

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
ENGENHARIA MECÂNICA

RAFAEL CLAUDIANO DE MORAES

**ANÁLISE E MODELAGEM DE MÉTODOS NUMÉRICOS PARA A SOLUÇÃO DE
PROBLEMAS INVERSOS EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM REGIME
TRANSIENTE BIDIMENSIONAL EM SOLDAGEM**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO
2019

RAFAEL CLAUDIANO DE MORAES

**ANÁLISE E MODELAGEM DE MÉTODOS NUMÉRICOS PARA A SOLUÇÃO DE
PROBLEMAS INVERSOS EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM REGIME
TRANSIENTE BIDIMENSIONAL EM SOLDAGEM**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina transferência de calor, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel.

Orientador: Prof. Dr. Henrique Cotait Razuk

CORNÉLIO PROCÓPIO
2019



FOLHA DE APROVAÇÃO

Rafael Moraes

ANÁLISE E MODELAGEM DE MÉTODOS NUMÉRICOS PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS INVERSOS EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM REGIME TRANSIENTE BIDIMENSIONAL EM SOLDAGEM

Trabalho de conclusão de curso apresentado às **08:00hs** do dia **17 de Junho de 2019**, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico no programa de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O candidato foi arguido pela Banca Avaliadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho aprovado.

Cornélio Procópio, ___/___/____.

Prof. Dr. Henrique Razuk (Orientador)

Prof. Dr. Rubens Gallo (Membro)

Prof. Dr. Marcos Antonio de Souza Lourenço (Membro)

Prof. Dr. Fabio Kenji Suguimoto (Membro)

Dedico este trabalho aos meus pais Edmilson e Gislane.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Henrique Cotait Razuk, por toda ajuda e conhecimento compartilhado durante a graduação.

Aos meus pais, meu primo João Paulo e amigos que sempre me apoiaram nos momentos que precisei.

Aos professores Prof. Dr. Celso Alves Correa, Prof. Dr. Rubens Gallo e Prof. Dr. Marcos Antonio de Souza Lourenço.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa.

“Se cheguei até aqui foi porque me apoiei no ombro dos gigantes” – Isaac Newton.

RESUMO

Moraes, R. C. **ANÁLISE E MODELAGEM DE MÉTODOS NUMÉRICOS PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS INVERSOS EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM REGIME TRANSIENTE BIDIMENSIONAL EM SOLDAGEM**. 2019. 35 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2019.

O processo de soldagem envolve grandes fluxos de calor e altos gradientes de temperatura, os quais seu estudo e previsão podem fazer que vários defeitos durante o processo sejam evitados, porém é muito difícil medir experimentalmente o fluxo de calor imposto á junta soldada, devido ao movimento do processo e muitas vezes a adição de matérias de reforço. Neste tipo de problema se faz necessário o uso de técnicas inversas de transferência de calor, inicialmente gera-se um modelo térmico do problema real, modela-se matematicamente, e aplicando métodos numéricos encontra-se a solução do problema direto envolvido, para a solução do problema inverso a técnica escolhida foi o método da seção Áurea. Após implementar computacionalmente ambos os problemas direto e inverso, foi analisado os resultados obtidos com os algoritmos.

Palavras-chave: Soldagem. Problema inverso em Transferência de calor. Seção Áurea.

ABSTRACT

Moraes, R. C. **ANALYSIS AND MODELING OF NUMERICAL METHODS FOR THE SOLUTION OF REVERSE PROBLEMS IN HEAT TRANSFER IN TWO-DIMENSIONAL TRANSIENT REGIME IN WELDING.** 2019. 35 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) –Engenharia Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2019.

The welding process involves large heat flows and high temperature gradients, whose study and forecasting may cause several defects during the process to be avoided, but it is very difficult to experimentally measure the heat flux imposed on the weld joint due to the movement of the process and often the addition of reinforcing materials. In this type of problem it is necessary to use inverse techniques of heat transfer, initially a thermal model of the real problem is generated, it is mathematically modeled, and applying numerical methods is the solution of the direct problem involved for the solution of the inverse problem the technique chosen was the method of the Golden Section. After computationally implementing both the direct and inverse problems, we analyzed the results obtained with the algorithms.

Keywords: Welding. Reverse heat transfer. Golden Section.

LISTA DE SIGLAS

TIG	Tungstênio Inerte Gás
ZAC	Zona Afetada pelo Calor
ZF	Zona Fundida
AISI	<i>American Institute of Steel and Iron</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

C_p	Calor específico do material
E	Energia de soldagem
I	Corrente de soldagem
T	Temperatura
T_c	Temperatura crítica
T_f	Temperatura de fusão
T_{max}	Temperatura máxima da chapa
T_{pre}	Temperatura inicial da chapa
T_∞	Temperatura do ambiente
V	Tensão de soldagem
e	Espessura da chapa
h	Coeficiente de transferência de calor convectivo
k	Condutividade térmica do material
q''_l	Fluxo de calor líquido
t	Tempo
v	Velocidade de soldagem
v_x	Velocidade na direção x
y	Distância da região de interesse a linha de fusão
ρ	Peso específico do material
τ	Adimensionamento de Adams para chapas
η	Eficiência térmica do processo de soldagem
x	Eixo x
y	Eixo y
T'	Temperatura no passo futuro

T^0	Temperatura no passo presente
Δt	Incremento de tempo
dx	Tamanho do volume de controle na direção x
dy	Tamanho do volume de controle na direção y
T_e	Temperatura no ponto nodal do volume de controle à leste
T_w	Temperatura no ponto nodal do volume de controle à oeste
T_s	Temperatura no ponto nodal do volume de controle ao sul
T_n	Temperatura no ponto nodal do volume de controle ao norte
T_p	Temperatura no ponto nodal do volume de controle analisado
F	Função objetivo
q''_{Upper}	Limite superior do fluxo de calor
q''_{Lower}	Limite inferior do fluxo de calor
N	Número de interações
ε	Percentual de incerteza
$\Delta q''$	Varição do fluxo de calor
α	Difusividade térmica
q''	Fluxo de calor

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
1.1	Temática do trabalho.....	15
2	REVISÃO BIBLIOGRAFICA.....	16
2.1	Processo de soldagem TIG.....	16
2.1.1	Parâmetros de soldagem.....	17
2.1.1.1	Corrente elétrica.....	17
2.1.1.2	Comprimento do arco.....	17
2.1.1.3	Velocidade de soldagem.....	17
2.1.1.4	Vazão do gás.....	18
2.2	Metalurgia da soldagem.....	18
2.3	Transferência de calor.....	18
2.3.1	História térmica da soldagem.....	18
2.3.2	Energia de Soldagem.....	19
2.3.3	Potência específica.....	19
2.3.4	Conceito de chapa.....	20
3	MODELO MATEMÁTICO.....	21
3.1	Problema direto: Análise do problema físico e obtenção do modelo térmico 2d.....	21
3.2	Solução do problema direto.....	24
4	PROBLEMA INVERSO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR.....	28
4.1	Método da seção Áurea.....	28
4.2	Critério de parada.....	30
5	SIMULAÇÃO DO MODELO E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	31
5.1	Simulação do problema direto.....	31
5.1.1	Balço de energia no problema direto.....	31

5.1.2	Resultados do problema direto.....	32
5.2	Simulação do problema inverso.....	33
5.2.1	Resultados do problema inverso.....	33
6	CONCLUSÃO.....	34
6.1	Recomendações para trabalhos futuros.....	34
	REFERÊNCIAS.....	35
	APÊNDICE A – Algoritmo de solução inversa.....	36
	APÊNDICE B – Algoritmo de solução direta.....	39

1. INTRODUÇÃO

O processo de soldagem tem como finalidade realizar a união de duas ou mais partes, assegurando continuidade e as características mecânicas e químicas do material. Dentre os processos de soldagem, a por fusão, trabalha com fontes de calor de concentradas e de elevadas temperaturas, porém as variações de temperatura que ocorrem durante a execução causam, além da fusão e solidificação do cordão de solda, variações dimensionais e alterações macroestruturais localizadas, que podem acarretar uma série de efeitos indesejáveis como tensões residuais e distorções, deterioração de propriedades mecânicas e formação de trincas.

A soldagem é um dos processos de fabricação mais utilizados em diversas áreas das atividades industriais. Aproximações empíricas para a modelagem do comportamento dos materiais durante a soldagem são estudadas por pesquisadores do mundo todo. Porém a grande complexibilidade dos processos, os altos gradientes de temperatura, dilatação, contração térmica e transformação de fase dificultam a solução do problema (FRANCIS, 2002).

O primeiro passo para análises precisas do comportamento físico da solda é o cálculo da temperatura transiente em algum ponto de interesse. Para um dado material esse campo de temperatura pode determinar, além do tamanho da zona de fusão e da zona termicamente afetada, parâmetros como a microestrutura e a tensão residual. Portanto é fundamental compreender e analisar os efeitos térmicos provocados pelo processo de soldagem (GONÇALVES, 2004).

Em condições práticas, a determinação da intensidade de uma fonte de calor em soldagem não pode ser facilmente medida, portanto se faz necessário o uso de técnicas de transferência de calor. Em problemas diretos de condução de calor, se o fluxo de calor (a causa) é conhecido então o gradiente de temperatura (o efeito) pode ser determinado. Entretanto, num processo de soldagem é praticamente impossível medir o fluxo de calor devido à própria forma como tal processo ocorre, o que o leva a ser necessária a aplicação de métodos inversos de transferência de calor.

Os problemas inversos em transferência de calor fazem o uso dos gradientes de temperatura aquiritados durante o processo e da equação de difusão

de calor para estimar algum parâmetro térmico desconhecido, que pode ser uma propriedade térmica do material, o coeficiente de transferência de calor por convecção ou o fluxo de calor. O presente trabalho tem como objetivo estimar o fluxo de calor a partir de dados experimentais no processo de soldagem TIG em chapas finas com parâmetros pré-determinados, associado ao problema de condução de calor bidimensional. Conhecendo-se o perfil de temperatura na peça a qual está sendo soldada, com o uso de técnicas de problemas inversos tem-se condição de determinar as condições externas que geraram esse perfil térmico.

1.1 Temáticas do Trabalho

O Capítulo 2 apresenta uma breve revisão sobre o processo de soldagem, os principais parâmetros do processo de soldagem, os principais parâmetros do processo de solda TIG e variáveis envolvidas bem como uma revisão sobre metalurgia da soldagem.

Apresenta-se no Capítulo 3 a análise e obtenção do modelo térmico do problema bidimensional, assim como suas condições de contorno.

No Capítulo 4 apresenta-se a solução do problema inverso de transferência de calor pela técnica da seção Áurea.

No Capítulo 5 são encontrados os resultados obtidos pelos modelos desenvolvidos para resolver os problemas direto e inverso.

O Capítulo 6 apresenta a conclusão e sugestão para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O propósito deste trabalho é o desenvolvimento de uma técnica para a obter o fluxo de calor e perfil de temperatura durante o processo de soldagem de chapas finas de aço inoxidável AISI 304. Desta forma o problema térmico é tratado como um problema inverso de transferência de calor e dados experimentais são utilizados para validar os resultados obtidos.

2.1 Processo de soldagem TIG

O processo TIG tem como principal característica a concentração do calor do arco e conseqüente o melhor controle da poça de fusão. Apesar da baixa capacidade produtiva este processo permite realizar cordões de solda de ótimo acabamento. Essa característica do TIG é acentuada quando se usa corrente pulsada, ou seja, durante a imposição de uma corrente de pico há uma fusão mais efetiva da chapa e do material de adição, enquanto que durante a imposição de uma corrente de base há um esfriamento da poça, induzindo-se melhores condições de tensão superficial e viscosidade garantindo-se melhor controle da poça (CÂNGANI, 2010).

Apesar deste processo ser patenteado no fim dos anos 20, apenas na década de 40 passou a ser comercialmente utilizado, na soldagem de ligas de magnésio na indústria aeronáutica. Atualmente sua utilização é aplicada praticamente para todos os metais, porém mais utilizados em ligas de alumínio, de titânio, de magnésio e aços inoxidáveis. O processo ocorre por soldagem ao arco elétrico utilizando um eletrodo não consumível de tungstênio, que possui a finalidade de abertura e direcionamento do arco, além de possuir proteção gasosa por gás inerte, características que dão o nome do processo TIG, abreviação de *tungsteininertgas*(gás inerte tungstênio).

2.1.1 Parâmetros de soldagem

Os parâmetros de soldagem são responsáveis pela qualidade final do cordão de solda, assim como defeitos que podem ocorrer, portanto é necessário conhecer estas variáveis para determinar o procedimento adequado a cada tipo de trabalho. Os parâmetros a considerar são o comprimento do arco, a velocidade de soldagem, a vazão do gás e a corrente de soldagem.

2.1.1.1 Corrente elétrica

As características elétricas de cada tipo de corrente aplicada no processo de soldagem TIG tem influencia direta no comportamento do arco elétrico gerado, assim como a energia de soldagem, a qual determina a quantidade de calor imposto à peça. Os principais tipos de corrente utilizados são: corrente contínua (polaridade direta ou inversa), corrente alternada com onda senoidal, corrente alternada com onda quadrada e corrente contínua com onda pulsada.

2.1.1.2 Comprimento do arco

O comprimento do arco é determinado pela distância do metal de base e a ponta do eletrodo, e a sua variação têm influencia direta sobre a tensão de soldagem, ou seja, o aumento do comprimento de arco resulta também o aumento da tensão do arco. Outra característica do comportamento do comprimento de arco é a influencia sobre o cordão de solda, podendo aumentar ou diminuir a largura do cordão. Um arco muito curto ou muito longo torna-se instável, favorecendo a formação de porosidade, mordeduras e falta de fusão.

2.1.1.3 Velocidade de soldagem

Refere-se a velocidade linear a qual o arco se desloca sobre a peça, tendo influência sobre a penetração e a largura do cordão de solda, assim se a velocidade aumenta, a penetração e a largura do cordão diminuem. Uma velocidade de soldagem maior melhora a eficiência e a produtividade do processo, reduzindo os

custos de produção, no entanto, altas velocidades causam descontinuidades, como falta de penetração e mordeduras.

2.1.1.4 Vazão do gás

Para se obter uma eficiente proteção oferecida pelo gás, é necessária uma adequada vazão. Esta que deve ser suficientemente forte para deslocar o ar para longe da área da solda e assim proteger a poça de fusão, no entanto, elevadas vazões podem resultar em turbulências no fluxo do gás, gerando descontinuidades, defeitos no cordão e instabilidade do arco, assim como o aumento do custo do processo. Os ajustes dos parâmetros de vazão do gás estão relacionados com a intensidade de corrente elétrica utilizada.

2.2 Metalurgia da soldagem

A maioria dos processos de soldagem utiliza o calor como fonte de energia, o qual é responsável por gerar a poça de fusão que resulta na união das peças soldadas, sendo possível dividir o processo em quatro etapas: aquecimento, fusão, solidificação e resfriamento. As transformações que ocorrem no aquecimento, as fases formadas durante a fusão, a solidificação e as transformações que ocorrem no resfriamento, determinam a qualidade da junta soldada. Portanto a fonte de calor representa um dos principais problemas do processo devido sua direta influencia nas transformações metalúrgicas e fenômenos mecânicos que ocorrem na zona de solda.

2.3 Transferência de calor

2.3.1 História térmica da soldagem

Por história térmica da soldagem entende-se como ocorre a evolução do gradiente de temperatura em um processo de soldagem de determinado material, em função do tempo e da distância de determinado ponto ao centro do cordão de solda. Assim, a história térmica abrange tanto a repartição térmica quanto o ciclo térmico de soldagem.

A repartição térmica é refere-se a máxima temperatura atingida em cada ponto da peça, em função da distância ao centro do cordão de solda. Esta que está associada basicamente a extensão da zona afetada pelo calor, que por sua vez, é determinada pela mínima temperatura (T_{ZAC}), que afeta a microestrutura e/ou as propriedades do metal de base.

O ciclo térmico de soldagem é determinado pelo lugar geométrico dos pontos de variação da temperatura em função do tempo, em uma distância fixa a partir do centro do cordão. Está relacionado com as transformações de fase que ocorrem durante o resfriamento da junta soldada.

2.3.2 Energia de Soldagem

Energia de Soldagem (E) é a energia fornecida ao metal de base por unidade de comprimento do cordão de solda. A energia de soldagem é calculada pela energia total fornecida ao arco, produto da tensão e corrente do processo, e a eficiência térmica do processo devido a perdas para o meio na forma de calor irradiante e convecção no meio gasoso.

$$E = \frac{\eta VI}{v} \quad (1)$$

η – Eficiência térmica do processo

v – Velocidade de Soldagem

V – Tensão

I – Corrente elétrica

2.3.3 Potência específica

Potência específica é a potência disponível por unidade de área da fonte de calor. Quanto maior for a potência específica, mais concentrada é a fonte de calor e mais eficiente é a fusão localizada.

Tanto a eficiência térmica quanto a potência específica do processo determinam a repartição térmica durante a soldagem. Assim, processos que

possuem uma potência específica elevada apresentam uma zona afetada pelo calor (ZAC) menor e velocidades de resfriamento maiores. Porém o comprimento da zona fundida (ZF) e o da ZAC são diferentes para cada processo de soldagem, sendo ambas influenciadas pela espessura da chapa.

2.3.4 Conceito de chapa

O conceito de chapa no processo de soldagem não refere-se apenas a espessura da chapa em si, mas sim a forma que se dá o escoamento da transferência de calor podendo ser bidimensional ou tridimensional.

O conceito de chapa grossa é determinado quando ocorre um escoamento de calor tridimensional na peça. As isotermas ao longo da espessura da chapa são círculos concêntricos com origem na fonte de calor.

A definição de chapa fina está relacionada ao escoamento bidimensional em uma peça, ou seja, considera-se que não há fluxo de calor na direção da espessura da chapa. Isto significa que as isotermas ao longo da espessura da chapa são retas paralelas e perpendiculares a superfície da chapa.

Para poder classificar com precisão a espessura de uma chapa, utiliza-se o adimensionamento τ , desenvolvido por Adams. A classificação é dada para valores de τ menores ou iguais a 0,75 refere-se a chapas finas e valores maiores a chapas grossas.

$$\tau = e \sqrt{\frac{\rho C_p (T_c - T_{pre})}{E}} \quad (2)$$

e - espessura da chapa

ρ - densidade do material

C_p - calor específico do material

T_c - Temperatura crítica

T_{pre} - Temperatura inicial da chapa

E - energia de soldagem

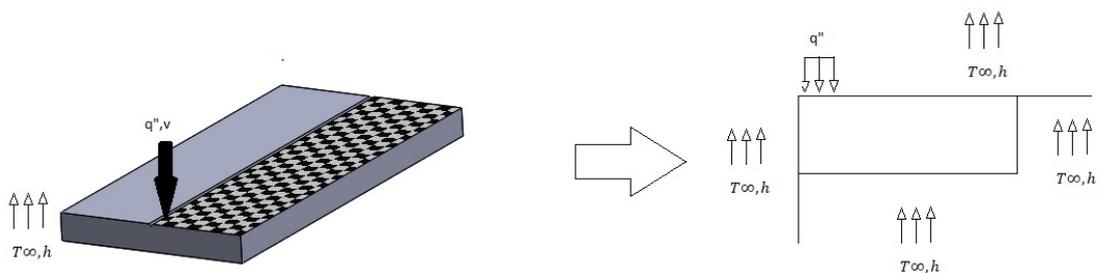
3. MODELO MATEMÁTICO

Apresenta-se neste Capítulo o desenvolvimento do modelo térmico para o estudo das técnicas de problema direto e inverso. O modelo térmico é descrito através da formulação de um problema de condução de calor transiente bidimensional.

3.1. Problema direto: Análise do problema físico e obtenção do modelo térmico 2D

A Figura 1 (a) apresenta o problema físico no qual é analisada a transferência de calor no processo de soldagem. O qual por análise de simetria e aplicando o conceito de conceito de transferência de calor em chapa fina, pode ser simplificado a um problema bidimensional representado na Figura 1 (b).

Figura 1- (a) Problema físico- (b) problema bidimensional.

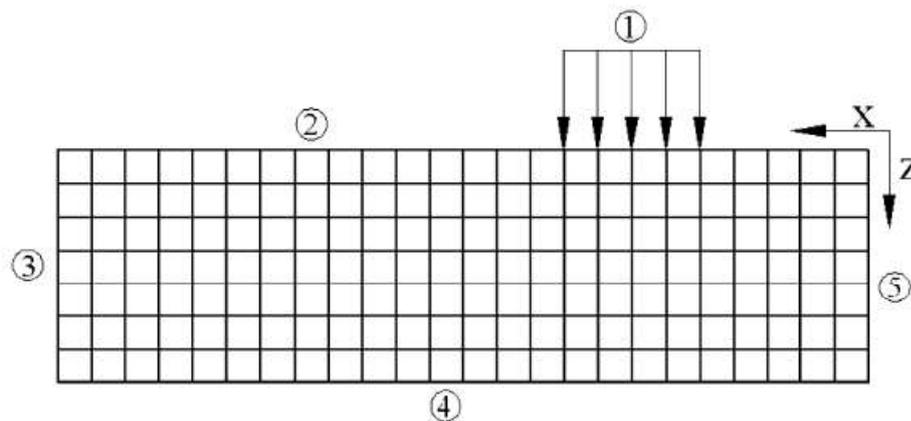


Fonte: Autoria própria

Este modelo considera o escoamento bidimensional e o processo de troca de calor em regime transiente, com fonte de calor uniforme móvel, deslocando-se

sobre um corpo semi-infinito á velocidade constante V_x na direção do eixo X , conforme a figura 2.

Figura 2- Problema térmico bidimensional.



① : Constant heat flux boundary condition

② , ③ , ④ , ⑤ : Convection boundary condition

Fonte: Hae-Ji Kim et al., 2006

A equação governante que descreve o problema térmico da Figura 2, é obtida pela solução da equação da difusão bidimensional transiente, Eq. (3).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3)$$

As variáveis T , t , k , ρ , C_p são respectivamente a temperatura do corpo de prova, o tempo, a condutividade térmica do material, a massa específica do material e o calor específico do material. A variável temperatura é função das coordenadas x , y e do tempo.

Para simplificação dos cálculos, algumas hipóteses foram impostas ao modelo térmico:

- No processo de soldagem o fluxo de calor é constante;
- Material do corpo de prova isotrópico;

- Considerar o processo de soldagem de chapas finas, portanto, bidimensional;
- Coeficiente de transferência de calor convectivo constante e igual para todas as faces do corpo de prova;

As condições de contorno do modelo térmico podem ser definidas a partir de dois casos, o primeiro quando apresenta fluxo de calor na face superior e convecção nas demais faces do corpo de prova, e o segundo caso quando possui apenas convecção em todas as faces.

As condições de contorno consideradas no caso 1 são listadas a seguir:

- Para a direção x:

$$\left(k \frac{\partial T(0,y,t)}{\partial x}\right) = h(T(0,y,t) - T_{\infty}) \quad (4)$$

$$\left(k \frac{\partial T(a,y,t)}{\partial x}\right) = -h(T(a,y,t) - T_{\infty}) \quad (5)$$

- Para a direção y:

$$\left(k \frac{\partial T(x,0,t)}{\partial y}\right) = h(T(x,0,t) - T_{\infty}) \quad (6)$$

$$\left(k \frac{\partial T(x,b,t)}{\partial y}\right) = q''l \quad (7)$$

As condições de contorno consideradas no caso 2 são listadas a seguir:

- Para a direção x:

$$\left(k \frac{\partial T(0,y,t)}{\partial x}\right) = h(T(0,y,t) - T_{\infty}) \quad (8)$$

$$\left(k \frac{\partial T(a,y,t)}{\partial x}\right) = -h(T(a,y,t) - T_{\infty}) \quad (9)$$

- Para a direção y:

$$\left(k \frac{\partial T(x,0,t)}{\partial y}\right) = h(T(x,0,t) - T_{\infty}) \quad (10)$$

$$\left(k \frac{\partial T(x,b,t)}{\partial y}\right) = -h(T(x,b,t) - T_{\infty}) \quad (11)$$

A condição inicial para o problema:

$$T(x, y, 0) = T_{\infty} \quad (12)$$

3.2. Solução do problema direto

Para a solução de equações diferenciais mais complexas, é necessária a aplicação de métodos numéricos. Os principais métodos utilizados para resolver estas equações são: método das diferenças finitas, método dos elementos finitos, método dos elementos de contorno e método dos volumes finitos.

Para resolver o problema encontrado no modelo térmico em questão, aplicou-se o método numérico dos volumes finitos, com formulação totalmente implícita, e sua resolução foi obtida no ambiente computacional do Matlab®.

A definição do método dos volumes finitos pode ser representada como um balanço de elementos de volume, que satisfaz os princípios de conservação da propriedade em análise, a partir da solução de integrais dos volumes de controle no espaço e no tempo. E a escolha da formulação totalmente implícita é devido ao fato desta não possuir restrições quanto ao tipo de malha e passo adotado.

O modelo matemático foi subdividido em volumes de controle elementares, que formam a malha do domínio, possuindo 9 volumes de controle para cada um dos dois casos de condições de contorno, representados na figura 3, porém é possível observar que as condições de contorno dos volumes 4, 5, 6, 7, 8 e 9, são as mesmas para ambos os casos, desta maneira o problema térmico pode ser representado por 12 volumes de controle.

Figura 3- Volumes de controle.

1	2	3	10	11	12
4	5	6	13(4)	14(5)	15(6)
7	8	9	16(7)	17(8)	18(9)

Fonte: Autoria própria

Para a discretização da equação governante, integra-se espacialmente nas duas direções e no tempo:

$$\int_{t_0}^{t_1} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dt + \int_{t_0}^{t_1} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy dt = \int_{t_0}^{t_1} \int_w^e \int_s^n \rho C p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dt \quad (13)$$

Reescrevendo a Eq. 11, temos:

$$\left[\left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \right] dy dt + \left[\left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right)_n - \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right)_s \right] dx dt = \rho C p \frac{(T^1 - T^0)}{\Delta t} dx dy \quad (14)$$

As variáveis dx , dy , Δt , T^1 e T^0 são respectivamente, o tamanho do volume de controle na direção x , o tamanho do volume de controle na direção y , o incremento de tempo, temperatura do corpo de prova no tempo com o incremento e a temperatura no tempo atual.

Equações de contato com volumes de controle vizinhos:

$$\left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w = k \frac{T_p - T}{dx} \quad (15)$$

$$\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right)_e = k \frac{T_e - T_p}{dx} \quad (16)$$

$$\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right)_n = k \frac{T_n - T}{dy} \quad (17)$$

$$\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right)_s = k \frac{T_p - T_s}{dy} \quad (18)$$

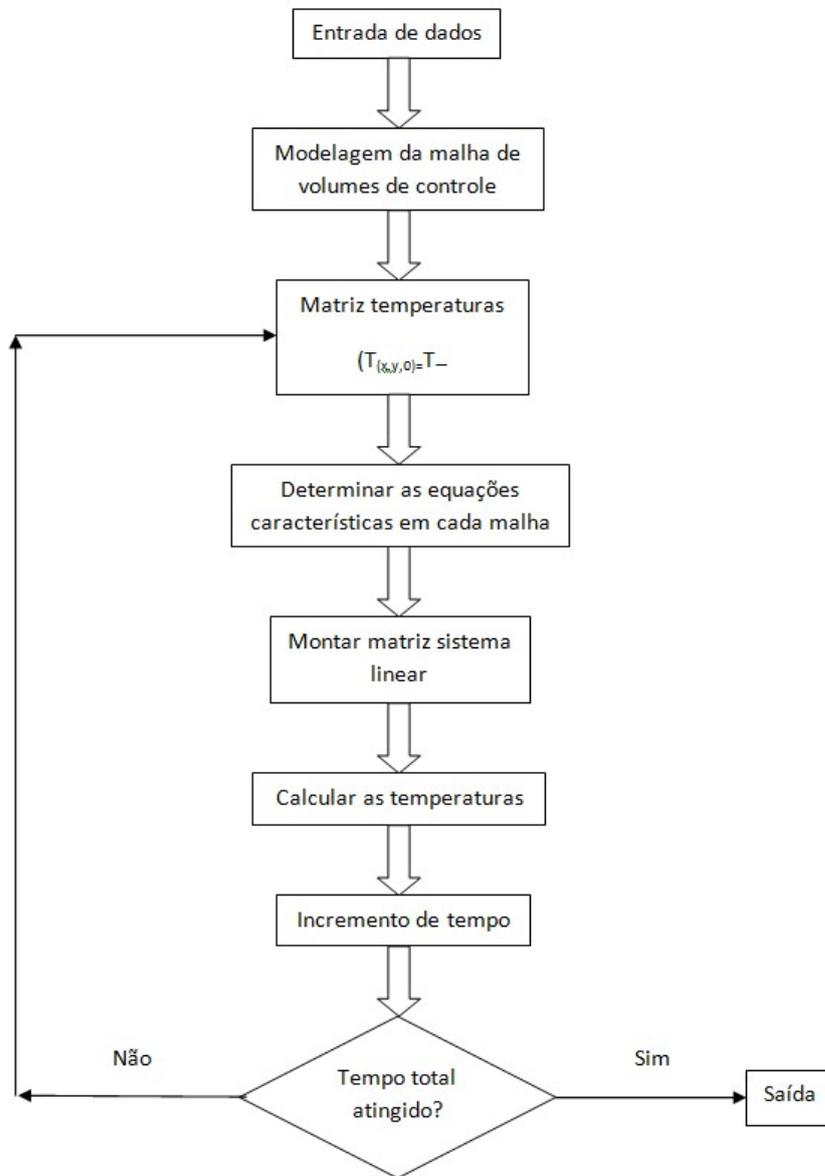
Para a solução do problema direto as equações de contato e as equações de contorno, devem ser substituídas na Eq. (14), para cada volume de controle. Assim, o problema térmico passa a ser representado por um sistema linear algébrico com o mesmo número de equações e incógnitas. Ao resolver essas equações se tem como resposta a distribuição de temperaturas no corpo de prova para cada passo de tempo.

A seguir são substituídas as equações de contato e contorno para o volume de controle 1, de tal maneira a determinar a equação característica do mesmo.

$$\left[k \frac{T_e - T_p}{dx} - h(T_p - T_\infty) \right] dy + \left[q''l - k \frac{T_p - T_s}{dy} \right] dx = \rho C p \frac{(T_p - T_p^0)}{\Delta t} dx dy \quad (19)$$

As equações características dos demais volumes podem ser encontradas de forma análoga. A resolução do problema direto foi desenvolvida no ambiente Matlab®, e o fluxograma da Figura 4 representa o algoritmo de solução do problema direto de transferência de calor.

Figura 4- Fluxograma problema direto.



Fonte: Autoria própria

4. PROBLEMA INVERSO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

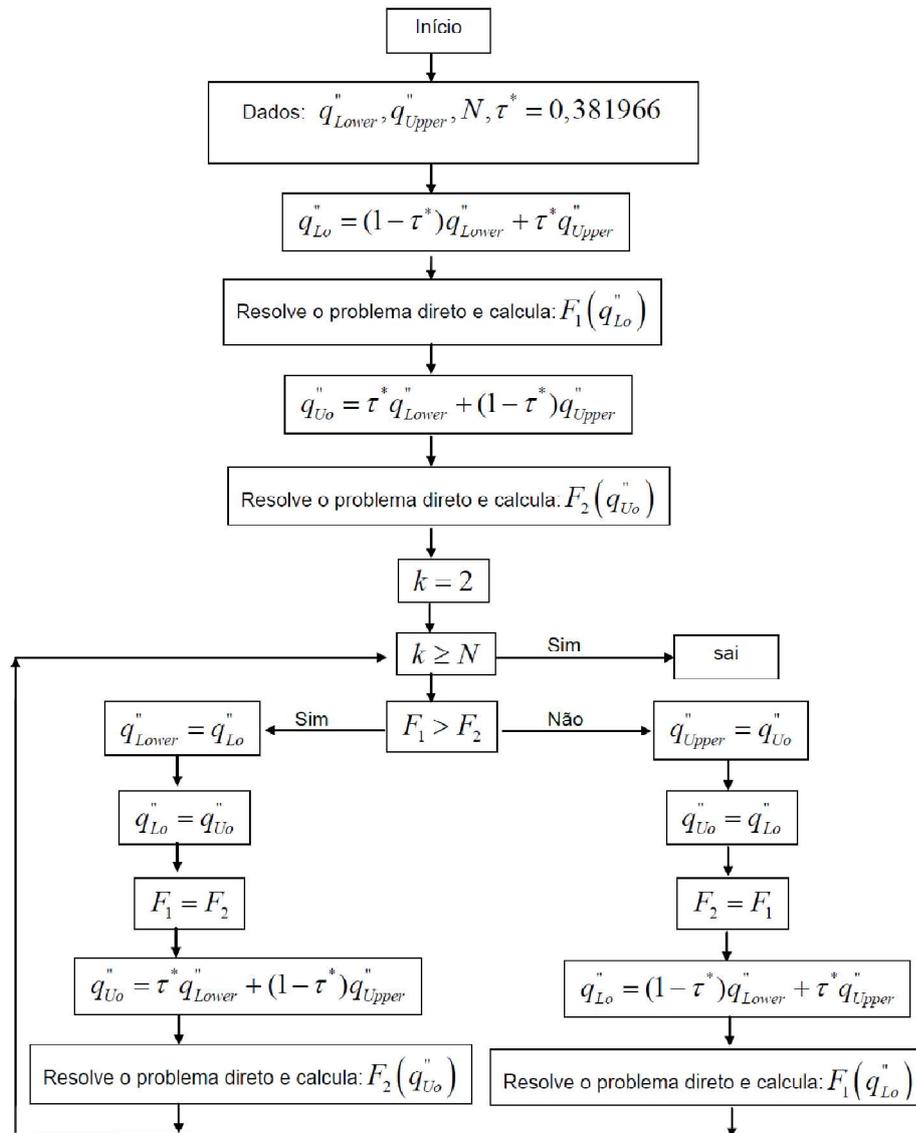
4.1 Método da Seção Áurea

A técnica de problema inverso tem como finalidade determinar as causas desconhecidas a partir de seus efeitos. No caso de aplicações em transferência de calor é possível determinar o fluxo de calor imposto, utilizando temperaturas medidas experimentalmente. Porém em muitos casos desta aplicação, o cálculo de derivadas se torna inviável, portanto técnicas que não envolvam derivadas é a melhor forma de obter a solução do problema.

Neste trabalho a Técnica da Seção Áurea foi a escolhida para resolver o problema inverso, a qual reduz o intervalo de busca em 62% para cada interação, até que atinja os critérios de parada.

Para resolver o problema pelo método da seção Áurea uma rotina para minimizar a função objetivo (F) deve ser incorporada, inicialmente se reduz o intervalo de incerteza entre o fluxo de calor máximo (q''_{Upper}) e o fluxo de calor mínimo (q''_{Lower}) pré estabelecidos, em seguida calcula-se a temperatura a partir do modelo térmico, aplica-se um método de busca para minimizar a função objetivo e encontra-se o fluxo de calor ótimo. A Figura 5 representa o algoritmo de solução pelo Método da Seção Áurea.

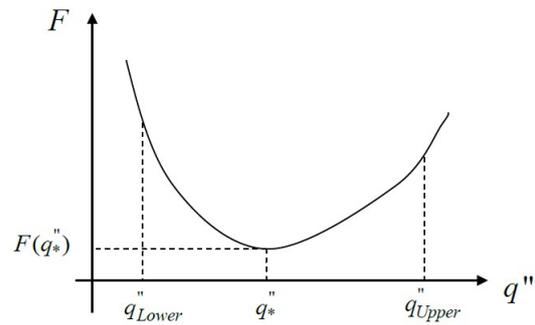
Figura 5- Fluxograma problema inverso.



Fonte: Carvalho, S. R. ,2005

A minimização da função F de uma variável q'' a partir dos fluxos máximos e mínimos pode ser observada na Figura 6.

Figura 6- Função objetivo.



Fonte: Carvalho, S. R. ,2005

4.2 Critério de parada

Para o método da seção Áurea, **Vanderplaatz (1984)**, define o número de interações N , por:

$$N = -2078 * \ln \varepsilon + 3 \quad (20)$$

Em que ε é o percentual de incerteza em relação ao intervalo inicial, dado por:

$$\varepsilon = \frac{\Delta q''}{q''_{Upper} - q''_{Lower}} \quad (21)$$

E o valor de $\Delta q''$ é definido por:

$$\Delta q'' = |q''^{novo} - q''^{velho}| \quad (22)$$

5. SIMULAÇÃO DO MODELO OBTIDO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1 Simulação do problema direto

Para analisar a funcionalidade do algoritmo de solução do problema direto, um caso hipotético de soldagem de chapas finas foi aplicado. Foi utilizado na simulação um corpo de prova de 0,2 [m] de comprimento e 0,01 [m] de largura, de aço inoxidável AISI 304, com $k= 14,9$ [W/(m K)] e $\alpha= 3,95e-6$ [m²/s], o coeficiente de transferência de calor convectivo $h= 20$ [W/(m² K)] e a temperatura ambiente de 30 [°C]. A velocidade do fluxo de calor na direção x e a sua magnitude são respectivamente, $v= 3,33e-3$ [m/s] e $q''= 50e5$ [W/m²]. Para a construção da malha numérica foi considerado $dy=dx=0,001$ [m], o incremento de tempo foi de $\Delta t= 0,5$ [s], e o tempo total da simulação é $t= 30$ [s].

5.1.1 Balanço de energia no problema direto

A equação 5.1, refere-se ao balanço de energia aplicado ao volume finito, o qual mostra que a conservação de energia será obedecida se a energia fornecida na forma de fluxo de calor for igual à soma da parcela da energia acumulada em cada volume finito da amostra e da energia perdida por convecção nas fronteiras dos volumes.

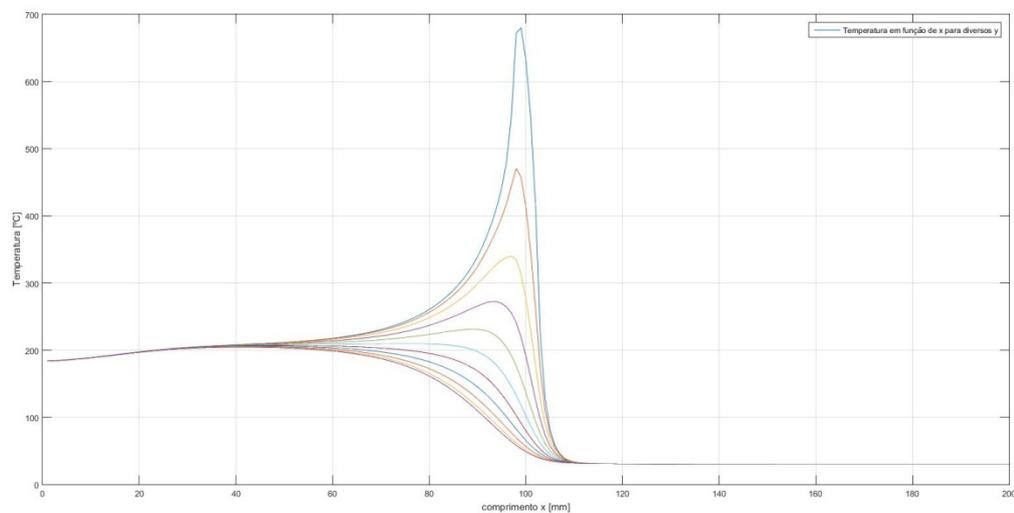
$$q''(t)A_{xh} = \frac{k\Delta x\Delta y}{\alpha\Delta t} \sum_{i=1}^{nx} \sum_{j=1}^{ny} (T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^t) + h \sum_{i=1}^{nx} \sum_{j=1}^{ny} [A_h(T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{\infty})] \quad (23)$$

Fazendo o balanço de energia no modelo do problema direto o erro encontrado foi de erro= 0,245%.

5.1.2 Resultados do problema direto

O balanço de energia forneceu a confirmação de que a discretização numérica aplicada está correta. A Figura 7 representa as isotermas para cada linha de volume finito em y .

Figura 7- gráfico das isotermas.



Fonte: Autoria própria

5.2 Simulação do problema inverso

A partir das respostas do problema direto, uma temperatura de referência foi selecionada para realizar a simulação do algoritmo do problema inverso, está que tem um valor de 457,67 [°C] e se encontra na posição de $x = 0,1$ [m] e $y = 0,003$ [m] no tempo $t = 30$ [s]. Também foram definidos os valores iniciais de $q''_{Upper} = 65e5$ [W/m²] e $q''_{Lower} = 40e5$ [W/m²].

5.2.1 Resultado do problema inverso

O fluxo de calor encontrado pela solução do algoritmo do problema inverso foi de $q'' = 50,081e5$ [W/m²], o qual o erro com o fluxo de calor imposto na resolução do problema direto foi de 0,162%.

6. CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho era fazer uma revisão sobre o problema térmico envolvido no processo de soldagem de chapas finas e obter seu modelo matemático, o qual após a implementação computacional, com o uso dos algoritmos do problema direto e inverso, se torna possível estimar o fluxo de calor imposto no processo de soldagem.

6.1 Recomendações para trabalhos futuros

- Desenvolver uma bancada de ensaios para validar experimentalmente os algoritmos desenvolvidos;
- Fazer uma análise de erros e incertezas entre os valores calculados e os valores experimentais;
- Realizar um estudo sobre o controle da microestrutura gerada após o processo de soldagem, utilizando os gráficos de isoterma obtidos na solução do problema direto;

REFERÊNCIAS

BARRIOS, A. N. S. **Modelagem Térmica para Avaliação da Temperatura no Fresamento de Aços para Moldes e Matrizes**. 2013. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira-SP.

CARVALHO, S. R. **Determinação da Temperatura na Interface Cavaco-Peça-Ferramenta Durante o Processo de Usinagem por Torneamento**. 2005. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

CÂNGANI, A. P. M. **Análise Térmica do Processo de Soldagem TIG de Amostras Metálicas**. 2010, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

FRANCIS, J. D. **Welding Simulation of Aluminum Alloy Joints by Finite Element Analysis**. 2002. Dissertation of Master of Science in Aerospace Engineering, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg-Virginia.

GONÇALVES, C. V., **Problemas Inversos em Transferência de Calor com Fronteira móvel: Aplicação em Processos de Soldagem**. 2004. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P. **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**. Rio de Janeiro. Editora LTC, 1992.

RAZUK, C. H. **Transferência de Calor Reversa na Determinação da temperatura de Retificação do Aço**. 2013. 130 fls. Tese (Doutor em Ciências e Tecnologia de Materiais) – UNESP, Faculdade de Ciências de Bauru. 2013.

SENAI-SP. **Soldagem**. Org. Selma Ziedes e Ivanisa Tatini. São Paulo, 1997. 553p. (Coleção Tecnologia SENAI)

APÊNDICE A – Algoritmo de solução inversa

```

qup=65e5;
qlo=40e5;
Tref= 339.6993;
tau=0.381966;
K=1;
N=-2.078* log(0.001)+3;
while K < N
ql=(1- tau)*qlo+tau*qup;
q=ql;
mtxt=problemadireto (q);
F1=(abs(mtxt(600,1)-Tref))/Tref;
qu=tau*qlo+(1-tau)*qup;
q=qu;
mtxt=problemadireto (q);
F2=(abs(mtxt(600,1)-Tref))/Tref;

if F1>=F2
delta=abs(qlo-ql);
e=delta/(qup+qlo);
K= -2.078* log(e)+3;
qlo=ql;
else
delta=abs(qup-qu);
e=delta/(qup+qlo);
K= -2.078* log(e)+3;
qup=qu;
end
end
if F1>=F2
qup
else
qlo
end

ny=11;
nx=201;
tt=1;
yy=1;
while yy<=ny
xx=1;
while xx<=nx
z(xx,yy)=mtxt(tt);
xx=xx+1;
tt=tt+1;
end
yy=yy+1;
end

```

```
figure(1)
surface(z)
shading interp
xlabel('Largura L [m]')
ylabel('Altura H [m]')
zlabel('Temperatura [°C]')
```

```
axis ij
grid on
```

```
figure(2)
surf(z)
```

```
shading interp
colormap(jet)
xlabel('Altura H [mm]')
ylabel('Largura L [mm]')
zlabel('Temperatura [Celsius]')
grid on;
```

```
figure (3)
plot(z)
xlabel('x ')
ylabel('T (x,y) ')
legend('Temperatura em função de x para diversos y ')
grid on;
```

APÊNDICE B – Algoritmo de solução direta

```

function [mT]= probdir (q)

X=0.20; %input('comprimento da sua amostra em x:');
Y=0.010; %input('comprimento da sua amostra em y:');
dx=0.001; %input('tamanho do volume de controle:');
V=3.33e-3; %input('velocidade de avanço:');
Nx=X/dx; %número de nos em x
nx=Nx+1; %tamanho da matriz em x
Ny=Y/dx; %número de nos em y
ny=Ny+1; %tamanho da matriz em y
t=60; %(X/V)*1000;
dt=0.1; %t/Nx;
Nt=t/dt;
k=14.9; %input('condutividade térmica:');
alfa=3.95e-6; %input('alfa:');
TC0=30; %input('temperatura ambiente:');
h=20; %input('coeficiente de transferencia de calor convectivo:');
Fo=(alfa*dt)/(dx^2);
Bi=(h*dx)/k;
mT=ones(nx*ny,1);%matriz temperaturas
T0=TC0+273.15;
mT=mT*T0;
%Mt=zeros(nx*ny,nx*ny);
mt= sparse(nx*ny,nx*ny);
Bp=ones(nx*ny,1);
t0=0;
mtxt=ones(Nt,1);
d=ones(Nt,1);
c=1;
%mtxt(1,1)=mT(2,1);
b=100;
b1=100;
b2=100;
b3=100;
b4=100;
while t0<=t
y=1;
n=1;
while y<=ny
x=1;
while x<=nx
if ((b==x || b1==x || b2==x || b3==x || b4==x) && y==1)
if x==1 %volume 1
Ap=1+2*Fo+Fo*Bi;
mt(n,n)=Ap;
Ae=-Fo;
mt(n,n+1)=Ae;
As=-Fo;
mt(n,n+nx)=As;
Bp(n,1)=Bi*Fo*T0+mT(n,1)+q*Fo*dx/k;
elseif (x>1 && x<=nx-1)%volume 2

```

```

Ap=1+3*Fo;
mt(n,n)=Ap;
Ae=-Fo;
mt(n,n+1)=Ae;
Aw=-Fo;
mt(n,n-1)=Aw;
As=-Fo;
mt(n,n+nx)=As;
Bp(n,1)=mT(n,1)+q*Fo*dx/k;
else %volume 3
Ap=1+2*Fo+Fo*Bi;
mt(n,n)=Ap;
Aw=-Fo;
mt(n,n-1)=Aw;
As=-Fo;
mt(n,n+nx)=As;
Bp(n,1)=Bi*Fo*T0+mT(n,1)+q*Fo*dx/k;
end
else
if (y==1 && x==1)%volume 10
Ap=1+2*Fo+2*Fo*Bi;
mt(n,n)=Ap;
Ae=-Fo;
mt(n,n+1)=Ae;
As=-Fo;
mt(n,n+nx)=As;
Bp(n,1)=2*Bi*Fo*T0+mT(n,1);
elseif (y==1 && (x>1 && x<=nx-1))%volume 11
Ap=1+3*Fo+Fo*Bi;
mt(n,n)=Ap;
Ae=-Fo;
mt(n,n+1)=Ae;
Aw=-Fo;
mt(n,n-1)=Aw;
As=-Fo;
mt(n,n+nx)=As;
Bp(n,1)=Bi*Fo*T0+mT(n,1);
elseif (y==1 && x==nx)%volume 12
Ap=1+2*Fo+2*Fo*Bi;
mt(n,n)=Ap;
Aw=-Fo;
mt(n,n-1)=Aw;
As=-Fo;
mt(n,n+nx)=As;
Bp(n,1)=2*Bi*Fo*T0+mT(n,1);
elseif ((y>1 && y<=ny-1) && x==1)%volume 4
Ap=1+3*Fo+Fo*Bi;
mt(n,n)=Ap;
Ae=-Fo;
mt(n,n+1)=Ae;
An=-Fo;

```

```

mt(n,n-nx)=An;
As=-Fo;
mt(n,n+nx)=As;
Bp(n,1)=Bi*Fo*T0+mT(n,1);
elseif ((y>1 && y<=ny-1) && (x>1 && x<=nx-1))%volume 5
Ap=1+4*Fo;
mt(n,n)=Ap;
Ae=-Fo;
mt(n,n+1)=Ae;
Aw=-Fo;
mt(n,n-1)=Aw;
An=-Fo;
mt(n,n-nx)=An;
As=-Fo;
mt(n,n+nx)=As;
Bp(n,1)=mT(n,1);
elseif ((y>1 && y<=ny-1) && x==nx)%volume 6
Ap=1+3*Fo+Fo*Bi;
mt(n,n)=Ap;
Aw=-Fo;
mt(n,n-1)=Aw;
An=-Fo;
mt(n,n-nx)=An;
As=-Fo;
mt(n,n+nx)=As;
Bp(n,1)=Bi*Fo*T0+mT(n,1);
elseif (y==ny && x==1)%volume 7
Ap=1+2*Fo+2*Fo*Bi;
mt(n,n)=Ap;
Ae=-Fo;
mt(n,n+1)=Ae;
An=-Fo;
mt(n,n-nx)=An;
Bp(n,1)=2*Bi*Fo*T0+mT(n,1);
elseif (y==ny && (x>1 && x<=nx-1))%volume 8
Ap=1+3*Fo+Fo*Bi;
mt(n,n)=Ap;
Ae=-Fo;
mt(n,n+1)=Ae;
Aw=-Fo;
mt(n,n-1)=Aw;
An=-Fo;
mt(n,n-nx)=An;
Bp(n,1)=Bi*Fo*T0+mT(n,1);
elseif (y==ny && x==nx)%volume 9
Ap=1+2*Fo+2*Fo*Bi;
mt(n,n)=Ap;
Aw=-Fo;
mt(n,n-1)=Aw;
An=-Fo;
mt(n,n-nx)=An;

```

```
Bp(n,1)=2*Bi*Fo*T0+mT(n,1);
end
end
x=x+1;
n=n+1;

end
y=y+1;
end
mT=mt\Bp;
mtxt(c,1)=mT(100,1);
d(c,1)=dt*c;
c=c+1;
t0=t0+dt;
b=ceil((t0*V)/dx);
b1=b+1;
b2=b-1;
b3=b+2;
b4=b-2;
end
w=273.15;
mT=mT-w;
mtxt=mtxt-w;
```