

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
CAMPUS CURITIBA  
ENGENHARIA ELÉTRICA

LUCAS EDUARDO JASTALE PINTO

**ESTUDO E ANÁLISE DO DESPACHO ECONÔMICO DE  
UNIDADES GERADORAS ASSOCIADO AO FLUXO DE CARGA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2020

LUCAS EDUARDO JASTALE PINTO

**ESTUDO E ANÁLISE DO DESPACHO ECONÔMICO DE  
UNIDADES GERADORAS ASSOCIADO AO FLUXO DE CARGA**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação, apresentado à disciplina de Metodologia aplicada ao TCC, do curso de Engenharia Elétrica do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Eletricista

Orientadora: Profa. Dra. Andrea Lucia Costa

CURITIBA

2020

Lucas Eduardo Jastale Pinto

## Estudo e análise do despacho econômico de unidades geradoras associado ao fluxo de carga

Este Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação foi julgado e aprovado como requisito parcial para a obtenção do Título de Engenheiro Eletricista, do curso de Engenharia Elétrica do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Curitiba, 19 de novembro de 2020.

---

Prof. Emerson Rigoni, Dr.  
Coordenador de Curso  
Engenharia Elétrica

---

Profa. Annemarlen Gehrke Castagna, Mestre  
Responsável pelos Trabalhos de Conclusão de Curso  
de Engenharia Elétrica do DAELT

### ORIENTAÇÃO

---

Andrea Lucia Costa, Dra.  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Orientadora

### BANCA EXAMINADORA

---

Andrea Lucia Costa, Dra.  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Nastasha Salame da Silva, Dra.  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Álvaro Augusto W. de Almeida, Dr.  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

A folha de aprovação assinada encontra-se na coordenação do curso de engenharia elétrica

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao Governo Federal e a Universidade Tecnológica Federal do Paraná, pela oportunidade de estudo e pela minha graduação.

Aos meus pais, Osni e Lidia, pela vida, amor incondicional, dedicação e por todos os valores ensinados.

A minha irmã Flávia e meu irmão Vitor, pelos exemplos, conselhos e apoio.

As empresas, ExxonMobil e Copel pela oportunidade de estágio e aprendizado durante o período de graduação.

À professora orientadora Andrea Lucia Costa, pela confiança, paciência, incentivo e todos os ensinamentos.

A todos meus amigos, pelo companheirismo, conselhos e por não terem me deixado desistir.

A Deus e ao meu anjo da guarda, que sempre estão ao meu lado e cuidam de mim.

O que define um homem não são suas adversidades, mas como as supera.

**Brandon Sanderson**

E como a felicidade pode se transformar na insatisfação, assim o desespero pode sumir no despertar de uma nova primavera.

Com cada dia, pode nascer um outro entendimento de nosso estado, nossos laços e objetivos.

**A arte da guerra, Sun Tzu**

## RESUMO

PINTO, Lucas E. J. Estudo e análise do despacho econômico de unidades geradoras associado ao fluxo de carga. 2020. 67p. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2020.

Este trabalho apresenta um estudo de otimização para o problema de Despacho Econômico utilizando do método de Pontos Interiores Primal-Dual. A formulação do problema e sua solução são exemplificadas utilizando um exemplo numérico didático, no qual todos os passos do Método de Pontos Interiores Primal-Dual são demonstrados de forma simples e completa, auxiliando sua compreensão. Utilizando uma rotina previamente desenvolvida e compilada com auxílio do software MATLAB, foram feitas várias simulações computacionais e os resultados ótimos são discutidos, analisando todas as variáveis do problema de otimização. Após um breve estudo da formulação do problema de fluxo de carga, os resultados obtidos de despacho econômico são associados ao fluxo de carga de um sistema teste, utilizando o programa ANAREDE para executar as simulações computacionais. Os resultados dessas simulações são apresentados e analisados. As conclusões desse estudo, considerando todos os casos simulados são apresentadas no capítulo final deste trabalho.

**Palavras-chave:** Otimização, Despacho Econômico, Fluxo de Potência, Método de Pontos Interiores Primal-Dual

## ABSTRACT

PINTO, Lucas E. J. Study and analysis of the economic dispatch of generating units associated with the load flow. 2020. 67p. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2020.

This work presents a study of optimization for the Economic Dispatch problem using the Primal-Dual Interior-Point Method. The formulation of the problem and its solution are exemplified using a numerical didactic example, where all the steps of the Primal-Dual Interior-Point Method are demonstrated in a simple and complete way. Using a routine previously developed and compiled with the MATLAB software, several computational simulations were performed, and the optimal results were discussed, analyzing all the variables of the optimization problem. After a study of the formulation of the load flow problem, the results obtained from economic dispatch are associated with the load flow of a test system, using the ANAREDE program to perform computer simulations. The results of these simulations are presented and analyzed. The conclusions of this study, considering all the simulated cases, are presented in the final chapter of this work.

**Keyword:** Optimization, Economic Dispatch, Load Flow, Interior-Point Primal-Dual Method

## Lista de figuras

Figura 1: Geração em tempo real de energia no território brasileiro, para a data de 27/09/2018.....	11
Figura 2: Geração referente a data de 27/09/2018.....	12
Figura 3: Modelo de “N” geradores ligados a uma barra com carga. ....	27
Figura 4: Fluxograma ROTINA_DESP .....	40
Figura 5: Circuito equivalente, Modelo PI. ....	47
Figura 6: Sistema Teste 9B.....	53
Figura 7: Simulação Caso A.....	56
Figura 8: Simulação Caso B .....	58
Figura 9: Simulação Caso C .....	60



## Lista de Tabelas

Tabela 1: Dados dos geradores .....	29
Tabela 2: Resultado exemplo 1 .....	41
Tabela 3: Resultado exemplo 2 .....	42
Tabela 4: Resultado exemplo 3 .....	42
Tabela 5: Especificações das linhas para o sistema Teste9B .....	53
Tabela 6: Dados das barras .....	54
Tabela 7: Dados das unidades Geradoras .....	54
Tabela 8: Resultados do Anarede para o Caso A .....	55
Tabela 9: Fluxo nas linhas para o Caso A .....	57
Tabela 10: Resultados do Anarede para o Caso B .....	58
Tabela 11: Fluxo nas linhas para o Caso B .....	59
Tabela 12: Resultados do Anarede para o Caso C .....	61
Tabela 13: Fluxo nas linhas para o Caso C .....	62

## **Siglas e acrônimos**

ANAREDE: Análise de Redes Elétricas

ANEEL: Agência Nacional de Energia Elétrica

CEPEL: Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

DE: Despacho Econômico

FP: Fluxo de potência

IC: Iniciação Científica

KKT: Karush-Kuhn-Tucker

LT: Linhas de Transmissão

MATLAB: MATrix LABoratory

ONS: Operador Nacional do Sistema Elétrico

ROTINA\_DESP: Rotina Matlab para o Despacho Econômico

SEP: Sistema Elétrico de Potência

SIN: Sistema Interligado Nacional

TCC: Trabalho de Conclusão de Curso

# Sumário

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	11
1.1. TEMA	11
1.1.1. DELIMITAÇÃO DO TEMA	14
1.2. PROBLEMA	14
1.3. OBJETIVOS	15
1.3.1. OBJETIVO GERAL	15
1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	15
1.4. JUSTIFICATIVA	16
1.5. METODOLOGIA	17
1.6. ESTRUTURA DO TRABALHO	17
<b>2. ESTUDO DO DESPACHO ECONÔMICO E MÉTODOS DE SOLUÇÃO PRIMAL-DUAL DE PONTOS INTERIORES</b>	18
2.1. INTRODUÇÃO	18
2.2. PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	19
2.2.1. MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO PRIMAL DUAL DE PONTOS INTERIORES	21
2.2.2. DUALIDADE	22
2.2.3. MÉTODO DA BARREIRA LOGARÍTMICA (PRIMAL-DUAL)	23
2.2.4. CONDIÇÕES DE KARUSH-KUHN-TUCKER (KKT)	24
2.2.5. MÉTODO DE NEWTON	25
2.3. FORMULAÇÃO BÁSICA DO DESPACHO ECONÔMICO	26
2.4. EXEMPLO NUMÉRICO DE DESPACHO ECONOMICO	29
2.5. CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO	31
<b>3. ANÁLISE DE EXEMPLOS DE DESPACHO ECONÔMICO</b>	32
3.1. INTRODUÇÃO	32
3.2. SOLUÇÃO DO DESPACHO ECONÔMICO USANDO O MÉTODO DE PONTOS INTERIORES PRIMAL-DUAL	32
3.3. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MÉTODO DE PONTOS INTERIORES PRIMAL DUAL	40
3.4. CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO	44
<b>4. FLUXO DE POTÊNCIA</b>	45
4.1. INTRODUÇÃO	45
4.2. PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA	46
4.3. FORMULAÇÃO	47
4.4. FLUXO NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO	50
4.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	51
<b>5. SIMULAÇÕES E RESULTADOS</b>	52
5.1. INTRODUÇÃO	52
5.2. SISTEMA TESTE 9 BARRAS	52
5.2.1. ESTUDO DO CASO A	54
5.2.2. ESTUDO DO CASO B	57
5.2.3. ESTUDO DO CASO C	60
5.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	62
<b>6. CONCLUSÃO</b>	64

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. TEMA

Quando os sistemas elétricos de potência se tornaram cada vez mais interligados, surgiu a questão de como despachar as usinas para atender à demanda de forma mais econômica e eficaz. Esse problema ficou conhecido como despacho econômico. O despacho econômico caracteriza-se por minimizar os custos de geração de energia elétrica de usinas termelétricas. Há várias fontes de energia primárias para as unidades geradoras, dentre as quais se destacam para queima em termelétricas o carvão, o óleo, o gás natural, para fissão nuclear o urânio, e separadamente a água, um recurso natural que é armazenada em reservatórios e utilizada para a produção de eletricidade em hidrelétricas. (STEVENSON JR, 1986; GÓMEZ-EXPÓSITO; CONEJO; CAÑIZARES, 2011).

Além destas fontes primárias, atualmente no Brasil e no mundo, cresce a produção de eletricidade proveniente da energia dos ventos (eólica) e da energia solar.

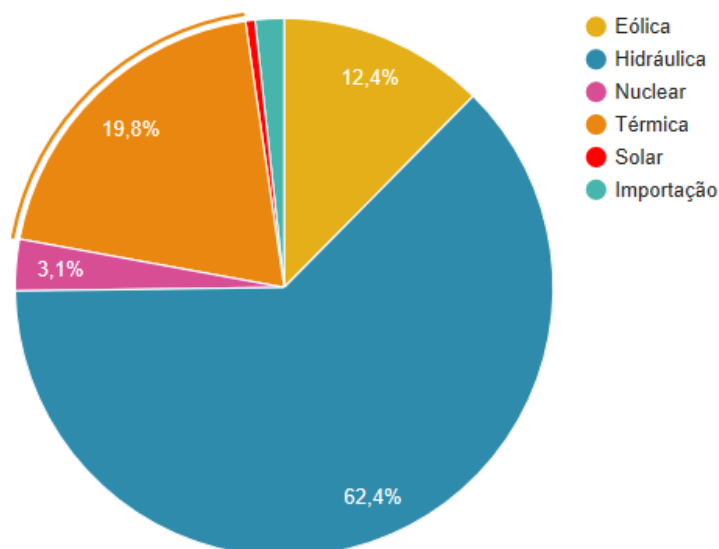
Considerando o Sistema Interligado Nacional (SIN), as Figuras 1 e 2 disponibilizam dados acerca da geração de energia em um dado momento, data e hora, de acordo com suas fontes.

Figura 1: Geração em tempo real de energia no território brasileiro, para a data de 27/09/2018.

27/09/2018 14:42	
<b>Carga:</b>	<b>76484,6 MW</b>
<b>Exportação:</b>	<b>0,0 MW</b>
<b>Ger. Eólica:</b>	<b>6053,7 MW</b>
<b>Ger. Hidráulica:</b>	<b>53641,5 MW</b>
<b>Ger. Térmica:</b>	<b>12620,9 MW</b>
<b>Ger. Nuclear:</b>	<b>2011,4 MW</b>
<b>Ger. Solar:</b>	<b>1012,6 MW</b>
<b>Importação:</b>	<b>1144,3 MW</b>

Fonte: ONS, 2018.

Figura 2: Geração referente a data de 27/09/2018



Fonte: ONS, 2018.

Toda energia produzida tem um custo de geração de acordo com suas fontes primárias. O custo marginal, dado por  $[\$/\text{MW}]$ , representa o custo do aumento de mais de 1 MW de potência gerada para atender a demanda. O problema do despacho econômico é analisado considerando apenas as usinas termelétricas, já que outras usinas como, eólicas e hidrelétricas, envolvem outras variáveis tais como, disponibilidade de ventos, precipitações de chuva e armazenamento de água respectivamente. Já as termelétricas, podem ser analisadas apenas pelo custo do combustível que será utilizado na queima para a geração de energia (STEVENSON JR, 1986).

Otimizar a geração e distribuição de energia em sistemas elétricos que se utilizam de combustíveis fósseis e não renováveis significa minimizar os custos operacionais e também a utilização da matéria prima, ou seja, o combustível. Sendo assim, o objetivo do Despacho Econômico (DE) é suprir a demanda de potência exigida, obedecendo às restrições de operação do sistema, ao menor custo possível (GOMES EXPOSITO, CONEJO, CANIZARES, 2011).

O problema do Despacho Econômico (DE) de unidades termelétricas consiste em otimizar uma função que representa o custo de todas as usinas termelétricas disponíveis, operando em um determinado momento para atender uma demanda prevista. Esse problema pode ser restrito ou irrestrito. Quando as restrições de operação, tais como

restrições de capacidade das máquinas, não são consideradas no problema de otimização, é considerado um problema irrestrito.

No caso dos problemas restritos, os limites de capacidade das máquinas e outros limites operacionais podem ser incluídos no processo de otimização, resultando em valores de potência geradas mais próximos da realidade (FREITAS; PAULUK, 2014).

Após o estudo do despacho de geração do sistema, há outros fatores a ser analisados, relacionados ao fluxo de carga na rede elétrica. Estes aspectos são vários, tais como, os controles de tensão em barramentos, perdas, capacidade e limite de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão, estabilidade do sistema, condições de manobras e recomposição do sistema em caso de curto circuito, dentre todas restrições existentes até o consumidor final (MONTICELLI; GARCIA, 2011).

O fluxo de carga, também conhecido como Fluxo de Potência (FP) é utilizado tanto na operação como no planejamento de redes elétricas, e tem por objetivo analisar a operação de um sistema elétrico para uma demanda e geração conhecidas, e verificar o estado de operação do sistema nessas condições. A partir do fluxo de carga, é definido o que deve ser feito para prevenir ou corrigir situações errôneas de operação.

Para a análise de sistemas elétricos em regime permanente, no Brasil o mais conhecido e utilizado programa computacional é o ANAREDE (Análise de Redes Elétricas), desenvolvido pelo CEPEL (Centro de Pesquisas de Energia Elétrica). O ANAREDE é composto de ferramentas que fornecem fluxo de potência, adição de barramentos, análise de contingências, análise de estabilidade e segurança de tensão e fluxo com uma boa interface gráfica para seus usuários (CEPEL, 2018).

Este trabalho tem por objetivo estudar aspectos do planejamento da operação de sistemas elétricos de potência, a partir da determinação do despacho de unidades termelétricas para atender uma determinada demanda, associado com o estudo do fluxo de carga que considere as restrições de operação da rede elétrica. Essas restrições incluam limites de tensão nas barras, limites de fluxo nas linhas de transmissão, entre outros. O atendimento a estas restrições de operação pode alterar o despacho de geração definidos *a priori*, portanto, estes limites não podem ser ignorados no planejamento da operação.

Para determinar o despacho de potência das unidades geradoras foi utilizado um algoritmo de despacho econômico que foi desenvolvido utilizando o método de otimização pontos interiores Primal-Dual.

Para estudar e analisar o fluxo de potência, considerando as restrições das linhas de transmissão, foi utilizado o programa ANAREDE. Os resultados do despacho econômico para sistemas de pequeno porte, juntamente com os dados da rede elétrica foram os dados de entrada para programa ANAREDE. As simulações considerando diferentes cenários de operação e carga possibilitaram analisar vários aspectos do planejamento da operação de sistemas elétricos.

### **1.1.1. Delimitação do tema**

Este trabalho teve como objetivo analisar o despacho econômico considerando apenas funções custos dos geradores termelétricos e seus respectivos limites de geração de potência ativa. Não foram consideradas outras restrições de operação do sistema de geração.

Em relação ao fluxo de potência, são consideradas as restrições de operação em regime permanente, tais como limites de tensão nas barras e limites de geração reativos, os quais podem ser incluídos nas simulações computacionais utilizando o programa ANAREDE.

## **1.2. PROBLEMA**

Como o custo total de geração para usinas termelétricas, usualmente, é maior do que para as usinas hidrelétricas por causa do custo dos combustíveis, isto influencia diretamente no custo final da energia (FORTUNATO, 1990).

O crescimento populacional, ocasionou o aumento da demanda por energia elétrica, que, por sua vez, cresce de forma acelerada, seja em uso doméstico, com a utilização de aparelhos eletroeletrônicos, seja em zonas industriais com maquinários pesados. Por conta disso, vê-se a necessidade cada vez maior de planejar o crescimento

da geração de eletricidade e manter a qualidade nos sistemas de transmissão. O planejamento da operação e o controle dos sistemas de energia, tornaram fundamentais. Além disso, é preciso buscar uma eficiência e confiabilidade cada vez maior, de modo a garantir o suprimento e a otimização no uso dos recursos, aplica-se, portanto, o despacho econômico para unidades termelétricas. Porém, os resultados de despacho econômico podem não ser adequados para atender as restrições de operação da rede elétrica.

Devido a limitação dos recursos que o meio ambiente oferece, das limitações operacionais de máquinas e equipamentos, associada ao alto grau de investimento necessário para a produção de unidades geradoras e linhas de transmissão, é crucial explorar ao máximo a capacidade de geração de uma usina e do transporte dessa energia produzida, ou seja, otimizar os processos para ter a máxima eficiência, obedecendo-se sempre os limites de operação e segurança.

### **1.3. OBJETIVOS**

#### **1.3.1. Objetivo Geral**

Estudar e analisar o despacho econômico de unidades geradoras, a partir de sistemas de pequeno porte, associados com a solução do fluxo de carga considerando limites de operação da rede elétrica.

#### **1.3.2. Objetivos específicos**

- Fazer estudo do Despacho Econômico e Fluxo de potência;
- Estudar o método de otimização de Pontos Interiores Primal-Dual;
- Estudar os algoritmos de trabalhos já concluídos (FREITAS E PAULUK, 2014; PARIETTI E ALMEIDA, 2014) e desenvolver modificações nos algoritmos para viabilizar tal estudo;
- Estudar e aprender a utilizar o programa, ANAREDE;



- Definir sistema teste para análise com igual números de barras, geradores e cargas;
- Fazer simulações computacionais;
- Analisar os resultados obtidos.

#### 1.4. JUSTIFICATIVA

A maior fonte de geração de energia elétrica no Brasil é a hidrelétrica. Contudo, sua produção é variável ao longo do ano, sendo altamente dependente do volume das chuvas. Com isso, é necessário que haja outros tipos de usinas para garantir o fornecimento de energia elétrica quando houver baixo nível de água nos reservatórios por conta da escassez de chuvas. As usinas termelétricas são as mais utilizadas para cobrir o déficit de potência ativa das usinas hidrelétricas. Não obstante, a geração de energia elétrica por termelétricas apresenta custo marginal mais elevado se comparado com as hidrelétricas e esse custo maior pode refletir no valor conta de luz, (EPE, 2019).

O fornecimento de energia elétrica no Brasil é feito por meio do despacho de hidrelétricas e termelétricas (despacho hidrotérmico). Embora o despacho hidrotérmico seja mais complexo do que o despacho econômico de usinas termelétricas, o estudo do DE é importante para minimizar o custo total do combustível de centrais termelétricas.

O planejamento, para qualquer área em que for aplicado, possibilita a tomada de decisões, avaliar as opções existentes, traçar caminhos e organizar processos para antecipar ocorrência de erros, possibilitando uma previsão dos resultados. O estudo de casos reduz as incertezas e, conseqüentemente, aumenta as chances de sucesso em um projeto.

O desafio do planejamento da operação de sistemas elétricos é fazer a associação entre o despacho das unidades termelétricas e usinas hidrelétricas com as variáveis do fluxo de carga no sistema de transmissão, de modo entregar energia elétrica dentro dos padrões pré-definidos ao consumidor final. Por isso, é preciso analisar as situações de despacho econômico juntamente com o fluxo de carga, para garantir que as restrições de operação da transmissão, tais como níveis de tensão adequados nos barramentos e limites de transmissão dos cabos (carregamento) estejam dentro das normas.

## 1.5. METODOLOGIA

Este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) iniciou-se com um projeto de iniciação científica (IC) em 2017, no qual foi feito o estudo do problema de despacho econômico e sua solução por meio do método de otimização de Pontos Interiores Primal-Dual. A partir deste conhecimento, obtidos por pesquisa em livros, teses, dissertações, artigos técnicos e monografias, foi estudado um algoritmo de despacho econômico, (FREITAS e PAULUK, 2014), no qual é possível calcular o despacho de três unidades geradoras. Esse algoritmo de despacho econômico foi modificado e passou a se chamar *ROTINA\_DESP*, sendo utilizado como ferramenta de estudo do despacho econômico do trabalho de IC. No segundo semestre do ano de 2018 foram apresentados os resultados deste estudo de IC utilizando sistemas de geração de três unidades geradoras.

Dando continuidade à pesquisa de IC, o objetivo deste TCC foi analisar como o despacho econômico pode ser associado com a solução do fluxo de carga quando são considerados os limites de operação da rede elétrica.

Para estudar o fluxo de carga, foram feitas pesquisas sobre o problema do fluxo de carga em referências já conceituadas como Monticelli e Garcia (2003) e outras. Também foi estudado o programa ANAREDE para entender sua entrada de dados e sua saída e simular os sistemas teste, escolhidos para este trabalho.

A partir dos resultados obtidos com o estudo do despacho econômico considerando as restrições de geração, a pesquisa foi continuada associando as soluções obtidas do algoritmo *ROTINA\_DESP* com os resultados do fluxo de carga obtidos do programa ANAREDE, possibilitando verificar a viabilidade do despacho de geração considerando as restrições da rede elétrica. Essas simulações serviram como base para as análises apresentadas neste Trabalho de Conclusão de Curso.

## 1.6. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho de conclusão de curso foi escrito em 6 capítulos de forma a se obter uma melhor compreensão dos assuntos abordados. Os capítulos estão organizados como mostrado a seguir:

- Capítulo 1: Diz respeito a proposta e o planejamento do trabalho, sendo descritos a introdução do tema, objetivos, o problema e a metodologia de pesquisa utilizada.
- Capítulo 2: Apresenta o estudo do problema e método para o despacho econômico e método de solução utilizado.
- Capítulo 3: Apresenta um exemplo numérico de despacho econômico com todos os cálculos necessários, comparando com outros possíveis cenários, para se chegar à solução pelo método de otimização de pontos interiores.
- Capítulo 4: Apresenta o estudo do fluxo de potência e do programa ANAREDE.
- Capítulo 5: Analisa as simulações computacionais de sistemas teste e apresentação dos resultados obtidos com gráficos e tabelas.
- Capítulo 6: Apresenta as conclusões do TCC e considerações finais.

## **2. ESTUDO DO DESPACHO ECONÔMICO E MÉTODOS DE SOLUÇÃO PRIMAL-DUAL DE PONTOS INTERIORES**

### **2.1. INTRODUÇÃO**

Para resolver o problema de Despacho Econômico podem ser usados vários métodos de otimização. Neste trabalho, optou-se pelo Método Primal Dual de Pontos Interiores. Esse método foi introduzido por Sérgio Granville em 1993, que utilizou esta abordagem para resolver um problema de despacho de potência reativa (PARIETTI Filho e ALMEIDA, 2014). O método é chamado de Pontos Interiores por iniciar sua resolução a partir de um ponto interior dentro de uma região viável, gerando uma sequência de pontos a cada iteração que permanecem dentro dessa região.

Para se chegar à solução do problema usando o método Primal-Dual de pontos Interiores, as restrições de desigualdade são transformadas em restrições de igualdade, através da introdução de variáveis de folga nas inequações e adicionando-as na função

objetivo do problema, junto a uma função barreira logarítmica, para restringir a negatividade. Assim, as únicas restrições de desigualdade passam a ser as variáveis de folga, que devem ser maiores ou iguais a zero. Para se chegar aos resultados pretendidos no problema de otimização, faz-se a utilização de multiplicadores de Lagrange, Método da Barreira, Logarítmica (primal-dual) e do Método de Newton para atender as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), as quais comprovam que o ponto ótimo foi encontrado (ARBEL,1993).

Neste capítulo é apresentada uma breve explicação sobre a teoria de problemas de otimização e após essa etapa, é apresentado a formulação do problema do despacho econômico e sua solução.

## 2.2. PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Problemas de otimização buscam determinar valores extremos, máximos e/ou mínimos, de uma função e são aplicados frequentemente em inúmeras áreas de conhecimento, desde o caminho mais curto para o trabalho, minimizando o percurso e o tempo de deslocamento, até em aplicações aeroespaciais.

A função a ser otimizada é chamada de Função Objetivo, geralmente definida como  $f(x)$ . Problemas de otimização podem ser do tipo irrestrito ou restrito. O primeiro se define por não haver restrições para a Função Objetivo  $f(x)$ . Então a solução é mais simples pois, desde que  $f(x)$  seja derivável, é necessário apenas obter a derivada de  $f(x)$  e igualar essa derivada a zero. Como exemplo, seja a função a seguir:

Minimizar

$$f(x) = x^2 + 2 \quad (2.1)$$

Para encontrar o ponto ótimo da função, denominado por  $x_0$ , basta derivar a função e igualá-la a zero.

$$\frac{d(x^2 + 2)}{dx} = 0 \quad (2.2)$$

$$2x = 0 \quad (2.3)$$

$$x = x^* = 0 \quad (2.4)$$

Sendo  $x^*$  o valor ótimo da função  $f(x)$

$$f(x^*) = 2 \quad (2.5)$$

Para saber se este ponto será de máximo ou de mínimo, basta fazer a derivada segunda de  $f(x)$  e testar de acordo com o seguinte exemplo:

Se,

$$\frac{d^2(f(x))}{dx^2} > 0 \quad (2.6)$$

Então, é ponto de mínimo, e se,

$$\frac{d^2(f(x))}{dx^2} < 0 \quad (2.7)$$

Então, é ponto de máximo.

Como:

$$\frac{d^2(x^2+2)}{dx^2} = 2 \quad (2.8)$$

Então o ponto ótimo  $x^*$  é ponto de mínimo.

No caso dos problemas de otimização com restrições, a solução matemática é um pouco mais complexa. O método de otimização deve incluir as funções que restringem a busca do ponto de mínimo ou máximo.

Como exemplo, considere o problema de otimização anterior, que se torna restrito ao incluir funções de restrição ao problema. Essas restrições podem ser de igualdade ou desigualdade. No problema apresentado em (2.1), será acrescentado uma restrição de desigualdade:

Minimizar

$$f(x) = x^2 + 2 \quad (2.9)$$

Sujeito a:

$$x \geq 1 \quad (2.10)$$

Considerando agora que o valor mínimo possível para  $x$  é  $x = 1$ , então  $f(x) = 3$ . Devido ao fato de se ter a restrição, não é possível prever se o ponto  $x$  é um ponto ótimo. Para problemas com restrições, se faz uso da função Lagrangeana para se encontrar o ponto ótimo que irá minimizar ou maximizar o problema em questão.

### 2.2.1. Método de otimização primal dual de pontos interiores

Um problema de otimização também pode ter restrições de igualdade e desigualdade. A função objetivo  $f(\mathbf{x})$  deve ser minimizada obedecendo, se houverem, as restrições de igualdades  $g(\mathbf{x})$  e desigualdades  $h(\mathbf{x})$ . O ponto ótimo pretendido deve ser o valor de  $x$  para o qual se obtenha o menor valor possível para  $f(\mathbf{x})$ , sempre respeitando as restrições descritas por  $g(\mathbf{x})$  e/ou  $h(\mathbf{x})$ .

A Função Lagrangeana é um método utilizado para transformar um problema Linear ou Não-Linear, sujeito somente as restrições de igualdade, em um problema de otimização irrestrita. Para isto adicionam-se as restrições de igualdade na função objetivo, transformando-a em uma nova função a qual é denominada Função Lagrangeana (ARBEL,1993).

Dando continuidade ao problema inicial e supondo que só tenha restrições de igualdade:

Minimizar  $f(\mathbf{x})$

Sujeito a:

$$g_i(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{sendo,} \quad i = 1, \dots, m \quad (2.11)$$

A função objetivo deve ser contínua e ter derivada parcial até a segunda ordem. As funções  $g(\mathbf{x})$  devem ser contínuas e ter derivadas parciais até a primeira ordem. Dessa forma, a Função Lagrangeana pode ser expressa pela equação:

$$L(x^*, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i * g_i(x) \quad (2.12)$$

A função é analogicamente representada por  $L(x, \lambda, \dots, n)$ , podendo ter inúmeras variáveis independentes relacionadas ao Lagrangeano, essas variáveis são definidas em variáveis Primais e Duais. Para cada variável se faz necessário a derivada com relação a essas mesmas variáveis.

### 2.2.2. Dualidade

Tomando como base a equação (2.12), deve-se conhecer o valor de duas variáveis  $(x^*, \lambda)$  quando se encontra o ponto ótimo. Supõe-se que a função Lagrangeana em um ponto é representada por:

$$L(x^*, \lambda^*) \leq L(x^*, \lambda) \text{ para } x \in X \text{ e } \lambda \in \Lambda \quad (2.13)$$

Onde  $X \subset R_n$ , com  $n$  número de variáveis, e  $\Lambda = \{\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n), i = 1, \dots, m\}$ , com  $m$  multiplicadores de Lagrange.

Sendo assim, a função primal é dada como:

$$L(x^*) = \min L(x, \lambda) \quad (2.14)$$

Com  $x \in X$

e a função dual:

$$L(x^*) = \max L(x, \lambda) \quad (2.15)$$

Com  $\lambda \in \Lambda$

Na função primal, o parâmetro  $\lambda$  é um valor que deve ser predeterminado (fixo) e as variáveis  $x$  são calculadas pelo problema de otimização, ou seja, o método primal consiste na determinação de um  $x^*$  ótimo, já a função dual consiste em determinar  $\lambda^*$  ótimo.

### 2.2.3. Método da barreira logarítmica (Primal-Dual)

O método da barreira logarítmica tem como objetivo resolver uma série de problemas irrestritos com restrições de igualdade e desigualdade transformando esses problemas em problemas com apenas restrições de igualdade. Usa-se uma função de penalidade (barreira) para que no limite, a aproximação equivalha ao problema original (ARBEL, 1993).

A seguir será explicado como o Método da barreira logarítmica é aplicado. Seja um problema de otimização representado pela seguinte forma:

minimizar  $f(\mathbf{x})$ , sujeito a:

$$g(x) = 0 \quad (2.16)$$

$$h^{min} \leq h(x) \leq h^{max} \quad (2.17)$$

Onde  $f(\mathbf{x})$  é a função objetivo,  $g(x)$  são as restrições de igualdade e  $h(x)$  são as restrições de desigualdade.

Como este problema também é composto por restrições de desigualdade, e a utilização da função de Lagrange exige que o problema tenha somente restrições de igualdade, as restrições de desigualdade devem ser transformadas em restrições de igualdade. Para realizar essa transformação são adicionados, nas restrições de desigualdade, variáveis de folga ( $s$ ) estritamente positivas, dando origem a um novo conjunto de restrições de igualdade:

$$h(x) + h^{min} - s^{min} = 0 \quad (2.18)$$

$$h(x) - h^{max} + s^{max} = 0 \quad (2.19)$$

Os valores de máximo e mínimo serão representados com uma barra na parte superior e inferior de cada variável, representando assim seus respectivos significados.

Para garantir que essas variáveis de folga não sejam negativas, também é incorporado à função objetivo uma função de barreira logarítmica, resultando em:



Minimizar:

$$f(x) - \mu * [\ln(\underline{s}) + \ln(\bar{s})] \quad (2.20)$$

Sujeito a:

$$g(x) = 0 \quad (2.21)$$

$$h(x) + \underline{h} - \underline{s} = 0 \quad (2.22)$$

$$h(x) - \bar{h} + \bar{s} = 0 \quad (2.23)$$

Com as modificações descritas acima, o problema descrito pelas equações (2.20) a (2.23) passa a ser um problema com restrições de igualdade. A função de Lagrange pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} L(x, \lambda, \underline{\pi}, \bar{\pi}, \underline{s}, \bar{s}) \\ = f(x) + \lambda^T * g(x) + \underline{\pi} * [h(x) + \underline{h} - \underline{s}] + \bar{\pi} \\ * [h(x) - \bar{h} + \bar{s}] - \mu * [\ln(\underline{s}) + \ln(\bar{s})] \end{aligned} \quad (2.24)$$

Onde:

- $\lambda$ : é o vetor dos multiplicadores de Lagrange das restrições de igualdade;
- $\bar{\pi}$  e  $\underline{\pi}$ : são os vetores dos multiplicadores de Lagrange das restrições de desigualdade, associados aos limites máximo e mínimo respectivamente;
- $\bar{s}$  e  $\underline{s}$ : são os vetores de variáveis de folgas máximas e mínimas, respectivamente, estritamente positivas;
- $\mu$ : é o coeficiente de penalidade, sendo  $\mu > 0$ .

#### 2.2.4. Condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT)

As condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) são conhecidas também como condição de otimalidade de primeira ordem. Devem satisfazer qualquer ponto ótimo dos problemas de programação linear e a maioria dos problemas não-lineares.

Essas condições são utilizadas como critério de convergência de vários métodos, também são as condições que são necessárias para que um ponto seja um possível ponto

mínimo local ou ótimo. Seja o Lagrangeano dado na equação (2.24), as condições de KKT serão dadas por:

$$\frac{d(L)}{dx} = f'(x) + \lambda * g'(x) + \pi * h'(x) = 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{d(L)}{d\lambda} = g(x) = 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{d(L)}{d\pi} = h(x) - s = 0 \quad (2.27)$$

$$\frac{d(L)}{ds} = -\pi + \frac{\mu}{s} = 0 \quad (2.28)$$

A equação (2.25) garante que o gradiente do Lagrangeano seja nulo no ponto ótimo. As equações (2.26) e (2.27) se referem as restrições que devem ser atendidas. Já a equação (2.28) mostra que para se ter um coeficiente de penalidade  $\mu = 0$ , existem duas opções, a primeira é se  $\pi > 0$ , assim,  $s$  deve assumir o valor nulo. A segunda opção é quando  $\pi$  assumir um valor nulo, com isso,  $s$  pode assumir qualquer valor positivo, ou seja,  $s > 0$ .

### 2.2.5. Método de Newton

O método de Newton busca uma aproximação do resultado através de iterações sucessivas nas quais, a cada iteração, é calculada a diferença entre o resultado atual e o anterior. Essa diferença 'ε', no caso do aplicado foi escolhido um valor inferior a  $10^{-6}$ , indicando assim que o valor atual é o resultado desejado. Para isso é escolhido um valor de  $x$  que será utilizado na primeira iteração. Calcular o valor da função  $g(x)$  no ponto:

$$x = x^n \rightarrow g(x^{(n)}) \quad (2.29)$$

Assim, comparar o valor encontrado com a tolerância  $\varepsilon$  escolhida, enquanto  $g(x^{(n)})$  for maior que a tolerância, deve-se continuar com a execução do Método de Newton, mostrada a seguir, que se resume a encontrar a derivada de  $g(x^{(n)}) \rightarrow g'(x^{(n)})$ :

$$g(x^{(n)} + \Delta x^n) \approx g(x^{(n)}) + \frac{d}{dt}g(x^{(n)})\Delta x^n = g(x^{(n)}) + g'(x^{(n)})\Delta x^n \quad (2.30)$$

Encontrar  $\Delta x^n$ , tal que:

$$\Delta x^n = \frac{-g(x^{(n)})}{g'(x^{(n)})} \quad (2.31)$$

$$x^{n+1} - x^n = \frac{-g(x^{(n)})}{g'(x^{(n)})} \quad (2.32)$$

$$x^{n+1} = x^n - \frac{g(x^{(n)})}{g'(x^{(n)})} \quad (2.33)$$

Substituir  $n + 1 = n$  e retornar na equação (2.29) até que  $\varepsilon$  seja superior ao valor de  $g(x^{(n)})$ .

### 2.3. FORMULAÇÃO BÁSICA DO DESPACHO ECONÔMICO

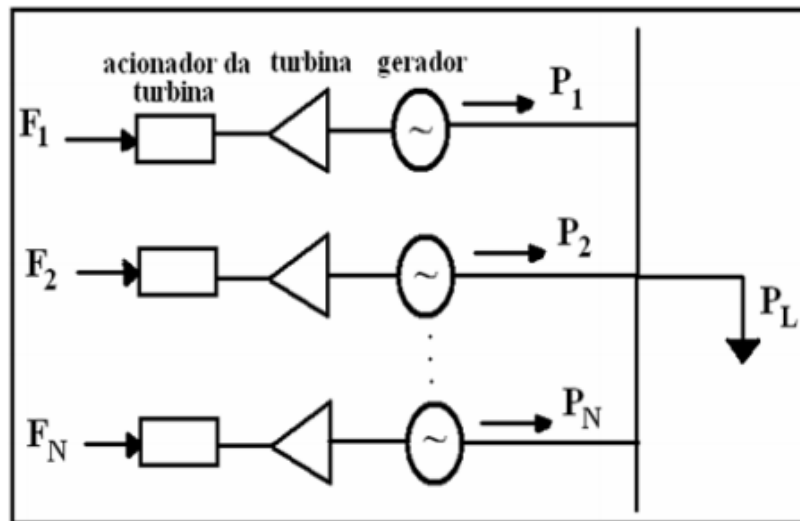
O despacho econômico é o mais importante problema a ser resolvido na operação e planejamento de um sistema elétrico. É o estudo do uso ótimo das unidades termelétricas do sistema elétrico de maneira a ir de encontro às necessidades da carga com o menor custo de operação possível.

O fornecimento de energia elétrica no Brasil é feito por meio do despacho hidrotérmico, com hidrelétricas e termelétricas. Embora o despacho hidrotérmico seja mais complexo do que o despacho econômico, este estudo define a potência de saída de cada unidade geradora que atenderá o sistema, baseado em uma função de custo da unidade geradora, dada pelo preço do combustível que alimentará essa termelétrica, custo da operação e manutenção, como mostrado a seguir. O objetivo do problema de despacho econômico é minimizar o custo total do combustível de centrais termelétricas.

Em sistemas termelétricos, como mostra a Figura 3, tem-se uma situação de  $N$  geradores conectados a um barramento infinito que atende a uma carga  $P_L$ .

O sistema constitui-se de usinas termelétricas ligadas a um barramento, no qual encontra-se conectado uma carga  $P_L$ , suposta constante. Cada gerador  $i$  fornece uma potência com,  $P_i$ , com  $i = 1, 2, \dots, N$ . Como trata-se de gerador termelétrico, a potência gerada por cada máquina é dependente da sua curva calor combustível, definida por  $F_i$ , cuja unidade é o MW/h.

Figura 3: Modelo de “N” geradores ligados a uma barra com carga.



Fonte: Benedito, 2018

Uma característica importante para a operação econômica da unidade térmica fundamenta-se na relação entre a potência térmica de entrada ( $F_i$ ), resultada da queima de combustível, e a potência elétrica à saída da unidade  $i$  ( $P_i$ ). O conjunto dos pontos que associam a potência elétrica de saída com a potência térmica de entrada para os diferentes valores de potência podem ser representados por uma função quadrática, como mostrado na equação a seguir:

$$F_T = F_1 + F_2 + \dots + F_N = \sum_{i=1}^N F_i(P_i) \quad (2.34)$$

$$F_i(P_i) = a_i + b_i P_i + c_i P_i^2 \quad (2.35)$$

Sendo:

- $F_T$ : Custo total da produção
- $F_i$ : Função custo do gerador
- $a_i, b_i$  e  $c_i$ : Coeficientes da função custo
- $P_i$  : Potência no gerador  $i$
- $N$ : Número de geradores

Neste trabalho não são consideradas as perdas elétricas no problema de despacho econômico. Neste caso a formulação da restrição de atendimento da carga pode ser equacionada como:

$$P_L - \sum_{i=1}^N P_i = 0 = \phi \quad (2.36)$$

Portanto o problema de despacho econômico, sem considerar os limites de operação das unidades geradoras, é escrito como:

Min:

$$F_T = F_1 + F_2 + \dots + F_N = \sum_{i=1}^N F_i(P_i)$$

Sujeito a:

$$\phi = P_L - \sum_{i=1}^N P_i = 0$$

Como nesse problema existe apenas uma restrição de igualdade, sendo associado a ela um multiplicador de Lagrange ( $\lambda$ ), de modo que a Função Lagrangeana é dada por:

$$\mathcal{L}(P_i, \lambda) = F_T + \lambda\phi = \sum_{i=1}^N F_i(P_i) + \lambda(P_L - \sum_{i=1}^N P_i) \quad (2.37)$$

- $\mathcal{L}$ : Operador de Lagrange
- $\lambda$ : Multiplicador de Lagrange

Derivando a equação (2.37) em relação a cada variável  $P_i$  e igualando a derivada a zero, tem-se:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i} = \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} - \lambda = 0 \quad (2.38)$$

Ou,

$$\frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \lambda \quad (2.39)$$

Para que haja um custo mínimo de operação para o sistema termoeletrico, é necessário que todas as unidades geradoras tenham um custo incremental, que devem ser iguais a um valor determinado  $\lambda$ . A soma das potências geradas de cada unidade geradora deve ser igual a potência demandada pela carga (WOOD; WOLLENBERG, 1996).

Adicionando as restrições de desigualdade:

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \quad (2.40)$$

$$P_{i,min} \leq P_i \leq P_{i,max} \quad (2.41)$$

$$\sum_{i=1}^N P_i = P_{carga} \quad (2.42)$$

- $P_{i,min}$ : potência mínima de geração da unidade  $i$
- $P_{i,max}$ : potência máxima de geração da unidade  $i$

Portanto as condições de otimalidade são:

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \quad \text{para, } P_{i,min} < P_i < P_{i,max} \quad (2.43)$$

$$\frac{dF_i}{dP_i} \leq \lambda \quad \text{para, } P_i = P_{i,max} \quad (2.44)$$

$$\frac{dF_i}{dP_i} \geq \lambda \quad \text{para, } P_i = P_{i,min} \quad (2.45)$$

## 2.4. EXEMPLO NUMÉRICO DE DESPACHO ECONOMICO

Para exemplificar como é feito o cálculo de um despacho econômico, é apresentada a resolução do problema de despacho considerando três unidades geradoras. Os dados das unidades são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1: Dados dos geradores

Unidade	Combustível	Custo Combustível	$P_{max}$	$P_{min}$	$a_i$	$b_i$	$c_i$
1	Carvão	1,1 (\$/Btu)	600 MW	150 MW	0,001562	7,92	510
2	Bagaço de cana	1,0 (\$/Btu)	400 MW	100 MW	0,00194	7,85	310
3	Óleo	1,0 (\$/Btu)	200 MW	50 MW	0,00482	7,97	78

Fonte: Adaptado de Wood e Wollenberg (1996).

Pretende-se calcular o ponto ótimo de operação para essas 3 unidades geradoras quando atendem uma carga de 850 MW.

Primeiramente é preciso achar as funções custo para cada unidade geradora. Essas funções custo são obtidas multiplicando a curva F de entrada-saída pelo custo do combustível.

$$F_1 * 1,1 = 0,001562P_1^2 + 7,92P_1 + 510 \quad (2.46)$$

$$F_2 * 1,0 = 0,00194P_2^2 + 7,85P_2 + 310 \quad (2.47)$$

$$F_3 * 1,0 = 0,00482P_3^2 + 7,97P_3 + 78 \quad (2.48)$$

Utilizando as condições mostradas em (2.34) e (2.35) para despacho econômico ótimo:

$$\frac{dF_1}{dP_1} = 7,92 + 0,003124P_1 = \lambda \quad (2.49)$$

$$\frac{dF_2}{dP_2} = 7,85 + 0,00388P_2 = \lambda \quad (2.50)$$

$$\frac{dF_3}{dP_3} = 7,97 + 0,00964P_3 = \lambda \quad (2.51)$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 850MW \quad (2.52)$$

Colocando o sistema em forma matricial para chegar ao resultado fica:

$$\begin{bmatrix} 0,00312 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0,00388 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0,00964 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7,92 \\ -7,85 \\ -7,97 \\ 850 \end{bmatrix}$$

Ignorando-se por enquanto, os limites de geração, pode-se resolver o sistema de quatro equações e quatro incógnitas. O resultado do valor de  $\lambda$  é:

$$\lambda = 9,148 \$/MWh \quad (2.53)$$

As potências geradas por cada unidade são:

$$P_1 = 393,2MW \quad (2.54)$$

$$P_2 = 334,6MW \quad (2.55)$$

$$P_3 = 122,2MW \quad (2.56)$$

Logo, para este caso a solução encontrada é viável, pois comparando os valores encontrados para  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  com os valores de potência máximos e mínimos de cada gerador (apresentados na Tabela 1) os valores encontrados não desrespeitam os limites do respectivo gerador. Por fim, o custo total do despacho das unidades 1, 2 e 3 considerando os valores encontrados de geração  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  é:

$$F_T(P) = F_1(P_1) + F_2(P_2) + F_3(P_3) = 8.529,9 \$/h \quad (2.57)$$

O valor de  $F_T$  é o custo total de operação condizente ao despacho ótimo.

## 2.5. CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO

O estudo do despacho econômico e que a sua aplicação é fundamental para a redução no preço final da geração de energia elétrica. Neste capítulo foi apresentada a formulação matemática do problema de despacho econômico. Também foi apresentada a solução deste problema de otimização utilizando o método de Pontos Interiores Primal Dual.

Dando continuidade ao estudo do despacho econômico, no Capítulo 3 é apresentada a solução do exemplo numérico mostrado na Seção 2.4, apresentando cada passo do Método de Pontos Interiores Primal Dual para a minimização do custo total. Também serão mostradas e analisadas outras variáveis obtidas na otimização, cujos valores servem para comprovar as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker.



### 3. ANÁLISE DE EXEMPLOS DE DESPACHO ECONÔMICO

#### 3.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo é mostrada, de forma detalhada e exemplificada, a solução para problema de despacho econômico utilizando o método de Pontos Interiores Primal-dual. O exemplo numérico da sessão 2.4 é utilizado como base para os cálculos do método de otimização, explicando-se cada etapa de modo a auxiliar o entendimento do leitor.

São considerados exemplos com um sistema de 3 geradores, cada um com suas respectivas funções custo, para suprir uma determinada demanda de carga. Para todos os exemplos o método de solução Pontos Interiores Primal-dual é utilizado para se chegar ao resultado.

Os resultados encontrados em cada caso são mostrados de forma clara, por meio de tabelas e posteriormente analisados.

#### 3.2. SOLUÇÃO DO DESPACHO ECONÔMICO USANDO O MÉTODO DE PONTOS INTERIORES PRIMAL-DUAL

O exemplo numérico de despacho, apresentado na Seção 2.4, foi resolvido pelo método de Pontos Interiores Primal Dual. Os passos de solução são descritos a seguir.

As potências dos geradores foram designadas como  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ . As funções custo de cada gerador são mostradas a seguir:

$$F(x_1) = 0.00156x_1^2 + 7.92x_1 + 510 \quad (3.1)$$

$$F(x_2) = 0.00194x_2^2 + 7.85x_2 + 310 \quad (3.2)$$

$$F(x_3) = 0.00482x_3^2 + 7.97x_3 + 78 \quad (3.3)$$

O Problema de otimização do exemplo de Despacho Econômico é descrito por:

Minimizar

$$F_1(x_1) + F_2(x_2) + F_3(x_3) \quad (3.4)$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 850 \quad (3.5)$$

$$150 \leq x_1 \leq 600 \quad (3.6)$$

$$100 \leq x_2 \leq 400 \quad (3.7)$$

$$50 \leq x_3 \leq 200 \quad (3.8)$$

Esse problema de otimização é resolvido utilizando o Método de Pontos Interiores Primal-Dual. Primeiramente é preciso reescrever o problema com acréscimo da função barreira logarítmica, como mostrado na Seção 2. As restrições do problema são escritas como:

$$g(x_1, x_2, x_3) = 850 - x_1 - x_2 - x_3 = 0 \quad (3.9)$$

$$h_1(x_1) = x_1 - 600 \leq 0 \quad (3.10)$$

$$h_2(x_1) = -x_1 + 150 \leq 0 \quad (3.11)$$

$$h_3(x_2) = x_2 - 400 \leq 0 \quad (3.12)$$

$$h_4(x_2) = -x_2 + 100 \leq 0 \quad (3.13)$$

$$h_5(x_3) = x_3 - 200 \leq 0 \quad (3.14)$$

$$h_6(x_3) = -x_3 + 50 \leq 0 \quad (3.15)$$

Ao adicionar as variáveis de folga nas restrições de igualdade e a barreira logarítmica na função objetivo, tem-se o problema modificado da seguinte forma:

$$F_1(x_1) + F_2(x_2) + F_3(x_3) - \mu[(\ln \bar{s}_1 + \ln \bar{s}_2 + \ln \bar{s}_3) + (\ln \underline{s}_1 + \ln \underline{s}_2 + \ln \underline{s}_3)] \quad (3.16)$$

Sujeito a:

$$g(x_1, x_2, x_3) = 850 - x_1 - x_2 - x_3 = 0 \quad (3.17)$$

$$h_1(x_1) = x_1 - 600 + \bar{s}_1 = 0 \quad (3.18)$$

$$h_2(x_1) = -x_1 + 150 + \underline{s}_1 = 0 \quad (3.19)$$

$$h_3(x_2) = x_2 - 400 + \bar{s}_2 = 0 \quad (3.20)$$

$$h_4(x_2) = -x_2 + 100 + \underline{s}_2 = 0 \quad (3.21)$$

$$h_5(x_3) = x_3 - 200 + \bar{s}_3 = 0 \quad (3.22)$$

$$h_6(x_3) = -x_3 + 50 + \underline{s}_3 = 0 \quad (3.23)$$

Ao se aplicar o Lagrangeano no problema descrito pelas equações (3.17) a (3.23) tendo em vista que no problema modificado todas as restrições são de igualdade, tem-se:

$$\begin{aligned} L(x_1, x_2, x_3, \lambda, \bar{\pi}_1, \bar{\pi}_2, \bar{\pi}_3, \underline{\pi}_1, \underline{\pi}_2, \underline{\pi}_3, \bar{s}_1, \bar{s}_2, \bar{s}_3, \underline{s}_1, \underline{s}_2, \underline{s}_3) = \\ F_1(x_1) + F_2(x_2) + F(x_3) - \mu \ln \bar{s}_1 - \mu \ln \bar{s}_2 - \mu \ln \bar{s}_3 - \mu \ln \underline{s}_1 - \\ \mu \ln \underline{s}_2 - \mu \ln \underline{s}_3 + \lambda(850 - x_1 - x_2 - x_3) + \bar{\pi}_1(x_1 - 600 + \bar{s}_1) + \\ \bar{\pi}_2(x_2 - 400 + \bar{s}_2) + \bar{\pi}_3(x_3 - 200 + \bar{s}_3) + \underline{\pi}_1(-x_1 + 150 + \underline{s}_1) \cdot \\ \underline{\pi}_2(-x_2 + 100 + \underline{s}_2) + \underline{\pi}_3(-x_3 + 50 + \underline{s}_3) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Derivando a função Lagrangeana e igualando a zero será possível determinar as condições de KKT (Karusch – Kun Tucker)

$$\frac{\partial(L)}{\partial x_1} = 0.00312x_1 + 7.92 - \lambda + \bar{\pi}_1 - \underline{\pi}_1 = 0 \rightarrow I_1 \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial x_2} = 0.00388x_2 + 7.85 - \lambda + \bar{\pi}_2 - \underline{\pi}_2 = 0 \rightarrow I_2 \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial x_3} = 0.00964x_3 + 7.97 - \lambda + \bar{\pi}_3 - \underline{\pi}_3 = 0 \rightarrow I_3 \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial \lambda} = 850 - x_1 - x_2 - x_3 = 0 \rightarrow II_1 \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial \bar{\pi}_1} = x_1 - 600 + \bar{s}_1 = 0 \rightarrow III_1 \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial \bar{\pi}_2} = x_2 - 400 + \bar{s}_2 = 0 \rightarrow III_2 \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial \bar{\pi}_3} = x_3 - 200 + \bar{s}_3 = 0 \rightarrow III_3 \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial \underline{\pi}_1} = -x_1 + 150 + \underline{s}_1 = 0 \rightarrow III_4 \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial \pi_2} = -x_2 + 100 + \underline{s}_2 = 0 \rightarrow III_5 \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial \pi_3} = -x_3 + 50 + \underline{s}_3 = 0 \rightarrow III_6 \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial \bar{s}_1} = -\mu \frac{1}{\bar{s}_1} + \bar{\pi}_1 = 0 \text{ ou } \frac{\partial(L)}{\partial \bar{s}_1} = \bar{\pi}_1 \bar{s}_1 - \mu = 0 \rightarrow IV_1 \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial \bar{s}_2} = -\mu \frac{1}{\bar{s}_2} + \bar{\pi}_2 = 0 \text{ ou } \frac{\partial(L)}{\partial \bar{s}_2} = \bar{\pi}_2 \bar{s}_2 - \mu = 0 \rightarrow IV_2 \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial \bar{s}_3} = -\mu \frac{1}{\bar{s}_3} + \bar{\pi}_3 = 0 \text{ ou } \frac{\partial(L)}{\partial \bar{s}_3} = \bar{\pi}_3 \bar{s}_3 - \mu = 0 \rightarrow IV_3 \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial \underline{s}_1} = -\mu \frac{1}{\underline{s}_1} + \underline{\pi}_1 = 0 \text{ ou } \frac{\partial(L)}{\partial \underline{s}_1} = \underline{\pi}_1 \underline{s}_1 - \mu = 0 \rightarrow IV_4 \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial \underline{s}_2} = -\mu \frac{1}{\underline{s}_2} + \underline{\pi}_2 = 0 \text{ ou } \frac{\partial(L)}{\partial \underline{s}_2} = \underline{\pi}_2 \underline{s}_2 - \mu = 0 \rightarrow IV_5 \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial(L)}{\partial \underline{s}_3} = -\mu \frac{1}{\underline{s}_3} + \underline{\pi}_3 = 0 \text{ ou } \frac{\partial(L)}{\partial \underline{s}_3} = \underline{\pi}_3 \underline{s}_3 - \mu = 0 \rightarrow IV_6 \quad (3.40)$$

Reescrevendo essas equações na forma matricial:

$$I = \begin{bmatrix} \frac{\partial(L)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial(L)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial(L)}{\partial x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00312 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00388 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00964 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7,92 \\ 7,85 \\ 7,97 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} * \quad (3.41)$$

$$[\lambda] + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \bar{\pi}_1 \\ \bar{\pi}_2 \\ \bar{\pi}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{\pi}_1 \\ \underline{\pi}_2 \\ \underline{\pi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$II = \left[ \frac{\partial(L)}{\partial x} \right] = [850] - [1 \quad 1 \quad 1] * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = [0] \quad (3.42)$$

$$III = \begin{bmatrix} \frac{\partial(L)}{\partial \bar{\pi}_1} \\ \frac{\partial(L)}{\partial \bar{\pi}_2} \\ \frac{\partial(L)}{\partial \bar{\pi}_3} \\ \frac{\partial(L)}{\partial \pi_1} \\ \frac{\partial(L)}{\partial \pi_2} \\ \frac{\partial(L)}{\partial \pi_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 600 \\ 400 \\ 200 \\ -150 \\ -100 \\ -50 \end{bmatrix} + \quad (3.43)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \bar{s}_1 \\ \bar{s}_2 \\ \bar{s}_3 \\ \underline{s}_1 \\ \underline{s}_2 \\ \underline{s}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$IV = \begin{bmatrix} \frac{\partial(L)}{\partial \bar{s}_1} \\ \frac{\partial(L)}{\partial \bar{s}_2} \\ \frac{\partial(L)}{\partial \bar{s}_3} \\ \frac{\partial(L)}{\partial s_1} \\ \frac{\partial(L)}{\partial s_2} \\ \frac{\partial(L)}{\partial s_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\pi}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\pi}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\pi}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{\pi}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{\pi}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{\pi}_3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \bar{s}_1 \\ \bar{s}_2 \\ \bar{s}_3 \\ \underline{s}_1 \\ \underline{s}_2 \\ \underline{s}_3 \end{bmatrix} - \mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Para encontrar os valores ótimos, foi usado o Método de Newton, explicado no Capítulo2 deste documento. Para calcular a primeira iteração, resolvendo a equação (2.29) os valores iniciais pré-definidos para os vetores  $x, \lambda, \pi$  e  $s$  devem obedecer às restrições anteriormente impostas.

Conseqüentemente, os valores iniciais considerados para as variáveis  $x_1, x_2$  e  $x_3$ , potências geradas, foram os valores médios entre a potência mínima e a potência máxima de cada gerador. Ou seja:

$$x_1^0 = 375MW \quad x_2^0 = 250MW \quad x_3^0 = 125MW$$

Os valores iniciais de  $\lambda$ ,  $\pi$  e  $s$  são considerados iguais à unidade, sendo, portanto, diferentes de zero.

Além disso, também se faz necessário calcular o valor de  $\mu$ , que deve ser um valor escalar e maior que zero, sendo calculado em cada iteração da seguinte forma (FREITAS e PAULUK, 2014):

$$\mu_k = \frac{s_k^T * \pi_k}{2 * ng * \beta} \quad (3.45)$$

Sendo:

- $k$ : Número da iteração;
- $s_k$ : Vetor das variáveis de folga, na iteração  $k$ ;
- $\pi_k$ : vetor dos multiplicadores de Lagrange, das restrições de desigualdade, na iteração  $k$ ;
- $ng$ : número de geradores;
- $\beta$ : Fator de aceleração  $\mu, \beta > 1,0$

Substituindo os valores iniciais nas equações (3.41) a (3.44), o valor encontrado foi maior do que a tolerância  $\epsilon$ , indicando assim, que, deve-se continuar aplicando o Método de Newton, resolvendo a equação (2.31). A derivada das equações (3.41) a (3.44) corresponde à matriz Hessiana, como mostrado a seguir.

$$\begin{bmatrix}
.00312 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & .00388 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & .00964 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \bar{s}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\pi}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{s}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\pi}_2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{s}_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\pi}_3 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{s}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{\pi}_1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{s}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{\pi}_2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{s}_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{\pi}_2
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Delta x_1 \\
\Delta x_2 \\
\Delta x_3 \\
\Delta \lambda \\
\Delta P_1 \\
\Delta P_2 \\
\Delta P_3 \\
\Delta P_4 \\
\Delta P_5 \\
\Delta P_6 \\
\Delta S_1 \\
\Delta S_2 \\
\Delta S_3 \\
\Delta S_4 \\
\Delta S_5 \\
\Delta S_6
\end{bmatrix}
= -
\begin{bmatrix}
I_1 \\
I_2 \\
I_3 \\
II \\
III_1 \\
III_2 \\
III_3 \\
III_4 \\
III_5 \\
III_6 \\
IV_1 \\
IV_2 \\
IV_3 \\
IV_4 \\
IV_5 \\
IV_6
\end{bmatrix}
\tag{3.46}$$

Abaixo tem-se as matrizes nomeadas para futura simplificação:

$$\begin{bmatrix}
0,00312 & 0 & 0 \\
0 & 0,00388 & 0 \\
0 & 0 & 0,00964
\end{bmatrix}
= A_1 \quad
\begin{bmatrix}
-1 \\
-1 \\
-1
\end{bmatrix}
= -L$$

$$\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 \\
-1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & -1
\end{bmatrix}
= FP \quad
\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
= I$$

$$\begin{bmatrix}
\bar{\pi}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \bar{\pi}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \bar{\pi}_3 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \underline{\pi}_1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \underline{\pi}_2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{\pi}_3
\end{bmatrix}
= P \quad
\begin{bmatrix}
\bar{s}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \bar{s}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \bar{s}_3 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \underline{s}_1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \underline{s}_2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \underline{s}_3
\end{bmatrix}
= S$$

$$\begin{bmatrix} A_1 & -L & FP^T & 0 \\ -L^T & 0 & 0 & 0 \\ FP & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & S & P \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta \lambda \\ \Delta P \\ \Delta S \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} I \\ II \\ III \\ IV \end{bmatrix}$$

Assim que a primeira iteração estiver completa tem-se os valores de  $\Delta X$ ,  $\Delta \lambda$ ,  $\Delta S$  e  $\Delta P$ . Antes da próxima iteração, é preciso atualizar as variáveis primais e duais, utilizando o passo de atualização das variáveis primais e duais, chamados de  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$  respectivamente. Conforme Arbel(1993), a definição do tamanho de passo é feita tomando as equações:

$$\alpha_p = \min \left[ \frac{-S_i}{\Delta S_i} : \forall \Delta S_i < 0, i = 1, \dots, n_p \right] \quad (3.47)$$

$$\alpha_d = \min \left[ \frac{-S_j}{\Delta y_j} : \forall \Delta y_j < 0, j = 1, \dots, n_d \right] \quad (3.48)$$

Sendo:

- $y$ : Vetor que inclui todas as variáveis duais ( $\lambda$ ,  $\pi$ );
- $\alpha_p$ : Número de variáveis primais;
- $\alpha_d$ : Número de variáveis duais.

Após calcular  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$ , a atualização das variáveis é feita por:

$$X^{n+1} = X^n + \rho * \alpha_p * \Delta x \quad (3.49)$$

$$\lambda^{n+1} = \lambda^n + \rho * \alpha_d * \Delta \lambda \quad (3.50)$$

$$P^{n+1} = P^n + \rho \alpha_d * \Delta P \quad (3.51)$$

$$S^{n+1} = S^n + \rho * \alpha_p * \Delta S \quad (3.52)$$

A variável  $\rho$  tem por função manter a interioridade dos novos pontos encontrados, ou seja, garantir que esses pontos estejam dentro da região viável. Assim, uma nova iteração é feita utilizando um fator de redução de passo  $\rho = 0.995$ .

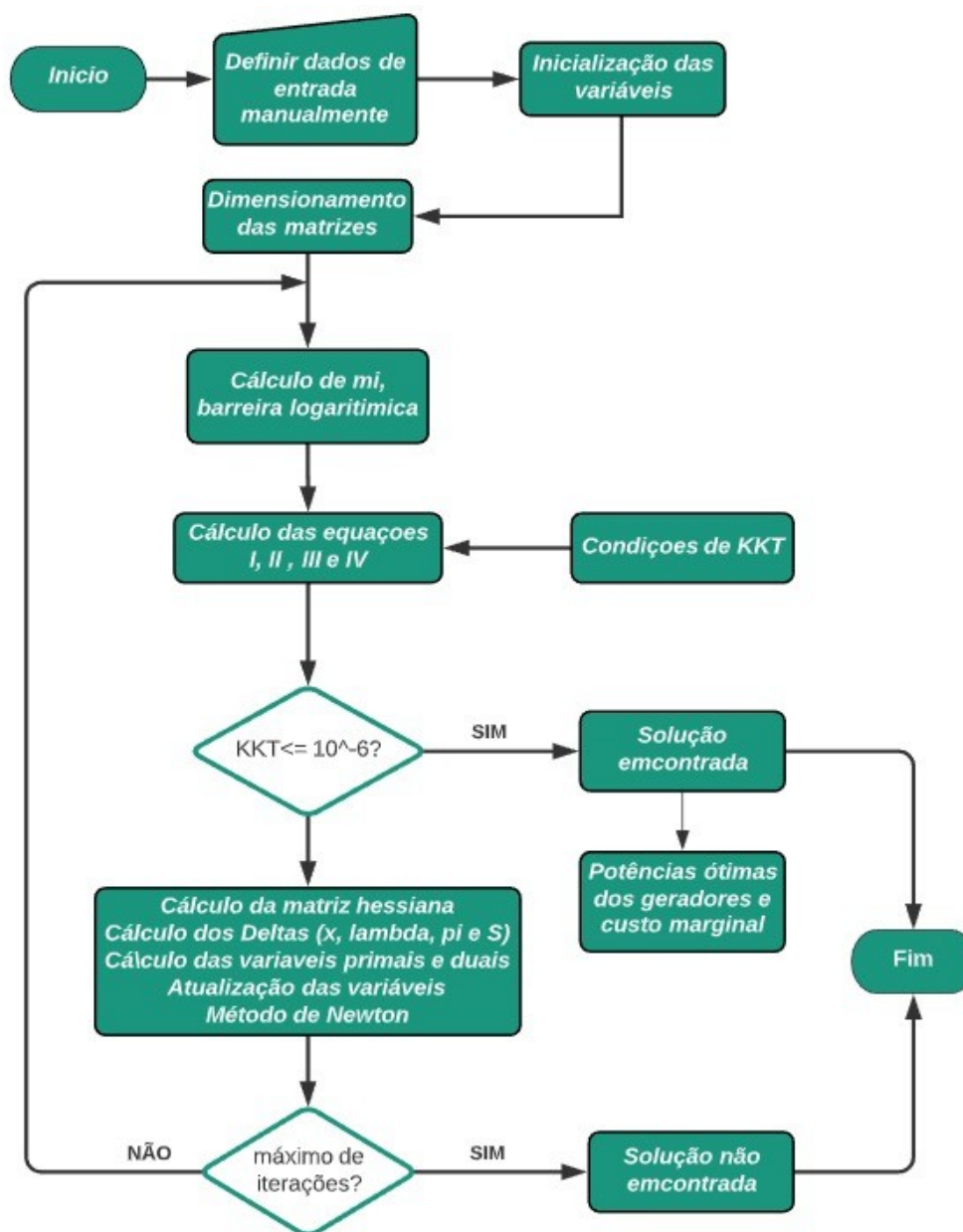
Depois do passo feito, o parâmetro de barreira  $\mu$  é atualizado e o processo é repetido. Com  $n$  iniciando em zero e variando de acordo com as iterações realizadas, repete-se as interações até chegar ao valor ótimo desejado.



### 3.3. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MÉTODO DE PONTOS INTERIORES PRIMAL DUAL

Todos os passos do método de pontos interiores primal-dual, que foram descritos neste capítulo, foram implementados através de uma rotina computacional no ambiente MATLAB. Essa rotina utilizada calcular o despacho econômico foi chamada de ROTINA\_DESP, cujo fluxograma mostrado é na Figura 4 para descrever as etapas e a mostrar a lógica do ROTINA\_DESP.

Figura 4: Fluxograma ROTINA\_DESP



Fonte: Autoria própria.

Com a utilização do ROTINA\_DESP, usando uma tolerância de  $\epsilon = 10^{-6}$ , obteve-se o valor ótimo de geração após um total 24 iterações. Além dos valores ótimos que cada gerador irá gerar para atender a demanda, também foi possível ter as variáveis de folga  $s$ , e custo marginal Lambda.  $\lambda$ . Estes valores são mostrados na tabela 2 a seguir:

Tabela 2: Resultado exemplo 1

Gerador 1: $x_1$	393,17 MW
Gerador 2: $x_2$	334,60 MW
Gerador 3: $x_3$	122,23 MW
$\bar{s}_1$	206,83 MW
$\bar{s}_2$	65,39 MW
$\bar{s}_3$	77,77 MW
$\underline{s}_1$	543,17 MW
$\underline{s}_2$	434,60 MW
$\underline{s}_3$	172,22 MW
$\lambda$	9,148 \$/MW

Fonte: Autoria própria

Considerando os limites de operação, especificados nas equações (3.6) a (3.8), é possível explicar melhor o significado das variáveis de folga.

Considere como exemplo o Gerador 1: Sua operação pode variar de 150MW até 600MW. O valor ótimo encontrado para a situação simulada foi de  $x_1 = 393,17$  MW e suas variáveis de folga  $s$  foram  $\bar{s}_1 = 206,83$  MW e  $\underline{s}_1 = 543,17$  MW. Comparando o valor ótimo gerado e o valor das variáveis de folga, obtemos os valores limites de geração correspondentes a esse gerador:

$$393,17 + 206,83 = 600$$

$$543,17 - 393,17 = 150$$

O mesmo cálculo é válido para os geradores 2 e 3 e suas respectivas variáveis de folga superior  $\bar{s}$  e inferior  $\underline{s}$ , como mostrado na Tabela 2. O valor do custo marginal,  $\lambda$  para esta simulação é de 9,148 \$/MW e o custo total do despacho ótimo encontrado é  $F_T = 8.529,9$  \$/h, como já mostrado no Capítulo 2.

### Exemplo 2

Este exemplo considera um cenário no qual o Gerador 1 do exemplo anterior saiu de operação, seja por motivo de quebra ou manutenção e foi substituído pelo Gerador 4, que possui a mesma capacidade do Gerador 1, porém seus custos são diferentes. Os custos de cada gerador são mostrados a seguir:

$$F(x_2) = 0,00194x_2^2 + 7,85x_2 + 310 \quad (3.53)$$

$$F(x_3) = 0,00482x_3^2 + 7,97x_3 + 78 \quad (3.54)$$

$$F(x_4) = 0,00128x_4^2 + 6,48x_4 + 459 \quad (3.55)$$

Sujeito a:

$$x_2 + x_3 + x_4 = 850 \quad (3.56)$$

Os limites de operação são:

$$100 \leq x_2 \leq 400 \quad (3.57)$$

$$50 \leq x_3 \leq 200 \quad (3.58)$$

$$150 \leq x_4 \leq 600 \quad (3.59)$$

Utilizando o programa ROTINA\_DESP com a entrada de dados para o Exemplo 2, obteve-se um novo ponto ótimo. Os resultados para esse cenário são mostrados na Tabela 3.

Tabela 3: Resultado exemplo 2

Gerador 2: $x_2$	187,13 MW
Gerador 3: $x_3$	62,87 MW
Gerador 4: $x_4$	600,00 MW
$\bar{s}_2$	212,87 MW
$\bar{s}_3$	137,13 MW
$\bar{s}_4$	0.00 MW
$\underline{s}_2$	287,13 MW
$\underline{s}_3$	112,87 MW

Tabela 3: Resultado exemplo 2 (continuação)

$\underline{s}_4$	750.00 MW
$\lambda$	8,576 \$/ MW

Fonte: Autoria própria

O valor do custo marginal de operação para o Exemplo 2 foi de 8,576 \$/MW, uma redução significativa ao exemplo anterior. Esta redução mostra que a substituição do Gerador 1 pelo Gerador 4 foi o fator responsável para que houvesse a redução no custo. De fato, analisando a função custo do Gerador 1,  $F_{(x_1)}$ , observa-se que os valores de  $a_1$  e  $b_1$  são maiores do que os valores de  $a_4$  e  $b_4$  em  $F_{(x_4)}$ . Com o gerador 4 operando no lugar do Gerador 1, o custo total foi de  $F_T = 7.252,8$  \$/h, uma redução considerável em relação ao Exemplo 1.

Analisando também os resultados, observa-se que o Gerador 4 atingiu seu limite máximo de operação, 600MW, constata-se que dentre os geradores 2 e 3 ele possui um menor custo de operação.

### ***Exemplo 3***

Para descobrir, entre os geradores 2 e 3, qual é o que possui o menor custo de operação, foi feito um aumento na demanda de carga de 850MW para 1170MW, obrigando assim, os geradores a fornecer mais potência para suprir esse valor de demanda. Os resultados são mostrados na Tabela 4.

Tabela 4: Resultado exemplo 3

Gerador 2: $X_2$	400,00 MW
Gerador 3: $X_3$	170,0 MW
Gerador 4: $X_4$	600,00 MW
$\bar{s}_2$	0,00 MW
$\bar{s}_3$	30,00 MW
$\bar{s}_4$	0,00 MW
$\underline{s}_2$	500,00 MW

Tabela 4: Resultado exemplo 3 (continuação)

$\underline{S}_3$	220,00 MW
$\underline{S}_4$	750,00 MW
$\lambda$	9,608 MW

Fonte: Autoria própria

Como pode ser observado na Tabela 4, os valores obtidos para o Gerador 2 mostram que este alcançou o limite máximo da sua capacidade de geração indicando que é o segundo com menor custo de operação nesta configuração.

Como houve um aumento na carga demandada, o custo total do despacho ótimo no exemplo 3 também sofre um aumento, portanto  $F_T = 10.014,00$  \$/h e o valor do custo marginal de operação para o Exemplo 3 foi de 9,608 \$/MW.

### 3.4. CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi mostrado desenvolvimento numérico detalhado e a montagem das matrizes que constituem a base matemática para o desenvolvimento para a solução do problema de despacho econômico utilizando o método de Pontos Interiores Primal-dual, comprovando assim a complexidade e a eficiência do método estudado neste trabalho.

Foi elaborado também um fluxograma explicando a lógica computacional da rotina utilizada para o processo de otimização da ROTINA\_DESP, no qual se pode simular diversos cenários possíveis alterando os dados de entrada.

Para finalizar foram feitos três exemplos numéricos derivativos e sequenciais para que o leitor tenha melhor entendimento dos cenários em questão, os resultados foram dados por meio de tabelas e textos explicativos.

## 4. FLUXO DE POTÊNCIA

### 4.1. INTRODUÇÃO

O funcionamento do sistema elétrico de potência (SEP) engloba o planejamento e a operação de toda a rede elétrica e tem por principal função fornecer ao consumidor energia com qualidade e segurança, de forma contínua, obedecendo os padrões exigidos por normas.

Para analisar os estados de planejamento e de operação são simuladas situações considerando o aumento/diminuição de demanda, reconfigurações de redes, entrada/saída de unidades geradoras na rede, analisando os limites de operação e suportabilidade de equipamentos em eventuais casos de contingência e com isso iniciar obras ou manobras que visariam melhorias.

Este complexo sistema está subdividido em 3 partes:

- Geração - Responsável pela produção da energia elétrica;
- Transmissão - Responsável pelo transporte da energia elétrica dos centros de Geração aos de Consumo;
- Distribuição – Apresenta característica de rede diferente da transmissão e realiza a distribuição da energia elétrica recebida do sistema de transmissão aos consumidores finais.

O planejamento do sistema elétrico é imprescindível para que todas as normas estabelecidas pelo órgão regulador ANEEL sejam atendidas. A complexidade do sistema se dá principalmente pelo tamanho do sistema elétrico brasileiro, denominado sistema interligado nacional (SIN).

A interconexão dos sistemas elétricos, divididos hoje em quatro subsistemas (Norte, Sul, Sudeste/Centro-Oeste e nordeste), se dá por meio da malha de transmissão. A integração dos recursos de diferentes fontes de produção de energia, geração e transmissão permite o atendimento ao mercado brasileiro com segurança (ONS, 2018).

No capítulo 2 foi visto o estudo do despacho econômico para minimizar os custos de geração. Neste capítulo será mostrado o problema de fluxo de carga que modela o

fluxo desta energia gerada até que o consumidor final, considerando perdas nas linhas e outras variáveis.

## 4.2. PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA

O Fluxo de potência (FP), também chamado fluxo de carga, define o estado operacional da rede, da distribuição dos fluxos, entre outras grandezas. A modelagem deste sistema é estática, expressada por um conjunto de equações e inequações não lineares por meio das equações de Kirchhoff e a um conjunto de restrições operacionais da rede elétrica e seus componentes (MONTICELLI,1983).

A modelagem do fluxo de carga se baseia na associação de quatro variáveis, sendo duas incorporadas ao problema como valores dados e outras duas como incógnitas:

As variáveis do fluxo de carga são:

- $V_k$ : Magnitude da tensão na barra  $k$ ;
- $\Theta_k$ : Ângulo da tensão;
- $P_k$ : Injeção de potência ativa;
- $Q_k$ : Injeção de potência reativa.

Seja qual for a dimensão do sistema estudado, são definidos três tipos de barras como descrito a seguir.

A barra tipo PQ são barras de carga, para a qual a potência ativa e reativa  $P_k$  e  $Q_k$  são dados e a tensão e seu ângulo são incógnitas. Já a barra PV tem a potência ativa  $P_k$  e a magnitude de tensão  $V_k$  fixas por ser uma barra de geração, sendo assim o seu reativo  $Q_k$  e o ângulo  $\Theta_k$  são variáveis.

A barra *Slack*, ou de referência tem por função de fornecer a referência angular  $\Theta_k$  do sistema e a magnitude de tensão  $V_k$ . Essa barra é também utilizada para fechar o balanço de potência do sistema, levando em conta as perdas de transmissão, que não são conhecidas antes de se ter a solução final do problema, por isso a necessidade de  $P_k$  e  $Q_k$  serem incógnitas para essas barras.

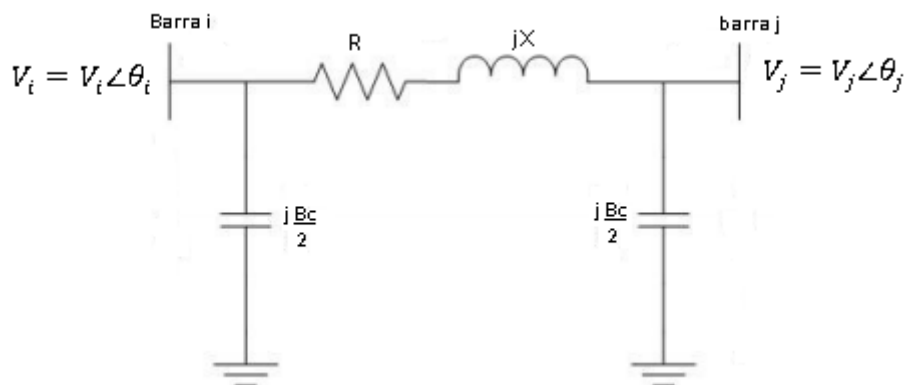
Os valores de  $P_k$  e  $Q_k$  podem ser positivos ou negativos, implicando o sentido de injeção de potência nas barras, se entram ou saem da barra em questão. Os geradores e as cargas apresentam a mesma modelagem como barras de injeção de potência, se positivo é gerador. Se negativo é barra de carga.

### 4.3. FORMULAÇÃO

O objetivo do problema de fluxo de potência é determinar o estado do sistema, que é definido com os valores de tensão complexos (módulo e ângulo) para todas as barras.

Os transformadores e linhas de transmissão são representadas pelo seu modelo equivalente  $\pi$  como mostrado na Figura 5:

Figura 5: Circuito equivalente, Modelo PI.



Fonte: autoria própria

A impedância em série entre as barras  $i$  e  $j$  é dada:

$$Z = R + jX \quad (4.1)$$

A Matriz admitância  $Y_{barra}$ , é uma matriz quadrada, cuja dimensão corresponde ao número de barras do sistema elétrico

$[Y_{barra}]_{n \times n}$  sendo,  $n$  o número de barras



$$Y_{barra} = \begin{cases} Y_{ij} = -y_{ij} \\ Y_{ii} = \sum_{j=1}^n y_{ij} + y_{ig} \end{cases} \quad (4.2)$$

Sendo  $y_{ij}$  a admitância (inverso de  $Z = R + jX$ ) entre as barras  $i$  e  $j$  e  $y_{ig}$  a admitância entre a barra  $i$  e a terra (susceptância  $j\frac{B_c}{2}$ ).

As equações utilizadas são modeladas por meio das leis de Kirchhoff.

A primeira lei de Kirchhoff é baseada na conservação de carga, a qual prova que “a soma algébrica das cargas em um sistema não pode variar”, ou seja, a Potência Líquida injetada deve ser igual à soma de todas as potências que fluem pelos componentes (linhas) ligados a barra.

A segunda lei de Kirchhoff é baseada no princípio da conservação de energia. “é utilizada para expressar o fluxo de potência nos componentes internos do SEP”. Os fluxos nas linhas são funções das tensões das barras (MONTICELLI,1983).

Da primeira lei de kirchhoff, tem-se:

$$[I] = [Y_{barra}] * [V] \quad (4.3)$$

Onde,

- $[I]$ : Vetor das injeções de corrente
- $[V]$ : Vetor das tensões complexas nas barras

Para cada barra pode-se considerar que a injeção de corrente na barra é função de injeção de potência líquida na barra e tensão complexa na barra, ou seja:

$$I_i = \frac{S_i^*}{V_i^*} \quad (4.4)$$

Portanto, reescrevendo a equação (4.3) em forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \frac{S_1^*}{V_1^*} \\ \vdots \\ \frac{S_i^*}{V_i^*} \\ \vdots \\ \frac{S_n^*}{V_n^*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{n1} & \cdots & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\frac{S_i^*}{V_i^*} = \sum_{k=1}^n Y_{ik} V_k \rightarrow S_i^* = V_i^* \sum_{k=1}^n Y_{ik} V_k \quad (4.6)$$

Em coordenadas polares tem-se:

$$(P_i - jQ_i) = (|V_i| \angle \theta_i) * \{ \sum_{k=1}^n Y_{ik} (|V_k| \angle -\theta_k) \} \quad (4.7)$$

Sendo:

- $\theta_i^* = -\theta_i$
- $\theta_{ki} = \theta_k - \theta_i$

Sabendo que cada elemento da matriz  $[Y_{barras}]$  é dado por:

$$Y_{ik} = G_{ik} + jB_{ik} \quad (4.8)$$

Sendo,

- $G_{ik}$ : parte real de  $Y_{ik}$
- $B_{ik}$ : parte imaginaria de  $Y_{ik}$

As equações de injeção de potência ativa e reativa nas barras são dadas por:

$$P_i = |V_i| \{ \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) * |V_k| \} \quad (4.9)$$

$$Q_i = |V_i| \{ \sum_{k=1}^n (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) * |V_k| \} \quad (4.10)$$

O problema de fluxo de carga se baseia na solução das equações (4.11) e (4.12) a seguir, no qual o  $P_i^{calculado}$  e  $Q_i^{calculado}$  são respectivamente as equações (4.9) e (4.10)

$$P_i^{esperado} - P_i^{calculado} = 0 \quad (4.11)$$

$$Q_i^{esperado} - Q_i^{calculado} = 0 \quad (4.12)$$

#### 4.4. FLUXO NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

O fluxo de potência ativa e reativa da barra  $i$  para a barra  $j$  é dado respectivamente por:

$$P_{ij} = \frac{1}{R^2+X^2} \{RV_i^2 - RV_iV_j\cos\theta_{ij} + XV_iV_j\sin\theta_{ij}\} \quad (4.13)$$

$$Q_{ij} = \frac{-V_i^2B_c}{2} + \frac{1}{R^2+X^2} \{XV_i^2 - XV_iV_j\cos\theta_{ij} - RV_iV_j\sin\theta_{ij}\} \quad (4.14)$$

Desprezando a resistência da linha, tem-se:

$$P_{ij} = \frac{V_iV_j\sin\theta_{ij}}{X} \quad (4.15)$$

$$Q_{ij} = \frac{-V^2B_c}{2} + \frac{1}{X} \{V_i^2 - V_iV_j\cos\theta_{ij}\} \quad (4.16)$$

O fluxo da barra  $j$  para  $i$  é calculado por:

$$P_{ji} = \frac{1}{R^2+X^2} \{RV_j^2 - RV_iV_j\cos\theta_{ij} + XV_iV_j\sin\theta_{ji}\} \quad (4.17)$$

$$Q_{ji} = \frac{-V_j^2B_c}{2} + \frac{1}{R^2+X^2} \{XV_j^2 - XV_iV_j\cos\theta_{ij} - RV_iV_j\sin\theta_{ij}\} \quad (4.18)$$

Desprezando a resistência da linha

$$P_{ji} = \frac{V_iV_j\sin\theta_{ji}}{X} \quad (4.19)$$

$$Q_{ji} = \frac{-V^2B_c}{2} + \frac{1}{X} \{V_j^2 - V_iV_j\cos\theta_{ij}\} \quad (4.20)$$

As perdas na potência ativa podem ser calculadas por:

$$P_L = P_{ij} + P_{ji} = \frac{R}{R^2+X^2} \{V_i^2 + V_j^2 - 2V_iV_j\cos\theta_{ij}\} \quad (4.21)$$

Já as perdas na potência reativa por:

$$Q_L = Q_{ij} + Q_{ji} = -\frac{B_c}{2} (V_i^2 + V_j^2) + \frac{X}{R^2+X^2} \{V_i^2 + V_j^2 - 2V_iV_j\cos\theta_{ij}\} \quad (4.22)$$

#### **4.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO**

Neste capítulo foi mostrada a importância e aplicações do fluxo de carga no sistema elétrico. Também foi feita uma breve descrição da formulação do problema de fluxo de carga utilizando um modelo equivalente para representar as linhas e transformadores. As equações matemáticas para o cálculo das injeções de potência nas barras e fluxo nas linhas são baseadas na primeira e segunda lei de Kirchhoff.

Com a conclusão deste capítulo, encerra-se o referencial teórico deste trabalho. No próximo capítulo será possível dar sequência ao estudo do despacho econômico em conjunto com fluxo de carga, sendo feitas simulações e análises dos resultados obtidos.

## **5. SIMULAÇÕES E RESULTADOS**

### **5.1. INTRODUÇÃO**

Este capítulo mostra os resultados das simulações para o estudo do despacho econômico associado ao fluxo de carga do sistema elétrico estudado e tem por objetivo mostrar e analisar como os resultados do fluxo de carga podem alterar o despacho ótimo quando as restrições da rede elétrica não são atendidas.

Para determinar o despacho econômico para cada sistema estudado foi utilizado a ROTINA\_DESP, descrita no Capítulo 3. Todas as simulações do fluxo de carga foram realizadas utilizando o software Anarede, desenvolvido pelo CEPEL (2018).

### **5.2. SISTEMA TESTE 9 BARRAS**

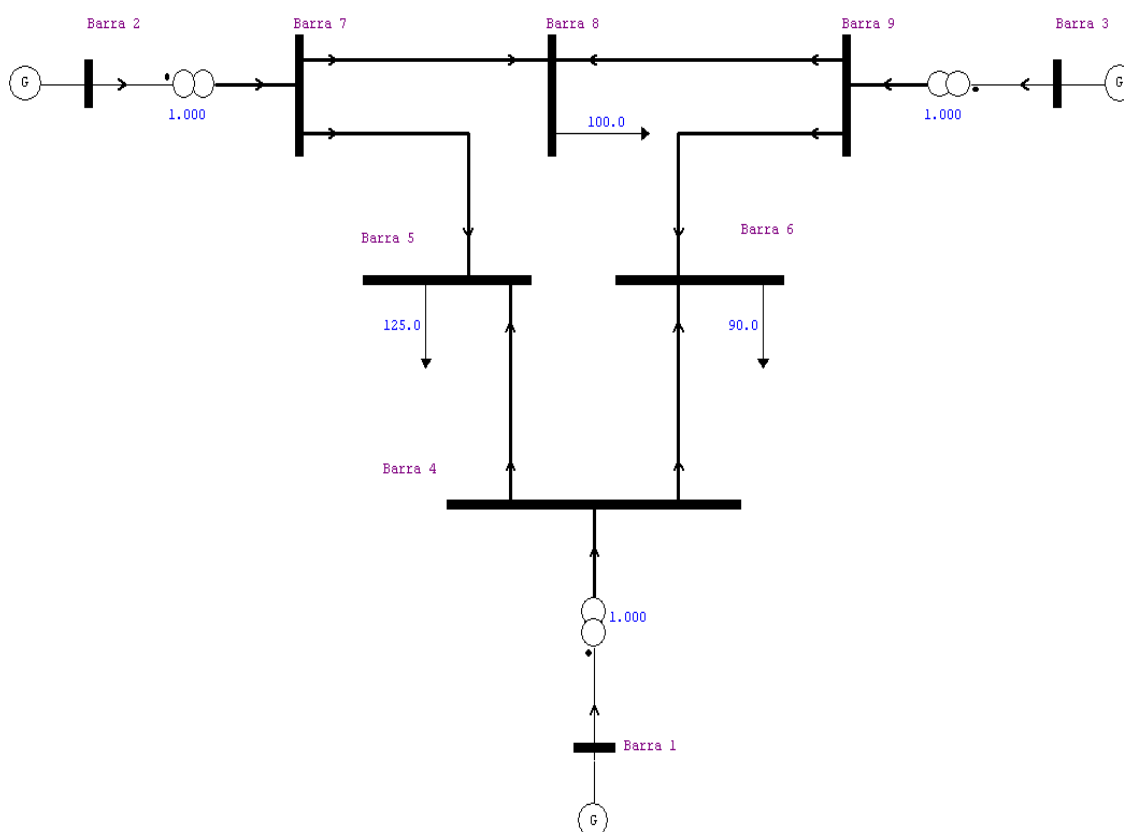
Para analisar o comportamento da rede, foi utilizado um sistema teste composto de 9 barras obtido de um sistema exemplo pertencente ao pacote de dados do software Anarede. Foi utilizado um sistema de 9 barras por conter todos os requisitos necessários para simular e exemplificar o caso de forma clara e objetiva.

Foram realizadas algumas alterações na configuração do sistema exemplo a fim de adequá-lo para ser utilizado neste trabalho. Após alterações, o sistema foi renomeado para SistemaTeste9B.

Este sistema é configurado com dois níveis de tensão, 69kV e 13,8kV. O SistemaTeste9B é composto por nove barras, três geradores conectados às barras 1, 2 e 3, três transformadores 69kV/13,8kV, ligados entre as barras 1-4, 2-7 e 3-9, e três cargas nas Barras 5, 6 e 8.

O diagrama unifilar do SistemaTeste9B é mostrado na Figura 6.

Figura 6: SistemaTeste9B



Fonte: Adaptado do sistema 9 barras do Anarede (CEPEL ,2018)

Os parâmetros das linhas de transmissão, como resistência, reatância, susceptância e a capacidade de transmissão são iguais para todas as simulações realizadas neste trabalho. Estes dados são mostrados na Tabela 5.

Tabela 5: Especificações das linhas para o sistemaTeste9B

Linha	Da Barra	Para Barra	Ri (p.u.)	Xi (p.u.)	Susceptância (Mvar)
1	1	4	-	0,0576	-
2	4	5	0,010	0,085	17,6
3	4	6	0,017	0,092	15,8
4	2	7	-	0,065	-
5	7	5	0,032	0,161	30,6
6	7	8	0,032	0,161	14,9
7	3	9	-	0,0586	-
8	9	6	0,039	0,17	35,8
9	9	8	0,0119	0,108	20,9

Fonte: Autoria própria

Na Tabela 6 são mostrados os dados das barras.

Tabela 6: Dados das barras

Barra	Tipo	Tensão (kV)	Pg	Qg	PD (MW)	QD (Mvar)
1	V $\theta$	69	?	?	-	-
2	PV	69	?	?	-	-
3	PV	69	?	?	-	-
4	PQ	13,8	-	-	-	-
5	PQ	13,8	-	-	125	50
6	PQ	13,8	-	-	90	30
7	PQ	13,8	-	-	-	-
8	PQ	13,8	-	-	100	35
9	PQ	13,8	-	-	-	-

Fonte: Aatoria própria

### 5.2.1. Estudo do Caso A

Considerando o somatório das cargas do SistemaTeste9B, como mostrado na Tabela 6, tem-se uma carga ativa total para o sistema no valor de 315W, distribuídas em 125MW, 100MW e 90MW associadas respectivamente as Barras 5, 8 e 6. Considerou-se que os geradores possuem características mostradas na Tabela 9.

Os dados das unidades geradoras são mostrados na Tabela 7.

Tabela 7: Dados das unidades Geradoras

Unidade	Combustível	Custo Combustível	Pmáx	Pmín	ai	bi	ci
1	Carvão	1,1 (\$/Btu)	210 MW	40 MW	0,001562	7,92	510
2	Bagaço de cana	1,0 (\$/Btu)	160 MW	40 MW	0,00194	7,85	310
3	Óleo	1,0 (\$/Btu)	130 MW	40 MW	0,00482	7,97	78

Fonte: Adaptado de Wood e Wollenberg (1996).

Os dados especificados na Tabela 7 foram inseridos na rotina no computacional ROTINA\_DESP. O resultado obtido de despacho ótimo de geração, considerando o atendimento a uma carga total de 315MW, foi:

- Unidade geradora 1: 141,9 MW
- Unidade geradora 2: 132,3 MW
- Unidade geradora 3: 40,8 MW

Sendo:

$X_1, X_2$  e  $X_3$  respectivamente 141,9MW, 132,3MW e 40,8MW

Utilizando os valores  $X_1, X_2$  e  $X_3$  nas funções custo de cada gerador (2.46), (2.47) e (2.48), obtém-se os custos por unidade geradora:

$$F(X_1) = F_1 * 1,1 = 1.831,80 \$$$

$$F(X_2) = F_2 * 1,0 = 1.382,50 \$$$

$$F(X_3) = F_3 * 1,0 = 411,19 \$$$

$$F_T^{previsto}(X) = F_1(X_1) + F_2(X_2) + F_3(X_3) = 3.625.50 \$/h$$

Com os resultados obtidos com a ROTINA\_DESP, os valores despachados dos geradores 2 e 3 são especificados para o fluxo de carga. O gerador 1 é uma barra de referência ou folga, portanto deve compensar as perdas de MW do sistema. O gerador 1, neste caso, foi definido como barra de referência por ter a maior capacidade e valor nominal de geração.

Todos os dados do sistema mostrados nas Tabelas 5 e 6 e os valores de geração dos geradores 2 e 3 são inseridos no programa Anarede e obtém-se a solução do fluxo de carga para essa configuração. O resultado do fluxo de carga é mostrado na Figura 7 e na Tabela 8.

Tabela 8: Resultados do Anarede para o Caso A

Barra	Tipo	V (p.u.)	$\theta$	P <sub>G</sub> (MW)	Q <sub>G</sub> (Mvar)	P <sub>D</sub> (MW)	Q <sub>D</sub> (Mvar)
1	V $\theta$	1,050	0°	144,7	14,8	-	-
2	PV	1,050	0,6°	132,3	3,2	-	-
3	PV	1,050	-4,6°	40,8	-9,8	-	-
4	PQ	1,045	-4,4°	-	-	-	-
5	PQ	1,021	-7,7°	-	-	125	50
6	PQ	1,036	-7,7°	-	-	90	30
7	PQ	1,051	-3,6°	-	-	-	-
8	PQ	1,041	-6,7°	-	-	100	35
9	PQ	1,056	-5,8°	-	-	-	-

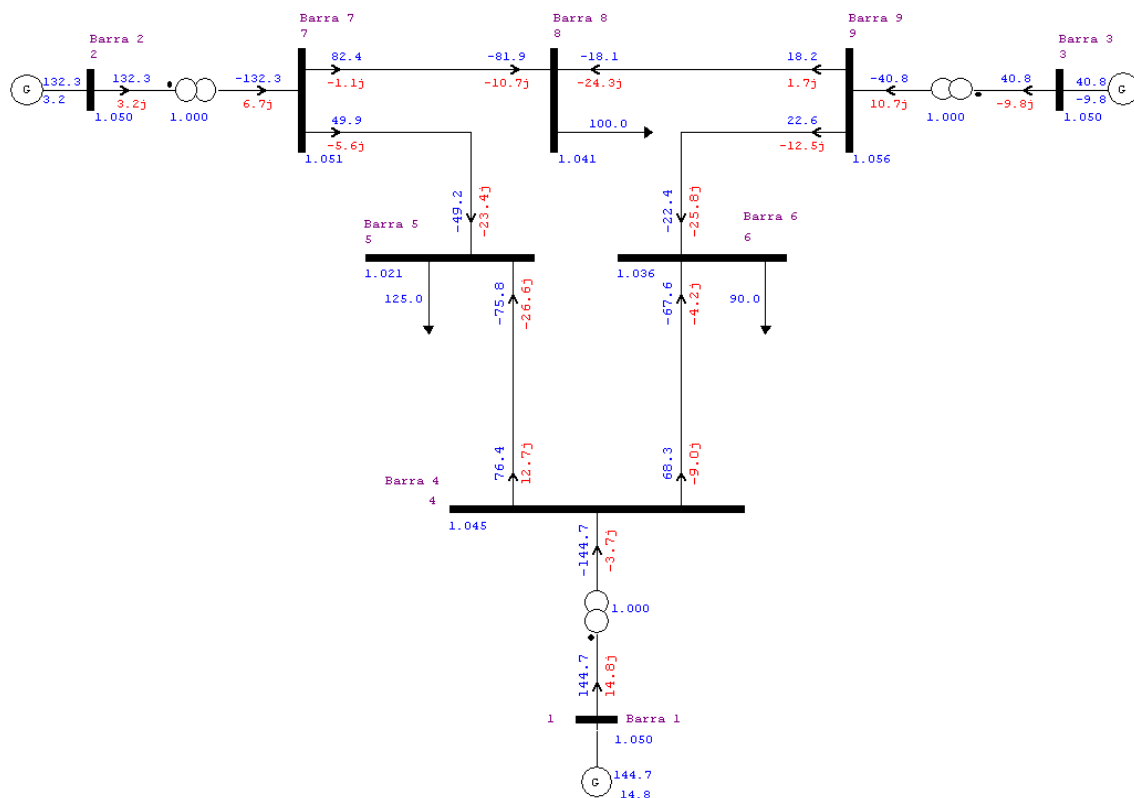
Fonte: Autoria própria



Comparando o valor para  $P_{G1}$  na simulação com o despacho econômico das unidades geradoras percebe-se o valor do despacho é insuficiente para atender o sistema devido as perdas existentes nas linhas. Por conta disso o valor de geração do gerador 1 ( $P_{G1}$ ) deve ser um pouco mais elevado, como foi dado pela simulação no Anarede, a qual obteve um valor de 144,7 MW. Com isso, conclui-se, conforme que nos mostra na Figura 6, o valor das perdas totais nas linhas é de 2,8 MW. Ou seja, a diferença entre o valor ideal calculado pelo despacho econômico e o valor necessário para atender o consumo do sistema.

Os valores dos fluxos nas linhas de transmissão podem ser vistos na Figura 7.

Figura 7: Simulação Caso A



Fonte: Simulação realizada através do software Anarede

Com base nas informações de custo de cada gerador fornecidos na Tabela 7, substituindo o valor de potência a ser gerada de cada unidade geradora, tem-se o custo de cada gerador:

$X_1, X_2$  e  $X_3$  respectivamente 144,7MW, 132,3MW e 40,8MW substituídos nas equações gerador (2.46), (2.47) e (2.48), obtém-se:

$$F(X_1) = F_1 * 1,1 = \$ 1.857,60 \$$$

$$F(X_2) = F_2 * 1,0 = \$ 1.382,50 \$$$

$$F(X_3) = F_3 * 1,0 = \$ 411,19 \$$$

$$F_T^{Caso A}(X) = F_1(X_1) + F_2(X_2) + F_3(X_3) = 3.651,30 \$/h$$

O custo total para a geração do sistema simulado do Caso A é de 3.651,30 \$/h e comparando este com o custo previsto  $F_T^{previsto}$ , observa-se que o custo aumentou devido ao suprimento das perdas do sistema, como era previsto. Com isso, fica provado que o custo será sempre superior ao valor obtido pelo despacho econômico, pois este último não considera as perdas da rede.

A Tabela 9 fornece uma melhor visualização dos fluxos nas linhas assim como das perdas em cada linha.

Tabela 9: Fluxo nas linhas para o Caso A

Da Barra	Para Barra	$P_{ij}$ (MW)	$P_{ji}$ (MW)	Perdas (MW)
1	4	144,7	-144,7	0
4	5	76,4	-75,8	0,6
4	6	68,3	-67,6	0,7
2	7	132,3	-132,3	0
7	5	49,9	-49,2	0,7
7	8	82,4	-81,9	0,5
3	9	40,8	-40,8	0
9	6	22,6	-22,4	0,2
9	8	18,2	-18,1	0,1

Fonte: Autoria própria

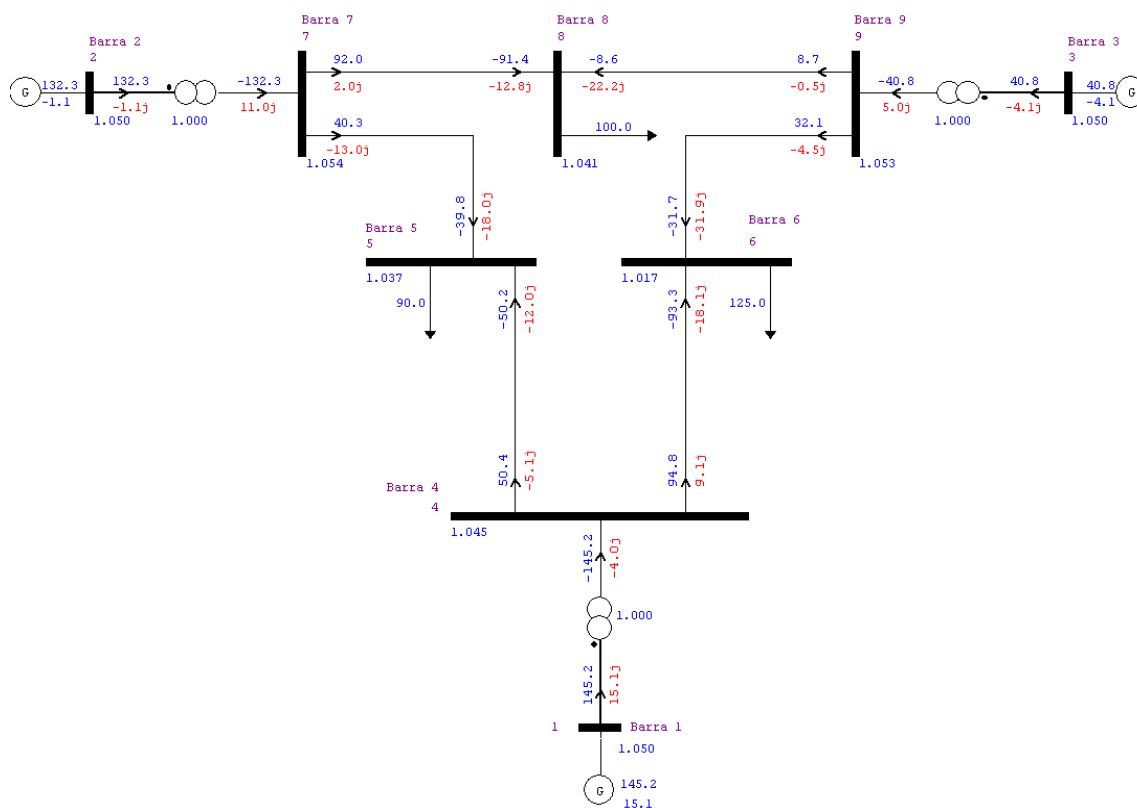
### 5.2.2. Estudo do Caso B

Para o caso B será considerada a mesma configuração da rede e valor das cargas, no entanto fez-se uma alteração no posicionamento das cargas. A carga de 90MW antes presente na Barra 6, foi considerada na Barra 5 e a carga de 125MW na Barra 5 foi para a Barra 6, conforme mostrado na Figura 8.

Os valores obtidos do despacho econômico por unidade geradora foram os mesmos do Caso A, uma vez que a carga total continua a mesma do Caso A, 315MW. Já

para o Fluxo de carga, o resultado da simulação realizada no Software Anarede é mostrado na Figura 8 e os e na Tabela 10.

Figura 8: Simulação Caso B



Fonte: Simulação realizada através do software Anarede

Tabela 10: Resultados do Anarede para o Caso B

Barra	Tipo	V(p.u.)	$\theta$	PG (MW)	QG (Mvar)	PD(MW)	QD(Mvar)
1	V $\theta$	1,050	0°	145,2	15,1	-	-
2	PV	1,050	1,0°	132,3	-1,1	-	-
3	PV	1,050	-5,1°	40,8	-4,1	-	-
4	PQ	1,045	-4,4°	-	-	-	-
5	PQ	1,021	-6,6°	-	-	90	30
6	PQ	1,036	-8,9°	-	-	125	50
7	PQ	1,051	-3,3°	-	-	-	-
8	PQ	1,041	-6,7°	-	-	100	35
9	PQ	1,056	-6,3°	-	-	-	-

Fonte: Autoria própria

Observa-se que a potência gerada pelo gerador 1 deve ser maior no Caso B em comparação ao Caso A.

$X_1, X_2$  e  $X_3$  são respectivamente 145,2MW, 132,3MW e 40,8MW. Substituindo os valores nas equações (2.46), (2.47) e (2.48), obtém-se:

$$F(X_1) = F_1 * 1,1 = \$ 1.862,20 \$$$

$$F(X_2) = F_2 * 1,0 = \$ 1.382,50 \$$$

$$F(X_3) = F_3 * 1,0 = \$ 411,19 \$$$

$$F_T^{CasoB}(X) = F_1(X_1) + F_2(X_2) + F_3(X_3) = 3.655,90 \$/h$$

Comparando com o Caso A, ficou evidenciado que o aumento na geração de 0,5 MW do gerador 1 ocorreu em virtude da realocação das cargas no sistema e por consequência houve alteração nos fluxos das linhas e aumento das perdas nessa configuração, como mostrado na Tabela 11.

Analisando o custo total obtido com o custo previsto  $F_T^{previsto}$ , observa-se que o custo no Caso B aumentou devido ao suprimento das perdas do sistema assim como ocorreu no Caso A. Analisando o custo com o  $F_T^{CasoA}$ , fica evidenciado que houve um pequeno aumento por conta da maior geração no gerador de Referência. Com isso fica novamente provado que o custo será sempre superior ao valor obtido pelo despacho econômico e quanto maiores forem as perdas na rede, maior será o custo.

Tabela 114: Fluxo nas linhas para o Caso B

Da Barra	Para Barra	$P_{ij}(\text{MW})$	$P_{ji}(\text{MW})$	Perdas (MW)
1	4	145,2	-145,2	0
4	5	50,4	-50,2	0,2
4	6	94,8	-93,3	1,5
2	7	132,3	-132,3	0
7	5	40,3	-39,8	0,5
7	8	92,0	-91,4	0,6
3	9	40,8	-40,8	0
9	6	32,1	-31,7	0,4
9	8	8,7	-8,6	0,1

Fonte: Autoria própria

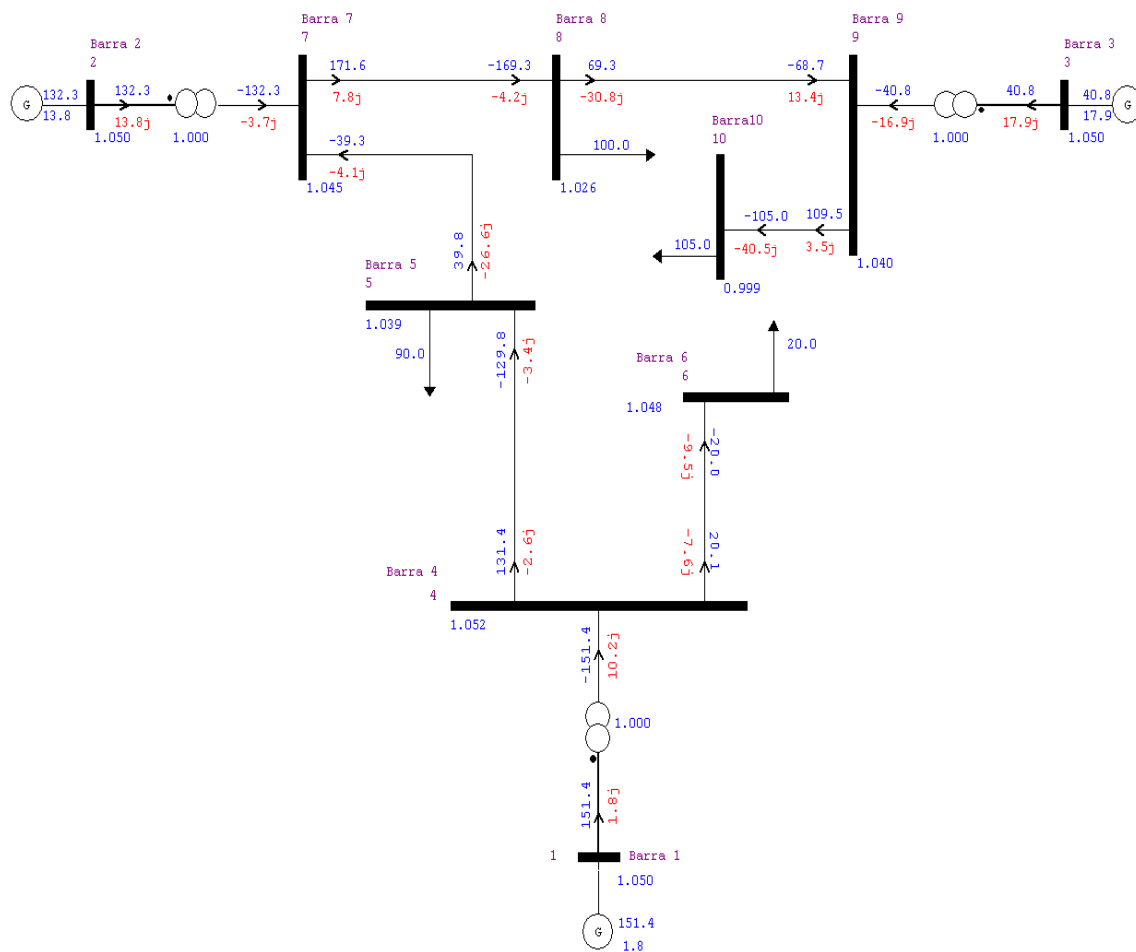
### 5.2.3. Estudo do Caso C

Para o Caso C, foi considerado a mesma configuração das cargas mostradas no Caso B, porém foi incluído um limite de fluxo de potência para a linha 4-9 (entre as barras 4 e 9) limitando o fluxo de potência ativa a um máximo de 20MW.

Como não é permitido impor essa restrição no programa Anarede, foram feitas modificações no *layout* da rede elétrica para que fosse possível considerar esse limite de fluxo para o estudo do caso de forma didática.

Foi criada uma nova barra, Barra 10, com uma carga de 105MW que foi conectada através de uma linha com a Barra 9. A Barra 6 passou a ter 20MW de carga totalizando assim os 125MW, como no caso inicial. Para simular o Caso C foi utilizado novamente o programa Anarede, obtendo os resultados mostrados na Tabela 12 e na Figura 9.

Figura 9: Simulação Caso C



Fonte: Simulação realizada através do software Anarede

Tabela 12: Resultados do Anarede para o Caso C

Barra	Tipo	V(p.u.)	$\theta$	$P_G$ (MW)	$Q_G$ (Mvar)	$P_D$ (MW)	$Q_D$ (Mvar)
1	V $\theta$	1,050	0°	151,4	1,8	-	-
2	PV	1,050	-9,6°	132,3	13,8	-	-
3	PV	1,050	-23°	40,8	17,9	-	-
4	PQ	1,045	-4,5°	-	-	-	-
5	PQ	1,021	-10,0°	-	-	90	30
6	PQ	1,036	-5,5°	-	-	20	9,5
7	PQ	1,051	-14,0°	-	-	-	-
8	PQ	1,041	-20,0°	-	-	100	35
9	PQ	1,056	-24,0°	-	-	-	-
10	PQ	1,036	-24,0°	-	-	105	40,5

Fonte: Autoria própria

Com os valores obtidos na simulação do Caso C e substituindo os valores de cada unidade geradora, com base na Tabela 7, temos a função custo de cada gerador, sendo  $X_1, X_2$  e  $X_3$  respectivamente 151,4MW, 132,3MW e 40,8MW substituídos nas equações gerador (2.46), (2.47) e (2.48):

$$F(X_1) = F_1 * 1,1 = \$ 1.919,40 \$$$

$$F(X_2) = F_2 * 1,0 = \$ 1.382,50 \$$$

$$F(X_3) = F_3 * 1,0 = \$ 411,19 \$$$

$$F_T^{CasoC}(X) = F_1(X_1) + F_2(X_2) + F_3(X_3) = 3.712,30 \$/h$$

Comparando com o Caso B, onde a configuração da rede e cargas é a mesma, incluindo somente um limite de fluxo em 20WM na linha entre as barras 4-6, constatou-se um aumento de 6,2MW na geração do gerador 1 em virtude das perdas existentes nessa configuração. A restrição imposta no trecho de linha 4-6 fez com que o a corrente percorresse um maior caminho para suprir a demanda havendo assim uma mudança considerável no fluxo de carga neste Caso C assim como a mudança do sentido do fluxo no trechos entre a barra 5-7 e barra 8-9 , como mostrado na Tabela 13, comparada com a Tabela 11.

Analisando o custo total obtido com o custo previsto  $F_T^{previsto}$  , observa-se que o custo aumentou em relação aos Casos A e B devido as perdas do sistema. Analisando o custo com os resultados do  $F_T^{CasoA}$  e do  $F_T^{CasoB}$  , fica evidenciado que houve um considerável aumento por conta da maior geração no gerador 1. Com isso fica novamente

provado que o custo será sempre superior ao valor obtido pelo despacho econômico e quanto maior as perdas na rede, maior será o custo.

Tabela 13: Fluxo nas linhas para o Caso C

Da Barra	Para Barra	$P_{ij}$ (MW)	$P_{ji}$ (MW)	Perdas (MW)
1	4	151,4	-151,4	0
4	5	131,4	-129,8	1,6
4	6	20,1	-20,0	0,1
2	7	132,3	-132,3	0
5	7	39,8	-39,3	0,5
7	8	171,6	-169,3	2,3
3	9	40,8	-40,8	0
8	9	69,3	-68,7	0,6
9	10	109,5	-105,0	4,5

Fonte: Autoria própria

Na Tabela 13, os campos em cinza indicam os trechos onde houveram a inversão no sentido dos fluxos de potência ativa em comparação aos Casos A e B devido à inclusão da Barra 10 e para atender o limitador de fluxo na linha 6-9.

### 5.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Este capítulo apresentou simulações computacionais através de três estudos de casos, o qual os resultados obtidos foram mostrados através de tabelas e imagens. Para isso foi utilizada a rotina ROTINA\_DESP para determinar o despacho econômico e posteriormente aplicou-se os valores obtidos a um sistema de 9 barras denominado SistemaTeste9B.

O Caso A teve como maior objetivo mostrar que a geração será sempre maior do que a geração obtida através do despacho econômico sem perdas, uma vez que a rede elétrica tem linhas de transmissão com resistência nos condutores ocasionando perdas em MW, isso porém também é analisado nos Casos B e C .

No Caso B, observou-se que a configuração das cargas no sistema altera a corrente que circula e por consequência o fluxo de carga nas linhas de transmissão, acarretando com isso perdas maiores ou menores.

Com a inclusão do limitador entre as linhas, exemplificado no Caso C, ficou evidenciado que as perdas serão maiores quanto maior for a corrente que circular pelas linhas de transmissão e a distância que ela percorre até chegar na carga.



## 6. CONCLUSÃO

Este Trabalho de Conclusão de Curso possibilitou uma melhor compreensão técnica e entendimento do funcionamento do sistema elétrico nacional através do estudo do fluxo de carga e do despacho econômico. Foi mostrado o passo a passo de todo o desenvolvimento matemático para solução do problema do despacho econômico utilizando o método Primal Dual de Pontos Interiores. Foram utilizados de conhecimentos aprendidos durante a graduação do curso de Engenharia Elétrica como também técnicas matemáticas mais complexas, não vistas em disciplinas da graduação, porém estudadas e compreendidas para a elaboração deste trabalho.

Através do estudo desenvolvido e dos resultados obtidos em simulações realizadas através da rotina ROTINA\_DESP conclui-se que o método Primal Dual de Pontos Interiores abordado neste trabalho para resolver o problema do Despacho Econômico, se mostrou muito eficiente e cumpriu com o objetivo que consiste em minimizar o custo de geração em unidades geradoras respeitando as restrições de operação dessas unidades.

Após obter os valores de despacho programado utilizando a rotina elaborada, foram feitas simulações com o uso do ANAREDE, onde se associou o problema do despacho econômico ao fluxo de carga, demonstrando com mais clareza o comportamento do sistema elétrico. As simulações e comparações realizadas no Capítulo 5, provaram que somente o Despacho Econômico não é o suficiente para estimar a injeção de potência necessária para alimentar a rede elétrica.

A simulação do sistema teste de 9 barras mostrou detalhadamente o comportamento do sistema elétrico com tensões nas barras, geração dos geradores e fluxo nas linhas de forma organizada e clara. Também foi mostrado a importância de se ter uma unidade geradora como barra de folga (ou referência) para o funcionamento do sistema, pois a compensação das perdas ocorre pela unidade geradora de referência gerando a potência que falta para atender as perdas existentes. Com isso, todas as simulações realizadas neste trabalho se mostraram muito satisfatórias, tendo como base o funcionamento do sistema elétrico de potência, como os resultados obtidos sendo esperados.

Destaca-se também o aprendizado adquirido durante o desenvolvimento deste trabalho, as dificuldades encontradas foram superadas com dedicação e perseverança,

abrangendo todas as etapas, dentre o conhecimento técnico envolvido, a realização do trabalho de maneira individual e o entendimento da funcionalidade e uso de um software até em tão nunca utilizado, para a realização das simulações.

Com este Trabalho de Conclusão de Curso finalizado tem-se um material para a contribuição de futuros estudos, como referência para auxiliar a todos que desejam aprender ou dar continuidade ao estudo e a respeito do Despacho Econômico utilizando do método Primal Dual de Pontos Interiores associado ao fluxo de carga ou estudos sobre métodos de despacho econômico associados ao fluxo de carga.

## REFERÊNCIAS

ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica. **Atlas de energia elétrica do Brasil**. 3ª edição – Brasília, 2008 ANEEL.

ANEEL – **Bandeiras tarifárias**. Disponível em: <https://www.aneel.gov.br/bandeiras-tarifarias>. Acesso em: 30 set. 2019.

ARBEL A. **Exploring Interior-Point Linear Programming**. Massachusetts: Foundations of Computing Series, 1993.

BENEDITO, Raphael Augusto de Souza. **Fluxo de Potência**. Pagina Pessoal. Disponível em: <http://paginapessoal.utfpr.edu.br/raphaelbenedito>. Acesso em: 30 set. 2018.

CENTRO DE PESQUISAS EM ENERGIA ELÉTRICA (Brasil). Eletrobras. ANAREDE. Disponível em: <http://www.cepel.br/produtos/programas-computacionais/menu/anarede-analise-de-redes-eletricas.htm>. Acesso em: 7 nov. 2018.

CONEJO, Antonio J.; GOMEZ-EXPOSITO, Antonio; CAÑIZARES, Claudio. **Sistemas de Energia Elétrica: Análise e Operação**. Rio de Janeiro: Ltc, 2011. 572 p.

COSTA, Andrea L. **Alocação Ótima Conjunta de Energia e Reservas Operativas Baseada em Fluxo de Potência Ótimo Dinâmico**. 2004. 145f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica). Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Florianópolis, 2004.

EPE – Empresa de Pesquisa Energética. Disponível em: <http://www.epe.gov.br> Acesso em: 09 nov. 2019

FORTUNATO, L. A. M., NETO, T. A. A., ALBUQUERQUE, J. C. R. e PEREIRA M. V. F.. **Introdução ao Planejamento e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica**. Niterói: Universidade Federal Fluminense, EDUFF, 1990, 232p.

FREITAS, Gabriel Fogagnoli de; PAULUK, José Eduardo. **Estudo de Métodos de Despacho Econômico de Unidades Geradoras Termelétricas**. 2014. 107p. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Industrial Elétrica - Eletrotécnica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

PARIETTI Filho, Alvaro C.; ALMEIDA, Luiz G. V. de. **Desenvolvimento de um Algoritmo de Fluxo de Potência Ótimo não Linear para Usinas Termelétricas**. 2014. 65p TCC (Graduação)– Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

MONTICELLI, Alcir; GARCIA, Ariovaldo. **Introdução a sistemas de energia elétrica**. 2. ed. Campinas: Unicamp, 2011. 264 p.

ONS – Operador Nacional do Sistema Elétrico. **O Setor Elétrico**. Disponível em: <http://www.ons.org.br/paginas/energia-agora/carga-e-geracao>. Acesso em: 27 set. 2018

STEVENSON JUNIOR, William D.. **Elementos de Análise de Sistemas de Potência**. 2. ed. São Paulo: Mcgraw-hill do Brasil, 1986. 458 p.

WOOD, Allen J.; WOLLENBERG, Bruce F. **Power Generation Operation and Control**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 1996. 592 p.