

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

JAQUELINE SILVA ASSIS

**CRITÉRIOS QUE OS PROFESSORES EM FORMAÇÃO CONTINUADA UTILIZAM
PARA SELECIONAR OU ELABORAR SITUAÇÕES DE ENSINO DE NÚMEROS
RACIONAIS**

CURITIBA

2022

JAQUELINE SILVA ASSIS

**CRITÉRIOS QUE OS PROFESSORES EM FORMAÇÃO CONTINUADA UTILIZAM
PARA SELECIONAR OU ELABORAR SITUAÇÕES DE ENSINO DE NÚMEROS
RACIONAIS**

**CRITERIA THAT TEACHERS IN FURTHER TRAINING USE TO SELECT OR
DEVELOP RATIONAL NUMBERS TEACHING SITUATIONS**

Dissertação apresentada como requisito para
obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências
e Matemática da Universidade Tecnológica Federal
do Paraná (UTFPR)
Orientadora: Prof.^a Dra. Maria Lucia Panossian.

CURITIBA

2022



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



JAQUELINE SILVA ASSIS

CRITÉRIOS QUE OS PROFESSORES EM FORMAÇÃO CONTINUADA UTILIZAM PARA SELECIONAR OU ELABORAR SITUAÇÕES DE ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Ciências E Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino, Aprendizagem E Mediações.

Data de aprovação: 13 de Dezembro de 2021

Prof.a Maria Lucia Panossian, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof.a Mirian Maria Andrade Goncalez, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof.a Neusa Nogas Tocha, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof.a Sandra Aparecida Fraga Da Silva, Doutorado - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 13/12/2021.

Dedico este trabalho aos meus colegas de curso, que assim como eu completam uma difícil etapa da vida acadêmica. Aos meus filhos, minha razão de viver.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a minha orientadora Prof^a Dr^a Maria Lucia Panossian (Malu) por me escolher e acreditar em mim. Obrigada por toda dedicação, apoio, carinho, pelas valiosas aprendizagens teóricas, pela paciência, por reuniões de orientações tão inspiradoras e por me apresentar um mundo de ideias do qual eu não fazia parte.

À Nelem minha gratidão por fazer parte deste trabalho. Não tenho palavras para expressar o que fez. Sua experiência, carisma e foco no curso foi fundamental para que os professores participassem. Obrigada pela amizade, risadas e encontros.

Aos meus colegas de mestrado da UTFPR, do grupo de estudos GeTHC e da Oficina Pedagógica de Matemática (OPM), pois aprendi muito no meio de pessoas com interesses de pesquisas tão diferentes. Muito obrigada pelo acolhimento.

Ao amigo Anderson Minosso, pela amizade, pelos aprendizados e trocas preciosas, pelo carinho e acolhimento.

À Colega Claudia Maria Witt pelas dicas e leitura.

Ao colega Ítalo Salomão Ribas pelo apoio e companheirismo.

À tia Nair Filardi por me tocar a alma para a educação.

Às professoras que aceitaram participar da banca de qualificação pelas cuidadosas contribuições, pela leitura atenciosa e pelas indicações de referências.

À minha família pelo apoio à realização deste mestrado, aos meus filhos Caio e Cauã e em especial à minha avó, meu pai e minha mãe. Dedico também a todos os amigos e amigas que tive o privilégio de conhecer durante o curso.

RESUMO

O professor que organiza seu ensino, de acordo com os preceitos da Teoria Histórico-Cultural (THC) e da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), alinha-se com a humanização dos sujeitos envolvidos, sendo a escola o ambiente adequado para a apropriação dos conhecimentos construídos ou organizados pela humanidade. No processo de organização do ensino (por exemplo, de números racionais) espera-se que o professor considere as necessidades históricas que desencadearam esta forma de conhecimento, proporcionando ao estudante o encontro com uma necessidade e motivos que desencadeiem sua atividade. Entretanto, percebe-se que os professores adotam diferentes critérios para escolher ou elaborar a situação de ensino, e por isso destaca-se a pergunta desta pesquisa: que critérios os professores utilizam para organizar o ensino ou situações de ensino dos números racionais? Neste sentido, surge o objetivo: analisar os processos de elaboração e escolha de situações de ensino de números racionais por professores em formação continuada. Metodologicamente, os dados foram constituídos a partir de um curso ofertado a professores da Educação Básica, com carga horária total de 35 horas, distribuídas em um ambiente de apresentação da plataforma *moodle* e cinco unidades. Neste curso foram propostas tarefas diversas e Situações Desencadeadoras da Aprendizagem (SDA) do conteúdo de números racionais para que, nos fóruns de estudo, os participantes revelassem suas compreensões a respeito do tema, nos registros escritos e publicados na plataforma, aliados à discussão de textos acadêmicos, vídeos educacionais de acesso público e outros recursos que possibilitaram a discussão coletiva por meio da plataforma virtual. Mediante um processo de análise baseado no materialismo histórico-dialético, composto por três momentos, foi possível identificar oito critérios que os participantes da pesquisa consideraram, no decorrer do processo de formação, para escolha ou elaboração de situações de ensino dos números racionais na Educação Básica. Dentre os resultados da pesquisa, observou-se que a maioria dos participantes valorizaram positivamente a possibilidade de organizar o ensino dos números racionais a partir do seu significado enquanto número na reta numérica, e da consideração do movimento lógico-histórico do conceito. Como perspectivas de pesquisas futuras, considera-se importante, dentre outros estudos, acompanhar o processo de formação de professores que participam de experiências formativas como a desenvolvida nesta pesquisa. Para finalizar, diante às evidências e reflexões realizadas, esta dissertação se complementa com um produto, sendo especificamente um caderno pedagógico com o intuito de ser uma orientação para os professores da Educação Básica no momento de organizar o ensino de números racionais, apresentando reflexões e guias para tanto.

Palavras-Chave: Teoria Histórico Cultural; Atividade Orientadora de Ensino; Situações Desencadeadoras de Aprendizagem; Números Racionais; Ensino de Frações.

ABSTRACT

The teacher who organizes his teaching according to the precepts of Historical Cultural Theory (THC) and Teaching Guiding Activity (AOE) is in line with the humanization of the subjects involved, with the school being the appropriate environment for the appropriation of the knowledge acquired by humanity. Based on these ideas, the organization of teaching (for example, of rational numbers) must consider the historical needs that triggered it, a certain form of knowledge. Therefore, the teaching activity needs to be organized and thought in a way that provides the student with the meeting with a need, that triggers his activity. In this sense, the development of this research is guided by the intention of analyzing the processes of elaboration and choice of situations of teaching of rational numbers by teachers of basic education. In response to the following question: what criteria do teachers use to teach rational numbers? In response to the following question: what criteria do teachers use to organize the teaching of rational numbers? This analysis will be based on the understanding acquired from the study of the AOE principles and the survey of works in this theoretical perspective on the teaching of rational numbers. Methodologically the data will be constituted from a course offered to teachers of basic education, with a total workload of 35 hours distributed in a presentation environment of the moodle platform and five units/modules. In it, several tasks and Triggering Learning Situations (DAS) with content of rational numbers were proposed so that, in the study forums, the participants revealed their understandings about the theme, in the written and published records on the platform, together with the discussion of texts academics, publicly accessible educational videos and other resources that enabled collective discussion through the virtual platform. Through an analysis process based on historical-dialectical materialism, consisting of three moments, it was possible to identify eight criteria that the research participants considered, during the training process, for choosing or elaborating situations for teaching rational numbers in Basic Education. Among the research results, it was observed that most participants positively valued organizing the teaching of rational numbers, on the one hand, from its meaning as a number in the number line, and on the other, from the consideration of the logical movement-concept background. As perspectives for future research, it is considered important, among other studies, to monitor the process of training teachers who participate in training experiences such as the one developed in this research. Finally, in view of the evidence and reflections carried out, this dissertation is complemented with a product, being specifically a pedagogical notebook with the aim of being an orientation for Basic Education teachers when organizing the teaching of rational numbers, presenting reflections and guides for this.

Keywords: Cultural Historical Theory; Teaching Guidance Activity; Triggering Learning Situations; Rational Numbers; Teaching Fractions.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -Semelhanças entre os significados dos números racionais propostos por Onuchic e Allevato (2008) e Romanatto (1997)	48
Figura 2 – Postagem da divulgação do curso	68
Figura 3 – Fórum de apresentação	72
Figura 4 – Unidade de estudo 1	73
Figura 5 - Unidade 2.....	76
Figura 6 - Unidade 3.....	80
Figura 7 - Unidade 4.....	83
Figura 8 - Despedida e avaliação.....	85
Figura 9. Capa do PE produzido nesta pesquisa	96
Figura 10 - Página 34 do PE, relativa ao tangram como material didático para o ensino de números racionais	97
Figura 11. Ensino "clássico" dos números racionais	97
Figura 12. Questões abordadas no ponto 2	98
Figura 13. Como posso ensinar sobre os números racionais?.....	99
Figura 14. Experiências sobre a organização de ensino de racionais em pesquisas	100

LISTA DE IMAGENS

Imagem 1 - Jogo de dominó.....	106
Imagem 2 - Espaguete flutuador	109
Imagem 3 - Representação dos números racionais enquanto número na reta numérica	116
Imagem 4 - Livro “As panquecas de Mama Panya ”	121

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Significados dos números racionais segundo Onuchic e Allevato (2008)	46
Quadro 2 -Significados dos números racionais conforme Romanatto (1997)	47
Quadro 3 -Periódicos considerados para a busca dos artigos	51
Quadro 4 -Artigos que correspondem ao corpus do levantamento	52
Quadro 5 - Publicações referentes à AOE e o ensino de números racionais	58
Quadro 6– Informações relevantes no processo de inscrição do curso	68
Quadro 7 – Organização do curso	70
Quadro 8 – Informações no fórum de apresentação	73
Quadro 9 - Fórum de problematização	74
Quadro 10 - A situação desencadeadora de discussões da primeira unidade	75
Quadro 11 - Tarefa Unidade 1	75
Quadro 12 - Texto sobre o conceito de forma geral	77
Quadro 13 - Articulação das ideias	78
Quadro 14 - O solicitado aos participantes	79
Quadro 15 - O solicitado aos participantes	79
Quadro 16 - Leitura inicial da unidade	81
Quadro 17 - Representações dos números racionais	81
Quadro 18 - Tarefa da Unidade 3	82
Quadro 19 - Situação inicial da Unidade 4	84
Quadro 20 - Tarefa da Unidade 4	85
Quadro 21 - Texto de avaliação e despedida	86
Quadro 22 - Sínteses das unidades do curso	88
Quadro 23 - Perfil dos participantes da pesquisa	89
Quadro 24 - Categorias e critérios evidenciados pelos participantes da pesquisa	93
Quadro 25 - Códigos utilizados nas cenas	101

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -Total de artigos encontrados no primeiro momento	51
Tabela 2 – Informações sobre a inscrição do curso	69

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
2	A FORMAÇÃO CONTINUADA DO DOCENTE: CONSIDERAÇÕES A PARTIR DA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO	17
2.1	Atividade e atividade pedagógica.....	17
2.2	A atividade orientadora de ensino: princípios para a organização do ensino.....	24
2.3	Formação docente: a aprendizagem do fazer docente	34
3	SITUAÇÕES DE ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS: UMA APROXIMAÇÃO AO TEMA	40
3.1	O movimento histórico e lógico: aproximações ao conceito.....	40
3.2	Números racionais: o movimento lógico-histórico e os significados atribuídos ...	43
3.3	Reconhecendo critérios de escolha de situações de ensino de números racionais em pesquisas.....	50
3.4	Situações desencadeadoras de aprendizagem e atividade orientadora de ensino: um caminho para organização do ensino de números racionais	57
4	O PERCURSO METODOLÓGICO	66
4.1	Situando o espaço de constituição dos dados	67
4.2	Estrutura do curso	69
4.3	Descrição das unidades do curso	71
4.4	Os participantes	89
4.5	Procedimento para a análise dos dados	92
4.6	Produto educacional da pesquisa	94
5	APRESENTAÇÃO, ANÁLISES E DISCUSSÕES DOS DADOS PRODUZIDOS PELOS SUJEITOS EM PROCESSO FORMATIVO	101
5.1	Categoria 1. Materiais didáticos ou jogos: concretos ou virtuais	102
5.2	Categoria 2. Conceito: necessidades, significados e representações.....	111
5.3	Categoria 3. Situações de ensino: forma e conteúdo	120
6	REFLEXÕES FINAIS.....	123
	REFERÊNCIAS	129

1 INTRODUÇÃO

Desde a tenra idade já manifestava em mim¹ um forte desejo de tornar-me professora. Aos 10 anos acompanhava, cotidianamente, os trabalhos de casa da minha tia mais próxima, que era professora. Como uma conselheira, ela me dizia que quando eu terminasse o ensino fundamental, poderia me matricular em uma escola que oferecia a formação do magistério no mesmo município onde residia. Ao ingressar no Ensino Médio, não consegui vaga para o magistério. Ao invés disso, formei-me em um curso técnico.

O sonho de ser professora persistia e, em 1996, fiz vestibular e ingressei no curso de Licenciatura em Pedagogia. No mesmo período, comecei a trabalhar como inspetora escolar em uma instituição particular de ensino em uma cidade vizinha de onde eu morava. No segundo semestre do curso, comecei a desempenhar a função de Coordenadora do que, atualmente, é denominado primeiro ciclo do Ensino Fundamental, na mesma instituição que trabalhava como inspetora. Nesse cargo, além das primeiras impressões sobre o real valor da pedagogia, vivi experiências riquíssimas por conseguir aplicar, no dia a dia, as teorias que eram apresentadas e discutidas no curso, o que me levou a desenvolver um senso de observação e pesquisa salutar à minha formação profissional. Por meio de uma inquietação intelectual e de entrevistas informais frequentes com os colegas de trabalho, eu conseguia construir gradativamente uma visão abrangente dos conhecimentos necessários aos diversos cargos de apoio pedagógico.

Entretanto, muitas vezes observava a desinformação dos colegas quanto às suas responsabilidades educacionais. Quanto a isso, predominava no planejamento escolar o uso de técnicas aleatórias, improvisadas e derivadas da criatividade dos professores. O embasamento teórico intencional estava ausente e os profissionais se consideravam impotentes diante das suas tentativas. O senso comum no qual estava imerso o cotidiano daquela escola em nada acrescentava ou se revelava de positivo, e a minha inquietude em relação ao aprimoramento necessário para uma prática pedagógica consciente persistia inevitavelmente.

¹ A escrita da introdução será realizada na primeira pessoa do singular para descrever a trajetória de vida pessoal e profissional da pesquisadora. Nos demais capítulos será utilizada a terceira pessoa do singular.

Naquele instante eu já buscava uma pedagogia mais coerente e me perguntava: Por que os professores não confiam no que planejam para as suas aulas? Por que resistem às mudanças necessárias para uma prática mais consistente? O que nós, os coordenadores pedagógicos, devemos fazer para melhorar a relação entre professores e alunos?

Gostaria de exaltar, antes de prosseguir, o encantamento que tive ao longo do curso de Pedagogia, pelas mais variadas teorias pedagógicas e suas possibilidades, principalmente quando visitava escolas que tinham uma prática muito próxima a elas. Mas, também, minhas decepções, por quase nunca conseguir reconhecê-las ou desenvolvê-las no período em que trabalhava como coordenadora, como se tentasse romper um sistema fechado, incluindo professores, pais e direção da escola.

Após um ano de estudo no curso de Pedagogia, transferi-me para uma faculdade em outra cidade, na qual tive acesso a livrarias, bibliotecas, cursos, palestras, docentes de outras universidades, ou seja, um circuito intelectual e cultural mais vasto e com mais possibilidades para aprender.

As atividades profissionais me propiciaram ampla e diversificada experiência nas áreas pedagógica e administrativa, bem como em projetos específicos por ter atuado na sua elaboração, no seu acompanhamento e desenvolvimento e na sua avaliação, tanto com professores, alunos e coordenadores, como com a comunidade.

Mais tarde, no ano de 2009, ingressei na educação pública e percebi que os alunos tinham muita dificuldade para a aprendizagem de matemática. Então, tive o interesse de ajudá-los, mas, também tive dificuldades na orientação aos professores de matemática, já que não era minha área específica de conhecimento.

Nesse contexto, as inquietações aumentaram, assim como a necessidade pessoal de auxiliar, de alguma forma, aos professores na sua formação e, conseqüentemente, contribuir com o processo de aprendizagem dos alunos, culminando na apropriação de conceitos da matemática.

A ideia de apropriação está fundamentada na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural (THC), em que o conhecimento é apropriado através de processos sociais e de um movimento intersíquico, ou seja, na interação entre pessoas. Isso acontece de tal modo que se transformam em ideias do pensamento humano provenientes dessa interação, em outros termos, processos intrapsíquicos. Nesse

sentido, a emergência de ressignificar os meus conhecimentos e de colegas professores desafiados frente à não aprendizagem dos alunos impulsionou-me a ingressar em um programa de pesquisa.

Como aluna externa cursei a disciplina “Professor em Atividade de Ensino - Fundamentos Teóricos e Metodológicos”, e ali entrei em contato com a linha de pesquisa da THC, interessando-me em pesquisar a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) para embasar meu projeto de pesquisa. Constatei que o contato com a THC e com a Teoria da Atividade me instigava a pensar sobre as práticas vivenciadas no contexto de minha atuação profissional.

Ao entrar no mestrado, fiz parte do projeto de extensão Oficina Pedagógica de Matemática (OPM). A partir dele, entrei em contato com a pesquisa que estava vinculada ao Projeto Universal intitulado “Situações de ensino de conteúdo matemático: estabelecendo parâmetros e critérios de análise”, financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), desenvolvido por integrantes do Grupo de Estudos em Formação de Professores (GeForProf), vigente de 2017 a 2020 e coordenado pela Profa. Dra. Maria Lucia Panossian, orientadora desta dissertação. No âmbito desse Projeto Universal, e atendendo às demandas tanto desta pesquisa quanto da pesquisa da doutoranda Nelem Orłowski, orientanda da Profa. Dra. Luciane Ferreira Mocrosky, Vice-coordenadora do projeto, foi elaborado o curso de extensão “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco”. Esse curso de extensão foi o *locus* para a constituição dos dados da minha pesquisa de mestrado, produzidos no processo de formação coletiva com os professores que participaram dele.

Assim, no envolvimento com o Projeto Universal, fui instigada a buscar os fundamentos teóricos desta dissertação, por constatar que poderiam atender a demanda vivenciada na prática, com o fim de responder ao seguinte questionamento: *que critérios os professores em formação utilizam para organizar o ensino dos números racionais?*

O referido curso de extensão, ao mesmo tempo que se configurou como espaço de formação, também se constituiu um campo de pesquisa em que foi possível atingir, a partir da análise dos episódios de formação, o objetivo principal desta pesquisa: *analisar os processos de elaboração e escolha de situações de ensino de números racionais por professores em formação continuada.*

A pesquisa está fundamentada nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural (VYGOTSKY, 1998), da Teoria da Atividade (TA) (LEONTIEV, 1978, 2001), da Atividade Orientadora de Ensino (MOURA et al., 2010), além de teóricos que abordam pressupostos sobre os números racionais e o ensino do conceito (CARAÇA, 1989; CEDRO; MORAES; ROSA, 2010), na perspectiva do movimento lógico histórico (KOPNIN, 1978), entre outros.

Para dar resposta à pergunta e atingir o objetivo da pesquisa, este texto está organizado da seguinte forma. O segundo capítulo está dedicado aos fundamentos da THC, da TA e da AOE, assim como dos fundamentos das situações desencadeadoras de aprendizagem e da importância da formação docente. O terceiro capítulo reflete sobre o ensino dos números racionais na formação de professores e sobre a organização de situações de ensino de números racionais. O quarto capítulo corresponde ao percurso metodológico da pesquisa, em que se descrevem o contexto, os participantes e tarefas do curso de extensão realizado, bem como a organização e análise dos dados. No quinto capítulo se apresentam os resultados da análise dos dados da pesquisa, em função de um conjunto de categorias explicadas no percurso metodológico. Por fim, no sexto e último capítulo são colocadas algumas reflexões finais, em que são retomadas a pergunta e o objetivo da pesquisa, e se elencam perspectivas de pesquisas futuras.

2 A FORMAÇÃO CONTINUADA DO DOCENTE: CONSIDERAÇÕES A PARTIR DA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO

Este capítulo tem como foco discutir a formação docente e a organização do ensino a partir dos fundamentos teóricos da THC, destacando os conceitos de atividade, ensino e aprendizagem. Entendem-se os conceitos de atividade e consciência como categorias centrais e indissociáveis na THC. Buscam-se aportes da TA de Leontiev (2001), com o fim de explicitar as relações entre a atividade enquanto processo psíquico e a atividade pedagógica, com destaque sobre a organização da atividade de ensino, com vistas à promoção das condições para a realização da formação educacional humanizadora. O capítulo e suas subseções estão delineados pelos temas: aprendizagem, ensino e formação do pensamento teórico, o conceito de Atividade Orientadora de Ensino (AOE) e das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA).

A elaboração deste capítulo, com base teórica na THC, referenda a importância dos processos de formação docente pelo entendimento de que a humanização se faz pela apropriação de elementos da cultura e ratifica a função social da educação formal. De acordo com Sforzi e Galuch (2006), ressalta-se que ter como base os pressupostos da THC implica o reconhecimento da necessidade da participação do sujeito em situações de ensino sistematizadas, direcionadas à internalização dos conteúdos, uma vez que esses potencializam o pensamento teórico.

2.1 Atividade e atividade pedagógica

A discussão em torno da atividade pedagógica perpassa pela compreensão acerca do papel da escola como lugar privilegiado à apropriação dos conhecimentos historicamente acumulados pela humanidade, o que requer assumir que a ação do professor deve estar organizada intencionalmente para esse fim (MOURA et al., 2010). A apropriação dos elementos da cultura, pela criança, dá-se em diversos espaços; contudo, a forma intencional e social é a que garante legitimidade à organização do ensino, ponderam os autores.

Assim sendo, a atividade pedagógica está relacionada com a organização do ensino, em um processo articulado entre teoria e prática e se materializa na atividade

de ensino. Esse processo articulado entre a teoria e a prática pedagógica permite a transformação da realidade escolar, por meio da transformação dos sujeitos: professores e estudantes (MOURA et al., 2010).

Com essa base inicial, ressalta-se que a atividade principal do professor é a organização do ensino. Esse pressuposto se relaciona com o conceito de atividade segundo Leontiev (2001), para quem, estar em atividade implica na busca por satisfazer intencionalmente uma necessidade.

Para o autor, não é qualquer processo que se constitui atividade e ratifica que a atividade é o processo que, realizando as relações do homem com o mundo, permite satisfazer uma necessidade especial correspondente a ele (LEONTIEV, 2001), esclarecendo que processos como a recordação não se configuram como uma atividade, uma vez que a recordação, por si mesma, não reflete nenhuma relação independente com o mundo e não satisfaz qualquer necessidade especial.

A atividade se configura, portanto, como “os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo” (LEONTIEV, 2001, p. 68). O motivo é, portanto, um dos aspectos da atividade que é considerada pelo autor como fundamental para o entendimento sobre a formação do psiquismo e que deve ser considerado a partir das condições históricas concretas.

Nas análises de Leontiev (2001), a compreensão das forças motoras do desenvolvimento da psique infantil implica em analisar a atividade das crianças em suas condições reais de vida e, por consequência, compreender o papel da educação e da criação na condução do desenvolvimento. Nesse contexto, o autor assinala que há mais de um tipo de atividade, considerando a atividade principal e não a atividade de um modo geral.

A atividade principal não é, necessariamente, aquela que a criança (e qualquer outro indivíduo) realiza com maior frequência ou a qual dedica maior tempo, mas “[...] a atividade cujo desenvolvimento governa as mudanças mais importantes nos processos psíquicos e nos traços psicológicos da personalidade da criança, em certo estágio de seu desenvolvimento” (LEONTIEV, 2001, p. 65).

O autor supracitado caracteriza três atributos da atividade principal, a saber:

- a) É a atividade que proporciona o surgimento de novos tipos de atividades e dentro da qual são diferenciados;
- b) É a atividade na qual processos psíquicos particulares tomam forma ou são reorganizados;
- c) Atividade da qual dependem, de forma íntima, as principais mudanças psicológicas na personalidade infantil (LEONTIEV, 2001).

Nesse sentido, é na atividade principal que ocorre o desenvolvimento e mudanças mais importantes para a constituição da personalidade da criança, aliás, em qualquer pessoa que está em um momento de aprendizagem. Só que, na medida que as pessoas vão crescendo, a brincadeira se formaliza como estudo e na idade adulta já se torna o trabalho. A atividade principal vai se alterando conforme o desenvolvimento da pessoa, na medida que se encontra com novas tarefas que vão potencializando tal desenvolvimento, gerando assim mudanças e novas percepções nas pessoas.

Outro dado importante assinalado pelo autor refere-se ao fato de que “as condições históricas concretas exercem influência tanto sobre o conteúdo concreto de um estágio individual do desenvolvimento quanto sobre o curso total do processo de desenvolvimento psíquico como um todo” (LEONTIEV, 2001, p. 65).

De acordo com Leontiev (2001), em princípio, toda atividade é gerada por uma necessidade que pode ter uma natureza material ou simbólica e direciona o conjunto de ações que constituem a atividade.

As ações são dirigidas por objetivos conscientes que não se relacionam diretamente à necessidade geradora da atividade, cuja satisfação está ligada à concretização desses objetivos de forma articulada. Outro aspecto importante sobre as ações é que uma mesma ação pode ser realizada de diferentes formas e, ao se considerar as condições de realização de uma ação, a forma como ela é realizada concretiza-se em operações.

Leontiev (2001) identifica uma estrutura para a atividade, processo constituído por um conjunto de ações. Nesse contexto, a estrutura da atividade, proposta por Leontiev (1978), pode ser descrita da seguinte forma: **a necessidade** que gera a atividade é dirigida a um **objeto** que é **o motivo** da mesma; **as ações** são processos subordinados por objetivos conscientes que se vinculam ao motivo/objeto não individualmente, mas por meio de sua realização conjunta; **as operações** expressam as condições humanas e instrumentais de realização das ações. De acordo com

Moreira, Pedrosa e Pontelo (2011), é possível indicar que a atividade sempre se relaciona a um motivo/objeto, as ações aos objetivos e as operações às condições humanas disponíveis. Conforme Leontiev (2001),

Por operações, entendemos o modo de exceção de um ato/ação. Uma operação é o conteúdo necessário de qualquer ação, mas não é idêntico a ela. Uma mesma ação pode ser efetuada por diferentes operações e, inversamente, numa mesma operação podem-se, às vezes, realizar diferentes ações: isto ocorre porque uma operação depende das condições em que o alvo da ação é dado, enquanto uma ação é determinada pelo alvo (LEONTIEV, 2001, p.74).

A exemplo, o autor coloca o objetivo de decorar versos, em que a ação consiste em memorizar os versos, e o caminho para isso será configurado por operações, ou seja, é possível escrever tais versos ou repetir, recitando-os várias vezes. Nas duas situações irá ocorrer a ação de memorização, mas, os caminhos ou os meios de executar a ação, isto é, as operações de memorização, são diferentes. A forma como essas ações serão executadas dependerá das condições disponíveis. Em outras palavras, a forma como as ações propostas serão realizadas dependerá das condições dispostas pela situação objetiva, ou seja, em operações específicas dependentes do conhecimento prévio do grupo envolvido e dos instrumentos disponíveis para a realização das ações.

Retomando a relação entre atividade e consciência, proposta por Leontiev, pode-se afirmar que esta constitui-se a partir da percepção da realidade objetiva e de uma reflexão sobre ela, motivada pela atividade do ser humano sobre o mundo. A atividade gera transformações e, em uma dinâmica de reciprocidade, provoca alterações na representação consciente do mundo.

Nesse contexto, há de se considerar que, se o foco da atividade pedagógica ou de ensino for no sujeito racional, descolado do objeto que o constitui, há o esvaziamento da práxis e a naturalização dos condicionamentos à ação do sujeito, que adquire um caráter adaptativo e não transformador, ou seja, o foco no objeto leva a ação sem reflexão e destituída de uma base dada pela interpretação da realidade. Sem a relação teoria-prática, é impossível que aconteça a práxis, uma unidade dialética evidenciada pela transformação, que se configura na condição para ir além da realidade imediata e produz a superação dos mecanismos de dominação.

É nesse sentido que Leontiev (2001) considera que a atividade possibilita a formação do ser social à medida em que ocorre a apropriação dos elementos da

cultura. A dimensão coletiva se concretiza na comunicação entre os participantes da atividade, na produção e uso compartilhado de signos e ferramentas, na representação das ações e seus objetivos, na reflexão sobre essas ações e sobre suas determinações. Trata-se de uma compreensão que explicita a convergência entre os significados das ações e o sentido pessoal atribuído à atividade.

Leontiev (2001) destaca, ainda, a importância de diferenciar o significado objetivo do significado para o sujeito, que ele nomeia como sentido pessoal (*personal sense*). Com respeito a isso, Duarte (2004), em uma relação com os pressupostos de Leontiev (2001), salienta que o significado é uma atividade com expressão do conteúdo articulado às ações que constituem as atividades e os objetivos explícitos dessas ações. Como já assinalado, ao participar de uma atividade, entendido segundo Leontiev, o sujeito realiza ações, conscientes de seus objetivos e, portanto, apropria-se de alguma forma do seu significado. Por sua vez, o sentido que o sujeito atribui às ações, ao seu conteúdo e objetivo tem relação com as necessidades que o levam a participar dessa atividade. As necessidades envolvem expectativas pessoais e o que, realmente, espera-se obter com o resultado da atividade e as determinações das relações sociais do sistema de atividade no qual se insere, ocorrendo assim a apropriação.

A apropriação de um significado é um processo ativo que reproduz traços essenciais, mediante a utilização do objeto ou reprodução de sua atividade de produção. De acordo com Duarte (2004), esse processo também ocorre à medida em que se constituem, no indivíduo, as aptidões e funções historicamente formadas.

A apropriação da cultura é o processo mediador entre o processo histórico de formação do gênero humano e o processo de formação de cada indivíduo como um ser humano. [...] O processo de objetivação faz essa mediação, pois não há apropriação da cultura se não tiver ocorrido a objetivação do ser humano nos produtos culturais de sua atividade social (DUARTE, 2004, p. 50).

A apropriação, no contexto escolar, relaciona-se com o processo de apropriação do objeto do ensino, ou seja, os objetos científicos (os conteúdos ou temas) que precisam ser apropriados pelos sujeitos. Esse processo implica a descoberta de um princípio interno do objeto e, daí, reconstruídos sob forma de conceito na atividade conjunta entre professores e estudantes. Nesse processo ocorre a interação sujeito-objeto, que envolve o uso de mediações simbólicas encontradas na cultura e, particularmente, na ciência.

Diante disso, tem-se o que se conhece como atividade de ensino, que representa um processo no qual o educador tem como tarefa zelar pela sintonia entre o significado objetivo e o sentido subjetivo da atividade. Quanto a isso, Libâneo (2004) constata que a reconstrução e a reestruturação do objeto do estudo constituem o processo de interiorização a partir do qual se reestrutura o próprio modo de pensar dos sujeitos aprendizes, assegurando, com isso, o seu desenvolvimento. O engajamento em uma atividade de ensino, a percepção e concretização de objetivos, o domínio de meios e operações relativos a uma ação específica são elementos que dão forma à sua existência e que se relacionam à satisfação de necessidades materiais e intelectuais. Essas necessidades são objetivadas no motivo/objeto da atividade.

Considerando-se a relação entre o conceito de atividade e a atividade de ensino, pode-se inferir que, em uma atividade em que meios e fins aparecem desconectados ou quando a atividade adquire um valor em si mesma, pode não ocorrer a atividade no sentido em essência, de apropriação dos conteúdos, conceitos e compreensão dos elementos. Nesse contexto, uma tarefa pode ter alto grau de engajamento e participação dos sujeitos; pode ser atraente, provocativa e até mesmo divertida, mas, se o entendimento da mensagem - o conceito ou a teoria - não se efetivar, se o resultado alcançado não promove o desenvolvimento do ser, provavelmente não houve a atividade no aluno, no sentido indicado por Leontiev (2001). A relação entre atividade e atividade pedagógica reflete o fato de que, no contexto escolar, é importante valorizar e reconhecer o desafio de se organizar o ensino direcionado por uma atividade orientada para o ensino.

Nesse contexto, reconhece-se a importância de se assumir o conceito de atividade como referência fundamental para a organização das ações de ensino considerando os objetivos e as expectativas dos sujeitos aprendizes e intervir de forma sistemática, buscando fazer com que ocorra a aproximação entre significado – objetivo e sentido - subjetivo.

O movimento da atividade, as ações e operações, desvela-se em um processo contínuo de desenvolvimento do sujeito. Entretanto, a ideia de continuidade não pode ser confundida com naturalidade, uma vez que a atividade se caracteriza como uma forma de relacionamento dialético entre sujeito e objeto, onde o ser humano, ao transformar o objeto, transforma-se a si mesmo; a relação com o objeto

se apresenta ao sujeito justamente como tal, como relação e, portanto, regula a atividade.

Ao se considerar a relação sujeito-objeto, é importante destacar que os elementos constituintes da atividade são: (i) a orientação que se relaciona a determinadas necessidades, motivos e tarefas; e (ii) a execução, que compreende as ações e operações relacionadas às necessidades, aos motivos e à tarefa. Em toda atividade humana, deve-se ter em mente a intencionalidade e o propósito, bem como a realização e o êxito.

A teoria da atividade humana encontra respaldo nos estudos de Vigotski sobre a psicologia histórico cultural e alguns de seus fundamentos: o social, como a essência do desenvolvimento psíquico, o caráter mediatizado da psique humana por meio dos instrumentos e signos (instrumento psicológico) e a sociogênese de formas superiores de comportamento, as chamadas Funções Psicológicas Superiores (FSP).

No processo de desenvolvimento, o sujeito não assimila apenas o conteúdo da experiência cultural da humanidade, mas os meios de pensamentos, os recursos, os procedimentos e as formas de comportamento cultural. A apropriação da cultura se dá primeiro no movimento intersíquico para o intrapsíquico em que o desenvolvimento das funções elementares e superiores sempre começam com ações externas, ou seja, na interação com o meio com os objetos do conhecimento é que o sujeito aprende e se desenvolve. A atividade se consolida como a força motriz que impulsiona o desenvolvimento do psiquismo.

Assim, ao organizar o ensino por meio de ações que visam favorecer a aprendizagem de seus estudantes, o professor objetiva em sua atividade o motivo que o impulsiona (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010). Dessa forma, ao se assumir a atividade de ensino a partir da TA de Leontiev, entende-se que a atuação do professor deve estar carregada de intencionalidade. Com base em Moura et al. (2010), a intencionalidade é entendida de acordo como a definição de ações, escolha de instrumentos e a avaliação do processo de ensino e aprendizagem.

É com base nessa concepção teórica que se adota nesta pesquisa, o papel da atividade pedagógica como um conjunto intencional, consciente e que tem um propósito específico. As ações de ensino, a intencionalidade e o propósito precisam estar relacionados entre si, visando um processo de humanização em que os sujeitos, historicamente situados, aprendem e se desenvolvem. Nesse sentido, a Atividade

Orientadora de Ensino é considerada como uma base teórica e metodológica para a organização do ensino.

2.2 A atividade orientadora de ensino: princípios para a organização do ensino

Considera-se que as ideias centrais da atividade na perspectiva de Leontiev (2001), apresentadas na subseção anterior, podem guiar o caminho para o entendimento da atividade de ensino, que tem o professor como sujeito (MOURA et al., 2010).

Organizar o ensino, na perspectiva da THC, significa questionar a prática, a fundamentação teórica de seu desenvolvimento, a organização das ações, considerando as experiências para a criação de novos caminhos que levem à satisfação de necessidades e dificuldades de apropriação do conhecimento (MOURA, 2011). Portanto, nesta pesquisa, para a organização do ensino, em específico do ensino de números racionais, considera-se a atividade humana e os motivos históricos que geraram a necessidade de sistematização deste conceito. Considera-se que a atividade de ensino necessita ser organizada e pensada de forma que desencadeie no estudante a necessidade e o motivo de apropriação do conceito, aproximando-o da necessidade e motivos que o geraram em seu movimento histórico e lógico, tal e como é sugerido pela AOE.

É sabido que o papel da escola consiste em ensinar conteúdos e conceitos científicos, filosóficos e artísticos ou, nos dizeres de Saviani (2000), cabe a escola ensinar conteúdos clássicos, aqueles historicamente construídos pela humanidade, ou seja, aquilo que é fundamental ou essência. A escola tem a função social de garantir que as crianças e jovens possam se apropriar das formas mais elaboradas e desenvolvidas de conhecimento.

Nesse contexto, trata-se do ensino dos conhecimentos teóricos, o conhecimento que contribui para a formação integral do sujeito. Trata-se de levar o sujeito à apropriação de conhecimentos teóricos, indo além dos limites do conhecimento cotidiano. Ultrapassar os limites do conhecimento cotidiano implica a possibilidade da compreensão da totalidade (o que abarca suas contradições e historicidade) e, ao entendê-la, possam ser construídas as condições para a emancipação humana da sociedade do capital, como postula Saviani (2008).

Há, portanto, o desafio de se organizar um ensino que possa produzir mudanças qualitativas no desenvolvimento do pensamento dos estudantes, no sentido da formação do pensamento teórico e da apropriação do processo lógico e histórico que revelam a necessidade e a elaboração dos conceitos científicos a serem apropriados.

Os conceitos, na sua forma elaborada, foram um dos temas centrais de estudo de Vigotski (2009). O autor debruçou-se na explicitação sobre o processo de formação das funções psíquicas superiores. Tais funções são entendidas pelo autor como funções especificamente humanas e, por se constituírem no processo de interações e relações sociais, são mediadas pelos signos e constituídas pela internalização das ações realizadas, no plano social, para as ações realizadas no plano psíquico. Conforme analisa Vigotski (2009, p. 114),

[...] as funções psicointelectuais superiores aparecem duas vezes no decurso do desenvolvimento da criança: a primeira vez, nas atividades coletivas, nas atividades sociais, ou seja, como funções intersíquicas; a segunda, nas atividades individuais, como propriedades internas do pensamento da criança, ou seja, como funções intrapsíquicas.

Por compreender a importância da formação do pensamento conceitual ao desenvolvimento psíquico dos sujeitos, o mesmo autor esclarece que:

[...] O vínculo interno das coisas descobre-se com ajuda do pensamento conceitual, já que elaborar um conceito sobre algum objeto significa descobrir uma série de nexos e relações do objeto dado com toda a realidade, significa incluí-lo no complexo sistema de fenômenos (VIGOTSKI, 2009, p. 79).

Nos seus estudos e experimentos, o autor tinha como uma questão importante compreender como se desenvolviam os conceitos científicos na mente da criança. Para tanto, realizou estudos sobre a gênese e o desenvolvimento dos conceitos espontâneos e científicos.

Segundo Vigotski (2009), os conceitos espontâneos são formados no cotidiano, na comunicação direta da criança com os adultos, com bases estritamente empíricas dos objetos e fenômenos. Nessa forma de pensamento há um obstáculo cognitivo. No tocante aos conceitos científicos, o autor esclarece que esses são formados na escola, por meio de um processo intencional, organizado e sistemático. A apropriação desses conceitos, por parte da criança, começa com a conscientização das características essenciais presentes na definição do objeto, em uma atividade de caráter consciente e intencional.

Na Atividade Orientadora de Ensino, entendida como um processo coletivo no qual ocorre uma interação entre professores e alunos enquanto solucionam, juntos, situações-problema, considera-se que para a formação e apropriação do conhecimento científico pelos alunos não basta apenas conhecer o conceito; é preciso que o aluno se aproprie do processo lógico e histórico que produziu a necessidade e a elaboração daquele conceito, e para isso o professor deve criar as condições necessárias para que aconteça esse processo.

O movimento lógico histórico, conforme Kopnin (1978), é uma das formas de pensamento elaborada pelos homens. Esse movimento relaciona-se aos conceitos de: totalidade, realidade, práxis, movimento, fluência, interdependência, mutabilidade, imutabilidade, momentos de permanência, relatividade, lógica, história, processo, conhecimento e pensamento; e das categorias: concreto e abstrato, conceito, juízo e dedução, estudados por Kopnin (1978) e Kosik (2002), bem como os fundamentos da teoria materialista dialética do conhecimento.

O movimento lógico-histórico relaciona-se com o conhecimento e com o modo como o homem entende, em sua subjetividade, tudo aquilo que apreende da realidade que contém leis objetivas, elaboradas no ato da atividade cognitiva de si próprio (KOPNIN, 1978). O pressuposto do aspecto histórico foi também preocupação de Leontiev (2001), quando ele tratou de explicitar mais especificamente de que modo o homem constrói significados nas atividades motivadas por alguma necessidade.

Sousa, Panossian e Cedro (2014) reiteram que o movimento histórico se relaciona com as necessidades que se apresentam ao humano e a solução para os problemas advindos dessas. Então, trata-se de um movimento histórico porque o homem, ao satisfazer suas necessidades, transforma a si e à natureza, ou seja, todo conceito ou fenômeno traz consigo o histórico de sua produção na relação com o humano. É nesse processo que repousa o significado de um dado conceito ou fenômeno.

Nessa direção, a compreensão do lógico-histórico se relaciona com o reconhecimento da relação entre a mutabilidade e a imutabilidade das coisas, bem como compreender que o lógico e o histórico da vida estão inseridos na lei universal, que é o movimento (SOUSA, 2018). É compreender que a totalidade do conhecimento é o próprio movimento da realidade objetiva que sempre estará por vir a ser. O lógico reflete não apenas o próprio objeto, mas a história do conhecimento no seu todo. O

que reflete a unidade lógico-histórico ser a base necessária para a compreensão do processo de movimento do pensamento.

Moura (2014, pp.10-11) ratifica que:

[...] ensinar é ato consciente do educador que assume para si de forma intencional o papel de organizador de situações de ensino que possibilitem a apropriação de conceitos de modo que estes sejam ferramentas simbólicas capazes de munir os sujeitos de instrumentos e modo de usá-los para aprimorar cada vez mais os seus processos de construção da vida.

Assim, não se pode ensinar qualquer conteúdo e nem de qualquer maneira. A ação do professor em atividade de ensino supõe, portanto, a seleção e estudo dos conceitos a serem apropriados pelos estudantes, o que requer que a atividade seja “orientadora do ensino”.

Na AOE, os motivos, objetivos, ações e operações dos estudantes estão articulados aos objetivos do ensino e se mobilizam, inicialmente, por meio da situação desencadeadora de aprendizagem (SDA). Logo, as ações do professor, em princípio, devem colocar em movimento a construção da solução do problema contido na situação desencadeadora de aprendizagem. Nesse processo, há de se considerar que não há uma linearidade causa e efeito, pois as ações, por sua vez, ao serem desencadeadas,

[...] considerarão as condições objetivas para o desenvolvimento da atividade: as condições materiais que permitem a escolha dos recursos metodológicos, os sujeitos cognoscentes, a complexidade do conteúdo em estudo e o contexto cultural que emoldura os sujeitos e permite as interações sócio-afetivas no desenvolvimento das ações que visam o objetivo da atividade – a apropriação de certo conteúdo e do modo geral de ação de aprendizagem. (MOURA et al., 2010, p. 222).

Portanto, torna-se fundamental entender os motivos que os professores lançam mão na organização do ensino de um conceito como, por exemplo, os números racionais. Diante disso, é possível perceber a importância do trabalho pedagógico do professor, em colocar os estudantes em situações de ensino que proporcionem a compreensão do movimento histórico do conceito e, conseqüentemente, o aprendizado do conceito proposto pelo professor.

Ao considerar a dinâmica da AOE, que tem como ação central a SDA, o professor também se coloca em processo de aprendizagem e formação, na medida em que há uma via dupla de satisfação de necessidades: a do aluno pela necessidade de aprender, e a necessidade do professor em promover o ensino. Com efeito,

[...] o professor que se coloca, assim, em atividade de ensino continua se apropriando de conhecimentos teóricos que lhe permitem organizar ações que possibilitem ao estudante a apropriação de conhecimentos teóricos explicativos da realidade e o desenvolvimento do seu pensamento teórico, ou seja, ações que promovam a atividade de aprendizagem de seus alunos (MOURA et al., 2010, pp. 213-214).

Logo, o papel do professor no ensino é de extrema importância. Nessa empreitada, o professor é o mediador de todo o processo, pois além de dispor de maior nível de experiência na relação com o aluno, sua ação requer planejamento e intencionalidade educativa (FREITAS, 2002).

Nesta pesquisa, o foco está sobre “o ensino” considerando o processo de escolha, elaboração e análise das situações de ensino pelo professor em formação. Conforme Moura et al. (2010), na perspectiva da AOE, as ações do professor em atividade de ensino pressupõem: eleger e estudar os conceitos a serem apropriados pelos estudantes; organizá-los e recriá-los para que possam ser apropriados; organizar o grupo de estudantes, de modo que as ações individuais sejam providas de significado social e sentido pessoal na divisão de trabalho do coletivo; refletir sobre a eficiência das ações, no intuito de valorizar se essas realmente conduziram aos resultados inicialmente idealizados.

Esse direcionamento visa o desencadear do sentido e do significado atribuído ao conceito, por parte do aluno, e consolidar a apropriação da experiência histórica acumulada, pela via do pensamento teórico e dos conceitos científicos, visando o desenvolvimento do psiquismo. Os postulados teóricos da AOE ratificam que a maneira como o ensino está organizado intervém no desenvolvimento intelectual do sujeito, propicia práticas coletivas sociais, desenvolve as funções psicológicas superiores (VIGOTSKI, 2007) e direciona ao desenvolvimento do pensamento teórico (DAVIDOV, 1988).

Para tanto, o encaminhamento de uma AOE, segundo Moura (1996), deverá explicitar três pontos fundamentais: a “síntese histórica”, o “problema desencadeador” e a “síntese coletiva” da solução. Segundo Moura et al. (2010), a síntese histórica se refere à compreensão do movimento lógico-histórico do conceito, considerando as razões e necessidades que levaram a utilizá-lo; isso representa-se em um acontecimento que possibilita a compreensão das mudanças advindas da época em que esse conhecimento foi produzido para satisfazer a necessidade do momento. Por sua vez, o problema desencadeador se materializa na presença de um problema cujo desafio possibilita a interação do aluno, da turma com o objeto do conhecimento rumo

a compreensões mais elaboradas, permitindo a apropriação do conceito. A síntese coletiva refere-se ao momento em que, coletivamente, buscam a solução para o problema proposto.

A AOE é um processo coletivo em que os sujeitos são os professores e os estudantes e, via problema desencadeador da aprendizagem, ocorre a interação entre os sujeitos enquanto solucionam coletivamente situações-problema, em função do conteúdo e atribuindo sentidos às suas ações enquanto se apropriam dos significados da experiência da humanidade. Referente à apropriação de experiências da humanidade, a AOE está sempre sujeita a transformações, à medida em que necessidades, motivos e objetivos se alteram e, por esse aspecto, uma AOE é um elemento de formação do estudante e, também, do professor.

Moura (2001) apoiou-se na base da compreensão do conceito de atividade, segundo Leontiev (1984), para evidenciar a AOE como tendo:

[...] uma necessidade: ensinar; que tem ações: define o modo ou procedimentos de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; e elege instrumentos auxiliares de ensino: os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco, etc.). E, por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende (MOURA, 2001, p. 155).

Pensar na organização do trabalho pedagógico neste entendimento implica conceber que o estudante, a partir de uma necessidade, motiva-se para executar ações direcionadas ao objeto. Os objetivos de suas ações implicam em operações, às quais ele executará para atender ao objetivo e satisfazer sua necessidade inicial proposta na situação desencadeadora de ensino.

Assim, ao selecionar ou elaborar situações de ensino orientadas pelos pressupostos da atividade orientadora se “[...] imprime uma responsabilidade ímpar aos que organizam o ensino” (MOURA, 2001, p. 146). Logo o professor, ao olhar o ensino de um conceito a partir da compreensão da AOE, poderá proporcionar ao estudante o movimento de apropriação e vivência da atividade proposta por Leontiev (1978), trazendo assim a necessidade do conceito. Neste sentido,

[...] a ação educativa como uma situação-problema [requer] assumir que formar-se é uma ação constante já que, na dinâmica das relações humanas, os problemas produzidos exigem a cada momento novas soluções onde o ato educativo se faz necessário (MOURA, 1996, p. 32).

Assim sendo, as ações educativas propostas na escola podem garantir aos sujeitos o conhecimento previamente acumulado, assim como os modos de produção desse conhecimento construído historicamente, sem desconsiderar que, no processo de aprender, há a inter-relação da dimensão objetiva e subjetiva, ou seja, a atividade de ensino pode impulsionar o processo de aprender, mas o sujeito da aprendizagem precisa se pôr em ação para tanto. É nesse contexto que a proposição da SDA pode ser significativa. Assim, a organização do ensino deve ser planejada e adequada de modo que se desencadeie e concretize:

A formação do estudante, que ao ser sujeito na atividade de aprendizagem se apropria do conhecimento teórico, desenvolvendo-se, transformando-se, humanizando-se, no movimento de análise e síntese inerente ao processo de solução do problema de aprendizagem da AOE; A formação do professor, que tem por objetivo ensinar o aluno e que, entretanto, nas discussões coletivas, no movimento dos motivos de sua atividade, das ações, operações e reflexões que realiza, aprende a ser professor aproximando o sentido pessoal de suas ações da significação da atividade pedagógica como concretizadora de um objetivo social (MOURA et al., 2010, p. 226).

Ao pensar na organização do ensino de números racionais é necessário este olhar atento ao seu movimento histórico e lógico, visando incorporar nas diferentes situações problema as necessidades dos sujeitos e o ensino do conceito. Moura et al. (2010) denominam esse processo de SDA, ou seja, que almeja colocar “em ação os vários conhecimentos presentes em sala de aula no processo de construção de novos conhecimentos” (MOURA, 1996, p. 32).

As SDA têm por objetivo, conforme aponta Cedro (2004), levar o estudante/criança a dar soluções teóricas aos problemas em uma situação de aprendizagem, denominados “problemas de aprendizagem”. Portanto, o professor que lança mão das SDA para organizar o ensino assume verdadeiramente seu papel, bem como o compromisso de efetivamente trabalhar, em sua prática pedagógica, o objeto do conhecimento como algo mais que um simples “siga o modelo”, um arme e efetue, por exemplo.

Os pressupostos da THC pontuados nesta pesquisa são explícitos em tratar de seres humanos em aprendizagem, em desenvolvimento. Logo, entende-se que o professor também está em constante processo de aprendizagem. Se o conhecimento enquanto síntese histórica é sempre provisório, há de se supor que a aprendizagem da docência também precisa ser um processo constante. Nesse sentido, os fundamentos teóricos da THC, ratificados nas proposições sobre AOE e SDA, são

coerentes nesta pesquisa por elucidar que, ao organizar o ensino, o professor também se põe em formação, em novas aprendizagens. Esse fato se dá quando existe a proposta de que os sujeitos professores olhem para sua prática e avaliem suas próprias ações, oportunizando-os a repensarem seus modos de organizar o ensino para efetivar a aprendizagem dos estudantes.

Uma atividade de ensino estruturada, considerando os elementos propostos pela AOE, possibilita ao professor interagir com ferramentas que lhe permitem tornar a sala de aula um espaço efetivo de aprendizagem.

Conforme apontado anteriormente, um pressuposto importante da ação educativa é a intencionalidade do professor, sem a qual não há verdadeiro processo de ensino. É pela intencionalidade que o processo de aprendizagem pode ser desencadeado e, conseqüentemente, as habilidades psíquicas para o plano da atividade intelectual podem ser desenvolvidas. A intencionalidade, por sua vez, é substanciada por fundamentos teóricos metodológicos que envolvem a compreensão tanto do processo de ensinar e aprender quanto do movimento lógico-histórico do conceito.

Há que se considerar que o processo da aprendizagem não se faz de forma isolada ou individual, se não pelo processo de compartilhamento e coletividade. Vigotski (2007), na obra *Formação Social da Mente*, esclarece que a interação tem função central no processo de internalização, de modo que o caminho do objeto até a criança e desta até o objeto passa por outra pessoa.

A internalização é um processo individual e reflexivo por definição. Vigotski (2007, p. 103), afirma que "o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer". O aspecto anterior desvela a dialeticidade do processo em que, por meio de atividades coletivas, o estudante terá a possibilidade de refletir sobre os encaminhamentos efetuados e adquirir novas internalizações.

Pode-se assumir que algumas ações do ensino são mais eficazes para o desenvolvimento do psiquismo dos sujeitos que outras. Não se pode perder de vista o fato de que, no processo de apropriação, ocorrido por meio da SDA, pretende-se intensificar a formação do pensamento teórico. Essas operações, intelectuais, enquanto objeto da aprendizagem, permitem o movimento de análise e síntese em que a apropriação se dá do geral para as partes ou do abstrato ao concreto. Nessa

linha de análise, pode-se inferir que os fundamentos da TA, base de formulação da AOE (MOURA, 1996), devem fundamentar a formulação da SDA.

A SDA intencionalmente planejada deve cumprir alguns requisitos como:

- Proporcionar ao estudante a necessidade de apropriação de conceito. Para tanto, suas ações devem ser orientadas na busca da solução de um problema, que o mobilize para a atividade de aprendizagem e, conseqüentemente, para a apropriação dos conhecimentos;
- Contemplar a gênese do conceito na sua essência, explicitando a necessidade que levou a humanidade para essa referida construção, evidenciando com isso o movimento lógico-histórico;
- Propor situações que podem se concretizar pelo jogo, situações emergentes do cotidiano, história virtual do conceito, dentre outros. Conforme Moura et al. (2010), a SDA é o mecanismo do ensino preenche das necessidades de aprendizagem.

O jogo, indicado como uma das estratégias pedagógicas de uma AOE proposta por meio de SDA, é um mediador interessante, visto que coloca o estudante em ação, na busca por solucionar um problema. Essa ideia coaduna com os pressupostos de Moura (1991) ao ressaltar que, para o aluno imergir no processo de aprendizagem, é fundamental que ele se veja diante de uma necessidade premente do conhecimento, de modo que, através da ação, possa se apropriar do conteúdo que é o objetivo final.

O jogo possibilita colocar o estudante na busca pelo resultado e, conseqüentemente, ao aprendizado, integrando o motivo com o objetivo. Esta estratégia, nas proposições de Moura (1991), é um recurso didático que pode tomar a função de desencadeador do processo e ocorre como resultado almejado à aprendizagem do conceito matemático envolvido nas estratégias vencedoras a ele ligadas. Também tem o potencial de articular várias habilidades, sejam operacionais ou conceituais, de modo que “combinar jogo e resolução de problemas, nas séries iniciais é muito mais que uma simples atitude, é uma postura que deve ser assumida na condução do ensino” (MOURA, 1991, p. 52).

A utilização do jogo em sala de aula pode representar a superação de práticas de ensino mais conservadoras para um processo mais dinâmico, na medida em que “a característica do trabalho com jogos é que não se ensina os conteúdos escolares de Matemática de maneira tradicional, mas se procura explorar as situações com o

sujeito, buscando favorecer o processo de abstração e construção do conhecimento” (GRANDO, 2000, p. 201).

A superação do plano concreto para o plano teórico é um desafio no ensino de matemática e, por isso, Moura (1994) ratifica a importância dos jogos afirmando que, “para nós, a importância do jogo está nas possibilidades de aproximar a criança do conhecimento científico, vivendo ‘virtualmente’, situações de solução de problemas que os aproxima daquelas que o homem ‘realmente’ enfrenta ou enfrentou” (MOURA, 1994, p. 24).

Outra possibilidade para promover a AOE, a partir de uma SDA, é a estratégia pedagógica definida por Moura et al. (2010) como “situação emergente do cotidiano”. Essa situação emergente pode ser assemelhada ao problema em movimento, uma vez que essas situações podem ser expressas por desafios presentes no cotidiano que podem auxiliar na solução de problemas e, portanto, é definida pelos autores como uma SDA. Pode-se inferir que essa estratégia metodológica põe o estudante em confronto com a realidade social da humanidade e, desse confronto, a investigação cria oportunidades para que possam fazer seus questionamentos a partir de situações do dia a dia.

Uma terceira estratégia é a “história virtual do conceito”, a qual é definida como:

[...] uma narrativa que proporciona ao estudante envolver-se na solução de um problema como se fosse parte de um coletivo que busca solucioná-lo tendo como fim a satisfação de uma determinada necessidade, à semelhança do que pode ter acontecido em certo momento histórico da humanidade (MOURA et al., 2010, p. 105).

A história virtual do conceito é uma estratégia que coloca o estudante diante de uma situação-problema semelhante ao que o homem enquanto espécie vivencia (MOURA; MOURA, 1998). Daí o nome de história virtual.

Nesse sentido, trata-se de um recurso que também considera o movimento lógico-histórico do conceito, na medida em que:

Uma história virtual, constitui-se de situações-problema colocadas por personagens de histórias infantis, de lendas, ou da própria história da matemática como desencadeadoras do pensamento da criança, de maneira a envolvê-la na construção da solução do problema, que faz parte do contexto da história, suscitando nela uma necessidade real, mesmo sendo uma situação imaginária. A história é denominada virtual por não estar relacionada à realidade, embora ela represente uma situação problema real vivenciada pela humanidade (LOPES; VAZ, 2014, p. 1005).

A história virtual, como recurso na SDA, contempla ao mesmo tempo o movimento histórico que o homem passou até desenvolver determinado conhecimento, como também o contexto concreto real do estudante, com o fim de permitir a apropriação dos conhecimentos e resolver problemas sociais do seu contexto. Esse fato enseja maior interação frente ao objeto do conhecimento, de tal forma que se movimenta para resolver o problema desencadeador proposto.

Essa estratégia envolve certa ludicidade e, por isso, permite a relação da realidade com a fantasia ou vice-versa, possibilitando utilizar a imaginação como forma de relacionar o que está se apropriando com a realidade que se vive. Essa dinamicidade, quando vivenciada por meio de uma SDA, permite ao estudante articular a imaginação para relacionar os fatos e sua experiência cultural, no intuito de resolver o problema.

A formação do pensamento teórico e da conduta cultural, que resulta da própria atividade do homem, decorre que tão importante quanto a atividade de ensino do professor é a sua própria atividade de aprendizagem, que se configura em processo de formação docente, sob a perspectiva da THC, em que o homem transforma e transforma-se a si mesmo. A importância da formação docente, à luz do referencial da THC, é abordada na próxima subseção.

2.3 Formação docente: a aprendizagem do fazer docente

As considerações explicitadas nos referenciais ancorados na THC advogam que a atividade de ensino se articula ao processo de aprendizagem, uma vez que sem ensino, é provável que não haja aprendizagem. Entretanto, o desafio consiste em como ensinar matemática de modo que haja a apropriação por parte do aluno. Em uma de suas inúmeras entrevistas, D'Ambrosio (2015) esclarece que responder a esse desafio implica reconhecer que essa questão está sintetizada no:

Trinômio porque ensinar, o que ensinar, como ensinar [...]. Insisto no princípio básico de ancorar a prática educativa nos objetivos maiores da educação, que são essencialmente responder aos anseios do indivíduo e prepará-lo para a vida em sociedade, isto é, para a cidadania. O grande desafio é, portanto, combinar o individual e o social. Não priorizar um sobre o outro, mas tratá-los como dois aspectos do comportamento humano, não excludentes, mas mutuamente essenciais. Talvez esse seja um dos temas mais fascinantes no estudo da condição humana, isto é, conciliar o individual e o social (D'AMBROSIO, 2015).

Para o autor, o professor não deveria usar sua condição de professor ou “ensinar uma disciplina para fazer proselitismo, isto é, converter o aprendiz à sua doutrina, ideia ou disciplina, mas sim usar a sua disciplina para cumprir os objetivos maiores da educação” (D’AMBROSIO, 1986, p. 15). De acordo com D’Ambrosio (1986, p. 113), “alunos e professores devem crescer, social e intelectualmente, no processo”. Com essa afirmativa, advoga-se favorável à importância da formação docente: um processo em que os conteúdos do ensino não sejam configurados apenas por conceitos desconexos e técnicas repetitivas.

Estar em processo de formação pode significar estar em atividade, ao passo que elementos múltiplos vão se delineando em um processo formativo, possibilitando ao professor reconhecer-se como uma singularidade em formação, permitindo-lhe uma nova percepção da atividade formativa, não mais como uma ação para cumprimento de tarefas, mas como um momento privilegiado do seu próprio desenvolvimento.

Na perspectiva de Leontiev (2001), a análise sobre o desenvolvimento do psiquismo infantil evidencia que um dos primeiros aspectos observados, com relação às forças motoras do desenvolvimento do psiquismo infantil, é a mudança do lugar que a criança ocupa nas relações humanas e, nessa relação, ocorre a alternância na atividade principal. Notadamente, essa relação não se restringe ao desenvolvimento infantil, mas a todo o movimento de formação docente, implicada na mudança de lugar: o professor que ensina e que, ao mesmo tempo, aprende. Nesse processo, novas ações são necessárias à realização da atividade docente.

O avanço mais importante ocorre quando a docência passa a ser uma atividade, tal como a concebe Leontiev (2001). A docência, assim, passa a ser uma atividade quando se assume o ensino como um projeto, uma necessidade particular. A partir desse momento, o compromisso docente não se volta mais apenas para as exigências pessoais de estudante/acadêmico, mas para as várias crianças que expectam pelo bom desempenho do professor. Portanto, os motivos são consideravelmente outros.

No seu processo de formação inicial ou continuada as necessidades do professor de compreender a docência, realizar leituras sobre a docência ou fazer estágio podem se configurar como motivos “apenas compreendidos”, por exemplo quando realizados para se adquirir uma certificação. Ou “realmente eficazes” quando o que move o professor em formação “produz uma nova “objetivação” das suas

necessidades, isto quer dizer que elas se elevam de um grau” (LEONTIEV, 1978, p. 315).

Nesse contexto, a formação inicial ou continuada que incorpora elementos da realidade objetiva, da prática, propicia ao professor, então, uma qualidade superior de análise, corroborando a afirmativa de Kopnin (1978, p. 140) de que “a medida de racionalidade de nossas ideias é determinada pelo grau de domínio sobre os fenômenos e processos da realidade objetiva”.

A necessidade de dominar os fenômenos da realidade objetiva tem outro aspecto pontuado por Leontiev (1978) de igual importância. Esse diz respeito aos sentimentos e às emoções com que se vivencia a atividade de ensino, isso é, também, revelador de sua atividade. Segundo Leontiev (1978, p. 316), “um outro traço importante da atividade é que ela está associada a uma classe particular de impressões psíquicas: as emoções e os sentimentos”.

Importa destacar que essas impressões e sentimentos não existem em si mesmo, mas dependem em grande medida da atividade da qual fazem parte. Essa situação é exemplificada pelo autor na seguinte proposição:

[...] o sentimento com que eu caminho na rua não determinado pelo facto de andar nem pelas condições exteriores em que ando ou pelo facto de encontrar ou não obstáculos no meu caminho, antes depende da relação vital em que se insere a minha ação. Razão por que pode acontecer-me andar alegremente à chuva ou estar interiormente deprimido quando faz bom tempo; num caso qualquer entrave me desesperará, no outro qualquer obstáculo imprevisível que me obrigue a entrar em casa pode encantar-me interiormente (LEONTIEV, 1978, p. 316).

Na atividade de ensino, o compromisso é com a aprendizagem dos alunos. Nesse contexto, dificuldades e angústias vivenciadas no processo de formação para a docência não deixam de existir e, agora, são mobilizadoras de novas ações. Estar em atividade de ensino tende a ser mais exigente com o que se lê ou se ouve, correndo-se o risco de supervalorização da prática e a desvalorização da teoria. Segundo Kopnin (1978, p. 128), “é relativa à autonomia, a independência do pensamento, como atividade intelectual, em face da atitude prática do homem ante o mundo objetivo”. No entanto, destaca o autor que:

A força principal que dirige a evolução do pensamento é em última instância a prática, mas só em última instância. O pensamento tem sua lógica interna de desenvolvimento, vinculada à prática, mas relativamente autônoma. Ademais, o movimento do pensamento, centrado na lógica interna deste, pode ocorrer quer nos limites dos conceitos e teorias antes formadas, i. e.,

pode ocorrer, em verdade, sem a obtenção de resultados basicamente novos, quer ultrapassando os limites desses conceitos e teorias e criando novos. Só no segundo caso verifica-se o desenvolvimento real do pensamento (KOPNIN, 1978, p. 129).

Notadamente, ao ressaltar que a força principal que dirige o pensamento é, em última instância, a prática, Kopnin reporta o assinalado por Kuenzer (2004, pp. 75-76), que alerta sobre o lugar da reflexão acerca da prática no processo de formação.

[...] é preciso considerar que a prática não fala por si mesma; os fatos práticos, ou fenômenos têm que ser identificados, contados, analisados, interpretados, já que a realidade não se deixa revelar pela observação imediata; é preciso ver além da imediaticidade [...].

A autora supracitada reafirma, então, que a prática em si não representa potencialidade de desenvolvimento do pensamento. Em outras palavras, o ato de conhecer não prescinde do trabalho intelectual, teórico. Assim, é nesse movimento que o pensamento se inicia e se amplia ao mesmo tempo, constituindo novos significados, pois novos saltos vão sendo possibilitados pela unidade teórico-prática. A ruptura com o pensamento inicial exige novas formas de apreensão das questões educacionais e, em um movimento eminentemente dialético, forma-se uma nova qualidade de pensamento.

Nessa mesma linha, Pimenta (2002, p. 26) ressalta a importância da formação docente e o importante papel da teoria nesse processo, o qual permite ao professor uma ação contextualizada, cujos “[...] saberes teóricos propositivos se articulam, pois, aos saberes da prática, ao mesmo tempo ressignificando-os e sendo por eles ressignificados”.

O processo de aprendizagem do professor, em processo formativo, possibilita o conhecimento teórico para apreender o empírico. Sem o domínio do conhecimento acumulado pela humanidade, sem o domínio do movimento lógico-histórico dos conceitos, exclui-se de suas “mãos” os instrumentos necessários à sua autonomia profissional. Ressalta-se, contudo, que o domínio da relação entre conhecimento teórico e prático, por si só, não revoluciona o aprendizado do professor em formação, nem resolve os problemas encontrados na hora de ensinar. Entretanto, ao se delinear essas relações, como necessária à formação docente, está-se de certo modo admitindo a complexidade de ser professor, reconhecendo como é difícil apreender a teoria e pensar sua legitimidade na prática.

O reconhecimento da complexidade da profissão docente nega-se à sua simplificação, o que, por sua vez, desdobra-se em uma ressignificação da formação, haja visto que, se tal profissão é complexa, exige-se uma formação correspondente. Nesse contexto, os fundamentos da THC são pontos fundamentais para o agir do professor, uma vez que a docência, segundo Valdemarin (1998, p. 80), é uma “atividade complexa que tem como ponto de referência geral a possibilidade do conhecimento pelo ser humano como atividade que deve ser dirigida, direcionada, ensinada”.

É nesse contexto que o papel do professor, na organização do ensino, torna-se relevante, uma vez que a sua prática docente se desenvolve ao longo de um processo histórico e, nesse mesmo processo, pode ir se modificando a partir de processos que lhe possibilitem aprender a ser professor. Assim, os espaços de formação inicial e continuada desencadeiam aprendizagens que vão sendo ratificadas no processo de interação com o mundo, com os colegas e com seus alunos. Em outras palavras, ele aprende seu trabalho na sua atividade de ensino. Esse processo de interação tem implicações no ensino de conceitos matemáticos. A organização do ensino direcionado, intencional, que possibilite ao aluno o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, como a memória e a abstração, é indispensável para a formação de conceitos.

Como já assinalado na aprendizagem da docência, o professor também se coloca em situações de desafios a si próprio, instigando-se a romper com a lógica de um ensino complexo, com regras e procedimentos desconexos, memorização, entre outros desafios presentes no ensino de conceitos matemáticos. Conduzir as ações educativas na matemática, de forma intencional e planejada, tendo claros os objetivos a serem alcançados, permite ao professor estabelecer melhores estratégias e procedimentos que contribuam para a aprendizagem e proporcionar o desenvolvimento do pensamento. Esse é um desafio também do processo formativo.

O processo formativo, na AOE, é "o conjunto articulado da intencionalidade do educador que lançará mão de instrumentos e de estratégias que lhe permitirão uma maior aproximação entre sujeitos e objeto de conhecimento" (MOURA, 1996, p. 19). A premissa de que ao fazer a atividade o sujeito se revela e que a qualidade dessas ações depende de sua finalidade, do contexto e das interdependências é um indicativo da THC no que se refere ao desenvolvimento dos processos psíquicos, uma vez que deixa explícita as ações e/ou atividades que evidenciam um processo de

apropriação de conceitos, qual a natureza do conhecimento e qual o papel das interações (MOURA, 2003).

A perspectiva da THC permite inferir que o processo de formação é, também, um processo de desenvolvimento profissional e pessoal. As interações do professor com o seu objeto de trabalho imprimem na sua atuação uma dimensão política e coletiva, na qual o ensino, cujo componente principal é o conhecimento e, esse, por sua vez, possibilita ao professor lidar analítica e sinteticamente com seu instrumento de trabalho -a atividade- em que está subjacente o ensinar. Com respeito a isso, Sampaio e Moura (2003, p. 4) assinalam que a:

[...] qualidade profissional se assenta não apenas no saber ensinar, mas, na relação dialética entre o aprender e o ensinar. Lógica expressa em Guimarães Rosa, em "Grande Sertão: Veredas", quando diz: "Mestre não é aquele que sempre ensina, mas aquele que de repente aprende" e que nós, ousadamente, reforçamos: mestre é aquele que de repente aprende, aquele que muito aprende, porque o de repente é quase sempre.

A formação continuada de professores, fundada na THC e na AOE, desvela uma forma diferenciada de lidar com os conceitos, e nessa dimensão se configura, assinala Moura (2001), como um campo de possibilidades para o desenvolvimento do pensamento teórico, tanto para quem ensina quanto para quem aprende.

3 SITUAÇÕES DE ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS: UMA APROXIMAÇÃO AO TEMA

Este capítulo tem por intuito apresentar a compreensão sobre os números racionais nesta pesquisa. Entretanto, dado que a THC é o referencial teórico desta pesquisa, sustentada pelo materialismo dialético, tem-se que o movimento lógico-histórico é em essência o meio para análise e compreensão do conceito matemático. Desta maneira, este capítulo inicia com uma breve incursão sobre o movimento lógico-histórico, destacando-se a necessidade dos números racionais na experiência humana, para em seguida relatar alguns “significados” que eles podem assumir. Por fim, são apresentados resultados de outras pesquisas no tema, que versam sobre o processo de ensino do conjunto dos números racionais.

3.1 O movimento histórico e lógico: aproximações ao conceito

A apropriação do conceito, por parte dos sujeitos envolvidos no processo de ensinar e aprender, tem-se configurado em um desafio à escola. Uma das premissas da THC é que o ser humano sempre aprende em interação com o outro e por um processo de mediação sistematizada e intencional. Entretanto, a qualidade daquilo que se aprende é um fator de reflexão quando o assunto é o ensino e aprendizagem. Aprender algo teoricamente implica ultrapassar os limites do concreto imediato e compreender que a teoria se origina da prática e a prática se explica à luz da teoria.

Nesse contexto, aprender um fenômeno teoricamente implica engendramento de esforços para além do aparente e requer o aprofundamento das nuances que envolvem um fenômeno ou conceito, na perspectiva do movimento lógico-histórico que permeia o conhecimento historicamente acumulado. Para Saito e Dias (2013),

O lógico do histórico refere-se à lógica dialética, mais ampla que a lógica formal. A relação desta com o conhecimento matemático tem sido tão estreita que, muitas vezes, toma-se uma pela outra. A lógica formal se interessa pela própria forma linguística da expressão de uma ideia como, por exemplo, de uma definição matemática. Entretanto, a lógica dialética, por sua vez, estuda, sobretudo, o conteúdo mental que se expressa por meio da forma linguística, dando atenção especial à relação desse conteúdo com a realidade objetiva no processo de pensamento, ou seja, no processo de aquisição do conhecimento. A relação dialética entre o lógico e o histórico no pensamento conduz à compreensão do objeto de estudo na sua forma teórica (p. 93).

Nesse sentido, teóricos como Dias (2007) e Moura e Sousa (2005) referendam que a perspectiva do lógico-histórico, sobretudo em relação aos conceitos matemáticos, representa a possibilidade de apreensão do objeto no processo do movimento, que vai desde a gênese do conceito à sua identificação com o contexto das demandas sociais, ou seja, o processo de desenvolvimento do conceito na forma mais aprofundada.

Os autores fundamentam seus pressupostos em Kopnin (1978), para o qual o histórico do objeto compreende seu processo de mudança, isto é, etapas do seu surgimento e desenvolvimento, enquanto o aspecto lógico refere-se ao meio pelo qual o pensamento realiza a reprodução do processo histórico desse objeto, ou seja, o pensamento lógico, elaborado, apropriado e passível de novas aplicações.

Apropriar-se de um conceito significa sua apreensão na forma mais completa, ou seja, ultrapassa os limites da cópia da realidade e da história. Em uma lógica dialética, assume-se que a origem do conceito está na prática/atividade/trabalho e, em uma ascendência do abstrato para o concreto pensado. Em outras palavras, é a materialização da busca pela essência, a origem e o desenvolvimento do objeto de conhecimento.

A essência, a história e a lógica do conceito tornam-se alvo do professor que, por meio de uma aprofundada análise do conteúdo, apropria-se das suas particularidades, identifica suas formas de manifestação e estabelece situações de aprendizagem em que o estudante seja envolvido nesse percurso do conhecimento.

Assim, no processo de ensino, supõe-se que por meio da identificação das leis gerais expressas na manifestação do conceito, o estudante possa apropriar-se do mesmo. Este movimento caracteriza o duplo movimento do ensino proposto por Hedegaard (2009, cap. 6):

Na abordagem do duplo movimento, o plano de ensino do professor deve avançar de características abstratas e leis gerais de um conteúdo para a realidade concreta, em toda a sua complexidade. Inversamente, a aprendizagem dos alunos deve ampliar-se de seu conhecimento pessoal cotidiano para as leis gerais e conceitos abstratos de um conteúdo. O professor orienta diálogo da classe e constrói as tarefas de aprendizagem a partir de conceitos gerais do problema-chave, tal como formulado em um modelo nuclear. Um modelo nuclear cria uma estrutura para o plano do professor das tarefas instrucionais. A mediação instrucional de relações gerais no modelo por meio de tarefas educativas práticas implica que os requisitos e o conteúdo das ferramentas são orientados para tornar as leis gerais do tema visíveis para as crianças.

Nesse contexto, ratifica-se que o pensamento teórico não é um conteúdo a ser memorizado ou descrito, mas explicitado e apropriado. Libâneo (2009) esclarece que:

[...] o pensamento teórico se desenvolve pela formação de conceitos e pelo domínio dos procedimentos lógicos do pensamento que, pelo seu caráter generalizador, permite sua aplicação em vários âmbitos da aprendizagem. Em outras palavras, para pensar e atuar com um determinado saber, é necessário que o aluno se aproprie do processo histórico real da gênese e desenvolvimento desse saber (p. 70).

O autor esclarece ainda que a perspectiva de formação dos conceitos e sua generalização tem estreita relação com as tarefas de aprendizagem. Desse modo, em um processo complexo, pressupõe-se que as SDA, por meio de ação da AOE, direcionem o processo a fim de que os estudantes analisem o conteúdo e desvendem a relação geral do conceito em suas diversas manifestações; identifiquem o “núcleo” do conceito com vistas ao domínio da lógica estabelecida na história do conceito nele cristalizado. Em outras palavras, trata-se do domínio das ações mentais que estão contidas no objeto (LIBÂNEO, 2009).

A formação do conceito, expressa no histórico do objeto refletido no pensamento, constitui o conteúdo do pensamento e o lógico, reflexo desse conteúdo, reproduz "a essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações" (KOPNIN, 1978, p. 183). Nesse direcionamento, a formação do conceito matemático pelos sujeitos do processo implica a proposição de atividades de ensino capazes de desencadear, no pensamento, a dialética entre o histórico e o lógico.

Como assinalado, a reprodução do conceito, no pensamento, reflete o desenvolvimento desse conceito e, além disso, compreende-se sua necessidade e as aptidões humanas nele sintetizadas, elaborando novos aspectos e relações do movimento do objeto no pensamento. Portanto, a ideia de reprodução não deve ser tomada como cópia similar, mas como capacidade humana, conforme sintetiza Rubinstein (1976, p. 47):

Tal como a retenção não é apenas uma conservação passiva, muito menos a reprodução é uma reprodução mecânica do que foi inculcado ou aprendido. No processo de reprodução, aquilo que se deve reproduzir não se reproduz apenas, mas forma-se de certo modo. Nesse viés, o próprio conteúdo significativo se forma por meio da formulação linguística e da mesma forma, o pensar está comprimido na reprodução capta o conteúdo de uma forma mais primorosa, generaliza-o, sistematiza-o, aperfeiçoa-o e reconstrói-o.

Nesta dissertação, explorar o potencial do movimento lógico-histórico do conceito nas propostas de ensino de números racionais é um pressuposto que ratifica a base teórica deste estudo.

Os conceitos matemáticos surgem da necessidade humana de sobrevivência e preservação da espécie. O desenvolvimento destes conceitos aconteceu de forma gradativa, ou seja, conforme a necessidade que os indivíduos de um grupo ou uma tribo sentiam em relação com o meio em que estavam inseridos (BOYER, 2010). Silvestre e Silva (2019, p. 5) mencionam que “o pensamento teórico construído historicamente foi criado por várias civilizações. Alguns conceitos tiveram maior nível de aprofundamento junto a determinados povos e, por isso, foram a eles atribuídos”.

Neste sentido, refletir sobre os números racionais implica em entender o surgimento do seu conceito diante de uma necessidade humana social e o percurso de seu desenvolvimento, tendo como base a história, pois “estudar algo historicamente significa estudá-lo em movimento” (VYGOTSKY, 2003, p. 67), uma vez que “ao articularmos história da matemática e ensino, não procuramos fazer a história guiar o pensamento de tal modo a impor o processo histórico, mas permitir que a formação das ideias componha a lógica do movimento do pensamento” (DIAS; SAITO, 2009, p. 94).

3.2 Números racionais: o movimento lógico-histórico e os significados atribuídos

Conforme assinalado, o movimento lógico-histórico do conceito estuda a relação mútua entre o curso do conhecimento lógico e o curso do desenvolvimento histórico da sociedade em geral e a história do conhecimento em particular.

As análises dos números racionais, balizadas pelo movimento lógico-histórico, implicam o reconhecimento do processo de produção e desenvolvimento desse conceito como objeto de satisfação das necessidades humanas de um dado momento histórico. Assim como o conjunto dos números naturais surgiram da necessidade humana da contagem, o conjunto dos números racionais expressam a necessidade humana da medida (CEDRO; MORAES; ROSA, 2010). Boyer (2010) corrobora essa afirmativa assinalando que tal necessidade humana surge em um contexto social dado. Portanto, há um argumento histórico na produção deste conceito.

Medir está presente na vida do ser humano, desde as atividades corriqueiras do dia a dia de uma dona de casa, no preparo da terra para o plantio pelo agricultor, na construção civil pelo pedreiro, até os grandes inventos de um cientista. Perscrutando na história, pode-se mencionar que os impostos, no Egito, tiveram a necessidade de medir, já que os terrenos nas mediações do Rio Nilo deviam ser divididos na mesma proporção de terra, a fim de que pudessem ser cobrados impostos referentes à sua área útil. Entretanto, com as cheias do referido rio, porções de terras ficavam submersas, diminuindo a área útil do terreno, o que ocasionava a necessidade de nova medição (CARAÇA, 1989).

A unidade padrão da época era o cúbito do Faraó – distância entre o cotovelo ao dedo médio –, o qual era representado em cordas com nós. Para fazer a medição, comparava-se quantas vezes o comprimento da medida padrão cabia dentro do comprimento a ser medido.

Porém, a unidade de medida nem sempre cabia uma quantidade inteira de vezes na parte a ser medida. Houve a necessidade de dividir o inteiro para conseguir maior precisão nas medições, foi necessário então criar as subdivisões. Assim surgiram as primeiras representações dos números fracionários (ROMEIRO; MORETTI, 2016, p. 7).

Frente ao exposto, pode-se afirmar que estas tentativas culminam em números e suas representações, dentre eles os números racionais, que surgiram da necessidade prática da medida. Nas palavras de Romeiro e Moretti (2016, pp. 6-7), “O conjunto dos números racionais, assim como o conjunto dos números naturais surgiu de uma necessidade humana socialmente colocada. O conjunto dos números naturais da necessidade humana da contagem e o conjunto dos números racionais da necessidade humana da medida”. Para Cedro, Moraes e Rosa (2010, p. 434),

Medir consiste em comparar duas grandezas da mesma espécie. Há uma variedade de unidades de medida, porque há uma variedade de grandezas; o comprimento, a área, o volume, a altura, a massa, o trabalho, a intensidade, a pressão de ar e o valor monetário são algumas das noções que se transformam em quantidades pelo procedimento de medição.

Gerados a partir da necessidade humana de medir, hoje os números racionais estão presentes em um amplo espectro de contextos e “expressa diversas e distintas ideias, relações, princípios, operações e procedimentos matemáticos e condiciona o trabalho docente a expressar uma variedade de princípios ou estratégias metodológicas” (ROMANATTO, 1999, p. 47).

No meio educacional, na visão de Guerreiro e Serrazina (2017, p. 182), os números racionais “se constituem em um dos temas matemáticos mais complexos e mais importantes com que os alunos se deparam ao longo do ensino básico”. Geralmente, quando esses números são trabalhados em sala de aula, sua construção nem sempre é apropriada pelos estudantes.

Na opinião de Ohlsson (1991, apud ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, p. 81), “a dificuldade associada aos números racionais é de natureza semântica, consequência da natureza composta dos números racionais”. O autor exemplifica questionando a dificuldade do aluno em compreender como os significados de 2 e 3, combinados, podem dar origem ao significado de $2/3$. O autor acrescenta que essa dificuldade é consequência de “um emaranhado de ideias, relacionadas e parcialmente sobrepostas, que circundam os números racionais. Em marcante contraste, não há uma clara concordância sobre como facilitar a aprendizagem desses conceitos” (OHLSSON, 1991 apud ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, p. 81).

Assim, entender de que maneira os elementos numéricos podem ser escritos se constituem um desafio ao processo ensino-aprendizagem durante o período de escolarização. Estudiosos como Caraça (1989, p. 36), explicitam que o conjunto dos números racionais, ou campo racional, “compreende o conjunto dos números inteiros e mais o formado pelos números de fracionários”. Segundo o autor, a sua criação apresenta como vantagens: a possibilidade de sempre exprimir a medida de um segmento tomando outro como unidade; e a divisão de números inteiros m e n pode sempre ser expressa simbolicamente pelo número racional m/n .

Caraça (1989) menciona que o campo racional expõe as seguintes propriedades: a igualdade; a desigualdade e as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação de expoente inteiro, radiciação e potenciação de expoente fracionário). Para o referido autor, dois números racionais $r = m/n$ e $s = p/q$ dizem-se iguais quando exprimem a medida do segmento com a mesma unidade inicial. Já na desigualdade de dois números racionais r e s , diz-se maior aquele que, com o mesmo segmento unidade, mede um segmento maior.

Dias e Moretti (2011) alertam que “embora a fração esteja na gênese do número racional, fazendo parte da formação do pensamento numérico, conhecer fração não significa conhecer o número racional”. As autoras explicam que, no contexto da medida, a qualidade do número está relacionada à unidade, ao seu fracionamento e à quantificação no processo de comparação.

De acordo com Onuchic e Allevato (2008), o ensino dos números racionais está formando alunos que constroem concepções simplistas e estratégias mecânicas para resolver problemas. Além disso, destacam que os números racionais podem adquirir diversas personalidades, expressão utilizada pelas autoras para se referirem “aos números racionais associados aos diferentes significados que eles podem assumir” (p. 81). Onuchic e Allevato (2008, p. 85) acrescentam, ainda, que as diferentes personalidades ou significados que os números racionais podem assumir constituem campos semânticos distintos e que na compreensão dos números racionais é necessário “considerar a teoria matemática à qual eles estão submetidos, a classe de situações do mundo real a que eles se aplicam e a relação entre a teoria e estas situações”.

Cumprido destacar que na teoria histórico-cultural, o termo ‘significado’ é relevante, e Vigotski entende que o significado da palavra se constitui como a unidade de análise entre pensamento e linguagem. Conforme Asbahr (2014, p.268) “Para o autor, os significados são produtos históricos e transitórios e as relações sociais neles se refletem; são produtos das condições objetivas que lhes deram origem e refletem a realidade objetivamente existente de um modo especial, por meio de uma generalização.”

Assim, não se reconhece conflito na compreensão que as autoras Onuchic e Allevato (2018), atribuem como personalidades ou significados assumidos pelos números racionais. Essas autoras apresentam seis significados do número racional que podem ser trabalhadas mediante a resolução de problemas: ponto racional, quociente, fração, operador, razão e proporcionalidade. Reconhecem-se estes significados como compreensões possíveis sobre os números racionais, que se aproximam de alguma forma do significado historicamente elaborado de número racional. E espera-se que o estudante que se apropria do conhecimento de números racionais, domine estas diferentes compreensões.

O Quadro 1 sintetiza esses diferentes significados do número racional.

Quadro 1 – Significados dos números racionais segundo Onuchic e Allevato (2008)

Significado	Característica
Ponto racional	Todo número racional ocupa um ponto bem definido na reta e, reciprocamente, a todo ponto racional da reta corresponde um número racional.
Quociente	É percebido quando um número de objetos precisa ser repartido igualmente num certo número de grupos. Ele aparece mais frequentemente nas aplicações do que as outras e se refere ao uso dos números racionais como solução para uma situação de divisão.

Fração	É uma relação da parte com o todo.
Operador	Tem significado semelhante ao de “encolher” ou “esticar”, de “reduzir” ou “ampliar” e define uma estrutura multiplicativa de números racionais.
Razão	É uma comparação multiplicativa entre duas grandezas e suas propriedades são fundamentalmente diferentes daquelas da fração.
Proporcionalidade	A compreensão de proporcionalidade é um ponto crítico no desenvolvimento mental. O raciocínio proporcional tem sido considerado como ponto crucial do ensino elementar e a pedra angular da álgebra e do que vem depois.

Fonte: Adaptado de Onuchic e Allevato (2008)

Por sua vez, Romanatto (1997), em sua tese de doutorado intitulada “Números racionais: relações necessárias à sua compreensão”, menciona que o número racional deve ser entendido como uma teia de relações nas quais noções, princípios e procedimentos matemáticos distintos são construídos por meio de diferentes contextos e que relação como medida, quociente, razão, operador multiplicativo, probabilidade e um número na reta numérica são significados que os números racionais assumem, representadas por notações da forma a/b , decimal e percentual (Quadro 2).

Quadro 2 -Significados dos números racionais conforme Romanatto (1997)

Significado	Característica
Relação como medida	Na relação parte/todo, a noção de número racional pode expressar a síntese de duas ideias matemáticas ² , a medida e a quantidade (fração).
Quociente	um número de objetos precisa ser dividido igualmente num certo número de grupos.
Razão	É uma relação de comparação multiplicativa entre duas quantidades de mesma medida.
Operador multiplicativo	Dá uma ideia de máquina: um todo que vai ser transformado e tal transformação está relacionada à notação a/b . Define uma estrutura multiplicativa dos números racionais e é a mais algébrica das ideias básicas desse tipo de número
Probabilidade	É a relação entre o possível e o necessário (ou favorável); comparação entre chances favoráveis ou necessidades e as chances possíveis.
Número na reta numérica	Envolve a ideia de que a notação a/b expressa, em algumas situações, um número na reta numérica.

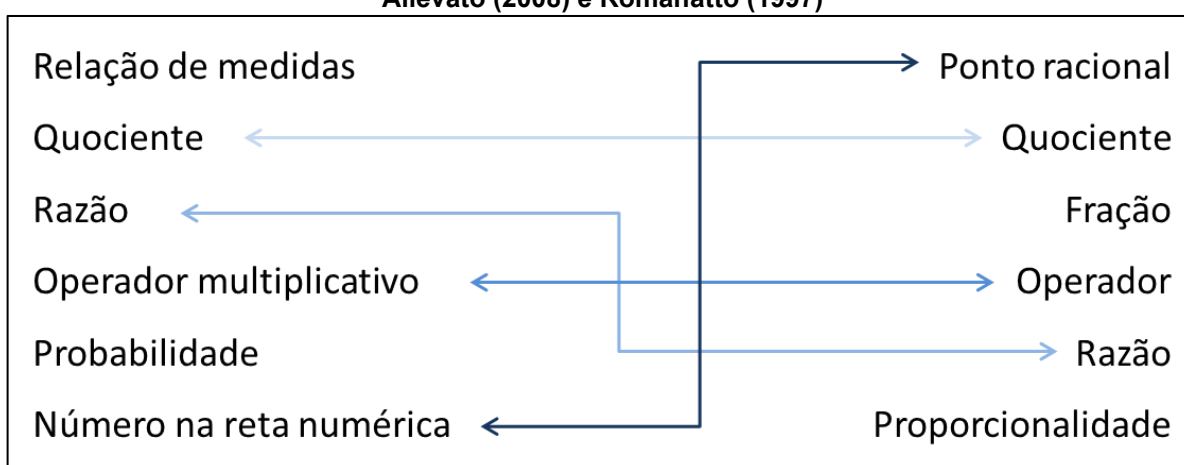
Fonte: Adaptado de Romanatto (1997)

Romanatto (1999, p. 44) acrescenta que o “estudo dos números racionais, ampliado com assuntos tais como razão, proporção, regra de três e porcentagem, poderiam ajudar o assunto a desenvolver ideias essenciais da Matemática”.

² As ideias matemáticas referem-se ao conteúdo, isto é, aos assuntos específicos da Matemática. O conteúdo, por sua vez, é descrito em termos de linhas ou sequências e ideias unificadoras e as sequências são categorias de assuntos que garantem tanto a lógica, assim quanto a profundidade e a amplitude gradativas (ROMANATTO, 1997, pp. 58-59).

Na sequência, traçou-se uma comparação entre os significados assumidos pelos números racionais, na visão dos autores anteriores. Pode-se perceber que alguns possuem semelhanças, como pode ser observado na Figura 1. É mister salientar que essas semelhanças se dão devido à concepção de cada autor sobre estes significados e que não há uma única interpretação sobre os números racionais, de modo que outras interpretações podem ser obtidas a partir de leituras de outros pesquisadores.

Figura 1 -Semelhanças entre os significados dos números racionais propostos por Onuchic e Allevato (2008) e Romanatto (1997)



Fonte: Autoria própria (2022)

Conforme se pode observar a partir da leitura destes autores, podem ser destacados oito significados como assumidos pelos números racionais, quais sejam: relação de medidas, quociente, fração, razão, operador, probabilidade, ponto racional e proporcionalidade.

Para Romanatto (1997), um dos primeiros contextos em que se pode iniciar o estudo dos números racionais é aquele em que está presente a relação de medida, referida à parte/todo. Por exemplo: $\frac{2}{3}$ de uma pizza (unidade/todo: uma pizza) ou $\frac{2}{3}$ de um grupo de nove pessoas (unidade/todo: 9 pessoas). O autor esclarece ainda que “as duas situações representam uma relação parte/todo (medida) em que as ideias de quantidade e medida estão presentes. Devemos dividir o todo, o inteiro, o grupo, enfim, a unidade em partes iguais e tomarmos um determinado número delas” (ROMANATTO, 1997, p. 102). No entanto, Romeiro e Moretti (2016, p. 9) alertam que:

Problemas envolvendo a relação parte-todo, como por exemplo, “meia pizza” ou “desenhe a fração referente a $\frac{2}{6}$ do chocolate”, limitam o conceito de fração apenas à contagem discreta, na qual o aluno utiliza recursos já conhecidos para resolver problemas. Restringe-se a análise ao campo dos

Números Naturais, não potencializando o desenvolvimento do pensamento teórico do conceito na relação com a sua gênese e a essência das relações que o constituem. Assim, não se chega ao entendimento que a fração pertence a outro conjunto numérico e não se estabelecem as relações aritméticas, algébricas e geométricas pertinentes ao conceito de frações.

Quanto ao quociente, segundo as duas referências utilizadas, este corresponde a um número de objetos que devem ou precisam ser divididos de igual forma entre um grupo, por exemplo: repartir 3 pizzas entre 4 pessoas. Aqui o resultado da divisão de 3 por 4 é igual a $\frac{3}{4}$, ou seja, o número $\frac{3}{4}$ representa o quociente de uma divisão exata. Romanatto (1997, p. 103) esclarece que, enquanto no caso medida (parte/todo) a ideia é de comparação, no quociente a ideia presente é a de partição. No caso da fração é uma divisão, em que o numerador e denominador são números positivos.

Para razão, Romanatto (1997; 1999) e Onuchic e Allevato (2008), coincidem ao referirem-se a esta como uma relação de comparação multiplicativa, sendo tal comparação entre duas grandezas da mesma medida, mas, também com medidas diferentes; quando são diferentes, a segunda medida depende da primeira e a razão se chama taxa. Para o caso da grandeza da mesma medida, pode ser a relação $\frac{13}{15}$ para referir-se a uma situação em que hipoteticamente, numa determinada escola existem 13 meninos para cada 15 meninas; já para as grandezas de diferente medida, Romanatto (1999) apresenta o exemplo da densidade que se expressa em kg/m^3 .

Para probabilidade, Romanatto (1999, p. 44) a apresenta como “a relação parte/todo em uma probabilidade que deve ser entendida como uma comparação entre chances favoráveis ou necessárias e as chances possíveis”.

Um outro significado que os números racionais podem assumir conforme os autores aqui discutidos envolve a ideia de que a notação $\frac{a}{b}$ expressa, em algumas situações, um número na reta numérica. Romanatto (1997, p. 106) menciona que “é imprescindível que no início dos trabalhos com os números racionais, principalmente, nas atividades que envolvem as ideias de medida e de quociente, seja feita a localização desses números na reta numérica”.

A proporcionalidade, Onuchic e Allevato (2008, p. 99) apresentam-na como uma comparação multiplicativa, destacando que “fazer operações mecânicas com proporções não significa necessariamente compreender as ideias subjacentes ao pensamento proporcional. A compreensão de proporcionalidade é um ponto crítico no desenvolvimento mental”. Deste caso, tem-se o exemplo apresentado por Mocosky

et al. (2019, p. 1449): “se com 3 dólares podiam-se comprar duas libras esterlinas, quantas libras poderiam ser adquiridas com 21 dólares?”.

Como se percebe, os números racionais assumem diferentes significados e estes dependem dos contextos nos quais eles são utilizados e a compreensão a eles atribuída. Assim,

Desenvolver o pensamento teórico sobre número racional e sua representação fracionária, a partir da compreensão da produção histórica, entendendo o conjunto dos números racionais como uma representação de número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo, inter-relacionando as situações aritméticas, geométricas e algébricas, pode possibilitar ao professor uma transformação da organização e prática de ensino (ROMEIRO; MORETTI, 2016, p. 10).

Na subseção a seguir serão explicitados estudos sobre o ensino dos números racionais, em que foram considerados artigos científicos sobre o tema abordado em seu desenvolvimento.

3.3 Reconhecendo critérios de escolha de situações de ensino de números racionais em pesquisas

Para atingir o objetivo desta pesquisa e situá-lo frente a outras produções acadêmicas, achou-se necessária a busca de artigos que versassem sobre o processo de ensino do conjunto dos números racionais. Entendendo que escrever exige que se façam escolhas, nesta dissertação optou-se por pesquisar apenas em periódicos da área da Educação Matemática. A busca foi realizada a partir de palavras vinculadas ao tema deste estudo, ou seja, critérios que os professores utilizam para selecionar ou elaborar situações de ensino dos números racionais. Em concordância com o tema escolhido, a procura nos artigos se deu pelos vocábulos “Frações” e “Racionais”. A operacionalização do levantamento se organizou em três momentos: (i) busca, (ii) organização e (iii) seleção.

Quanto à busca, foi realizada no dia 15 de março de 2020, considerando os periódicos que constam na Plataforma Sucupira. Os critérios de inclusão para a pesquisa foram: a revista ter obtido *Qualis* A1 e A2 na área de Ensino, no quadriênio 2013-2016 e constar a palavra Matemática na seção do título da revista na plataforma.

Os periódicos considerados para a busca estão apresentados no Quadro 3, segundo as informações que fornece a Plataforma Sucupira³ sobre cada um deles.

Quadro 3 -Periódicos considerados para a busca dos artigos

ISSN	Título	Classificação
1980-4415	BOLEMA: Boletim De Educação Matemática (Online)	A1
2317-5125	AMAZÔNIA - Revista De Educação em Ciências e Matemáticas (Online)	A2
2317-904X	Educação Matemática em Revista	A2
1517-3941	Educação Matemática em Revista (São Paulo)	A2
1518-8221	Educação Matemática em Revista – RS	A2
1516-5388	Educação Matemática Pesquisa (Impresso)	A2
1983-3156	Educação Matemática Pesquisa (Online)	A2
2176-5634	Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática	A2
1887-3987	PNA: Revista De Investigación En Didáctica De La Matemática	A2
2014-3621	REDIMAT- Revista De Investigación En Didáctica De Las Matemáticas	A2
1981-1322	REVMAT: Revista Eletrônica De Educação Matemática	A2
2238-2380	Revista de Educação, Ciências e Matemática	A2
1665-2436	Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa	A2
2007-6819	Revista Latinoamericana De Investigación En Matemática Educativa (RELIME)	A2

Fonte: Autoria própria (2022)

Para o levantamento, considerou-se a temporalidade de 2015 até 2019, pois assim é possível ter um parâmetro atualizado das pesquisas que estão abarcando este objeto neste grupo de periódicos. Uma vez selecionados tais periódicos e acessado no seu site na *web*, foi realizada a busca dos artigos usando as palavras “Frações” e “Racionais”. Os artigos que tivessem alguma dessas palavras no título eram selecionados como parte dos artigos a serem estudados. Neste levantamento, foram encontrados dezenove artigos que cumpriam os requisitos estabelecidos. Na sequência apresentam-se os resultados selecionados (Tabela 1).

Tabela 1 -Total de artigos encontrados no primeiro momento

Palavras-chave	A1	A2	Total
Frações	1	8	9
Racionais	3	7	10
Total	4	15	19

Fonte: Autoria própria (2022)

No momento da seleção dos trabalhos foram realizadas as leituras dos resumos de cada trabalho para identificar se, de fato, esses estavam vinculados à formação de professores no ensino de frações ou racionais. Portanto, aqueles artigos cujas informações estivessem vinculadas a esses temas foram considerados e os

³ Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/>. Acesso em 15 mar. 2020.

outros, excluídos. Inicialmente foram selecionados e encontrados dezenove trabalhos envolvendo o tema de busca. Contudo, ao realizar-se uma leitura mais criteriosa, percebeu-se que somente oito trabalhos envolviam a intencionalidade posta. Uma vez lidos os resumos de cada artigo, foram destacados os contextos nos quais foram desenvolvidos esses trabalhos, com o intuito de identificar se eram sobre formação inicial ou continuada de professores. No Quadro 4 são apresentados os trabalhos estudados, em uma ordem cronológica de publicação, com seu respectivo contexto.

Quadro 4 -Artigos que correspondem ao corpus do levantamento

Nº	Referências dos artigos revisados	Contexto
1	MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. Números Racionais: conhecimentos da formação inicial e prática docente na escola básica. <i>Bolema: Boletim de Educação Matemática</i> , v. 17, n. 21, p. 1-19, 2015.	Formação inicial e continuada de Professores de Matemática
2	PROENÇA, M. C. de. O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. <i>Bolema: Boletim de Educação Matemática</i> , v. 29, n.52, p. 729-755, 2015.	Formação inicial em Pedagogia
3	RANGEL, L.; GIRALDO, V.; MACULAN FILHO, N. Conhecimento de matemática para o ensino: um estudo colaborativo sobre números racionais. <i>Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática</i> , v. 8, n. 2, p. 253-260, 2015.	Formação continuada de Professores de Matemática
4	VAZ, R. F. N. Divisão de Frações: Explorando Algoritmos Não Usuais. <i>Educação Matemática em Revista</i> , n. 52, p. 59-66, 2016.	Formação continuada de Professores de Matemática
5	ELIAS, H. R.; SAVIOLI, A. M. P. d. D. S; RIBEIRO, A. J. Números racionais e estrutura algébrica corpo: problematizando o currículo da formação inicial de professores de matemática. <i>Educação Matemática Pesquisa</i> , v. 19, n. 3, p. 182-208, 2017.	Formação inicial de Professores de Matemática
6	ROGERI, N. K. de O.; PIETROPAOLO, R. C.; PRADO, M. E. B. B. Conhecimentos de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental Sobre os Números Racionais e Sobre seu Ensino na Educação Básica. <i>Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática</i> , v. 11, n. 3, p. 253-260, 2018.	Formação continuada de Professores de Matemática
7	SILVA, A. F. G.; CARVALHO, V. C de; CAMPOS, T. M. M. Divisão entre frações: resolução e discussão de tarefas e de caso de ensino em um curso de Licenciatura em Matemática. <i>Revista Eletrônica de Educação Matemática</i> . v. 13, n.1, p. 202-218, 2018.	Formação inicial de Professores de Matemática
8	PROENÇA, M. C. de. Uma proposta de ensino-aprendizagem das operações aritméticas com frações via resolução de problemas. <i>Educação Matemática em Revista</i> , v. 2, n. 63, p. 5-17, 2019.	Formação inicial e continuada de Professores de Matemática

Fonte: Autoria própria (2022)

Após o levantamento realizado, elaborou-se uma síntese dos trabalhos selecionados. Para tal, utilizaram-se as ideias de Fiorentini e Coelho (2012) sobre “metassíntese”, que corresponde a um tipo de revisão bibliográfica que consiste na

produção de sínteses qualitativas que são extraídas de cada pesquisa acerca de um problema, fenômeno ou foco, as quais, na sequência, passam a ser relacionadas (confrontadas ou contrastadas) com o intuito de produzir outras interpretações que permitem compor uma nova síntese de interpretações. A seguir, apresentam-se as sínteses interpretativas dos trabalhos⁴.

Proença (2015) objetivou favorecer a compreensão do ensino de frações em estudantes de um curso de Pedagogia, a partir da resolução de problemas. O autor destacou que as participantes da pesquisa nem sempre consideravam o problema como ponto de partida para apresentar uma situação de ensino de frações. Em lugar disso, suas escolhas estiveram vinculadas ao uso de dobraduras, desenhos, conceitualização das frações e o uso do material *Cuisenaire*⁵. Apoiado nas ideias de Magina e Campos (2008), o autor comenta que o ensino de frações por parte das futuras pedagogas se limita ao uso de desenhos e de materiais concretos.

Rangel, Giraldo e Maculan Filho (2015) desenvolveram uma pesquisa que objetivou contribuir para a reflexão sobre o conhecimento de matemática para o ensino, com foco no conhecimento do conteúdo para o ensino, proposto por Ball, Thames e Phelps (2008). Para o desenvolvimento da pesquisa, utilizou-se a estrutura de *Concept Study* de Davis e Renert (2014) para organizar os professores de uma universidade pública do Rio de Janeiro em grupos de estudo, para compartilhar seus conhecimentos e experiências, no intuito de promover reflexões sobre o tema. Dentre os resultados obtidos, evidenciou-se a identificação de tópicos relacionados com o tema de ensino dos racionais, representando as percepções iniciais dos professores na discussão. Por um lado, foram destacadas questões sobre representação, equivalência e igualdade no âmbito das frações e a reflexão sobre as operações envolvendo números racionais. Por outro lado, foram realizadas discussões em torno das relações dos números racionais com grandezas e a construção de números reais. Os autores explicitam ter percebido uma mudança na atitude dos professores quanto ao estudo das certezas, sem perder de vista a perspectiva do ensino.

⁴ Salienta-se que o trabalho de Moreira e David (2015) terminou sendo desconsiderado para a realização das sínteses. Isso aconteceu porque embora a revista *Bolema* indique em seu *site* que o artigo foi publicado no ano de 2015, verificado no rodapé do texto está escrito que sua edição se realizou no ano de 2004. Portanto, o trabalho saiu dos critérios da escolha dos artigos.

⁵ O material *Cuisenaire*, também conhecido como Escala *Cuisenaire*, é um material manipulativo utilizado com crianças e adolescentes para o estudo de quantidades.

Vaz (2016) fornece reflexões sobre a prática pedagógica de um professor de matemática que supervaloriza a memorização de regras e procedimentos da matemática em sala de aula e, além disso, coloca de lado a compreensão dos conceitos, dos significados e das relações de grandezas para o ensino das frações. Para tal, o autor apresenta algumas discussões sobre divisão de frações, considerando aspectos vinculados ao ensino por parte do professor, destacando a importância da promoção de estratégias que privilegiam o conhecimento conceitual e não procedimental. O autor destaca que os professores utilizam os procedimentos operatórios para o ensino de frações, especialmente para a multiplicação e a divisão, com o uso de algoritmos convencionais. Embora essa questão represente um problema para Vaz (2016), a escolha de estratégias nas quais predomine o processual pode ser considerado como um critério de escolha de situações de ensino por parte do professor, já que podem considerar que na prática algorítmica os alunos possam desenvolver suas habilidades com as operações.

Elias, Savioli e Ribeiro (2017) discutem a importância de problematizar o espaço outorgado aos números racionais e à estrutura algébrica corpo⁶ em currículos de cursos de Licenciatura em Matemática e propor uma alternativa para repensar o lugar dessa estrutura algébrica na formação inicial de professores. Para tanto, realizaram uma análise documental, em que foram analisadas as ementas das disciplinas obrigatórias em 14 cursos do Brasil. Segundo a análise dessas ementas, os números racionais, seus significados, suas representações e os conhecimentos para seu ensino não são o foco de estudo nas disciplinas. Além disso, os autores destacam a existência de casos que consideram esse tema como já conhecido pelos acadêmicos, razão pela qual não se prioriza seu ensino ao longo do curso.

Rogeri, Pietropaolo e Prado (2018) apresentam uma interpretação sobre os conhecimentos referente aos números racionais e seu ensino, com destaque em suas representações decimal e fracionária, que foram mobilizados por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que trabalham em escolas públicas de São Paulo. Ao questionarem os participantes da pesquisa sobre aspectos ligados ao conhecimento do conteúdo, pedagógico do conteúdo e curricular, os autores obtiveram respostas diversas, dentre as quais destacam que os professores: (I)

⁶Nesta dissertação a estrutura algébrica corpo não será analisada, mas em geral o conjunto dos números racionais é considerado como um 'corpo' e consiste em seus elementos e as operações de adição e multiplicação. Tal estrutura é em geral aprofundada em cursos de nível superior.

entendem o número racional como sendo sinônimo de fração como parte-todo e de número decimal; (ii) iniciam o ensino dos racionais pelos números naturais e frações, e depois abordam os decimais; (iii) utilizam as frações decimais por meio de malhas quadriculadas ou material dourado como estratégia de ensino; e (iv) lecionam as frações por ser um dos conteúdos mais cobrados em avaliações e presente em diferentes livros didáticos.

Silva, Carvalho e Campos (2018) objetivaram identificar os conhecimentos profissionais, quanto ao significado da divisão entre frações, de 11 acadêmicos da Licenciatura em Matemática de uma universidade particular de São Paulo, mediante a análise de uma atividade composta por três situações: duas tarefas e um caso de ensino. Os autores apontam que durante a resolução das tarefas foi possível realizar observações, sobretudo nas representações pictóricas, onde os acadêmicos não apresentavam dificuldades para resolver a situação a partir de parte-todo. No caso das resoluções aritméticas, um dos professores, além de apresentar os cálculos a partir do representado geometricamente, transformou a expressão aritmética em equação. No caso de ensino, os autores destacaram novamente o uso de representações pictóricas para a resolução do problema, mas em algumas respostas dos futuros professores, realizadas a partir de cálculos, apresentaram inconsistências. Como se percebe, a questão do uso do cálculo aritmético e a representação geométrica continuam sendo critérios para o estudo ou ensino das frações.

Proença (2019) apresenta uma proposta para o ensino-aprendizagem das operações aritméticas com frações, a partir da resolução de problemas. Este autor se fundamenta nas ideias apresentadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) para justificar sua escolha pela resolução de problemas, para a construção de sua proposta didática, mas atualizando-a com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018). Essa abordagem didática está composta por cinco ações que estruturam a resolução de problemas em sala de aula: escolha do problema, introdução do problema, auxílio aos alunos durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo. Como se percebe, o critério de escolha da resolução de problemas, como base para o ensino dos racionais, fundamenta-se nos parâmetros curriculares que orientam o ensino dos conteúdos matemáticos. Neste caso, por ser um trabalho bibliográfico, os critérios identificados correspondem aos

utilizados pelo pesquisador, já que não conta com indícios empíricos que apresentem esse tipo de escolha por parte de professores.

A partir das sínteses anteriores, apresentam-se algumas convergências entre elas. A primeira refere-se ao uso de critérios para a seleção de situações de ensino dos números racionais. No tocante a isso, os trabalhos de Proença (2015, 2019) e Vaz (2016) coincidem ao apresentar o porquê das suas escolhas de determinadas formas de ensino dos números racionais. Contudo, dentre as razões dos autores existem divergências. No primeiro caso, o autor se baseia nas bases curriculares como critério de escolha. No segundo caso, o critério de seleção de Vaz (2016) foi a natureza da tarefa, preferindo aquelas que promovem o estudo conceitual e não apenas o processual desse tema. Neste caso, esses critérios correspondem aos utilizados pelos pesquisadores para o desenvolvimento dos seus trabalhos.

A segunda convergência percebida entre os trabalhos se refere ao uso de critérios para escolher o tema dos racionais, neste caso, para a formação do professor. Nessa linha encontram-se os trabalhos de Rangel, Giraldo e Maculan Filho (2015), Elias, Savioli e Ribeiro (2017) e Rogeri, Pietropaolo e Prado (2018). No entanto, as divergências entre os autores aparecem ao aprofundar as ideias.

Rangel, Giraldo e Maculan Filho (2017) usam uma pergunta desencadeadora para gerar discussões entre os professores sobre o tema. Por sua parte, Elias, Savioli e Ribeiro (2017) encontraram que o ensino dos racionais nas ementas de certas Licenciaturas em Matemática não considera esse tema como foco de estudo, mesmo sendo importante para a Educação Básica. No caso deles, Rogeri, Pietropaolo e Prado (2018) realizam perguntas norteadoras para a formação dos professores, as quais se apoiaram nas ideias de Shulman (1986) com o intuito de identificar se os professores contavam com esses conhecimentos que, segundo sua referência, eles deveriam ter.

No entanto, um dos artigos apresentava relações com as duas convergências mencionadas nos parágrafos anteriores. Silva, Carvalho e Campos (2018), além de apresentarem um critério para a seleção de situações de ensino dos racionais, também apresentaram um critério para escolher o tema dos racionais –ambos pertencentes às escolhas das autoras para o desenvolvimento de sua pesquisa. Em relação ao primeiro, elas comentam que é necessário apresentar situações que promovam o significado do conteúdo, sendo esse seu critério de escolha das situações que apresentaram para a formação dos professores. As pesquisadoras

comentam que consideram pertinente fornecer uma formação sobre esse tema, devido às lacunas que ainda se apresentam quanto ao conhecimento que se deve ter sobre o tema. As especificidades das situações de ensino promovidas pelas autoras estão em que, além das reflexões sobre o conteúdo, também promoveram discussões quanto ao conhecimento próprio do professor para o ensino desse tema.

Dentre todos os trabalhos estudados existem critérios para o desenvolvimento de suas pesquisas, tanto para escolher as situações para o ensino dos números racionais quanto para justificar o porquê da escolha do tema. Todavia, estes critérios estão direcionados à formação do professor e nem sempre podem ser considerados para serem utilizados no ensino dos números racionais com alunos da Educação Básica. Em uma análise geral, dentre os artigos apresentados perceberam-se três dificuldades que permeavam os trabalhos e que se consideram relevantes para apresentá-las, já que estas influenciaram durante a seleção ou a elaboração de situações para o ensino de números racionais:

1. Limitações nas representações, compreendidas como formas de linguagem para expressar o significado sobre o conceito;
2. Tipo de abordagem realizada às situações envolvendo números racionais era a partir da memorização ou resolvido de forma mecânica;
3. Nos casos em que os professores deviam elaborar alguma situação, eles tendiam a desconsiderar o papel dos estudantes no momento da resolução.
4. Desconsideração do ensino de números racionais na formação inicial dos professores.

Na próxima subseção será apresentada a AOE como um caminho para a organização de situações de ensino dos números racionais e um levantamento sobre pesquisas desenvolvidas na perspectiva da AOE no ensino dos racionais, por ser o fundamento teórico aqui adotado.

3.4 Situações desencadeadoras de aprendizagem e atividade orientadora de ensino: um caminho para organização do ensino de números racionais

Nesta subseção foi realizada uma pesquisa bibliográfica que objetivou elucidar evidências teóricas acerca do processo de ensino de números racionais, na relação com a AOE, com as SDA e com a formação de professores. Desse modo, foram consultados um total de onze produções entre artigos, dissertações e material

de comunicação acadêmica científica. O critério de escolha desses trabalhos foi o fato de utilizarem a AOE com SDA, já que o propósito dessa revisão foi sintetizar as contribuições realizadas por trabalhos, cujos referenciais teóricos, assemelham-se aos adotados nesta pesquisa.

Assim sendo, para a escolha das publicações foram analisados cada um dos títulos relacionados aos descritores mencionados. Foram lidos os resumos, com o intuito de analisar se, de fato, correspondiam aos trabalhos sobre a AOE, e se consideravam as frações ou os números racionais, com base nos seguintes critérios de seleção: (i) que apresentasse a temática, (ii) que estivesse estruturado na forma de trabalho de anais de evento, artigo científico, dissertação ou tese, e (iii) que correspondessem ao período de 2010 até 2019. Como indicado, desta busca, analisou-se um total de onze trabalhos, os quais são apresentados no Quadro 5.

Quadro 5 - Publicações referentes à AOE e o ensino de números racionais

TÍTULO	AUTOR/ANO	TIPO DE TRABALHO
A necessidade histórica da criação das frações e a organização do ensino do professor dos anos iniciais	Patrícia Perlin e Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes (2014)	Comunicação científica
A formação do professor dos anos iniciais do ensino fundamental no movimento de organização do ensino de frações: uma contribuição da atividade orientadora de ensino	Patrícia Perlin (2013)	Dissertação de Mestrado
O ensino de frações para o 6º ano do ensino fundamental com o olhar da teoria histórico cultural	Carolina Innocente Rodrigues, Maria Teresa Menezes Freitas e Fabiana Fiorezi de Marco (2014)	Comunicação científica
Uma proposta de ensino de frações no 6º ano do ensino fundamental a partir da teoria histórico-cultural	Carolina Innocente Rodrigues (2015)	Dissertação de Mestrado
Pensamento teórico sobre número racional e sua representação fracionária: implicações para a formação docente	Iraji de Oliveira Romeiro e Vanessa Dias Moretti (2016)	Comunicação científica
O movimento do pensamento teórico de professores sobre o conceito de fração e o sentido atribuído aos materiais didáticos na atividade de ensino	Iraji de Oliveira Romeiro (2017)	Dissertação de Mestrado
Aprender a ensinar frações a partir do conceito de atividade orientadora de ensino: um estudo com professores de quartos e quintos anos do ensino fundamental	Lidiane Chaves Zeferino (2016)	Dissertação de Mestrado

O conhecimento de professores dos anos iniciais do ensino fundamental sobre fração: implicações para o ensino	Lidiane Chaves Zeferino e Vanessa Dias Moretti (2017)	Artigo
Modo de organização do ensino desenvolvimental de fração: o conhecimento revelado por acadêmicas de pedagogia	Luciane Corrêa do Nascimento Isidoro (2019)	Dissertação de Mestrado
Movimento formativo de professores dos anos iniciais sobre diferentes significados de frações e suas relações com o ensino	Aparecida Ferreira Lopes (2017)	Dissertação de Mestrado
Professora dos anos iniciais em formação contínua sobre frações: uma análise a partir da perspectiva Histórico-cultural	Rosana Martins Mattiuzzi dos Santos (2017)	Dissertação de Mestrado

Fonte: Autoria própria (2022)

Perlin e Lopes (2014) objetivaram apresentar discussões sobre a constituição histórica do conceito de frações, a partir de uma análise desse tema no currículo escolar. A discussão proposta pelas autoras subsidiou o desenvolvimento de uma unidade didática, pautada na AOE, fundamentada na síntese histórica do conceito matemático de frações. As autoras ratificam que a SDA deve considerar questões históricas essenciais do conceito para a constituição da experiência humana. O intuito do texto direciona a uma revisão histórica do conceito, relevante na AOE, o que pode também representar um possível critério para seleção, análise ou elaboração de situações de ensino sobre os racionais.

Perlin (2013) teve por objetivo investigar a formação de professores dos anos iniciais que ensinam matemática, especificamente durante a organização do ensino de frações. O estudo foi realizado a partir do acompanhamento de duas professoras que participavam de um projeto, desenvolvido em três etapas, sobre as práticas e princípios na organização do ensino da matemática nos anos iniciais, a partir da perspectiva da AOE. Na primeira etapa foi elaborada uma AOE, na qual foram organizados os momentos que compõem esse tipo de atividade, como a síntese histórica do conceito e uma situação desencadeadora, em que se destacaram o uso de aspectos históricos e de SDA para a elaboração de uma atividade para o ensino de frações. Na terceira etapa, a AOE inicial foi reorganizada, considerando-se dessa vez o currículo da escola e a disponibilidade do espaço físico, sendo esses aspectos considerados critérios para a escolha de situações de ensino dos números racionais.

Rodrigues, Freitas e Marco (2014) expõem parte de uma experiência piloto, com foco no ensino de frações para o 6º ano do Ensino Fundamental desde a THC. A proposta das autoras, fundamentada nas ideias da THC, foi organizada em quatro momentos: (i) investigar o conhecimento dos alunos acerca das frações; (ii) a fração como divisão de partes iguais; (iii) grandeza sob o olhar de qualidade-quantidade; e (iv) medida, para o qual foram utilizadas as ideias históricas de medida no antigo Egito para fazer medições em sala de aula. Nos quatro momentos foram utilizadas diversas estratégias para o ensino de frações: (i) uso de perguntas desencadeadoras, que permitiram considerar as ideias prévias dos alunos para o ensino do tema; (ii) uso de situação desencadeadora, que permitiu fazer reflexões das ideias referentes ao conceito; (iii) uso de propostas, que facilitaram as reflexões sobre outros aspectos relevantes do tema; e (iv) uso de questões históricas, para a compreensão do surgimento do conceito.

Rodrigues (2015) desenvolveu uma pesquisa delineada por três objetivos: (i) investigar se o uso da história da Matemática nas atividades pode auxiliar na aprendizagem do conceito de frações para os estudantes escolhidos; (ii) investigar os vínculos conceituais, desse conteúdo, que facilitam o desenvolvimento do pensamento teórico do estudante; e (iii) investigar se as atividades de ensino refletem no saber pensar e fazer do estudante. Para tal, a autora desenvolveu cinco AOE, na perspectiva de Moura (2002). Essas atividades foram: (i) medindo terras no Egito Antigo; (ii) o que é contínuo e o que é discreto?; (iii) o que é fração?; (iv) de volta ao Egito Antigo: a necessidade de organização em sociedade; e (v) equivalência de frações: utilizando as medidas do Egito Antigo.

Romeiro e Moretti (2016) objetivaram investigar como a organização do ensino de frações e a escolha dos instrumentos mediadores impactam o movimento do pensamento empírico ao teórico do professor que se encontra em atividade de ensino. Para tanto, as autoras apresentam os resultados de uma pesquisa teórica que fundamentou a organização de um curso de extensão, apoiado nas contribuições da THC, com o fim de compreender as especificidades do pensamento teórico na atividade de ensino com o conteúdo frações, a partir da THC. Para as autoras, considerar os aspectos históricos para a organização de uma AOE, a partir de situações desencadeadoras baseadas em recursos teórico-metodológicos como a história da matemática, pode contribuir no desenvolvimento do pensamento teórico do estudante ao estudar os racionais, considerando sua gênese e relacionando-o com

outras situações mais cotidianas. Entre as ideias das autoras, pode-se destacar a consideração do uso de situações desencadeadoras que utilizem questões históricas, relacionando-as com situações cotidianas.

Romeiro (2017) buscou investigar como o desenvolvimento do pensamento teórico de professores de matemática, em atividade de ensino sobre o conceito de fração, impacta na escolha, na utilização e na adequação dos materiais didáticos, que correspondem ao Currículo Oficial de São Paulo. A autora aplicou o materialismo dialético como método de análise, a partir de um experimento formativo para professores de matemática, mediante o qual se buscou analisar o movimento do desenvolvimento do pensamento teórico, e utilizou situações-problema e a história virtual como recursos teórico-metodológicos para as situações desencadeadoras. Para compreender o movimento do pensamento teórico sobre frações, a autora selecionou instrumentos que viabilizassem a compreensão das representações e significados do conceito abordado. Na pesquisa, constata-se que a escolha, pela autora, de um determinado material ou situação foi relacionado ao conceito a ser estudado, sobre frações.

Zeferino (2016) desenvolveu uma pesquisa que buscou indagar como a organização do ensino da matemática, mais especificamente do conceito de frações, a partir das contribuições da THC e da AOE, influencia e é influenciada pelo desenvolvimento do pensamento teórico do professor que ensina matemática, no quarto e quinto ano do Ensino Fundamental. Para tal, a autora utilizou o materialismo dialético como método de análise, mediante um experimento didático em que foram propostas situações-problema compreendidas como desencadeadoras de aprendizagem docente. Durante a formação foram aplicadas três situações desencadeadoras, com o intuito de compreender os elementos dados em tais circunstâncias e entendê-las como uma possibilidade para a organização do ensino. Na pesquisa da autora, pode-se destacar a importância de se contar com critérios para a elaboração ou a escolha de situações desencadeadoras, sendo que uma vez dependente do que será abordado sobre frações, uma determinada situação permitirá a apropriação de um ou mais elementos do conceito. Portanto, contar com diferentes situações para abordar diferentes questões sobre frações é algo importante a se considerar para a seleção e escolha.

Zeferino e Moretti (2017) objetivaram compreender como o conhecimento e a compreensão que o professor tem sobre o conceito de fração impacta a forma como

esse professor organiza seu ensino. A análise dos dados se fez a partir de um episódio em que se buscou evidenciar alguns movimentos de formação do pensamento teórico do professor na reflexão, na análise e na planificação das ações. Dentre os resultados, destacam-se evidências nas quais os professores começam a questionar a organização do ensino de frações a partir do pensamento empírico, apresentando a necessidade de superar a quantificação discreta como única estratégia para o ensino desse tema. Essas necessidades podem ser tratadas a partir da ampliação do conhecimento de frações que permitam estabelecer SDA, além das abordagens empíricas. Nesse sentido, as autoras destacam que a apropriação científica do conceito de frações deve ter presença na organização do ensino do conceito, pois o ensino precisa vincular ao conteúdo.

A partir dessas ideias, ratifica-se que, para que um professor tenha critérios de elaboração ou de seleção de situações de ensino, é necessário que possua o conhecimento científico referido ao tema que vai ensinar. A ausência do conceito científico, na organização do ensino, é compreensível, pois é difícil ministrar uma aula sobre algo que não se conhece profundamente, o que reporta à necessidade de que o conhecimento científico supere o conhecimento empírico e, por essa razão, ressalta-se a relevância do conhecimento histórico e cultural do conceito, neste caso, sobre os números racionais.

Isidoro (2019) teve como objetivo analisar o processo de conhecimento das acadêmicas de um curso de Pedagogia sobre o modo de organização do Ensino Desenvolvidor de fração. Para atingir esse objetivo, a autora utilizou um experimento didático desenvolvimental e foi analisado o processo de ensino e aprendizagem de fração. O experimento didático contemplou a gênese e o desenvolvimento do conceito de fração e a interrelação entre os significados aritmético, algébrico e geométrico das frações, a partir da grandeza de comprimentos. Através de um conjunto de tarefas, a autora buscou provocar as acadêmicas à atitude investigativa. Segundo a autora, a partir das reflexões e das particularidades foi possível a revelação do conceito de fração no contexto das relações de multiplicidade e divisibilidade de unidades. Nesse caso, destaca-se que o critério que levou a autora a escolher as tarefas foi a possibilidade de envolver as acadêmicas em atividades investigativas. O critério de seleção foi a tarefa investigativa a qual, no entendimento da autora, promove o trânsito do abstrato ao concreto.

Santos (2017) analisou enunciados produzidos por professores dos anos iniciais em ações de formação contínua, uma vez que esses processos evidenciam apropriações dos diferentes significados de frações. Para realizar suas análises, a autora desenvolveu um experimento formativo sob a forma de curso de extensão. Suas análises evidenciaram as apropriações de conhecimentos das professoras sobre os números racionais, em especial, sobre os significados parte-todo e medida. Além disso, os dados empíricos apontam para a necessidade de reelaboração e ampliação do tempo de desenvolvimento da proposta, a fim de atender as demandas pontuadas, especialmente com relação aos significados quociente, operador multiplicativo, razão e número. Por fim, a pesquisa demonstra a importância da promoção de espaços de formação contínua de professores dos anos iniciais que discutam matemática, uma vez que interações coletivas contribuem de forma positiva para a aprendizagem do professor e atribuem nova qualidade à formação docente.

Lopes (2017) centrou suas análises sobre o movimento formativo de professores dos anos iniciais e as relações acerca dos diferentes significados de frações. Esse movimento foi investigado junto a vinte e dois professores do Ensino Fundamental dos anos iniciais, por meio de uma formação enquanto curso de extensão semipresencial. As ações propostas foram tarefas desencadeadoras de aprendizagem que associaram concepções de números fracionários dos seis significados: medida, operador multiplicativo, parte-todo, quociente, razão e número. A investigação partiu do movimento lógico-histórico do conceito de frações a partir da ideia de medida. As análises foram realizadas a partir de três unidades em cenas para discussão amiúde dos olhares manifestados. A autora verificou que a formação docente em um processo coletivo, quando parte de necessidade comum e encontra nessa o motivo individual, pode contribuir para que se compreenda a importância das relações estabelecidas, na perspectiva histórico-cultural, entre o conhecimento de professores sobre frações e seus diferentes significados e o ensino deste conteúdo.

As pesquisas analisadas revelam indícios sobre diferentes critérios para elaborar ou escolher uma situação de ensino de um conceito, sendo aqui o de números racionais. Nesse sentido, o que tem sido destacado como relevante nas produções acadêmicas citadas é a necessidade da apropriação sobre o conceito de racionais, a partir do pensamento teórico e do trabalho com o conceito científico. Essa questão é considerada fundamental, especialmente no momento de apresentar quais foram os critérios de escolha ou de elaboração de uma determinada situação. Isso é

importante porque o conhecimento sobre um determinado conceito é o que norteia a organização de seu ensino. Nessa direção, a apropriação do conceito de números racionais, no seu movimento lógico-histórico, perpassa também pela compreensão e exploração dos elementos que compõem esse conceito, configurado por diferentes significados e representações.

Nesse sentido, fica evidente que o conhecimento histórico e cultural sobre o conceito é relevante para o ensino, já que oferece subsídios para o estabelecimento de critérios tanto para a elaboração como para a seleção das SDA. Além disso, considera-se que os critérios que um professor utiliza podem estar condicionados ao contexto no qual a situação será utilizada.

Os apontamentos constatados nas pesquisas consultadas evidenciam a importância de fundamentos teóricos consistentes no processo de ensinar e aprender, ratificando a importante contribuição da THC, de análises respaldadas no materialismo dialético, no que tange ao movimento lógico-histórico como método de análise, que permite a apreensão do conceito na sua essência, em que as necessidades humanas impulsionam a construção do conceito, uma vez que, conforme Kopnin (1978), o lógico reflete não apenas a história do objeto do conhecimento, mas a história do seu conhecimento, ou seja, o objeto e sua teoria.

Assim, nesse contexto, considerando as contribuições das pesquisas analisadas e o objeto desta pesquisa, pode-se indicar um rol de critérios que podem contribuir na organização do ensino dos números racionais:

- Uso de resolução de problemas;
- Uso de grandezas;
- Uso de desenhos;
- Uso de materiais concretos;
- Uso do conhecimento científico sobre os números racionais;
- Uso de situações que promovam além da repetição e memorização;
- Uso de diferentes situações em diversos contextos;
- Uso de estratégias e materiais baseadas no conhecimento científico;
- Uso de situações desencadeadoras, considerando aspectos históricos do conceito dos racionais;
- Uso de situações adaptadas às necessidades dos envolvidos;

- Uso de situações que permitam o estabelecimento de relações entre elementos essenciais do conceito e suas representações;
- Uso da História da Matemática, neste caso dos racionais;
- Uso de situações investigativas de Matemática;
- Uso de situações que encaminhem ao pensamento teórico.

O motivo do uso do verbo transitivo direto “uso” está no fato de que, nos trabalhos analisados, esse modo foi utilizado com frequência para a elaboração ou seleção de situações de ensino de racionais. Entretanto, cumpre ressaltar que nas proposições apresentadas, alguns critérios estão associados diretamente ao conceito de números racionais e outros estão associados a procedimentos metodológicos. Logo, podem ser considerados como elementos que podem contribuir na consolidação do que pretende ser apresentado neste trabalho.

Assim, a partir das contribuições dos trabalhos, ficou evidente a possibilidade de se tecer caminhos para a conscientização pelo professor dos critérios adotados para o processo de escolha e elaboração de situações de ensino de racionais.

4 O PERCURSO METODOLÓGICO

Neste capítulo, apresenta-se o caminho metodológico para atingir o objetivo desta pesquisa: analisar os processos de elaboração e escolha de situações de ensino de números racionais por professores em formação continuada. Especificamente, descreve-se a metodologia da pesquisa e o processo formativo que foi realizado, para a coleta e produção dos dados, bem como os procedimentos para a análise dos dados.

Ressalta-se que as sínteses realizadas dos estudos reportados na seção anterior tiveram um papel importante na construção do percurso metodológico desta pesquisa, uma vez que permitiram subsidiar a identificação de categorias e critérios de escolha ou elaboração de situações de ensino de números racionais, a serem utilizadas posteriormente no momento da análise dos dados da pesquisa. Em outras palavras, os estudos trazidos na seção anterior foram necessários para reconhecer, a partir dessas pesquisas, alguns dos critérios que podem ser utilizados para escolher ou elaborar situações de ensino de números racionais. Uma descrição mais detalhada sobre este assunto encontra-se na subseção dedicada à análise dos dados.

Esta pesquisa está fundamentada nos pressupostos da THC, que esclarece que a interação do sujeito com outros sujeitos e com o mundo é o meio para que se ocorra a apropriação do conhecimento sobre todas as coisas que a humanidade foi criando ao longo de sua história. A abordagem Histórico-Cultural pressupõe o emprego de um método próprio, que seja capaz de explicar o fenômeno estudado, dentro de sua totalidade, o que leva Cedro e Nascimento (2017) a ratificarem que, em se tratando da THC, o método possível e coerente é o materialismo histórico e dialético.

Esse método de análise requer que, ao se estudar um fenômeno, não se deve apenas descrevê-lo, mas fornecer explicações de modo a possibilitar sua compreensão. Nesse sentido, pressupõe-se que a análise sob essa perspectiva permite a apreensão do fenômeno em seu processo de desenvolvimento.

A perspectiva de buscar compreender os critérios que o professor seleciona para organizar situações de ensino de números racionais evidenciou a necessidade de análises e reflexões em contextos formativos. A atividade de formação pode provocar uma transformação, a qual, por sua vez, pode inserir novas sínteses acerca do conhecimento e, por consequência, alterar a própria ação docente.

De acordo com Nascimento e Moura (2012), o materialismo histórico e dialético expressa uma concepção de todo que não se faz sem as particularidades de cada fato. Nesse direcionamento, conhecer a realidade, na perspectiva do método dialético, implica conhecer a totalidade dos fatos, com sua própria e lógica estrutura.

Por esta razão, também, a realidade pode e deve ser conhecida em sua totalidade, produzindo um conhecimento sobre a realidade que nos permita uma ação consciente sobre ela. E é nessa ação consciente sobre a realidade que reside à finalidade social de produção de conhecimento no interior da Teoria Histórico-Cultural (NASCIMENTO; MOURA, 2012, p. 4).

Assim, os fundamentos da THC permitem analisar o fenômeno, em pauta vez que se busca compreender os critérios selecionados, pelos professores, para a elaboração de situações de ensino de números racionais, permitindo apreender como ocorre o movimento de formação de professores a partir de uma perspectiva histórico-cultural.

4.1 Situando o espaço de constituição dos dados

A constituição dos dados desta pesquisa foi realizada no âmbito de um curso de extensão, desenvolvido de forma gratuita pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), totalmente *on-line* através da plataforma *Moodle* institucional, local em que se encontram os dados da pesquisa.

O curso está vinculado ao Projeto Universal intitulado “Situações de ensino de conteúdo matemático: estabelecendo parâmetros e critérios de análise”, financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), desenvolvido por integrantes do GeForProf e coordenado pela Profa. Dra. Maria Lucia Panossian, orientadora desta dissertação. No âmbito desse Projeto Universal, e atendendo às demandas tanto desta pesquisa quanto da pesquisa da doutoranda Nelem Orłowski, orientanda da Profa. Dra. Luciane Ferreira Mocrosky, Vice-coordenadora do projeto, foi elaborado coletivamente o curso de extensão “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco”, o qual foi o campo de constituição de dados da pesquisa de mestrado e de doutorado e teve como foco central o ensino dos números racionais.

O projeto deste curso seguiu os trâmites processuais de análise do Comitê de Ética da UTFPR (Número 13813619.0.0000.5547) e aprovado conforme parecer emitido no dia 14 de julho de 2019. O *design* metodológico do curso descreve-se no Quadro 6.

Quadro 6– Informações relevantes no processo de inscrição do curso

TÍTULO DA PESQUISA	ENTRE ENSINAR E APRENDER: OS NÚMEROS RACIONAIS EM FOCO
Instituição Proponente	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
CAAE	13813619.0.0000.5547
Número do parecer de aprovação	3.453.544
Vagas ofertadas	50
Critério de inclusão	Professores que ensinam matemática na Rede Pública; Estudantes de Licenciatura em Matemática ou Pedagogia; Ser maior de idade.
Critério de exclusão	Não há. As vagas serão preenchidas por ordem de inscrição.
Hipótese	Nem sempre os professores têm consciência dos critérios relacionados ao conteúdo matemático específico que adotam para escolha das situações de ensino, e que, portanto, isso deve ser objeto da formação de professores.
Objetivo (articulado aos objetivos desta pesquisa)	Analisar os processos coletivos de elaboração, escolha e análise de situações de ensino sobre números racionais. Investigar modos dos participantes perceberem, interpretarem e expressarem suas compreensões acerca das situações de ensino e aprendizagem estando em formação em ambiente virtual de aprendizagem.

Fonte: Autoria própria

A divulgação do curso ocorreu por meio de postagem de um folder em redes sociais institucionais (Figura 2), articuladas ao projeto e nas páginas pessoais das docentes. Importante destacar que, já na apresentação da proposta, explicitou-se a intenção de pesquisa com o referido curso.

Figura 2 – Postagem da divulgação do curso

Curso EAD: Entre ensinar e aprender - Os números racionais em foco

Este curso é parte integrante de uma pesquisa que tem por objetivo investigar as ações expressões dos professores ao vivenciarem coletivamente a discussão sobre a organização para o ensino de números racionais em momento de formação continuada em ambiente virtual.

Será realizado totalmente a distância, pela plataforma Moodle Institucional da UTPPR, na modalidade extensão acadêmica e terá como conteúdos programáticos:

- Aspectos conceituais e práticos do ensino dos números racionais;
- Diferentes significados das frações e suas possíveis contextualizações;
- Articulações entre representações (frações, decimais e porcentagens) dos números racionais.

Público: Professores atuantes na Educação Básica de redes públicas de ensino e alunos das licenciaturas em Matemática e Pedagogia.

Vagas: 50 - Seguindo a ordem de inscrição:

- 1º Professores atuantes na Educação Básica de redes públicas de ensino;
- 2º Estudantes de Licenciatura em Matemática e Pedagogia.

Duração: 02/09 a 17/11/19 (100% EaD)

Certificação: 35 horas

Inscrições: 12/08 a 23/08/19 no link abaixo:

link: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfjnSLU0ErKdwhsOvcisdZfuzsOQzn9m7TPvRDq9-lhOEuXGQ/viewform?usp=sf_link

Documentação necessária:

- Docente: Declaração funcional atualizada.
- Estudante de graduação: Comprovante de matrícula atualizado.

4,75 2,7
0,285 9,63

$\frac{1}{3}$ $\frac{3}{2}$

0,33333333

100%

100%

100%

Fonte: Autoria das proponentes⁷ do curso

⁷ O curso foi elaborado por uma mestranda e uma doutoranda e ambas dividiram os dados do curso para a elaboração das suas respectivas pesquisas.

A inscrição no curso foi realizada por meio da Divisão de Cursos de Qualificação Profissional (DICPRO). Os participantes do curso tiveram acesso ao Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), no qual se esclarecia que o curso se tratava de uma pesquisa de mestrado e doutorado e que os dados seriam utilizados para tal fim.

Os sujeitos que discordaram em participar da pesquisa não precisaram submeter o TCLE e seus dados não foram considerados nesta pesquisa. Assim, após ampla divulgação nas redes sociais, houve o seguinte movimento na validação das inscrições, conforme Tabela 2.

Tabela 2 – Informações sobre a inscrição do curso

Pedido no formulário (pré-inscrição)	181
Envio de documentação e formalização da inscrição	82
Inscrições efetivadas	50
Lista de espera (todos foram chamados)	21
Usuários no sistema (4 eram docentes)	75
Nunca acessaram a plataforma	9
Fizeram a apresentação e desistiram do curso	11
Desistiram ao longo do curso	26
Concluintes (75% presença)	25

Fonte: Autoria própria

Portanto, iniciaram e concluíram o curso um total de vinte e cinco (25) sujeitos e, como já informado, professores da disciplina de Matemática atuantes na Rede Pública de ensino e acadêmicos das Licenciaturas de Matemática e Pedagogia. O curso foi certificado pela UTFPR e, para esse fim, considerou-se o cumprimento, com êxito, de no mínimo 75% das situações de ensino propostas.

4.2 Estrutura do curso

As condições preliminares para a elaboração das unidades seguiram as referências explicitadas no projeto, com o conteúdo programático definido *a priori*, o modo como foi proposto objetivava que fosse em continuidade aprofundado mediante interação dos professores. No decorrer do curso, também foi necessária uma alteração nas datas de entrega das duas últimas unidades, pois os participantes solicitaram mais tempo para a realização das propostas.

A carga horária do curso, como já assinalado totalmente *online*, totalizou 35 horas distribuídas em um ambiente de apresentação da plataforma e cinco módulos, conforme o cronograma estabelecido, ilustrado no Quadro 7.

Quadro 7 – Organização do curso

DATA	ORGANIZAÇÃO/RECURSOS		DESCRIÇÃO	CARGA HORÁRIA
02/9 a 12/9	Ambientação e apresentação	Fórum: Ambientação Fórum: Apresentação Tarefa: Postagem TCLE	Ambientação moodle e apresentação dos participantes	4 horas
13/9 a 27/9	Unidade 1	Fórum: de discussão Fórum: problematização Cordas mil Arquivo: Texto obrigatório da Unidade Arquivo: Texto Complementar Link: Fração – Quiz Tv Escola Tarefa: Unid 1 – Situações de Ensino Fórum: Problematização Cordas mil	Discussão e compartilhamento de situações voltadas à prática de sala de aula	7 horas
28/9 a 12/10	Unidade 2	Fórum: Unidade de Estudos 2 – Conceito de Fração, o que isso quer dizer Link: Frações na Reta numérica Arquivo: Materiais Obrigatórios Arquivo: Materiais Complementares Tarefa: Unidade de estudo 2	Aspectos conceituais e práticos do ensino dos números racionais.	7 horas
13/10 a 25/10	Unidade 3	Fórum: Diferentes significados do número racional fragmento de uma complexidade Fórum: Problematização – Tarefa unidade 3 Arquivo: Materiais obrigatórios Arquivo: Materiais complementares	Diferentes significados das frações e suas possíveis contextualizações	7 horas
26/10 a 08/11	Unidade 4	Fórum: Discussões que ficaram e ficarão latentes Fórum: Revisão Unidades anteriores Arquivo: Textos da Unidade Link: Fracciones, decimales y porcentaje 8	Articulações entre representações (frações, decimais e porcentagens) dos números racionais.	7 horas
09/11 a 17/11	Finalização e Avaliação		Avaliação	3 horas
TOTAL	3 modos de avaliar para compor a carga horária da certificação		Discussões, postagens nos fóruns e avaliação = 23 horas. Postagens das tarefas = 12 horas	35 horas

Fonte: Autoria das proponentes do curso

Conforme se observa no Quadro 7, o curso foi configurado em um período inicial, direcionado para ambientação na plataforma *Moodle*, postagem do TCLE, quatro unidades e fórum de apresentação, com o intuito de apresentar o curso e os intuítos das pesquisadoras quanto ao desenvolvimento do curso, além de apresentação dos participantes.

Nas quatro unidades subsequentes, com conteúdo específico do curso, articulado às pesquisas da mestranda e doutoranda, foram solicitadas ações individuais de estudo, pesquisa e sínteses, iniciadas com exposição da situação formativa inserida. Nas situações foram apresentadas, discutidas e compartilhadas diferentes questões sobre os números racionais, com o intuito de desencadear a necessidade dos participantes, com o fim de que se colocassem em atividade ao longo das unidades do curso. A última proposta foi direcionada à avaliação, pelos participantes, do curso no *moodle*.

Assim, foram propostas SDA envolvendo conteúdos de números racionais, para que nos fóruns de estudo os participantes revelassem suas compreensões a respeito do tema, nos registros escritos e publicados na plataforma, aliados à discussão de textos acadêmicos, vídeos educacionais de acesso público e outros recursos que possibilitaram a discussão coletiva. As situações de ensino apresentadas nas unidades do curso tiveram como intenção desencadear a atividade dos participantes, de modo que, nas suas exposições e compreensões, os sujeitos explicitassem seus critérios para a organização do ensino de números racionais.

Nas situações de ensino e leituras no curso foram utilizados autores cujas obras referendam diferentes abordagens acerca do conhecimento matemático, em específico, no que se refere à aritmética e números racionais, tais como Perlin (2014); Rodrigues (2015); Zeferino (2016). O propósito da abordagem dos textos teve por função subsidiar reflexões teóricas aos participantes acerca da temática, contribuindo, indiretamente, para o aprimoramento de sua própria prática quanto ao ensino dos números racionais, através de SDA e da AOE.

4.3 Descrição das unidades do curso

Nesta subseção se apresenta uma descrição detalhada de cada uma das unidades do curso e seus desdobramentos, que iniciaram no planejamento do curso. Neste último se pensou em disponibilizar, em cada fórum, imagens com uma temática

subjacente, com o objetivo de que os participantes entrassem em atividade mediante reflexões mais amplas, ou seja, não apenas relacionada aos conteúdos, atividades ou textos estudados.

Nesse contexto, no fórum de ambientação e apresentação, a temática esteve relacionada com um estranhamento filosófico, propondo pensar a formação de professores como “cultivo”, no sentido de cuidar de sua formação. O intuito com esta proposta foi desencadear um motivo, em busca de satisfazer uma necessidade que levasse os participantes a realizarem determinadas ações e operações que iriam os colocar em atividade, além do fazer por fazer.

Nesse direcionamento, os fóruns de ambientação e apresentação seguiram esta temática de imagens, a saber, relacionadas à natureza, ao cultivo (Figura 3), com a pretensão de chamar a atenção dos participantes, por meio de imagens, frases e citações que antecipavam a problemática que viria na unidade de estudo, com o fim de sensibilizar para a necessidade da formação da qual estavam participando.

No fórum inicial foi apresentado aos participantes a intencionalidade pedagógica e os materiais de estudo disponibilizados no curso, bem como os objetivos relacionados a esta pesquisa.

Figura 3 – Fórum de apresentação


Vamos nos conhecer? (02/09 a 12/09)

Fórum de ambientação e apresentação: ***O que esperamos cultivar?***



*Cuide, cultive, queira o bem.
O resto vem!*
Caio Fernando Abreu

 FÓRUM DE APRESENTAÇÃO

 Postagem do documento TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)
02/9 a 12/9

Fonte: Autoria das proponentes do curso

Mais que a apresentação dos participantes e do objeto da pesquisa, este fórum direcionou a acolhida dos participantes, de modo a conhecer suas experiências profissionais, pessoais e principalmente conhecer suas expectativas em relação ao curso e identificar os motivos pelos quais estavam mobilizados a participarem. Neste momento não houve disponibilização de materiais. Como assinalado, este fórum não era uma unidade de estudo, mas contabilizava carga horária, sendo solicitado aos participantes que se apresentassem e que expressassem suas expectativas, mas também que preenchessem o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

Na sequência a Unidade 1 conforme layout da Plataforma *Moodle*.

Figura 4 – Unidade de estudo 1

Unidade de Estudos 1: O que temos cultivado? (13/9 a 27/9)



Somente a semente
Semeada, sente
O abraço carinhoso
Da terra molhada
Semente semeadora
Sente o ardor do sol,
O suflar do vento nas pontes
E pensa, pensa, vive e fala

Adelino Gomes-nhaca

 Fórum de discussão: O que temos cultivado?	<input checked="" type="checkbox"/>
 Fórum de problematização: Cordasmil	<input checked="" type="checkbox"/>
 Textos Obrigatórios da unidade	<input checked="" type="checkbox"/>
 Textos complementares	<input checked="" type="checkbox"/>
 Fração - Quiz TV Escola	<input checked="" type="checkbox"/>
 Tarefa Unidade 1: Situações de ensino (13/9 a 27/9)	<input checked="" type="checkbox"/>
 Fórum de problematização: Cordasmil	<input checked="" type="checkbox"/>

Fonte: Autoria das proponentes do curso

Na sequência, apresenta-se a Unidade 1. Como já apontado anteriormente, esta unidade compôs-se de dois fóruns: (i) Fórum de discussão: O que estamos cultivando?; e (ii) Fórum de problematização: Cordas mil”, conforme Quadros 8 e 9, respectivamente.

Quadro 8 – Informações no fórum de apresentação



O que esperamos cultivar?

A palavra cultura tem origem no latim, é um verbo e significa “ato de plantar e cultivar plantas” ou “realizar atividades agrícolas”. Com o passar dos tempos passou a significar “cultivar a mente”. Esse termo tem origem em outra palavra do latim, COLERE, que significa “cuidar de plantas”.

Propomos pensar em plantio, colheita, o potencial de ser do que se planta. Há um potencial que a semente carrega. Uma semente carrega o potencial de vingar aquilo que foi plantado. O ser humano é além do potencial, ele é possibilidade, não há apenas a possibilidade de ser uma coisa, mas é preciso plantar também. Quando plantamos, cultivamos ações, pensamentos, há uma abertura de possibilidade.

É nesta direção que trazemos a formação: como um cuidar de si para cuidar do outro. Ou seja, um traço da formação é o cuidado. Cuidado que o formador deve ter para ofertar algo para outras pessoas, mas, prioritariamente, o cuidado que a pessoa precisa ter consigo. Se não estivermos abertos para cuidar da nossa própria formação, por mais que o outro prepare algo muito cuidadoso, não haverá abertura. Trata-se, antes, de receptividade, de abertura, de querer. É um cultivo! A cultura da formação de professores tem a ver com aquilo que a gente cultiva. Pensemos: o que queremos cultivar com esse curso? Fale um pouquinho de você e de suas expectativas em relação ao curso. Nos diga: nome, formação, tempo de magistério, escola, turma e função atual.

Fonte: Autoria das proponentes do curso (2022)

O segundo fórum, “Fórum de problematização: Cordas mil”, teve como proposta instigar os participantes a entrarem em atividade, com o fim de compreenderem uma necessidade para o estudo dos números racionais, em particular da fração:

Quadro 9 - Fórum de problematização História Virtual do conceito de fração (MOURA, 2015)

Cordasmil é um estirador de cordas encarregado pelo Faraó para medir os terrenos que foram distribuídos aos súditos para o cultivo às margens do rio Nilo. Ele mede apenas a lateral dos terrenos, pois a medida de frente que corresponde à margem do rio é fixa. O que lhe interessa mesmo é o quanto o Nilo tem de terra cultivável às suas margens, pois os impostos serão cobrados tendo em vista esta porção de terra. Ao medir a lateral do terreno de Unopapiro, o estirador contou n cordas inteiras, mas percebeu que sobrava um tanto dessa lateral em que não cabia uma corda inteira. Sabendo que o Faraó exigirá uma representação da medida do terreno de Unopapiro, de que modo deverá proceder Cordasmil para transmitir ao Faraó a dimensão da lateral do terreno medido?

Como proceder para representar a parte que não é uma corda inteira?

Qual sua proposta para Cordasmil resolver este problema?

Faça uma representação de uma situação que possa ter sido vivenciada por Cordasmil e ilustre a sua solução.

MOURA, M. O. História Virtual do conceito de fração. Disponível na Internet via <https://disciplinas.stoa.usp.br/mod/resource/view.php?id=155570>.

Fonte: Autoria das proponentes do curso

Além desses fóruns, esta unidade contou ainda com as seguintes proposições, apresentadas no Quadro 10 com uma situação desencadeadora de discussões e reflexões, em seguida a Tarefa da primeira unidade (Quadro 11), na qual se sugeriu aos participantes a proposição de uma situação de ensino.

Quadro 10 - A situação desencadeadora de discussões da primeira unidade
Sejam muito bem-vindos (as) à nossa primeira unidade de estudos!

O texto a seguir é um recorte de uma entrevista da professora Terezinha Nunes ao blogue Imaginário Puro.

A entrevista completa está disponível em: “Imaginário Puro”,
 < <https://imaginariopuro.wordpress.com/tag/terezinha-nunes/> >

Fração, divisão e chocolates

Muitas professoras têm medo de ensinar frações para crianças pequenas, pois acham o assunto complexo demais. Estão certas; o assunto é complexo, mas a professora pode usar noções intuitivas para explicar o que são frações. Terezinha conta que ao perguntar:

“Qual fração é maior: um terço ou um quinto?”

A maioria das crianças responde um quinto, pois cinco é maior que três. A professora logo pensa: “Essa criança não sabe nada de frações.” Na verdade, a criança pensou com lógica, porém no contexto errado dos números que já conhece, os naturais. Terezinha reformula a pergunta assim:

“Imagine que você tem um chocolate para dividir por três pessoas e um chocolate igualzinho para dividir igualzinho por cinco pessoas. Em qual grupo cada pessoa vai ganhar mais chocolate?”

Toda criança por fim responde:

“Ah! Quando você divide um por cinco, cada um ganha um pedaço menor.”

Se a professora fala desde o início sobre fração no contexto de divisão, a criança adquire uma visão diferente: a de que a fração representa uma relação entre duas quantidades, uma que é a parte e a outra que é o todo. E é bom que a professora nunca se esqueça: as frações impróprias, apesar do nome, são objetos matemáticos perfeitamente aceitáveis. Logo, a parte talvez seja maior que o todo.
 {FIM}

Para abriremos essa unidade, propomos discutir o modo como iniciamos o ensino dos números racionais. Geralmente começamos pelas frações, mas como fazemos isso?

Como propomos o primeiro contato dos estudantes com esse conteúdo? Utilizamos definições? Recorremos ao uso dos materiais manipuláveis, de objetos; quais?

O que pretendemos nesse primeiro momento? Há a utilização de algum livro didático (poderia compartilhar conosco como é proposto o momento inicial desse conteúdo).

Quais situações de ensino de frações você propõe? Por que considera essa situação importante? Como ela contribui para a aprendizagem dos estudantes?

O proposto em sala de aula tem aspectos comuns ao diálogo iniciado pela professora Terezinha Nunes?

No caso dos licenciandos que ainda não tiveram a oportunidade de vivenciar a docência, pode lembrar alguns aspectos que foram significativos da sua escolarização, ou ainda, há a possibilidade de pensar em como realizar esse trabalho inicial com as frações.

Fonte: Autoria das proponentes do curso

Quadro 11 - Tarefa Unidade 1

Tarefa Unidade 1: Situações de ensino (13/9 a 27/9)

Com base nos estudos dessa unidade e em suas experiências docente, as discussões, as trocas e as leituras dos textos, apresenta uma situação de ensino sobre números racionais. Indique os motivos que pelos quais escolheu esta situação e como você considera que ela possibilita o trabalho com a noção de números racionais.

Possibilidades:

Se já realizou isso com sua turma, pode descrevê-la brevemente como um relato, colocando ou não resoluções dos alunos, fotos sem identificação de pessoas ou instituições, transcrição de alguma fala significativa que observou no decorrer da sua atividade.

Os textos da unidade e livros didáticos trazem algumas situações de ensino que podem ajudar na realização da tarefa, também pode ser uma opção.

Obs. Ao realizar sua tarefa, por gentileza, salve seu arquivo (word ou pdf) com o nome: “nome completo tarefa unidade1”. O prazo de entrega é 27/09 e a data limite de envio 06/10 (data que o sistema não aceita mais arquivos). Qualquer dúvida, estamos à disposição.

Fonte: Autoria das proponentes do curso

Nesta unidade foram disponibilizados, na pasta de leituras obrigatórias, os seguintes materiais:

- O texto “O ensino de frações para o 6º ano do ensino fundamental com o olhar da teoria histórico cultural” de Rodrigues, Freitas e Marco (2014), que tinha como fio condutor da discussão a THC e a AOE e que aborda, por meio de diálogos das estudantes, questões relativas à conceitos de frações;
- O texto “Criança pode aprender frações. E gosta!” de Nunes (2003). Texto que aborda o trabalho com as frações nos Anos Iniciais;
- Pasta de leituras complementares;
- O texto “As Frações em algumas Civilizações Antigas” de Celestino (2017), que apresenta aspectos históricos sobre as frações, seu surgimento e notação em diferentes civilizações antigas;
- O Vídeo “Fração - Quiz TV Escola”. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Z0Wcmr_xWj4 . Acesso em: 07 set. 2019.






A elaboração desta unidade, nessa estrutura, teve o intuito de desencadear, também, discussões sobre o “conceito”, posto como centro na unidade 2, a qual apresenta o seguinte layout da Figura 5.

Figura 5 - Unidade 2

UNIDADE DE ESTUDO 2: Conceito de fração, o que isso quer dizer?(28/9 a 17/10)



O que significa conceito? O termo latino para conceito é conceptus. Esse termo diz do verbo capere = agarrar, juntar. Os gregos que evidentemente não estavam totalmente desprovidos da possibilidade de pensar, não conheciam o 'conceito'. Mas isso não é de todo vergonhoso, o caso de serem hostis ao conceito. Como faziam os gregos? Como se estabelece um conceito como conceito? Mediante uma definição. O que é uma definição? (HEIDEGGER, 2013, p.206)

 UNIDADE DE ESTUDO 2: Conceito de fração, o que isso quer dizer?(28/9 a 17/10)	<input checked="" type="checkbox"/>
 FRAÇÕES NA RETA NUMÉRICA	<input checked="" type="checkbox"/>
 Materiais Obrigatórios	<input checked="" type="checkbox"/>
 Materiais Complementares	<input checked="" type="checkbox"/>
 Tarefa Unidade de estudo 2 (28/09 a 30/10)	<input checked="" type="checkbox"/>

Fonte: Autoria das proponentes do curso

O primeiro fórum da unidade 2 teve como intuito instigar a reflexão sobre o que significa dizer “construir o conceito”, o que é um conceito de modo geral, um conceito em matemática e, além disso, pensar na possibilidade de expressar um conceito de números racionais. Esta questão buscou explicitar a necessidade de conhecer o objeto de ensino, além de procurar “construir o conceito”, tendo em vista o quanto isso influencia nas proposições das situações de ensino por parte dos professores.

Ainda nesta unidade foi postado um texto provocativo intitulado “conceito de forma geral”, com base em uma discussão filosófica extraída do autor Heidegger (2013), conforme se apresenta no Quadro 12.

Quadro 12 - Texto sobre o conceito de forma geral

Comumente matemáticos objetivam expressar, por meio de símbolos, o que é um conceito matemático. Nesse sentido, buscam explicitar a viabilidade lógica para dizer o que é uma fração e assim dizer o que todas frações são. E, nesse dizer, o que eles nos dizem?

Em um modo de pensar definições matemáticas apenas pela perspectiva da lógica, acaba-nos parecendo que há meramente uma troca de palavras por símbolos e/ou asserções lógicas num sistema procedimental no qual se derivam outros símbolos e/ou asserções e por onde, finalmente, resultam conclusões em que a interpretação conceitual está subjacente ao resultado encontrado. Esse modo de interpretar o fazer do matemático apenas na perspectiva da lógica, por sua vez, pode ou não fazer sentido a quem o interroga e ao mesmo tempo, o que está “vazio” se mostra com a possibilidade de, ao ser intencionalmente questionado, vir a ser preenchido como sentido para quem o interroga.

É nessa direção que seguimos, qual seja ela, de questionar os sentidos que o conceito de fração pode vir a fazer a nós que nos propomos a interrogá-lo intencionalmente.

Pensemos sobre o que Heidegger (citação na abertura da unidade) nos diz. Ele segue descrevendo que aquilo que mais tarde é chamado de conceito em grego, é simplesmente logos. Aquilo que deve ser atribuído a cada ente como algo que aparece desta ou de outra forma, como seu eidos, seus aspectos. Essa atribuição tem sentido de um deixar ver e um apreender conforme as representações. “Em contraste com o logos, o termo latino conceptus implica sempre um proceder do homem em relação ao ente. [...] toda formação de conceitos é uma espécie de representar, um trazer à frente de si” (HEIDEGGER, 2013, p.207).

Com o exemplo apresentado por Heidegger vai nos fazendo sentido o que significa tomar a generalização como orientadora na definição de um conceito, a saber, o filósofo nos convida a pensar o conceito de árvore, que é um conceito genérico ou generalizado. Um conceito ao qual todas as árvores podem pertencer:

Quando digo ‘árvore’, algo chega a ser presente para mim, algo me é representado. Com ‘árvore’ não quero dizer um carvalho, um pinho, um ‘oyamel’, senão ‘árvore’. O que se mostra lá? Se disser que a formação de conceitos ocorre mediante abstração? Se obtém realmente o característico de um conceito mediante abstração? Abstração significa subtração. O que é subtraído? São subtraídas as características especiais, o específico, o que faz um salgueiro um salgueiro e um oyamel um oyamel. Mas como se chega a um conceito mediante mera abstração? (HEIDEGGER, 2013, p.207).

Assim, com Heidegger, nos voltamos atentamente sobre o que quer dizer um conceito, e com ele nos questionamos: como “chegamos” a um conceito? Se dissermos que compreendemos um conceito apenas como algo geral, ou generalizado, como é que “chegamos” a esse conceito geral? Pela abstração? Então o que é abstrair?

Heidegger nos mostra como a experiência de pensar em um conceito genérico e generalizável de árvore se revela como um ciclo vicioso, como se fosse possível “chegar” a um conceito partindo de um conceito, uma vez que para abstrair as particularidades já é necessário que se tenha previamente uma ideia do que seja árvore.

Se compreendemos Heidegger podemos dizer que os conceitos nos dizem algo a partir do nosso modo de estar no mundo e é no modo como as coisas do mundo se presentificam, no mundo vida que precisamos visá-las. Pensando em como percebemos as frações, nos faz sentido questionar: O que buscamos expressar (compreender) quando questionamos o conceito de frações?

Fonte: Autoria das proponentes do curso, elaborado a partir de Heidegger (2013)

Com base na leitura do texto do Quadro 12, foi explicitada a articulação desse texto com um trecho sobre o ensino de matemática e ensino de números racionais, extraído da BNCC (2018), conforme Quadro 13.

Quadro 13 - Articulação das ideias

Atentemos ao nosso mundo vida de professores que ensinam matemática na educação básica. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) traz como proposta, desde o quarto ano, a reta numérica como recurso ao ensino de frações. Posteriormente, como habilidade, “localizar frações na reta” e “associar pontos à reta” no quinto, sexto e sétimos anos.

Fonte: Autoria das proponentes do curso, elaborado a partir da BNCC

Na sequência, novo trecho de texto extraído da BNCC, com ênfase no excerto que se relacionava ao ensino dos números racionais desde o quarto ano (primeira vez que há uma explicitação a noções elementares) até o sétimo ano, no qual se apresenta a álgebra. Em seguida, foi solicitado aos participantes o explicitado no Quadro 14.

Quadro 14 - O solicitado aos participantes

Tal como explicitamos acima, objetivamos discutir o conceito de fração, não só o conceito em si, mas principalmente o que ele nos diz, quais sentidos ele nos faz como professores que ensinam matemática na educação básica.

Avancemos nesse objetivo, pensando que o documento oficial que orienta o ensino de matemática traz enfaticamente um elemento que se faz presente ao longo de vários anos e que parece estar sustentando o que se pretende ensinar sobre frações: a reta numérica como recurso, associar frações a pontos da reta, localizar frações na reta, utilizar a reta como suporte. O que isso nos diz sobre o conceito de fração? O que o documento da BNCC pretende ao colocar a partir do quarto ano a reta numérica como recurso ao ensino das frações? Depois, do quinto ano em diante, a habilidade de localizar frações na reta numérica, relacionar pontos às frações, é requerida. O que está subjacente a isso? Como fazer isso desde o quarto ano? O que é fração tendo como orientação a reta numérica? Conseguimos expressar uma definição? E principalmente: o que ela nos diz? Quais sentidos ela nos faz?

Para nos ajudar a expressar nossas compreensões sobre o conceito de fração, trazemos como leitura obrigatória da unidade, o documento da BNCC e um artigo que apresenta um modo de conceituar frações com a reta numérica (“A fração representada como medida de comprimento de reta”). Tal artigo foi construído com base em um livro do matemático Hung-Hsi Wu (2009), o qual fizemos uma tradução adaptada (do capítulo correspondente) e colocamos na pasta de materiais complementares. Neste texto há o trabalho original do matemático e o que ele pretendia com o feito. Também disponibilizamos o vídeo “frações na reta numérica” voltado ao trabalho com as crianças dos anos iniciais.

Então retomamos ao questionamento orientador da unidade: Qual o conceito de fração? O que ele nos diz? Quais sentidos nos faz? Como ele se faz presente desde o quarto ano na BNCC? O que entendemos que se pretende com isso?

Fonte: Autoria das proponentes do curso

O intuito apresentado no Quadro 14 foi propor aos participantes uma analogia à resolução do problema do Cordas mil (fórum problematizador da unidade de estudo 1), uma vez que aqui o problema se situa em objetos de conhecimento e habilidades, relacionando ao proposto na BNCC sobre a utilização do recurso da reta numérica à problemática conceitual dos números racionais. Neste caso, utiliza-se esse problema como situação desencadeadora na qual surge um motivo para a utilização dos números racionais. Tal situação reflete um problema no qual é necessário utilizar esse conceito e colocar à pessoa em atividade, utilizando um conhecimento necessário, para resolver o problema apresentado. A partir destas reflexões direcionou-se a seguinte tarefa, conforme Quadro 15.

Quadro 15 - O solicitado aos participantes

Tarefa Unidade 2: Conceito de frações (28/9 a 12/10)

Escolha apenas uma das opções de tarefa. Independente da opção escolhida busque explicitar também suas reflexões acerca das leituras, discussões e trocas no fórum desta unidade.

O trabalho deflagrado nesta unidade ajudou, de alguma maneira, a refletir sobre o modo como ensina ou como concebe o trabalho com as frações? Ficaram questionamentos acerca da temática solicitando por mais estudo? O que foi mais significativo para você nessa unidade?

1) Quais aspectos puderam ser confrontados com o seu fazer pedagógico no trabalho com as frações?

Com base nos estudos dessa unidade, as discussões, as trocas, você se sentiu provocada(o) a realizar alguma atividade ou explicação das frações em sala diferente do que realizava? O que a(o) motivou? Se realizou com a sua turma, analise-a nessa tarefa (quais foram as dificuldades? Foi produtivo do seu ponto de vista?). Pode descrevê-la brevemente como um relato, colocando ou não resoluções dos alunos, fotos, transcrição de alguma fala significativa que observou no decorrer da sua atividade.

2) O que a BNCC nos diz?


Aproveitando que nesta unidade partimos da BNCC para pensarmos em como o ensino de frações permeia dos anos iniciais aos finais. Faça uma breve apreciação do documento, expondo o que considera avanços ou retrocessos em relação a proposta de organização aos objetos de conhecimento e habilidades.

Fonte: Autoria das proponentes do curso (2022)

O curso continuou com a Unidade 3. Esta unidade, apesar de importante, não será considerada na análise dos dados desta pesquisa, uma vez que esta unidade foi elaborada com o intuito de atingir os objetivos da tese de doutorado da pesquisadora que contribuiu na elaboração deste curso. No entanto, esta unidade apresentou o seguinte layout na Figura 6.

Figura 6 - Unidade 3

UNIDADE DE ESTUDO 3: Diferentes significados do número racional: fragmentos de uma complexidade (18/10 a 30/10)



A consciência da complexidade nos faz compreender que não poderemos escapar jamais da incerteza e que jamais poderemos ter um saber total: 'a totalidade é a não verdade'.

Edgar Morin

- Unidade 3: Diferentes significados do número racional: fragmentos de uma complexidade
- Fórum de problematização - Tarefa unidade 3 (18/10 a 05/11)
- Materiais obrigatórios
- Materiais complementares

Fonte: Autoria das proponentes do curso

O aspecto central desta unidade se assentou na questão dos significados do número racional. Para isto, foi postada novamente uma provocação como leitura inicial para a unidade, com o intuito de promover uma necessidade nos participantes, que os levassem a realizar ações e operações para o estudo desses significados, conforme o Quadro 16.

Quadro 16 - Leitura inicial da unidade

Fonte: Autoria das proponentes do curso

Intentou-se, com esta proposição, elucidar entre os participantes os diferentes pontos de vista e com eles os diferentes significados dos números racionais quando contextualizados em exercícios escolares, como AOE, com base em situações problemas ou mesmo em situações de uso social, conforme o Quadro 17.

Quadro 17 - Representações dos números racionais

PERSONALIDADE	PROBLEMA	SIGNIFICADO
Ponto racional	Localize na reta numérica os números:	Todo número racional “ocupa um ponto bem definido na reta e, reciprocamente, a todo ponto racional da reta corresponde um número racional”.
Quociente	Três pizzas devem ser divididas igualmente entre cinco pessoas. Quanto de pizza cada pessoa comerá?	Um número de objetos precisa ser repartido igualmente num certo número de grupos.
Fração	Jô, Pat e Cris resolveram fazer um piquenique e combinaram levar sanduíches para o almoço. Jô levou 3 sanduíches, Pat levou 2 e Cris se esqueceu do combinado e não levou sanduíche algum. Assim, resolveram repartir os sanduíches que tinham levado igualmente entre as três, mas cobraram de Cris R\$ 5,00 por sua parte. Que parte dos R\$ 5,00 recebeu Jô? E Pat?	Surge a fração, que é uma relação da parte com o todo e a representação pictórica. Envolve, também, a ideia de quociente.

Operador	Represente geometricamente de quatro maneiras diferentes.	O operador tem significado semelhante ao de “encolher” ou “esticar”, de “reduzir” ou “ampliar”. [...] O operador define uma estrutura multiplicativa de números racionais.
Razão	Duas jarras iguais contêm misturas de álcool e água nas razões de (três para cinco), na primeira jarra e (três para sete) na segunda. Juntando-se os conteúdos das duas jarras, qual será a razão entre álcool e água na mistura resultante?	Razão é uma comparação multiplicativa entre duas grandezas (a:b, a está para b). A razão é fundamental para a compreensão de proporcionalidade.
Proporcionalidade	Se com 3 dólares podiam-se comprar duas libras esterlinas, quantas libras poderiam ser adquiridas com 21 dólares?	Proporcionalidade: comparação multiplicativa.

Fonte: Autoria das proponentes do curso (2022)

Com o fim de subsidiar as discussões e reflexões dos participantes sobre os diferentes significados e representações, solicitou-se que os membros apresentassem ao menos duas situações de ensino (podem ser de livros didáticos ou de materiais disponibilizados pelas redes municipais, estaduais) que considerassem interessante para discutir com os estudantes, os diferentes significados e representações das frações.

Essa proposta intentou que os participantes vivenciassem situações-problema com materiais e que trouxessem diferentes significados dos números racionais quando dispostos em situações de ensino. A “tarefa” solicitada nesta unidade de estudo foi em forma de fórum, para que todos os participantes compartilhassem diferentes modos de resolver e explicar como resolver o problema em questão, conforme Quadro 18.

Quadro 18 - Tarefa da Unidade 3

Fórum de problematização - Tarefa unidade 3 (18/10 a 05/11)

Professor, esta situação está proposta no artigo ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, G. As diferentes “personalidades” do número racional trabalhadas através da resolução de problemas. *Bolema*, Rio Claro (SP), a. 21, n. 31, 2008, p. 79-102. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/29122/291221883006.pdf> que também está disponível na pasta de materiais complementares.

Como você organizaria a apresentação e resolução desta situação com seus alunos?

Compartilhe a solução comentada e também uma forma de ensiná-la.

Duas jarras iguais contêm misturas de álcool e água nas razões de $\frac{3}{5}$ (três para cinco), na primeira jarra e $\frac{3}{7}$ (três para sete) na segunda. Juntando-se os conteúdos das duas jarras qual será a razão entre álcool e água na mistura resultante? (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008)

Fonte: Autoria das proponentes do curso (2022)

Esta proposta foi pensada em forma de compartilhamento, pois ao longo das outras unidades de estudo, o que mais os docentes solicitavam e dialogavam eram trocar experiências docentes. Foi latente, a necessidade entre os professores, para a troca de experiências, o que evidenciou sujeitos em atividade, com motivos explícitos por compartilhar seus conhecimentos. Assim, os diferentes “significados”, ou “personalidades” dos números racionais nortearam a quarta e última unidade do curso, cujo layout se observa na Figura 7.

Figura 7 - Unidade 4

Unidade de estudo 4: Formar-se, entre o aprender e o ensinar (31/10 a 10/11)



Aprender é mais difícil do que ensinar; assim, somente quem pode aprender verdadeiramente - e somente na medida em que tal consegue - pode verdadeiramente ensinar. O verdadeiro professor diferencia-se do aluno somente porque pode aprender melhor e quer aprender mais autenticamente. Em todo o ensinar é o professor quem mais aprende. (HEIDEGGER M. 1987, p.80).

-  Discussões que ficaram e ficarão latentes...
-  Revisitando as unidades anteriores...
-  Textos da Unidade
-  Fracciones, decimales y porcentajes 8

Fonte: Autoria das proponentes do curso

A Unidade 4 intuiu a continuidade das proposições de situações de ensino, atividades, jogos e relatos sobre o ensino dos números racionais. O norteador desta unidade foi as diferentes representações dos números racionais, com vistas a socializar diferentes formas de abordagem deste conceito, segundo as diferentes necessidades e contextos.

A provocação, nesta unidade, ficou subentendida na citação de abertura, que buscava trazer as produções dos cursistas, os quais relatavam estarem apreendendo sobre o quanto os professores precisam estar em processo de aprendizagem contínua para aprimoramento do processo formativo.

Nesse direcionamento, foram apresentadas propostas, situações envolvendo diferentes representações dos números racionais. As referidas situações foram retiradas de exames de larga escala, conforme o exposto no Quadro 19.

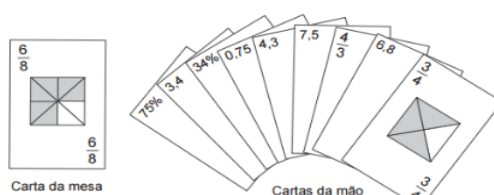
Quadro 19 - Situação inicial da Unidade 4

Discussões que ficaram e ficarão latentes...

Como na unidade anterior, nesta a contabilização da carga horária será realizada a partir de nossas interações nos dois fóruns, em que propomos dois exercícios reflexivos.

O primeiro, este fórum, diz respeito ao retomar do que foi estudado, revisitando aspectos que se mantiveram causando incômodo, ou que nos ajudaram a perceber outras perspectivas para o ensino dos racionais. O segundo exercício se refere a questões que, ficaram latentes nas discussões e que não puderam ser abordadas ou aprofundadas e ficarão em debate, ainda que brevemente, para finalizarmos nossas unidades de estudo.

Agora nos propomos a pensar um pouco no modo como algumas questões sobre números racionais vem sendo apresentadas em provas como o ENEM e Prova Brasil, ilustramos com dois exemplos:



Segundo as regras do jogo, quantas cartas da mão desse jogador podem formar um par com a carta da mesa?

- A 9
- B 7
- C 5
- D 4
- E 3

Aprendemos que fracionar é dividir, desta forma, observe as partes pintadas das figuras, as quais estão representadas na forma de fração, número decimal e porcentagem. Verifique qual delas apresenta todas as igualdades e formas de representações corretas.

- | | |
|----|--|
| a) | $= \frac{1}{2} = 0,5 = \frac{50}{100} = 50\%$ |
| b) | $= \frac{1}{4} = 0,25 = \frac{40}{100} = 40\%$ |
| c) | $= \frac{3}{3} = 0,3 = \frac{30}{100} = 30\%$ |
| d) | $= \frac{1}{2} = 0,2 = \frac{20}{100} = 30\%$ |

Como essas questões trazem a discussão sobre a integração das diferentes representações dos números racionais?

Que representações são tratadas nessas questões?

Quais as potencialidades desta abordagem?

Fonte: Autoria das proponentes do curso

A tarefa, também em forma de fórum, foi solicitada conforme indicado no Quadro 20.

Quadro 20 - Tarefa da Unidade 4

Revisitando as unidades anteriores...

O que aprendemos?

Fazendo uma breve retomada do curso até o momento, iniciamos compartilhando o que temos cultivado ao ensinar frações desde os anos iniciais, experimentamos a resolução de um problema que trazia a gênese histórica do surgimento das frações na unidade de estudo 1.

Em seguida, na unidade de estudo 2, movimentamos pensamentos e conhecimentos, muitas vezes estranhos a nós, com a presença da BNCC e textos de apoio que apresentavam outro modo de pensar o que entendemos por frações e conseqüentemente aspectos que precisariam ser repensados na prática pedagógica diária. Estávamos atentos a uma discussão mais teórica. Então na unidade 3 intencionamos trazer os diferentes significados dos números racionais ao debate, colocando em cena a grande diversidade e variedade de possibilidades em que as frações se fazem presente nos anos iniciais, finais e médio.

Assim, a proposta desta primeira reflexão é a de provocá-los a visitar as unidades anteriores, talvez rever algumas interações que considerou mais significativas e compartilhar conosco o que se mostrou importante de ser revivido, destacado ou ainda o que permaneceu solicitando por mais explicações.

Retomando a citação de abertura:

Aprender é mais difícil do que ensinar; assim, somente quem pode aprender verdadeiramente - e somente na medida em que tal consegue - pode verdadeiramente ensinar. O verdadeiro professor diferencia-se do aluno somente porque pode aprender melhor e quer aprender mais autenticamente. Em todo o ensinar é o professor quem mais aprende. (HEIDEGGER M., 1987, p.80). O que aprendemos?

Considerando sua participação no curso, e as possibilidades para o ensino de frações que foram apresentadas associando os diferentes significados e representações de frações, conte-nos sobre como isso impacta a sua forma de “escolher” ou “elaborar” situações para o ensino de frações.

Fonte: A autoria das proponentes do curso

A tarefa da Unidade 4 teve o intuito de fazer os encaminhamentos para o final do curso. A intenção era de que os participantes relatassem mudanças mais significativas que obtiveram ao longo do curso no fórum. Para tanto, foram convidados a revisitarem as unidades anteriores, buscando destacar o que careceria de mais compreensões, se houve alterações na forma como entendem e planejam as aulas. Por fim, pode-se dizer que esta tarefa intencionou o entrelaçamento de todo o curso, visando a percepção sobre se os participantes estiveram em atividade no seu desenvolvimento e se conscientizavam sobre os critérios adotados para escolha, elaboração e análise das situações de ensino.

Figura 8 - Despedida e avaliação

Despedida e Avaliação (10/11 a 17/11)







Não se pode tocar sem ser tocado.

Pois o toque consente.

O gesto recíproco que é equivalente.

Sergio Farjado.

-  Avaliação e despedida (10/11 a 17/11)
-  Formulário de Avaliação (10/11 a 17/11)
-  Morte e Vida Severina/Desenho animado
-  Reinventar-se para se manter vivo



Fonte: Autoria das proponentes do curso

A última proposta do curso foi a avaliação, que apesar de não ser um fórum de discussão, contabilizou carga horária, e o participante que desejasse poderia postar sua despedida. Além do fórum houve outros recursos, conforme layout acima (Figura 8) e exposição no Quadro 21.

Quadro 21 - Texto de avaliação e despedida

Estamos chegando ao final do nosso curso, um final “cronológico”, mas que pode ser uma abertura para continuarmos trocando nossas experiências docentes da educação básica em outros ambientes.

Nesse tópico, para cumprimento formal da carga horária há apenas o questionário de avaliação que contabilizará 3h, para o seu preenchimento basta clicar no “formulário de avaliação” e preencher – é um formulário do google docs.

Deixamos dois vídeos como despedida.

O primeiro é "O Morte e Vida Severina em desenho animado" que nos faz pensar em nossa trajetória docente, em como a vida do professor pode ser pensada como seguir sempre em busca de... aprender para ensinar - em um contínuo formar-se em formação com o outro. Com Severino retirante revivemos muitos aspectos de nossa caminhada e com ele vamos nos angustiando ao nos percebermos tão carentes e com perspectivas de atuação que parecem muitas vezes fechadas, chegamos a repensar com ele, se “não vale a pena pular pra fora da ponte” do magistério, mas Severino encontra com o mestre Carpina um novo horizonte – a resposta estaria na explosão de uma vida que está viva.

[...] E não há melhor resposta
Que o espetáculo da vida:
Vê-la desfiar seu fio,
Que também se chama vida,
Ver a fábrica que ela mesma,
Teimosamente, se fabrica, [...]

Pensamos em formação, e a vocês temos que agradecer infinitamente pela possibilidade desse encontro – ele nos é a explosão de uma vida em presença.

O segundo vídeo, “Reinventar-se Para Se Manter Vivo” ficará como mais uma das muitas provocações...

Novamente reiteramos nossa gratidão e agradecimentos pela oportunidade dessa experiência formativa.

Ficamos por aqui à disposição!

Fonte: A autoria das proponentes do curso

No formulário de avaliação, via formulário do *Google Docs*, foi solicitado aos participantes que emitissem opinião sobre o curso. Para tal, tinham como referência as opções: ótimo, bom, regular ou outro e, na sequência, a possibilidade de emitirem comentários diretamente sobre o curso. O interesse no relato discursivo era as considerações sobre o curso, no que se referia a abordagem dos conteúdos que foram trabalhados, a partir de vários critérios, sendo possível justificarem suas respostas. Outras perguntas estiveram direcionadas à avaliação do cronograma, distribuição dos conteúdos e sobre os textos propostos. O formulário finalizou com os seguintes questionamentos:

- Aponte aspectos sobre o ensino e aprendizagem dos números racionais que considera importantes e que não foram abordados durante o curso;
- O curso lhe proporcionou contribuições sobre os conteúdos de números racionais? Explícite;
- O curso lhe proporcionou contribuições sobre estratégias de ensino e aprendizagem dos números racionais? Explícite;
- O conteúdo e as discussões realizadas durante o desenvolvimento desse curso lhe proporcionaram algum tipo de experiência pessoal com a matemática? Quais foram os momentos mais significativos do curso para você?;
- Ajude-nos a compreender melhor o movimento de formação! Comente sobre o movimento formativo intencionado no curso. Como você descreveria a formação aqui deflagrada pelos números racionais e seu ensino?;
- Que outros temas ou conteúdos gostaria que fossem contemplados em futuros cursos?

Como assinalado no início da metodologia, o campo de constituição de dados foi este curso. E, também como assinalado, os dados foram bases de análises para

esta pesquisa de mestrado, sendo os dados da Unidade 3 objetos de análise apenas da tese de doutorado da pesquisadora que colaborou na proposição deste curso. Finaliza-se esta subseção com um quadro de síntese (Quadro 22) sobre as unidades que compuseram o curso, as tarefas de cada um deles e os objetivos de formação e desta pesquisa correspondente a cada unidade.

Quadro 22 - Sínteses das unidades do curso

Unidade	Tarefas	Objetivo da formação	Objetivo para a pesquisa
1	Fórum de discussão: O que temos cultivado?	Promover nos participantes a necessidade de realizar o curso disponibilizado	Conhecer o modo em que os participantes iniciavam o ensino de frações com seus alunos
	Fórum de problematização: Cordasmil		
	Tarefa 1: Situações de ensino	Conhecer situações que os participantes realizaram com seus estudantes ou hipotéticas sobre o ensino de frações	Analisar os processos coletivos de elaboração, escolha de situações de ensino sobre números racionais
2	Fórum de discussão: Conceito de fração, o que isso quer dizer?	Impulsar discussões sobre o conceito de frações a partir de reflexões filosóficas, a BNCC e perguntas desencadeadoras	Analisar os aspectos conceituais considerados pelos participantes sobre os números racionais
	Tarefa 2: Sobre o conceito de frações		
3	Fórum de discussão: Diferentes significados do número racional: fragmentos de uma complexidade	Promover nos participantes a discussão sobre os diferentes significados do número racional	Conhecer os significados do número racional conhecidas pelos participantes
	Tarefa 3: As diferentes "personalidades" do número racional trabalhadas através da resolução de problemas		
4	Fórum de discussão: Discussões que ficaram e ficarão latentes	Promover nos participantes discussões sobre situações de ensino de números racionais considerando as representações estudadas	Analisar os processos coletivos de elaboração, escolha de situações de ensino sobre números racionais desenvolvidas com as representações estudadas
	Tarefa 4: Revisitando as unidades anteriores		

Fonte: Autoria própria

Cumprir destacar que enquanto formadores se tinha a intenção durante o curso de promover a aprendizagem sobre a organização do ensino de números racionais, e assim, aproximações ao processo da Atividade Orientadora de Ensino, podem ser reconhecidas na estrutura do curso. Destaca-se que em cada unidade havia a preocupação em colocar a necessidade para os professores da organização do ensino; estabelecer ações a partir de problemas propostos para os quais se esperava a interação no fórum. A discussão e a interação entre os professores e os pesquisadores no desenvolvimento das tarefas e nos fóruns, podem ser considerados

fundamentais para revelar a manifestação dos critérios dos professores para escolha ou elaboração de situações de ensino.

4.4 Os participantes

Como já indicado, o público-alvo do curso é oriundo da Educação Básica que atua de forma direta e indireta com o ensino e aprendizagem de matemática, ou seja, Licenciados em Pedagogia (Anos Iniciais do Ensino Fundamental), Licenciados em Matemática (Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio), Graduandos em Pedagogia ou Matemática, conforme se pode observar no relato de alguns participantes selecionados:

P9: Olá sou [...], sou professora [...]. Formada em Licenciatura Plena em Matemática [...] Trabalho [...] com Ensino Fundamental e Médio. Pretendo com o curso poder adquirir conhecimentos para dar melhores bases às minhas metodologias de trabalho e poder contribuir de alguma forma com os colegas.

P15: Sou [...] Licenciada em Pedagogia e Mestre em Educação Básica, atualmente trabalho como professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e com a Educação Infantil [...]. Espero que ao longo do curso ocorra o compartilhamento de diferentes situações-problema para o ensino dos números racionais.

Conforme indicado nos excertos acima, os participantes da pesquisa estão identificados como Participantes 1, 2, (P1, P2...) e, assim sucessivamente, para os 25 (vinte e cinco) participantes. Tal forma de identificação cumpre os critérios éticos da pesquisa sobre preservar a identidade dos sujeitos e manter o sigilo dos dados coletados. Vale apontar que o curso iniciou com 50 (cinquenta) participantes, porém, com o passar do tempo, estes foram evadindo, permanecendo para análise nesta pesquisa, os dados produzidos pelos 25 sujeitos concluintes do curso.

Para compreender o universo e os sujeitos desta pesquisa, apresenta-se na sequência o quadro onde se elenca informação básica que permite descrever os participantes da pesquisa (Quadro 23).

Quadro 23 - Perfil dos participantes da pesquisa

P#	Formação	Atuação	Tempo de atuação	Local de atuação
P1	Licenciatura em matemática	6° ano e 3° ano do ensino médio	Não informado	Não informado
P2	Magistério, Licenciatura em Letras, especialização em Educação Especial e Inclusiva.	Anos iniciais (corregência de 3°, 4° e 5° anos) e regência de 4° ano.	10 anos	Rede Municipal de Curitiba e Rede Municipal de São José dos Pinhais

P3	Mestrando do Programa em Educação em Ciências e Matemática	Ensino médio e técnico profissionalizante	Não informado	Não informado
P4	Licenciatura - Matemática, mestre em Educação Básica e doutorando na área do Ensino de Matemática	Professor da Educação Básica, atualmente trabalha com a formação de professores	Não informado	Não informado
P5	Licenciatura em Matemática	Professora das turmas do 6º Ano	15 anos	Rede Municipal de Curitiba e Rede Estadual do Paraná
P6	Licenciatura em matemática, mestranda no Programa de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e Matemática	Não informado	Sem experiência em sala de aula	Não informado
P7	Engenharia Agrícola	Não informado	Não informado	Não informado
P8	Licenciatura em Pedagogia, com especialização em Coordenação Pedagógica	Rede Municipal 17 anos como professora dos anos iniciais. Rede Estadual 6 anos como pedagoga	17 anos	Município de Araucária
P9	Licenciatura Plena em Matemática, especializações em engenharia financeira, Educação Especial e inclusiva, Tutoria EAD. Mestranda na área de Ciência, tecnologia e sociedade	Professora do ensino fundamental e médio	Não informado	Rede estadual do município de Paranaguá
P10	Não informado	Professora de matemática	Não informado	Em Curitiba
P11	Licenciatura em Matemática, especialização em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática	Professora das turmas do 6º ano e três turmas do 7º ano Ensino Fundamental II e Médio	Não informado	Prefeitura Municipal de São Paulo
P12	Não informado	Não informado	Não informado	Não informado
P13	Licenciatura Plena em Matemática	Professora dos 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e também com 1º e 2º ano do Ensino Médio.	27 anos	Colégio Estadual Jardim Boa Vista em Campo Magro
P14	Licenciatura em Pedagogia	Turmas de alfabetização em escola rural	30 anos	Guaraqueçaba
P15	Licenciatura em pedagogia e mestre em Educação Básica	Professora dos anos iniciais do ensino fundamental e com a educação infantil	Não informado	Macieira- SC e Caçador – SC
P16	Licenciatura em Matemática, Mestre em Educação em Ciências e Matemática, Especialista em Mídias na Educação	Docente de matemática, anos finais e EJA (anos finais)	15 anos	Municípios de Sapucaia do Sul e Gravataí, Estado do Rio Grande do Sul.

P17	Licenciatura em Matemática.	Docente dos anos finais do ensino fundamental	11 anos	Na cidade de Sapucaia do Sul, Rio Grande do Sul,
P18	Formada em administração de empresas e licenciatura plena em matemática	Professora de matemática das escolas estaduais de ensino fundamental II, 8º anos, 2º e 4º e ensino técnico	6 anos.	Escolas estaduais de Curitiba
P19	Professora de Matemática	Docente nas turmas de Ensino Fundamental nos anos finais	Não informado	Criciúma Santa Catarina
P20	Professora de Matemática	Não informado	24 anos	Não informado
P21	Licenciatura em Matemática, Especialização em Educação Inclusiva e Educação a Distância com Ênfase na formação de tutores.	Docente nas turmas de 6º e 9º anos	10 anos	Paraná
P22	Licenciatura em Matemática, mestre em Educação em Ciências e em Matemática e estudante de Pedagogia	Docente nas turmas de 7º ano tanto na RME quanto no Estado	5 anos	Paraná
P23	Licenciatura em Matemática e especialidade em métodos e técnicas de ensino e também em Educação profissional de Jovens e adultos.	Docente de 6º e 7º anos	Mais de 10 anos	Medianeira
P24	Licenciatura em Matemática	Docente de 6º e 7º ano	13 anos	Curitiba
P25	Licenciatura em Matemática, Mestre em Educação Matemática e doutoranda em Educação Matemática.	Docente das turmas do Ensino Médio e do Ensino Superior (Licenciatura em Matemática).	Não informado	Não informado

Fonte: Autoria própria

Em síntese, participaram do curso 25 sujeitos. Nas análises foram considerados apenas os dados produzidos entre 22 concluintes, pois os sujeitos P7, P10 e P12 não foram considerados, uma vez que P7 tem formação distinta dos sujeitos público desta pesquisa, e os sujeitos P10 e P12 não informaram nada sobre formação ou alguma forma de vínculo com a Educação Básica. Como se pode observar, a partir do Quadro 23, a formação dos sujeitos são: dezessete professores com formação em Licenciatura em Matemática, três professores com formação em Pedagogia, um professor com formação em Letras, um com formação em Engenharia Ambiental e um com formação em Administração de Empresas. Dentre os quais 22 apresentam algum vínculo com a Educação Básica ou tiveram alguma relação, como no caso de graduandos.

4.5 Procedimento para a análise dos dados

O fundamento metodológico para análise dos dados tem ressonância no processo de apropriação do conhecimento, por parte dos participantes. Nesse direcionamento, as análises estão pautadas nos fundamentos da THC, que conforme analisam Cedro e Nascimento (2017), pesquisar em educação implica a análise no próprio processo de humanização, ou seja, as relações humanas é que constituem o meio de humanização, de aprendizagem e desenvolvimento. Portanto, analisar o humano em processo de apropriação do conhecimento é coerente com esta pesquisa e, por isso, o campo se deu no âmbito do curso de extensão.

Com base na THC, o conhecimento do professor tem uma historicidade que lhe confere certa característica. Portanto, em processos de formação coletiva, as ações desenvolvidas pelos sujeitos expressam tanto a relação com o conhecimento matemático como com o planejamento de situações de ensino, desvelando significados convergentes como a dimensão social da atividade de ensino.

O processo formativo de professores permite o desenvolvimento do pensamento teórico e os coloca em ação frente ao conceito em uma perspectiva lógico histórico, já que prima pela essência de cada conceito estudado. Além disso, enseja a tomada de consciência em relação ao papel da coletividade na apropriação de conhecimento, o qual é essência para o desenvolvimento do conhecimento humano, por meio da mediação e, em processos de internalização, mediação e intencionalidade.

Moretti (2007) enfatiza o fato de que o conhecimento teórico não se reduz ao método do trabalho, mas também os conhecimentos específicos dos conceitos. Nesse direcionamento, os dados produzidos no contexto de formação refletem a forma e o conteúdo da atividade de ensino, como uma unidade de análise, que evidencia a estrutura do movimento e as diversas ações que o compõem.

Levando em consideração os aspectos anteriores, explicita-se que os dados desta pesquisa estão conformados pelos registros escritos que os participantes do curso de extensão produziram, após participarem nos diferentes fóruns e darem resposta às diferentes tarefas de cada unidade do curso. Nesta pesquisa, cada unidade do curso de extensão é entendida como um “episódio de formação”, isto é, um recorte do processo de formação do professor sob análise que contém:

[...] frases escritas ou faladas, gestos e ações que constituem cenas que podem revelar interdependência entre os elementos de uma ação formadora. Assim, os episódios não são definidos a partir de um conjunto de ações lineares. Pode ser que uma afirmação de um participante de uma atividade não tenha impacto imediato sobre os outros sujeitos da coletividade. Esse impacto poderá estar revelado em um outro momento em que o sujeito foi solicitado a utilizar-se de algum conhecimento para participar de uma ação no coletivo (MOURA, 2004, p. 276).

A partir dessa consideração metodológica, descreve-se o processo de análise dos dados desta pesquisa, o qual foi realizado em três momentos.

No primeiro momento, realizou-se uma leitura geral dos dados da pesquisa, no intuito de familiarizar-se com as produções dos participantes da pesquisa. Para tal, foi necessário baixar os registros escritos dos participantes, contidos no *Moodle* do curso, e organizá-los em pastas diferenciadas, segundo o episódio de formação correspondente.

No segundo momento, identificaram-se os critérios de escolha ou elaboração de situações de ensino dos números racionais, evidenciados nas produções escritas dos participantes, organizadas no momento anterior. Para tal, foram realizados os seguintes passos: (i) utilizou-se como instrumento de identificação a lista de critérios levantada na revisão de literatura reportada na quarta subseção do capítulo 3 desta dissertação. Em outras palavras, os critérios identificados na revisão bibliográfica foram utilizados como referência para identificar os critérios considerados pelos participantes da pesquisa; (ii) localizaram-se, nas produções dos participantes e com auxílio dos critérios obtidos da literatura, aquelas “cenas” (MOURA, 2004) que forneciam evidências dos critérios considerados pelos participantes para organizar o ensino dos números racionais em sala de aula.

No terceiro momento, decidiu-se o modo de apresentar os resultados da pesquisa, ou seja, os critérios evidenciados pelos participantes. Para tal, foram criadas categorias que aglutinassem os critérios identificados no momento anterior, que permitissem organizar a descrição dos dados da pesquisa. No Quadro 24 se apresentam e descrevem as três categorias criadas neste momento da análise, bem como os oito critérios identificados no momento anterior, que foram aglutinados nelas.

Quadro 24 - Categorias e critérios evidenciados pelos participantes da pesquisa

CATEGORIA	DESCRIÇÃO	CRITÉRIO ASSOCIADO
Materiais didáticos ou jogos:	Esta categoria abrange aqueles critérios, evidenciados pelos participantes da pesquisa, que dizem respeito ao uso de materiais ou recursos didáticos (concretos ou virtuais) para	Materiais didáticos – C1 Situações lúdicas – C2 Situações visuais – C3

concretos ou virtuais	o ensino de números racionais, que possibilitem a visualização ou a ludicidade.	
Conceito: necessidades, significados e representações	Esta categoria abrange aqueles critérios, evidenciados pelos participantes da pesquisa, que estão referidos à necessidade que se tem de recorrer ao conceito dos números racionais para organizar situações de ensino. Também se consideram aqueles critérios ligados aos conhecimentos prévios dos números racionais, bem com seus diferentes significados e representações.	Necessidade do conceito – C4 Conhecimentos prévios – C5 Diferentes representações – C6
Situações de ensino: forma e conteúdo	Esta categoria abrange aqueles critérios, evidenciados pelos participantes da pesquisa, relacionados com as situações de ensino que consideram o dia a dia do estudante ou que representem alguma situação de cunho real, na qual se precise fazer uso dos números racionais para dar solução a essas situações.	Situações do cotidiano – C7 Situações contextualizadas – C8

Fonte: Autoria própria

No capítulo cinco são apresentados os resultados desta pesquisa.

4.6 Produto educacional da pesquisa

Esta subseção está dedicada à descrição do Produto Educacional (PE) desta pesquisa. Com efeito, tratando-se de uma pesquisa desenvolvida no âmbito de um Mestrado Profissional, fez-se necessário produzir um produto próprio do processo de desenvolvimento da pesquisa, constituído pelas reflexões, análises e todas as ações desdobradas no decurso da realização desta pesquisa, sendo que parte do material foi pensado e sistematizado durante o curso. De acordo com Rôças e Bomfim (2018), o PE deve ser produzido a posteriori, ou seja, após o desenvolvimento da pesquisa, sendo (minimamente) testado na realidade para o qual foi previsto e pensado, podendo ocorrer esse teste após a sua confecção. Basicamente, um PE é

Um processo ou produto educativo aplicado em condições reais de sala de aula ou outros espaços de ensino, em formato artesanal ou em protótipo. Esse produto pode ser, por exemplo, uma sequência didática, um aplicativo computacional, um jogo, um vídeo, um conjunto de vídeo aulas, um equipamento, uma exposição, entre outros. A dissertação/tese deve ser uma reflexão sobre a elaboração e aplicação do produto educacional respaldado no referencial teórico metodológico escolhido (BRASIL, 2019, p. 15).

Dessa forma, considera-se um PE como “o resultado tangível oriundo de um processo gerado a partir de uma atividade de pesquisa [...], elaborado com o intuito de responder a uma pergunta/problema oriunda do campo de prática profissional” (RIZZATTI et al., 2020). A importância da elaboração de um PE reside em que os

mestrados profissionais necessitam estabelecer um diálogo com os demais setores da sociedade, indo além dos muros da academia e promovendo transferência de tecnologia científica e/ou cultural (RÔÇAS; MOREIRA; PEREIRA; 2018).

De acordo com Rizzatti et al. (2020), existem diferentes tipos de PE que podem ser elaborados no âmbito da realização de um mestrado profissional, quais sejam:

- *Tecnologia Social*: método, processo ou produto transformador, desenvolvido e/ou aplicado na interação com a população e/ou apropriado por ela, que represente solução para inclusão social e melhoria das condições de vida, com características de atividades de extensão (p. 4);
- *Material Didático*: produto de apoio/suporte com fins didáticos na mediação de processos de ensino e aprendizagem em diferentes contextos educacionais (impressos, audiovisuais e novas mídias) (p. 4);
- *Software/Aplicativo*: software é um conjunto de instruções ou declarações a serem usadas direta ou indiretamente por um computador, a fim de obter um determinado resultado. Ele é composto por um código-fonte, desenvolvido em alguma linguagem de programação (pp. 4-5);
- *Manual/Protocolo*: conjunto das informações, decisões, normas e regras, que se aplica a determinada atividade, que enseja os conhecimentos básicos de uma ciência, uma técnica, um ofício ou procedimento. Pode ser um guia de instruções que serve para o uso de um dispositivo, para correção de problemas ou para o estabelecimento de procedimentos de trabalho. No formato de compêndio, livro/guia pequeno ou um documento/normativa, impresso ou digital, que estabelece como se deve atuar em certos procedimentos (p. 5);
- *Processo Educacional*: descrição das etapas empreendidas no processo de ensino e aprendizagem, com intencionalidade clara e com o objetivo de criar oportunidades sistematizadas e significativas entre o sujeito e um conhecimento específico. Oportuniza um mapeamento e uma superação do senso comum, levando o sujeito a compreender que o conhecimento é advindo da produção humana, sendo resultado de investigações que envolvem os domínios e aspectos científicos, tecnológicos, históricos e/ou sociais, não sendo, portanto, neutro (p. 5).

De acordo com a lista anterior, o PE produzido nesta pesquisa corresponde a um Material Didático. Especificamente, trata-se de um caderno pedagógico que foi intitulado “Refletindo sobre o ensino de números racionais” (Figura 9), dirigido a professores que ensinam matemática na Educação Básica Brasileira. O caderno está organizado em quatro seções, quais sejam: (i) Que práticas eu já conheço ou já desenvolvo? (ii) O que preciso ensinar sobre números racionais? (iii) Como posso ensinar sobre números racionais? E (iv) Organizando o ensino de números racionais.

Figura 9 - Capa do PE produzido nesta pesquisa



Fonte: Autoria própria (2022)

Este caderno pedagógico foi produzido para fornecer a esse público-alvo um material pedagógico que possa lhes auxiliar no momento de planejar ou de pensar suas aulas de matemática, no tocante ao ensino dos números racionais. Para tal, no decorrer do caderno, os professores encontrarão reflexões sobre o ensino desse conteúdo, a partir das reflexões surgidas no desenvolvimento desta pesquisa, sugestões vindas da BNCC e de pesquisas científicas sobre o tema. Além disso, no decorrer do caderno, sugere-se a consulta de diferentes leituras e vídeos na internet sobre a temática abordada no material, com o intuito de aprofundar nos aspectos tratados no caderno (Figura 10).

Figura 10 - Página 45 do PE, relativa ao tangram como material didático para o ensino de números racionais

**Critérios de escolha de situações de ensino
Materiais didáticos ou jogos**

Materiais didáticos (concretos ou virtuais) e jogos são recursos/estratégias que facilitam o ensino de números racionais em sala de aula. A seguir são apresentados alguns materiais e jogos que podem ser considerados para ensinar esse conteúdo na Educação Básica e que foram citados pelos participantes da pesquisa.



FONTE: Material sugerido pelos professores participantes da pesquisa

O **tangram** é outro material didático que possibilita o ensino de números racionais em sala de aula. Mediante esse material, é possível trabalhar algumas representações dos números racionais, como a numérica e a porcentagem. Além disso, possibilita o desenvolvimento do raciocínio lógico e a criatividade.

Convidamos vocês a assistirem o seguinte vídeo, para ampliar o tema do uso do tangram no ensino de números racionais:



Sumário  **45**

Fonte: Autoria própria (2022)

A organização do produto, apresentada no começo deste tópico, foi escolhida com o intuito de levar, progressivamente, o professor a refletir e encontrar ferramentas que contribuam no seu aprimoramento no que se refere ao ensino de números racionais. Sendo assim, no primeiro ponto se explicita as práticas clássicas que caracterizam o ensino dos racionais; por exemplo, com o uso da pizza, finalizando esse ponto com o questionamento sobre outras formas de ensinar os números racionais.

Figura 11. Ensino "clássico" dos números racionais

Ensino “clássico” dos números racionais

FONTE: Modificado de: <https://slidesgo.com/es/tema/aprende-las-fracciones> FONTE: <https://slidesgo.com/es/tema/aprende-las-fracciones>

A Figura acima ilustra, talvez, o modo típico ou mais comum em que os números racionais são introduzidos na Educação Básica. Nessa figura, três pizzas foram divididas em oito partes iguais e sobraram cinco, seis e sete dessas partes, respectivamente, obtendo assim as frações $5/8$, $6/8$ e $7/8$. Qual concepção dos números racionais está sendo abordada nessa situação?

Sumário ◀
13

Fonte: Autoria própria (2022)


Com a intenção de ampliar essa reflexão, no ponto 2 se aborda o que é necessário saber para ensinar os números racionais. Para isso, faz-se uma representação histórica dos números racionais, complementado com o que diz a BNCC sobre seu ensino, o que as pesquisas nos oferecem quanto aos significados e representações dos números racionais e finalizando com a tradução entre os diferentes sistemas de representação e significados.

Figura 12. Questões abordadas no ponto 2

O SIGNIFICADO HISTÓRICO DOS NÚMEROS RACIONAIS

O significado histórico dos números racionais se fundamenta na ideia de continuidade, devido às necessidades de medição, sendo no antigo Egito um dos lugares nos quais se utilizaram esse conceito. Isso permitiu dar conta dos problemas que não podiam ser resolvidos com os números naturais, já que as ideias deste tipo de números eram só para a realização de contagem e controle de quantidade (ROMEIRO, MORETTI, 2021).


Com o decorrer do tempo e dado os diferentes contextos que foram surgindo, teve-se a necessidade de estabelecer diferentes formas de dar soluções às situações apresentadas, tendo a mesma base de continuidade, para a representação dos números racionais.



FONTE: <https://censipg.files.wordpress.com/2010/09/aula-5-matrig-30064b-247>

Sumário 16

Vejam os o que a BNCC nos diz



A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica do Brasil.

Portanto, é necessário que nós, professores e professoras, saibamos ou estejamos informados sobre o que a BNCC estabelece como critérios sobre o ensino de números racionais na Educação Básica dos nossos alunos.



Nas páginas seguintes estarão dispostas as orientações curriculares definidas pela BNCC quanto ao ensino dos números racionais.

FONTE: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2020/12/02-Como%20a%20BNCC%20define%20as%20conceitos.pdf>

Sumário 19


O que nos diz a pesquisa sobre o tema?

Os números racionais e o seu ensino representam um dos temas mais importantes de estudo para muitos dos pesquisadores da área da Educação Matemática. De fato, existe uma diversidade de pesquisas que tem visado a compreensão do ensino desses números, a partir dos seus diferentes significados. A seguir, apresentam-se os significados dos números racionais segundo três autores, cujos estudos são considerados referência na temática abordada.

Sumário 33

Tradução entre sistemas de representação

Passar do sistema	Do sistema	Procedimento	Exemplo
Numérico	Verbal	Leitura de a/b , e pode ser lido como a está para b	$2/5 \rightarrow$ Dois quintos, e pode ser lido como dois está para cinco
	Gráfico contínuo	Dividir uma região em "b" partes iguais e indicar "a" delas	
	Gráfico discreto	Índex para um conjunto discreto	$2/5 \rightarrow 0,4$
	Decimal	Divide "a" por "b"	$2/5 \rightarrow 0,4$
Decimal	Porcentagem	(Decimal $\times 100\%$ sempre que não houver mais de dois decimais exatos)	$0,4 \rightarrow 40,4 \times 100\% = 40\%$
	Numérico	Regras de transformação	$0,4 \rightarrow 40/100 = 4/10 = 2/5$
	Porcentagem	Decimal $\times 100\%$ sempre que não houver mais de dois decimais exatos)	$0,4 \rightarrow 40,4 \times 100\% = 40\%$
	Todos os demais	Passar à forma a/b e daí para os demais sistemas	
Porcentagem	Decimal	Porcentagem /100 (simplificar)	$40\% \rightarrow 40/100 = 0,4$
	Numérico	Porcentagem /100 (simplificar)	$40\% \rightarrow 40/100 = 2/5$
	Todos os demais	Passar à forma a/b e daí para os demais sistemas	
Verbal	Numérico	Tradução direta a partir da expressão verbal ou da gráfica	
	Gráfico contínuo	Tradução direta a partir da expressão verbal ou da gráfica	
Gráfico discreto	Numérico	Tradução direta a partir da expressão verbal ou da gráfica	
	Todos os demais	Passar à forma a/b e daí para os demais sistemas	

FONTE: Elaborado pela autora a partir de Anderson (2006)

Sumário 40

Fonte: Autoria própria (2022)

No terceiro ponto, apresenta-se como pode ser ensinado os números racionais, sendo orientado pelos critérios de elaboração e escolha que surgiram de todo o processo de desenvolvimento e constituição desta pesquisa.

Figura 13. Como posso ensinar sobre os números racionais?

3

Como posso ensinar sobre números racionais?

Sumário 41



Fonte: Autoria própria (2022)

No ponto 4, apresentam-se experiências sobre a organização do ensino de números racionais em alguns trabalhos de pesquisa que foram utilizados nesta

dissertação, com o intuito de mostrar para os professores referências científicas em relação ao ensino dos números racionais desde a perspectiva histórico-cultural.

Figura 14. Experiências sobre a organização de ensino de racionais em pesquisas

Experiências vindas da pesquisa

Desde uma perspectiva histórico-cultural do ensino e da aprendizagem, a tarefa mais importante de nós, professores e professoras, é **organizar o ensino dos conteúdos em sala de aula, de modo que os nossos alunos possam se apropriar deles**. Assim, existem diversas pesquisas que tem reportado modos de organizar o ensino de números racionais, visando a apropriação desse conceito. A seguir, são apresentados alguns desses estudos.




Sumário
55

Fonte: Autoria própria (2022)

Finaliza-se com uma reflexão para o professor, convidando-o a continuar com as suas reflexões didáticas, para o aprimoramento de sua própria prática docente. Estas reflexões têm o intuito de fazer o professor pensar no quão importante é ele questionar suas ações e continuar na busca do aprimoramento de seu agir, já que não existe fórmula mágica para ensinar os conteúdos matemáticos.

5 APRESENTAÇÃO, ANÁLISES E DISCUSSÕES DOS DADOS PRODUZIDOS PELOS SUJEITOS EM PROCESSO FORMATIVO

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos da análise dos dados da pesquisa, através dos quais se buscou dar resposta à pergunta: *que critérios os professores em formação utilizam para organizar o ensino dos números racionais?*

Os resultados são apresentados em função das três categorias descritas: **1. Materiais didáticos ou jogos: concretos ou virtuais** (correspondente aos critérios Materiais didáticos – C1, Situações lúdicas – C2 e Situações visuais – C3), **2. Conceito: necessidades, significados e representações** (cujos critérios foram Necessidade do conceito – C4, Conhecimentos prévios – C5 e Diferentes representações – C6) e **3. Situações de ensino: forma e conteúdo** (ao qual correspondem os critérios: Situações do cotidiano – C7 e Situações contextualizadas – C8), para escolher ou elaborar situações de ensino dos números racionais.

Estas categorias foram definidas a partir dos dados da pesquisa, sendo especificamente das falas dos professores. Ao realizar as leituras dessas falas, percebeu-se similitudes entre elas, o que levou à criação de, primeiramente, critérios e tais critérios foram organizados nas categorias apresentadas, com o intuito de estruturar os resultados de tal forma que facilite a compreensão deles e organizá-los em função das suas similitudes e assim não correr riscos de repetir as informações.

Por serem três categorias, a descrição dos resultados da pesquisa se divide em três subseções. Em cada subseção, são apresentados aqueles extratos (cenas) das falas dos participantes, nas suas intervenções nos fóruns e nas suas respostas às tarefas de cada episódio de formação, que fornecem evidências dos critérios que eles consideraram para organizar o ensino dos números racionais. Posteriormente, são colocados comentários interpretativos desses extratos, à luz do referencial teórico desta pesquisa.

Cada cena informada no texto possui um código que identifica o participante que fala e em que contexto (fórum ou tarefa). Por exemplo, o código P1_T2 faz referência a uma fala do participante 1, na sua resposta à tarefa da Unidade 2 (“conceito de frações”) do curso de extensão. No Quadro 25 se explicitam os códigos utilizados neste capítulo.

UNIDADE DE FORMAÇÃO	ATIVIDADE	CÓDIGO
1	Fórum “O que estamos cultivando”	F1
	Tarefa “Situações de ensino”	T1
2	Fórum “Conceito de fração: o que isso quer dizer?”	F2
	Tarefa “Conceito de fração”	T2
4	Fórum “Discussões que ficaram e ficarão latentes”	F4
	Fórum “Revisitando as unidades anteriores”	F4

Fonte: Autoria própria (2022)

Na subseção a seguir, são apresentados os resultados da pesquisa, no tocante aos critérios ligados à primeira categoria de análise.

5.1 Categoria 1. Materiais didáticos ou jogos: concretos ou virtuais

A análise dos dados, no tocante à participação dos sujeitos nos diferentes fóruns e às suas respostas às tarefas de cada episódio de formação, revelou o conjunto dos critérios relativos ao uso de **materiais didáticos ou jogos** que esses participantes explicitaram para organizar o ensino dos números racionais.

A seguir, é ilustrado um conjunto de cenas que revelam alguns desses critérios, nas respostas dos sujeitos à T1.

P1_T1: Uma situação de ensino sobre os números racionais seria iniciar a aula utilizando a arte e a matemática através da **construção de mosaicos**, conforme apresentado no livro didático “A Conquista da Matemática” [...]. A ideia proposta no livro didático é utilizar **quatro folhas no formato retangular**, e dividir essas folhas em partes iguais e diferentes de uma folha para outra. Ao final, com as partes divididas se constrói o mosaico.

P4_T1: Uma possibilidade de trabalhar o conceito fracionário em sala de aula é a **utilização do tangram** feito por meio de dobraduras.

P14_T1: Já faz alguns anos que não trabalho com turmas de 4º e 5º anos, mas no ano de 2007, ainda quando era denominada 4ª série, **realizamos um projeto com o tangram** e guardo o “livrão” produzido até hoje.

P17_T1: A situação que eu já usei sobre os números racionais foi a seguinte: fiz xerox de **discos de frações** e pedi que os alunos se organizassem em grupos de no máximo 4 integrantes, e pintassem cada disco de uma cor diferente. Após isto, foram recortados os discos e feitas comparações entre as frações. Usei este método, pois achei que **através dos discos** e comparações eles [os alunos] entenderiam esta parte da matéria que eles têm tanta dificuldade em entender.

P20_T1: Pegamos uma **folha de papel sulfite**, começamos a dobrar e voltar na forma inicial para perceber as marcas das dobras, assim, puderam ver o inteiro (folha de sulfite) sendo dividido em duas partes: então conduzi falando que cada parte é uma de duas (1 de 2), depois dividindo de novo, apareceram quatro partes iguais, cada parte é uma de quatro (1 de 4) e assim por diante.

P22_T1: [...] os alunos ainda não entendiam muito bem o que eu estava explicando, o que me levou a concluir que eles realmente não haviam entendido estes assuntos. O que fazer então? **Resolvi trabalhar com o tangram**. Trouxe um tangram de madeira. Conteí uma das lendas sobre a origem do tangram. Fizemos a construção do quebra-cabeça usando dobraduras. **Exploramos as peças**, brincamos montando figuras (animais,

casas, letras...) e depois começamos a explorar a área de cada uma das peças do tangram.

P24_T1: [...] até o presente momento, tenho trabalhado a situação de ensino sobre números racionais. **Utilizo folha sulfite**, a qual os estudantes vão dobrando conforme a representação das frações. Utilizo também **figuras com divisões** para representação de frações, bem como **recorte de cadernos** quadriculados para que as crianças visualizem as partes inteiras e fracionárias, e pintem-nas respectivamente [...]. A escolha dessas situações se deu devido ao fato de que com os materiais disponibilizados os estudantes podem visualizar e compreender como se formam os números racionais e a definição do conceito.

P25_T1: A **escolha do tangram** é devido à suas possibilidades diversas em sala de aula. Iniciando as discussões de como apresentamos podemos estendê-la às operações, como a soma de frações com denominadores diferentes, e com o apoio das figuras do Tangram tais operações podem produzir outros significados para além do cálculo do mínimo múltiplo comum, pois trabalha com as frações equivalentes a partir do quadro que propomos. O trabalho com o tangram possibilita, a nosso ver, que o aluno produza junto às figuras que o compõem, a ideia de metade e dobro que podem ser exploradas e representadas de diferentes formas, promovendo discussões sobre a temática.

De acordo com as cenas anteriores, o critério que os sujeitos evidenciaram, para elaborarem ou escolherem situações de ensino dos números racionais, esteve ligado ao uso de **materiais didáticos** (C1). Com efeito, o material didático com maior presença nas situações reportadas pelos participantes foi o tangram, utilizado por P4_T1, P14_T1, P22_T1 y P25_T1, embora com diferentes propósitos. Outros materiais didáticos utilizados foram os mosaicos (P1_T1), os discos de frações (P17_T1), as folhas de sulfite (P20_T1 e P24_T1) e os recortes de cadernos quadriculados (P24_T1).

Um aspecto interessante revelado nas cenas anteriores diz respeito à consideração de mais de um critério por parte dos sujeitos. Ou seja, embora os materiais didáticos sejam o critério manifestado nas suas falas, os participantes também consideraram outros critérios que possuem estreita relação com o uso de materiais didáticos. Isso pode ser observado na fala de P17_T1, ao manifestar que, “através **dos discos** e comparações, eles [os alunos] entenderiam esta parte da matéria que eles têm tanta dificuldade em entender”. Observa-se, nesse estrato, que P17_T1 considera que o uso desses materiais didáticos pode contribuir com o entendimento do estudo das frações. Veja-se que, nas cenas apresentadas, as frases indicadas em negrito são indicadores que evidenciam a presença dos critérios analisados nesta categoria; por sua vez, as frases destacadas em sublinhado são indicadores que evidenciam a presença de critérios que pertencem a outras categorias.

Na mesma linha, a fala de P24_T1 revela outro critério, quando profere que “a escolha dessas situações se deu devido ao fato de que com os materiais disponibilizados os estudantes podem visualizar e compreender como se formam os números racionais e a definição do conceito”. Na sua fala, P24_T1 revela ter lançado mão de outro critério para organizar o ensino dos números racionais, como **situações visuais** (C3). Por sua vez, P25_T1 revela o critério **diferentes representações** (C6) ao proferir que as ideias de metade “podem ser exploradas e representadas de diferentes formas”.

O critério “materiais didáticos” (C1) também foi identificado nas respostas dos sujeitos à T2, conforme se observa a seguir:

P2_T2: Os estudos das unidades 1 e 2 fizeram com que eu repensasse as abordagens pedagógicas relacionadas aos conteúdos de frações [...]. Iniciei o tema propondo a atividade com as **folhas cortadas no formato das formas geométricas** – quadrado, retângulo, triângulo – solicitando que os alunos, em duplas, façam as divisões exatas pedidas para que compreendam a ideia de metade, terça parte e quarta parte, tratando-se de uma turma de 4º ano e seguindo as habilidades exigidas pela BNCC. As sugestões em relação ao uso da reta numérica são muito válidas. Pretendo utilizá-las no decorrer do trabalho, mas prefiro me aprimorar melhor antes de repassar aos alunos.

P23_T2: Iniciei minhas aulas nos sextos anos, fazendo questionamentos acerca do que sabiam, ou não, sobre frações, se fração era número, se sabiam me dizer exemplos de frações e onde aplicavam, assim por diante. A reação negativa, nas expressões faciais, foi nítida, infelizmente! Lembravam perfeitamente que o conteúdo estava associado a comidas (chocolates, bolos, gelatinas...), mas não conseguiam fazer relações científicas alguma. Então, com auxílio de algumas práticas apresentadas aqui iniciei a conceituação de frações com **auxílio de material concreto** para estabelecer relação da parte ao todo [...]. Estou no início do conteúdo, mas acredito já ter explorado bem o conceito de fração e suas representações, esclarecendo as dificuldades iniciais expostas pelos educandos.

De acordo com as cenas acima, P2_T2 recorreu ao critério “materiais didáticos” (C1) ao utilizar folhas cortadas com formas geométricas específicas, com o intuito de contribuir na compreensão dos alunos das ideias de metade, terça e quarta parte. Por sua vez, a fala de P23_T2 dá conta do uso do critério “materiais didáticos” (C1) ao utilizar material concreto para estabelecer a relação entre um todo e suas partes. Essa fala de P23_T2 pode ser considerada interessante, dada a presença de diferentes critérios nela. Com respeito a isso, pode-se notar que P23_T2 manifesta ter iniciado aulas com situações que visavam explorar os **conhecimentos prévios** (C5) dos alunos sobre as frações. Na mesma fala, P23_T2 considera que o uso do material didático poderia ter ajudado positivamente na exploração do conceito de fração e suas diferentes representações, revelando com isso outro critério, como “diferentes

representações” (C6). Deixa-se claro que o critério “materiais didáticos” (C1) é o principal na fala de P23_T2, já que se trata de uma resposta à T2, especificamente à pergunta: *quais aspectos puderam ser confrontados com o seu fazer pedagógico no trabalho com as frações?* Na sua fala, P23_T2 comenta que, “com auxílio de algumas práticas apresentadas aqui, iniciei a conceituação de frações com **auxílio de material concreto**”. Daí que o critério referido ao material didático seja o mais importante na sua fala.

Outro critério aglutinado na categoria analisada nesta subseção tem a ver com as **situações lúdicas** (C2). Com respeito a isso, no momento da sua participação no F1, P5_F1 manifestou interesse no ensino fundamentado em jogos que envolvem o uso de dominó de frações, para trabalhar a comparação entre frações:

P5_F1, em resposta a P11_F1: Verdade, P11, muito me interessa o **ensino pela ludicidade**, embora fiquemos engessadas, algumas vezes num currículo com prazos a cumprir e avaliações por realizar.

P5_F1: [...] **outra prática é incluir jogos** como dominó de frações, propor que eles mesmos construam jogos didáticos com as frações. Estamos por elaborar um Uno das frações, para praticar o conceito de comparações entre frações.

Voltando para as respostas à T1, alguns participantes manifestaram ter considerado o critério das situações lúdicas para organizar o ensino dos números racionais em sala de aula, conforme se observa nas cenas a seguir:

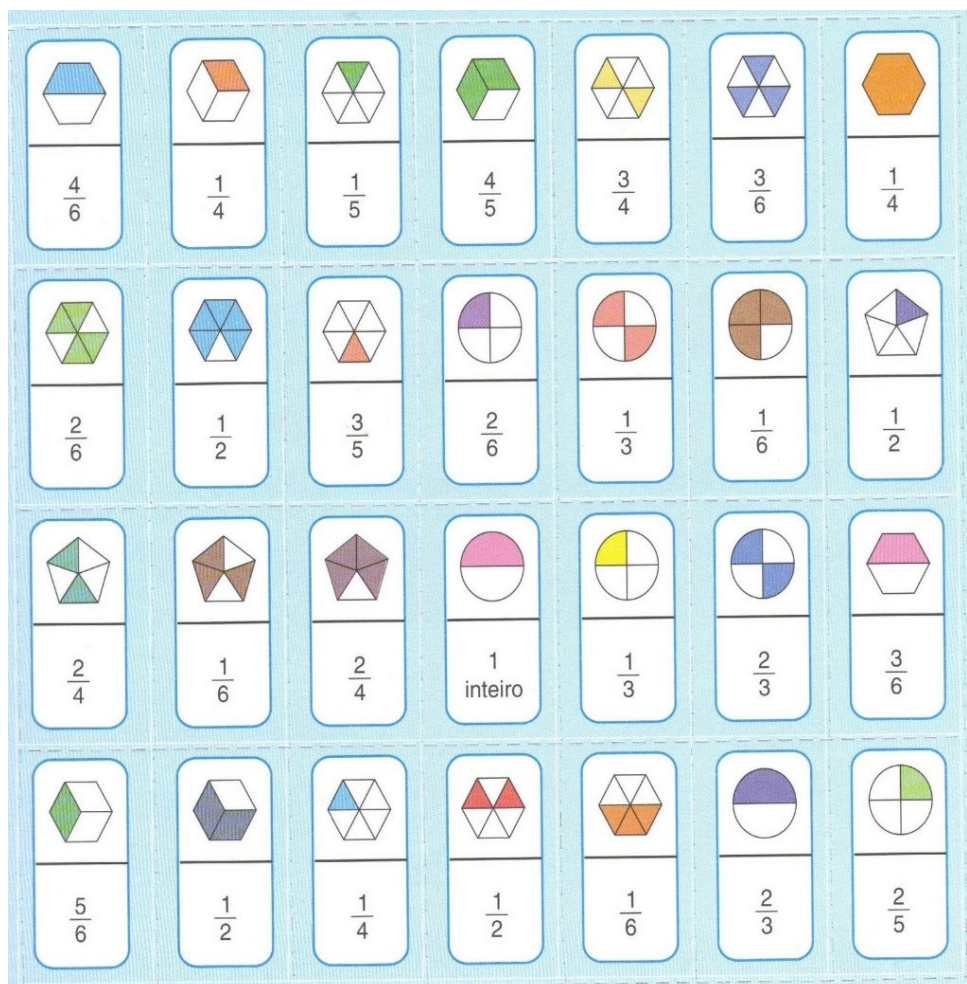
P2_T1: Em um determinado ano letivo, **realizei o seguinte jogo** com os alunos do 5º ano – Ensino Fundamental (o jogo foi apresentado por minha professora à turma de Magistério em que eu cursava). A turma na qual eu lecionava já tinha noções a respeito dos números decimais e o jogo enriqueceu as aulas de forma que os alunos praticassem a habilidade de somar os números decimais a fim de encontrar números inteiros [...]. Os alunos participaram com muito entusiasmo, até mesmo aqueles alunos que possuem muitas dificuldades ao realizar cálculos no caderno, na forma “tradicional”. Em equipes, um aluno ajudou o outro e assim desenvolveram o cálculo mental através de uma brincadeira sem perceberem que estavam aprendendo enquanto brincavam.

P8_T1: Trabalhei com minha turma de 4º ano do Ensino Fundamental, um **jogo de frações equivalentes**. Dividimos o quadrado em duas, quatro, seis, oito e dez partes. Os alunos puderam usar estas peças para compreender o conceito de equivalência, colocando uma peça sobre a outra e comparando os tamanhos. Por exemplo, $1/2$ é igual a $2/4$. Esta atividade é bem significativa para eles, pois conseguem entender que apesar de denominadores diferentes, as frações representam o mesmo tamanho, quantidade.

P21_T1: Fui em uma formação de professores, e **jogamos esse dominó** [Imagem 1], achei interessante e, pesquisando na internet, encontrei as regras e o modelo. Ainda não apliquei com os alunos, **mas pretendo fazer e jogar com eles**. Nesse jogo é possível explorar a representação fracionária, a leitura, escrita. Além de estimular a concentração, raciocínio lógico e

estratégias de jogo. Pode ser feito pelos próprios alunos, pois tem baixo custo para a confecção.

Imagem 1 - Jogo de dominó



Fonte: Produção de P21_T1

De acordo com as cenas anteriores, cada sujeito utilizou o critério das situações lúdicas com diferentes intencionalidades. Por um lado, P2_T1 desenvolveu um jogo que permitia realizar somas de números decimais, a fim de obter números inteiros. Por outro lado, P8_T1 utilizou um jogo que oportunizava abordar frações equivalentes, mediante a divisão de uma figura geométrica em várias partes iguais e a posterior comparações entre essas partes. Finalmente, P21_T1 manifestou seu interesse em aplicar em sala de aula um jogo de dominó (Imagem 1), o qual torna possível explorar diferentes representações das frações. Conforme pode ser observado nessas cenas, as falas de P2_T1 e P21_T1 evidenciaram outros critérios na escolha das suas situações de ensino, como “conhecimentos prévios” (C5) e “diferentes representações” (C6), respectivamente.

Embora não tenha explicitado na sua resposta à T1, P5 voltou a considerar o critério das situações lúdicas na resposta à T2, conforme se mostra na cena a seguir. De modo análogo ao jogo descrito por P2_T1, a situação lúdica abordada por P5_T2 favorecia a realização de somas e subtrações de números decimais:

P5_T2: [...] a partir daí, propus a seguinte atividade para nossa próxima aula: **jogos de dados**. Os alunos confeccionaram dados em rolo de papel higiênico e em suas faces colocaram os números decimais e inteiros que a professora escreveu no quadro [...]. Atividade também realizada em pequenos grupos, os alunos deveriam elaborar operações de soma e subtração com os números conforme a face do dado que surgia após o lançamento dos dados. Em uma folha iam registrando os resultados e efetuando as operações que foram elaboradas por eles mesmos. Posteriormente conferimos as respostas no quadro [...]. Não percebi maiores dificuldades com a prática, pelo contrário, é gratificante vê-los em pleno envolvimento com o conteúdo de uma maneira tão espontânea e participativa.

Finalmente, o critério das situações lúdicas foi evidenciado nas falas de P6_F3 e P24_F3, nas suas intervenções no terceiro fórum, de acordo com as cenas a seguir:

P6_F3: Interessante a maneira que olhou para a questão e formulou um jogo para ajudar seus alunos com as representações do número racional. **Vou, com certeza, utilizar este jogo com meus alunos** [...], trabalhar com as várias possibilidades de representação dos racionais em sala carece, por ser um assunto considerado difícil, da utilização de materiais concretos e jogos.

P24_F3: Essas questões trazem a discussão **de forma mais lúdica, através de jogos manipuláveis como essas cartas**, a fim de proporcionar aulas mais atrativas e dinâmicas onde a interação do aluno é maior e ao mesmo tempo reforçamos a identificação e associação de diferentes representações de um número racional e equivalência.

As cenas anteriores mostram a valorização que P6_F3 e P24_F3 outorgaram à situação lúdica apresentada e discutida em grande grupo no F3, para o ensino de números racionais em sala de aula. Ambos os professores evidenciam em suas falas a possibilidade que essa situação fornece para o tratamento das “diferentes representações” (C6), sendo esse um critério valorizado por eles no intuito de organizar o ensino mediante a escolha de situações lúdicas.

De um ponto de vista teórico, as cenas colocadas anteriormente, relativas ao critério das situações lúdicas consideradas pelos participantes, contêm informações de interesse para esta pesquisa, em termos das implicações do uso de jogos no ensino dos números racionais em sala de aula. Com respeito a isso, destaca-se a fala de P2_T1, no momento em que disse que “os alunos participaram com muito entusiasmo, até mesmo aqueles alunos que possuem muitas dificuldades ao realizar cálculos no caderno, na forma tradicional”. Também se ressalta a fala de P24_F3, no

momento em que proferiu que jogos manipuláveis podem ser utilizados “a fim de proporcionar aulas mais atrativas e dinâmicas onde a interação do aluno é maior”.

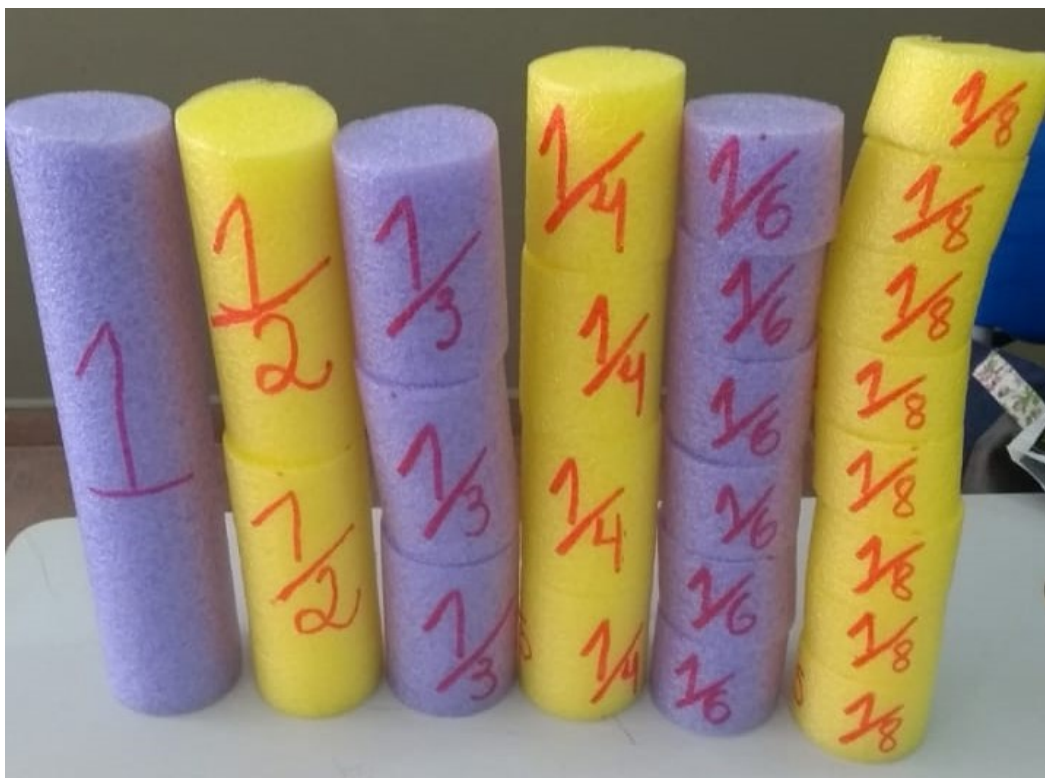
De acordo com o referencial teórico desta pesquisa, as falas de P2_T1 e P24_F3 vão ao encontro do sublinhado por Grandó (2000), no que diz respeito ao uso de jogos no ensino em sala de aula. Segundo essa autora, o uso do jogo em sala de aula pode representar a superação com práticas de ensino mais “conservadoras” para um processo mais dinâmico, democrático e desafiador, uma vez que a característica do trabalho com jogos é que não se ensina os conteúdos matemáticos de maneira tradicional, mas se procura explorar as situações com o sujeito, buscando favorecer o processo de abstração e construção do conhecimento (GRANDÓ, 2000).

Outro aspecto que pode ser destacado nas falas dos participantes da pesquisa, no que tange ao uso das situações lúdicas, tem a ver com as possibilidades que essas situações fornecem aos alunos para realizarem abordagens conceituais e procedimentais dos números racionais. Quanto a isso, e conforme ilustrado anteriormente, a maioria das falas dos professores revelam as possibilidades que os jogos que eles utilizaram em sala de aula forneceram para: (i) realizar comparações entre frações (P5_F1 e P8_T1), (ii) realizar somas e subtrações de números decimais (P2_T1 e P5_T2); e (iii) explorar as diferentes representações das frações (P21_T1, P6_F3 e P24_F3). O anterior vai ao encontro do colocado por Moura (1991), que afirma que o jogo tem o potencial de articular várias habilidades, sejam operacionais ou conceituais, de modo que o uso de jogos em sala de aula torna-se muito mais do que uma simples atitude: é uma postura que deve ser assumida na condução do ensino (MOURA, 1991).

O terceiro critério que também foi evidenciado nas falas dos participantes da pesquisa, no tocante à categoria de materiais didáticos ou jogos, tem a ver com o uso de **situações visuais** (C3). Por ser um critério implícito nas falas dos professores, a seguir se ilustram em conjunto três cenas de episódios diferentes, que revelam a consideração das situações visuais para o ensino de números racionais por parte dos participantes:

P18_T1: [...] fui na internet pesquisar **uma forma visual e dinâmica** para os estudantes entenderem o conteúdo, pois só no quadro e giz estava muito difícil, eu precisava trazer significado para esse assunto. Achei um vídeo bacana que usa espaguete flutuador, em que ele é dividido e montado uma sequência bem interessante [Imagem 2], construindo o conceito de divisão e também comparação com frações.

Imagem 2 - Espaguete flutuador



Fonte: Produção de P18_T1

P13_T2: Há muito tempo não trabalho com alunos menores, mas a experiência que já tive em sala de aula com os discos de frações é bem semelhante ao processo descrito no artigo “Fração representada como medida de comprimento da reta”, ou seja, a forma como a equivalência de frações foi trabalhada no artigo é bem semelhante e **até acho mais visual com os discos de frações**, pois a criança vai trocando as partes até que se encaixem uma sobreposta à outra. Ou seja, **fica bem claro** que, quando “sobra” um pedacinho, por menor que seja as frações não serão mais equivalentes. E, a partir desta forma de trabalho já se pode ir introduzindo a ideia de adição de frações. Comparando esse método ao apresentado no artigo citado acima, vejo que são processos que se complementam e oferecem uma melhor aprendizagem.

P9_F3: Cada vez mais podemos perceber a importância de se **trabalhar os conteúdos de forma visual**. As frações acabam sendo mais bem compreendidas quando eles [os alunos] **conseguem visualizar** as relações da parte com o todo.

As falas dos sujeitos permitem identificar aspectos que também se tornam interessantes para esta pesquisa. Por um lado, a fala de P18_T1 revela a necessidade que ele tinha de outorgar significado ao conceito de fração como divisão e ao conceito de frações equivalentes, manifestando assim a consideração do critério “necessidade do conceito” (C4) no momento de lançar mão de situações visuais para organizar o ensino de números racionais. Além do mais, destaca a fala de P18_T1 quando disse: “pois só no quadro e giz estava muito difícil, eu precisava trazer significado para esse assunto”. Essa frase de P18_T1 revela um aspecto característico da AOE, conforme

entendida por Moura (1996). De fato, o autor sublinha que uma AOE é uma atividade coletiva em que os sujeitos são os professores e os estudantes e, via problema desencadeador da aprendizagem, ocorre a interação entre os sujeitos enquanto solucionam situações-problema, coletivamente mediados pelo conteúdo e atribuindo sentidos às suas ações enquanto se apropriam dos significados da experiência da humanidade (MOURA, 1996).

Por outro lado, a fala de P13_T2 mostra que ele considera o critério das situações lúdicas mediante o uso de discos de frações para se trabalhar a equivalência de frações. Um aspecto que chama a atenção da fala de P13_T2 tem a ver com o seu conhecimento, construído na sua experiência no ensino de números racionais. Quanto a isso, P13_T2 profere que “a experiência que já tive em sala de aula com os discos de frações é bem semelhante ao processo descrito no artigo [...]”. Como se pode notar, P13_T2 conseguiu articular o seu conhecimento, acumulado pela sua experiência, com a abordagem apresentada em uma das leituras do segundo episódio de formação, ao comentar que ambas as formas de trabalho são semelhantes e que, “comparando esse método ao apresentado no artigo citado acima, vejo que são processos que se complementam e oferecem uma melhor aprendizagem”. O anterior dialoga com o salientado por Pimenta (2002), que ressalta a importância da formação docente e o importante papel da teoria nesse processo, no sentido de que os saberes teóricos propositivos se articulam aos saberes da prática, ao mesmo tempo em que tais saberes são ressignificados pelos professores em formação (PIMENTA, 2002).

De acordo com a análise das cenas apresentadas nesta categoria, é possível formular uma síntese integrativa dos principais aspectos aqui evidenciados.

Por um lado, as falas dos professores evidenciam a importância que alguns deles outorgam ao aspecto visual do ensino de números racionais em sala de aula. Com efeito, muitas das ações que eles descreveram nas suas falas revelam o valor que o visual possui no momento de escolher ou elaborar situações de ensino dos números racionais. Por outro lado, as falas dos professores também revelam a importância que eles outorgam ao uso de materiais didáticos enquanto instrumentos para o ensino dos números racionais.

No entanto, destaca-se o fato de os professores não considerarem outros critérios para organizar o ensino dos números racionais, vinculados ao movimento lógico-histórico do conceito, por exemplo, a necessidade do conceito. Pelas suas falas, os professores colocam sua atenção em aspectos do ensino de números

racionais que, embora importantes ou significativos para esse fim, não se consideram suficientes para criar condições em sala de aula que promovam a apropriação do conceito por parte dos alunos.

Assim, o fato de os professores usarem material concreto ou recorrerem ao visual (principalmente) para organizar o ensino de números racionais pode ser uma característica do pensamento empírico desses professores, pensamento que tem o seu papel no processo de ensino, porém insuficiente para criar as condições citadas acima.

Portanto, os resultados obtidos nesta primeira categoria sugerem que é necessário aprofundar, em cursos de formação continuada como o oferecido nesta pesquisa, sobre a importância de considerar o movimento lógico-histórico do conceito dos números racionais como uma via para aumentar as possibilidades de os alunos se apropriarem desse conceito em sala de aula. De fato, conforme apontado no referencial teórico desta pesquisa, apropriar-se de um conceito significa sua apreensão na forma mais completa, ou seja, ultrapassa os limites da cópia da realidade e da história (KOPNIN, 1978).

Assim sendo, a essência, a história e a lógica do conceito deveriam se tornar alvo do professor, que por meio de uma aprofundada análise do conteúdo, pode-se apropriar das suas particularidades, identificar suas formas de manifestação e estabelecer situações de aprendizagem em que o estudante seja envolvido nesse percurso do conhecimento. Mas, para que isso possa acontecer, processos de formação profissional do professor devem acontecer, na medida em que a prática em si não representa potencialidade de desenvolvimento do pensamento teórico.

Em outras palavras, o ato de conhecer não prescinde do trabalho intelectual teórico (KUENZER, 2004). Portanto, de acordo com a autora, é nesse movimento que o pensamento se inicia e se amplia ao mesmo tempo, constituindo novos significados, pois novos saltos vão sendo possibilitados pela unidade teórico-prática.

Na subseção a seguir são analisados os critérios manifestados pelos participantes da pesquisa, relativos à segunda categoria.

5.2. Categoria 2. Conceito: necessidades, significados e representações

Nesta subseção são reportados os critérios “necessidade do conceito” (C4), “conhecimentos prévios” (C5) e “diferentes representações” (C6), aglutinados na

categoria **conceito: necessidades, significados e representações**, que os sujeitos têm utilizado no seu trabalho para elaborar ou escolher situações de ensino dos números racionais em sala de aula. Na subseção anterior, esses três critérios já foram evidenciados nas falas dos participantes da pesquisa, no entanto, em um “rol secundário”. Assim, nesta subseção se ilustram os critérios de forma explícita.

O critério “necessidade do conceito” (C4) teve maior presença no F2, na medida em que esse fórum se destinou a refletir sobre o conceito de fração. A seguir, ilustra-se um primeiro conjunto de cenas que revelam a consideração desse critério, por parte dos participantes nessa atividade:

P11_F2: Aprecio muito a história da matemática como **meio de introduzir conceitos**, pois afinal a matemática é uma construção humana e surgiu das **necessidades de resolver problemas** em cada época. Os materiais complementares e as sugestões com relação ao ensino de frações estão fazendo provocações para mudanças de práticas.

P13_F2: Assim, com relação ao conceito de fração, partir do conhecimento do momento histórico em que sua utilização se fez necessária e ir agregando as percepções dos alunos nos levam a construir o conceito. Certamente, após tantas reflexões neste fórum, **vejo a necessidade de ampliar a forma** como sempre trabalhei as frações, não apenas aliada a história e a uma linha de material tal como os discos de frações. Confesso, que todos esses questionamentos têm me levado a uma nova percepção no ensino das frações.

P16_F2: Nas séries iniciais, não tenho experiência, mas **vejo como é importante o conceito de fração**, pois a partir desse momento vemos que ao aluno será mostrado o conceito de fração e sua relação com medidas, que é o caso da reta numérica, assim como relacionar a fração com grandezas monetárias, que será o caso do número decimal.

P19_F2: Boa tarde colegas! Os questionamentos levantados nos fizeram refletir bastante, e **sempre que penso em um conceito**, aqui de modo mais específico, os conceitos matemáticos, entendo como uma produção humana e, portanto, histórica. **Seu surgimento decorre de uma necessidade humana**. E essa necessidade vai se modificando continuamente, desenvolvendo novos conceitos, novos conhecimentos, possibilitando atingir o nível de abstração que hoje temos.

Conforme mostrado nas cenas acima, a necessidade do conceito foi manifestada pelos professores, atrelada à abordagem histórica do conceito de fração. Por um lado, P11_F2 valoriza a história da matemática no momento de organizar o ensino dos conceitos, uma vez que a matemática, em suas palavras, “é uma construção humana e surgiu das **necessidades de resolver problemas** em cada época”. Por outro lado, P13_F2 destaca que a construção do conceito de fração pode ser realizada partindo “do conhecimento do momento histórico em que sua utilização se fez necessária e ir agregando as percepções dos alunos”, o que o levou a ver “**a necessidade de ampliar a forma** como sempre trabalhei as frações”. Finalmente,

P19_F2 comenta que sempre que pensa em um conceito matemático, entende-o “como uma produção humana e, portanto, histórica. **Seu surgimento decorre de uma necessidade humana**”.

Esse vínculo entre o critério “necessidade do conceito” (C4) e os aspectos históricos do conceito de fração, evidenciado nas falas de P11_F2, P13_F2 e P19_F2, possui relação direta com o referencial teórico desta pesquisa, no que tange ao movimento lógico-histórico dos números racionais. De fato, Sousa, Panossian e Cedro (2014) reiteram que o movimento histórico de um conceito matemático se relaciona com as necessidades que se apresentam ao humano e a solução para os problemas advindos dessas. Portanto, refletir sobre números racionais implica entender o surgimento desse conceito diante de uma necessidade humana social e o percurso de seu desenvolvimento, tendo como base a história, já que, segundo Vigotski (2003), estudar algo historicamente significa estudá-lo em movimento.

O fato desses participantes valorizarem e considerarem o movimento lógico-histórico do conceito dos números racionais torna-se significativo, em função das características que definem uma SDA, desenvolvida em uma AOE. Com efeito, Moura et al. (2010) consideram que uma SDA intencionalmente planejada deve, entre outros aspectos, proporcionar ao estudante a necessidade de apropriação de conceito e contemplar a gênese do conceito, na sua essência, explicitando a necessidade que levou a humanidade à referida construção, evidenciando, com isso o movimento lógico-histórico (MOURA et al., 2010).

Outro aspecto de interesse, observado nas falas dos professores, foi o reconhecimento das contribuições que o processo formativo experienciado no curso estava lhes fornecendo para aprimorar suas práticas de ensino. Com respeito a isso, P11_F2 destaca que “os materiais complementares e as sugestões com relação ao ensino de frações estão fazendo provocações para mudanças de práticas”. Por sua vez, P13_F2 confessa que “todos esses questionamentos têm me levado a uma nova percepção no ensino das frações”. Aliás, P13_F2 reconhece e valoriza a possibilidade de organizar o ensino dos números racionais além do uso de materiais didáticos, como os discos de frações, considerando o trabalho com os aspectos históricos do conceito. Esses fatos vão ao encontro do colocado por Moura et al. (2010), ao sublinharem que a formação continuada de professores, fundada na THC e com base na AOE, desvela uma forma diferenciada de lidar com os conceitos e, nessa dimensão, configura-se

como um campo de possibilidades para o desenvolvimento do pensamento teórico, tanto para quem ensina quanto para quem aprende.

A seguir, é ilustrado um segundo conjunto de cenas, relativas ao F2, que revelam a consideração do critério “necessidade do conceito”, dessa vez atrelado ao significado da fração como um número da reta numérica:

P5_F2: O presente curso, além de provocar, tem possibilitado uma riqueza de informações, com toda simplicidade de excelentes exemplos, que com certeza farei uso em minhas aulas, pois eu também tinha desconhecimento sobre como mostrar **na reta numérica as frações**. Após assistir ao vídeo, tenho maior segurança ao **levar esse tópico** aos meus alunos.

P8_F2: O artigo do Lucas dos Santos Araújo foi bem esclarecedor sobre a importância de trabalhar **o conceito de fração a partir da reta numérica**, para que a fração passe a ser vista como um número e não somente como conceito de “parte de um todo”. Ainda tenho minhas dúvidas sobre a aplicabilidade disto com as crianças do 4º ano, devido ao nível de abstração exigido, mas **é uma possibilidade bem interessante** de estratégia de ensino.

P18_F2: Após ler os relatos dos colegas, ficaram várias reflexões. Aprendi muito nessa unidade, surgiram várias ideias que vou pôr em prática. **O chocolate na reta numérica me deu muitas ideias**. Sempre que ensino frações tento desenhar representando no quadro e utilizando material concreto.

P19_F2: O processo de ensinar **o conceito de fração** para o sexto ano é bastante desafiador no sentido que devemos superar o conhecimento empírico de fração, atingindo um nível mais teórico, ainda que estejamos trabalhando com turmas de sextos anos. E **a utilização da reta numérica** a partir do quarto ano escolar tem essa possibilidade de avançarmos o conhecimento sobre a fração, ao representá-la geometricamente.

P22_F2: Após a leitura do artigo de Araújo, pude compreender melhor a ideia de que **apresentar as frações como unidade de medida de reta** faz muito mais sentido e torna o aprendizado menos doloroso. Talvez seja este o motivo pelo qual a BNCC coloca este recurso a partir do 4.º ano do Ensino Fundamental. Iniciar o trabalho com **localização de frações na reta** deixará mais natural o trabalho com frações equivalentes e operação de frações. Daí, mais um benefício de se definir fração como medida de comprimento de reta.

P24_F2, em resposta a P11_F2: Concordo com você que os materiais complementares e as sugestões sobre frações nos provocam a ter mudanças de práticas em sala de aula, pois nos ajuda a refletir sobre como trabalhamos esse conteúdo e como podemos trabalhar de maneira mais significativa para os alunos. Adorei essa sugestão de **frações na reta**, pois sempre trabalhei com **transformações de frações em números decimais para representar na reta**.

As falas listadas mostram que a leitura de um dos textos compartilhados no segundo episódio de formação enriqueceu o significado que os participantes atribuem às frações. Com efeito, no decorrer do desenvolvimento do segundo fórum, os professores manifestaram ter valorizado positivamente a abordagem do conceito dos números racionais como um número da reta numérica, dadas as possibilidades que esse tipo particular de significado pode oferecer para o ensino do conceito de fração. Mais uma vez, pode-se estabelecer uma relação entre as cenas anteriores com o

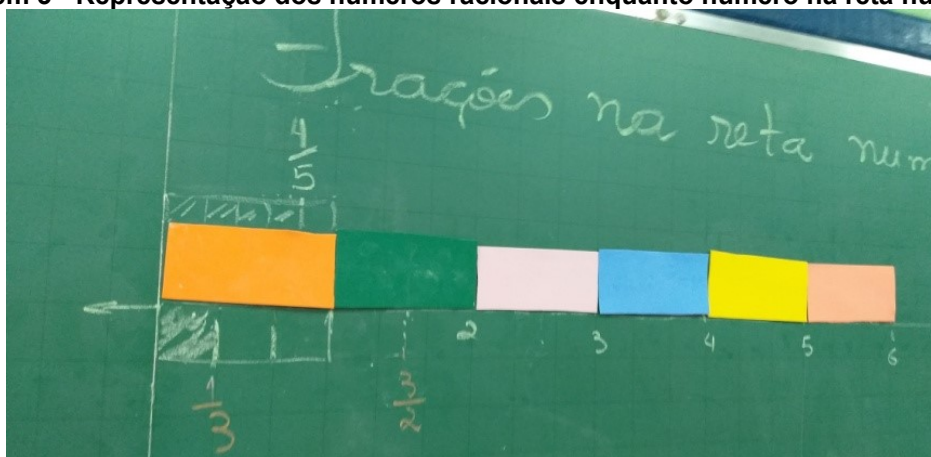
apontado por Moura et al. (2010), no que diz respeito às possibilidades que a formação continuada de professores, fundada na THC e na AOE, outorga para o desenvolvimento do pensamento teórico dos professores.

Um aspecto de interesse para esta pesquisa é revelado na fala de P19_F2, quando disse que o ensino de números racionais no sexto ano da Educação Básica é desafiador, já que “devemos superar o conhecimento empírico de fração, atingindo um nível mais teórico”. Essa fala de P19_F2 dialoga diretamente com o aspecto encontrado na revisão de literatura reportada nesta dissertação, sobre o ensino de números racionais na Educação Básica, ligado à necessidade de os professores se apropriarem do conceito dos números racionais, passando do pensamento empírico para o teórico. De fato, a fala de P19_F2 dialoga, por exemplo, com os resultados da pesquisa desenvolvida por Zeferino e Moretti (2017), que forneceram evidências de que os professores começaram a questionar a organização do ensino de frações a partir do pensamento empírico, apresentando a necessidade de superar a quantificação discreta como única estratégia para o ensino desse tema.

Nas seguintes cenas, relativas às respostas dos sujeitos à T2, o critério “necessidade do conceito” também foi identificado, ainda com relação ao significado das frações como um número da reta numérica:

P11_T2: Mesmo em livros didáticos ou materiais on-line é muito difícil encontrar atividades que trabalhem de forma mais profunda **o conceito de frações a partir da reta numérica**. Fiquei motivada (provocada) a experimentar a aprendizagem seguindo este modelo. Para verificar o que estas mudanças causariam na sala de aula, aproveitei sugestões do curso e apliquei para alunos do sexto ano, uma atividade visando que eles compreendessem que os números racionais também possuem uma “unidade”, assim como os números naturais. Para tal, confeccionei com EVA alguns retângulos de 15 cm de comprimento, de cores variadas. Tracei uma reta numérica no quadro de giz e posicionei os retângulos de tal forma que cada um representasse uma unidade [Imagem 3] [...].

Imagem 3 - Representação dos números racionais enquanto número na reta numérica



Fonte: Produção de P11_T2

P17_T2: Eu sempre ensinei as frações usando como exemplo, pizza, desenhos, mas eu nunca havia pensado em outra forma, como por exemplo a **reta numérica** como a BNCC está exigindo. Me senti motivada a usar outros recursos com meus alunos.

P21_T2: Acredito que o ensino de frações desde o 4º ano é essencial, para que o aluno já reconheça o que é uma fração e **com o auxílio da reta numérica fique mais fácil** para o entendimento.

P24_T2: Após a leitura do texto e das discussões, fiquei muito intrigada e desafiada, achando que todos esses anos transmiti **o conceito de frações** de forma equivocada (parte – todo), quociente e razão, usando materiais manipuláveis concretos como discos de pizza, etc. No entanto, o texto nos faz refletir sobre a metodologia aplicada em relação ao conceito de frações, nos proporciona uma visão mais ampla e sugere como trabalhar **o conceito de forma diferente**, usando como unidade de medida da reta, o qual possibilita ao nosso estudante uma compreensão mais significativa e as várias possibilidades didáticas como: fração equivalente, comparação de frações e operações, etc. Como nesse trimestre estou trabalhando com frações com o 6º ano, **usarei a sugestão do artigo utilizando a unidade de medida da reta e realizarei a atividade sugerida na reta numérica.**

Conforme se observa nas cenas anteriores, os participantes da pesquisa manifestaram ter-se sentido motivados/provocados/desafiados a organizar o ensino dos números racionais em sala de aula, a partir da escolha de situações que envolvam a abordagem do conceito dos números racionais enquanto números na reta numérica, o que evidencia o impacto positivo que os materiais, as leituras e as discussões desenvolvidas no segundo episódio de formação geraram no pensamento teórico dos participantes da pesquisa e conseqüentemente nos critérios adotados para escolha e elaboração de situações de ensino de números racionais.

O segundo critério aglutinado nesta categoria tem a ver com os conhecimentos prévios (C5) dos alunos, que os sujeitos exploram em sala de aula. Esse critério se observa nas seguintes cenas, relativas às respostas à T1, por parte dos participantes da pesquisa:

P3_T1: Em minha docência **eu verifico** que os alunos de 1º ano não sabem fazer operações com frações, ou seja, para somar frações precisam tirar o mínimo múltiplo comum. Os alunos acabam travando e dando um jeito de solucionar de “qualquer jeito”. Se eu colocar uma situação assim: $(2x/5) + 3$, os alunos somam em vez de considerar que existe um número “1” embaixo do 3 e depois é preciso tirar o mínimo e dividir pelo denominador e multiplicar novamente.

P5_T1: Aqui **se verifica o que os alunos já sabem/conhecem** sobre o estudo das frações, quais são suas considerações acerca do tema proposto. Inicialmente pergunta-se à turma: O que são frações? Quem inventou as frações? As frações surgiram por quê? Em nosso dia a dia onde observamos o uso das frações? Ela representa apenas uma divisão?

P13_T1: Com base nos materiais lidos durante a unidade, iniciar a aula **explorando o que os alunos já conhecem** a respeito da conceituação de fração [...]. A seguir contar a história a respeito da origem dos números racionais com base no livro de Oscar Guelli: A origem dos números. Essa atividade tem o propósito de mostrar aos alunos que o conhecimento matemático surgiu a partir de situações do cotidiano já na antiguidade. A partir do histórico, levar os alunos a perceberem a necessidade do uso de uma medida padrão para as medidas de comprimento, peso e capacidade.

As cenas anteriores revelam os “conhecimentos prévios” (C5) como o critério utilizado pelos sujeitos no momento de escolher situações de ensino de números racionais. Das três cenas, destacam as falas de P5_T1 e P13_T1, na medida em que ambos os participantes, no intuito de indagar os conhecimentos prévios dos alunos, consideram aspectos históricos dos números racionais. Com efeito, P5_T1 recorre a perguntas do tipo: *quem inventou as frações? As frações surgiram por quê?* enquanto P13_T1 daria continuidade à sua situação de ensino recorrendo ao conto da história dos números racionais mediante a leitura de um livro didático. Assim, mais uma vez se evidencia, nas falas dos participantes, a consideração da gênese do conceito por parte deles, explicitando aos seus alunos a necessidade que levou a humanidade à construção do conceito dos números racionais, evidenciando assim o movimento lógico-histórico desse conceito (MOURA et al., 2010). Particularmente, P5_T1 também considera outro critério no momento de explorar os conhecimentos prévios dos alunos, trata-se de **situações do cotidiano** (C7), ao questionar sobre os lugares, no dia a dia, em que as frações podem ser observadas. Por sua vez, P13_T1 evidencia o critério “necessidade do conceito” (C4) quando, a partir do histórico, considera “levar os alunos a perceberem a necessidade do uso de uma medida padrão para as medidas de comprimento, peso e capacidade”.

Finalmente, o terceiro critério aglutinado na categoria **conceito: necessidades, significados e representações** é aquele relacionado com as diferentes representações (C6) dos números racionais. As cenas a seguir revelam a

presença desse critério, no contexto das respostas à T1 e ao F4 por parte dos participantes:

P11_T1: Nesta atividade o objetivo foi perceber **como os alunos realizam a representação gráfica das frações**, para tanto deixamos em destaque a receita da panqueca através de slide em PowerPoint, e solicitamos que os alunos fizessem a ilustração da receita.

P19_T1: Sempre associo a fração à divisão, porque assim essa relação de quanto cabe fica mais evidente para os alunos. E deste modo, fica também mais fácil **o entendimento dos números mistos**. Por exemplo, **a fração 5/3**: quantas vezes o número 3 cabe em 5? Cabe uma vez inteira e mais 2 partes de 3, ou seja, $1 \frac{2}{3}$. Além disso, quando não cabe inteiro nenhuma vez, os alunos compreendem que a fração se localiza entre os números zero e um, ou seja, a fração é menor que um. Enquanto quando cabe pelo menos uma vez inteira a fração é maior que um.

P18_F4: Que jogo bacana!!! Vou ver se consigo fazer com meus sétimos. **Nós trabalhamos com as várias “personalidades” do número racional**. Muitos deles **já relacionam 50% com $\frac{1}{2}$ e com 0,5** sem muito sofrimento, mas outros ainda precisam do apoio (do quadro, meu ou dos colegas).

P11_F4: Os problemas dispostos acima pretendem avaliar principalmente, se quem vai resolver domina a habilidade de reconhecer a quantidade citada em suas diferentes representações, que nesse caso estamos tratando da representação mediante o número racional. Essa discussão é interessante pois podemos a partir daqui mostrar ao aluno que **a representação existe de várias formas, mas cada forma é conveniente a uma certa situação**, e quem decretou as situações convenientes a cada uma foi o próprio homem, tudo em prol de uma melhor organização em sociedade, de certa forma. Por exemplo, quando fomos tratar de descontos a porcentagem possui a estética ideal; se falamos sobre que parte de uma ponte está construída a fração como parte- todo faz bem o seu papel; quando falamos sobre uma medida que necessita precisão como temperatura o número racional decimal é uma boa escolha de representação.

Nessas cenas, evidencia-se as diferentes representações dos números racionais que P11_T1 e P19_T1 trabalham em suas salas de aula, e P18_F4 e P11_F4 fazem reflexões quanto às representações e à suas experiências. Por um lado, P11_T1 tem desenvolvido situações de ensino que visavam “perceber **como os alunos realizam a representação gráfica das frações**”, mediante uma “situação do cotidiano” (C7) relativa à preparação de panquecas. Por outro lado, P19_T1 realiza uma abordagem dos números racionais segundo a interpretação das frações como uma divisão, dado que, na sua opinião, “essa relação de quanto cabe fica mais evidente para os alunos”. Um olhar detalhado na fala de P19_T1 permite identificar várias formas de representação dos números racionais, nas situações de ensino que o professor desenvolve nas suas aulas: representação fracionária (fração $\frac{5}{3}$) e número misto ($1 \frac{2}{3}$).

Já **P18_F4** reconhece que há uma evolução em seus alunos no que se refere à relação entre as diferentes **“personalidades” do número racional**”, como ela

sinaliza no seu comentário, mas destaca que ainda não são todos os alunos que conseguem fazer isso. Por sua vez, **P11_F4** traz uma reflexão interessante que convida a refletir que as diferentes representações dos racionais dependerão do contexto e que isso tem surgido pela própria evolução do homem, e destaca algumas situações particulares nas quais os racionais têm aplicabilidade (“por exemplo, quando fomos tratar de descontos a porcentagem possui a estética ideal”), mas em diferentes representações, que é uma questão relevante ao trabalhar com os racionais.

A seguir, ilustram-se as últimas cenas que revelam a presença das diferentes representações dos números racionais, nas falas dos participantes da pesquisa, dessa vez no contexto da participação nos F3 e F4:

P6_F3: Essas questões são importantes porque ao tratarmos das **diferentes representações dos números decimais: fracionária, decimal, percentual e geométrica**, os alunos passam a compreender o seu real significado.

P11_F3: Para trabalhar com estas diferentes representações, utilizo a malha quadriculada, propondo algumas atividades que permitem ao aluno **registrar de diferentes maneiras o número racional**.

P22_F4: Nos últimos anos eu já venho constatado que ao relacionar os diferentes significados e **representações de frações** quando estou abordando tais assuntos, deixam meus alunos mais seguros com as frações. Como assim? Eles vão perdendo o "medo" que sentem ao se deparar com uma fração no meio de uma operação ou de um exercício.

A análise das cenas correspondentes a esta segunda categoria permite sintetizar alguns aspectos, ligados aos três critérios nela aglutinados.

Por um lado, conclui-se que este momento do processo formativo foi fundamental para ampliar os critérios de seleção ou escolha de situações de ensino dos números racionais dos participantes da pesquisa. Com efeito, de acordo com a análise da primeira categoria, os professores evidenciaram ter lançado mão de outros critérios no momento de organizar o ensino desse conteúdo, relativos ao uso de materiais didáticos e aos aspectos visuais do ensino dos números racionais. No entanto, a análise desta segunda categoria revela como os participantes foram valorizando os aspectos históricos e a gênese dos números racionais como um aspecto igualmente importante no momento de planejar e ministrar suas aulas.

Por outro lado, também se observa neste momento do processo formativo como os professores tiveram a oportunidade de refletir, discutir e valorizar a abordagem dos números racionais enquanto número na reta numérica, atrelado às sugestões atuais vindas da BNCC. De fato, muitos dos professores manifestaram não conhecer ou não ensinarem os números racionais fazendo uso desse significado

particular, explicitando ao mesmo tempo as vantagens de ensinarem esse conteúdo desse modo.

Esses fatos permitem reforçar o importante papel que possui a formação (continuada) de professores no aprimoramento das suas práticas. Com efeito, segundo Valdemarin (1998), a docência é uma atividade complexa que se desenvolve ao longo de um processo histórico, em que pode ir se modificando a partir de processos formativos que possibilitem ao professor tornar-se como tal. Segundo esta ideia, os espaços de formação profissional desencadeiam aprendizagens que vão sendo ratificadas no processo de interação com o mundo, com os colegas e com seus alunos (VALDEMARIN, 1998).

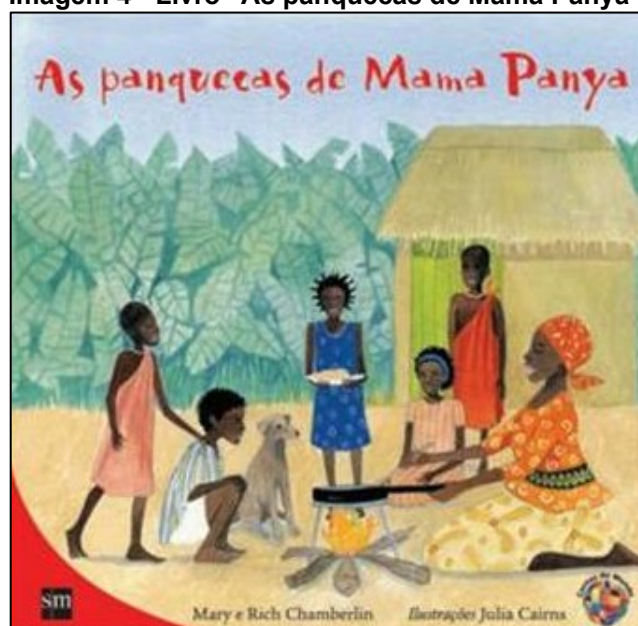
Na subseção a seguir, apresentam-se os critérios utilizados pelos sujeitos, relativos à terceira categoria.

5.3 Categoria 3. Situações de ensino: forma e conteúdo

Nesta categoria, denominada **situações de ensino: forma e conteúdo**, contemplam-se dois critérios, quais sejam, “situações do cotidiano” (C7) e “situações contextualizadas” (C8). Nas cenas a seguir são evidenciados esses critérios:

P11_T1: Para iniciar a proposta, os alunos, em grupos, fizeram a leitura compartilhada do livro “As panquecas de Mama Panya”, que **conta a história de um dia de preparação de panquecas para o jantar numa aldeia do Quênia**, além de um clima onde o menino Adika (filho de Mama Panya) dá uma lição de cidadania, quando luta para que seus projetos se realizem, mostrando assim que é um sujeito crítico e atuante no meio social. As ilustrações – verdadeiras obras de arte – complementam o clima festivo do texto fornecendo pistas da **riqueza da fauna e da flora do país**. Além da narrativa, no final do livro são encontradas informações sobre **o cotidiano numa aldeia**. A história traz também uma problemática sobre a quantidade de **ingredientes para a preparação das panquecas**, e no final traz uma lição de solidariedade quando cada convidado partilha alguma coisa de acordo com suas possibilidades e finaliza com um momento de lazer.

Imagem 4 - Livro “As panquecas de Mama Panya ”



Fonte: Produção de P11_T1

P2_F1: Um básico e claro exemplo presenciei com meus alunos de 4º ano, dias atrás, quando fui questionada sobre quando começaríamos a "aprender frações" [...]. Muitos alunos mostraram-se apavorados, pelo termo frações, sem atentar-se de que **é algo que já abordamos no dia a dia**.

P5_T2: Porém, ao longo do ano esse conteúdo é abordado, sempre em **alguma situação de aplicação**. Então, percebo o que eles sabem, como utilizam esses conhecimentos e o que não é compreendido. Está me parecendo um caminho eficaz. Agora, ao abordar o assunto, os alunos, de maneira natural, demonstram conhecer e saber **aplicar esses conhecimentos**.

P9_F3: Sempre é bom demonstrar os conteúdos de forma dinâmica e poder **associar a situações concretas**. Normalmente trabalho com trufas, bolo, e já aproveito para rever as divisões para decimais e associar lucro e prejuízos para porcentagem.

P12_F4: O grande desafio de ensinar esses novos números para alunos que já compreendem os naturais e os inteiros, é conseguir ensinar através de uma proposta metodológica que gere aprendizagem significativa. Mais específico, tentar fazer os alunos **associarem aqueles números à nossa realidade**, esse é o grande desafio. É nesse ponto que entra o nosso trabalho, de construir junto aos alunos essa relação do número racional **com o nosso mundo**.

P16_F4: A atividade do Fórum de problematização - Tarefa unidade 3, me fez repensar que tipos de problemas podemos passar aos alunos do 7 ano, onde leciono o conteúdo dos números racionais. Antes de ver esse problema, pensava em problemas mais simples, pela dificuldade que os alunos sentem nas operações. Quando levei aos alunos esse tipo de problema eles puderam refletir como sendo mais do que uma simples representação ou soma de frações, **era preciso visualizar o contexto e encontrar uma solução**. Nesse tipo de abordagem é possível que o aluno argumente, teste, visualize e obtenha um resultado que não esperava inicialmente (pois o simples somar não funcionava nesse problema). Foi uma das atividades que mais gostei do curso.

Nas cenas anteriores, pode-se perceber que o critério “situações do cotidiano” é evidenciado nas falas de P11_T1, P2_F1, P9_F3 e P12_F4. Especificamente,

P11_T1 desenvolveu uma situação de ensino em sala de aula baseada na leitura de um livro, sobre a preparação de panquecas em um contexto específico. No caso de P2_F1, o critério aparece no momento em que disse que os alunos têm receio do estudo dos números racionais, apesar de serem números “**que já abordamos no dia a dia**”. Por sua vez, P9_F3 fala de poder associar os números racionais a situações concretas, destacando assim o trabalho com trufas e bolos para “rever as divisões para decimais e associar lucro e prejuízos para porcentagem” (diferentes representações – C6). Por fim, P12_F4 comenta a tentativa de “fazer os alunos **associarem aqueles números à nossa realidade**”.

No que tange ao critério “situações contextualizadas”, P5_T2 e P16_F4 evidenciam esse critério ao falarem que o conteúdo dos números racionais é abordado “sempre em **alguma situação de aplicação**” e ao destacarem a proposição e resolução de problemas que exigem “**visualizar o contexto e encontrar uma solução**”, respectivamente.

A consideração de situações contextualizadas e do cotidiano dos números racionais, para organizar o ensino desse conteúdo em sala de aula, vai ao encontro do colocado por Moura et al. (2010), no tocante às situações características de uma SDA intencionalmente planejada. Com respeito a isso, esses autores destacam o uso de “situações emergentes do cotidiano”, situações essas que podem ser expressas por desafios presentes no cotidiano dos alunos e que podem auxiliar na solução de problemas matemáticos (MOURA et al., 2010), desafios que se evidenciam nas falas de P12_F4 e P16_F4.

No próximo capítulo, último desta dissertação, são colocadas algumas reflexões finais quanto ao desenvolvimento desta pesquisa.

6 REFLEXÕES FINAIS

Nesta pesquisa de mestrado objetivou-se analisar os processos de elaboração e escolha de situações de ensino de números racionais por professores em formação continuada. Esse objetivo foi atingido com o intuito de responder a seguinte pergunta de pesquisa: *que critérios os professores em formação utilizam para organizar o ensino dos números racionais?*

Para responder essa pergunta, desenvolveu-se uma pesquisa fundamentada nos pressupostos da THC (VIGOTSKI, 1998), da TA (LEONTIEV, 1978, 2001), da AOE (MOURA et al., 2010), bem como de teóricos que abordam pressupostos sobre os números racionais e o ensino do conceito (CARAÇA, 1989; CEDRO; MORAES; ROSA, 2010), na perspectiva do movimento lógico-histórico (KOPNIN, 1978).

Do ponto de vista metodológico, assumiram-se os pressupostos do método histórico-dialético para analisar os critérios que 22 professores que ensinam na Rede Pública e Municipal, envolvidos em um processo formativo *online*, manifestaram quanto à organização do ensino dos números racionais na Educação Básica. Conforme teorizado, organizar o ensino, na perspectiva da THC, significa questionar a prática, a fundamentação teórica de seu desenvolvimento, a organização das ações, considerando as experiências para a criação de novos caminhos que levem à satisfação de suas necessidades e dificuldades (MOURA, 2011). Portanto, a organização do ensino, em específico do ensino de números racionais, é entendida como a organização de uma atividade humana e, para tanto, considera os motivos históricos que levaram à aprendizagem de uma determinada prática.

Organizar situações de ensino, considerando os pressupostos da THC acerca do movimento lógico-histórico, implica pensar qual o papel da escola no trabalho pedagógico. No tocante a isso, o papel da escola consiste em ensinar conteúdos e conceitos científicos, filosóficos e artísticos ou, nos dizeres de Saviani (2000), cabe a escola ensinar conteúdos clássicos, aqueles historicamente construídos pela humanidade, ou seja, aquilo que é fundamental ou essência.

Com esses pressupostos, foi desenvolvido um curso de extensão, oferecido de forma gratuita, totalmente *on-line* através da plataforma *Moodle* institucional. O curso foi intitulado “Entre ensinar e aprender: os números racionais em foco”, e nele participou um grupo de professores que foram motivados/desafiados a entrarem em atividade no processo formativo, mediante a participação nas diferentes situações

desencadeadoras propostas, tais como fóruns, tarefas, leituras de textos, etc., sobre o ensino dos números racionais na Educação Básica. Esse curso foi o locus em que os dados desta pesquisa foram produzidos.

Os resultados da pesquisa, apresentados no capítulo anterior, revelaram vários aspectos de interesse.

Em primeiro lugar, observou-se que os sujeitos manifestavam quase sempre mais de um critério de escolha ou elaboração de situações de ensino dos números racionais, nos momentos de participação nos diferentes fóruns e de resposta às tarefas do processo formativo. Dependendo do contexto das suas falas, alguns critérios destacavam, mas em alguns casos se percebia mais de um critério nas falas. Considera-se comum esse fato, devido à experiência que muitos dos participantes tinham no momento da sua participação no curso, no tocante ao ensino dos números racionais na Educação Básica.

Em segundo lugar, observou-se que, no início do processo formativo, muitos dos participantes manifestaram como critérios o uso de materiais didáticos para o ensino de números racionais. Porém, foram poucos os que manifestaram, de forma explícita, a intencionalidade de utilizarem materiais didáticos para desenvolver ou estimular os aspectos visuais dos seus estudantes.

Em terceiro lugar, fez-se notar que não houve, nesse mesmo critério, a consideração de materiais não concretos, como o uso de tecnologias digitais ou uso de *software* para se trabalhar o conteúdo dos números racionais em sala de aula, apesar de muitos dos participantes da pesquisa terem mais de 10 anos de experiência na docência. Estabelecendo uma conexão entre este ponto e o anterior, considera-se que os aspectos visuais do ensino e da aprendizagem dos números racionais poderiam ser aprimorados e melhor aproveitados mediante o uso de tecnologias digitais.

Em quarto lugar, ainda que no início do processo formativo considerassem o critério do conceito para organizar o ensino, observou-se que a maioria dos participantes da pesquisa passaram a valorizar positivamente a escolha ou elaboração de situações de ensino, a partir da consideração de outras interpretações dos números racionais diferentes das interpretações de parte-todo e divisão. Os dados da pesquisa mostraram que o segundo episódio de formação foi fundamental para que os professores reconhecessem a interpretação dos números racionais enquanto número da reta numérica como mais um modo de ensinar esse conteúdo em sala de

aula, apoiado tanto em pesquisas científicas realizadas ao respeito quanto em documentos curriculares de referência, como o caso da BNCC. O impacto da formação oferecida nesse aspecto foi tal que vários dos participantes sentiram-se motivados a levararem, às suas aulas, essa abordagem específica dos números racionais.

Em quinto lugar, percebeu-se também que muitos dos participantes passaram a valorizar o movimento lógico-histórico do conceito dos números racionais no momento de organizar o ensino. Isso foi percebido a partir do segundo episódio formativo, em que as discussões sobre a consideração da gênese do conceito estiveram mais presentes. Pode-se notar que, no início da formação, o aspecto do movimento lógico-histórico dos números racionais não teve uma grande presença nas falas dos sujeitos. No entanto, no decorrer da formação, observou-se que os participantes foram, ainda que gradativamente, incorporando nos seus critérios os aspectos históricos e lógicos do conceito dos números racionais.

Por fim, em sexto lugar, observou-se que os critérios referidos às situações do cotidiano e às situações contextualizadas tiveram “pouca” presença nas falas dos participantes. No entanto, essa “pouca” presença de ambos os critérios deve ser interpretada. Na verdade, um olhar cuidadoso e detalhado das cenas reportadas no capítulo anterior permitirá identificar que, de fato, esses critérios estão presentes nas falas dos sujeitos, mesmo que de forma implícita. Entende-se que o conteúdo dos números racionais, no âmbito da Educação Básica, admite diversas contextualizações que talvez passem inadvertidas. Um exemplo disso são os jogos. Por exemplo: o jogo de dominó, que vários participantes manifestaram nas suas falas, não se pode considerar como uma situação do cotidiano dos alunos? A divisão em “n” partes iguais de um objeto não pode ser considerada também como uma situação próxima dos alunos?

O propósito desses questionamentos é atentar para o fato de que é muito possível que, em muitas das cenas que foram reportadas nos resultados da pesquisa, os critérios aglutinados na terceira categoria estejam presentes e até misturados com outros critérios que foram considerados nessas falas.

Outro aspecto importante ligado a esta pesquisa é o produto educacional produzido. Conforme comentado na subseção 4.6 deste texto, elaborou-se um caderno pedagógico sobre a organização do ensino de números racionais, dirigido a professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A

elaboração desse caderno se fundamentou nos resultados e nas reflexões produzidas nesta pesquisa, de modo que o seu propósito seja, conforme a definição de um produto educacional de uma pesquisa de mestrado profissional, realizar uma contribuição direta à prática profissional dos professores que lecionam esse conteúdo em sala de aula na Educação Básica.

No decorrer do caderno pedagógico, os professores poderão interagir com uma série de reflexões quanto à organização do ensino de números racionais, a partir de diferentes ângulos, quais sejam, as orientações da BNCC, os aspectos teóricos considerados pela THC, as diferentes representações e os diversos significados dos números racionais, os aportes de pesquisadores que se debruçam neste tema no âmbito da pesquisa em Educação Matemática, etc. Tais reflexões são enriquecidas e/ou complementadas mediante matérias de consulta externa ao caderno, como vídeos na internet, artigos científicos, etc.

Espera-se, portanto, que o caderno pedagógico possa representar uma contribuição para a prática desses professores que se dedicam ao ensino de números racionais em sala de aula e que se mostram interessados em aprimorar suas práticas mediante a consulta de obras como essa. Assim sendo, torna-se adequado pensar em possibilidades de uso do caderno pedagógico em outros contextos, ora com os mesmos professores participantes desta pesquisa, ora com outros professores, e analisar o impacto desse material no trabalho profissional deles.

Pode-se dizer que o desenvolvimento desta pesquisa foi importante por várias razões, expostas a seguir.

Uma delas tem a ver com o fato de que ainda o ensino de números racionais na Educação Básica é limitado, no que diz respeito à riqueza e à complexidade que esses números implicam para sua compreensão ou apreensão. Ainda hoje, significados como os de “parte-todo” ou de “quociente” predominam nas práticas dos professores, deixando-se de lado outros significados tão importantes quanto esses, quais sejam, “operador”, “número na reta numérica”, etc. Portanto, ter oferecido e desenvolvido um curso de formação docente em que a variedade de significados e representações dos números racionais foi um dos temas principais de discussão e reflexão, tornou-se fundamental para contribuir com a superação dessas limitações no ensino de números racionais em sala de aula.

Outra razão é de caráter mais epistemológico. Com efeito, a realização desta pesquisa também traz contribuições à compreensão das formas em que, a partir dos

aspectos fornecidos pelos referenciais teóricos da THC e da AOE, pode-se pensar, implementar e analisar um curso de formação de professores sobre a organização de um conteúdo matemático, como os números racionais, que tenha como fundamento a atividade conjunta entre todos os participantes e que essa mesma atividade seja impulsionada pelas próprias necessidades desses profissionais. Assim sendo, o conjunto tanto das tarefas desenvolvidas ao longo do curso, quanto dos resultados da implementação dessas compõem um acervo de saberes produzidos diretamente dos conhecimentos adquiridos pelos professores em seu trabalho que podem, posteriormente, servir de referência para outros estudos com propósitos relacionados ao objetivo desta pesquisa.

Por fim, tratando-se de uma pesquisa realizada no âmbito de um mestrado profissional, este estudo também se revela importante pelo produto educacional produzido, cujo impacto sobre a formação dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental é esperado. No entanto, conforme dito anteriormente, considera-se adequado ir além do *design* desse produto, para analisar o impacto direto na formação e na prática desses professores que trabalham em sala de aula.

Algumas perspectivas de pesquisas futuras que derivam desta dissertação são as seguintes:

1. Considera-se importante, sempre que possível, acompanhar o processo de formação de professores que participam de experiências formativas como a desenvolvida nesta pesquisa, após o encerramento do processo formativo. Em outras palavras, considera-se importante continuar investigando o processo de formação dos professores no âmbito do seu trabalho profissional, e indagar quão significativas foram as marcas que o processo formativo deixou neles, para aprimorar suas práticas de ensino.
2. Assume-se como importante investigar os efeitos ou as repercussões, na aprendizagem dos alunos, de os professores considerarem novos critérios de escolha ou elaboração de situações de ensino dos números racionais, apreendidos em experiências formativas como a descrita nesta pesquisa.

Assume-se que o campo da pesquisa, no que tange a essas empreitadas, ainda está em aberto e que se precisam de mais estudos que possam produzir conhecimento para compreender e dar resposta a esses tipos de questões.

Finaliza-se a dissertação destacando-se que, como professora, percebo a importância da reflexão e a busca de aprimoramento dos conceitos matemáticos na sua essência para promover um ensino de qualidade para os alunos. Esse assunto começa com o professor, já que é a pessoa que deveria promover situações para que os alunos possam se apropriar dos conceitos matemáticos de tal forma que percebam o seu papel no contexto que está sendo utilizado.

Essa questão me leva a refletir o quão importante é o papel do professor no processo de ensino e aprendizagem, e que se esse sujeito ainda não se aproximou deste tipo de reflexões, discussões e saberes, é provável que o ensino do conceito matemático esteja sendo realizado a partir de conhecimentos empíricos, sem considerar o aspecto histórico-lógico que outorga sentido aos conceitos.

REFERÊNCIAS

- ASBAHR, F.S.F. Sentido pessoal, significado social e atividade de estudo: uma revisão teórica. **Revista Quadrimestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional**, v.18, n.2, p.265-272, 2014.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010.
- BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. **Secretaria da educação fundamental. Brasília: MEC/sef**, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum – BNCC** (Ensino Fundamental). Brasília, 2018. p. 297. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit_e.pdf
- BRASIL, CAPES. **Documento de Área – Ensino**. Brasília, 2019
- CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 9. ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1989.
- CEDRO, W. L. **O espaço de aprendizagem e a atividade ensino: o clube de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- CEDRO, W. L.; de MORAES, S. P. G.; da ROSA, J. E. A Atividade de Ensino e o Desenvolvimento do Pensamento Teórico em Matemática. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 16, n. 2, p. 427-445, 2010.
- CEDRO, W. L.; NASCIMENTO, C. P. Dos métodos e das metodologias em pesquisas educacionais na teoria histórico-cultural. In: MOURA, M. O. de. (Org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Loyola, 2017. p. 13-45.
- CELESTINO, K. G. As Frações em algumas Civilizações Antigas. Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, 2017. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/157/205
- D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 5. ed. São Paulo: Summus, 1986.
- D'AMBROSIO, U. Por que se ensina matemática? **2015. Disponível em:** https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5650788/mod_resource/content/1/Ubiratan%20DAmbrosio%20-%20Por%20que%20se%20ensina%20matem%C3%A1tica.pdf. Acesso: 10 abr. 2021.
- DAVIDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicológica teórica y experimental**. Madrid: Progreso, 1988.
- DIAS, M.S; MORETTI, V.D. Números e Operações: Elementos Lógicos-Históricos para a Aprendizagem. Curitiba: Ibpex, 2011. (Série Matemática em Sala de Aula).

DIAS, M. da S. **Formação da imagem conceitual da reta real**: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica. Tese Doutorado em Educação na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo. 2007.

DIAS, M. da S.; SAITO, F. Interface entre história da matemática e ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM MATEMÁTICA, 4., 2009, Brasília. **Anais...** Brasília: SBEM, 2009. p. G05-G05.

DUARTE, N. Formação do indivíduo, consciência e alienação: o ser humano na psicologia de A. N. Leontiev. **Caderno Cedes**, Campinas, v. 24, n. 62, 44-63, abr. 2004.

ELIAS, H. R.; SAVIOLI, A. M. P. d. D. S; RIBEIRO, A. J. Números racionais e estrutura algébrica corpo: problematizando o currículo da formação inicial de professores de matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 3, p. 182-208, 2017.

GRANDO, R. C. O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. Campinas, SP: Unicamp, 2000.

GUERREIRO, H. G.; SERRAZINA, M. de L. A aprendizagem dos números racionais com compreensão envolvendo um processo de modelação emergente. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p. 181-201, abr. 2017.

HEDEGAARD, Mariane; CHAIKIN, Seth. Radical-local teaching and learning: a cultural historical approach. Tradução de José Carlos Libâneo e Raquel A. M. da Madeira Freitas. Goiania: PPGE-PUC-GO., nov. 2009. **Caps. 3-6**. Disponível em: <https://psicod.org/radical-local-teaching-and-learning-a-cultural-historical-appr.html?page=12> Acesso em: 20 mar. 2021.

HEIDEGGER, Martin. Ontologia (Hermenêutica da facticidade). Trad. Renato Kirchner. Petrópolis: Vozes, 2013.

ISIDORO, L. C. do N. **Modo de organização do ensino desenvolvimental de fração: o conhecimento revelado por acadêmicas de pedagogia**. 2019. 109 f. (Mestrado em Educação)-Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2019. Disponível em: <https://riuni.unisul.br/bitstream/handle/12345/6987/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20LUCIANE%20CORR%C3%8AA%20DO%20NASCIMENTO%20ISIDORO.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 15 mar 2020.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

KOSIK, K. **A dialética do concreto**. 7. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2002.

KUENZER, A. Z. A relação entre teoria e prática na educação profissional. In: JUNQUEIRA, S. R. A.; MARTINS, P. L. O.; ROMANOWSKI (Orgs.). **Conhecimento local e universal**: pesquisa, didática e ação docente. Curitiba: Champagnat, 2004. p. 71-84.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LEONTIEV, A. **Actividad, consciencia, personalidad**. México: Editorial Cartago, 1984.

LEONTIEV, A. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. (Orgs.). **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 9. ed. São Paulo: Ícone, 2001. p. 59-84.

LIBÂNEO, J. C. A aprendizagem escolar e a formação de professores na perspectiva da psicologia histórico-cultural e da teoria da atividade. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 24, p. 113-147, 2004.

LIBÂNEO, J. C. Docência universitária: formação do pensamento teórico científico e atuação nos motivos dos alunos. In: D'ÁVILA, C. (Org.). **Ser professor na contemporaneidade**. Curitiba: CRV, 2009.

LOPES, A. F. **Movimento formativo de professores dos anos iniciais sobre diferentes significados de frações e suas relações com o ensino**. 2017. Vitória Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo.

LOPES, A. L. V.; VAZ, H. G. B. O Movimento de Formação Docente no Ensino de Geometria nos Anos Iniciais. **Educação & Realidade**, v. 39, n. 4, p. 1003-1025, oct./dic. 2014. Universidade Federal do Rio Grande do Sul Porto Alegre, Brasil. Disponível em: < <http://www.scielo.br/pdf/edreal/v39n4/04.pdf>>

LOPES, A. R. L. V. **Aprendizagem da docência em matemática: o Clube de Matemática como espaço de formação inicial de professores**. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2009.

MOCROSKY, L. F.; ORLOVSKI, N.; TYCHANOWICZ, S. D.; ANDRADE, S. P.; PANOSSIAN, M. L. Frações na Formação Continuada de Professoras dos Anos Iniciais: fragmentos de uma complexidade. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 33, n. 65, p. 1444-1463, dez. 2019.

MOREIRA, A.; PEDROSA, J. G.; PONTELO, I. O conceito de atividade e suas possibilidades na interpretação das práticas educativas. **Rev. Ensaio**, Belo Horizonte, v. 13, n. 3, p. 13-29, set.-dez, 2011.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. Números Racionais: conhecimentos da formação inicial e prática docente na escola básica. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 17, n. 21, p. 1-19, 2015.

MORETTI, V. D. **Professores de matemática em atividade de ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente**. 206 f. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, SP, 2007.

MOURA, A. R. L. de; SOUSA, M. do C. O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes. **Zetetiké**, Cempem, Unicamp, v.13, n. 24, jul./dez. 2005. Disponível em: <<http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2445/2207>>.

MOURA, M. O. O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático. In: CONHOLATO, M. C., FARES, J. (Org.). O jogo e a construção do conhecimento na Pré-escola. Série Idéias, n. 10. São Paulo: FDE/Diretoria Técnica, 1991. 130p. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf

MOURA, M. O. de. A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. **A Educação Matemática em revista**, Blumenau, v. 2, n. 3, p. 17-24, ago/dez. 1994.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, Rio Claro, n. 12, p. 29-43, 1996.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D. de; CARVALHO, A. M. P. de. **Ensinar a ensinar**: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira, 2001. p. 143-162.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D. de; CARVALHO, A. M. P. de. **Ensinar a ensinar**: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira, 2002. p. 143-162.

MOURA, M. O. de. (Coord.) **Organizando a contagem em sistemas**. Programa de Formação Continuada. São Paulo: Fundação de Apoio à Faculdade de Educação/USP, 2003.

MOURA, M. O. de. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, R. L. L. (Org.). **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores**. São Paulo: Unesp, 2004. p. 257-284.

MOURA, M. O. de. A aprendizagem Inicial do Professor em Atividade de Ensino. In: LOPES, A. R. L. V.; TREVISOL, M. T. C.; PEREIRA, P. S. (Orgs.). **Formação de professores em diferentes espaços e contextos**. Campo Grande: Editora UFMS, 2011. p. 87-102.

MOURA, M. O. de. Prefácio: conceitos algébricos: do movimento lógico-histórico à organização do ensino. In: SOUSA, M. do C. de; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino**: o percurso dos conceitos algébricos. Campinas: Mercado de Letras, 2014. p. 10-11. (Série Educação Matemática).

MOURA, M. O. de; ARAÚJO, E. S.; MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L.; RIBEIRO, F. D. A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, M. O. de (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Líber Livro, 2010. p. 206-229.

MOURA, M. O. de; MOURA, A. R. L. de. A educação escolar como atividade. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 9., 1998, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia, [s. n.], 1998.

NASCIMENTO, C. P.; MOURA, M. O. de. A pesquisa sobre atividade pedagógica na teoria histórico-cultural: a análise teórica dos objetos de ensino. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO, 16., 2012, Campinas. **Anais....** Disponível em:<
http://www.infoteca.inf.br/endipe/smarty/templates/arquivos_template/upload_arquivos/acervo/docs/1730b.pdf>.

NUNES, T. Criança pode aprender frações. E gosta! In: GROSSI, E. P. (Org.). **Por que ainda há quem não aprende? A teoria**. Petrópolis: Vozes, 2003. p. 119-136.

OHLSSON, S. Mathematical Meaning and Applicational Meaning in the Semantics of Fractions and Related Concepts. In: HIEBERT, J. & BEHR, M. (Eds.). *Numbers Concepts and Operations in the Middle Grades*. 3.ed. Reston: NCTM. 1991. p.53-92.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, S. G. As diferentes “personalidades” do número racional trabalhadas através da resolução de problemas. **Bolema**, Rio Claro, v. 21, n. 31, p. 79-102, 2008.

PERLIN, P. **A Formação do professor dos anos iniciais do ensino fundamental no movimento de organização do ensino de frações**: uma contribuição da atividade orientadora de ensino. 2014. 196 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação)-Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/7129/PERLIN,%20PATRICIA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em 15 mar. 2020.

PERLIN, P.; LOPES, A. R. L. V. A necessidade histórica da criação das frações e a organização do ensino do professor dos anos iniciais. In: **VI Congresso internacional de Ensino da Matemática**. Canoas: ULBRA, 2013. Disponível em: <https://pdfs.semanticscholar.org/f360/54a5c21f21ff1d676e4033acac4df5a0684e.pdf>. Acesso em: 15 mar 2020.

PIMENTA, S. G. Professor reflexivo: construindo uma crítica. In: PIMENTA, S. G.; GHEDIN, E. (Orgs.). **Professor reflexivo no Brasil**: gênese e crítica de um conceito. São Paulo: Cortez, 2002. p. 17-52.

PROENÇA, M. C. de. O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 52, p. 729-755, 2015.

PROENÇA, M. C. de. Uma proposta de ensino-aprendizagem das operações aritméticas com frações via resolução de problemas. **Educação Matemática em Revista**, v. 2, n. 63, p. 5-17, 2019.

RANGEL, L.; GIRALDO, V.; MACULAN FILHO, N. Conhecimento de matemática para o ensino: um estudo colaborativo sobre números racionais. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 8, n. 2, p. 253-260, 2015.

RIGON, A. J.; ASBAHR, F. S. F.; MORETTI, V. D. Sobre o processo de humanização. In: MOURA, M. O. de (Orgs.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber livro, 2010. p. 13-44.

RIZZATTI, I. M.; MENDONÇA, A. P.; MATTOS, F.; RÔÇAS, G.; SILVA, M. A. B. V. da; CAVALCANTI, R. J. S.; OLIVEIRA, R. R. Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>>.

RÔÇAS, G.; BOMFIM, A. M. do. Do embate à construção do conhecimento: a importância do debate científico. **Ciênc. educ. (Bauru)**, v. 24, n. 1, p. 3-7, 2018.

Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132018000100003&lng=pt&nrm=iso.

RÔÇAS, G.; MOREIRA, M. C. A.; PEREIRA, M. V. “Esquece tudo o que te disse”: os mestrados profissionais da área de ensino e o que esperar de um doutorado profissional. **Revista ENCITEC**, v. 8, n. 1, p. 59-74, 2018. Disponível em: <http://srvapp2s.urisan.tche.br/seer/index.php/encitec/article/view/2624>.

RODRIGUES, C. I.; FREITAS, M. T. M.; MARCO, F. F. de. O ensino de frações para o 6º ano do ensino fundamental com o olhar da teoria histórico cultural. **XII Encontro de Pesquisa em Educação da Região Centro-oeste** – Reunião Científica Regional da ANPED. 2014. Disponível em: http://sites.pucgoias.edu.br/pos-graduacao/mestrado-doutorado-educacao/wp-content/uploads/sites/61/2018/05/Carolina-Innocente-Rodrigues_-Maria-Teresa-Menezes-Freitas_-Fabiana-Fiorezi-de-Marco.pdf. Acesso em: 15 mar. 2020.

ROGERI, N. K. de O.; PIETROPAOLO, R. C.; PRADO, M. E. B. B. Conhecimentos de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental Sobre os Números Racionais e Sobre seu Ensino na Educação Básica. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 11, n. 3, p. 253-260, 2018.

ROMANATTO, M. C. **Número racional: relações necessárias à sua compreensão**. Campinas, 1997. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

ROMANATTO, M. C. Número racional: uma teia de relações. **Zetetiké**, CEMPEM, UNICAMP, v. 7, n.12, p. 37-49, 1999.

ROMEIRO, I. de O. **O movimento do pensamento teórico de professores sobre o conceito de fração e o sentido atribuído aos materiais didáticos na atividade de ensino**. 2017. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação)- Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2017. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5071550#. Acesso em: 15 mar. 2020.

ROMEIRO, I. de O.; MORETTI; V. D. Pensamento teórico sobre número racional e sua representação fracionária: implicações para a formação docente. **XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. 2016, p. 1-11. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/4996_3171_ID.pdf. Acesso em: 15 mar. 2020.

RUBINSTEIN, S. L. **Princípios de psicologia geral**. Lisboa: Estampa, 1976.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do Século XVI. **Ciência & Educação**, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

SAMPAIO, E. S.; MOURA, M. O. de. **A aprendizagem docente na perspectiva histórico-cultural**. São Paulo, 2003. Pesquisa realizada no âmbito de doutoramento junto ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

- SANTOS, R. M. M. dos. **Professora dos anos iniciais em formação contínua sobre frações**: uma análise a partir da perspectiva histórico cultural. Vitória, 2017. Dissertação (Mestrado Profissional) – Instituto Federal do Espírito Santo.
- SAVIANI, D. **Educação**: do senso comum à consciência filosófica. 13. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2000.
- SAVIANI, D. **Escola e democracia**. 40. ed. Campinas: Autores Associados, 2008.
- SFORNI, M. S. de F.; GALUCH, M. T. B. Aprendizagem conceitual nas séries iniciais do ensino fundamental. **Educar**, Curitiba, n. 28, p. 217-229, 2006.
- SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational researcher**, v. 15, n 2, p. 4-14, 1986.
- SILVA, A. F. G.; CARVALHO, V. C. de; CAMPOS, T. M. M. Divisão entre frações: resolução e discussão de tarefas e de caso de ensino em um curso de Licenciatura em Matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 13, n. 1, p. 202-218, 2018.
- SILVESTRE, B. S.; SILVA, M. M. da. A interface entre o movimento lógico-histórico e a organização do ensino do conceito matemático de ângulos. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 14, n. 2, p. 1-24, 2019.
- SOUSA, M do C. de. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. **Obutchénie**, Uberlândia, v. 2, n. 1, p. 40-68, jan./abr. 2018.
- SOUSA, M. do C. de; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino**: o percurso dos conceitos algébricos. Campinas: Mercado de Letras, 2014. (Série Educação Matemática).
- VALDEMARIN, V. V. O discurso pedagógico como forma de transmissão do conhecimento. **Cadernos Cedes**, v. 19, n. 44, p. 73-84, abr. 1998.
- VAZ, R. F. N. Divisão de Frações: Explorando Algoritmos Não Usuais. **Educação Matemática em Revista**, n. 52, p. 59-66, 2016.
- VYGOTSKY, L. S. he Collected Works of L. S. Vygotsky: Volume 5: Child Psychology R. W. RIEBER (Ed.), M. J. Hall (Trans). New York: Plenum, 1998.
- Vygotsky, L. S. **Pensamento e linguagem** (3ª ed.). São Paulo: Martins Fontes, 2003. (Originalmente publicado em 1934).
- VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2009.
- ZEFERINO, L. C. **Aprender a ensinar frações a partir do conceito de atividade orientadora de ensino: um estudo com professores de quartos e quintos anos do ensino fundamental**. 2016. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação)- Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2016. Disponível em:

<https://www.repositorio.unifesp.br/bitstream/handle/11600/46976/24%20-%20Lidiane%20Chaves%20Zeferino.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 15 mar. 2020.

ZEFERINO, L. C.; MORETTI, V. D. O conhecimento de professores dos anos iniciais do ensino fundamental sobre fração: implicações para o ensino. **Cadernos de Pesquisa**, v. 24, n. esp., p. 36-52. 2018. Disponível em: <http://www.periodicoseletronicos.ufma.br/index.php/cadernosdepesquisa/article/download/8068/5157>. Acesso em: 15 mar. 2020.