

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**LEONARDO MATEUS CALORI**

**MODELAGEM NUMÉRICA E ANÁLISE COMPARATIVA EM VIGAS I  
PROTENDIDAS CONSTITUÍDAS DE UHPFRC**

**GUARAPUAVA**

**2021**

**LEONARDO MATEUS CALORI**

**MODELAGEM NUMÉRICA E ANÁLISE COMPARATIVA EM VIGAS I  
PROTENDIDAS CONSTITUÍDAS DE UHPFRC**

**Numerical modeling and comparative analysis in prestressed I beams  
constituted of UHPFRC**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).  
Orientador: Prof. Dr. Gustavo de Miranda Saleme Gidrão.

**GUARAPUAVA**

**2021**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

**LEONARDO MATEUS CALORI**

**MODELAGEM NUMÉRICA E ANÁLISE COMPARATIVA EM VIGAS I  
PROTENDIDAS CONSTITUÍDAS DE UHPFRC**

Trabalho de Conclusão de Curso de  
Graduação apresentado como requisito  
para obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Civil da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 02 de dezembro de 2021.

---

Gustavo de Miranda Saleme Gidrão

Doutor em Engenharia de Estruturas pela Universidade de São Paulo EESC/USP  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

---

Rúbia Mara Bosse

Mestra em Engenharia de Estruturas pela Universidade de São Paulo EESC/USP  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

---

Paulo Luciano Perez

Engenheiro Civil (1998) pela Universidade de Marília (UNIMAR)  
Pré-Moldados Panorama

**GUARAPUAVA**

**2021**

Dedico este trabalho aos meus pais, Rogério e Eliana, que sempre me apoiaram e deram todo suporte necessário para que eu pudesse chegar até aqui.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, primeiramente, que me deu forças para concluir esta etapa da minha vida.

Agradeço meus pais que sempre me deram apoio nas minhas decisões e com tudo que eu precisava durante a graduação e por todo esforço investido na minha educação.

Agradeço à minha namorada pela paciência, companheirismo e por estar ao meu lado me aconselhando nos momentos mais difíceis.

Agradeço à minha irmã pela amizade e atenção sempre que precisei.

Agradeço o meu orientador Prof. Dr. Gustavo de Miranda Saleme Gidrão, por todo suporte técnico, confiança, dedicação e paciência durante o trabalho.

Agradeço a todos os meus professores do curso pelos conhecimentos transmitidos e por todo o suporte.

Agradeço a todos da família Calori, tios, tias, primos pela amizade e ajuda quando precisei, pelas conversas e churrascos em família.

Agradeço a dona Luciana e o senhor Vilson pela hospedagem em sua kitnet, e por todo cuidado e preocupação.

Agradeço a minha tia Elaine e tio Fabiano por toda preocupação, e por todos os momentos juntos, enfim agradeço a todos da família Nascimento.

Agradeço a amizade e apoio dos meus amigos de curso em especial Paulo Baldson e Luis Fernando. Agradeço também ao pessoal que frequenta a sala de estudos 24 horas da UTFPR-GP pelas horas de estudo e conversas.

Agradeço ao Paulo Luciano Perez e ao seu filho Marco Antônio Perez pela oportunidade de estágio e por todos os seus conselhos, ensinamento, confiança e lições que levarei para vida.

Gostaria de agradecer também ao senhor Aparecido conhecido como “Cido bloco” pela confiança e pelas conversas; pela amizade dos meus amigos Pedro Cervantes, e Bruno Perez; enfim, agradeço toda a família pela confiança e amizade.

Por fim, agradeço à UTFPR-GP e todos os seus servidores.

“Seja você quem for, (..) tenha sempre como meta muita força, muita determinação e sempre faça tudo com muito amor e com muita fé em Deus.”

(SENNÁ, 1990).

## RESUMO

O Concreto de ultra alto desempenho reforçado por fibras (*Ultra-high performance fiber reinforced concrete* - UHPFRC) é um material que foi desenvolvido para aplicações que requerem propriedades especiais, tais como resistências à compressão superiores a 130 MPa, alta durabilidade, ductilidade satisfatória na flexão e baixa porosidade. A adição de microfibras metálicas e/ou sintéticas à uma matriz densa e livre de poros promove o aumento da ductilidade e da resistência à tração, mitigando falhas frágeis e sem aviso prévio. Por esta razão é um material quem vem sendo estudado para ter sua aplicação mais recorrente na infraestrutura brasileira. Para compreender melhor o comportamento destas estruturas muitos estudos numéricos têm sido realizados na intenção de investigar o comportamento de falha das vigas quando submetidas a diferentes tipos de esforço. O presente trabalho tem como objetivo realizar a modelagem e simulação numérica, em vigas I protendidas, em elementos finitos e comparar os resultados obtidos de resistência com as previsões analíticas de cálculo. Para tanto, adotou-se como referência o perfil PCI AASTHO / I com seção transversal reduzida; e os modelos constituintes do *Concrete Damage Plasticity* (CDP); e modelos de vigas com concreto de classe C30 e C70 para a comparação dos resultados. Como principais resultados tem-se a resposta das vigas submetidas a flexão sob carregamento monotônico; análise do padrão de danificação dos modelos; e verificar a validade dos modelos constitutivos implementados no *software*.

Palavras-chave: concreto; UHPFRC; vigas protendidas; simulação numérica.

## ABSTRACT

Ultra-high performance fiber reinforced concrete (UHPFRC) is a material that was developed for applications that require special properties, such as compressive strengths greater than 130 MPa, high durability, satisfactory ductility in bending, and low porosity. The addition of metallic and/or synthetic microfibers to a dense, pore-free matrix promotes increased ductility and tensile strength, mitigating fragile and unannounced failures. For this reason, it is a material that has been studied to have its most recurrent application in Brazilian infrastructure. To better understand the behavior of these structures, many numerical studies have been carried out to investigate the failure behavior of beams when subjected to different types of stress. The present work has as objective to carry out the modeling and numerical simulation, in prestressed I-beams, in infinite elements and to compare the obtained resistance results with the analytical calculation predictions. Therefore, the PCI AASTHO / I profile with reduced cross-section was adopted as a reference; and the constituent models of Concrete Damage Plasticity (CDP); and beam models with class C30 and C70 concrete for comparison of results. The main results are the response of beams subjected to bending under monotonic loading; analysis of the damage pattern of the models; and verify the validity of the constitutive models implemented in the *software*.

Keywords: concrete; UHPFRC; prestressed beams; numerical simulation.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Padrão de fissuração característico .....	24
Figura 2 – Modo de falha em viga de UHPC protendida.....	24
Figura 3 – Modo de falha em viga de UHPFRC protendida .....	25
Figura 4 – Modo de falha em viga de UHPFRC sem protensão .....	25
Figura 5 – Distribuição de tensões em seção transversal retangular .....	27
Figura 6 – Dimensionamento para seção tipo I .....	29
Figura 7 – Curvas de comportamento do concreto à tração.....	31
Figura 8 – Curvas de comportamento do concreto à tração.....	32
Figura 9 – Lei constitutiva analítica .....	37
Figura 10 – Dimensões da seção transversal do perfil PCI AASTHO / I.....	40
Figura 11 – Modelo das seções estudadas.....	41
Figura 12 – Ensaio de flexão em 4 pontos .....	41
Figura 13 – Vigas C30 e C70.....	43
Figura 14 – Viga UHPFRC .....	43
Figura 15 – Esquema da ligação por barras MPC.....	44
Figura 16 – Simetria adotada.....	44
Figura 17 – Esquema de Protensão .....	44
Figura 18 – Interação aço e concreto.....	45
Figura 19 – Malha viga C30 e C70 .....	45
Figura 20 – Malha viga UHPFRC.....	46
Figura 21 - Diagrama Tensão x Deformação.....	47
Figura 22 – Lei constitutivacalibrada para compressão .....	50
Figura 23 – Lei de dano calibrada para compressão.....	50
Figura 24 – Lei constitutivacalibrada para tração .....	51
Figura 25 – Lei de dano calibrada para tração.....	52
Figura 26 – Lei geométrica .....	54
Figura 27 – Diagrama de força x deslocamento para pré-tensão de 550 MPa .....	58
Figura 28 – Diagrama de força x deslocamento para pré-tensão de 850 MPa .....	58
Figura 29 – Diagrama de força x deslocamento variando a protensão .....	59
Figura 30 – Comparação das forças máximas obtidas pelos modelos numérico e analítico .....	61
Figura 31 – Início do carregamento C30 – P550 .....	62
Figura 32 – Aparecimento de fissuras C30 – P550.....	62

<b>Figura 33 – Padrão de fissuração C30 – P550 .....</b>	<b>62</b>
<b>Figura 34 – Estrutura colapsada C30 – P550 .....</b>	<b>63</b>
<b>Figura 35 – Início do carregamento C70 – P550 .....</b>	<b>63</b>
<b>Figura 36 – Aparecimento de fissuras C70 – P550 .....</b>	<b>63</b>
<b>Figura 37 – Padrão de fissuração C70 – P550 .....</b>	<b>63</b>
<b>Figura 38 – Estrutura colapsada C70 – P550 .....</b>	<b>64</b>
<b>Figura 39 – Início do carregamento C30 – P850 .....</b>	<b>64</b>
<b>Figura 40 – Aparecimento de fissuras C30 – P850 .....</b>	<b>65</b>
<b>Figura 41 – Padrão de fissuração C30 – P850 .....</b>	<b>65</b>
<b>Figura 42 – Estrutura colapsada C30 – P850 .....</b>	<b>65</b>
<b>Figura 43 – Início do carregamento C70 – P850 .....</b>	<b>65</b>
<b>Figura 44 – Aparecimento de fissuras C70 – P850 .....</b>	<b>66</b>
<b>Figura 45 – Estrutura colapsada C70 – P850 .....</b>	<b>66</b>
<b>Figura 46 – Estrutura colapsada C70 – P850 .....</b>	<b>66</b>
<b>Figura 47 – Início do carregamento UHPFRC - 550 .....</b>	<b>67</b>
<b>Figura 48 – Aparecimento de fissuras UHPFRC - 550 .....</b>	<b>67</b>
<b>Figura 49 – Estrutura colapsada UHPFRC - 550 .....</b>	<b>67</b>
<b>Figura 50 – Estrutura colapsada UHPFRC - 550 .....</b>	<b>68</b>
<b>Figura 51 – Início do carregamento UHPFRC - 850 .....</b>	<b>68</b>
<b>Figura 52 – Aparecimento de fissuras UHPFRC - 850 .....</b>	<b>68</b>
<b>Figura 53 – Estrutura colapsada UHPFRC - 850 .....</b>	<b>68</b>
<b>Figura 54 – Estrutura colapsada UHPFRC - 850 .....</b>	<b>69</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades Mecânicas Típicas do UHPFRC .....	22
Tabela 2 – Resumo das propriedades de leis constitutiva do UHPFRC.....	48
Tabela 3 – Resumo das propriedades de leis constitutiva .....	49
Tabela 4 – Parâmetros de entrada.....	53
Tabela 5 – Balanço de forças na seção transversal .....	54
Tabela 6 – Momentos resistentes da seção.....	55
Tabela 7 – Força máxima analítica .....	55
Tabela 8 – Modelos simulados .....	56
Tabela 9 – Força máxima aplicada e deslocamento de pico.....	57
Tabela 10 – Resultados analítico.....	60
Tabela 11 – Correlação dos valores analíticos e numéricos.....	60

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1 – Parâmetros de plasticidade</b>	<b>36</b>
<b>Quadro 2 – Elemento da modelagem</b>	<b>42</b>
<b>Quadro 3 – Parâmetros de Elasticidade</b>	<b>47</b>

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS</b> .....	<b>16</b>
<b>2.1</b>	<b>Objetivo principal</b> .....	<b>16</b>
<b>2.2</b>	<b>Objetivos secundários</b> .....	<b>16</b>
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>17</b>
<b>3.1</b>	<b>Características da obtenção do concreto</b> .....	<b>17</b>
<b>3.2</b>	<b>Concreto protendido</b> .....	<b>18</b>
3.2.1	Propriedades mecânicas do concreto protendido.....	18
3.2.1.1	Resistência à compressão .....	18
3.2.1.2	Resistência à tração .....	19
3.2.1.3	Módulo de elasticidade .....	20
<b>3.3</b>	<b>Característica do concreto de UHPFRC</b> .....	<b>20</b>
3.3.1	Propriedades Mecânicas do UHPFRC .....	21
<b>3.4</b>	<b>Modo de falha</b> .....	<b>22</b>
<b>3.5</b>	<b>Equações e dimensionamento</b> .....	<b>26</b>
3.5.1	Dimensionamento estado limite último de flexão.....	26
<b>3.6</b>	<b>Característica não linear do concreto</b> .....	<b>30</b>
<b>3.7</b>	<b>Concrete Damage Plasticity (CDP)</b> .....	<b>30</b>
3.7.1	Lei de enrijecimento/suavização.....	31
3.7.2	Potencial plástico.....	33
3.7.3	Critério de plastificação .....	33
3.7.4	Viscoplasticidade.....	36
3.7.5	Parâmetros de plasticidade .....	36
<b>4.</b>	<b>MODELO CONSTITUTIVO</b> .....	<b>37</b>
<b>4.1</b>	<b>Modelo constitutivo de tração</b> .....	<b>37</b>
<b>4.2</b>	<b>Modelo constitutivo de compressão</b> .....	<b>38</b>
<b>4.3</b>	<b>Lei de dano</b> .....	<b>38</b>
<b>5.</b>	<b>MODELOS ANALISADOS</b> .....	<b>40</b>
<b>6.</b>	<b>MODELAGEM NUMÉRICA</b> .....	<b>42</b>
<b>6.1</b>	<b>Elementos de modelagem</b> .....	<b>42</b>
<b>6.2</b>	<b>Geometria dos modelos</b> .....	<b>42</b>
<b>6.3</b>	<b>Condições de contorno e carregamento</b> .....	<b>43</b>

<b>6.4</b>	<b>Contato</b> .....	<b>44</b>
<b>6.5</b>	<b>Malhas</b> .....	<b>45</b>
<b>7.</b>	<b>MODELOS CONSTITUTIVO DOS MATERIAIS</b> .....	<b>47</b>
<b>7.1</b>	<b>Modelo constitutivo do aço</b> .....	<b>47</b>
<b>7.2</b>	<b>Modelo constitutivo para o concreto</b> .....	<b>47</b>
7.2.1	Parâmetros de entrada para leis constituintes.....	48
7.2.2	Lei constitutiva e lei de dano na compressão.....	49
7.2.3	Lei constitutiva e lei de dano na tração .....	51
<b>7.3</b>	<b>Considerações para simulação no <i>Abaqus</i></b> .....	<b>52</b>
<b>8</b>	<b>MODELO ANALÍTICO DAS VIGAS SIMULADAS</b> .....	<b>53</b>
<b>9</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSÕES</b> .....	<b>56</b>
<b>9.1</b>	<b>Resultado numérico da simulação do ensaio de flexão</b> .....	<b>56</b>
<b>9.2</b>	<b>Resultado do modelo analítico de flexão</b> .....	<b>59</b>
<b>9.3</b>	<b>Resposta dos modelos numéricos ao dano</b> .....	<b>61</b>
9.3.1	Resposta ao dano nas vigas C30 e C70 .....	61
9.3.1.1	Viga C30 – P550 e C70 – P550.....	61
9.3.1.2	Viga C30 – P850 e C70 – P850.....	64
9.3.2	Resposta ao dano nas vigas de UHPFRC .....	66
<b>10</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>70</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>72</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O concreto de ultra alto desempenho reforçado por fibras (*Ultra-high performance fiber reinforced concrete* - UHPFRC) é um material que foi desenvolvido para aplicações que requerem propriedades especiais, tais como resistências à compressão superiores a 130 MPa, alta durabilidade, ductilidade satisfatória na flexão e baixa porosidade. A adição de microfibras metálicas e/ou sintéticas à uma matriz densa e livre de poros promove o aumento da ductilidade e da resistência à tração, mitigando falhas frágeis e sem aviso prévio (GIDRÃO; KRAHL; CARRAZEDO, 2020).

As estruturas de infraestrutura convencionais exigem frequentemente reforço e reabilitação de suas vigas de concreto armado uma vez que muitas vezes estão submetidas a esforços elevados gerando danos de fissuração e deslocamentos excessivos. Soma-se a isso, a situação precária de manutenção das estruturas no Brasil. Em São Paulo, por exemplo, a falta de manutenção tem provocado acidentes graves como o ocorrido no viaduto da marginal pinheiros sobre a linha da CPTM em 2018 (G1, 2018). Neste contexto, o UHPFRC tem se mostrado satisfatório no aumento da capacidade resistente de vigas e, conseqüente aumento de durabilidade, o que o torna uma excelente opção para o reforço de estruturas (GRANATO, 2020).

Entre as estruturas rodoviárias cuja aplicação de UHPFRC é recorrente estão as pontes; as passarelas de pedestres; os pilares esbeltos; o tabuleiro e vigas de pontes. Em 2017, a *Federal Highway Administration* (FHWA) revelou que as pontes de UHPFRC estão presentes em todo mundo, em especial na América do Norte, Europa Central e zona sísmica do Pacífico (GIDRÃO, 2020)

Segundo Bastos (2021), o Concreto Protendido é um sistema estrutural baseado no uso de uma cordoalha ou cabo excêntrico, pré tracionado, que comprime ao elemento, equilibrando as tensões de tração devidas à força externa e prevenindo o surgimento de fissuras e diminuindo a flecha. Neste sentido, a associação de concretos de altíssimo desempenho e aços de resistências superiores em vigas protendidas possibilita a eliminação ou diminuição das tensões de tração e a fissuração, aumentando a rigidez das estruturas e garantindo flechas muito menores.

As características das estruturas protendidas são convenientes para elementos de vigas, em função da possibilidade de aplicação de aços mais resistentes que conferem maior ductilidade, melhor controle de fissuração e deformações, o que eleva a resposta estrutural. Estudos de Ali (2013), Yang, Joh e Kim (2011) e Graybeal

(2008, 2009) foram os pioneiros na avaliação da resistência e dimensionamento de estruturas de UHPFRC protendidas submetidos à flexão monotônica e concluíram que a protensão aumenta a capacidade resistente e o momento de fissuração (GIDRÃO, 2020).

Dado o contexto supracitado, o presente estudo propõe contribuir para ampliação dos conhecimentos sobre a aplicação de UHPFRC em vigas protendidas. Será expandido o estudo de GIDRÃO (2020), realizando a modelagem e simulação numérica via método dos elementos finitos em vigas I protendidas, com perfil PCI AASTHO / I reduzido. Para tanto, se utilizará o modelo constitutivo do *Concrete Damage Plasticity* (CDP), implementado em *Abaqus*® CAE, um *software* comercial de elementos finitos (ABAQUS, 2021). Os modelos numéricos serão comparados com as estimativas analíticas de estado limite último de flexão, baseado no trabalho de Fehling e Leuchtbetter (2013).

O presente estudo se justifica na necessidade de ampliar o conhecimento deste novo material em condições ainda pouco investigadas no Brasil, o que configura um compromisso com a inovação tecnológica em elementos estruturais. Neste sentido, estudos que contribuam com novos conhecimentos acerca do dimensionamento, incluindo a possibilidade de seções mais delgadas, mais leves e grandes vãos; durabilidade; além de aspectos ligados à viabilidade econômica são essenciais para evolução tecnológica dos projetos estruturais que utilizam o UHPFRC, em especial nas estruturas protendidas.

Neste sentido, o objetivo deste trabalho é realizar a modelagem numérica e comparar os resultados da modelagem com as previsões do modelo analítico e com isso avaliar a precisão das estimativas teóricas analíticas para o dimensionamento em relação a simulações numéricas calibradas por GIDRÃO (2020). Entre os desafios tecnológicos a serem enfrentados destaca-se a dificuldade associada ao domínio da modelagem numérica, seus parâmetros e execução no *software* de elementos finitos *Abaqus*® e adequada interpretação dos resultados e implicações na estrutura.



## 2 OBJETIVOS

Nesta seção serão apresentados os objetivos do trabalho, separado em objetivo principal e objetivos secundários.

### 2.1 Objetivo principal

O objetivo geral do presente trabalho é realizar a modelagem numérica em elementos finitos de vigas I protendidas constituídas de UHPFRC e comparar os resultados da modelagem com as previsões do modelo analítico de cálculo.

### 2.2 Objetivos secundários

Os objetivos secundários deste trabalho de conclusão de curso são:

- Avaliar a capacidade resistente em vigas I protendidas utilizando perfil PCI AASTHO / I com seção reduzida através da comparação dos resultados analíticos obtidos;
- Modelar duas vigas I protendidas com concreto de classe C30 e C70 e avaliar a capacidade resistente através dos resultados obtidos na simulação numérica e comparar com os resultados analíticos;
- Analisar a resposta dos modelos variando a força de protensão;
- Analisar os modelos constituídos de UHPFRC e os modelos constituídos de C30 e C70 e comparar os resultados obtidos de força máxima e deslocamento pico nos modelos propostos; e
- Testar os modelos constitutivos calibrados por Gidrão (2020) utilizando o *Concrete Damaged Plasticity* implementado no software Abaqus®.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção serão apresentadas as características dos materiais utilizados para simulação numérica. Serão apresentados os valores utilizados na literatura para a definição das propriedades dos concretos de classe C30 e C70, bem como para o concreto de UHPFRC. Além do mais, serão apresentados modelo de dimensionamento do modo de falha à flexão e o modelo constitutivo do *Concrete Damage Plasticity* (CDP).

#### 3.1 Características da obtenção do concreto

O concreto é um tipo de material composto. Sua constituição é formada por cimento, água, agregado miúdo (areia) e agregado graúdo (brita ou pedra). Além disso, pode conter adições e aditivos químicos, utilizados com o intuito de melhorar ou modificar suas propriedades. Entre os tipos de adições pode-se destacar a cinza volante, a pozolana natural, a sílica ativa, metacaulim, entre outras (BASTOS, 2019).

O concreto pode conter ainda outros componentes, tais como pigmentos coloridos, fibras, agregados especiais, entre outros. Quanto aos aditivos, os plastificantes e superplastificantes são os mais aplicados e sua utilização se justifica na redução da quantidade de água do concreto que possibilita a trabalhabilidade (PFEIL, 2010).

A proporção ideal dos constituintes varia para cada tipo de concreto em função das propriedades mecânicas, físicas e de durabilidade requeridas. Neste sentido, estas proporções proporcionam diferentes níveis de trabalhabilidade que possibilitem o transporte, lançamento e adensamento do concreto para cada tipo de aplicação (HELENE, ANDRADE, 2007).

As fases de preparo do concreto convencional envolvem primeiramente a mistura do cimento com a água formando a pasta; esta, por sua vez ao ser misturada com areia se torna uma argamassa; e por fim, a mistura da argamassa com a brita forma o concreto simples. A este concreto simples, de acordo com as aplicações, são adicionados os compostos e aditivos que permitem que as propriedades desejáveis sejam alcançadas (BASTOS, 2019).

Segundo Shah (2000), os diferentes tipos de concreto podem ser diferenciados a partir de diferentes parâmetros. Para o Concreto convencional, o autor

definiu que sua relação água/cimento é maior que 0,5; o uso de aditivos e adições minerais não se aplicam; o uso de fibras é benéfico às suas propriedades; necessita de um introdutor de ar; seu processamento é convencional e seu coeficiente de difusão de cloretos em estado estacionário é de  $1 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$ .

## 3.2 Concreto protendido

O concreto protendido é composto basicamente por concreto, armadura ativa e/ou armadura passiva, e para realização do processo de protensão, podem ainda ser necessário a utilização de outros materiais, tais como a bainha metálica ou plástica, calda de cimento, e equipamentos para realização da protensão (BASTOS, 2019).

### 3.2.1 Propriedades mecânicas do concreto protendido

Nesta seção serão apresentados os modos de obtenção da resistência a compressão, à tração, e o módulo de elasticidade do concreto através do que estabelece a NBR 6118.

#### 3.2.1.1 Resistência à compressão

Segundo Bastos (2021) o concreto protendido deve ter resistência característica à compressão mínima de 35 MPa, resultando em estruturas menores com menor peso próprio podendo então vencer grandes vãos. A indústria de pré-fabricados já vem adotando concretos com resistência a compressão superiores a 50 MPa, o que possibilita a aplicação da protensão, em casos de protensão parcial ou pró-tensão em menor tempo agilizando os processos de fabricação na indústria e consequentemente menor tempo para entrega da obra.

Para Bastos (2021) concreto com alta resistências são desejáveis porque:

- As solicitações prévias causadas pela força de protensão podem ser muito elevadas;
- Permitem a redução das dimensões da peça, diminuindo o peso próprio, permitindo ganho de vão maiores;

- Possuem maiores módulos de elasticidade ( $E_c$ ), diminuindo as deformações imediatas; e
- Geralmente são mais permeáveis.

A NBR 5738 que normatiza os ensaios à resistência a compressão que é avaliada por meio de corpos de provas cilíndricos com dimensões de 15 cm de diâmetro por 30 cm de altura, e seguir os procedimentos normativos corretos é de suma importância para se obter o resultado esperado.

Para classificação dos grupos de concreto a NBR 8953 separa os concretos em grupos I e II, dependendo da resistência do concreto a compressão. A abreviatura é expressa da seguinte maneira, em que, C significa concreto seguindo do valor da resistência característica a compressão, em MPa, como:

- Grupo I: C20, C25, C30, C35, C40, C50; e
- Grupo II: C55, C60, C70, C80, C90, C100.

### 3.2.1.2 Resistência à tração

A NBR 6118 (item 8.2.5) define que na falta de ensaios a resistência média à tração direta ( $f_{ct,m}$ ) pode ser admitida em função da resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ), por meio das equações (1) e (2). Para concreto de classes até C50, tem-se a equação (1).

$$f_{ct,m} = 0,3\sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad \text{Equação 1}$$

Para concretos de classes C55 até C90, tem-se a equação (2).

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,11f_{ck}) \quad \text{Equação 2}$$

Onde:

$f_{ct,m}$  = resistência média à tração (MPa);

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão (MPa).

### 3.2.1.3 Módulo de elasticidade

A NBR 6118 (item 8.2.8) diz que na falta de resultados de ensaios os valores dos módulos de elasticidade ( $E_{ci}$ ), em MPa, podem ser estimados através das equações (3) e (4). Para concretos com ( $f_{ck}$ ) entre 20 e 50 MPa, tem-se a equação (3).

$$E_{ci} = \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad \text{Equação 3}$$

Em que  $\alpha_E$  é dado por:

$\alpha_E = 1,2$  para basalto e diabásico;  
 $\alpha_E = 1,0$  para granito e gnaisse;  
 $\alpha_E = 0,9$  para calcário; e  
 $\alpha_E = 0,7$  para arenito.

Para concreto com ( $f_{ck}$ ) entre 55 e 90 MPa, tem-se a equação (4).

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \alpha_E \left( \frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad \text{Equação 4}$$

Para a análise adotada nesse trabalho considerou-se como agregado graúdo a rocha de origem calcária.

## 3.3 Característica do concreto de UHPFRC

Birchall *et al.* (1981) e Bache (1981) introduziram um tipo de concreto que utiliza uma matriz altamente compacta, com alta resistência à flexão e baixa permeabilidade que passou a ser denominado concreto de ultra alto desempenho (ultra-high performance concrete, UHPC).

O trabalho de Richard e Cheyrezy (1995) na década de 90 deu origem ao concreto de ultra alto desempenho reforçado por fibras (UHPFRC) a partir de estudos com concreto de alto desempenho.

O procedimento para obtenção de um UHPFPC consiste na utilização de partículas finas com diâmetro máximo de 2mm como o cimento Portland; consumo elevado de adições minerais como areia fina, sílica ativa ou pó de quartzo; e de aditivos superplastificantes, condições que dão garantia de uso da menor relação

água/aglutinante possível, da ordem de 0,10 a 0,20 em massa (TUTIKAN *et al.* 2011; OLIVEIRA, 2019)

As propriedades do UHPFRC estão intrinsecamente relacionadas com a seleção e dosagem dos componentes que deve ser baseada na otimização do empacotamento de partículas, ou seja, a mistura dos componentes granulares deve prover alta densidade de empacotamento que implica em baixa porosidade e, conseqüentemente alta resistência à compressão e durabilidade. Além disso, um teor otimizado de superplastificante também é essencial para atingir a mínima relação água/aglutinante, melhores propriedades mecânicas e fluidez satisfatória da mistura (OLIVEIRA, 2019).

A incorporação de fibras é responsável pelo aumento da ductilidade do material e esta melhoria está diretamente associada à natureza, dimensão, geometria e propriedades mecânicas das fibras introduzidas. De acordo com Casagrande (2017), a ductilidade conferida pelas fibras é resultante de diversos fatores, como: ponte de transferência de tensões, desvio ou interceptação das fissuras, descolamento das fibras da matriz, que consomem uma parcela da energia. Segundo estudo de Hannawi *et al.* (2016), as fibras metálicas e minerais se mostraram superiores em relação às fibras sintéticas. Através da observação do comportamento uniaxial, verificou-se que as fibras restringem o processo de fissuração volumétrica sob compressão uniaxial, aumentando o limiar de fissuração inicial e retardando a propagação instável de fissuras. (HANNAWI *et al.*, 2016).

### 3.3.1 Propriedades Mecânicas do UHPFRC

Na engenharia estrutural moderna, a resistência à compressão uniaxial ( $f_c$ ) é o principal parâmetro estudo do comportamento estrutural de concreto do tipo UHPFRC, que pode ser assim classificado quando atinge valores superiores à 150 MPa (GRAYBEAL; DAVIS, 2008). O principal método de ensaio de compressão é o rompimento de corpos de prova cilíndricos ou cúbicos padronizados. Entretanto, a aplicação de ensaios de compressão em concretos de resistências muito altas representam um grande desafio à capacidade das máquinas de ensaio e a preparação das superfícies dos corpos de prova (GRAYBEAL; DAVIS, 2008).

Para vencer estas dificuldades, alguns autores avaliaram a possibilidade de aplicação de corpos de prova de menores dimensões para evitar a necessidade de

equipamentos mais complexos e concluiu-se que a utilização de corpos de prova menores não só é aceitável, mas também é possível correlacionar os resultados obtidos a partir da análise de espécimes distintos (DEL VISO; CARMONA; RUIZ, 2008; GRAYBEAL; DAVIS, 2008; RIEDEL *et al.*, 2018).

O módulo de elasticidade ( $E_c$ ) é uma propriedade fundamental para a análise estrutural, avaliação de efeitos de segunda ordem, verificações de deslocamentos e análises dinâmicas (GIDRÃO, 2020).

O módulo de elasticidade ( $E_c$ ), é um parâmetro determinado comumente em ensaios de compressão uniaxial. Assim como para altos valores de resistência à compressão, a medição de altos valores de módulo de elasticidade torna os métodos tradicionais pouco confiáveis. Neste contexto, os autores sugerem a utilização de mais um conjunto de transdutores de deslocamento variável linear (LVDT) para medição do comportamento pós fissuração do concreto, já que nos ensaios consagrados ocorre tendência de rotação dos instrumentos de medição devido às tensões de cisalhamento no corpo de prova (GRANATO, 2020).

Graybeal (2007) deduziu uma equação para estimativa do módulo de elasticidade do UHPFRC em função da resistência de compressão uniaxial característica ( $f_c'$ ), para um intervalo de valores de  $f_c$  entre 126 MPa e 193 MPa. Alsalman *et al.* (2017) propuseram outra equação a partir de dados da literatura válidos para valores de  $f_c'$  entre 31MPa e 235 MPa. Em ambos os casos foi possível inferir que o valor médio do módulo de elasticidade é da ordem de 45GPa. A tabela 1 apresenta valores típicos para propriedades mecânicas dos UHPFRC.

**Tabela 1 – Propriedades Mecânicas Típicas do UHPFRC**

Propriedade	Valor
Resistência à compressão com cura térmica	150 MPa
Resistência à tração sob flexão	24 MPa
Primeira Fissura em Flexão	20 MPa
Módulo de Elasticidade	47 GPa
Densidade	2450 Kg/m <sup>3</sup>
Retração	< 500 depois de 50 dias em cura úmida e 0 em cura com calor

Fonte: Cavil Rebstrost e Perry (2006).

### 3.4 Modo de falha

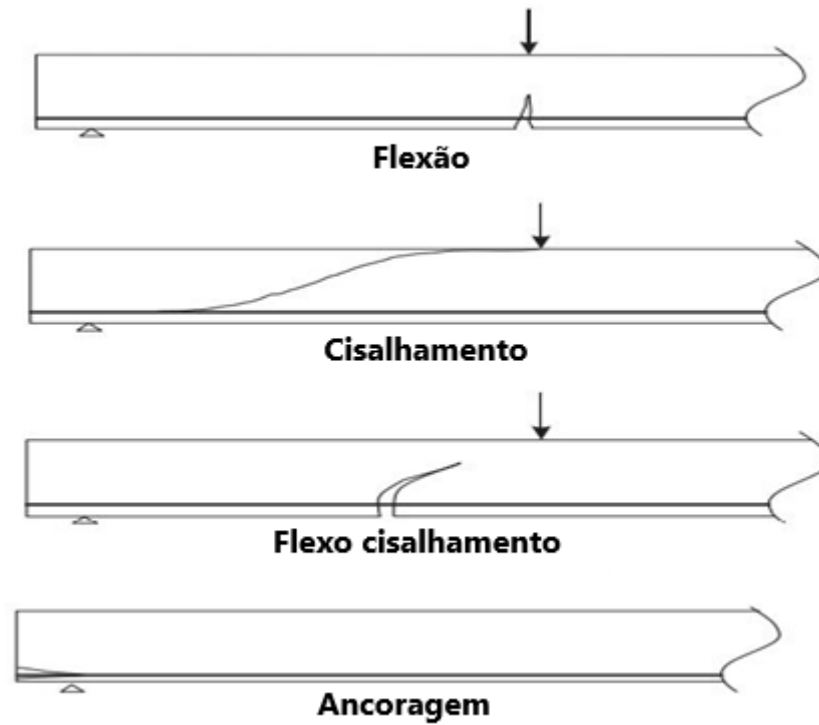
Os modos de falhas característico para vigas de concreto armado e protendido são: flexão pura, cisalhamento puro, flexo cisalhamento e ancoragem. A combinação desses modos de falha desenvolve mecanismos de colapso da estrutura (GIDRÃO, 2020). A figura (01) apresenta o padrão de fissuração característico para os modos de falha em vigas de concreto armado e protendido.

Os estudos experimentais e numéricos realizados por Gidrão (2020) em vigas I constituídas de UHPC e UHPFRC protendidas, demonstram que os modos de falha apresentado para as vigas de UHPC foram de cisalhamento, ou seja, a viga apresenta fissuras espaçadas, característica da falta de fibras, e embora o carregamento aplicado esteja entre o vão livre da peça, a fissura que leva a peça ao colapso é diagonal, como pode ser observado na figura (02). No entanto, para o caso das vigas constituídas de UHPFRC a ruptura observada foi por flexão tanto para viga com protensão quando para viga sem protensão como pode ser observado nas figuras (3) e (4), respectivamente. Os trabalhos de Wu *et al.* (2016) relatam que a adição de fibras de aço tem efeito satisfatório na carga máxima aplicada à viga, mas tem pouco efeito sobre o momento de fissuração.

Segundo Gidrão (2020) os elementos constituídos de UHPFRC entram em colapso pelo estado limite último com esgotamento total da seção transversal, podendo ocorrer ruptura da armação, além de que apresentam grandes deformações e fissuração excessivas.



Figura 1 – Padrão de fissuração característico



Fonte: Adaptado Gidrão (2020, p.30).

Figura 2 – Modo de falha em viga de UHPC protendida



Fonte: Gidrão (2020, p.135).

**Figura 3 – Modo de falha em viga de UHPFRC protendida**



Fonte: Gidrão (2020, p.131).

**Figura 4 – Modo de falha em viga de UHPFRC sem protensão**



Fonte: Gidrão (2020, p.132).

### 3.5 Equações e dimensionamento

Para o dimensionamento do perfil I serão utilizados como base teórica os trabalhos realizados por Leutbecher e Fehling (2013) e Fehling *et al.* (2014), os trabalhos realizados por Graybeal (2008) em um perfil I – PCI AASHTO II, e os estudo de Gidrão (2020). Para a análise utilizou-se o código desenvolvido por Gidrão (2020) aplicado para as seções analisadas e implementado no MATLAB.

#### 3.5.1 Dimensionamento estado limite último de flexão

Leutbecher e Fehling (2013) e Fehling *et al.* (2014) desenvolveram o equacionamento para o dimensionamento no estado limite último de flexão (ELU-F) para elementos de UHPC e UHPFRC para uma viga retangular.

A deformação última de compressão do UHPFRC é calculada conforme as prescrições da Associação Francesa de Engenharia Civil (AFGC,2013), conforme a equação (5), devendo ser maior que 3,5%.

$$\varepsilon_{cud} = 1 + 14(f_{ctm}/f_{cm})\varepsilon_{c0d} > 3,5\% \quad \text{Equação 5}$$

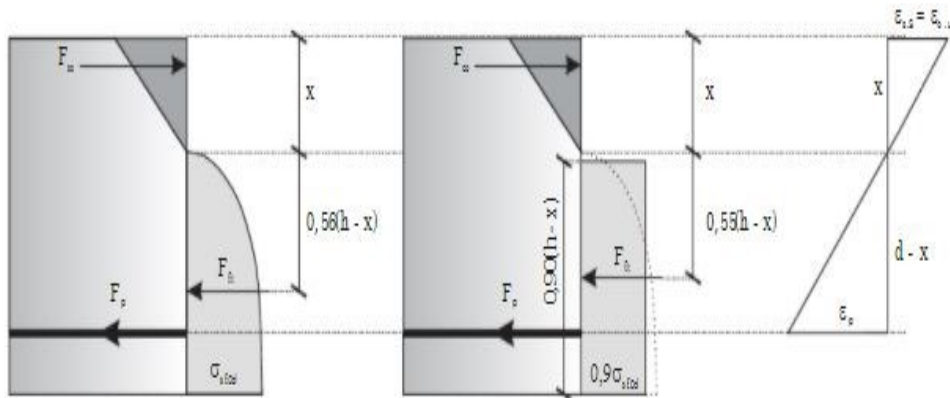
Onde:

$\varepsilon_{c,ud}$  = deformação última do concreto;  
 $f_{ctm}$  = tensão média de tração;  
 $f_{cm}$  = resistência média à compressão;  
 $\varepsilon_{c,0,d}$  = deformação de limite elástico.

Para determinação do momento fletor resistente ( $M_{rd}$ ) faz-se o equilíbrio dos esforços atuante na seção transversal, através das equações de deformações e pela relação da Lei de Hooke.

Conforme é apresentado na Figura (5) observa-se a distribuição de tensões e deformações para seção transversal retangular, e a solicitação dos esforços por força axial e momento fletor quando se atinge a situação de estado limite último.

**Figura 5 – Distribuição de tensões em seção transversal retangular**



Fonte: Fehling *et al.* (2014).

Da figura (5), tem se que:

$x$  = posição da linha neutra;

$f_{cc}$  = força resultante do concreto comprimido em 1/3 da borda superior;

$f_{ft}$  = força resultante de tração no concreto;

$f_{st}$  = força resultante das armaduras agindo no centroide.

Por fim, deve-se aplicar a hipótese de Bernoulli que considera a distribuição triangular de tensões de compressão; e a resistência a tração do concreto, a distribuição de tensões de tração; e a profundidade de tração. Para a aprofundamento dessa hipótese sobre o dimensionamento de flexão em uma seção retangular o trabalho de Fehling *et al.* (2014) é satisfatório.

A equação (6) considera a distribuição de tensão de tração retangular.

$$F_{ft} = 0,81(h - x)b\sigma_{cf0d} \quad \text{Equação 6}$$

Onde:

$f_{ft}$  = força resultante de tração no concreto;

$h$  = altura da viga;

$x$  = profundidade da linha neutra;

$b$  = espessura da viga;

$\sigma_{cf,0,d}$  = tensão de projeto da fibra.

A resistência de compressão é descrita conforme a equação (7).

$$F_{cc} = 0,50bxf_{cd} \quad \text{Equação 7}$$

Onde:

$F_{cc}$  = Resistência a compressão do concreto;

$b$  = espessura da viga;

$x$  = profundidade da linha neutra.

A força aplicada pela cordoalha ou cabo de protensão é obtida conforme a equação (8):

$$F_{st} = A_s \sigma_s \quad \text{Equação 8}$$

Onde:

$F_{st}$  = força aplicada pelo elemento de protensão;

$A_s$  = área de aço;

$\sigma_s$  = tensão do aço.

Portanto, a partir das equações (6), (7) e (8), é possível estabelecer o equilíbrio de forças para a seção retangular, conforme as equações (9) e (10). A deformação nas armaduras de concreto, pode ser obtido através da semelhança de triângulos conforme a equação (11).

$$\sum F = 0 = N_{sd} + F_{cc} - F_{ft} - F_{st} \quad \text{Equação 9}$$

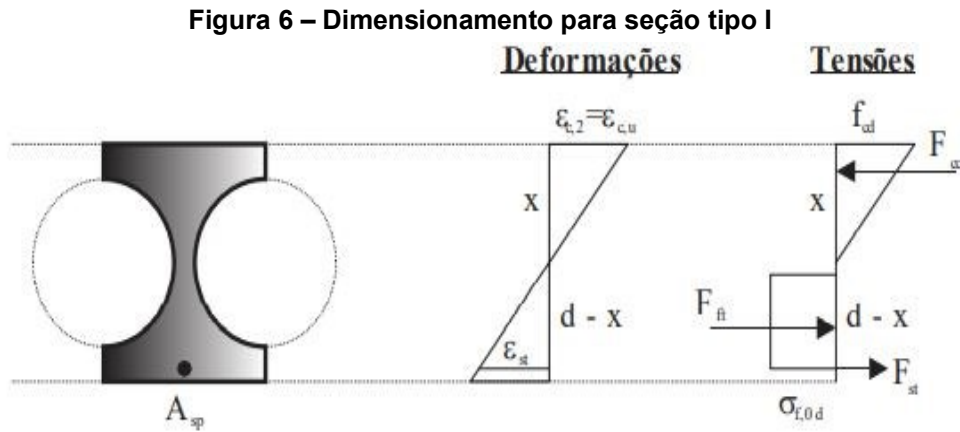
$$\sum M = 0 = +M_{sd} - F_{cc} \left( d - \frac{x}{3} \right) + \dots \quad \text{Equação 10}$$

$$+ F_{ft}(d - 0,45x - 0,55x)$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{x} = \frac{\varepsilon_{st}}{d - x} \quad \text{Equação 11}$$

Por fim, o momento resistente da seção transversal pode ser determinado, assim como a quantidade de armadura ativa necessária a partir das equações apresentadas. Vale ressaltar que, efetuado o equilíbrio de momentos na armadura ativa e resolvendo as equações de equilíbrio em termos de  $x$  resultando na profundidade da linha neutra e domínio da peça.

Contudo, para o dimensionamento do perfil I deve seguir o mesmo procedimento realizado para seção retangular. A Figura (6) apresenta a distribuição das deformações e tensões para uma seção tipo I para o estado limite último (ELU).



Fonte: Gidrão (2020, p.35).

Para considerações do perfil I, em que o parâmetro  $b$  assume dimensões diferentes em relação a profundidade da linha neutra, para o cálculo, obviamente deve-se considerar esta variação. Para isso, as equações (12), (13) e (14) apresentam as relações de equilíbrio aplicadas para seções do tipo I.

$$\int 0,5 \cdot x \cdot f_{cd} \cdot b(x) \cdot (d - x/3) \cdot dx - \int (0,81 \cdot (h - x) \cdot b(x) \cdot \sigma_{f0d}) \dots$$

$$\dots (d - 0,45x - 0,55h), dx = M_{sd} \quad \text{Equação 12}$$

$$F_{st} = N_{sd} + \int (0,5 \cdot b(x) \cdot x \cdot f_{cd}) \cdot dx \dots$$

$$- \int (0,5 \cdot b(x) \cdot x \cdot f_{cd}) \quad \text{Equação 13}$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{x} = \frac{\varepsilon_{st}}{d - x} \quad \text{Equação 14}$$

Portanto, pode-se obter a situação na qual a linha neutra ( $x$  e  $x_{lim}$ ) está no limite entre os domínios 2 e 3. Por meio da lei geométrica do comportamento da área comprimida pela profundidade da linha neutra, obtém os valores da linha neutra tracionada para os limites entre os domínios 2 e 3. Podendo obter o equilíbrio de forças

resultante nestas regiões e no centro de gravidade das armaduras de protensão, sendo o  $R_{cc}$ ,  $R_{cc\_lim}$ ,  $R_{ct}$ ,  $R_{ct\_lim}$ ,  $R_{st}$ ,  $R_{st\_lim}$ ,  $x$ ,  $x\_lim$ , onde:

$R_{cc}$  = a força resultante de compressão quando se utiliza  $x$ ;

$R_{cc\_lim}$  = a força resultante de compressão quando se utiliza  $x\_lim$ ;

$R_{ct}$  = a força resultante de tração quando se utiliza  $x$ ;

$R_{ct\_lim}$  = a força resultante de tração quando se utiliza  $x\_lim$ ;

$R_{st}$  = a força resultante nas armaduras de protensão quando se utiliza  $x$ ; e

$R_{st\_lim}$  = a força resultante nas armaduras de protensão quando se utiliza  $x\_lim$ .

Aplicando todas as equações para o perfil I determina-se o momento resistente da seção transversal da viga e a quantidade necessária de armadura de protensão.

### 3.6 Característica não linear do concreto

As estruturas de concreto armado não obedecem a Lei de Hooke quando se inicia o momento de fissuração, ou seja, não representa as proporções lineares de tensão x deformação. Portanto, a consideração da não linearidade do concreto permite investigações e análises mais precisas do comportamento real das estruturas de concreto. A não linearidade da curva tensão x deformação acontecem devido aos danos sofridos pelo material durante o carregamento.

Gidrão (2020) explica que para representar essa característica existem alguns modelos como, por exemplo, os modelos de dano elástico não linear e dano elasto-plástico que para a simulação do carregamento monotônico representam de forma satisfatória o intervalo ascendente da curva tensão x deformação.

Para representar esse comportamento, de dano elasto-plástico, uma alternativa eficiente, e que se optou pela utilização neste trabalho, é o modelo do *Concrete Damage Plasticity* (CDP), disponível no *software* Abaqus®.

### 3.7 Concrete Damage Plasticity (CDP)

O *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) é um modelo que foi idealizado por Lubliner *et al.* (1989) e que foi aprimorado por Lee e Fenves (1998) o modelo compila

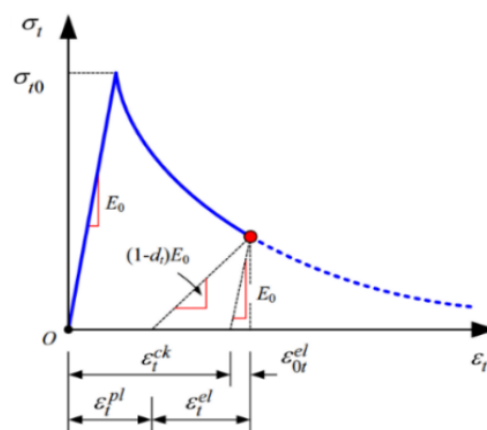
os processos irreversíveis de deformação plástica e a diminuição da rigidez do concreto de forma simultânea, acrescentando à hipótese da mecânica do dano junto a plasticidade (GRASSL; JIRÁSEL,2006; LUBLINER *et al.*,1989; LEE; FENVES,1998).

### 3.7.1 Lei de enrijecimento/suavização

O dano no *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) é avaliado pelos parâmetros de dano, sendo eles, dano de compressão ( $d_c$ ) e dano de tração ( $d_t$ ). Nesta análise, o comportamento do concreto é considerado como independente das armaduras.

A figura (7) e (8), ilustra o comportamento teórico das curvas tensão *versus* deformação do CDP à tração e a compressão, disponível no manual do *Abaqus*®, respectivamente. Em que podemos constatar as variáveis de dano em função das deformação plásticas  $\varepsilon_{t,pl}$  e  $\varepsilon_{c,pl}$ , que são deformações plásticas na tração e compressão, respectivamente. Observa-se que é assumido um comportamento linear somente o primeiro trecho do gráfico que são as deformações elásticas  $\varepsilon_{t,el}$  e  $\varepsilon_{c,el}$ . Para tração admite-se o comportamento elástico até a tensão limite de resistência  $\sigma_{t,0}$  e na compressão até  $\sigma_{t,0}$ . Quando ultrapassar esses valores apresentam-se as primeiras fissuras e conseqüentemente a queda da curva tensão x deformação.

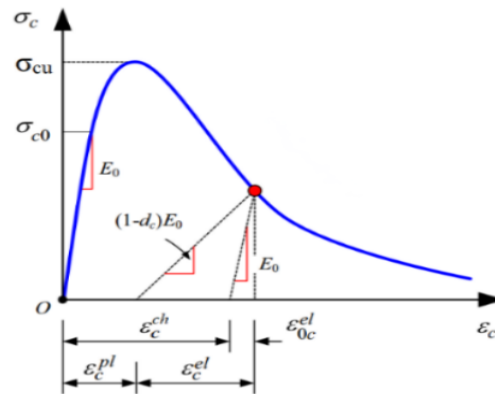
Figura 7 – Curvas de comportamento do concreto à tração.



Fonte: Adaptado Chi *et al.* (2017, p.25).



**Figura 8 – Curvas de comportamento do concreto à tração**



Fonte: Adaptado Chi et al. (2017, p.25).

Vale destacar que a hipótese de equivalência em deformações pode ser escrita conforme a equação (15).

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{in} \quad \text{Equação 15}$$

Onde:

$\varepsilon$  = deformação total;  
 $\varepsilon_{el}$  = deformação elástica;  
 $\varepsilon_{in}$  = deformação inelástica.

A deformação inelástica, é composta pela parcela plástica e de dano conforme a equação (16).

$$\varepsilon_{in} = \varepsilon_{pl} + \varepsilon_{dano} \quad \text{Equação 16}$$

Onde:

$\varepsilon_{in}$  = deformação inelástica;  
 $\varepsilon_{pl}$  = deformação plástica;  
 $\varepsilon_{dano}$  = dano.

A deformação plástica é descrita conforme a equação (17):

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon_{in} - \frac{d}{(1-d)} \frac{\sigma}{E_0} \quad \text{Equação 17}$$

Onde:

$\varepsilon_{pl}$  = deformação plástica;

$\varepsilon_{in}$  = deformação inelástica;  
 $d$  = índice de dano ( $d_t$  ou  $d_c$ );  
 $\sigma$  = tensão do concreto;  
 $E_0$  = Módulo de elasticidade intacto do concreto.

A equação (18) correlaciona o tensor de tensão generalizada de Cachy e as deformações plásticas, que posteriormente pode-se estabelecer a lei constitutiva.

$$\sigma = (1 - d)E_0 : (\varepsilon - \varepsilon_{pl}) = E_{el} : (\varepsilon - \varepsilon_{pl}) \quad \text{Equação 18}$$

Em que o módulo de elasticidade danificado é dado pela equação (19):

$$E_{el} = (1 - d) \quad \text{Equação 19}$$

Onde:

$d$  = índice de dano ( $d_t$  ou  $d_c$ );  
 $E_{el}$  = Módulo de elasticidade danificado.

### 3.7.2 Potencial plástico

O potencial plástico utilizado no modelo é a função hiperbólica de Drucker e Prager (1952), conforme a equação (20):

$$G = \sqrt{(m\sigma_{t0} \tan \psi)^2 + q^{-2}} - p \tan \psi - f_c \quad \text{Equação 20}$$

Onde:

$G$  = potencial plástico;  
 $m$  = excentricidade (valor padrão 0,1);  
 $\sigma_{t0}$  = tensão de tração no estado uniaxial;  
 $p$  = tensão hidrostática;  
 $q$  = tensão efetiva de Mises;  
 $f_c$  = resistência uniaxial de tração ou compressão do concreto;  
 $\Psi$  = ângulo de dilatação medido no plano meridional.

### 3.7.3 Critério de plastificação

A função de plasticidade do *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) foi desenvolvida por Lubliner *et al.* (LEE, FENVES, 1998; LUBLINER *et al.*, 1998), é descrita conforme a equação (21):

$$f(\bar{\sigma}, k) = \frac{1}{(1-\alpha)} \left[ \bar{q} - 3\alpha \bar{p} + \beta(\varepsilon^p) \langle \bar{\sigma}_{\max} \rangle - \gamma \langle \bar{\sigma}_{\max} \rangle \right] - \bar{\sigma}_c(\varepsilon^p) = 0 \quad \text{Equação 21}$$

Onde  $\bar{q}$  é dado pela seguinte equação (22).

$$\bar{q} = \sqrt{3/2 \cdot \bar{S} : \bar{S}} \quad \text{Equação 22}$$

E que  $\bar{p}$  é dado pela equação (23).

$$\bar{p} = -1/3 \bar{\sigma} : I \quad \text{Equação 23}$$

Onde:

$f(\bar{\sigma}, k)$  = função plasticidade;

$\bar{q}$  = tensão efetiva equivalente de Von Mises;

$\bar{p}$  = tensor de tensão hidrostático;

$\bar{\sigma}$  = tensão inicial de escoamento na compressão;

$\bar{\sigma}_{\max}$  = autovetor do tensor de tensão;

$k$  = variáveis de dano ( $d_t$  e  $d_c$ );

$\bar{S}$  = Invariante de tensão da superfície de ruptura;

$\alpha, \beta, \gamma$  = constantes dependentes dos resultados experimentais.

Os valores  $f_t$  e  $f_c$ , que serão apresentados à frente, representam as resistências uniaxiais de tração e compressão do concreto, respectivamente.

Estes parâmetros são acionados pela função de resistência, de acordo com o operador das condições de Macaulay, ou seja  $\langle x \rangle = (|x| + x)/2$ , de acordo com as equações (24) e (25).

$$\langle \bar{\sigma}_{\max} \rangle = \left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}_{\max}, \rightarrow \text{se, } \bar{\sigma}_{\max} \geq 0, \beta \text{ é introduzido} \\ 0, \rightarrow \text{se, } \bar{\sigma}_{\max} < 0 \end{array} \right\} \quad \text{Equação 24}$$

$$\left\langle -\bar{\sigma}_{\max} \right\rangle = \begin{cases} \bar{\sigma}_{\max}, \rightarrow se, \bar{\sigma}_{\max} \leq 0, \gamma \text{ é introduzido} \\ 0, \rightarrow se, \bar{\sigma}_{\max} > 0 \end{cases} \quad \text{Equação 25}$$

O parâmetro  $\beta$  é baseado na lei de encruamento/amolecimento de Lee e Fenves (1998), e é apresentado de acordo com a equação (26):

$$\beta(\tilde{\varepsilon}_c^p) = (1 - \alpha) \frac{f_{c0}(\tilde{\varepsilon}_c^p)}{f_t(\tilde{\varepsilon}_c^p)} - (1 + \alpha) \quad \text{Equação 26}$$

O parâmetro  $\alpha$  é obtido através da relação da tensão de escoamento uniaxial e biaxial, conforme a equação (27):

$$\alpha = \frac{f_{bc0}/f_{c0} - 1}{2f_{bc0}/f_{c0} - 1} \quad \text{Equação 27}$$

O parâmetro  $\gamma$ , é determinado conforme a equação (28), e é dependente de uma constante  $k_c$  que comanda o espaçamento entre os meridianos de compressão e tração e a superfície de ruptura do plano desviatório. Os valores limites de  $k_c$  ficam entre 0,5 e 1.

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1} \quad \text{Equação 28}$$

A relação entre a direção da deformação plástica e a taxa de deformação plástica é determinada pela regra de fluxo plástico de Prandl-Reuss, de acordo com a equação (29).

$$\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\delta G}{\delta \sigma_{ij}} \quad \text{Equação 29}$$

Onde:

$\varepsilon_{ij}^p$  = regra de fluxo;

$\lambda$  = multiplicador plástico;

G = evolução do potencial plástico (Drucker-Prager).

### 3.7.4 Viscoplasticidade

O CDP utiliza a regularização viscoplástica, ou seja, permite que as tensões excedam de forma sutil a superfície de plastificação, reduzindo problemas de convergência dos modelos que trazem comportamento de suavização e degradação da rigidez. O parâmetro de viscosidade ( $\mu$ ), tem valores entre 0 e 1. No manual do Abaqus® é descrito que adotar um valor pequeno de viscosidade geralmente melhora a taxa de convergência do modelo no regime de suavização, sem que se comprometa os resultados.

### 3.7.5 Parâmetros de plasticidade

Por fim, de modo simplificado o *Concreto Damage Plasticity* (CDP), além das curvas de tensão x deformação ele engloba e considera os seguintes parâmetros conforme apresentado quadro 1.

**Quadro 1 – Parâmetros de plasticidade**

<b>Parâmetros</b>
Ângulo de dilatação ( $\psi$ )
Excentricidade ( $m$ )
$f_{b0}/f_{c0}$
$K$
Viscosidade ( $\mu$ )

**Fonte: Autoria própria (2021).**

## 4. MODELO CONSTITUTIVO

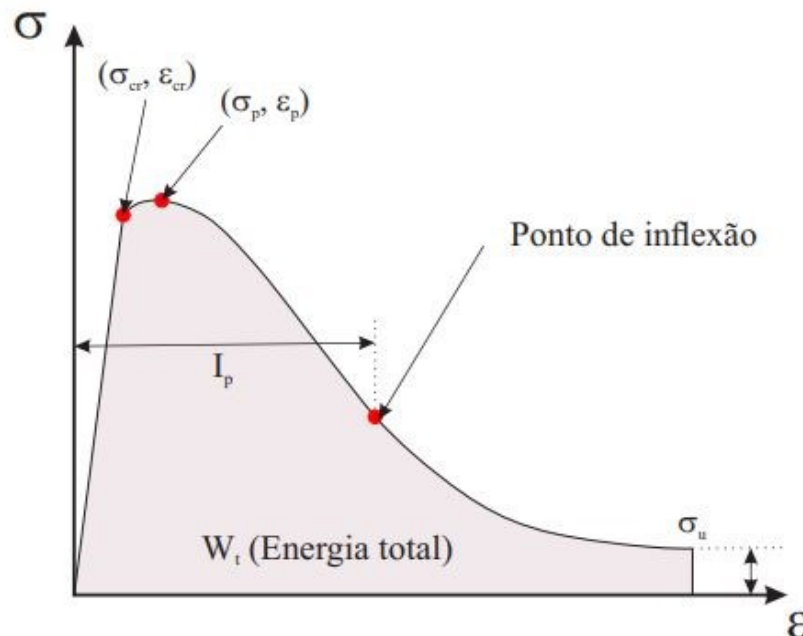
Os modelos constitutivos de tração e compressão utilizados nesse trabalho foram disponibilizados por Gidrão (2020). O modelo constitutivo de tração utilizado tem como referência os estudos desenvolvidos por Krahl, Carrazedo e Debs (2018). Já para o modelo constitutivo de compressão utilizou-se o modelo de Carreira e Chu (1985), vale destacar que a proposta de modelo de Carreira e Chu (1995), teve desempenho satisfatório nas análises realizadas do estudo de instabilidade de vigas esbeltas de UHPFRC (KRAHL; CARRAZEDO; DEBS, 2018).

Para a lei de dano na tração ( $d_t$ ) e compressão ( $d_c$ ), adotou-se a metodologia proposta por Birtel e Mark (2006).

### 4.1 Modelo constitutivo de tração

A figura (9) ilustra o modelo constitutivo de tração, com base nos estudos desenvolvido por Krahl, Carrazedo e Debs (2018).

Figura 9 – Lei constitutiva analítica



Fonte: Gidrão (2020, p.43).

Para tensão de tração é definida, conforme a equação (30).

$$\sigma_t(\varepsilon) = \frac{W_t}{I_p \sqrt{\pi/2}} e^{\frac{-2(\varepsilon - \varepsilon_{pico})}{I_p^2}} \quad \text{Equação 30}$$

Onde:

$\sigma_t(\varepsilon)$  = tensão de tração;  
 $W_t$  = energia de deformação;  
 $I_p$  = deformação de inflexão;  
 $\varepsilon$  = deformação total;  
 $\varepsilon_{pico}$  = deformação de pico.

#### 4.2 Modelo constitutivo de compressão

O modelo para o comportamento de compressão foi adotado o modelo de Carreira e Chu (21985), conforme apresentado nas equações (31).

$$\sigma = \sigma_0 \left[ \frac{k_1 \beta \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}{k_1 \beta - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^{k_2 \beta}} \right] \quad \text{Equação 31}$$

Em que  $\beta$  é dado pela equação (32).

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 E_{c0}}} \quad \text{Equação 32}$$

Onde:

$\sigma$  = tensão total;  
 $\sigma_0$  = tensão inicial;  
 $k_1; k_2$  = variáveis de dano;  
 $\beta$  = parâmetro de encruamento/amolecimento;  
 $\varepsilon$  = deformação total;  
 $\varepsilon_0$  = deformação inicial.

#### 4.3 Lei de dano

A lei de dano na tração ( $d_t$ ) e compressão ( $d_c$ ), adotou-se a metodologia proposta por Birtel e Mark (2006), conforme as equações (33) e (34).

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t E_c^{-1}}{\varepsilon_t^{pl} (1/b_t - 1) + \sigma_t E_c^{-1}} \quad \text{Equação 33}$$

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c E_c^{-1}}{\varepsilon_c^{pl} (1/b_c - 1) + \sigma_c E_c^{-1}} \quad \text{Equação 34}$$

Em que  $b_t$  e  $b_c$  é dado pelas equações (35) e (36):

$$b_t = \frac{\varepsilon_t^{pl}}{\varepsilon_t^{in}} \quad \text{Equação 35}$$

$$b_c = \frac{\varepsilon_c^{pl}}{\varepsilon_c^{in}} \quad \text{Equação 36}$$

Onde:

$\sigma_c$  = tensão de compressão;

$\sigma_t$  = tensão de tração;

$b_c$  = parâmetro de calibração (0 a 1);

$b_t$  = parâmetro de calibração (0 a 1);

$E_c$  = módulo de elasticidade intacto do material.



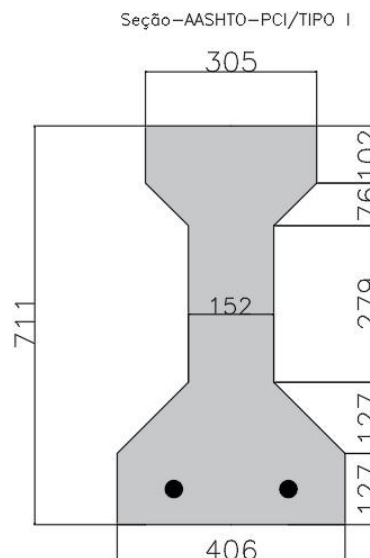
## 5. MODELOS ANALISADOS

Neste trabalho objetiva-se a simulação de três vigas de concreto protendidas, sendo duas delas constituídas de concreto classe C30 e C70, e uma constituída de concreto de UHPFRC, com resistência característica à compressão de 145 MPa. O perfil PCI AASTHO / I foi adotado como referência para adotar o modelo de seção transversal e tem suas dimensões em milímetros conforme apresenta a figura (10).

As vigas constituídas de concreto de classe C30 e C70 respeitou-se as proporções do perfil PCI AASTHO / I, e fez-se uma redução da área da seção transversal de 4 vezes a área da seção original. Já para os modelos constituídos de UHPFRC, além da redução de 4 vezes a área da seção transversal, adotou-se a espessura de 50 mm para a alma da seção resultando em uma redução de 4,5 vezes a seção original. Os modelos simulados contam somente com armadura ativa com dois cabos de protensão de  $\varnothing = 12,7$  mm, os modelos também não possuem estribos.

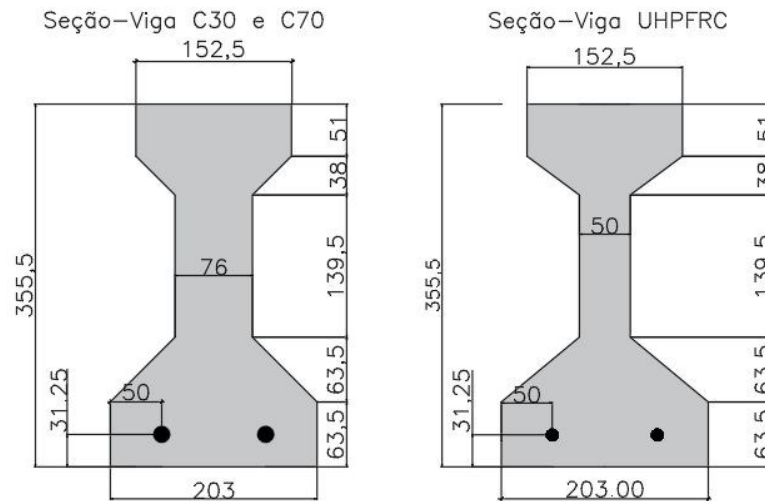
A figura (11) apresenta as dimensões das seções transversais dos modelos adotados em milímetros, com comprimento total de 4000 mm e vão livre de 3400 mm.

**Figura 10 – Dimensões da seção transversal do perfil PCI AASTHO / I**



**Fonte: Autoria própria (2021).**

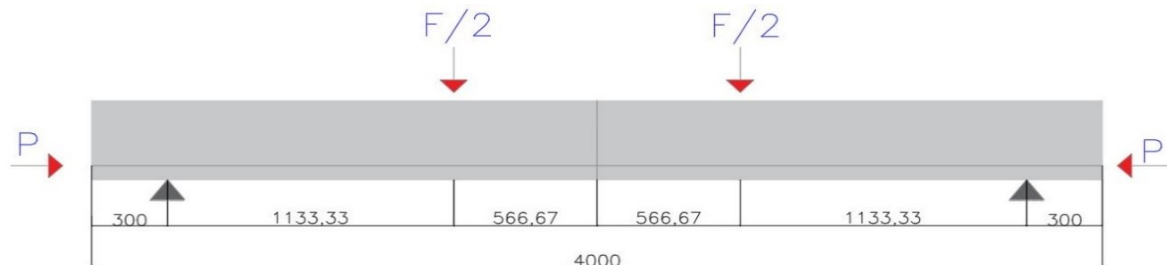
**Figura 11 – Modelo das seções estudadas**



Fonte: Autoria própria (2021).

Para obter-se as resistências dos modelos proposto, objetiva-se a simulação numérica através de um ensaio de flexão de 4 pontos monotônico. A Aplicação de força se deu em regime monotônico, aplicada à 56,67 cm do meio do vão, conforme esquematizado na figura 7.

**Figura 12 – Ensaio de flexão em 4 pontos**



Fonte: Autoria própria (2021).

Para aplicação da protensão utilizou-se o aço ASTM 270 ksi. A protensão foi aplicada como um carregamento pré-estabelecido. Para tanto, analisou-se a influência da protensão na força máxima das vigas em dois casos, primeiro com uma pré-tensão de 550 MPa, e a segunda com uma pré-tensão de 850 MPa.

## 6. MODELAGEM NUMÉRICA

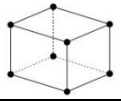

Neste capítulo realizou-se a descrição das características da modelagem numérica através do método dos elementos finitos (MEF), realizada através do *software Abaqus*<sup>®</sup>. Dentre os parâmetros da simulação, destaca-se os modelos constitutivos dos materiais, o modelo de dano, as malhas, as condições de contorno utilizadas, visando a consideração da não linearidade do concreto.

O estudo do comportamento estrutural através da modelagem numérica permite de forma rápida obter o comportamento do elemento em diversas situações, e comparar os resultados com modelos experimentais posteriormente.

### 6.1 Elementos de modelagem

Os modelos foram idealizados conforme o quadro (2).

Quadro 2 – Elemento da modelagem

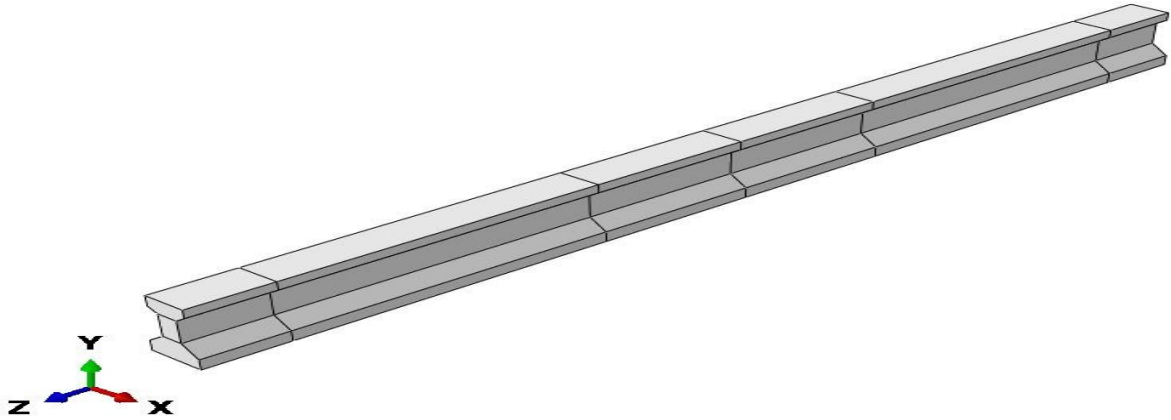
Parte	Dimensão Espacial	Tipo	Forma	Elemento Finito	Ilustração (Abaqus <sup>®</sup> )
Viga de Concreto	3D	Deformável	<i>Solid</i>	C3D8	
Aço $\phi$ 12,7 mm	3D	Deformável	<i>Wire - Truss</i>	T3D2	

Fonte: Autoria própria (2021).

### 6.2 Geometria dos modelos

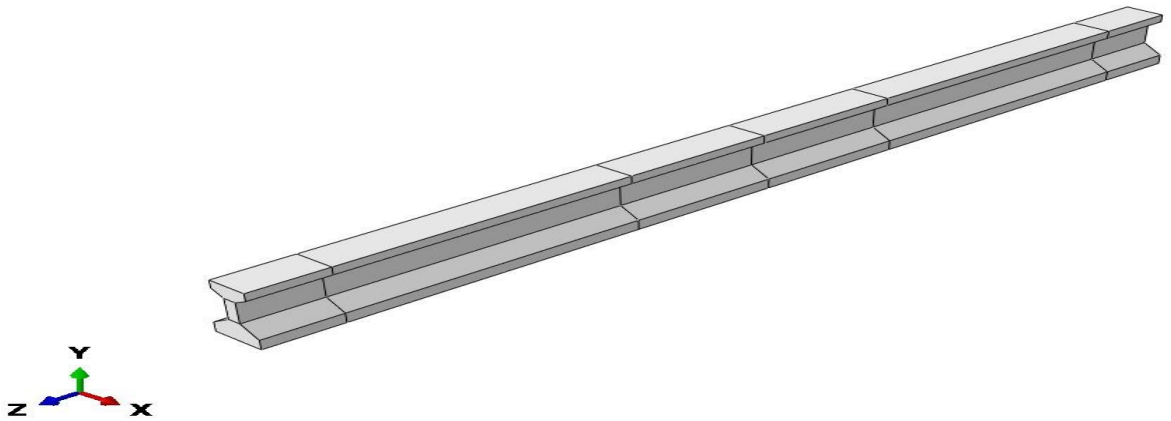
A geometria dos modelos é apresentada conforme ilustra a figura (13) e (14).

**Figura 13 – Vigas C30 e C70**



Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 14 – Viga UHPFRC**



Fonte: Autoria própria (2021).

### 6.3 Condições de contorno e carregamento

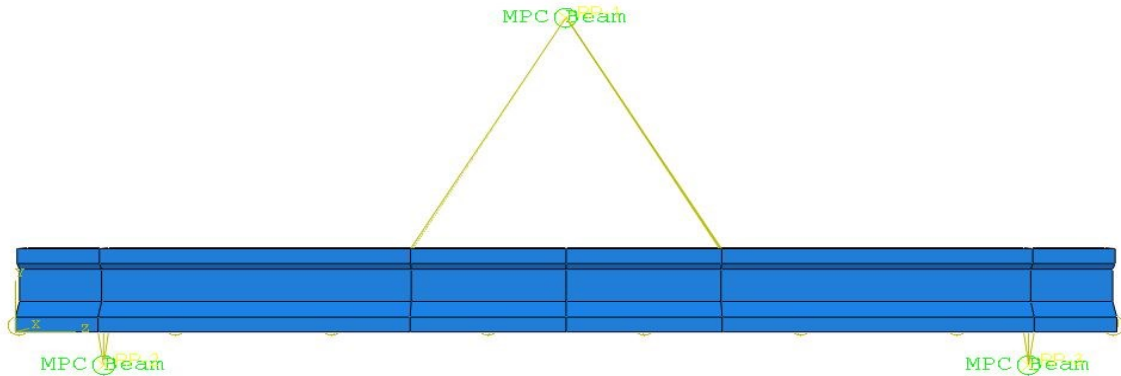
As condições de contorno e carregamento adotadas foram iguais para todos os modelos e seguiram o modelo adotado por GIDRÃO (2020). Os apoios foram simulados com pontos de referência ligados por barras MPC com rigidez infinita. Para a aplicação do deslocamento no eixo Y, determinou-se um ponto de referência no meio do vão livre da viga e associou com por barras MPC com rigidez infinita distando 56,67 cm do meio do vão da viga, conforme ilustra a figura (15).

As vigas são simétricas nos planos XY e YZ, o que permitiu considerar a condição de simetria de eixo longitudinal, visando reduzir o custo computacional das análises, conforme ilustra a figura (16).

A protensão foi aplicada em uma etapa anterior ao carregamento, analisou-se a influência da protensão na força máxima aplicada na viga, considerou-se uma pré-

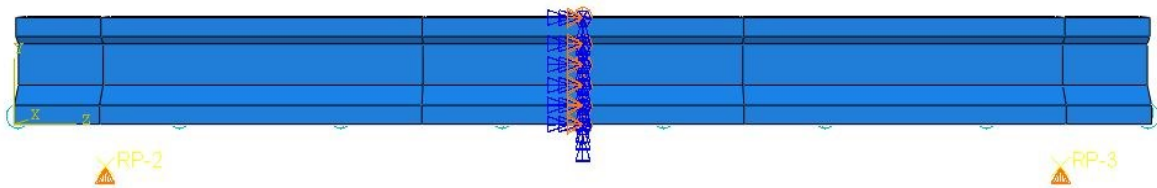
tensão de 550 MPa, e 850 MPa, a figura (17) ilustra a aplicação e orientação da protensão na viga.

Figura 15 – Esquema da ligação por barras MPC



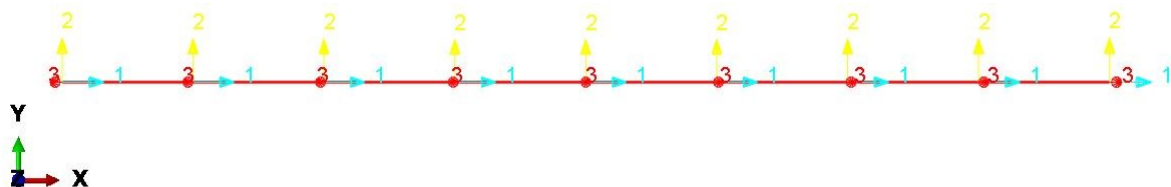
Fonte: Autoria própria (2021).

Figura 16 – Simetria adotada



Fonte: Autoria própria (2021).

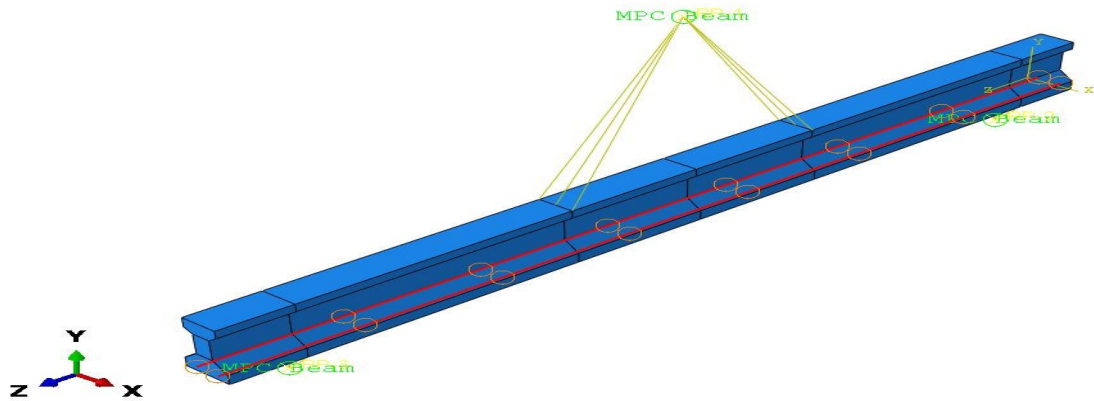
Figura 17 – Esquema de Protensão



Fonte: Autoria própria (2021).

## 6.4 Contato

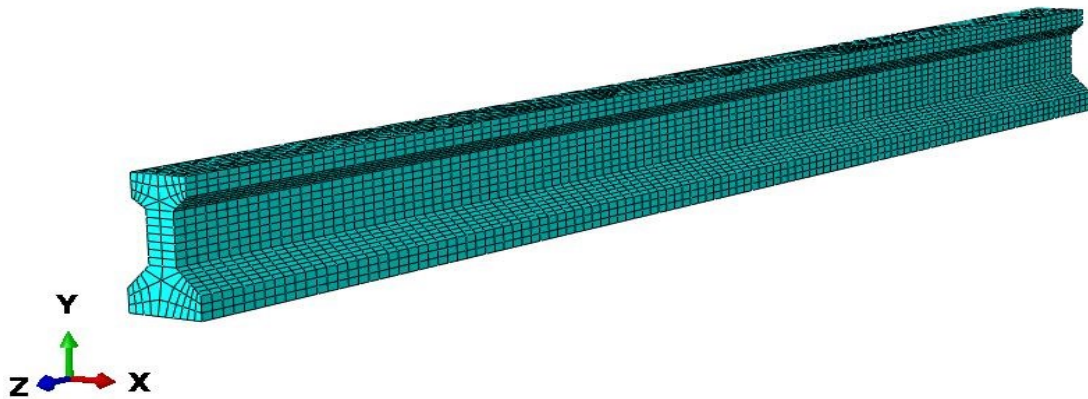
Os modelos analisados são formados por duas partes que interagem entre si, que são o concreto e o aço de protensão. Para simulação essa interação entre os materiais adotou-se o tipo de contato *Embedded Region*, disponível na biblioteca do Abaqus®, este contato simula a aderência perfeita entre os dois materiais, como ilustrado na figura (18).

**Figura 18 – Interação aço e concreto**

Fonte: Autoria própria (2021).

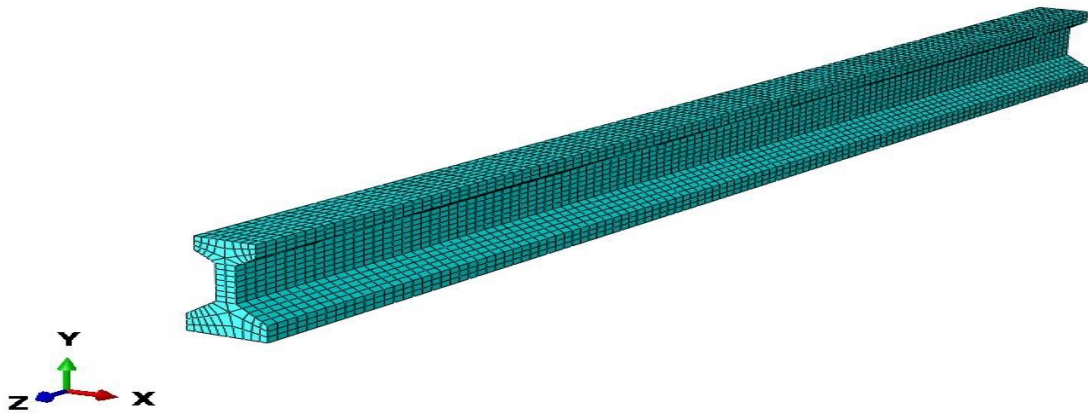
## 6.5 Malhas

Em todos os modelos de vigas foram adotadas malhas regulares com tamanho médio de 35 mm para evitar problemas de distorções nas malhas, principalmente próximo aos apoios e pontos de aplicação de deslocamento. As figuras (19) e (20) apresenta as malhas utilizadas.

**Figura 19 – Malha viga C30 e C70**

Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 20 – Malha viga UHPFRC**



**Fonte: Autoria própria (2021).**

## 7. MODELOS CONSTITUTIVO DOS MATERIAIS

Nesta seção, serão apresentados os modelos constitutivos dos materiais.

### 7.1 Modelo constitutivo do aço

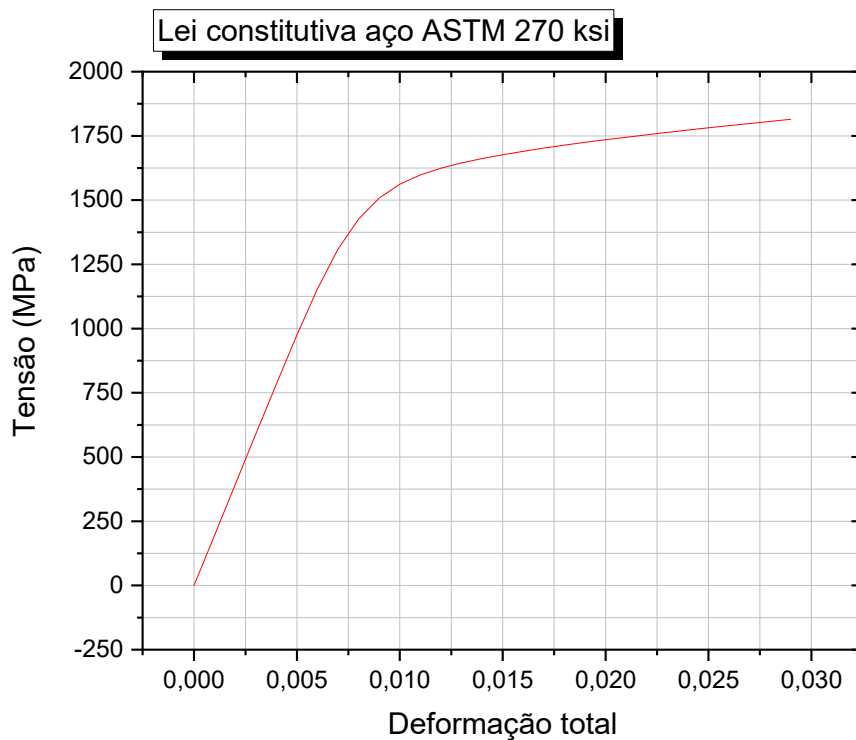
O quadro (3) apresenta os parâmetros de entrada para elasticidade do modelo. Enquanto a figura (21) apresenta a lei constitutiva para o aço ASTM 270 ksi, utilizado para armadura ativa nos modelos.

**Quadro 3 – Parâmetros de Elasticidade**

ASTM-270		
Módulo de Elasticidade	200000	N/mm
Coefficiente de Poisson	0,3	Adm.

Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 21 - Diagrama Tensão x Deformação**



Fonte: Autoria própria (2021).

### 7.2 Modelo constitutivo para o concreto



Nesta seção, serão apresentados os parâmetros de entrada e os modelos constituintes para compressão, tração e as leis de dano para a modelagem numérica. A calibração dos modelos foi realizada por GIDRÃO (2020) e adaptada para os modelos, e serão apresentados nas seções subsequentes os parâmetros de entrada dos modelos, as leis constituintes na tração e na compressão, assim como as leis de dano.

### 7.2.1 Parâmetros de entrada para leis constituintes

Os parâmetros de entrada para leis constitutivas e parâmetros de danos e plasticidade calibrado por GIDRAO (2020) para o modelo de UHPFRC, com malha de 35 mm, estão apresentados de forma resumida na tabela (2).

**Tabela 2 – Resumo das propriedades de leis constitutiva do UHPFRC**

Propriedade	Valor
$W_t(MPa)$	0,457
$I_p$	0,049
$\varepsilon_{0,c}$	0,005
$\varepsilon_{pico}$	0,000279
$E_0(GPa)$	40
$b_c$	0,7
$b_t$	0,3
$f_c(MPa)$	145
$f_{ct}(MPa)$	8,0
$\psi(^{\circ})$	50
$f_{c,0}/f_{b,c0}$	0,1
$K$	1,07
$\beta$	0,666
$k_1$ e $k_2$	1
Viscosidade	0,0001

Fonte: Adaptado Gidrão (2020, p.121).

Do mesmo modo, os parâmetros de entrada para leis constitutivas e parâmetros de danos e plasticidade para os modelos numéricos de concreto C30 e C70 foram calibrados por GIDRAO (2020), e estão apresentados de forma resumida na tabela (3).

**Tabela 3 – Resumo das propriedades de leis constitutiva**

Concreto C30		Concreto C70	
Propriedade	Valor	Propriedade	Valor
$Gf(N/mm)$	0,135	$Gf(N/mm)$	0,156
$w_1(mm)$	0,0596	$w_1(mm)$	0,0454
$w_2(mm)$	0,2682	$w_2(mm)$	0,2045
$\varepsilon_{pico}$	0,00007	$\varepsilon_{pico}$	0,00008
$E_0(GPa)$	27,53	$E_0(GPa)$	35,5
$b_c$	0,7	$b_c$	0,7
$b_t$	0,3	$b_t$	0,3
$f_c(MPa)$	30	$f_c(MPa)$	70
$f_{ct}(MPa)$	1,81	$f_{ct}(MPa)$	2,76
$\psi(^{\circ})$	35	$\psi(^{\circ})$	35
$m$	0,1	$m$	0,1
$f_{c,0}/f_{b,c0}$	1,16	$f_{c,0}/f_{b,c0}$	1,16
$K$	0,6667	$K$	0,6667
Viscosidade	0,00001	Viscosidade	0,00001

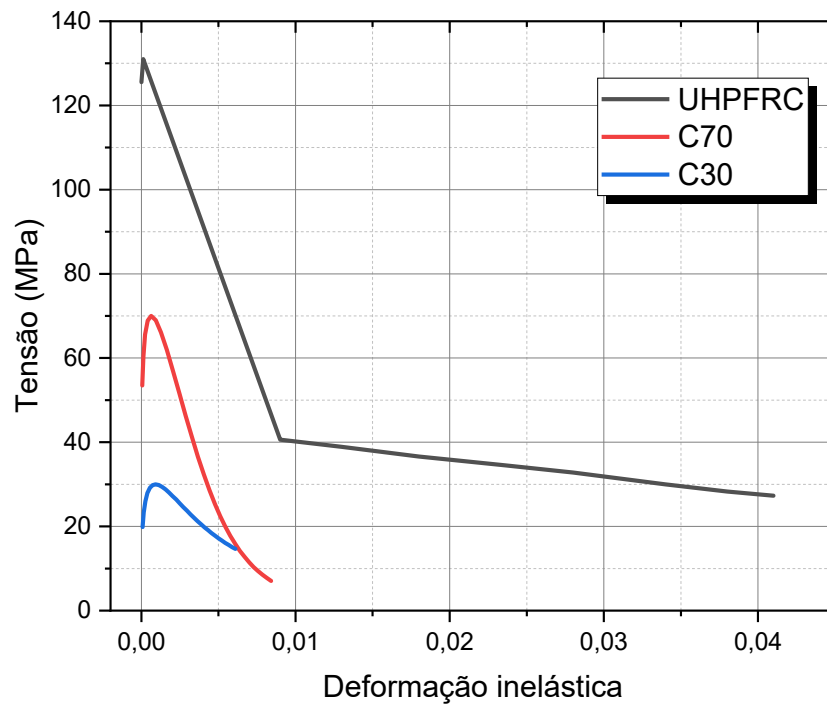
Fonte: Adaptado Gidrão (2020, p.121).

### 7.2.2 Lei constitutiva e lei de dano na compressão

O comportamento constitutivo do concreto na compressão foi determinado seguindo o modelo de CARREIRA e CHU (1985). Adotou-se a lei de dano de BIRTEL e MARK (2006) com coeficiente  $b_c = 0,7$ .

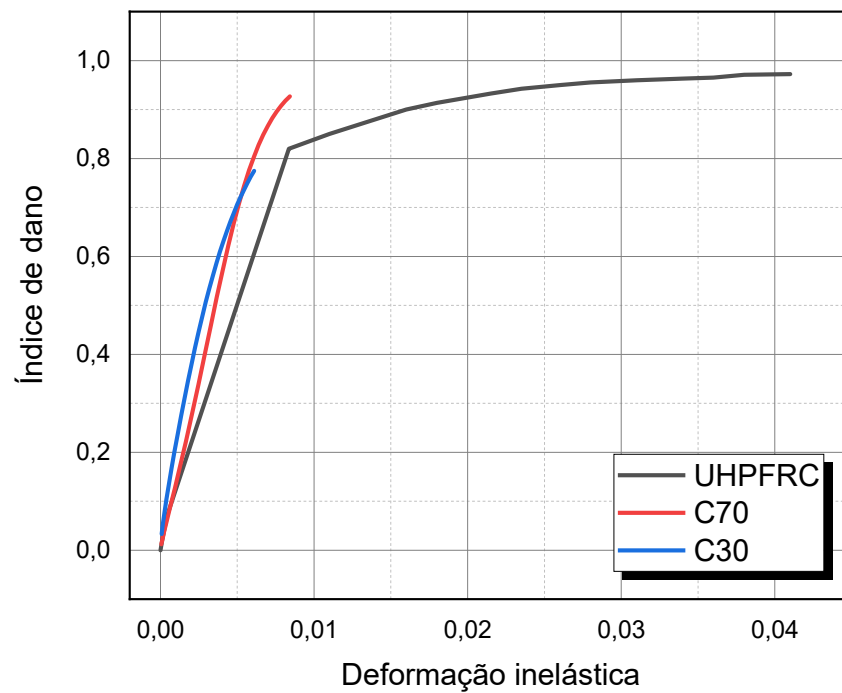
A figura (22) apresenta a lei constitutiva calibrada para compressão e a figura (23) apresenta a lei de dano para compressão.

**Figura 22 – Lei constitutiva calibrada para compressão**



Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 23 – Lei de dano calibrada para compressão**



Fonte: Autoria própria (2021).

### 7.2.3 Lei constitutiva e lei de dano na tração

Para o comportamento de tração do utilizou-se o comportamento constitutivo de Krahl (2018), calibrado por GIDRÃO (2020) e a lei de dano de BIRTEL e MARK (2006) com coeficiente  $b_t = 0,3$  e corrigiu a influência para malhas de 35 mm para o UHPFRC, pois como o volume da viga de UHPFRC é menor que nos modelos constituídos de concreto classe C30 e C70, é necessário essa correção, que multiplica as deformações calibradas pelo fator proporcional que considera o tamanho da largura de banda das malhas, conforme a equação (37) abaixo:

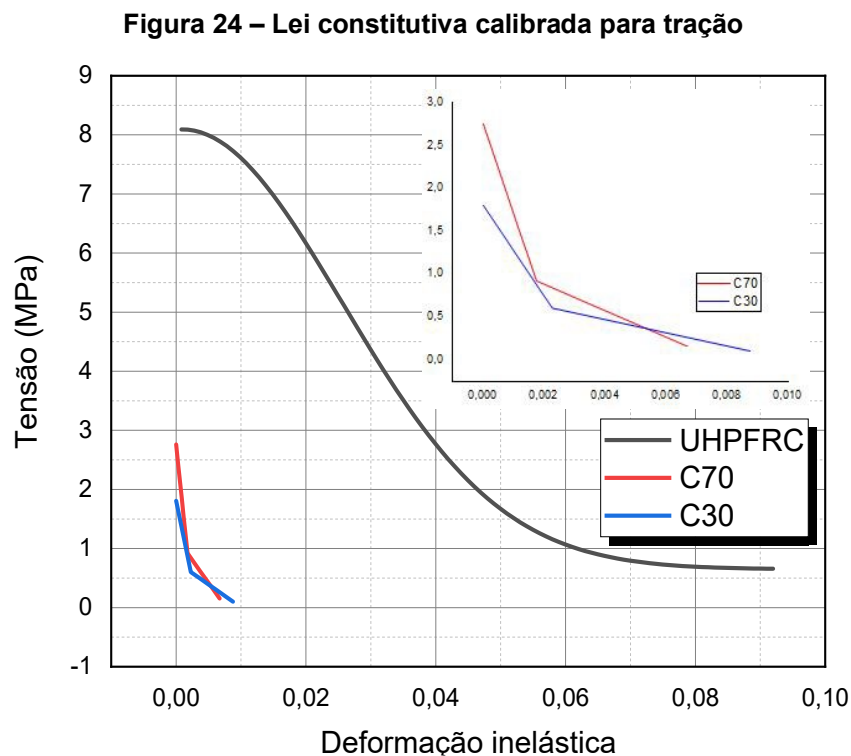
$$L_c = \sqrt[3]{V_{el}} \quad \text{Equação 37}$$

Onde:

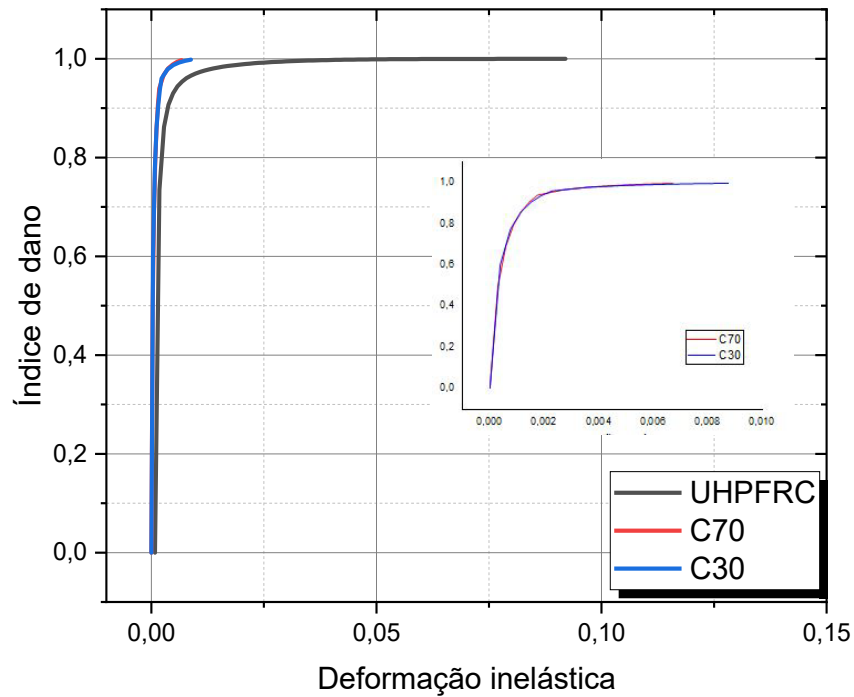
$L_c$  = largura de banda das malhas;

$V_{el}$  = volume do elemento finito.

A figura (24) apresenta a lei constitutiva calibrada para tração e a figura (25) apresenta a lei de dano para tração.



**Figura 25 – Lei de dano calibrada para tração**



Fonte: Autoria própria (2021).

### 7.3 Considerações para simulação no *Abaqus*

Para a análise estática geral, foram utilizados incremento mínimos  $1E-10$  e máximos de 0,05, com número máximo de incrementos de  $1E9$ . Adotou-se um *step* de protensão, e um *step* de carregamento. Para critério de parada, a simulação foi realizada até atingir o deslocamento máximo ou até o incremento mínimo for menor que  $1E-10$ .

## 8 MODELO ANALÍTICO DAS VIGAS SIMULADAS

Para validação dos resultados numéricos foi utilizado um código computacional implementado em MATLAB, desenvolvido por Gidrão (2020), e adaptado para os modelos numéricos analisados. As equações apresentadas na seção 3.4.1 são implementadas no código e são utilizadas para estimar os valores de momento fletor máximo resistente na seção transversal das vigas.

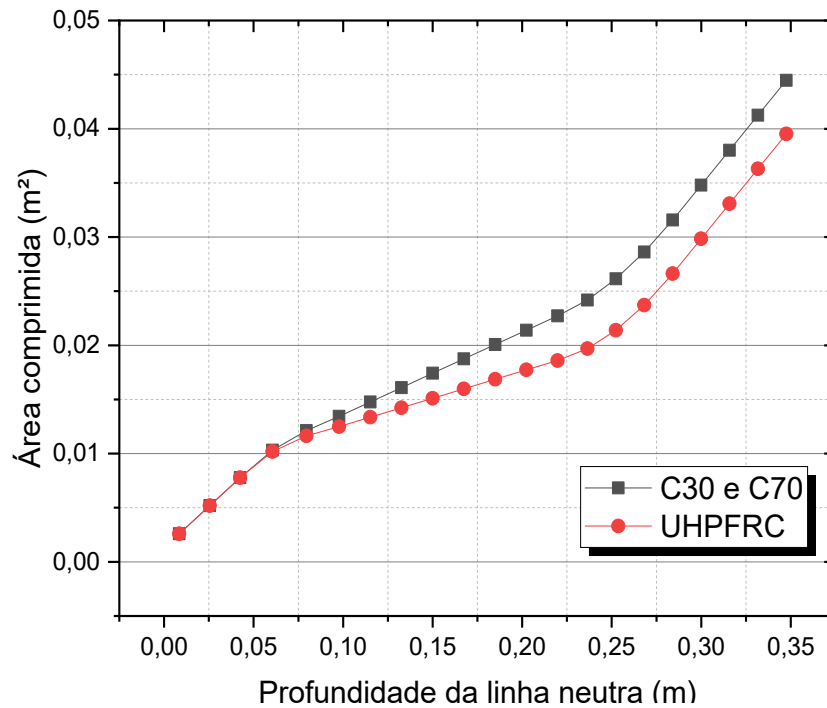
A tabela (4) apresenta os dados de entrada no código com as propriedades dos materiais, a força de pré-tensão, e os parâmetros de forma da seção transversal. A figura (26) apresenta a lei geométrica da seção transversal das vigas C30, C70 e UHPFRC, correlacionando a profundidade da linha neutra com a área comprimida da seção, utilizou-se o *software* AutoCAD 2022 para fazer os cálculos das áreas das seções.

**Tabela 4 – Parâmetros de entrada**

Parâmetro	C30 – P550	C70 – P550	UHPFRC – P550	C30 – P850	C70 – P850	UHPFRC – P850
$f_c(MPa)$	30	70	145	30	70	145
$f_{ct}(MPa)$	1,81	2,76	8,01	1,81	2,76	8,01
$f_{p,u}(MPa)$	1860	1860	1860	1860	1860	1860
$F_p(MPa)$	550	550	550	850	850	850
$\phi_{fios,prot.}(mm)$	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7
Número de barras de protensão	2	2	2	2	2	2
$A_{total}(m^2)$	0,045	0,045	0,0395	0,045	0,45	0,0395
$\varepsilon_{ci}(GPa)$	27,53	35,5	40,0	27,53	35,5	40,0
$\varepsilon_s(GPa)$	198	198	198	198	198	198
Altura da viga(mm)	355,5	355,5	355,5	355,5	355,5	355,5

**Fonte: Autoria própria (2021).**

Figura 26 – Lei geométrica



Fonte: Autoria própria (2021).

A tabela (5) apresenta os valores obtidos das forças resultantes atuantes na seção transversal dos modelos.

Tabela 5 – Balanço de forças na seção transversal

Vigas	$R_{cc}$ (kN)	$R_{cc,lim}$ (kN)	$R_{ct}$ (kN)	$R_{ct,lim}$ (kN)	$R_{st}$ (kN)	$R_{st,lim}$ (kN)	$x$ (m)	$x_{lim}$ (m)
C30 – P550	255,62	143,72	0	0	255,62	402,71	0,1451	0,0553
C70 – P550	405,66	417,31	0	0	402,71	402,71	0,01	0,0774
UHPFRC – P550	548,20	1021,8	146,6	116,63	402,71	402,71	0,0411	0,1297
C30 – P850	288,86	143,72	0	0	288,86	409,16	0,1743	0,0553
C70 – P850	408,99	417,31	0	0	409,16	409,16	0,0749	0,0774
UHPFRC – P850	554,83	1021,8	146,18	116,63	409,16	409,16	0,0417	0,1297

Fonte: Autoria própria (2021).

Portanto, pode-se determinar os valores dos momentos resistentes na seção, os valores obtidos estão dispostos na tabela (6).

**Tabela 6 – Momentos resistentes da seção**

Vigas	Domínio de cálculo	$M_{rd}$ (kN m)
C30 – P550	III	72,12
C70 – P550	III	88,06
UHPFRC – P550	II	221,59
C30 – P850	III	78,69
C70 – P850	III	89,283
UHPFRC – P850	II	247,43

Fonte: Autoria própria (2021).

Por fim, com os momentos resistentes obtidos pode-se calcular a força máxima que pode ser aplicada nos modelos considerando um ensaio de flexão à quatro pontos. A tabela (7), apresenta os valores obtidos para força máxima analítica.

**Tabela 7 – Força máxima analítica**

Vigas	$F_{m\acute{a}x,anal.}$ (kN)	$P_{protens\~{a}o}$ (MPa)
C30 – P550	63,59	550
C70 – P550	77,65	550
UHPFRC – P550	195,52	550
C30 – P850	69,39	850
C30 – P850	78,73	850
UHPFRC – P850	218,19	850

Fonte: Autoria própria (2021).



## 9 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção apresenta os resultados e discussões desse trabalho, proveniente da modelagem numéricas das vigas protendidas I, da análise dos resultados analíticos, e da análise de imagem (danos causados nos modelos).

### 9.1 Resultado numérico da simulação do ensaio de flexão

A tabela (8) apresenta os casos analisados neste trabalho, assim como a identificação, o tipo de material, o volume de fibras considerado para calibração, e a pré-tensão utilizada em cada análise.

**Tabela 8 – Modelos simulados**

ID	Nome	Material	$V_f$ (%)	$P$ (MPa)
01	C30 – P550	C30	0	550
02	C70 – P550	C70	0	550
03	UHPFRC – P550	UHPFRC	2	550
04	C30 – P850	C30	0	850
05	C30 – P850	C70	0	850
06	UHPFRC – P850	UHPFRC	2	850

**Fonte: Autoria própria (2021).**

A tabela (9) apresenta a força de pico, o deslocamento máximo no meio do vão, e a pré-tensão adotada para cada modelo. Da tabela, destaca-se as vigas constituídas de UHPFRC que apresentaram vantagem tanto em relação a força máxima aplicada quanto ao deslocamento máximo independente da força de protensão aplicada.

Das figuras (27) e (28), nota-se que a força máxima aplicada nas vigas constituídas de C30 e C70 representam, respectivamente, 32,3% e 37,1% da força máxima aplicada nas vigas de UHPFRC, ou seja, uma redução de 67,7 % para viga C30 e 62,9% para viga C70.

Para as vigas C30 e C70, observa-se o deslocamento de pico em torno de 13,5 mm, para pré-tensão de 550 MPa, valor 80% menor, se comparado com a viga

UHPFRC. No entanto, quando se aplica a protensão de 850 MPa esse valor chega a ser 90% menor.

O acréscimo da força de protensão para 850 MPa, representou um aumento na força máxima de 6,3% para viga C30, 11,6 % para viga C70, e 2,9% para viga de UHPFRC.

Por fim, vale destacar que os modelos constituídos de UHPFRC apresentam redução de 11,19% do volume em relação aos modelos C30 e C70.

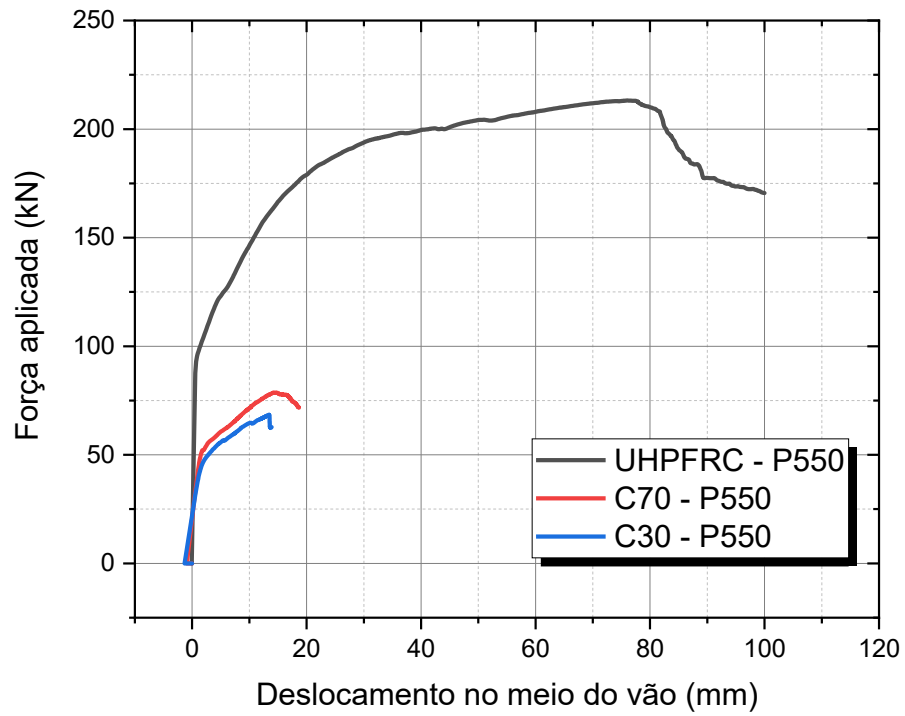
**Tabela 9 – Força máxima aplicada e deslocamento de pico**

ID	Nome	$F_{max,num} (kN)$	$P(MPa)$	$\delta_{pico} (mm)$
01	C30 – P550	68,48	550	13,43
02	C70 – P550	78,66	550	14,29
03	UHPFRC – P550	211,76	550	77,19
04	C30 – P850	72,79	850	8,16
05	C30 – P850	87,79	850	9,79
06	UHPFRC – P850	217,92	850	82,66

**Fonte: Autoria própria (2021).**

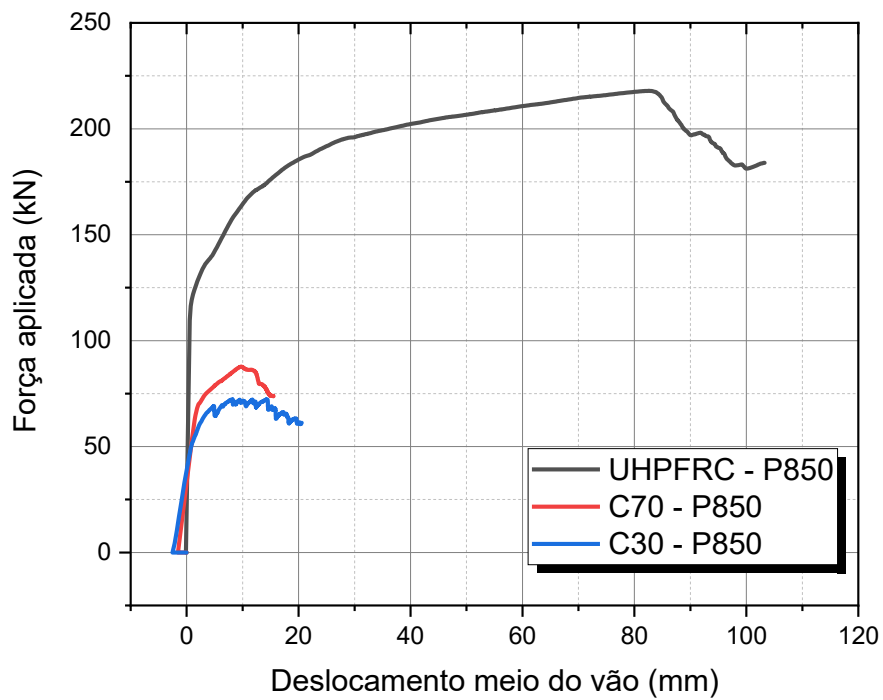
As figuras (27) e (28) apresentam os diagramas do comportamento de força x deslocamento para os casos analisados, submetido ao carregamento monotônico de flexão, com força de proteção de 550 MPa e 850 MPa, respectivamente.

**Figura 27 – Diagrama de força x deslocamento para pré-tensão de 550 MPa**



Fonte: Autoria própria (2021).

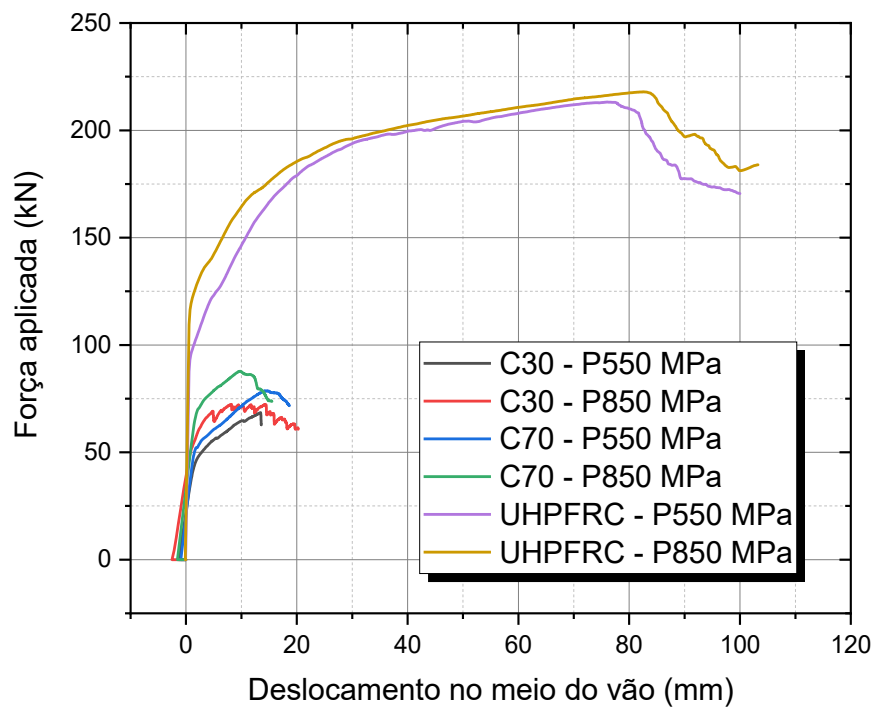
**Figura 28 – Diagrama de força x deslocamento para pré-tensão de 850 MPa**



Fonte: Autoria própria (2021).

A figura (29) apresenta o diagrama de força x deslocamento dos modelos numéricos analisados variando a força de pré-tensão  $P = 550$  MPa, e  $850$  MPa. Da figura, pode-se observar que a força de pré-tensão tem influência sobre o momento de fissuração dos modelos. No entanto, nota-se que a influência da pré-tensão sobre a força máxima aplicada no modelo de UHPFRC não teve aumento significativo.

**Figura 29 – Diagrama de força x deslocamento variando a protensão**



Fonte: Autoria própria (2021).

## 9.2 Resultado do modelo analítico de flexão

A tabela (10) apresenta a força máxima obtida pelo modelo analítico de dimensionamento à flexão.

**Tabela 10 – Resultados analítico**

ID	Nome	$F_{max,an}(kN)$	$P(MPa)$
01	C30 – P550	63,59	550
02	C70 – P550	77,65	550
03	UHPFRC – P550	195,52	550
04	C30 – P850	69,39	850
05	C30 – P850	78,73	850
06	UHPFRC – P850	218,19	850

**Fonte: Autoria própria (2021).**

A tabela (11), apresenta os valores da força máxima obtidos nos modelos analítico ( $F_{máx.,an}$ ) e correlaciona com os valores dos modelos numéricos simulados ( $F_{máx.,num}$ ). Da tabela, pode-se observar que os valores de força máxima foram próximos, apresentando erro máximo de 10,3 % para a viga C70 – P850.

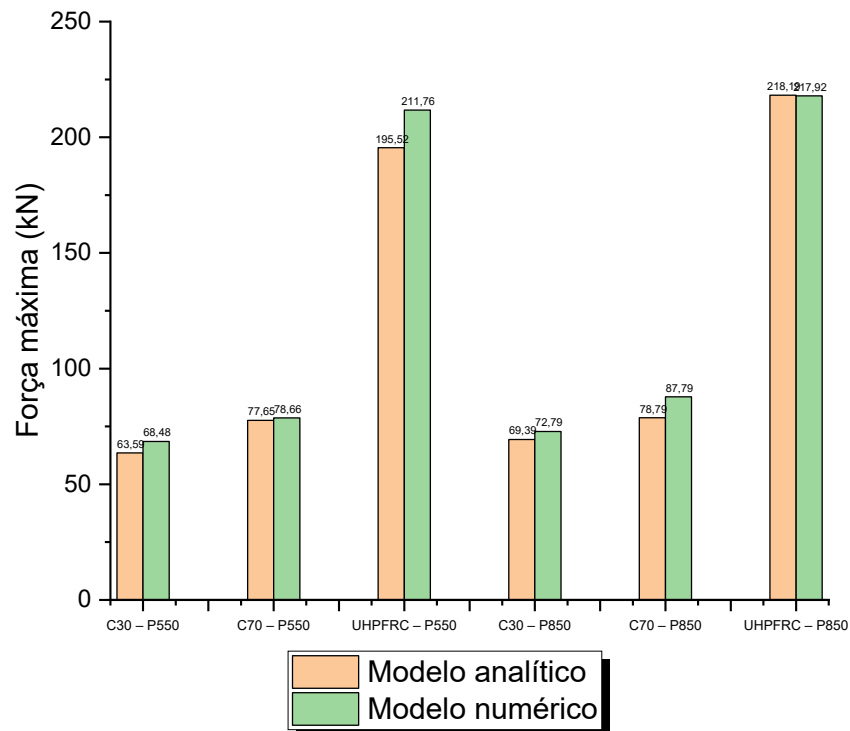
**Tabela 11 – Correlação dos valores analíticos e numéricos**

ID	Nome	$F_{max,an}(kN)$	$F_{max,num}(kN)$	$\frac{F_{max,an}}{F_{max,num}}$
01	C30 – P550	63,59	68,48	0,93
02	C70 – P550	77,65	78,66	0,987
03	UHPFRC – P550	195,52	211,76	0,923
04	C30 – P850	69,39	72,79	0,953
05	C30 – P850	78,73	87,79	0,8967
06	UHPFRC – P850	218,19	217,92	0,929

**Fonte: Autoria própria (2021).**

A figura (30) correlaciona os valores da força máxima analítica obtida através do momento resistente analítico da seção e a força máxima numérica obtida através da simulação dos modelos no *Abaqus*®.

**Figura 30 – Comparação das forças máximas obtidas pelos modelos numérico e analítico**



Fonte: Autoria própria (2021).

### 9.3 Resposta dos modelos numéricos ao dano

Nesta seção serão apresentadas as imagens das respostas dos modelos numéricos para os danos devido a tração, para as condições de força de proteção aplicada de 550 MPa e 850 MPa, nas seguintes etapas:

- Situação inicial da viga antes do carregamento;
- Primeiro aparecimento de formação de fissuras;
- Padronização do modelo de ruptura da peça; e
- Estado final estrutura colapsada.

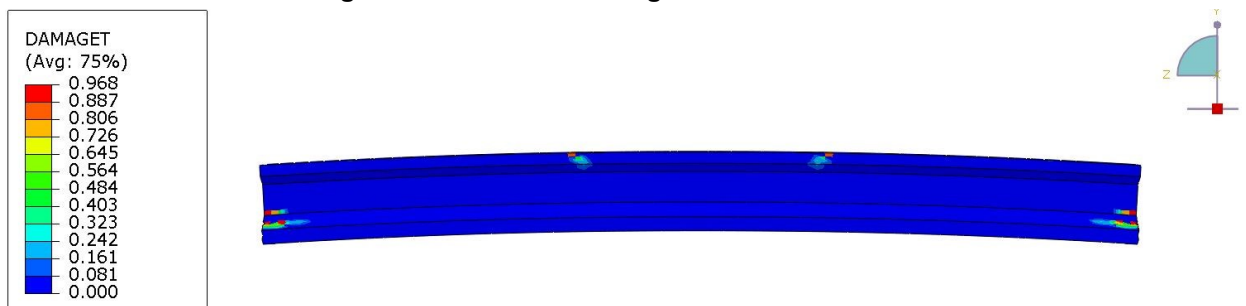
#### 9.3.1 Resposta ao dano nas vigas C30 e C70

Nesta seção serão apresentadas as imagens dos danos causados para força de pré-tensão de 550 MPa e 850 MPa

##### 9.3.1.1 Viga C30 – P550 e C70 – P550

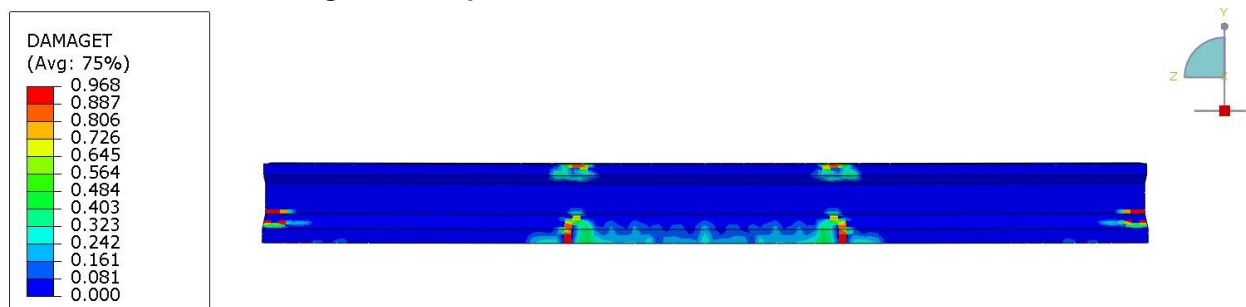
Observa-se nas figuras (31) e (35), que próximo a região da ancoragem e nos locais de aplicação de deslocamento pequenos danos devido a pré-tensão aplicada, que não apresentam propagação nas próximas etapas. As figuras (32) e (36), nota-se a formação das primeiras fissuras no ponto inferior da viga nos pontos de aplicação de carga. A figura (33) e (37), apresenta o começo do padrão do modo de ruptura. As figuras (34) e (38) apresenta a peça colapsada como pode-se observar a faixa em vermelho na diagonal representando o dano causado na região e modo de falha por cisalhamento, tal como era de se esperar, pois a baixa resistência à tração dos concretos e a falta de estribos contribuíram para essa falha.

**Figura 31 – Início do carregamento C30 – P550**



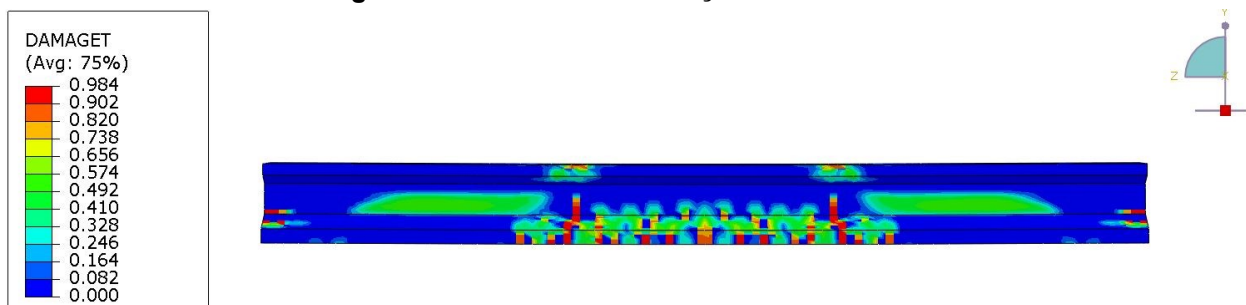
Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 32 – Aparecimento de fissuras C30 – P550**



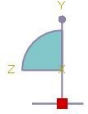
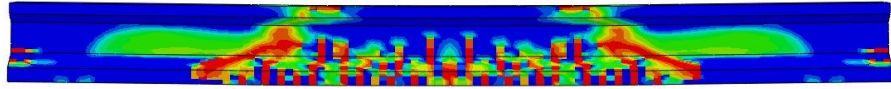
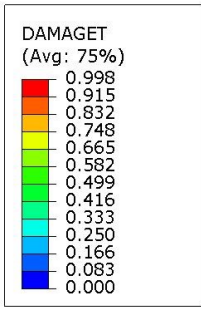
Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 33 – Padrão de fissuração C30 – P550**



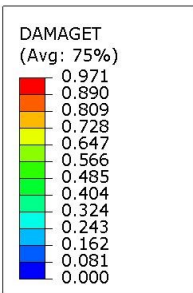
Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 34 – Estrutura colapsada C30 – P550**



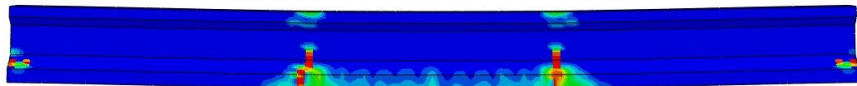
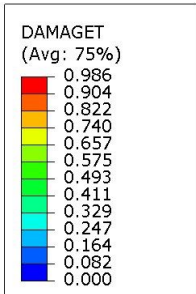
Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 35 – Início do carregamento C70 – P550**



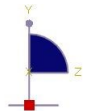
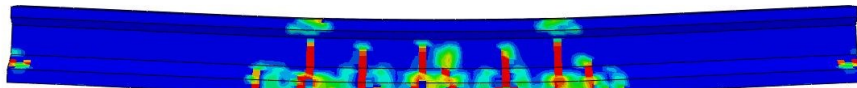
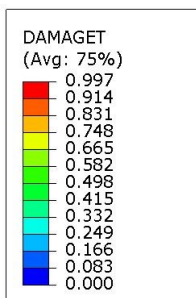
Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 36 – Aparecimento de fissuras C70 – P550**



Fonte: Autoria própria (2021).

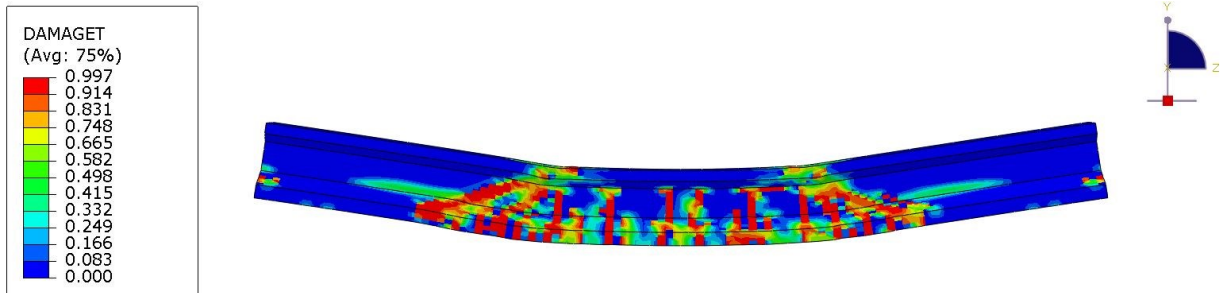
**Figura 37 – Padrão de fissuração C70 – P550**



Fonte: Autoria própria (2021).



**Figura 38 – Estrutura colapsada C70 – P550**



Fonte: Aatoria própria (2021).

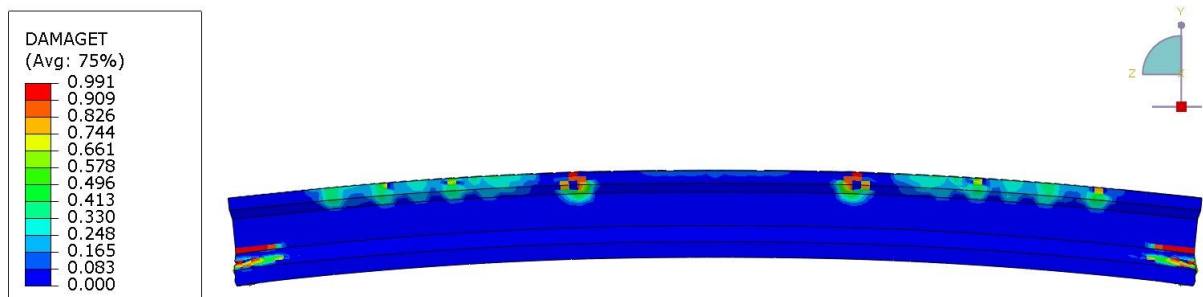
### 9.3.1.2 Viga C30 – P850 e C70 – P850

Os modos de falha nesses modelos foram os mesmos apresentados no item 9.3.1.1 por cisalhamento como pode ser observado nas figuras (42) e (46).

Na figura (39), observa-se que houve danos causados na parte superior da viga C30 – P850 devido ao aumento da força de pré-tensão, o que é aceito, por ser um concreto C30, com resistência a tração muito baixa, já na viga C70 – P850 como mostra a figura (43), não temos esses danos devido a compressão por ser um concreto com uma resistência maior em relação ao C30.

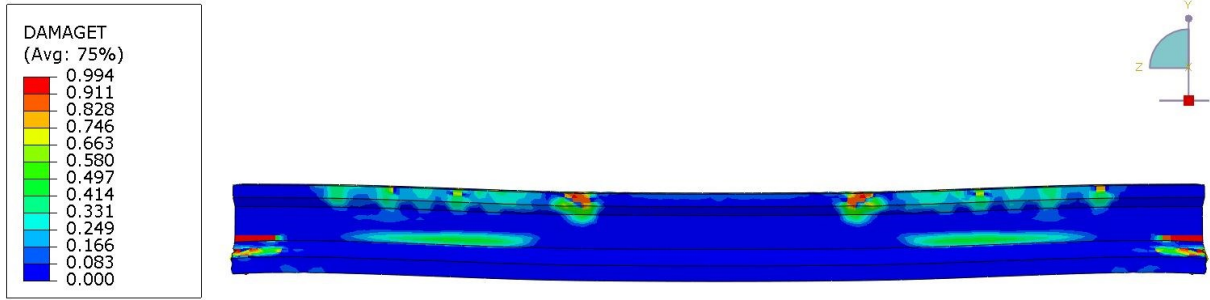
Com o aumento da força de pré-tensão torna-se mais evidente o modo de falha por cisalhamento, como pode ser observado na figura (43) e (46).

**Figura 39 – Início do carregamento C30 – P850**



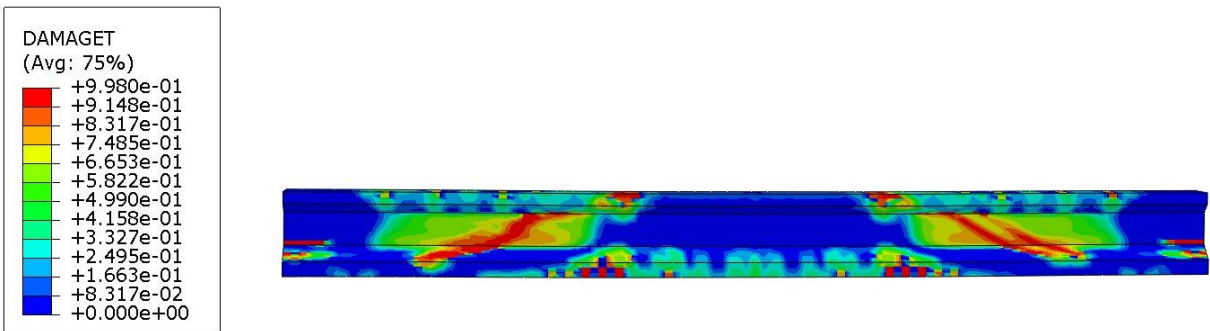
Fonte: Aatoria própria (2021).

Figura 40 – Aparecimento de fissuras C30 – P850



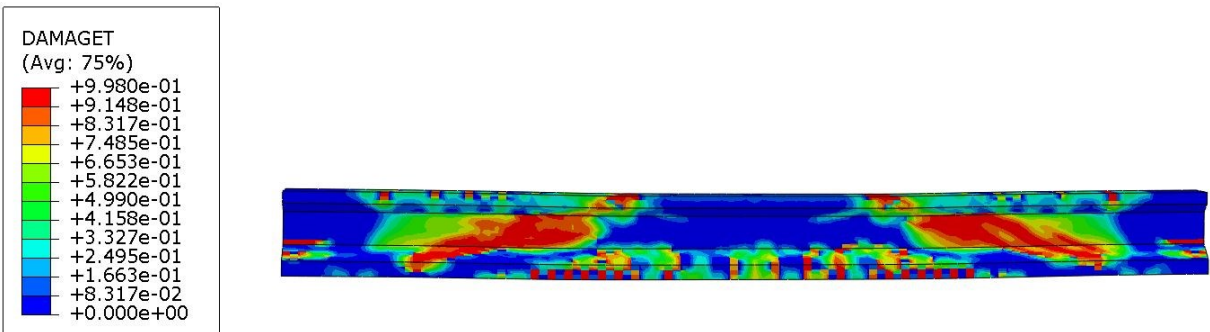
Fonte: Autoria própria (2021).

Figura 41 – Padrão de fissuração C30 – P850



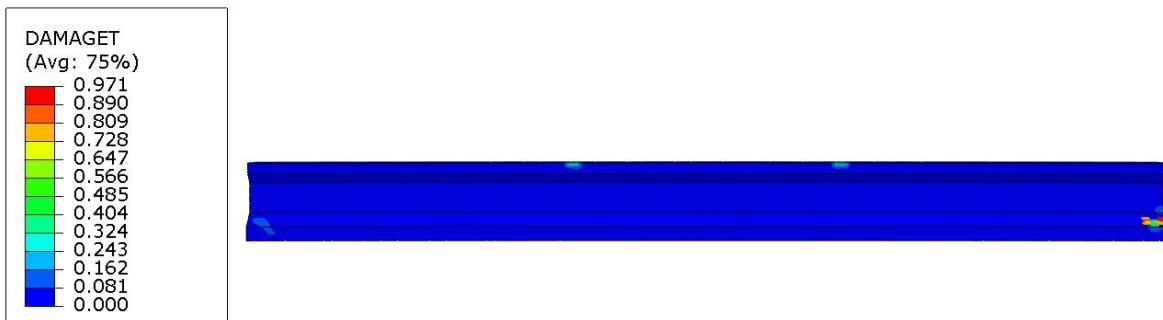
Fonte: Autoria própria (2021).

Figura 42 – Estrutura colapsada C30 – P850



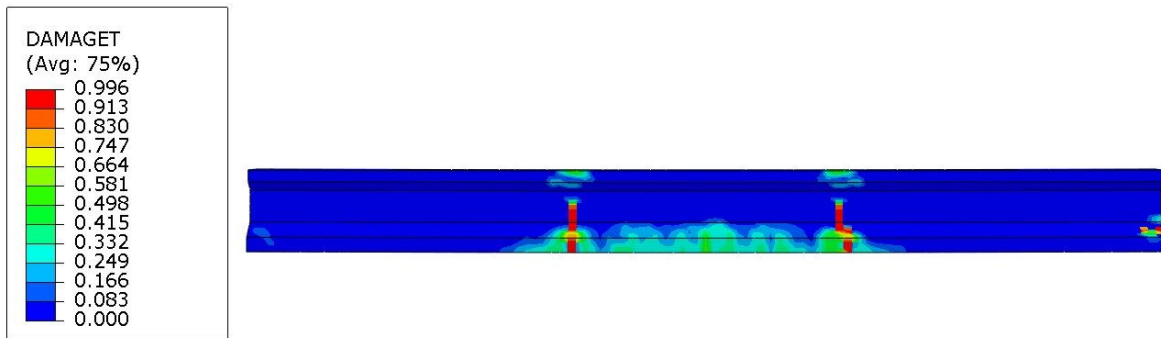
Fonte: Autoria própria (2021).

Figura 43 – Início do carregamento C70 – P850



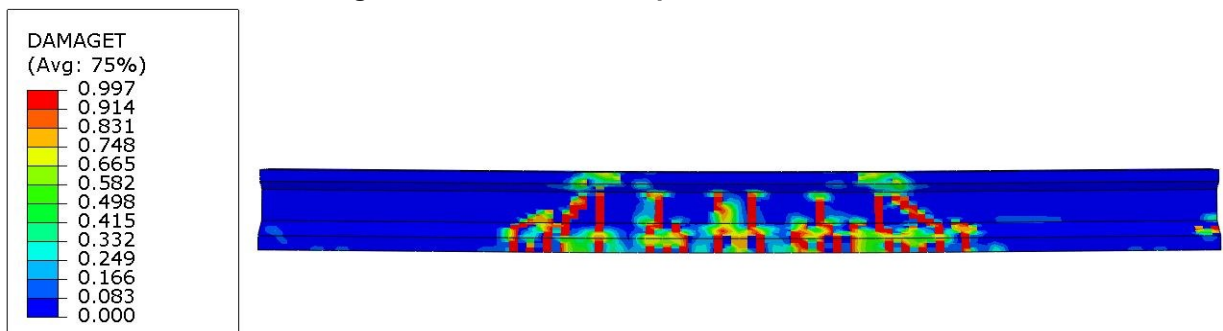
Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 44 – Aparecimento de fissuras C70 – P850**



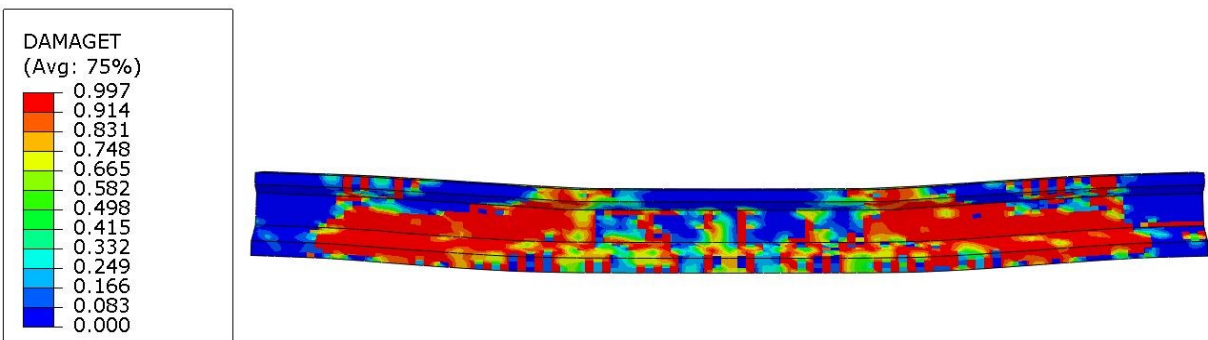
Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 45 – Estrutura colapsada C70 – P850**



Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 46 – Estrutura colapsada C70 – P850**



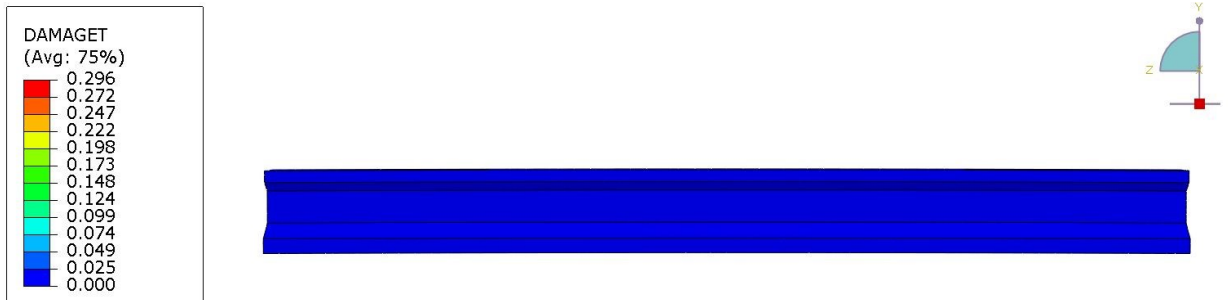
Fonte: Autoria própria (2021).

### 9.3.2 Resposta ao dano nas vigas de UHPFRC

Para os as vigas de UHPFRC – P550 e UHPFRC – P850 observa-se nas figuras (47) e (51) que não aparecem danos nas regiões próxima a ancoragem e regiões de apoio como eram observados nas vigas de concreto C30 e C70. Nas figuras (48) e (52), observa-se a fissura se formando no meio do vão da viga indicativo do modo de falha à flexão. Já nas figuras (49) e (53) pode ser observado o efeito das fibras no concreto fazendo com que as tensões de tração sejam distribuídas em torno

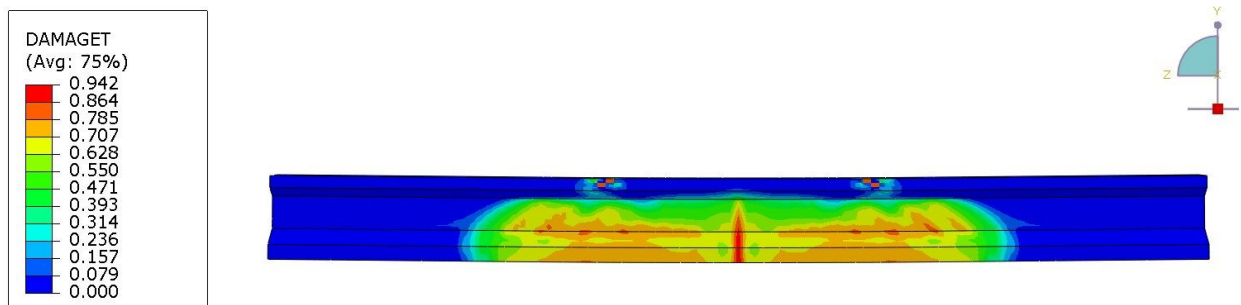
das regiões de concentração dos esforços, pois como as fibras são dispersas no concreto com orientação aleatória elas contribuem para que ocorra a transferência de esforço por toda a região. Por fim, nas figuras (50) e (54) observa-se o modo de falha misto, ou seja, tanto o modo de falha à flexão quanto de cisalhamento contribui para o colapso da viga.

**Figura 47 – Início do carregamento UHPFRC - 550**



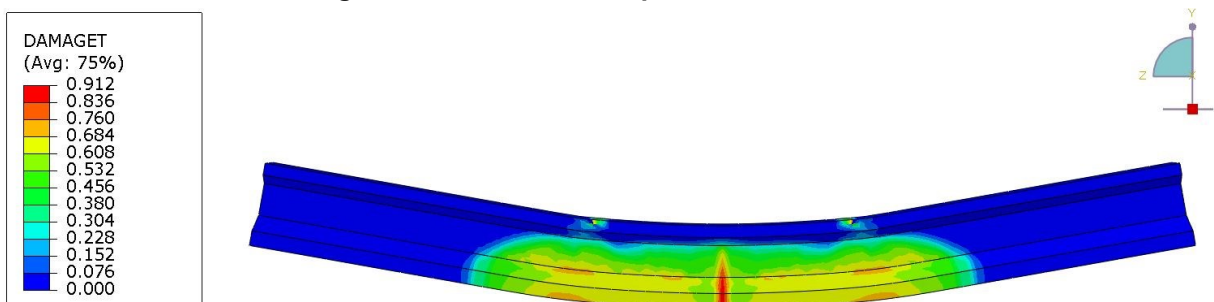
Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 48 – Aparecimento de fissuras UHPFRC - 550**



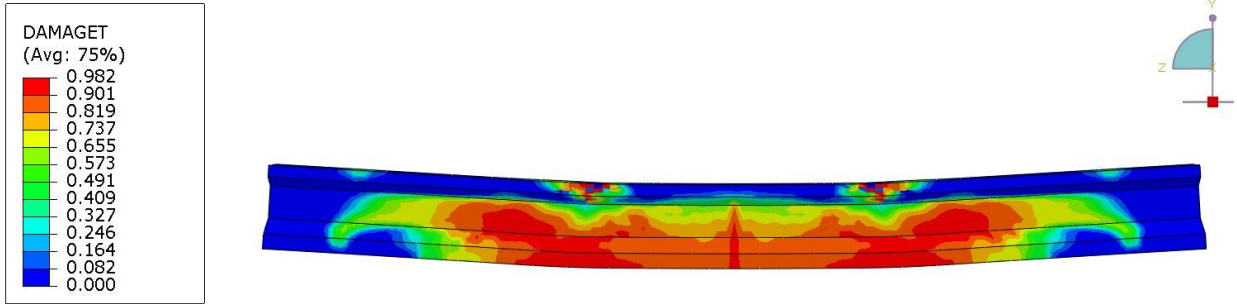
Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 49 – Estrutura colapsada UHPFRC - 550**



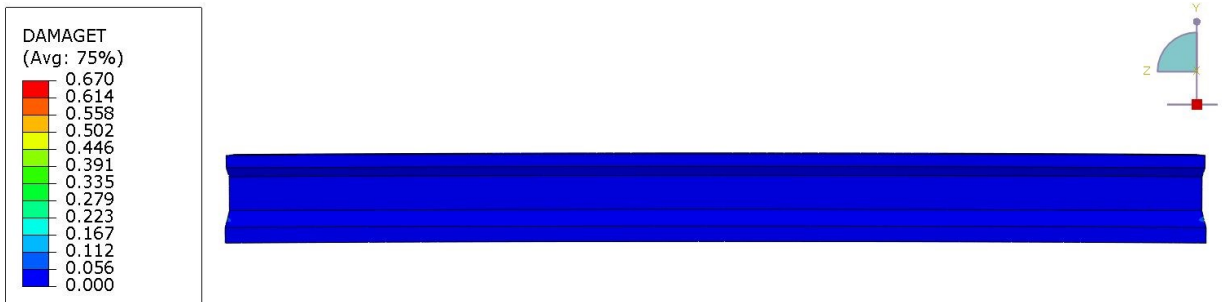
Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 50 – Estrutura colapsada UHPFRC - 550**



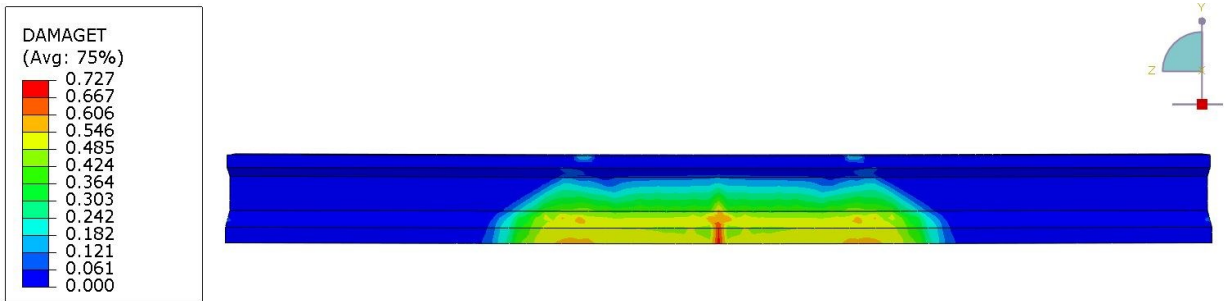
Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 51 – Início do carregamento UHPFRC - 850**



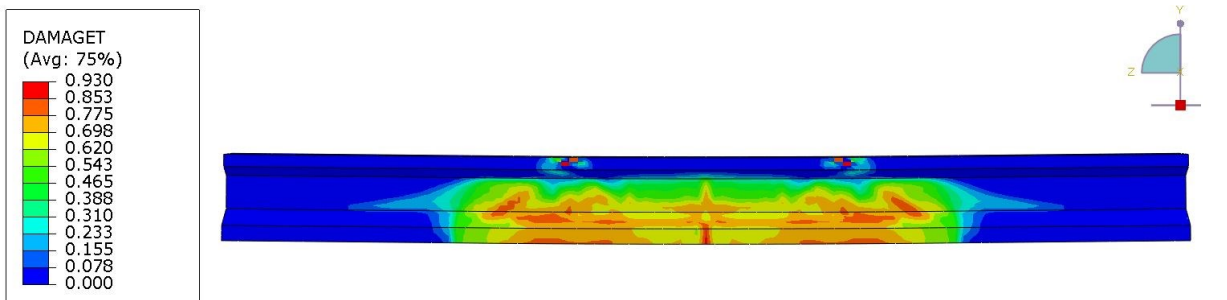
Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 52 – Aparecimento de fissuras UHPFRC - 850**

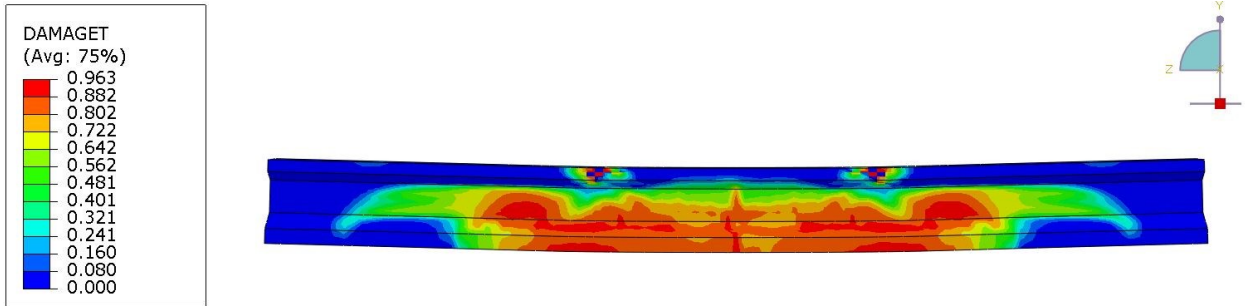


Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 53 – Estrutura colapsada UHPFRC - 850**



Fonte: Autoria própria (2021).

**Figura 54 – Estrutura colapsada UHPFRC - 850**

Fonte: Aatoria própria (2021).

## 10 CONCLUSÃO

Neste capítulo serão apresentadas as conclusões sobre os resultados da simulação numérica dos modelos de vigas I protendidas constituídas de concreto de ultra alto desempenho reforçado por fibras (UHPFRC), e concretos de classe C30 e C70. Com objetivo de formalizar um estudo comparativo do UHPFRC com concretos de classes C30 e C70, foi aplicado um carregamento monotônico de flexão ao perfil PCI AASHTO / TIPO I reduzido com 2 cabos de protensão, e foi realizada uma análise variando a força de pré-tensão nos modelos.

A partir da discussão dos resultados obtidos pode-se concluir que as previsões analíticas para momento fletor apresentaram valores de resistência próximo aos modelos numéricos o que demonstra precisão dos modelos constituintes calibrados por Gidrão (2020) e validam os resultados numéricos obtidos. Sobre a resistência das vigas, os valores apresentados pelos modelos constituídos de UHPFRC foi de 3,1 e 2,8 vezes maior que os modelos C30 e C70 respectivamente. Além disso os modelos de UHPFRC apresentam redução de 11,19 % do volume, o que demonstra a superioridade do UHPFRC na resistência perante os concretos C30 e C70.

Quanto ao deslocamento no meio do vão, os modelos constituídos de UHPFRC apresentaram valor inferior a 1 mm quando os modelos C30 e C70 atingiram o seu deslocamento máximo, representando 1,25% da capacidade total de deslocamento do UHPFRC, o que corrobora a superioridade do UHPFRC, tanto em resistência quanto em capacidade de deslocamento no meio do vão, frente aos concretos convencionais.

Para a análise da influência da força de protensão nos valores de resistência máxima, o aumento da força de pré-tensão não gerou resultado significativos nos modelos constituídos de UHPFRC, com acréscimo de 2,9 % da força máxima. Enquanto nos modelos C30 apresentou aumento de 6,3 % e 11,6% para os modelos C70.

Por fim, cabe destacar que a presença das fibras no UHPRC se mostrou um fator relevante na resistência máxima da viga, pois a fibra distribui as tensões de tração no elemento estrutural, agindo como micro reforço, como pode ser observado nas imagens de dano.

Sobre o modo de falha nas vigas de concreto de classe C30 e C70 que falham por cisalhamento, essa falha ocorre, pois, como as vigas não contam com estribos e possuem resistência a tração muito baixa, esses fatores proporcionam esse tipo de falha. Com os resultados obtidos pode-se concluir que fica inviável produzir vigas com concretos de classe C30 e C70 sem estribos.

Por todo exposto, conclui-se que a utilização de UHPFRC em vigas I com perfil PCI AASTHO reduzido pode ser uma solução eficiente para a utilização generalizada do modelo, pois apresenta um perfil esbelto, leve e com elevada resistência.



## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 5738**: Moldagem e cura de corpos-de-prova cilíndricos ou prismáticos de concreto. Rio de Janeiro: ABNT, 1984.

\_\_\_\_\_. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. 3 ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

\_\_\_\_\_. **ABNT NBR 8953**: Concreto para fins estruturais – Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência. Rio de Janeiro: ABNT, 2015.

AFGC. ***Ultra High Performance Fibre-Reinforced concretes recommandations***. In: *June*. AFGC 2013. [S.l.: s.n.], 2013.

ALI, A. ***Behaviour of prestressed Ultra-High Performance Concrete I-beams subjected to shear and flexure***. 2013. f. 1–166. Tese (Doutorado) – *University of Ottawa*. ISBN 9780494872512.

ALSALMAN, A. *et al.* ***Evaluation of modulus of elasticity of ultra-high performance concrete***. *Construction and Building Materials*, Elsevier Ltd, v. 153, p. 918–928, 2017. ISSN 09500618. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2017.07.158. Disponível em: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061817315015>.

BACHE, H. ***Densified cement ultrafine particle-based materials***. 2 nd Int. Conf. on Superplasticizers in concrete, Ottawa, p 33. 1981.

BASTOS, P.S.S. **Fundamentos do concreto armado**. Apostila. Departamento de Engenharia Civil. Universidade Estadual Paulista. Bauru/SP. 2019.

BASTOS, P.S.S. **Fundamentos do concreto protendido**. Apostila. Departamento de Engenharia Civil. Universidade Estadual Paulista. Bauru/SP. 2021.

BIRCHALL, J., HOWARD, A., KENDALL, K. **Concrete approach to the energy crisis**. *Metallurgist and Materials Technologist*, 1983.

BIRTEL, V; MARK, P. **Parameterised finite element modelling of RC beam shear failure**. *Abaqus User's Conference*, p. 95–108, 2006.

CASAGRANDE, C. A. **Desempenho de microfibras de aço funcionalizadas com silanos em concreto de ultra-alto desempenho reforçado com fibras**. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2017.

CARREIRA; CHU. **Stress-strain relationship for plain concrete in compression**. *ACI Journal*, 82(6), n. 6, p. 797–804, 1985.

CAVILL, B; REBENTROST, M; PERRY, V. Ductal®: **An Ultra-High Performance material for resistance to blasts and impacts**. *1st Specialty Conference on Disaster Mitigation (CSCE)*, p. 1–10, 2006.

CHI, Y.; YU, M.; HUANG, L.; XU, L. **Finite element modeling of steel-polypropylene hybrid fiber reinforced concrete using modified concrete damaged plasticity**. *Engineering Structures*, 2017.

DEL VISO, J. R.; CARMONA, J. R.; RUIZ, G. **Shape and size effects on the compressive strength of high-strength concrete**. *Cement and Concrete Research*, v. 38, n. 3, p. 386–395, 2008.

DRUCKER; PRAGER. **Soil mechanics and plastic analysis or limit designs**. *Quarterly of Applied Mathematics*, v. 10, n. 2, p. 183–190, 1952. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/43633942>.

FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION. **Federal Highway Administration**. (S.1.:s.n), 2017. Disponível em: <https://cms7.fhwa.dot.gov/research/structures/ultra-high-performace-concrete/deployments>. Acesso em: 08 ago. 2021.

FEHLING, Ekkehard *et al.* **Ultra-High Performance Concrete UHPC**. (S.1.): Ernst e Sohn, 2014. P. 201. ISBN 9783433030004.

G1: **Viaduto da marginal pinheiros sobre linha da CPTM cede próximo à ponte do Jaguaré.** São Paulo, 18 nov. 2018. Disponível em: <https://g1.globo.com/sp/sao-paulo/noticia/2018/11/15/elevado-de-acesso-da-marginal-pinheiros-para-a-ponte-do-jaguare-cede.ghtml>. Acesso em: 11 nov. 2021.

GIDRÃO, E.C. **Estudo numérico e experimental do comportamento cíclico de vigas I protendidas de concreto de altíssimo desempenho.** 2020. Tese de Doutorado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2020.

GIDRÃO, G.M.S.; KRAHL, P.A.; CARRAZEDO, P. **Numerical modeling and design of precast prestressed UHPFRC I beams.** Rev. IBRACON Estrut. Mater., vol. 14, no. 3, e14310, 2021.

\_\_\_\_\_. **Internal damping ratio of Ultra-High-Performance Fiber-Reinforcement Concrete (UHPFRC) considering the effect of fiber content and damage evolution.** *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2020. DOI: 10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.000340.

GRANATO, E.C. **Reforço de vigas de concreto armado utilizando concreto de ultra alto desempenho reforçado com fibras.** 2020 Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. Universidade Estadual de Campinas. 2020.

GRASSL, Petter; JIRÁSEK, Milan. **Damage-plastic model for concrete failure.** *International journal of solids and structures*, v. 43, n. 22-23 p. 7166-7196, 2006. ISSN 00207683. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2006.06.032.

GRAYBEAL. **Compressive behavior of Ultra-High-Performance Fiber-Reinforced Concrete.** *ACI Materials Journal*, v. 104, n. 2, 2007. DOI: 10.14359/18577.

GRAYBEAL. ***Flexural behavior of an Ultrahigh-Performance Concrete I-Girder.*** *Journal of Bridge Engineering*, v. 13, n. 6, p. 602–610, 2008. ISSN 1084-0702. DOI: 10.1061/(ASCE)1084-0702(2008)13:6(602).

GRAYBEAL. ***Structural behavior of a prototype UHPC pi-girder.*** TechBrief of FHWA, v. 06, p. 1–4, 2009. DOI: HRDI-06/10-09(100).

GRAYBEAL, B. A.; DAVIS, M. ***Cylinder or cube: Strength Testing of 80 to 200 MPa UHPFRC.*** *Aci Materials Journal*, v. 105, n. 6, p. 603–609, 2008. Disponível em: [http://www.ductal-lafarge.fr/SLib/1-ACI Materials Journal\\_Cylinder or Cube-Strength Testing\\_Ben Graybeal and Marshall Davis\\_Dec 2008.pdf](http://www.ductal-lafarge.fr/SLib/1-ACI%20Materials%20Journal_Cylinder%20or%20Cube-Strength%20Testing_Ben%20Graybeal%20and%20Marshall%20Davis_Dec%202008.pdf)

HANNAWI, K. *et al.* ***Effect of different types of fibers on the microstructure and the mechanical behavior of Ultra-High Performance Fiber-Reinforced Concretes.*** *Composites Part B*, Elsevier Ltd, v. 86, p. 214–220, 2016. ISSN 1359-8368. DOI: 10.1016/j.compositesb.2015.09.059. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesb.2015.09.059>.

HELENE, P.; ANDRADE, T. ***Concreto de Cimento Portland.*** In: ISAIA, G.C. (ed.). *Materiais de Construção Civil e Princípios de Ciência e Engenharia de Materiais*. São Paulo, Instituto Brasileiro do Concreto (IBRACON), 2007, v.2, p.905-944.

KRAHL. ***Lateral stability of ultra-high performance fiber-reinforced concrete beams with emphasis in transitory phases. Instabilidade lateral de vigas de concreto de ultra-alto desempenho reforçado com fibras com ênfase em fases transitórias.*** 2018. f. 200. Tese (Doutorado).

KRAHL; CARRAZEDO; DEBS, El. ***Mechanical damage evolution in UHPFRC: Experimental and numerical investigation.*** *Engineering Structures*, v. 170, 2018. ISSN 18737323. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.05.064.

LEE, Jeeho; FENVES, Gregory L. ***Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures.*** *J. Eng. Mech.*, v. 124, n. 8, p. 892-900. 1998. ISSN 0733-9399. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:8(892). Disponível em:

[http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1998\)124:8\(892\)](http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:8(892))

LEUTBECHER, T.; FEHLING, n.E. ***A simple design approach for UHPFRC in bending***. RILEM-fib-AFGC Int. Symposium on Ultra-High-Performance Fibre-Reinforced Concrete, UHPFRC 2013 – October 1-3, 2013, Marseille, France. Disponível em: [https://www.bau.unisiegen.de/subdomains/massivbau/publikationen/download/a\\_simple\\_design\\_approach\\_for\\_uhpfrc\\_in\\_bending.pdf](https://www.bau.unisiegen.de/subdomains/massivbau/publikationen/download/a_simple_design_approach_for_uhpfrc_in_bending.pdf)

LUBLINER, J. *et al.* ***A plastic-damage model for concrete***. *International Journal of Solid and Structures*, v.25, n.3, p.299-326, 1989. ISSN 00207683. DOI: 10.1016/0020-7683(89)90050-4.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: microestrutura, propriedades e materiais**. 2. ed. São Paulo: IBRACON, 2014, 782 p.

OLIVEIRA, C.O. **Estudo numérico e experimental da distribuição das fibras de aço em vigas de UHPFRC**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. 2019.

PFEIL, W. **Concreto Armado**. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora, 4a ed., v.1, 1985, 224p.

RICHARD, P.; CHEYREZY, M. ***Composition of reactive powder concretes***. *Cement and Concrete Research*, v.25, n.7, p.1501-1511, 1995.

RIEDEL, P. *et al.* ***Einfluss der probekörpergeometrie auf die ergebnisse von druckfestigkeitsprüfungen an ultrahochfestem beton***. *Beton- und Stahlbetonbau*, v. 113, n. 8, p. 598–607, 2018.

ROCHA, R.A.; **Efeito da alta temperatura em concretos: Uma revisão da literatura**. *InterScientia*, vol. 6; nº 1, p. 211-227; 2018.

SENN, A. **Entrevista a Ayrton Senna**. Entrevista concedida a João Dória Junior em sua casa de Angra dos Reis. Rio de Janeiro: Programa sucesso, 1990. (35 min.). Disponível em: [https://www.youtube.com/watch?v=TJ06\\_gOnaKs](https://www.youtube.com/watch?v=TJ06_gOnaKs). Acesso em: 08 set. 2021.

SIMULA ABAQUS. **ABAQUS 2017: Analysis User's Guide**. Dassault Systemes Simulia Corp, Providence, RI, USA, 2017.

SINGH, M. *et al.* **Experimental and numerical study of the flexural behaviour of ultra-high-performance fibre reinforced concrete beams**. *Construction and Building Materials*, Elsevier Ltd, v. 138, p. 12–25, 2017. ISSN 09500618. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2017.02.002. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.02.002>.

SHAH, S.P. **High performance concrete – workability, strength and durability**. In: (Christopher K. Y. Leung, Zongjin Li, Jian-Tong Ding, Eds.) INTERNATIONAL SYMPOSIUM ORGANIZED BY THE HONG KONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY AND SHENZHEN UNIVERSITY 2002, Hong Kong and Shenzhen.

SPASOJEVIĆ, A. **Structural Implications of Ultra-High Performance Fibre-Reinforced Concrete in Bridge Design**. 2008. Tese de Doutorado. À La Faculté de L'environnement Naturel, Architectural et Construit. Laboratoire de Construction En Béton. Programme Doctoral En Structures École Polytechnique Fédérale De Lausanne. 2008.

TUTIKIAN, B.F.; ISAIA, G.C; HELENE, P. **Concreto de Ultra-Alto Desempenho**. In: ISAIA, Geraldo Cechella (Ed.). *Concreto: Ciência e Tecnologia*.: IBRACON, 2011.

WU, Zemei *et al.* **Effects of steel fiber content and shape on mechanical properties of ultra-high-performance concrete**. *Construction and Building Materials*, Elsevier Ltd, v. 103, p. 8–14, 2016. ISSN 0950-0618. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2015.11.028. Disponível em: <http://dx.doi.or/10.1016/j.conbuildmat.2015.11.028>.

YANG; JOH; KIM. ***Flexural strength of large-scale ultra-high performance concrete prestressed T-beams***. *Canadian Journal of Civil Engineering*, v. 38, n. 11, p. 1185–1195, 2011. ISSN 03151468. DOI: 10.1139/I11-078.