

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

**JEFERSON WALDSTAIN DE SOUZA DINIZ
MARINA FANK DE ALMEIDA**

**OTIMIZAÇÃO DE ROTAS DE ENTREGA DE UMA EMPRESA DE SERVIÇO
POSTAL DE LONDRINA**

LONDRINA

2022

**JEFERSON WALDSTAIN DE SOUZA DINIZ
MARINA FANK DE ALMEIDA**

**OTIMIZAÇÃO DE ROTAS DE ENTREGA DE UMA EMPRESA DE SERVIÇO
POSTAL DE LONDRINA**

Optimization of Delivery Routes of a Postal Service Company in Londrina

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
Orientador(a): Prof. Dr. Bruno Samways dos Santos.

**LONDRINA
2022**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

**JEFERSON WALDSTAIN DE SOUZA DINIZ
MARINA FANK DE ALMEIDA**

**OTIMIZAÇÃO DE ROTAS DE ENTREGA DE UMA EMPRESA DE SERVIÇO
POSTAL DE LONDRINA**

Trabalho de conclusão de curso de graduação
apresentado como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia de Produção da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 09/junho/2022

Bruno Samways dos Santos
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Rafael Henrique Palma Lima
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Pedro Rochavetz de Lara Andrade
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**LONDRINA
2022**

Dedico este trabalho à toda minha família,
em especial ao meu filho Ravi e minha
esposa Tãmisa, pelo apoio incondicional,
mesmo nos momentos difíceis em que
enfrentamos ao longo desta caminhada.

Este trabalho é dedicado à minha família
e amigos, mas principalmente à minha
irmã Helena e ao meu namorado Antonio,
que acreditaram em mim e me apoiaram
durante todo o trabalho.

AGRADECIMENTOS

Mais um ciclo está se encerrando, assim como tantos outros na vida, e o TCC marca o final dele. Esse trabalho proporcionou aplicação de conhecimentos adquiridos durante a graduação, nos aproximou de alguns professores e nos mostrou um padrão de estudo mais complexo do que estávamos acostumados. Não foi um trabalho simples de ser feito, mas com ajuda de algumas pessoas, conseguimos concluí-lo.

Por isso, queremos agradecer ao nosso orientador Prof. Dr. Bruno Samways dos Santos, não apenas por nos ensinar e orientar com técnicas e conhecimentos sobre o assunto, mas também por ter sido um amigo compreensivo nos momentos difíceis do processo.

Eu, Jeferson, agradeço a Deus por permitir chegar até a conclusão do curso, agradeço à minha mãe, ao meu pai (*In Memoriam*), meus irmãos e sobrinhos por acreditarem em minha capacidade. De forma especial, agradeço à minha esposa Tâmis, por suportar, muitas vezes sozinha, situações em que estive ausente, suprimindo todas as necessidades nos cuidados com nosso filho e por todo apoio, sendo decisivo para que eu pudesse conseguir alcançar esse momento importante. E, agradeço ao meu filho, Ravi, por ser um menino incrível e maravilhoso que, mesmo sem saber, contribuiu bastante sendo paciente e compreensivo nos momentos de ausências devido aos compromissos da vida acadêmica.

Eu, Marina, agradeço aos meus pais pelo suporte dado nesse período, agradeço à minha família que torceu por mim, e aos meus amigos, que me ajudaram a acalmaram em diversos momentos.

Agradeço de forma especial a minha irmã Helena, que quase todos os dias me esperava chegar da universidade, para me dar um abraço e me dar força para finalizar o TCC. Também agradeço ao meu namorado Antonio, que tentou me animar de todas as formas possíveis, acreditou em mim e ficou ao meu lado nas madrugadas de estudo.

Resumo

A Empresa de Serviço Postal que foi analisada realiza entregas diariamente em múltiplos endereços e a ordenação dos pontos atendidos por cada rota é feita de forma manual e intuitiva previamente pelos entregadores, o que muitas vezes causa atrasos, ociosidade, diminuição da produtividade e talvez um aumento de custos para a empresa. Por isso, o objetivo do presente trabalho é apresentar um estudo de estratégias de solução para a otimização das rotas utilizando a biblioteca *OR-TOOLS*, considerando os endereços das entregas buscando melhorar o trajeto percorrido pelos entregadores. A metodologia consistiu na elaboração de um conjunto de dados, a partir de uma matriz de distâncias por latitude e longitude e aplicação de três estratégias de solução: considerando o problema como um Problema do Caixeiro Viajante; outra resolvendo um problema de *VRP* considerando todos os pontos de entrega dos roteiros estudados; e a outra resolvendo o problema de *VRP* considerando todos os pontos de entrega dos roteiros e utilizando o método de agrupamento *k-Means*. Os resultados obtidos apresentaram reduções das distâncias percorridas em relação a distância real percorrida anteriormente de aproximadamente 27,12% para o primeiro roteiro com 113 pontos de atendimento e aproximadamente 28,44% para o segundo roteiro analisado com 85 pontos de atendimento, com base na primeira estratégia. Já através da segunda estratégia reduziu-se cerca de 21,38% e 26,79%, respectivamente, para o primeiro e segundo roteiro. Por fim, a Estratégia 3, a redução foi de aproximadamente 25,01% para o primeiro roteiro e 30,21% para o segundo; mostrando que as estratégias de roteirização aqui utilizados otimizaram as distâncias totais percorridas nas entregas, sendo um forte indício de melhora do serviço prestado, apesar dos tempos médios computacionais para execução dos códigos ainda mostrarem-se altos, cerca de 2,01 minutos para a Estratégia 1, 34,76 minutos para a Estratégia 2 e 4,78 minutos para a Estratégia 3.

Palavras-chaves: roteirização, caixeiro viajante, serviço postal; entregas; otimização.

Abstract

The Postal Service Company that was analyzed makes daily deliveries to multiple addresses and the ordering of the points served by each route is done manually and intuitively in advance by the couriers, which often causes delays, idleness, decreased productivity and perhaps an increase of costs for the company. Therefore, the objective of the present work is to present a study of solution strategies for the optimization of routes using the OR-TOOLS library, considering the addresses of deliveries, seeking to improve the route taken by the couriers. The methodology consisted in the elaboration of a data set, from a matrix of distances by latitude and longitude and application of three solution strategies: considering the problem as a Traveling Salesman Problem; another solving a VRP problem considering all delivery points of the studied scripts; and the other solving the VRP problem considering all the delivery points of the routes and using the k-Means clustering method. The results obtained showed reductions in distances traveled in relation to the actual distance traveled previously of approximately 27.12% for the first route with 113 service points and approximately 28.44% for the second route analyzed with 85 service points, based on the first strategy. Already through the second strategy, it was reduced by about 21.38% and 26.79%, respectively, for the first and second script. Finally, in Strategy 3, the reduction was approximately 25.01% for the first script and 30.21% for the second; showing that the routing strategies used here optimized the total distances covered in deliveries, which is a strong indication of an improvement in the service provided, despite the average computational times for executing the codes still being high, about 2.01 minutes for the Strategy 1, 34.76 minutes for Strategy 2 and 4.78 minutes for Strategy 3.

Keywords: routing, traveling salesman, postal service; deliveries; optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--|-----------|
| Figura 1 - Fluxograma da metodologia aplicada | 30 |
| Figura 2 - Área de abrangência da Rota 1 | 31 |
| Figura 3 - Área de abrangência da Rota 2 | 32 |
| Figura 4 - Gráfico da melhoria alcançada por cada estratégia..... | 36 |
| Figura 5 - Gráfico das distâncias totais por estratégia | 37 |
| | |
| Quadro 1 - Base de dados | 31 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1 - Amostra das coordenadas geográficas dos endereços da Rota 1.... | 32 |
| Tabela 2 - Amostra das coordenadas geográficas dos endereços da Rota 2.... | 33 |
| Tabela 3 - Comparativo entre as distâncias totais percorridas..... | 36 |
| Tabela 4 - Comparativo entre os tempos de execução dos códigos de cada estratégia | 37 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|-------|--|
| BPP | <i>Bin Packing Problem</i> - Problema de Empacotamento |
| CDD | Centro de Distribuição Domiciliária |
| CEE | Centro de Entrega de Encomendas |
| CVRP | <i>Capacitated Vehicle Routing Problem</i> - Problema de Roteirização de Veículos Capacitados |
| FA | Forças Armadas |
| ILS | <i>Iterated Local Search</i> – Pesquisa local iterada |
| LOEC | Lista de Objetos Entregues ao Carteiro |
| ML | <i>Machine Learning</i> - Aprendizado de Máquina |
| MTSP | <i>Multiple Traveling Salesman Problem</i> - Problema do Caixeiro Viajante Múltiplo |
| PCV | Problema do Caixeiro Viajante |
| PRVMV | Problema de Roteirização de Veículos com Múltiplos Viajantes |
| RVND | <i>Random Variable Neighborhood Descent</i> - Descida de Vizinhaça Variável Aleatória |
| SCC | Sistema Construtor de Circuitos |
| SDE | Sistema de Distritamento de Encomendas |
| SRO | Sistema de Rastreamento de Objetos |
| TSP | <i>Traveling Salesman Problem</i> – Problema do Caixeiro Viajante |
| UFJF | Universidade Federal de Juiz de Fora |
| VRP | <i>Vehicle Routing Problem</i> - Problema de Roteirização de Veículos |
| VRPPD | <i>Vehicle Routing Problem with pick-up and delivery</i> - Problema de Roteirização de Veículos com Coleta e Entrega |
| VRPTW | <i>VRP with Time Windows</i> – Problema de Roteirização de Veículos com Janela de Tempo. |

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| 1. INTRODUÇÃO | 11 |
| 1.1 Objetivo Geral | 12 |
| 1.2 Objetivos Específicos..... | 12 |
| 1.3 Justificativa | 13 |
| 1.4 Estrutura do Trabalho | 14 |
| 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 15 |
| 2.1 Problema do Caixeiro Viajante | 15 |
| 2.2 Problemas de Roteirização de Veículos | 17 |
| 2.3 Modelo matemático do VRP..... | 19 |
| 2.4 OR-TOOLS..... | 21 |
| 2.5 Algoritmo k-Means..... | 22 |
| 2.6 Fórmula de Haversine | 23 |
| 2.7 Mineração de Dados | 24 |
| 2.8 Trabalhos Correlatos..... | 25 |
| 3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA | 29 |
| 4. METODOLOGIA..... | 30 |
| 4.1 Etapas da pesquisa | 30 |
| 4.2 Obtenção de Dados | 30 |
| 4.3 Cálculo das distâncias reais percorridas | 34 |
| 4.4 Solucionando o PCV com a biblioteca <i>OR-TOOLS</i>..... | 34 |
| 4.5 Solucionando o <i>VRP</i> com a biblioteca <i>OR-TOOLS</i>..... | 34 |
| 4.6 Solucionando os problemas com a estratégia <i>k-Means</i> e a biblioteca <i>OR-TOOLS</i>..... | 35 |
| 5. RESULTADOS | 36 |
| 5.1 Análise dos Resultados e Discussões..... | 37 |
| 6. CONCLUSÃO..... | 41 |
| REFERÊNCIAS..... | 43 |

1. INTRODUÇÃO

A empresa envolvida neste estudo é pública e federal, detentora do monopólio postal no Brasil, conforme previsto na Lei 6.538/78, portanto, é a responsável pelo sistema de envio e entrega de correspondências em todo país. A Empresa desenvolve diversas atividades, sendo o serviço de distribuição de encomendas, a principal delas, estando disponível em todo território nacional. A Empresa exerce ainda um papel importante de agente social, em parceria com o Governo Federal, atuando em diversas campanhas, como a distribuição dos livros didáticos, bem como, em casos de calamidade, torna-se responsável pela distribuição de vacinas e transportes de itens emergenciais. Atualmente, a empresa tem aproximadamente 100 mil empregados, sendo mais de 55 mil entregadores. Em 2020 a Empresa foi responsável pelas entregas diárias em média de 15,2 milhões de objetos postais, sendo 13,7 milhões de correspondências e 1,5 milhões de encomendas, para garantir a realização dessas entregas os funcionários percorreram 1.302.766 km por dia (CORREIOS, 2021).

Em complemento a isto, ressalta-se que, no ano de 2020, o comércio eletrônico internacional registrou um crescimento de cerca de 52%, no Brasil o aumento do *e-commerce* registrado foi de 30%. Estima-se que a Empresa analisada domina cerca de 43,6% do mercado de entrega de encomendas e a maior parte do seu faturamento é oriundo desse segmento (KLEIN, 2021). Diante da perspectiva de crescimento do *e-commerce* e do setor varejista para os próximos anos, existe a necessidade de planejamento das empresas do setor logístico, bem como, de adequação às regiões atendidas, em busca da redução dos custos operacionais atrelados ao transporte e ao tempo despendido para a execução da entrega. Portanto, precisa-se dispor de roteiros de entregas otimizados, sem que haja perda na qualidade dos serviços prestados.

Segundo Rohr (2013), algoritmos de otimização podem auxiliar na geração de rotas otimizadas, onde a melhor rota é escolhida através de análises de informação sobre a carga a ser entregue, endereços, capacidades dos veículos, jornada de trabalho dos entregadores, baseadas em programações matemáticas. Além disso, o autor também afirma que um algoritmo pode agilizar os processos, garantir precisão e comodidade para empresa que o adota, evitando que custos de entregas aumentem

devido a extrapolação do limite de carga dos veículos, rotas pouco inteligentes, longas e demoradas etc.

Outros trabalhos referência, como monografias, dissertações e artigos utilizam algoritmos para a resolução do Problema de Roteirização de Veículos (*Vehicle Routing Problem - VRP*) em problemas de entregas, como por exemplo o artigo escrito por Filho *et al.* (2012), onde abordaram a respeito do planejamento de entregas de mercadorias das empresas de serviços logísticos às indústrias utilizando Clarke e Wright e o Otimização 2-opt e 3-opt para criação de rotas. Isso se dá, porque o *VRP* é, segundo Pereira (2017), um modelo que usa um conjunto de rotas que atendem determinados clientes com custo mínimo, levando em consideração a distância total percorrida.

De acordo com Costa *et al.* (2001) o *VRP*, pode ser modelado como um *CVRP*, e algoritmos podem ser aplicados para a melhoria deste tipo de serviço, pois eles definem as áreas de atendimento dos entregadores, estabelecem roteiros de entregas das correspondências, levando em consideração distâncias reais entre pontos de entrega.

Além disso, modelos de roteirização que usam grafos são, segundo Malaquias (2006), muito usados em problemas de otimização, porque representam um conjunto de elementos e suas formas, representado de forma intuitiva. De acordo com Müller e Meira (2019), algoritmos de roteirização já foram usados para a outros tipos de problemas, por exemplo, coleta de lixo, planejamento de embarcações, etc.

1.1 Objetivo Geral

- Aplicar estratégias de resolução utilizando a ferramenta *OR-TOOLS* para otimizar um problema de *VRP* de uma empresa de serviço postal.

1.2 Objetivos Específicos

- Construir o conjunto de dados a partir das distâncias de *Haversine* dos pontos de atendimento dos locais estudados;
- Aplicar as estratégias de resolução utilizando a biblioteca *OR-TOOLS* e o método de clusterização *k-Means* para o *VRP*;

- Avaliar as melhorias promovidas pelas estratégias aplicadas ao problema de roteirização das rotas em relação ao modelo originalmente adotado pela empresa.
- Mensurar os impactos ocasionados pelo tempo de execução dos códigos das estratégias abordadas no processo produtivo caso alguma estratégia proposta fosse adotada pela empresa.

1.3 Justificativa

A importância de garantir uma distribuição logística eficiente contribui para o aumento da produtividade, o que pode impactar redução do valor final do produto ou serviço, considerando que os custos de transporte representam em média cerca de 63,5% dos custos totais logísticos no Brasil (CABRAL *et al.*, 2018).

A empresa estudada elabora de forma manual e executa suas rotas de entregas de forma intuitiva, acarretando atrasos, ociosidade e aumento de custos. Essa pesquisa objetiva apresentar um estudo de estratégias de roteirização diferente do atualmente adotado pela empresa, considerando os endereços das entregas, buscando melhorar o trajeto percorrido pelos entregadores, a fim de otimizar os processos da organização e evitar desperdício de tempo, talvez na redução de custos, diminuir a ociosidade dos funcionários e, conseqüentemente, melhorar, tanto a qualidade, quanto a satisfação dos usuários dos serviços.

Segundo Gomes *et al.* (2012), a roteirização permite a designação de rotas otimizadas que ajudam a reduzir não apenas os custos de transportes, como também as distâncias percorridas e o tempo de transporte, tornando-se uma estratégia das empresas e boa solução para redução dos custos totais.

A escolha por esta abordagem e a sua área de aplicação, focada nas entregas da empresa, se deu por dois motivos:

- Percepção de um funcionário da empresa, de que o atual sistema de geração das rotas de entrega, que é intuitivo, sem nenhuma ajuda de formulação matemática ou computacional, não é o mais adequado, desperdiçando tempo e dinheiro da organização;
- Percepção de uma usuária do serviço, que notou que as entregas não são feitas de maneira que satisfaçam nem a organização, nem os

consumidores do serviço, por inúmeras vezes apresentar atrasos nas entregas.

O estudo do tema é relevante, pois as estratégias de roteirização baseadas na aplicação da biblioteca *OR-TOOLS* demonstradas a diante, podem otimizar as rotas de entregas para a empresa, resultando em roteiros mais inteligentes com entregas mais rápidas e melhorar o fluxo de informação das rotas, beneficiando a sociedade que utiliza o serviço prestado pela organização.

1.4 Estrutura do Trabalho

O trabalho é composto por seis capítulos, sendo:

- **Capítulo 1:** Introdução e contextualização do tema, Objetivo Geral e Objetivos Específicos, Justificativa e Estrutura do Trabalho.
- **Capítulo 2:** Fundamentação Teórica, a qual foi subdividida em Problema do Caixeiro Viajante, Problemas de Roteirização de Veículos, Modelo Matemático do *VRP*, *OR-TOOLS*, Mineração de Dados, Algoritmo *k-Means*, Fórmula de *Haversine* e Trabalhos Correlatos.
- **Capítulo 3:** Descrição do problema.
- **Capítulo 4:** Metodologia subdividida em Ambiente de Pesquisa, Obtenção de Dados, Cálculo das Distâncias percorridas, Biblioteca *OR-TOOLS* para solucionar o *PCV*, Biblioteca *OR-TOOLS* para solucionar o *VRP*, Ferramenta *k-Means* e a Biblioteca *OR-TOOLS* para solucionar os problemas.
- **Capítulo 5:** Resultados, Análises dos Resultados e Discussões.
- **Capítulo 6:** Conclusões sobre os dados.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Primeiramente, esta seção descreve brevemente sobre o problema do caixeiro viajante, o qual é importante para o melhor entendimento sobre o *VRP*. Em seguida, a descrição e o modelo do *VRP* serão discutidos, junto com algumas de suas variantes, seguido pelos algoritmos para tratar desses tipos de problemas, e alguns estudos aplicados na área.

2.1 Problema do Caixeiro Viajante

O Problema do Caixeiro Viajante (PCV) ou *Traveling Salesman Problem* (TSP) é um dos problemas mais conhecidos e importantes de roteirização. Consiste em determinar um único roteiro das cidades que serão atendidas pelo caixeiro viajante, assegurando que todas as cidades sejam visitadas apenas uma vez, retornando em seguida para origem, percorrendo o menor caminho, num menor tempo e menor custo, a princípio sem restrição da capacidade (JUNIOR, 2010).

É definido por Cunha *et al.*, (2002) como o problema para encontrar um roteiro com menor distância ou custo, que passa por um conjunto de pontos, sendo cada um visitado somente uma vez.

Segundo Junior (2010), outras restrições vêm sendo assimiladas pelo TSP para aplicação em diversas situações relacionadas com problemas de roteirização como: janelas de tempo; capacidade dos veículos; diversificação de tamanho e tipo dos veículos; restrições de tempo máximo de duração dos roteiros realizados pelo veículo ou distâncias máximas que serão percorridas.

Os problemas de roteirização de veículos (*Vehicle Routing Problems - VRPs*) são considerados problemas de múltiplos caixeiros viajantes (*Multiple Traveling Salesman Problem - MTSP*). Para problemas do tipo MTSP determina-se múltiplos roteiros para m Caixeiros viajantes localizados em um único depósito, em que cada cidade ou nó seja visitado exatamente uma vez por apenas um caixeiro viajante de forma que minimize o seu custo total (SOUZA, 1993).

Segundo Hoffman *et al.* (2001) o caixeiro viajante possui uma estrutura matemática na qual um grafo é composto pelas cidades, e cada cidade é denotada por um ponto (ou nó). As linhas conectam dois nós, e podem ser chamadas de arcos ou arestas. Cada linha é uma distância ou custo, e quando o entregador pode ir de cada cidade para cada outra cidade diretamente, o grafo é completo. Uma volta nas

idades corresponde forma um subconjunto das linhas, o qual é chamado de passeio ou ciclo hamiltoniano em teoria dos grafos. O comprimento de um ciclo é a soma dos comprimentos das linhas na ida e volta.

Os autores citados também explicam que, dependendo da direção da aresta do gráfico, a viagem pode ser assimétrica ou simétrica. Para formular o TSP assimétrico em m cidades, introduz-se as variáveis zero-um:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se a aresta } i \rightarrow j \text{ está no passeio} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.1)$$

Além disso, cada nó do grafo deve ter exatamente um arco apontando em direção a ele e apontando para longe dele, obtendo-se assim a atribuição clássica do problema. Estas restrições não são suficientes para que não haja sub-rotas, ou seja, a ocorrência de *loops* disjuntos. Por isso, a formulação do problema do caixeiro-viajante assimétrico deve remover essas sub-rotas de consideração, adicionando-se restrições de “eliminação de *sub-rotas*”. O problema torna-se então:

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m c_{ij} x_{ij} \quad (2.2)$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1 \quad \text{para } i = 1, \dots, m \quad (2.3)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 \quad \text{para } j = 1, \dots, m \quad (2.4)$$

$$\sum_{i \in K} \sum_{j \in K} x_{ij} \leq |K| - 1 \quad \text{para todo } K \subset \{1, \dots, m\} \quad (2.5)$$

Onde K é qualquer subconjunto próprio não vazio das cidades $1, \dots, m$. O custo c_{ij} é permitido ser diferente do custo c_{ji} . Observe que existem $m(m-1)$ 0-1 variáveis nesta formulação. Para formular o problema do caixeiro-viajante simétrico, a direção percorrida é irrelevante, de modo que $c_{ij} = c_{ji}$. Desse modo, seja $x_j \in \{0,1\}$ a variável de decisão onde j percorre todas as arestas E do grafo não direcionado e c_j é o custo de percorrer essa aresta. Para encontrar um ciclo neste grafo, é preciso selecionar um subconjunto de arestas onde cada nó esteja contido em exatamente duas das arestas selecionadas. Assim, o problema pode ser formulado como um segundo problema de emparelhamento em um gráfico com $m(m-1)/2$ 0-1 variáveis,

ou seja, metade do número da formulação anterior. O problema pode ser formulado como:

$$\text{Min } (1/2) \sum_{j=1}^m \sum_{k \in J_j} C_k x_k \quad (2.6)$$

$$\sum_{k \in J(j)} x_k = 2 \quad \text{para todo } j = 1, \dots, m \quad (2.7)$$

$$\sum_{j \in E(K)} x_j \leq |K| - 1 \quad \text{para todo } K \subset \{1, \dots, m\} \quad (2.8)$$

$$x_j = 0 \text{ ou } 1 \quad \text{para todo } j \in E, \quad (2.9)$$

Onde $J(j)$ é o conjunto de todas as arestas não direcionadas conectadas ao nó j e $E(K)$ é o subconjunto de todas as arestas não direcionadas que conectam as cidades em qualquer subconjunto próprio e não vazio K de todas as cidades.

2.2 Problemas de Roteirização de Veículos

O *VRP* é considerado, segundo (TOTH; VIGO, 2002) uma distribuição de mercadorias, em um determinado período de tempo, para um conjunto de clientes por um conjunto de veículos, os quais estão localizados em um ou mais depósitos. Além disso, os autores afirmam que esses depósitos são operados por um conjunto de motoristas, estes realizam seus deslocamentos usando um trajeto adequado.

Por isso, o *VRP* necessita de um conjunto de rotas determinado, onde cada rota é executada por apenas um veículo, o qual começa e termina em seu próprio depósito e cumpre com os requisitos dos clientes, deste modo, todas as restrições operacionais são satisfeitas e o custo é minimizado.

Um ponto importante no *VRP* é a rede rodoviária, que segundo Toth e Vigo (2002) é geralmente descrita através de um grafo, onde os seus arcos representam as seções da estrada e seus vértices correspondem as junções das estradas e localizações dos depósitos e clientes. Os arcos podem ou não ser direcionados, dependendo se podem ser percorridos em um ou dois sentidos.

Cada arco é associado a um custo e a um tempo de viagem, que provavelmente depende do tipo de veículo ou do período no qual o arco é percorrido. Os clientes possuem algumas características, as quais são:

- Vértice do grafo onde o cliente está localizado;

- Quantidade de mercadorias (demanda), que devem ser entregues ou coletadas no cliente;
- Períodos do dia em que o cliente pode ser atendido;
- Tempos necessários para entregar ou coletar as mercadorias no local do cliente;
- Subconjunto dos veículos disponíveis para atender o cliente.

Toth e Vigo (2002) afirmam que o transporte de mercadorias é realizado por uma frota de veículos, a qual pode ter tamanho e composição fixa ou definida de acordo com os requisitos dos clientes. A avaliação do custo global das rotas e restrições operacionais depende do custo da viagem e do tempo de transporte entre cada par de clientes e depósitos. Para cada par de vértices i e j do grafo, é definido um arco (i, j) , onde o custo C_{ij} é o custo do caminho mais curto começando no vértice i e terminando em j . O tempo de viagem t_{ij} de cada arco (i, j) é a soma dos tempos de percurso dos arcos pertencentes ao caminho mais curto de i para j .

Problemas de roteamento de veículos são formados por um conjunto de roteiros que serão atendidos por veículos, obedecendo às seguintes condições (TOTH; VIGO, 2002):

- i. Os roteiros devem ter início e término na origem, ou seja, no depósito;
- ii. Os pontos atendidos por cada rota devem ser visitados por apenas um único veículo e somente uma vez;
- iii. As demandas das rotas devem ser menores ou iguais a capacidade total do veículo designado para atender cada roteiro.

Após definir qual veículo irá atender cada ponto de distribuição, cada roteiro é um TSP.

Segundo Toth e Vigo (2002), os principais objetivos do *VRP* são:

- minimizar os custos de transporte;
- minimizar o tempo de viagem;
- minimizar os custos fixos vinculados aos veículos;
- minimizar o número de veículos necessários para atender todos os roteiros;
- balanceamento das rotas, por tempo de viagem e carga do veículo;
- minimizar as penalidades associadas ao atendimento parcial dos pontos;

Devido à possibilidade de haver diversos tipos de restrições e limitações em casos reais existem muitas variantes do *VRP* (LAPORTE *et al.*, 2009). Algumas

variações do problema de roteamento de veículos resultantes das combinações de restrições e objetivos, de acordo com Cordeau *et al.* (2005), são:

- *VRP* capacitado (*Capacitated Vehicle Routing Problem – CVRP*): concerne a restrição de capacidade do veículo, definindo a carga máxima que poderá ser transportada;
- *VRP* com janela de tempo (*VRP with Time Windows – VRPTW*): adiciona a restrição de janela de tempo que deverá atender cada ponto;
- *VRP* com coleta e entrega (*VRP with pick-up and delivery – VRPPD*): inclui o atendimento de coletas e entregas no mesmo roteiro, podendo variar entre: simultânea (coleta e entrega no mesmo momento), alternada (primeiramente é realizada a entrega, em seguida a coleta) ou é realizada a coleta em um ponto e entrega em outro ou no depósito;

Segundo Karakatic e Podgorelec (2015), o problema de *VRP* com somente um depósito sem limitações de capacidade dos veículos denomina-se por *Singel Depot VRP (SDVRP)* é conhecido por alguns autores na literatura também por problema de roteamento de veículo de depósito único, inserido no contexto dos problemas de roteirização de veículos, representado no pelo o mesmo problema dos múltiplos caixeiros viajantes.

2.3 Modelo matemático do *VRP*

Segundo Toth e Vigo (2002), há três tipos diferentes de modelos básicos para o *VRP*. O primeiro tipo, conhecido como formulação de fluxo de veículos, utiliza variáveis inteiras, associado a cada arco ou vértice do gráfico. Este modelo conta o número de vezes que o arco é atravessado pelo veículo e é um dos mais utilizados, pois, segundo os autores, são adequados para casos em que a solução é a soma dos custos associados aos arcos e quando as restrições mais importantes são relacionadas aos clientes dentro da rota.

Toth e Vigo (2002) afirmam que o segundo tipo de modelo é baseado na formulação de fluxo de *commodities*, onde as variáveis inteiras adicionais são associadas aos arcos ou arestas e representam o fluxo de mercadorias no caminho percorrido pelos veículos. E, de acordo com os autores, o último tipo usa um número exponencial de variáveis binárias, associadas a circuitos viáveis e diferentes.

Conforme Goldberg e Luna (2005, p. 398) *apud* Júnior (2010, p.29), há dois modelos básicos para a formulação do *VRP*: a de Fisher e Jakumar (1981) e a de Fulkerson e Johnson. O modelo de Fisher e Jakumar (1981) está representado pelas equações (2.10) a (2.17):

$$\text{(PRV) Minimizar} \quad z = \sum_{i,j} \left(c_{ij} \sum_k x_{ijk} \right) \quad (2.10)$$

$$\sum_k y_{ik} = 1 \quad i = 2, \dots, n \quad (2.11)$$

$$\sum_k y_{ik} = m \quad i = 1 \quad (2.12)$$

$$\sum_i q_i y_{ik} \leq Q_k \quad k = 1, \dots, m \quad (2.13)$$

$$\sum_j x_{ijk} - \sum_j x_{jik} = y_{ik} \quad i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (2.14)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq \{2, \dots, n\}, k = 1, \dots, m \quad (2.15)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (2.16)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad i, j = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (2.17)$$

Sendo:

- x_{ijk} = variável binária, a qual assume o valor 1 quando o veículo k visita o cliente j após o cliente i , e assume 0 caso o contrário.

- Y_{ik} = variável binária que se iguala a 1 caso o cliente i seja visitado pelo veículo k , e se iguala a 0 caso o contrário.
- Q_i assume a demanda do cliente i .
- Q_k = assume a capacidade do veículo k .
- C_{ij} = representa o custo do percurso do cliente i ao j .

Os autores explicam que a restrição (2.11) faz com que o veículo visite o cliente apenas uma vez. A restrição (2.12) faz com que o depósito receba uma visita de todos os veículos. A (2.13) não permite ultrapassagem da capacidade dos veículos. A (2.14) não permite que os veículos parem suas rotas em apenas um cliente. Enquanto a (2.15) elimina os subgrafos.

2.4 OR-TOOLS

Segundo Lopes (2021) em seu estudo para o Ingeniería Industrial online.com, o OR-TOOLS é um pacote de software de código aberto do Google, que resolve problemas de otimização, e possui metaheurísticas as quais buscam a melhor solução possível para um problema. A ferramenta pode ser usada para resolver problemas de roteamento de veículos, programação linear e inteira, programação de restrições, etc. O autor explica que o OR-TOOLS é desenvolvido na linguagem C++, mas pode ser modelado em outras linguagens de programação, como Python, Java, C#.

De acordo com Lopes (2021), quando o objetivo é otimizar rotas que se configuram como um problema de VRP, a versão mais básica da ferramenta precisa de um conjunto de nós e o custo ou distância que representa o arco que une a origem e o destino.

Conforme Hida, SH (2021), para a construção da função objetivo e das restrições, o OR-TOOLS segue uma versão matricial e precisa da declaração das variáveis, declaração das restrições, definição da função objetivo e apresentação dos resultados.

Lopes (2021) afirma que o conjunto de dados pode ser integrado de duas formas: através de um código em linguagem Python que automatiza os pedidos à alguma API do Google Maps e decodifica as respostas, ou através de um script básico, o qual extrai as informações de um arquivo de formato csv ou xls.

Independentemente da forma como os dados são obtidos, após essa etapa, pode-se usar as bibliotecas de roteamento do OR-TOOLS para um modelo de

programação com restrições que executará uma metaheurística como solver Lopes (2021).

De acordo com o Google, este oferece duas ferramentas que resolvem problemas de programação inteira, as quais são o MPSolver e o CP-SAT. Para a segunda ferramenta aumentar a velocidade computacional, ela funciona sobre números inteiros.

O Google explica que CP é uma otimização de restrições, que identifica soluções viáveis de um conjunto de candidatos, sendo que o problema pode ser modelado com restrições arbitrárias. O CP é baseado na viabilidade e não na otimização, concentrando-se nas restrições e variáveis, e não na função objetivo, podendo até não ter uma função objetivo. O solucionador CP-SAT é uma programação de restrição, e usa métodos SAT (satisfatibilidade).

Lopes (2021) afirma que o OR-TOOLS possui uma grande vantagem, pois por ser um software de código aberto, seu desenvolvimento é baseado em colaboração, ou seja, várias pessoas formulam modelos de otimização em diferentes linguagens de programação todos os dias. O autor afirma que a formulação de problemas de roteirização de veículos recebeu uma contribuição onde modelos para variações do problema foram desenvolvidos, sendo alguns deles TSP, VRP e CVRP.

2.5 Algoritmo *k-Means*

O *k-Means* é um algoritmo de agrupamento exclusivo onde cada elemento é atribuído somente a um *cluster* dentre o conjunto de *clusters* formados. Neste método de agrupamento, inicia-se definindo o número de *clusters* que se almeja formar a partir dos dados, esse número inteiro é o valor de k . (BRAMER, 2016).

De acordo com Ahmed *et al.* (2020), a aplicação do algoritmo *k-Means* resulta na participação de um conjunto de dados de acordo com os critérios de agrupamento sem nenhum conhecimento prévio sobre esse conjunto. Além disso, o *k-Means* também pode ser estudado em estatística, reconhecimento de padrões, bioinformática, otimização, entre outros estudos.

Para Raschka (2015) o *k-Means* também é composto por quatro etapas. O autor explica que a primeira etapa é a escolha aleatória de k centroides dos pontos de amostra como centros iniciais do *cluster*. A segunda etapa é a atribuição de cada amostra ao centroide mais próximo

A terceira etapa é a mudança dos centroides para o centro das amostras que lhe foram atribuídas. A última etapa é a repetição da segunda e terceira etapa até que a atribuição do *cluster* não seja alterada ou uma tolerância seja definida pelo usuário ou um número máximo de iterações seja realizado.

O autor também afirma que a similaridade entre os objetos pode ser definida como o oposto de distância. E geralmente o quadrado da distância euclidiana entre dois pontos w e y no espaço m -dimensional é usada para agrupamentos de amostras com características contínuas.

Na equação anterior, o índice j corresponde à j -ésima dimensão (coluna de características) dos pontos de amostra x e y , enquanto no resto da equação os sobrescritos i e j serão usados para nomear o índice de amostra e índice de *cluster*, respectivamente.

Raschka (2015) também afirma que o *k-Means* pode ser descrito com base na métrica de distância euclidiana. O algoritmo é um problema de otimização simples, com abordagem iterativa para minimizar a soma dos erros quadráticos dentro do *cluster*, o qual também pode ser chamado de inércia do *cluster*.

Na equação, n_0 é o ponto representativo (centroide) para o *cluster* j , e se a amostra está no *cluster* j , caso o contrário.

Segundo Bramer (2016) uma forma de mensurar a qualidade dos *clusters* formados é avaliar o valor da função objetivo. Por exemplo, esta função objetivo poderá ser a soma dos quadrados das distâncias de cada ponto ao centroide do *cluster* ao qual o ponto foi atribuído, o valor desta função deverá ser a menor possível.

2.6 Fórmula de *Haversine*

A fórmula de *Haversine* é uma ferramenta importante utilizada na navegação que consiste em fornecer a distância entre dois pontos da esfera terrestre através da latitude e longitude (MANGESH e CHOPDE, 2013).

A função de *Haversine* é definida como:

$$\text{hav}(\theta) = \sin^2(\theta/2) \quad (2.18)$$

A partir dela é possível calcular a distância entre dois pontos do globo terrestres.

$$D = 2r \operatorname{sen}^{-1} \left(\operatorname{sen}^2 \left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \right) + \cos(\phi_1) \cos(\phi_2) \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\psi_1 - \psi_2}{2} \right) \right)^{1/2} \quad (2.19)$$

Onde D é a distância entre dois pontos da esfera de raio r , latitude ϕ e longitude ψ .

A fórmula calcula a distância de um círculo entre pontos de longitude e latitude, levando em consideração que o raio da Terra é 6367,45 km, junto da localização de dois pontos em coordenadas esféricas.

De acordo com Maria *et al.*, (2019) o método Euclidiano também obtém uma distância, mas diferentemente de Haversine, esse método leva em consideração a relação entre ângulos e distância 2D e 3D, além disso, a distância Euclidiana é calculada com base no Teorema de Pitágoras.

Os dois métodos foram testados para as mesmas distâncias, considerando suas latitudes e longitudes por Maria *et al.*, (2019), e os resultados obtidos pelos dois métodos tiveram uma diferença muito pequena, e uma razão percentual entre cada método de 99,89%. Isso mostra que ambas as fórmulas alcançam resultados parecidos, e mesmo que Haversine leve em consideração a curvatura da Terra, em distâncias pequenas esse valor acaba não influenciando.

Os autores também afirmam que dos dois métodos possuem pontos fortes e fracos: a distância Euclidiana apresenta dificuldade em quão rápido é o movimento de um ponto, podendo não ser capaz de fornecer essa informação; por outro lado. Com isso, o uso de qualquer um dos métodos é justificado sem que um deles traga prejuízo para o estudo em questão.

2.7 Mineração de Dados

A mineração de dados é um processo com alta cooperação entre o homem e as máquinas, visando a exploração de grandes bancos de dados e que tem como objetivo extrair conhecimentos através da percepção de padrões e relacionamento entre variáveis, utilizando técnicas comprovadamente confiáveis e validadas estatisticamente. É considerada como uma mistura de inteligência artificial, pesquisas em estatística e bancos de dados. Possui sua própria metodologia para preparação e exploração de dados, assim como interpretação dos resultados e aquisição dos conhecimentos minerados (CÔRTEZ *et al.*, 2002).

Os dados armazenados são capazes de definir os padrões ou relacionamentos que se deseja minerar, e a funcionalidade da mineração de dados é especificar o tipo de padrões entre os registros, sendo tratada como resultados ou tarefas (CÔRTEZ *et al.*, 2002). Segundo os autores, a funcionalidade da mineração de dados é a análise descritiva e análise de prognóstico, onde a descritiva engloba análise prévia e descobrimento, e o prognóstico inclui estimação, predição e classificação.

Para Amo (2004), a mineração de dados é definida como extração ou mineração de grandes volumes de dados. A autora diferencia tarefa da técnica de mineração mostrando que tarefa é a especificação do se deseja buscar nos dados, suas regularidades e padrões, enquanto a técnica consiste na especificação dos métodos que descubram esses padrões.

Dentro da mineração de dados encontramos algoritmos de agrupamento, que segundo Hamerly e Elkan, (2003) são instrumentos úteis para a mineração de dados, estimativa de densidade de probabilidade e outras tarefas importantes. Porém, os autores afirmam que a maioria dos algoritmos de agrupamento exige um número de agrupamentos específico, chamado de k .

Os autores Hamerly e Elkan (2003) explicam que algoritmos de agrupamento baseados em centros geralmente assumem que cada grupo aceita uma distribuição unimodal, como a gaussiana. Assim, somente um centro deve ser usado para agrupar cada subconjunto de dados que segue uma distribuição unimodal, e um exemplo de algoritmo deste tipo é o *k-Means*.

2.8 Trabalhos Correlatos

O artigo de Néia *et al* (2016) teve como objetivo apresentar uma sugestão para analisar a qualidade de rotas de veículos, baseado em suas propriedades geométricas.

A metodologia utilizada foi uma análise visual através de técnicas de Coordenadas Paralelas e Viz3D, seguido de uma classificação por uma Rede neural de Retropropagação. Os resultados obtidos mostraram que a proposta é útil para classificar as rotas em boas ou ruins, com uma taxa de acerto de 99,87%, independentemente do número de clientes, e com rotas de 32 a 80 convidados e quantidade de veículos de 5 a 10.

Um outro artigo que também utilizou *VRP* foi o de Lima *et al* (2019), o qual tinha como objetivo abordar um estudo sobre desenvolvimento e implementação de um modelo matemático que determine rotas para diferentes veículos com capacidades distintas.

O estudo foi feito através de uma formulação matemática, utilizando um software de otimização para resolução do modelo e análise dos resultados obtidos, buscando a minimização dos custos logísticos. Os resultados foram bons e conseguem atender à necessidade do problema, entretanto, conforme crescia a quantidade de pontos a serem visitados, o modelo apresentou maior tempo de resolução e maior quantidade de memória RAM. Os resultados obtidos foram somente para 10 e 13 pontos, inviabilizando o modelo pela limitação de pontos a serem visitados e não permitindo a resolução de modelos maiores.

Um terceiro trabalho que tem relação com o presente estudo é o de Curcio (2014), com objetivo de diminuir a quilometragem acumulada entre ônibus de uma frota e aumentar a média de quilômetros acumulados entre veículos de outras frotas de uma empresa.

A metodologia do trabalho foi elaborar modelos que resultaram na escolha das rotas que os ônibus devem atender, junto de uma análise gráfica para comparar a estimativa da quilometragem acumulada nos veículos em 10 anos, entre o modelo atual da empresa e a metodologia proposta. O estudo mostrou que as heurísticas criadas são complementares entre si, e podem ser aplicadas em pequenas, médias ou grandes frotas. Os resultados mostraram que se pode reduzir ou aumentar a diferença entre quilometragens quando é feito um remanejamento das rotas e veículos, entretanto, em todas as propostas o resultado da função objetivo é o mesmo, com a mesma somatória total.

Filho, Lavratti (2007) apresentaram uma abordagem para o planejamento de entregas de mercadorias das empresas de serviços logísticos às indústrias. Baseado no conceito de Busca Heurística, o trabalho objetiva agilizar a criação de uma rota de entrega, trazendo benefícios financeiros para as empresas de transporte.

Os autores utilizaram o Método das Economias (Clarke e Wright) e o Método de Melhorias (Otimização 2-opt e 3-opt) para a criação da rota. Os resultados mostraram que nenhuma heurística garantiu uma solução ótima, os autores utilizaram o Método das Economias (Clarke e Wright) e o Método de Melhorias (Otimização 2-opt e 3-opt) para a criação da rota. Os resultados mostraram que nenhuma heurística

garantiu uma solução ótima, mas tendo em vista que o modelo desenvolvido trabalho deveria otimizar o desempenho de uma heurística, e quanto melhor for essa heurística, melhores os resultados, pode-se concluir que, mesmo com técnicas simples, é possível otimizar custos em uma malha rodoviária, além disso, mostrou novas tecnologias para gerenciamento e controle de uma empresa dessa área.

O artigo de Menezes *et al* (2012) propõe um algoritmo para solucionar o PRVMV, que é uma extensão do *VRP*. Utilizando uma metaheurística *Iterated Local Search (ILS)*, junto do *Random Variable Neighborhood Descent (RVND)*, o modelo cria conjuntos de rotas que são atribuídas a veículos, através de uma heurística inspirada em *Bin Packing Problem (BPP)*. Os resultados obtidos no trabalho foram eficientes e robustos para solucionar o PRVMV.

Lucindo *et al* (2020), publicaram seu trabalho, cujo objetivo é apresentar conceitos da roteirização de veículos e o processo de modelagem da roteirização de ônibus, destinados ao transporte de servidores da Universidade Federal de Juiz de Fora, minimizando o número de veículos e suas rotas.

Os autores utilizaram Geocoding, *k-Means*, Reverse Geocoding, Distance Matrix e o método de Clarke e Wright, na linguagem Python para o roteamento dos veículos e seus resultados foram bons e o algoritmo reduziu o número de ônibus nas vias de acesso ao campus da UFJF, cumprindo com o objetivo de diminuir congestionamentos nos horários de pico e otimizando o custo dos transportes dos servidores.

Lopes (2020) escreveu um artigo no qual foi utilizado um modelo unificado de roteirização de veículos que emprega uma metaheurística de busca adaptativa em grande vizinhança para atingir os resultados de roteirização colaborativa com clientes compartilhados visando minimizar a distância total percorrida pelos veículos militares.

O trabalho apresentou uma adaptação do modelo de roteirização com um e múltiplos depósitos para simulação dos resultados do *SCC-VRP*. Os resultados mostraram que essa metodologia é viável para a identificação e roteirização de clientes compartilháveis entre as Forças Armadas. O estudo atingiu o objetivo e identificou resultados de colaboração entre as FA e reduziu a distância total percorrida em 2,45% para o caso estudado, no período de maio a julho de 2019. Além disso, facilitou o controle de suprimentos quando apenas um transportador realiza a demanda.

Cunha (2000) publicou um trabalho que objetiva discutir aspectos práticos que afetam a aplicação de modelos matemáticos a problemas de roteirização de veículos, destacando condicionantes encontrados em aplicações reais. Além disso, aborda levantamento de dados e a influência deles na qualidade das soluções. Os resultados mostraram que é muito difícil obter e tratar dados realistas no Brasil e que muitas vezes se opta por adotar heurísticas que nem sempre apresentam bom desempenho, dependendo das restrições do problema.

Gonçalves *et al* (2016) em seu artigo tem como objetivo conhecer o contexto e apresentar o processo logístico e tecnológico dos Correios, Diretoria Regional da Paraíba. Os autores entrevistaram gestores das duas áreas de entregas principais (Centro de Distribuição Domiciliária -CDD e Centro de Entrega de Encomendas – CEE) para obter os dados. Os resultados mostraram que os processos realizados são complexos, e os fundamentos da logística e dos sistemas de informação são importantes para auxiliar os gestores a aumentar a realização dos processos.

Terceiro, Pontes, Albertin (2019) publicaram um artigo sobre roteirização aplicado em uma distribuidora de produtos alimentícios, de higiene, de bebidas e ração. O objetivo do estudo é utilizar um modelo de otimização de rotas de vendas para melhorar o planejamento de roteirização dessa distribuidora e minimizar o tempo de rota e o número de vendedores.

O trabalho foi realizado através do Problema de Roteirização de Veículos com Multi Depósitos, através da definição dos roteiros de vendedores e clientes, com base em várias restrições. Utilizou-se modelos matemáticos da literatura, a biblioteca *OR-TOOLS* e o Programa Google *Directions*. Os resultados mostraram quão importante é investir em otimização para operações logísticas, para reduzir custos e aumentar sua eficiência.

3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Para atender a demanda em grandes cidades, o setor de distribuição da empresa de serviço postal, que foi objeto deste trabalho, está dividido em duas unidades operacionais: Centro de Distribuição Domiciliar (CDD) – responsável pelas entregas de cartas e correspondências; e Centro de Entrega de Encomendas (CEE) – responsável exclusivamente pelas entregas de encomendas. Os centros são dimensionados de acordo com a demanda da cidade atendida, desta forma, define-se o número de funcionários e veículos necessários para executar as entregas.

A cidade de Londrina atualmente conta com quatro CDDs e apenas um CEE. O CEE Londrina possui um efetivo aproximado de 51 entregadores e 43 veículos que atendem toda a cidade de Londrina e a cidade vizinha Cambé. Os entregadores estão alocados em 43 distritos, sendo que, em três destes distritos, o serviço de entrega é realizado em duplas, no qual um funcionário é o motorista do veículo e o outro é um acompanhante.

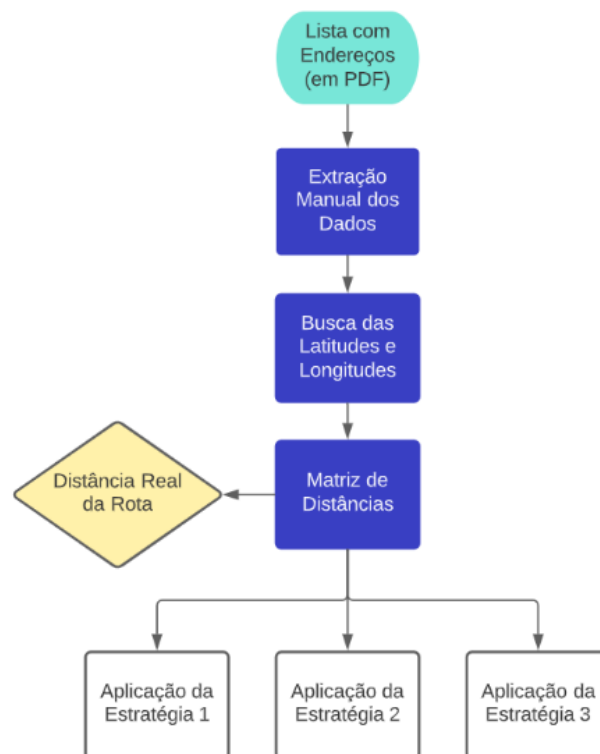
As unidades operacionais da empresa, responsáveis pelas entregas de encomendas, utilizam o Sistema de Distritamento de Encomendas (SDE) para dimensionar os distritos dos atendidos pelos entregadores, porém o SDE não oferece a funcionalidade de roteamento dos distritos. O roteamento é realizado pela equipe de gestores da unidade, gerente e supervisores, podendo contar com a participação de funcionários qualificados e também pelos próprios entregadores, que atendem os distritos. Nenhuma técnica ou modelo matemático que possa auxiliar na melhor formação das rotas é empregada, o roteamento é realizado com base na experiência e conhecimento de área da equipe para designação das rotas, ou seja, não consideram variáveis como trechos improdutivos onde os entregadores têm que percorrer uma longa distância entre uma entrega e outra ou impróprios quando oferece riscos em uma determinada área de atendimento.

4. METODOLOGIA

4.1 Etapas da pesquisa

O fluxograma mostra as etapas da pesquisa desde a coletas de dados a partir das listas de entregas emitidas pelo sistema da empresa, o tratamento dos dados e a busca das localizações geográficas de cada ponto atendido para se chegar à matriz de distâncias, utilizada posteriormente na aplicação das estratégias aplicadas.

Figura 1 - Fluxograma da metodologia aplicada



Fonte: Autoria própria (2022)

4.2 Obtenção de Dados

As informações a respeito dos pontos de entregas foram extraídas manualmente das listas de objetos entregues aos entregadores (LOEC's) geradas pelo sistema de rastreamento de objetos (SRO) de acordo com as demandas diárias de encomendas a serem entregues em diversos pontos atendidos por cada roteiro de distribuição do Centro de Entrega de Encomendas de Londrina (CEE), no período entre os dias 16 e 31 de dezembro de 2020. Desta forma, foi elaborada a base de dados utilizada no estudo, conforme o atributo descrito no Quadro 1, totalizando 113 pontos de atendimento para o primeiro roteiro estudado e 86 pontos para o segundo.

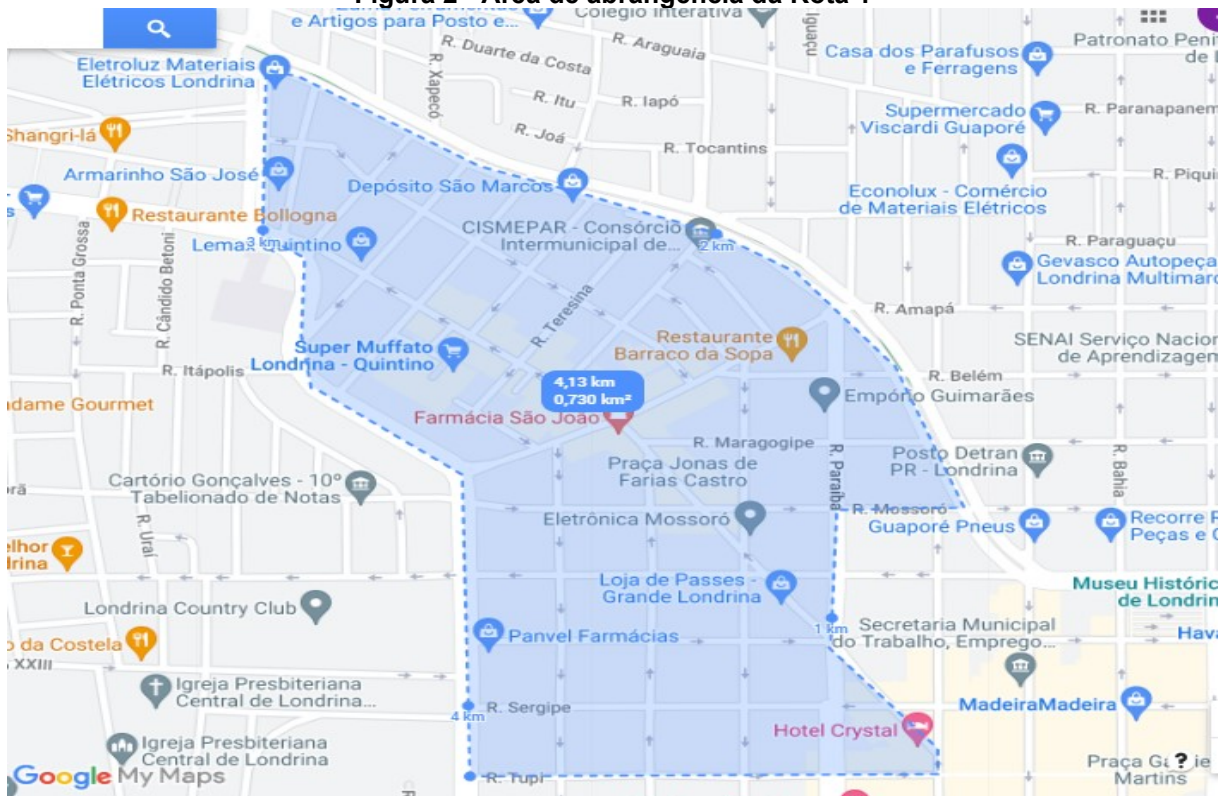
Quadro 1 - Base de dados

| Campo | Descrição |
|----------|--|
| Endereço | Endereço do ponto de entrega (logradouro e número) |
| Cidade | Cidade atendida |
| Estado | Estado atendido |

Fonte: Aatoria própria (2022)

Para realização deste estudo foram considerados, além da localização do Centro de Entrega de Encomendas, origem e destino de cada roteiro, dois roteiros já existentes distintos e adjacentes, atualmente em uso pela unidade de distribuição, designados para atender a região central da cidade de Londrina, identificados neste estudo como Rota 1 e Rota 2, atendidos por dois entregadores. Os endereços atendidos, apesar de não serem coincidentes, eventualmente podem se cruzar ocasionando a invasão de um roteiro na área atendida pelo outro roteiro.

Figura 2 - Área de abrangência da Rota 1



Fonte: Aatoria própria (2022)

Figura 3 - Área de abrangência da Rota 2



Fonte: Autoria própria (2022)

Diante dos dados coletados e endereços dos pontos de entregas foi elaborada uma matriz com as coordenadas geográficas para cada roteiro contendo a latitude e longitude, obtidas individualmente por endereço com o auxílio do *Google Maps*.

Tabela 1 - Amostra das coordenadas geográficas dos endereços da Rota 1

| Endereço | latitude | Longitude |
|--|-----------|-----------|
| Centro de Entregas de Encomendas | -23,31755 | -51,21187 |
| Av Juscelino Kubitschek 1132 Londrina Parana | -23,30967 | -51,17085 |
| Av Juscelino Kubitschek 1356 Londrina Parana | -23,31302 | -51,17095 |
| Rua Massahiko Tomita 136 Londrina Parana | -23,31413 | -51,17186 |
| Rua Tupi 579 Londrina Parana | -23,31026 | -51,16963 |
| Rua Tupi 611 Londrina Parana | -23,30999 | -51,16983 |
| Rua Paranagua 600 Londrina Parana | -23,3097 | -51,16953 |
| Rua Paranagua 540 Londrina Parana | -23,30954 | -51,1694 |
| Rua Paranagua 539 Londrina Parana | -23,30906 | -51,16899 |

Fonte: Autoria própria (2022)

Tabela 2 - Amostra das coordenadas geográficas dos endereços da Rota 2

| Endereço | Latitude | Longitude |
|---|-----------------|------------------|
| Centro de Entregas de Encomendas | -23,31755 | -51,21187 |
| Av Juscelino Kubitscheck 1834 Londrina Parana | -23,31826 | -51,17052 |
| Rua Santos 1300 Londrina Parana | -23,31722 | -51,16682 |
| Rua Santos 1299 Londrina Parana | -23,31740 | -51,16749 |
| Rua Santos 1250 Londrina Parana | -23,31699 | -51,16752 |
| Rua Santos 1159 Londrina Parana | -23,31605 | -51,16678 |
| Rua Santos 1150 Londrina Parana | -23,31582 | -51,16743 |
| Rua Santos 1130 Londrina Parana | -23,31578 | -51,16727 |
| Rua Santos 1127 Londrina Parana | -23,31581 | -51,16680 |

Fonte: Autoria própria (2022)

Como ferramenta de pesquisa foi instalada a distribuição Anaconda para execução de *Scripts* em *Python* com *Jupyter Notebook*, considerando a facilidade oferecida em relação ao gerenciamento de pacotes de dados necessários.

A partir das matrizes de endereços e coordenadas geográficas foi utilizada a fórmula de *Haversine*, executada na linguagem de programação *Python* para obter-se as matrizes de distâncias, onde se tem as distâncias em metros entre cada endereço e os demais. Em seguida, após a execução dos códigos para resolução dos problemas, foi obtida uma solução para cada uma das estratégias aplicadas ao problema, além disso, foi feita uma simulação do caminho percorrido pelos entregadores, seguindo a sequência de atendimento dos pontos indicados pelo sistema utilizado na empresa de serviço postal, este serviu de comparação para os resultados encontrados.

- **Estratégia 1:** Resolução do problema admitindo-se ser um problema PCV para cada um dos roteiros com a utilização da biblioteca OR-TOOLS;
- **Estratégia 2:** Resolução do problema de *VRP* considerando todas as entregas dos dois roteiros utilizando a biblioteca OR-TOOLS;
- **Estratégia 3:** Resolução do problema de *VRP* considerando todas as entregas dos dois roteiros em duas etapas, a primeira etapa utilizando o método *k-Means* para a clusterização dos pontos em dois grupos; a segunda etapa aplicando a biblioteca OR-TOOLS para cada *cluster* formado.

4.3 Cálculo das distâncias reais percorridas

Após a obtenção das matrizes de distâncias, inicialmente foi elaborada uma função em linguagem *Python* capaz de calcular as distâncias reais percorridas pelos entregadores conforme habitualmente as entregas eram efetuadas, ou seja, rigorosamente seguindo as mesmas sequências de entregas indicadas nas listas de entregas (LOEC) geradas pelo SRO.

Os resultados das distâncias reais percorridas pelos entregadores foram mostrados e discutidos na seção seguinte.

4.4 Solucionando o PCV com a biblioteca *OR-TOOLS*

Nesta etapa foi utilizado o pacote de *software* livre e de código aberto *OR-TOOLS*, desenvolvido pelo *Google*, uma ferramenta capaz de resolver problemas de roteamento de veículos, programação linear ou inteira mista, programação de restrição e problemas de otimização (*Google Developers*).

Para as soluções iniciais do problema foi utilizado a biblioteca *OR-TOOLS* e as matrizes de distâncias dos roteiros (Rota 1 e Rota 2), admitiu-se como sendo problemas de caixeiro viajante (PCV) com o número de veículos igual a 1 para cada solução e posição 0 para o depósito, referente a localização do Centro de Entregas de Encomendas.

Os dois resultados obtidos foram discutidos no capítulo seguinte deste estudo.

4.5 Solucionando o VRP com a biblioteca *OR-TOOLS*

Com o intuito de obter-se uma solução alternativa para o problema, bem como, de acordo com o conceito do *VRP*, foi executado novamente o *script* do código da biblioteca *OR-TOOLS* modificado. Todavia, utilizou-se uma nova matriz de coordenadas geográficas considerando todos os dados referentes aos pontos atendidos pelos dois roteiros (Rota 1 e Rota 2) num total de 199 pontos atendidos, considerando a localização do Centro de Entregas de Encomendas, ou seja, o ponto de origem e chegada dos roteiros, como a posição 0.

A partir da nova matriz com as coordenadas geográficas, foi utilizada novamente a fórmula de *Haversine*, na qual foi obtida uma nova e única matriz de distância de todos os pontos atendidos pelos entregadores.

Em seguida foi executado o *script* do código da biblioteca *OR-TOOLS*, desta vez, com o número de veículos ajustado para 2 e posição 0 para o depósito, referente a localização do Centro de Entregas de Encomendas, tendo como objetivo encontrar duas soluções distintas para o caminho otimizado percorrido por cada um dos roteiros.

Na seção seguinte foram demonstrados e discutidos os resultados encontrados.

4.6 Solucionando os problemas com a estratégia *k-Means* e a biblioteca *OR-TOOLS*

Para se obter uma terceira solução e assim ampliar as discussões a respeito do problema, foi realizada uma nova abordagem.

Diante da matriz de coordenadas geográficas considerando todos os pontos de atendidos pelos entregadores das duas rotas, foram excluídos os dados referentes a localização do Centro de Entregas de Encomendas, pois foi considerado como sendo um *outlier* em relação aos demais pontos e assim buscou-se facilitar a formação dos *clusters*.

Depois, através da execução do algoritmo de clusterização *k-Means*, disponível na biblioteca *Scikit-Learn*, foi definido o número de *clusters* pretendido sendo igual a 2, em referência ao número de entregadores designados para atender a região explorada, em seguida, executado o *script* para definição dos *clusters* formados pelo algoritmo.

Após a geração dos dois *clusters* pelo algoritmo foram obtidas duas matrizes, onde armazenaram-se as coordenadas geográficas e endereços para cada *cluster*. Em cada matriz foi inserida novamente as coordenadas geográficas e endereço do Centro de Entregas de Encomendas, alocados na posição 0 da matriz e obtidas as matrizes de distâncias pela fórmula de *Haversine* para cada *cluster* estabelecido pelo algoritmo.

Em seguida, utilizando novamente a biblioteca *OR-TOOLS* foi definido o número de veículos sendo igual a 1, a localização do depósito relativo à matriz de distâncias - posição 0, para cada *cluster*.

Deste modo, a execução do *script* obteve duas novas soluções para o problema, onde foram demonstrados e discutidos no capítulo seguinte deste trabalho.

5. RESULTADOS

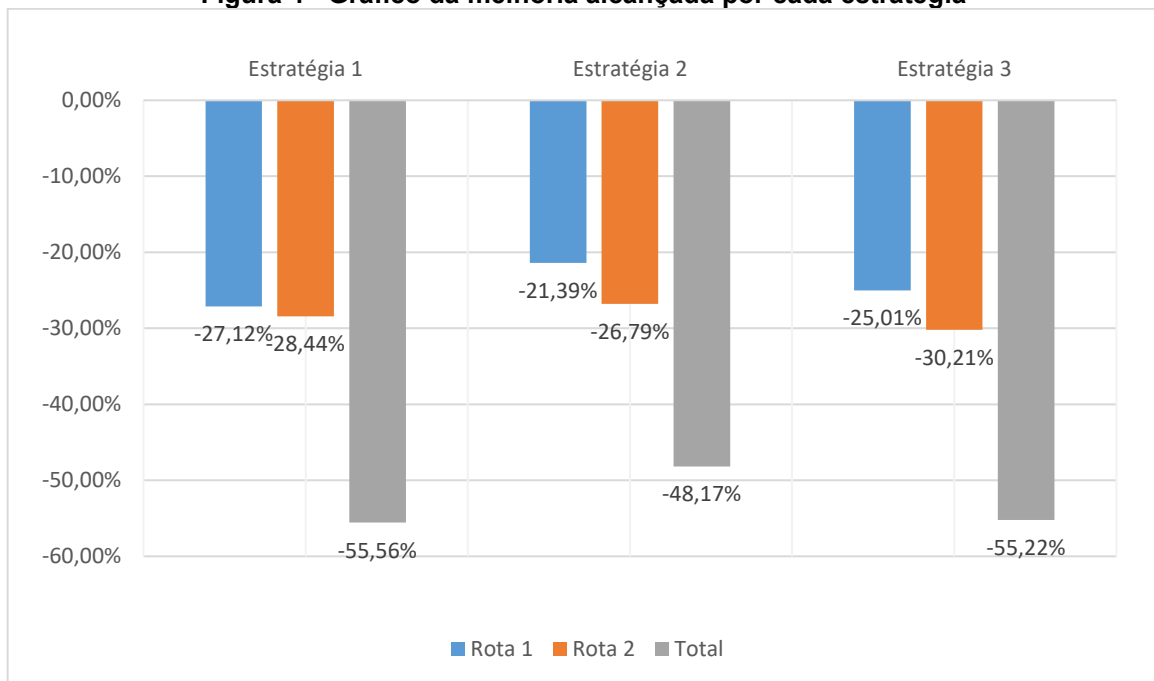
Após o cálculo das distâncias reais percorridas pelos entregadores, 22650 e 24321 metros para a Rota 1 e 2 respectivamente, foi elaborada a Tabela 3, a qual mostra as soluções encontradas por meio de cada estratégia abordada, em seguida o comparativo dos resultados encontrados.

Tabela 3 - Comparativo entre as distâncias totais percorridas

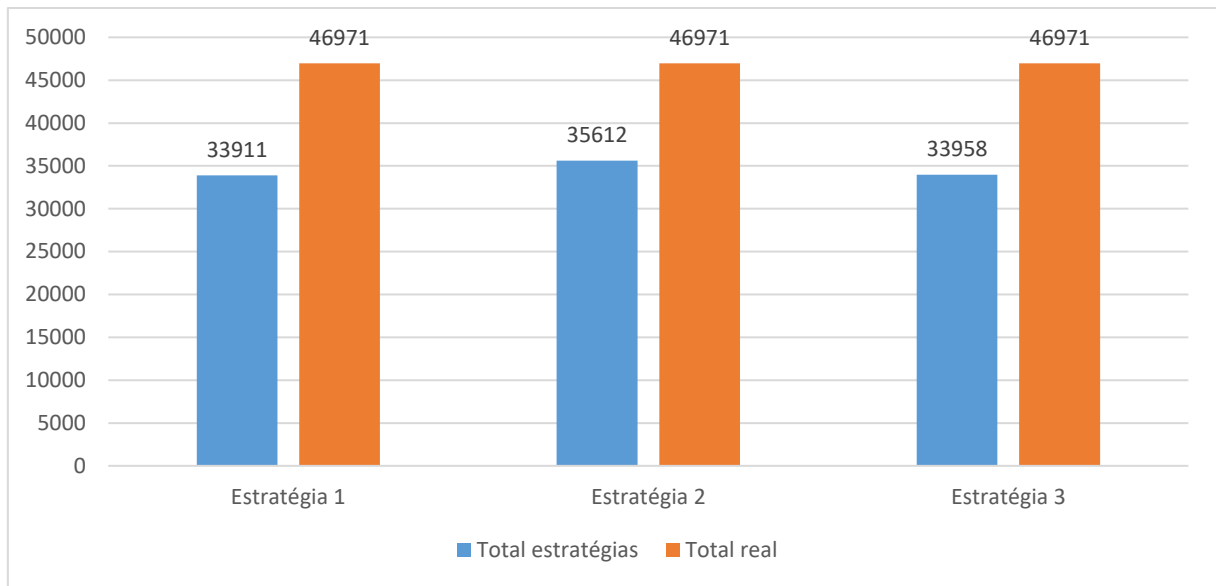
| Rotas | Distância Percorrida | | | |
|--------------|----------------------|--------------|--------------|-------|
| | Estratégia 1 | Estratégia 2 | Estratégia 3 | Real |
| 1 | 16508 | 17806 | 16985 | 22650 |
| 2 | 17403 | 17806 | 16973 | 24321 |
| Total | 33911 | 35612 | 33958 | 46971 |

Fonte: Autoria própria (2022)

Figura 4 - Gráfico da melhoria alcançada por cada estratégia



Fonte: Autoria própria (2022)

Figura 5 - Gráfico das distâncias totais por estratégia

Fonte: Autoria própria (2022)

Tabela 4 - Comparativo entre os tempos de execução dos códigos de cada estratégia

| Rotas | Tempo de Execução | | |
|-------|-------------------|--------------|--------------|
| | Estratégia 1 | Estratégia 2 | Estratégia 3 |
| 1 | 3,15 | 34,56 | 4,78 |
| 2 | 0,87 | 34,56 | 4,78 |

Fonte: Autoria própria (2022)

5.1 Análise dos Resultados e Discussões

Considerando a Estratégia 1 aplicado ao problema e os resultados obtidos (Tabela 5), pode-se afirmar que houve uma redução significativa nas distâncias percorridas pelos entregadores nos dois roteiros analisados, representando uma melhoria de aproximadamente 27,12% no total percorrido pela Rota 1 e aproximadamente 28,44% no total percorrido pela Rota 2, quando comparadas às distâncias reais percorridas pelos entregadores.

Analisando os resultados obtidos pela Estratégia 2 (Tabela 3), também se observou uma redução significativa em relação às distâncias reais percorridas pelos entregadores, aproximadamente 21,38% e 26,79% respectivamente para a Rota 1 e Rota 2. Além disso, percebeu-se que esta estratégia tornou as distâncias percorridas pelos dois roteiros semelhantes, indicando assim uma melhor distribuição dos pontos atendidos entre os dois roteiros.

Já pela Estratégia 3 quando comparados com as distâncias reais, os resultados obtidos tiveram características semelhantes à estratégia anterior, redução

nas distâncias percorridas de aproximadamente 25,01% para Rota 1 e 30,21% para Rota 2, bem como em relação à melhor distribuição dos pontos atendidos entre os dois roteiros analisados.

Porém, deve-se considerar que, a forma de extração das distâncias reais não se utilizou o meio mais adequado, utilizando somente a fórmula de *Haversine*, a qual considera apenas a curvatura da Terra que, neste caso, é desprezível diante a proximidade dos pontos analisados, impossibilitando uma análise fiel da realidade, bem como a implementação das estratégias aqui aplicadas.

Os resultados obtidos neste estudo, na aplicação das três estratégias abordadas, assim como, na simulação das distâncias reais percorridas pelos entregadores, foram processados por meio de um notebook equipado com um processador Intel Core i3 de 3ª geração, 1,80 GHz e 4GB de memória RAM instalada.

Embora todas as estratégias aqui analisadas tenham se comportado de maneira promissoras, quando considerado apenas a minimização das distâncias percorridas pelos entregadores em relação ao seu trajeto originalmente realizado, outro aspecto importante que deve ser analisado na avaliação a respeito da viabilidade de aplicação e implementação, é o tempo de execução do código.

As estratégias abordadas neste trabalho resultaram em um tempo computacional relativamente alto, revelando assim a fragilidade do estudo, já que nenhuma heurística ou metaheurística foram utilizadas neste estudo, o que poderiam resultar em um tempo computacional mais eficiente mesmo com a utilização de processadores menos avançados.

O tempo computacional é um aspecto evidentemente importante, sabendo que parte do expediente dos entregadores é destinado para o trabalho interno, ou seja, são necessários para o processo de preparação da carga diária de encomendas e para a geração das listas de entregas com os roteiros dos pontos atendidos para cada uma das rotas, portanto, deve ser minimizado para que o tempo destinado efetivamente ao atendimento dos pontos seja o maior possível.

O SRO, também conhecido internamente como LOEC Automática, armazena as informações dos pontos de entregas simultaneamente ao lançamento no sistema do centro de entregas, desta forma aloca os endereços em posições previamente programadas e ordenadas de cada roteiro, dessa forma, geram as listas de maneiras instantâneas ao final do lançamento de toda carga, mesmo sem realizar qualquer tipo

de otimização. Para isso, usa uma rede interna de computadores *online* conectados a um servidor que armazena essas informações.

Logo, considerando as características atuais do sistema utilizado pela Empresa, suas necessidades e os resultados obtidos neste estudo, apesar de importantes resultados alcançados, quando observado apenas a minimização das distâncias percorridas, deve-se considerar as limitações do estudo e a importância do tempo de execução dos códigos.

Neste estudo foram analisadas somente duas das 43 rotas instaladas no centro de entregas de encomendas de Londrina. Portanto, para avaliar a viabilidade de qualquer uma das estratégias é imprescindível que se tenha um código capaz de reduzir as distâncias percorridas em um menor tempo possível.

Diante disso, mesmo que a Estratégia 1 não se trata de um problema de *VRP*, esta estratégia se mostrou bastante eficiente na obtenção de roteiros otimizados, capaz de minimizar o deslocamento e provavelmente aumento da produtividade do entregador, sem comprometer o tempo efetivo de entrega, uma vez que, a execução do código é razoavelmente rápida e aplicável, de maneira individualizada, para cada rota, basta apenas adaptar o sistema para que as listas possam ser geradas em formato adequado.

Já, quando aplicado a Estratégia 2, este esbarra em um fator de extrema importância, tornando-se inviável para aplicação e implementação com os recursos e configurações que o modelo foi executado neste estudo. Embora tenha resultado numa expressiva diminuição da distância percorrida pelos entregadores e promova a migração de alguns pontos para outros roteiros e os torna mais equilibrados em relação a estas distâncias, o tempo necessário de execução do código é significativamente alto, acarretando numa grande demanda de tempo e perda de trabalho efetivo de distribuição. Vale ressaltar que o desempenho ficou comprometido pelas configurações obsoletas do notebook utilizado para se chegar às soluções aqui expostas, além disso, existe a possibilidade de ganho ao utilizar-se um processador atualizado.

Na Estratégia 3, assim como os demais, houve um ótimo ganho em relação às distâncias percorridas tanto na Rota 1 quanto na Rota 2, no entanto, demandou um tempo ligeiramente alto para execução do código quando é considerada a aplicação para todos os roteiros da unidade de distribuição. Por outro lado, o impacto no tempo necessário para executar o código poderá ser minimizado considerando o tempo que

é preciso para atender todos os pontos dos roteiros otimizados de maneira mais eficiente, bem como, a utilização de um processador com melhor desempenho capaz de reduzir o tempo de execução do código.

Outra importante característica observada ao aplicar a Estratégia 3 foi a configuração das rotas, ou seja, a realocação de pontos em roteiros diferentes dos roteiros originalmente alocados pelo SRO, desta forma, tornou as rotas com distâncias totais percorridas semelhantes e equilibradas.

Observando os resultados obtidos nas três estratégias aplicadas no estudo, pode-se afirmar que, neste caso, a Estratégia 1 mostrou-se ser mais eficiente em relação as outras duas, uma vez que o problema do caixeiro viajante é um problema com menor nível de complexidade necessitando de um tempo computacional menor para encontrar uma solução razoavelmente satisfatória.

Analisando a parte prática do estudo em que foi utilizado como ferramenta principal a biblioteca *OR-TOOLS* para se encontrar pelo menos uma solução que conseguisse atender as perspectivas do trabalho de se obter roteiros otimizados, esta se mostrou eficiente, pois, em geral, considerando o número de pontos de entrega do problema proposto neste estudo, o tempo de execução dos códigos se mostrou relativamente baixo. No entanto, a disponibilidade de tempo da empresa em questão dedicado para executar tais procedimentos ainda é menor que a necessária, inviabilizando a aplicação assim como se apresenta.

Uma característica interessante na utilização do *OR-TOOLS* e já citado anteriormente quando se considerado todos os pontos de entrega dos dois roteiros, está relacionado com a capacidade de realocar os pontos em outro roteiro que melhor possa atendê-los, roteiro diferente do qual inicialmente foi atribuído, desta forma, tanto foi possível se obter a redução das distância quanto possibilitou a melhoria no dimensionamento de ambos os roteiros, tornando suas distancias totais percorridas praticamente iguais.

Esse trabalho apresentou algumas dificuldades, e uma delas foi o fato de as estratégias só terem sido testas com as duas rotas disponibilizadas pela empresa. Poderia ter-se um número maior de rotas, bem como usado instâncias prontas e disponíveis na literatura ou na internet para se identificar possíveis pontos fracos e fortes nas estratégias, e assim adequá-las para que elas sejam realmente aplicáveis.

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo apresentar o estudo de estratégias de roteirização baseado nos endereços das entregas e as distâncias existentes entre todos os pontos.

Foram apresentadas três estratégias diferentes, sendo a primeira estratégia de resolução para um problema PCV utilizando a biblioteca *OR-TOOLS*. A segunda estratégia de resolução de um problema de *VRP* considerando todos os pontos dos dois roteiros e uso da biblioteca *OR-TOOLS*. E a terceira estratégia de resolução de um problema de *VRP* considerando todos os pontos dos dois roteiros em duas etapas, sendo a primeira com a estratégia *k-Means* para clusterização dos pontos, e a segunda com a biblioteca *OR-TOOLS* para cada *cluster* formado.

Os resultados obtidos mostraram que as três estratégias cumpriram com o objetivo de diminuir as distâncias das entregas. A primeira estratégia apresentou uma melhoria de aproximadamente 27,12% no total percorrido pela Rota 1 e aproximadamente 28,44% no total percorrido pela Rota 2, comparadas as distâncias reais percorridas pelos entregadores.

A Estratégia 2 encontrou uma redução de aproximadamente 21,38% e 26,79% respectivamente para a Rota 1 e Rota 2. E a Estratégia 3 reduziu cerca de 25,01% para Rota 1 e 30,21% para Rota 2, em comparação com as rotas reais, além disso, obteve uma melhor distribuição dos pontos atendidos entre os dois roteiros analisados.

Entretanto, apesar de todas as estratégias ter reduzido as distâncias totais percorridas pelas rotas, os tempos de processamento dos códigos foram altos, em média 2,01 minutos para o Estratégia 1, 34,76 minutos para a Estratégia 2 e 4,78 minutos para a Estratégia 3. Isso pode inviabilizar a aplicação de parte das estratégias na Empresa, tendo em vista que as rotas estudadas aqui são amostras das rotas reais, que são mais numerosas, pois pode atrasar os entregadores e diminuir o tempo disponível para realização das entregas.

Por isso, uma sugestão de trabalhos futuros poderia ser colocada a implementação de heurísticas consagradas na literatura para se obter tempos reduzidos e competitivos. Também incluir mais pontos em alguns modelos para se avaliar o tempo computacional com estas mesmas estratégias utilizadas.

Deve-se, também, utilizar outro meio para determinar a matriz de distâncias entre endereços atendidos, uma vez que o meio utilizando neste estudo não é capaz

reproduzir fielmente estes valores, sendo essencial a utilização de outro como a distância de *Manhattan* ou as distâncias obtidas por meio do *Google Maps* para se chegar a resultados mais precisos e confiáveis.

Outra sugestão é a execução dos códigos utilizados nas estratégias abordadas neste estudo em computadores mais potentes com um melhor desempenho, considerando que uma das limitações do estudo foi a limitação tecnológica para se avaliar estas estratégias.

REFERÊNCIAS

- AHMED, M., SERAJ, R., ISLAM, S. The k-means algorithm: A comprehensive survey and performance evaluation. *Electronics (Switzerland)*, 2020. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2079-9292/9/8/1295/htm>>. Acesso em: 10 abr. 2022.
- AMO, S. Técnicas de Mineração de Dados. ResearchGate, 2015. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Sandra-Amo/publication/260300816_Tecnicas_de_Mineracao_de_Dados/links/54230bd80cf290c9e3ae25e3/Tecnicas-de-Mineracao-de-Dados.pdf>. Acesso em: 10 abr. 2022.
- BRAMER, Max. Principles of data mining. Undergraduate Topics in Computer Science – UtiCS. Springer 3ª Ed. University of Portsmouth – Hampshire/UK, 2016.
- CABRAL, D. *et al.* 15,5 BILHÕES DA RECEITA DAS EMPRESAS ENTRE 2015 E. p. 5–7, 2018.
- CORDEAU, J. F.; GENDREAU, M.; HERTZ, A.; LAPORTE, G.; SORMANY, J. S. **New heuristics for the vehicle routing problem**. Springer US, 2005.
- BLOG DOS CORREIOS. **Como a logística dos Correios tem apoiado o combate à COVID-19**. Disponível em: <<http://apps2.correios.com.br/blogcorreios/category/institucional/>>. Acesso em: 29 abr. 2021.
- CÔRTEZ, S., PORCARO, R., LIFSCHITZ, S. Mineração de Dados – Funcionalidades, Técnicas e Abordagens. PUC-Rio Informática, 2002. Disponível em: <https://www.dbd.puc-rio.br/depto_informatica/02_10_cortes.pdf>. Acesso em: 10 abr. 2022.
- COSTA, D. M. B.; *et al.* Técnicas da Pesquisa Operacional Aplicadas na Otimização dos Serviços Postais. *In: Gestão e Produção*, Curitiba, v.8, p. 37-55, abril de 2001.
- CUNHA, C. Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. *TRANSPORTES*, 2000. Disponível em: <<https://www.revistatransportes.org.br/anpet/article/view/188/170>>. Acesso em: 11 maio 2022.
- DA SILVA, D., DE MENEZES, Y. Uma heurística para o problema de roteamento de veículos com múltiplas viagens. Congresso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa, 2012. Disponível em: <<http://www.din.uem.br/~ademir/sbpo/sbpo2012/pdf/arq0353.pdf>>. Acesso em: 08 maio 2022.
- ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 19, 2014, Curitiba. *Roteirização de veículos: uma abordagem sobre a quilometragem acumulada da frota*. Engenharia de Produção, Infraestrutura e Desenvolvimento Sustentável: a Agenda Brasil+10, 2014. 17p.
- FILHO, A., LAVRATTI, F. Sistema de Roteirização de Entregas. ResearchGate, 2007. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Adhemar-Filho-4/publication/277238719_Sistema_de_Roteirizacao_de_Entregas/links/5ca37b58458>

[515f7851ea4d3/Sistema-de-Roteirizacao-de-Entregas.pdf](#)>. Acesso em: 05 maio 2022.

GOMES, Bruno Nonato. Projeto de Redes eixo-raio com alocação simples: modelos e métodos. Orientador: Jaime Arturo Ramirez. 2016. 148 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016. Disponível em: <<https://www.ppgEE.ufmg.br/defesas/31D.PDF>>. Acesso em: 25 ago. 2021.

GOMES, D. M. . *et al.* Análise do processo de roteirização em uma empresa atacadista. 2012.

GONÇALVES, Helen Silva, *et al.* A logística de distribuição da ECT – os casos da distribuição domiciliar e de entregas de encomendas. *In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção*, 36., 2016, João Pessoa. **Anais eletrônicos** [...] João Pessoa: 2016. P. 5–19. Disponível em: https://abepro.org.br/biblioteca/tn_stp_226_319_28881.pdf. Acesso em: 15 jun. 2022.

Google Developers. <<https://developers.google.com/optimization>>. Acesso em: maio de 2022.

HAMERLY, G., ELKAN, C. Learning the k in k-means. *NeurIPS Proceedings*, 2003. Disponível em: <<https://proceedings.neurips.cc/paper/2003/hash/234833147b97bb6aed53a8f4f1c7a7d8-Abstract.html>>. Acesso em: 11 abr. 2022.

HIDA, Gilberto, SH, Clayton. Introdução ao ORtools para otimização. **Medium.com**, 2021. Disponível em: <<https://sussumu-hida.medium.com/introdu%C3%A7%C3%A3o-ao-ortools-para-otimiza%C3%A7%C3%A3o-5c77098a0af5#:~:text=O%20Ortools%20%C3%A9%20um%20software,para%20Java%2C%20C%2B%2B%20e%20C%23>>. Acesso em: 12 jun. 2022.

JÚNIOR, José Uirton Campelo. **Proposta de Otimização da Roteirização dos Distritos dos Entregadores: Um Estudo de Caso no Centro de Entrega de Encomendas de Fortaleza**. 2010. Dissertação (Mestrado em Logística e Pesquisa Operacional) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2010.

KARAKATIČ, Sašo; PODGORELEC, Vili. A survey of genetic algorithms for solving multi depot vehicle routing problem. *Applied Soft Computing*, v. 27, p. 519-532, 2015.

KLEIN, J. **Correios tem 44% do mercado de encomendas**. Disponível em: <<https://www.jornaldocomercio.com/ conteudo/economia/2020/09/758551-correios-tem-44-do-mercado-de-encomendas.html>>. Acesso em: 29 abr. 2021.

LAPORTE, G. Fifty Years of vehicle routing. *Transportation Science*, v. 43, n. 4, p. 408-416, 2009.

LIMA, M., SOARES, R., REIS, J., *et al.* Desenvolvimento de um modelo matemático do problema de roteamento de veículos com frota heterogênea. *Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha*, 2019. Disponível em: <<https://www.marinha.mil.br/spolm/sites/www.marinha.mil.br/spolm/files/DESENVOL>

[VIMENTO%20DE%20UM%20MODELO%20MATEM%C3%81TICO%20DO%20PROBLEMA%20DE%20ROTEAMENTO%20DE%20VE%C3%8DCULOS%20COM%20FROTA%20HETEROG%C3%8ANEA.pdf](#)>. Acesso em: 24 abr. 2022.

LOPES, Bryan Salazar. ¿Qué es y para qué sirve Google OR-TOOLS?. **Ingeniería Industrial online.com**, 2021. Disponível em: <<https://www.ingenieriaindustrialonline.com/investigacion-de-operaciones/que-es-y-para-que-sirve-google-OR-TOOLS/>>. Acesso em: 12 jun. 2022.

LUCINDO, H., LEAL, J., OLIVEIRA, T., et al. Roteirização de ônibus para transporte dos Técnicos Administrativos em Educação (Taes) da Universidade Federal de Juiz de Fora. ResearchGate, 2020. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Jose-Leal-6/publication/348541212_Roteirizacao_de_onibus_para_transporte_dos_Tecnicos_Administrativos_em_Educacao_Taes_da_Universidade_Federal_de_Juiz_de_Fora/links/6002d1b792851c13fe1494e9/Roteirizacao-de-onibus-para-transporte-dos-Tecnicos-Administrativos-em-Educacao-Taes-da-Universidade-Federal-de-Juiz-de-Fora.pdf>. Acesso em: 08 maio 2022.

MARIA, E., BUDIMAN, E., TARUK, M. Measure distance locating nearest public facilities using Haversine and Euclidean Methods. ResearchGate, 2019. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/339906456_Measure_distance_locating_nearest_public_facilities_using_Haversine_and_Euclidean_Methods/link/5e6b7d34a6fdccf321d9918e/download>. Acesso em: 13 jun. 2022.

MALAQUIAS, Neli Gomes Lisboa. **Uso dos Algoritmos Genéticos para a Otimização de Rotas de Distribuição**. 2006. Dissertação (Pós-Graduação em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Uberlândia, 2006.

MANGESH, N. K.; CHOPDE, N. R. Landmark based shortest path detection by using A* Algorithm and Haversine Formula. International Journal of Innovative Research In Computer and Communication Engineering, 2013.

MÜLLER, Felipe F.; MEIRA, Luis A. A. **Algoritmos Genéticos Aplicados ao Problema de Roteamento de Veículos em Grande Escala**. In: **Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**, nº 51, 2019, Limeira. Anais. Limeira: Galoá, 2019, p. 1-12.

NÉIA, S. S., ARTERO, A. O., DA CUNHA, C. B. Quality analysis for the VRP solutions using computer vision techniques. Scielo, 2017. Disponível em: <http://old.scielo.br/scielo.php?pid=S0101-74382017000200387&script=sci_arttext>. Acesso em: 24 abr. 2022.

OTIMIZAÇÃO DE RESTRIÇÕES. **Google OR-TOOLS**. Disponível em: <<https://developers.google.com/optimization/cp>>. Acesso em: 12 jun. 2022.

PEREIRA, A. H. Formulações e Algoritmos Exatos para o Problema do Caxeiro Viajante com Coleta e Entrega sob Múltiplas Pilhas. **Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Minas Gerais**, 2017.

PORTELLA, N., LOPES, L., JÚNIOR, O. Roteirização colaborativa de veículos: aplicação na logística militar. Brazilian Journal of Development, 2020. Disponível em:

<<https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/21656/17270>>.
Acesso em: 10 maio 2022.

RASCHKA, S. Python Machine Learning: Unlock deeper insights into machine learning with this vital guide to cutting-edge predictive analytics. Birmingham: Packt Publishing Ltd, 2015.

ROHR, M. P. Ferramenta Otimizadora e Roteirizadora de Cargas. **Monografia - Centro Universitário Univates/RS**, 2013.

SOLUCIONADOR CP-SAT. **Google OR-TOOLS**. Disponível em:
https://developers.google.com/optimization/cp/cp_solver. Acesso em: 12 jun. 2022.

SOUZA, P.S. Asynchronous organizations for multi-algorithms problems. Pittsburgh: Carnegie Mellow University, Department of Electrical and Computer Engineering. 1993.

TERCEIRO, Manuela Andrade *et al.* Um modelo de otimização aplicado a rotas de vendas de uma distribuidora: um estudo de caso. **Revista SODEBRAS**, v.14, n. 167, p. 68-73, nov. 2019. Disponível em: <
https://www.researchgate.net/publication/337822797_UM_MODELO_DE_OTIMIZACAO_APLICADO_A_ROTAS_DE_VENDAS_DE_UMA_DISTRIBUIDORA_UM_ESTUDO_DE_CASO>. Acesso em: 15 jun. 2022.

TOTH, Paolo; VIGO, Daniele. **The Vehicle Routing Problem**. Bologna: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002.