controle PID com estes parâmetros, juntamente com a Eq. (39) tem o comportamento mostrados na Figura 30.

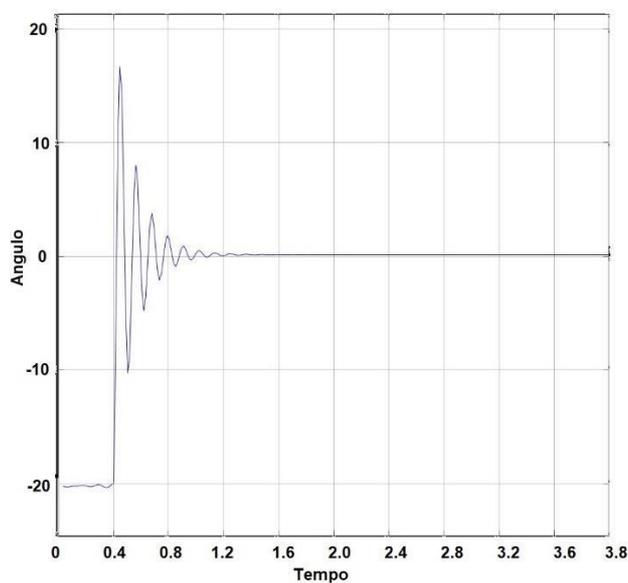
Figura 30 – Resposta do sistema com o controle PID.



Fonte: Autoria própria.

Ao aplicar valores, modificados empiricamente, no controle da planta se obteve a seguinte resposta:

Figura 31 – Resposta da planta com controle PID.



Fonte: Autoria própria.

Aplicando os valores encontrados através da simulação na Eq. (2) da Seção 4.2, obtém-se a seguinte função de transferência para um controlador PID ideal.

$$G_C(s) = 53 + 2,47s + \frac{0,1}{s}, \quad (60)$$

Aplicando o método de Euler, irá ser realizada a discretização da função de transferência, esta que permitirá que seja plotado o LGR e a verificados os polos e raízes. Substituindo a Eq. (6) na Eq. (60), obtém-se:

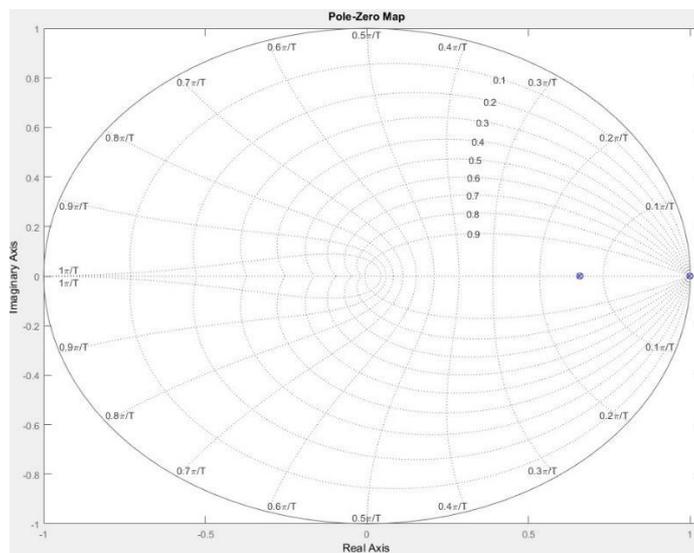
$$G_C(z) = 53 + 2,47 \frac{z-1}{T} + \frac{0,1}{\frac{z-1}{T}}. \quad (61)$$

Considerando $T = 0,001 s$, é possível chegar a seguinte função de transferência:

$$G_C(z) = \frac{2470z^2 - 4887z + 2147}{z-1}, \quad (62)$$

O mapa de polos e zeros obtido através do método de Euler é dado pela representação da Figura 32, abaixo:

Figura 32 – Mapa de polos e zeros do PID discretizado pelo método de Euler.



Fonte: Autoria própria.

Fazendo o mesmo procedimento para o método de Tustin, ou seja, substituindo a Eq. (9) na Eq. (60) se tem a seguinte equação:

$$G_C(z) = 53 + 2,47 \left(\frac{2z-1}{Tz+1} \right) + \frac{0,1}{\left(\frac{2z-1}{Tz+1} \right)}. \quad (63)$$

Novamente, considerando $T = 0,001 s$, é possível chegar a seguinte função de transferência:

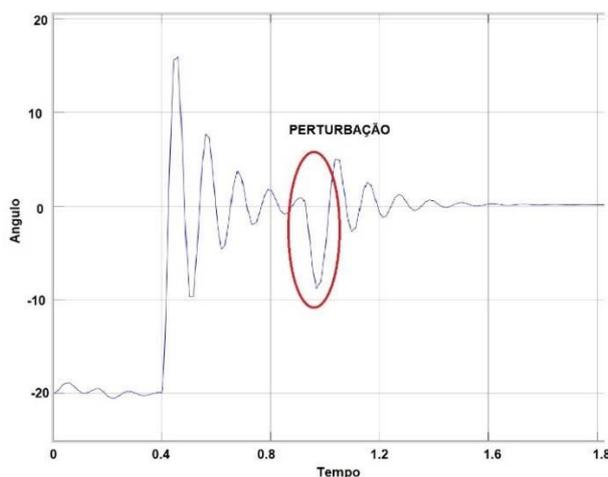
$$G_c(z) = \frac{4993z^2 - 9880z + 4887}{z^2 - 1}. \quad (64)$$

De forma a validar o desenvolvimento do projeto, foram efetuados os seguintes testes:

1. Testes técnicos: devido a necessidade de o sistema estar em pleno funcionamento em todas as suas funções, então os seguintes testes foram efetuados:

- a) **Reação à perturbações:** Foi testado o comportamento do sistema mediante perturbações, estas que após o pêndulo iniciar seu processo de equilíbrio, este é empurrado com um leve toque. A resposta do sistema pode ser observada na Figura 33 onde temos o gráfico do ângulo do pêndulo em posições detectadas pelo sensor por tempo em segundos. Para estabelecer o valor em graus é necessário que se faça uma relação com a resolução do sensor de 4800 posições por volta completa, com uma volta de 360 graus.

Figura 33 – Resposta do sistema em presença de perturbações.



Fonte: Autoria própria.

2. Testes funcionais: Buscando comprovar a usabilidade e adaptabilidade do protótipo, foram realizados os seguintes testes:

a) Levantamento de custos de todos os materiais utilizados na confecção do protótipo e comparar o valor com as ferramentas didáticas disponíveis no mercado. Na Tabela 4, encontram-se valores dos itens que foram adquiridos, sem a inclusão do custo de mão de obra. Comparando-se com o preço de um módulo didático da marca Datapool que encontra-se para venda por um custo aproximado de R\$1250,00 cada kit, atingindo uma diferença de R\$ 890,00 o que equivale a 71,2% de redução no custo, provando que o protótipo atingiu o objetivo do baixo custo.

Tabela 4 – Custo aproximado de componentes do protótipo.

Item	Subtotal
Arduino Mega	R\$100,00
Impressão 3D (pêndulo e base)	R\$75,00
Impressora usada	R\$35,00
Parafusos e ferramentas	R\$50,00
Fonte de alimentação	R\$30,00
Módulo L298n	R\$25,00
Caixa de proteção	R\$45,00
Total	R\$360,00

Fonte: Autoria própria.

b) Preparação de um manual do usuário, contendo informações para auxílio ao uso da ferramenta, com código comentado e organizado para colaborar com futuros desenvolvimentos e novos projetos baseados no estudo de sistemas de controle, bem como guiar a modificação, adaptação e manutenção da ferramenta o qual se encontra no apêndice A.

7. CONCLUSÕES

Desenvolver e implementar uma ferramenta educacional para que seja utilizada nos laboratórios de Engenharia de Computação e de Engenharia Eletrônica UTFPR-Toledo foi o principal objetivo do projeto, sendo que ao mesmo tempo deve trazer ao aluno a visualização e compreensão prática dos conhecimentos adquiridos durante as aulas.

O sistema de controle de posição estudado demonstrou ser capaz de atuar na planta do protótipo de ferramenta didática baseada no sistema de pêndulo invertido, com e sem perturbações externas, de maneira que buscasse o melhor ajuste do sistema e de seus parâmetros aos procedimentos aplicados, apresentando um bom comportamento em relação a sua resposta no tempo, atingindo um ponto de equilíbrio para o pêndulo em um tempo respeitável.

O desenvolvimento do *software* de interface ajuda a auxiliar o usuário nos conceitos relacionados ao controle do pêndulo invertido, já que dispõe de bom desempenho na visualização e parâmetros e controles sobre a planta.

Os custos e o tempo empregados na elaboração do projeto, permitem concluir que os investimentos na pesquisa e desenvolvimento da ferramenta quando se busca a solução de problemas, são elevados, de forma que exige-se conhecimento de diferentes áreas.

Esta ferramenta desenvolvida na instituição, apresenta funcionalidades comparáveis às ferramentas convencionais comercializadas, porém, com baixo custo de implementação e de fácil manuseio pelos usuários.

Para trabalhos futuros, deixa-se como sugestão a implementação de outros tipos de controle, para que se compare os mais diversos métodos e como estes afetam o desempenho do sistema em sua capacidade de controle do pêndulo, além da equação em espaço de estados da Seção 6.1, que serve de motivação para ser desenvolvido mais profundamente com técnicas modernas de controle e forma a criar um novo controlador baseado a partir deste equacionamento, incrementando as capacidades desta ferramenta didática.

REFERÊNCIAS

ADDICORE, 2019. **Rotary Encoder with Push Switch**. Disponível em: < <https://www.addicore.com/rotary-encoder-knob-p/ad267.htm> > Acesso em: 09 nov. 2019.

ANDYMARK, 2019. **Precision Potentiometer, 10turn 5Kohms**. Disponível em: <<https://www.andymark.com/products/precision-potentiometer-10turn-5kohms/>> Acesso em: 28 set. 2019.

ARAUJO, F. **Sistemas de Controle**. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. 2007.

ARDUINO, 2019. **Compare board specs**. Disponível em: < <https://www.arduino.cc/en/products/compare> >. Acesso em: 05 jan. 2020.

ARNOLD, F. ARTHUR, R. RORER, L. GONÇALVES, M. OLIVEIRA, M. **Estudo do amortecimento do pêndulo simples: uma proposta para aplicação em laboratório de ensino**. Revista Brasileira de Ensino de Física, Sociedade Brasileira de Física, 2011.

ARTIGUE, M. Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. In: BIEHLER, R.; SCHOLZ, R.; STRASSER, R.; WINKLEMANN, B. (Ed.). *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. p. 27-39.

ASTROM, K; HAGGLUND, T. **Advanced PID Control**. ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006.

AURÉLIO, M. 2018. **AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL: A EVOLUÇÃO TECNOLÓGICA DAS LINHAS DE PRODUÇÃO**. Disponível em: <<https://elcoindustria.com.br/automacao-industrial-evolucao-tecnologica-linhas-de-producao/>> Acesso em: 26 set. 2019.

BARR, M. **Introduction to Pulse Width Modulation (PWM)**. Disponível em: <https://barrgroup.com/embedded-systems/how-to/pwm-pulse-width-modulation> >. Acesso em: 05 jan. 2020.

BOUBAKER O. **The inverted pendulum: A fundamental benchmark in control theory and robotics**. International Conference on Education and e-Learning Innovations, Sousse, 2012, pp. 1-6.

BROUSSEAU, G. **Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970–1990**. Springer Science & Business Media, 2006. v. 19.

CAMARGO, C. **Projeto e implantação de um aparato para estudo e pesquisa em controle com base no sistema bola e barra**. 178 f. TCC da Graduação em

Engenharia Eletrônica — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, PR, 2018.

CARDOSO, P. **Estudo, proposta e avaliação de novas metodologias de sintonia automática de controladores pid baseadas no ensaio do relé realimentado.** Universidade Federal de Uberlândia, 2002.

CHEN, C. **Analog and Digital Control System Design: transfer-function, State-Space, and Algebraic Methods.** Nova Iorque: Oxford University Press, 1993. p. 551-566.

CLEANPNG, 2019. **Stepper Motor Hardware.** Disponível em: <<https://www.cleanpng.com/png-stepper-motor-engine-arduino-dc-motor-electric-mot-2623625/>>. Acesso em: 28 set. 2019.

COELHO, A. COELHO, L. **Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares,** Editora da UFSC. Brasil, 2004.

COELHO, A. JERONYMO, D. C. ARAÚJO, R. **Sistemas dinâmicos: controle clássico e preditivo discreto,** Editora da UFSC. Brasil, 2019.

CRAIG, J. **Introduction to Robotics.** Pearson. 2005.

DATAPPOOL, 2013. Disponível em: <<http://eletronica.datapool.com.br/>>. Acesso em: 27 set. 2019.

DORF, R.; BISHOP, R. **Sistemas de controle moderno.** 11. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. 752 p.

DTGPRINTERPARTS, 2019. **Encoder Strip for R1900.** Disponível em: <<https://www.dtgprinterparts.com/products/encoder-strip-for-r1900-spectra-3000/>>. Acesso em: 14 jan. 2020.

FERNANDES, E. **David Ausubel e a Aprendizagem Significativa.** Revista Nova Escola, São Paulo, v. 248, abr. 2011.

FILIPEFLOP, 2019. **Placa MEGA 2560 R3 + Cabo USB para Arduino.** Disponível em: <<https://www.filipeflop.com/produto/placa-mega-2560-r3-cabo-usb-para-arduino/>>. Acesso em: 28 set. 2019.

FILIPEFLOP, 2019. **Driver Motor Ponte H L298n.** Disponível em: <<https://www.filipeflop.com/produto/driver-motor-ponte-h-l298n/>>. Acesso em: 28 set. 2019.

FILIPEFLOP, 2019. **Driver Motor Ponte H L298n.** Disponível em: <<https://www.filipeflop.com/blog/tutorial-acelerometro-mpu6050-arduino/>>. Acesso em: 27 dez. 2019

HOMOFACIENS, 2019. **Transmissive optical sensors**. Disponível em: https://homofaciens.de/technics-base-circuits-transmissive-optical-sensors_en.htm> Acesso em: 03/01/2020.

JIANG, S. LI, M. WANG, C. **Design and simulation of fractional order PID controller for an inverted pendulum system**, *2017 IEEE International Conference on Manipulation, Manufacturing and Measurement on the Nanoscale (3M-NANO)*, Shanghai, 2017, pp. 349-352.

KNOSPE, C. **Pid control**. *IEEE Control Systems Magazine*, IEEE, v. 26, n. 1, p. 30–31, 2006.

LEACH, R. **Fundamental Principles of Engineering Nanometrology**. 4 ed. ISBN 9781455777532. 2014.

LIBÂNEO, J. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.

MADEIRA, D. **Controlador proporcional em regimes transitórios**. 2016. <<https://www.embarcados.com.br/controlador-proporcional-regimes-transitorios/>>. Acesso em: 29 set. 2019.

MATHWORKS 2020. **Matlab**. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/products/matlab.htm>> Acesso em: 03/01/2020.

MASINI, E. **Aprendizagem significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos**. Universidade Presbiteriana Mackenzie. *Aprendizagem Significativa em Revista*, 2011. p. 16-24.

MEDEIROS, D. **Desenvolvimento de uma ferramenta educacional para ensino da teoria de controle baseado na levitação eólica de uma esfera**. 44 f. TCC da Graduação em Engenharia Eletrônica — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, PR, 2019.

MELO, A. URBANETZ, S. **Fundamentos de Didática**. Curitiba: Ibpex, 2008.

MIRZA, A. HUSSAIN, S. **Robust Controller for Nonlinear & Unstable System: Inverted Pendulum**. *AMSE Journal of Control & Design Simulation*, pp 49-60, Vol. 55, No 3, 4. 2000.

MISKOWICZ, M. **Event-Based Control and Signal Processing**. CRC Press. 2016.

MICROSOFT, 2020. **Visual Studio**. Disponível em: <<https://visualstudio.microsoft.com/pt-br/>> Acesso em: 03/01/2020

MOLIN, A. ZORZAN, F. DARONCH, J. **Desenvolvimento de uma bancada didática de hidráulica**. Fórum Latino-americano de engenharia, Foz do Iguaçu, 13 nov. 2013.

NISE, N. **Engenharia De Sistemas De Controle**. 6 ed. LTC. ISBN 9788521634355. 2012.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 4. ed. Pearson, 2009.

PRADO, I. **Construção e Controle do Sistema Pêndulo Invertido**. 70 f. Instituto Federal da Bahia. 2011.

REPRAP, 2019. **Optical encoders 01**. Disponível em: <https://reprap.org/wiki/Optical_encoders_01>. Acesso em: 27 dez. 2019.

RIBEIRO, R. **Implementação de um sistema de controle de um pêndulo invertido**. Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2007.

RICKTRON, 2020. **Sistema online de layout de caixas para corte a laser**. Disponível em: <<http://www.anterior.ricktron.com.br/caixa/>>. Acesso em: 12 jan. 2020.

ROWBERG, J. **I2C Device Library**. Disponível em: <<https://www.i2cdevlib.com/>>. Acesso em: 05 jan. 2020.

SCHENATO, L. **Discretization of continuous systems**. UNIPD. 2015.

SOARES, D. ABREU, K. OLIVEIRA, M. PAULA, Y. RODRIGUES, M. VASCONCELOS, F. **IMPORTÂNCIA DE AULAS PRÁTICAS PARA OS CURSOS DE ENGENHARIA: CONSOLIDAÇÃO DE CONHECIMENTO E MOTIVAÇÃO**. Anais da VII Mostra de Pesquisa em Ciência e Tecnologia DeVry Brasil. 2016.

SOARES, P. **Discretização de Controladores Contínuos**. 130 f. Dissertação do mestrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores. Universidade do Porto. 1996.

SILVA, E. **Construção, Modelagem e Controle de um Pêndulo Invertido com CLP e Software SCADA**. Universidade Estadual Paulista. 2013.

SIMÕES, A. **Controlabilidade, Observabilidade e Estabilidade**. Universidade Federal de Santa Catarina. 2015.

STOCKLER, E. **Sintonia de Controladores PID**. Universidade de Brasília. 2016.

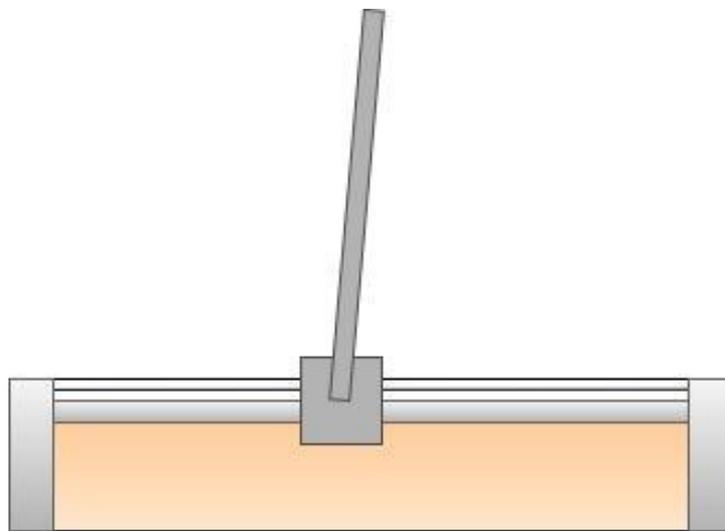
VENDRAMINI, G. SILVA, P. **Controle de um pêndulo invertido sobre uma plataforma móvel utilizando PID e MFAC (Model-Free Adaptive Control)**. Dincon'10'. 9th Brazilian Conference of Dynamic, Control and their Applications. Brasil. 2010. p. 405-414.

VARGHESE, E. VINCENT, A. BAGYAVEERESWARAN, V. **Optimal control of inverted pendulum system using PID controller, LQR and MPC**. Conference Series: Materials Science and Engineering, 2007, v. 268, p. 52007.

ZELENOVSKI, R. **Arquitetura de Microcontroladores Modernos**. 2002.

APÊNDICE A - Manual do usuário

MANUAL DO USUÁRIO



ÍNDICE

A.1 – Introdução.....	02
A.2 – Componentes da ferramenta didática.....	03
A.3 – Conexões do sistema.....	04
A.4 – Comunicação da porta serial.....	06
A.5 – Modo de operação de controle automático PID.....	07
A.6 – Recomendações de utilização.....	08

A.1 - Introdução

Este manual do usuário foi elaborado para auxiliar na utilização da ferramenta educacional para o ensino da teoria de controle digital baseada na pêndulo invertido. Este equipamento foi desenvolvido pelo aluno Thiago Bernhard Calliari, sob orientação do Prof. Dr. Andrés Eduardo Coca Salazar, como projeto de conclusão de curso de Engenharia Eletrônica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), *câmpus* Toledo.

O objetivo deste equipamento é o desenvolvimento de uma ferramenta educacional para o ensino de controle, acessível, modificável e de baixo custo. A ferramenta consiste em um conjunto de sensores aliado a um atuador que, através de um controlador PID digital, programado em um microcontrolador, é definida a intensidade adequada para o atuador corrigir o erro entre o ângulo do pêndulo para mantê-lo equilibrado.

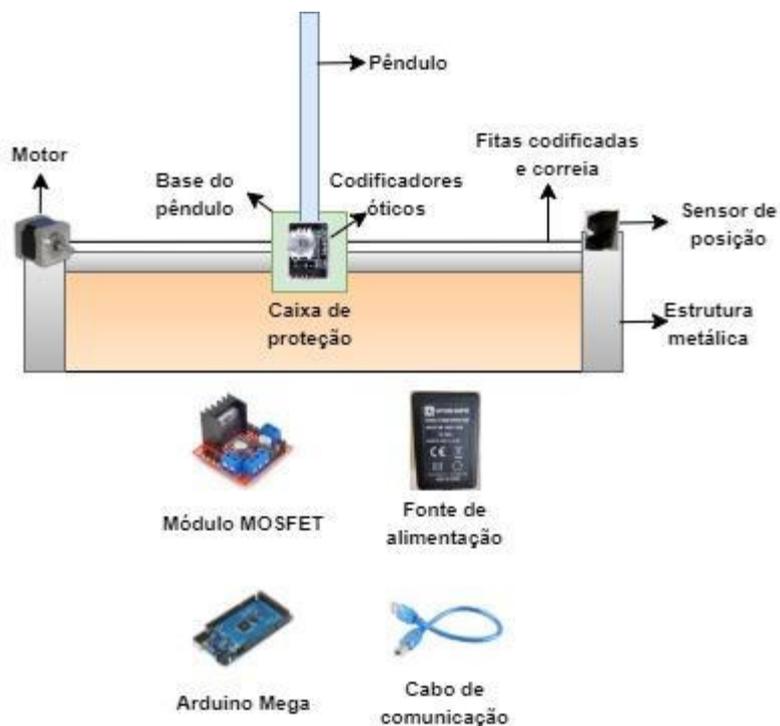
O microcontrolador está conectado a uma interface de *software* que permite visualizar e modificar alguns sinais e parâmetros de forma guiada.

A.2 – Componentes da ferramenta didática

Esta ferramenta possui os seguintes componentes:

- Arduino Mega
- Caixa de proteção dos circuitos elétricos
- Cabo de conexão para o computador
- Fonte de alimentação
- Módulo MOSFET
- Pêndulo
- Estrutura metálica
- Base do pêndulo
- Codificadores óticos
- Sensor de posição
- Disco e fita codificada
- Motor de corrente contínua
- Conjunto de correias e polias

Figura A1 – Componentes da ferramenta.

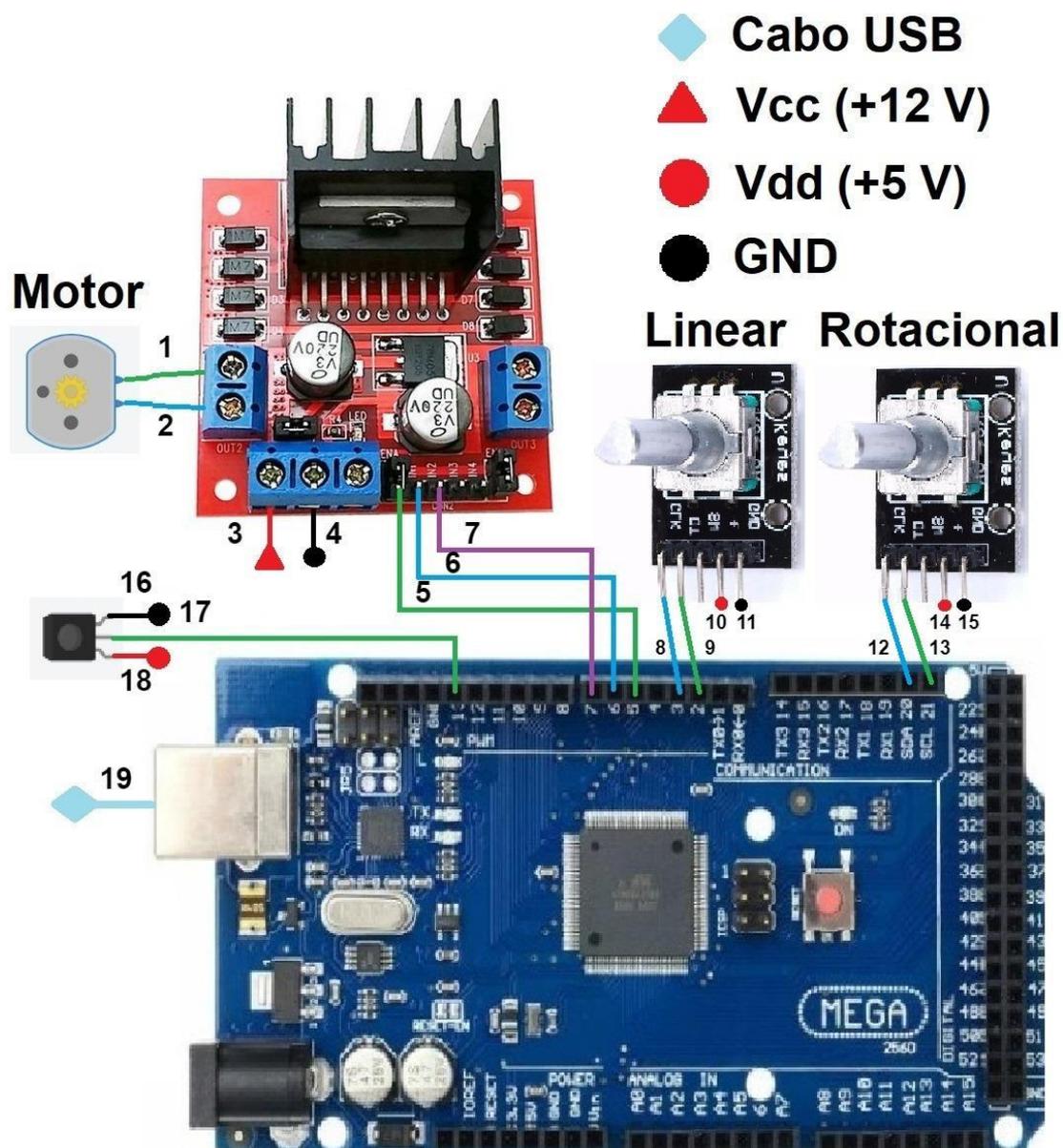


Fonte: Autoria própria.

A.3 – Conexões do sistema

A seguir estão ilustrados as conexões elétricas da ferramenta na Figura A2 e a legenda destas conexões na Tabela A1.

Figura A2 – Conexões elétricas da ferramenta.



Fonte: Autoria própria.

Tabela A1 – Ligações da ferramenta.

Nº de ligação	Origem	Destino
1	Positivo do motor	OUT 1 do módulo
2	Negativo do motor	OUT 2 do módulo
3	Positivo da fonte de alimentação	VIN do módulo
4	GND da fonte e Arduino	GND do módulo
5	Ativa motor A do módulo	Pino 5 do Arduino
6	IN 1 do módulo	Pino 6 do Arduino
7	IN 2 do módulo	Pino 7 do Arduino
8	OUT 1 do codificador linear	Pino 2 do Arduino
9	OUT 2 do codificador linear	Pino 3 do Arduino
10	Vcc do codificador linear	3,3 V do Arduino
11	GND do codificador linear	GND do Arduino
12	OUT 1 do codificador rotacional	Pino 20 do Arduino
13	OUT 2 do codificador rotacional	Pino 21 do Arduino
14	Vcc do codificador rotacional	3,3 V do Arduino
15	GND do codificador rotacional	GND do Arduino
16	Vcc do sensor de posição	5 V do Arduino
17	GND do codificador rotacional	Pino 13 do Arduino
18	GND do codificador rotacional	GND do Arduino
19	Cabo USB no Arduino	Cabo USB no PC

Fonte: Autoria própria

A.4 – Comunicação da porta serial

Para adentrar às telas de controle da ferramenta, é necessário estabelecer a comunicação com o Arduino. Desta forma, é indispensável conectar o cabo USB que está acoplado a caixa de circuitos elétricos ao computador e à fonte de alimentação a tomada.

Após de feitas as ligações, o usuário está livre para executar o *software* e navegar em suas funções. Nas funções de controle irá se apresentar o quadro de comunicação serial o qual exige a correta conexão da comunicação serial da ferramenta. Feita esta conexão, o programa irá transferir o usuário para as telas do controle desejado. Caso não seja feita a comunicação verifique cabos, configurações das portas COM de seu computador e conexões do sistema.

Figura A3 – Interface para conexão serial da ferramenta.



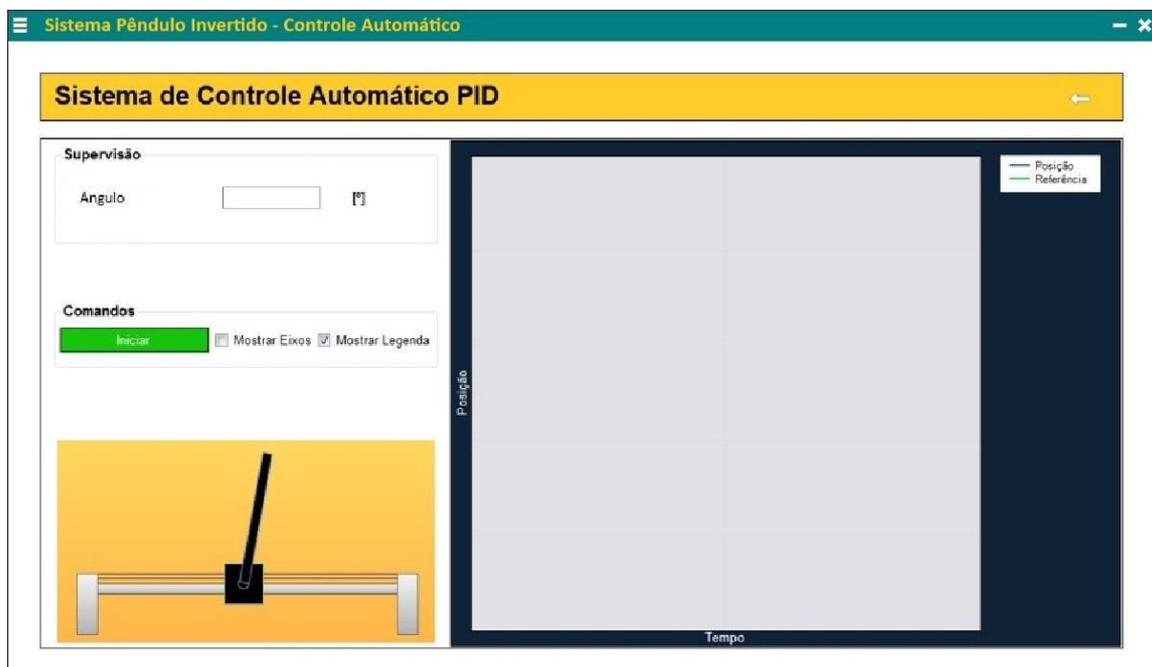
Fonte: Autoria própria.

A.5 – Modo de operação de controle automático PID

O controle de operação PID exibe e mostra o funcionamento de um controle digital PID, onde propõe o usuário a passar acompanhar os parâmetros de sintonia do controlador e diferença entre a referência e o ângulo lido pelo sensor. Neste modo de operação o sistema atua com base nos valores de ganho estabelecidos previamente, sem possibilidade de alteração dos mesmos.

A seguir serão descritos os quadros de exibição do módulo de controle PID, mostrados na Figura A4.

Figura A4 – Interface para o controle PID.



Fonte: Autoria própria.

O quadro de supervisão é composto por:

- Ângulo: apresenta o ângulo do pêndulo lido pelo sensor em tempo real;
- Erro: apresenta a diferença entre o valor de referência para atingir o perfeito equilíbrio e a posição atual do pêndulo.

O quadro de referência permite o controle da posição em relação a estrutura em que o carro irá equilibrar o pêndulo.

O quadro de comandos contém um botão que é responsável por iniciar e parar o sistema de controle. Neste mesmo quadro, há também uma caixa de seleção que permite que o usuário possa escolher ocultar ou mostrar os eixos, legendas e referência no gráfico ao lado.

O gráfico plota em tempo real os dados do sistema. O eixo horizontal representa o tempo em segundos e o eixo vertical representa a posição em graus.

A.6 – Recomendações de utilização

Para o correto funcionamento do sistema, é necessário obedecer algumas recomendações para a sua correta utilização.

a) Pré-utilização: Certificar-se de que a ferramenta está posicionada em uma superfície plana que permita o seu livre movimento sem interferências, como por exemplo, a borda de uma mesa.

Localizada uma superfície apropriada, deve-se realizar o procedimento para que o pêndulo esteja em sua posição de referência inicial, a qual pode ser atingida do seguinte modo:

- Levanta-se o pêndulo manualmente até um ângulo de 90° ou ângulo paralelo à base do pêndulo.
- Libera-se o pêndulo para que faça seu movimento característico.

Caso o movimento do pêndulo após ser liberado sofra alguma interferência, deve-se reiniciar o processo.

b) Inicialização: Ao iniciar o código no microcontrolador, este fará o processo de inicialização do sistema, que consiste nos seguintes procedimentos:

- O carro que carrega o pêndulo será deslocado automaticamente para a direita até atingir a posição inicial definida pelo sensor de posição.
- O carro será deslocado automaticamente para a esquerda até aproximadamente a metade da estrutura da planta.

Este procedimento é necessário pois o sistema não é capaz de salvar as posições em que foi desligado, além de que com o sistema desligado é possível que o carro sofra movimentações. Deste modo, o sistema é padronizado e inicializado sempre da mesma maneira.

c) Subida do pêndulo: Feitos os procedimentos anteriores somente resta ao usuário realizar o posicionamento manual do pêndulo em um ângulo próximo ao de equilíbrio, ou seja, o oposto em relação a posição natural do pêndulo. Quando

o sistema detectar que está em um ângulo onde é capaz de equilibrar o pêndulo, o controle PID entra em ação e faz todas as ações necessárias para que o pêndulo continue em equilíbrio.

APÊNDICE B – Modelos para impressão 3D e caixa de proteção

Os modelos utilizados para construção do pêndulo, sua base e peças para fixação, que foram confeccionados em impressora 3D, bem como o modelo da caixa de proteção de circuitos e sustentação da planta utilizada no protótipo encontram-se disponíveis no link a seguir:

<https://drive.google.com/open?id=18JrbzKshWMBhXCQxYOnIz6d3a1HYszss>

APÊNDICE C – Código fonte implementado

O código fonte implementado no microcontrolador presente na planta do sistema pêndulo invertido está disponível na plataforma *online* de hospedagem de códigos-fonte *GitHub* pelo endereço *web* <<https://github.com/tcalliari/invertedpendulum>>.

ANEXO A – Modelagem do pêndulo invertido

Neste anexo será realizada uma breve modelagem do pêndulo invertido para a utilização na análise da resposta do pêndulo vista na Seção 6.2 realizada por Silva (2013).

As variáveis utilizadas neste equacionamento são dadas abaixo:

H	Força no eixo horizontal
V	Força no eixo vertical
M_{cg}	Força peso na haste do pêndulo
l	Comprimento da haste
X_p	Deslocamento na horizontal até a base do pêndulo
Y_p	Deslocamento na vertical até a base do pêndulo
\dot{X}_p	Velocidade na horizontal
\dot{Y}_p	Velocidade na vertical
\ddot{X}_p	Aceleração na horizontal
\ddot{Y}_p	Aceleração na vertical
X_{cg}	Deslocamento na horizontal até o centro de gravidade
Y_{cg}	Deslocamento na vertical até o centro de gravidade
\dot{X}_{cg}	Velocidade na horizontal até o centro de gravidade
\dot{Y}_{cg}	Velocidade na vertical até o centro de gravidade
\ddot{X}_{cg}	Aceleração na horizontal até o centro de gravidade
\ddot{Y}_{cg}	Aceleração na vertical até o centro de gravidade
m	Massa do pêndulo
B	Constante de amortecimento do pêndulo

Para as equações de forças na horizontal, têm-se:

$$X_{cg} = X_p + l \sin(\theta). \quad (\text{A.1})$$

Derivando, encontra-se a velocidade:

$$\dot{X}_{cg} = \dot{X}_p + l \cos(\theta) \dot{\theta}. \quad (\text{A.2})$$

Derivando novamente, encontra-se a aceleração:

$$\ddot{X}_{cg} = \ddot{X}_p + l\cos(\theta)\ddot{\theta} - l\sin(\theta)\dot{\theta}^2. \quad (\text{A.3})$$

Equações de forças na vertical:

$$Y_{cg} = Y_p + l\cos(\theta). \quad (\text{A.4})$$

$$Y_p = 0, \quad (\text{A.5})$$

Derivando, encontra-se a velocidade:

$$\dot{Y}_{cg} = \dot{Y}_p - l\sin(\theta)\dot{\theta}. \quad (\text{A.6})$$

Derivando novamente, encontra-se a aceleração:

$$\ddot{Y}_{cg} = -l\sin(\theta)\ddot{\theta} - l\cos(\theta)\dot{\theta}^2. \quad (\text{A.7})$$

Somatória das forças na direção X:

$$\sum F_x = m\ddot{X}_{cg}, \quad (\text{A.8})$$

$$H = m[\dot{X}_p + l\cos(\theta)\ddot{\theta} - l\sin(\theta)\dot{\theta}^2], \quad (\text{A.9})$$

$$H = m\dot{X}_p + ml\cos(\theta)\ddot{\theta} - ml\sin(\theta)\dot{\theta}^2. \quad (\text{A.10})$$

Somatória das forças na direção Y:

$$\sum F_y = m\ddot{Y}_{cg}, \quad (\text{A.11})$$

$$V - mg = m[-l\sin(\theta)\ddot{\theta} - l\cos(\theta)\dot{\theta}^2], \quad (\text{A.12})$$

$$V = -ml\sin(\theta)\ddot{\theta} - ml\cos(\theta)\dot{\theta}^2 + mg. \quad (\text{A.13})$$

Momento de inércia:

$$\sum M_{cg} = I\ddot{\theta} + B\dot{\theta}, \quad (\text{A.14})$$

$$Vl\sin(\theta) + Hl\cos(\theta) = I\ddot{\theta} + B\dot{\theta}. \quad (\text{A.15})$$

Combinando as equações dos eixos X e Y, tem-se:

$$I\ddot{\theta} + B\dot{\theta} = -Vl\sin(\theta) + Hl\cos(\theta). \quad (\text{A.16})$$

$$I\ddot{\theta} + B\dot{\theta} = -[ml\sin(\theta)\ddot{\theta} - ml\cos(\theta)\dot{\theta}^2 + mg]l\sin(\theta) \quad (\text{A.17})$$

$$- [m\dot{X}_p + ml\cos(\theta)\ddot{\theta} - ml\sin(\theta)\dot{\theta}^2]l\cos(\theta),$$

$$I\ddot{\theta} + B\dot{\theta} = -ml^2\sin^2(\theta)\ddot{\theta} - ml^2\cos(\theta)\dot{\theta}^2 - ml\dot{X}_p\cos(\theta), \quad (\text{A.18})$$

$$+mglsen(\theta) - ml^2cos^2(\theta)\ddot{\theta} - ml^2sen(\theta)cos(\theta)\dot{\theta}^2.$$

Desta equação obtém-se:

$$I\ddot{\theta} + B\dot{\theta} = -ml^2\ddot{\theta} + mgl\text{sen}(\theta) - ml\dot{X}_p\cos(\theta), \quad (\text{A.19})$$

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + B\dot{\theta} - mgl\text{sen}(\theta) = -ml\dot{X}_p\cos(\theta). \quad (\text{A.20})$$

Considerando a haste uniforme, o momento de inércia desta é:

$$I = \frac{ml^2}{3}. \quad (\text{A.21})$$

Considerando θ pequeno o suficiente para que se possa admitir que $\text{sen}(\theta) \approx \theta$, tem-se:

$$\frac{4}{3}ml^2\ddot{\theta}(t) + B\dot{\theta}(t) - mgl\theta(t) = -ml\dot{X}_p(t), \quad (\text{A.22})$$

$$\ddot{\theta} + \frac{3B}{4ml^2}\dot{\theta} + \frac{3g}{4l}\theta = -\frac{3}{4l}\dot{X}_p. \quad (\text{A.23})$$

Define-se os parâmetros do sistema como:

$$2\xi\omega_n = \frac{3B}{4ml^2}, \quad \omega_n^2 = \frac{3g}{4l}, \quad K_p = \frac{3}{4l}. \quad (\text{A.24})$$

A partir desta equação obtém-se a equação do pêndulo invertido.

$$\ddot{\theta}(t) + 2\xi\omega_n\dot{\theta}(t) - \omega_n^2\theta(t) = -K_p\dot{X}_p(t), \quad (\text{A.25})$$

$$\frac{\theta(s)}{X(s)} = \frac{-K_p s^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s - \omega_n^2}. \quad (\text{A.26})$$