MARIANA VASCONCELOS NEGRINI
ANDRÉ LUIS TREVISAN
ELIANE MARIA DE OLIVEIRA ARAMAN

SERÁ QUE É POSSIVEL DESENVOLVER O RACIOCÍNIO MATEMÁTICO EM CDI?

RECONHECENDO PROCESSOS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO MOBILIZADOS POR ESTUDANTES DE CDI EM UMA TAREFA EXPLORATÓRIA

MARIANA VASCONCELOS NEGRINI

SERÁ QUE É POSSIVEL DESENVOLVER O RACIOCÍNIO MATEMÁTICO EM CDI?

RECONHECENDO PROCESSOS DE RACICÍNIO MATEMÁTICO MOBILIZADOS POR ESTUDANTES DE CDI EM UMA TAREFA EXPLORATÓRIA

IS IT POSSIBLE TO DEVELOP MATHEMATICAL REASONING IN CDI?

RECOGNIZING MATHEMATICAL REASONING PROCESSES MOBILIZED BY CDI STUDENTS IN AN EXPLORATORY TASK

Produto Educacional apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. André Luis Trevisan

Coorientadora: Prof.ª Dra. Eliane Maria De Oliveira Araman

LONDRINA

2022

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina

MARIANA VASCONCELOS NEGRINI

PROCESSOS DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO MOBILIZADOS POR ESTUDANTES DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL EM TAREFAS EXPLORATÓRIAS.

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 28 de Junho de 2022

Dr. Andre Luis Trevisan, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Henrique Rizek Elias, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Joana Da Fonte Dias Gomes Da Mata Pereira, Doutorado - Universidade de Lisboa

Dra. Marcia Aguiar, Doutorado - Universidade Federal do Abc

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 28/06/2022.

APRESENTAÇÃO

O presente trabalho é resultado de uma pesquisa de Mestrado do PPGMAT – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, intitulada "Processos do raciocínio matemático mobilizados por estudantes de Cálculo Diferencial e Integral em tarefas exploratórias.", realizada entre os anos de 2020 e 2022, orientada pelo Prof. Dr. André Luis Trevisan e co-orientada pela Prof.ª Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman.

O desenvolvimento dessa pesquisa ocorreu na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1 (CDI1), em uma turma regular do curso de Engenharia da referida universidade, no câmpus Londrina, no primeiro semestre de 2019, sob responsabilidade do orientador da pesquisa.

Organizamos este material com o intuito de compartilhar com você, que é professor de CDI ou ensina Matemática em diferentes níveis de escolaridade, alguns aspectos relacionados aos processos de raciocínio matemático mobilizados por estudantes a partir do trabalho com uma tarefa de natureza exploratória.

Para a edição foi utilizado o editor canva, as figuras e imagens (exceto de autoria) estão contidas no editor.

INTRODUÇÃO

A disciplina de CDI por vezes é caracterizada por altos índices de reprovação, pelo baixo rendimento acadêmico e pelas dificuldades enfrentadas por alunos que ingressam no Ensino Superior, e esses temas são objetos de investigação há algumas décadas. Pesquisas desenvolvidas nesse campo apontam que abordagens de ensino promissoras, no âmbito da Matemática, são aquelas em que os estudantes são inseridos em ambientes de ensino e aprendizagem que promova o trabalho de forma colaborativa (GRANBERG; OLSSON, 2015; CARLSEN, 2018), envolvendo-se em discussões matemáticas (RODRIGUES; MENEZES; PONTE, 2018), resolvendo tarefas de natureza exploratória (PONTE, 2005, 2014), compartilhando verbalmente e ajustando seus pensamentos e ideias por meio da argumentação (LITHNER, 2000), contribuindo, assim, para o desenvolvimento de seu raciocínio (PONTE; QUARESMA; MATA-PEREIRA, 2020).

No contexto do CDI, Trevisan et al. (2019), por exemplo, destacaram o potencial do trabalho com tarefas exploratórias no desenvolvimento de competências e habilidades de raciocínio, requeridos à formação do futuro engenheiro, no contexto das Novas Diretrizes Curriculares para esse curso (BRASIL, 2018).

Para o desenvolvimento da pesquisa que resultou neste material, foi necessário um estudo aprofundado sobre os processos de raciocínio matemático, temática recentemente discutida no Brasil. Destaca-se aqui a publicação da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), que destaca que os alunos devem ser capazes de “investigar e estabelecer conjecturas [...], identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração [...] na validação das referidas conjecturas” (BRASIL, 2018a, p. 540).

De modo similar, no âmbito dos cursos de Engenharia, encontramos nas "Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de graduação em Engenharia" (BRASIL, 2018), publicadas na Resolução n°2 de 26 de abril de 2019 pela Câmara de Educação Superior (CES) do Conselho Nacional de Educação (CNE), que os saberes dos egressos estão pautados em:

> [...] projetar soluções, para tomar decisões e para desenvolver processos de melhoria contínua, as competências serão desenvolvidas em graus de profundidade e complexidade crescentes ao longo do percurso formativo, de modo que os estudantes não apenas acumulem conhecimentos, mas busquem, integrem, criem e produzam a partir de sua evolução no curso (BRASIL, 2018b, p.26).

O trabalho que já temos desenvolvido na disciplina de CDI, constituindo ambientes de ensino e de aprendizagem pautados em episódios de resolução de tarefas de natureza exploratória e trabalho colaborativo entre os estudantes (COUTO; FONSECA; TREVISAN, 2017; TREVISAN; MENDES, 2018; TREVISAN; ALMEIDA; NEGRINI, 2021), procuram alinhar-se a essas Diretrizes, e têm sido implementadas e investigadas na UTFPR – câmpus Londrina há alguns anos.

RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

O QUE É RACIOCINAR MATEMATICAMENTE?

Do ponto de vista teórico, há diferentes perspectivas do que se entende por raciocínio matemático. Para Mata-Pereira e Ponte (2018) definirem raciocínio matemático como o processo que utiliza informação já conhecida para obter, justificadamente, novas conclusões, o raciocínio Para Morais, Serrazina e Ponte (2018) trata-se de um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições fundamentadas nas proposições conhecidas ou assumidas como verdadeiras.

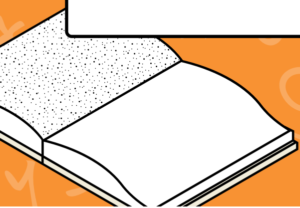
Lannin, Ellis e Elliot (2011) esclarecem que o raciocínio matemático consiste em um processo conjunto de conjeturar, generalizar, investigar o porquê, argumentar e refutar. Stylianides (2009), por sua vez, defende que o raciocínio matemático é um processo de inferência que utiliza informação matemática já conhecida para obter novo conhecimento ou novas conclusões.

No entendimento de Jeannotte e Kieran (2017), o raciocínio matemático é um processo de comunicação com outros ou consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos. As autoras analisam o raciocínio tanto em termos do seu aspecto estrutural quanto de seus processos. Aqui discutiremos e evidenciaremos os processos de raciocínio matemático.

PROCESSOS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

Processos associados ao raciocínio matemático, para Jeannotte e Kieran (2017), envolvem três ações principais: (i) buscar por semelhanças ou diferenças, o que inclui generalização, conjectura, identificação de padrões, comparação e classificação; (ii) validação, ou seja, processos de justificação e prova e (iii) exemplificação, que apoia as duas ações anteriores.

Conjecturar, generalizar e justificar destacam-se como processos essenciais do raciocínio matemático, segundo Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020), por isso são detalhados a seguir.



CONJECTURAR

Conjecturar, para Jeannote e Kieran (2017, p. 10), é um processo que "infere uma narrativa sobre alguma regularidade com um valor epistêmico de provável". Além disso, as autoras apontam ser um processo cíclico de: (i) enunciar uma conjectura; (ii) verificar se ela cobre todos os casos e exemplos; (iii) tentar refutar e (iv) encontrar um motivo que faça com que a conjectura seja verdadeira, ou tentar modificá-la.

Ao encontro disso, Morais, Serrazina e Ponte (2018) discutem que o processo de conjecturar apoia-se em produzir declarações, denominadas conjecturas, que demandam outras explorações para determinar se são verdadeiras. Lannin, Ellis e Elliot (2011) apontam que as conjecturas podem também surgir a partir da análise de exemplos específicos ou então de inferências a partir de uma situação específica.

GENERALIZAR

Para Cañadas et al. (2007), generalizar uma conjectura compreende uma mudança do valor epistêmico, de uma conjectura possível para uma regra geral aceita. Esta é uma mudança no que se acredita sobre a afirmação. Se alguém acredita que a conjectura é verdadeira para um caso geral, então a generalização ocorreu. Caso contrário continua sendo apenas uma conjectura.

Mata-Pereira e Ponte (2017) entendem que generalizar envolve reconhecer que uma propriedade válida para certo conjunto de objetos continua sendo válida para uma variedade mais ampla de objetos. Para os autores, as generalizações são conjecturas com características próprias.

Segundo Mata-Pereira (2012), a generalização, enquanto conjectura com características particulares, tem um papel essencial na compreensão da Matemática, pois esse processo de raciocínio é uma das bases da construção da Matemática enquanto ciência. Formular uma generalização matemática envolve uma afirmação sobre uma propriedade, conceito ou procedimento que se pretende ser válido para um conjunto alargado de objetos ou condições matemáticas. No contexto matemático, uma generalização, muitas vezes denominada teorema, é considerada válida apenas se demonstrável. Entretanto, de acordo com a autora, a validade de uma generalização deve ser considerada de acordo com as capacidades, o conhecimento e as competências dos estudantes. (MATA-PEREIRA 2012).

JUSTIFICAR

A justificação é vista por Stylianides (2008) como um processo que está ligado a um grau de certeza ou convicção associado a uma composição de uma narrativa por meio da busca de dados. No entanto, Jeannotte e Kieran (2017) afirmam que a justificação está ancorada na passagem do provável para o verdadeiro, para o falso ou, até mesmo, para o mais provável.

Além disso, assumem que o processo de justificar está associado a dois tipos de passagem epistêmica, isto é, "justificar é um processo social e pode assumir dois formatos: (i) justificar a conjectura que surgiu no processo e (ii) relatar a validade que altera o valor epistêmico" (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p. 12). O primeiro formato está relacionado à justificativa de uma conjectura que permite mudar o valor epistêmico de provável para mais provável. O segundo tipo de passagem epistêmica está relacionado a uma validação que muda o valor epistêmico de provável para verdadeiro ou falso.

Assim, o processo de justificar solicita que o aluno não apenas mostre que uma afirmação é verdadeira ou falsa, mas que forneça razões pelas quais ela é verdadeira ou válida em todos os casos possíveis. No processo de justificar, os alunos "não apenas desenvolvem suas habilidades de raciocínio, mas também seu entendimento conceitual" (MORAIS; SERRAZINA; PONTE, 2018, p. 556). Nesse sentido, Mata-Pereira (2018) afirma que nem todas as justificações apresentadas em sala de aula têm natureza puramente matemática. Mesmo que se pretenda que os estudantes assumem pressupostos matemáticos, a justificação, por ser um conceito abrangente, engloba classificações de diferentes tipos e de diferentes naturezas.

TAREFA EXPLORATÓRIA INVESTIGADA

Para Trevisan e Mendes (2018), um ambiente de ensino e de aprendizagem pautado em episódios de resolução de tarefas satisfaz as seguintes características: estudante tem uma sequência de tarefas sem exemplos anteriores que são adaptadas para serem problemas; o professor estimula os estudantes a discutirem suas ideias ao invés de sempre fornecer explicações; os alunos trabalham sempre que possível em grupos e de forma colaborativa, participam de discussões matemáticas, mostrando, explicando, justificando suas ideias (PALHA et al., 2013). Assim, um dos elementos centrais dos aspectos pedagógicos e procedimentais para a constituição do ambiente proposto são as tarefas. O termo tarefa é visto de diferentes perspectivas por diversos autores.

Trevisan e Araman (2021) discutem que o trabalho com tarefas de natureza exploratória, em turmas de CDI, na UTFPR, possibilita a construção, pelos estudantes, de conjecturas apoiadas em conhecimentos matemáticos que já possuíam, na percepção de relações presentes na tarefa ou, ainda, no senso comum.

Apesar dos resultados promissores do trabalho realizado nos últimos anos com episódios de resolução de tarefas em salas de aulas regulares de CDI, pouco ainda se sabia a respeito do desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes, os conceitos mobilizados e o papel das intervenções do professor durante esses episódios. Este trabalho pretende, assim, avançar nessa direção.

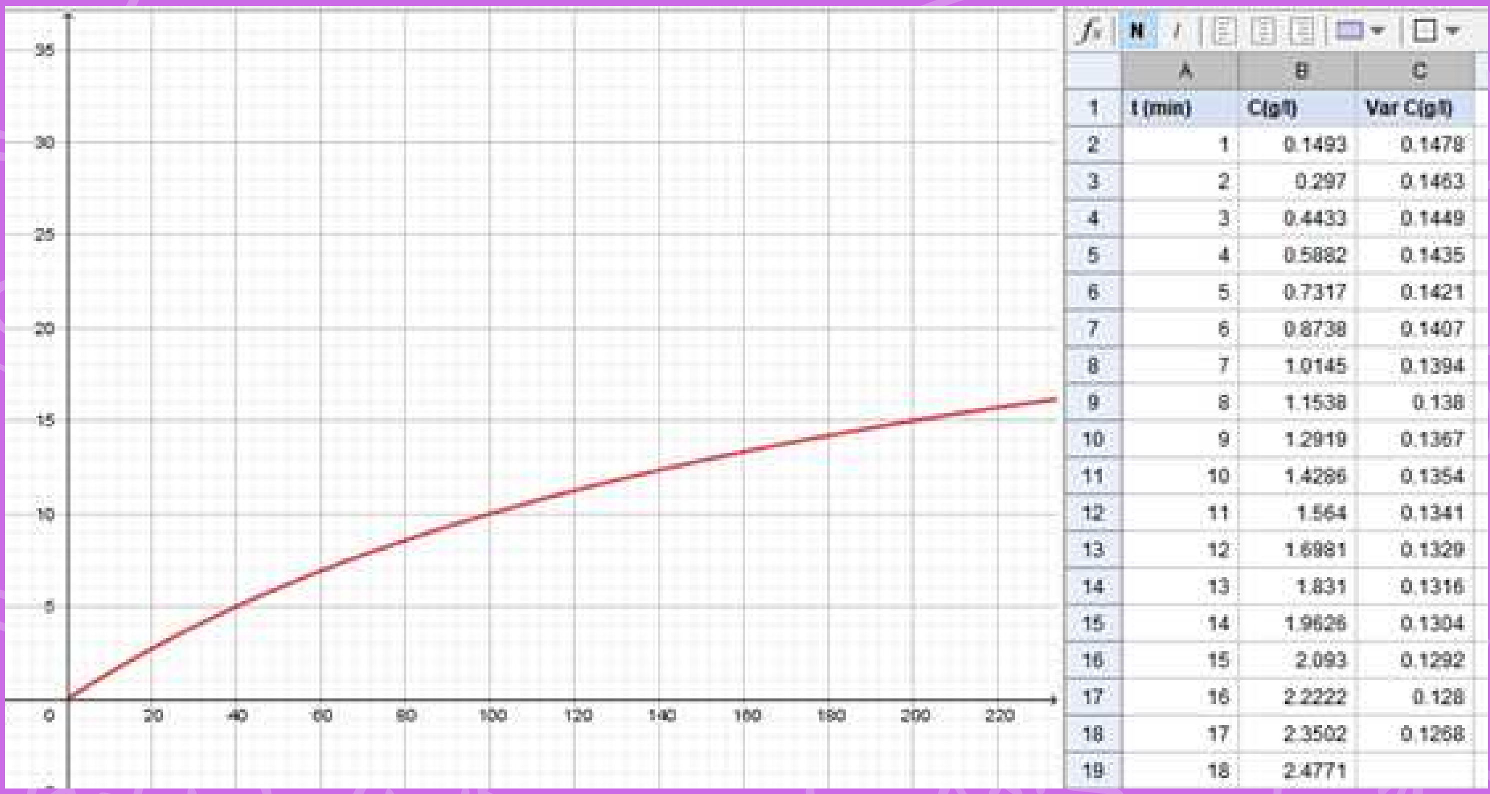
Para o desenvolvimento da tarefa aqui analisada, adaptada de Santos e Bianchini (2002) e apresentada a seguir, que ocorreu em um desses episódios – 3 horas-aula de 50 minutos – ao final da primeira metade do curso, os 30 estudantes presentes naquele dia estavam organizados em grupos de três estudantes. Em um primeiro momento, nosso foco de investigação nesta dissertação, os grupos trabalharam de forma autônoma e colaborativa, com algumas intervenções pontuais do professor à medida que acompanhava o trabalho dos grupos. Na continuidade, houve uma discussão coletiva, mediada pelo professor a partir das resoluções dos estudantes (TREVISAN et al., 2021, no prelo).

Tarefa. ***Um tanque contém 5000 litros de água pura. Uma mistura contendo 750g de sal diluídos em 25 litros de água é bobeada para o tanque a cada minuto. Investigue como se comporta a concentração da água no tanque para valores de tempo "muitos grandes".***

TAREFA EXPLORATÓRIA INVESTIGADA

Nessa tarefa, é possível analisar: (i) a quantidade de sal (em gramas) como função do tempo (em minutos), no caso ; (ii) a quantidade de água (em litros), também como função do tempo (em minutos), no caso ; e (iii) a concentração da mistura (em gramas por litros), em função do tempo (em minutos), no caso . Na tarefa, como entregue os alunos, havia um erro de digitação que só foi percebido no momento da discussão coletiva. O correto seria dizer a concentração da "mistura" no tanque (água+sal) (ou solução), e não da "água". A concentração de soluções químicas refere-se à quantidade de soluto (no caso, sal) que existe em uma quantidade padrão de solução (sal+água) ou em uma quantidade padrão de solvente (água).

Para valores "muito grandes" de tempo (desconsiderando o volume do tanque que contém a mistura), a concentração tende a se tornar "cada vez mais próxima de 30". Matematicamente, esse comportamento refere-se ao cálculo de $\lim_{t\to\infty} \frac{30t}{200+t}$.



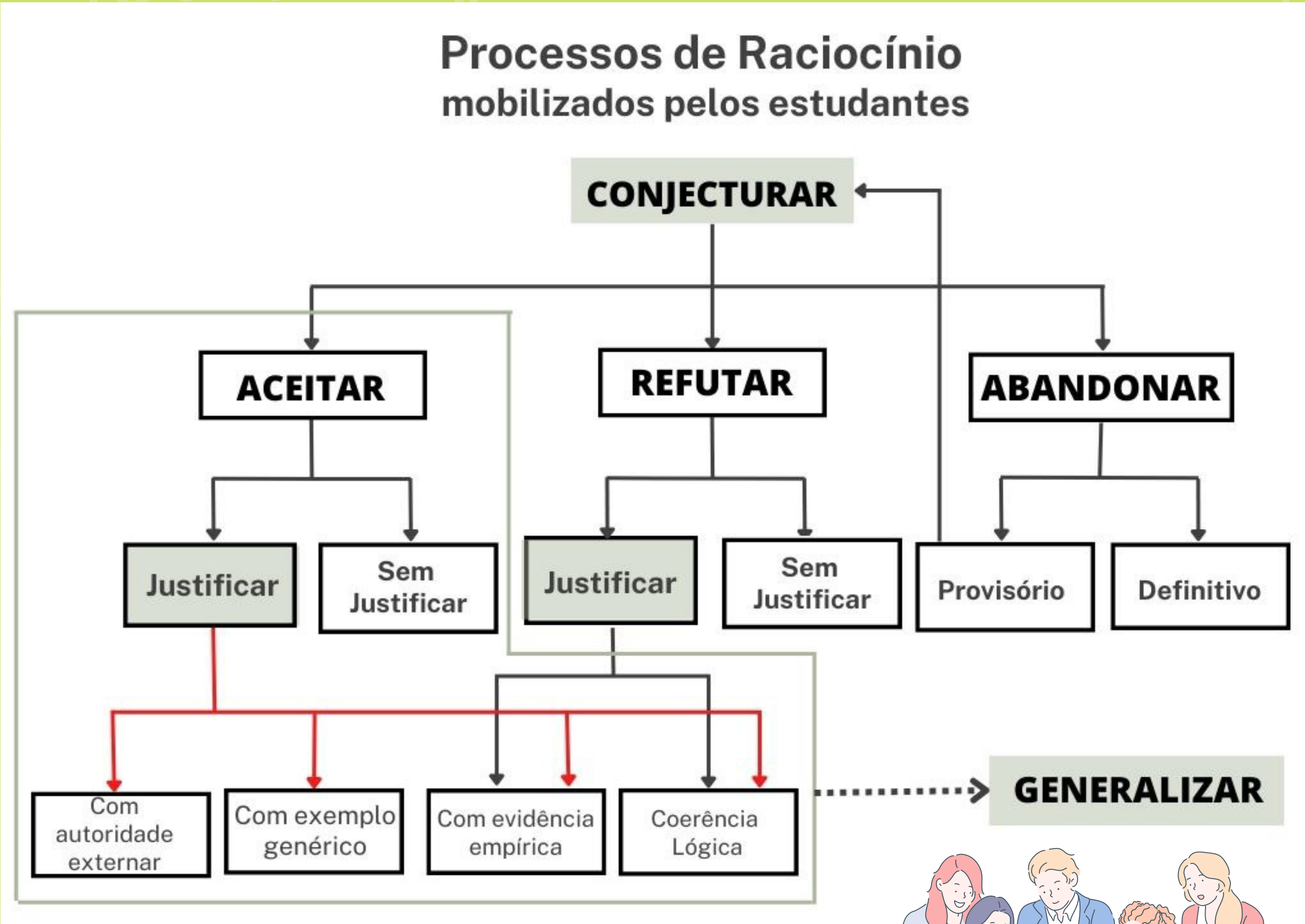
	A	B	C
1	t (min)	C(g/l)	Var C(g/l)
2	1	0.1493	0.1478
3	2	0.297	0.1463
4	3	0.4433	0.1449
5	4	0.5882	0.1435
6	5	0.7317	0.1421
7	6	0.8738	0.1407
8	7	1.0145	0.1394
9	8	1.1538	0.138
10	9	1.2919	0.1367
11	10	1.4286	0.1354
12	11	1.564	0.1341
13	12	1.6981	0.1329
14	13	1.831	0.1316
15	14	1.9626	0.1304
16	15	2.093	0.1292
17	16	2.2222	0.128
18	17	2.3502	0.1268
19	18	2.4771	

Também é possível analisar a situação numérica (por exemplo, considerando valores inteiros e positivos de tempo) e graficamente, como representado na figura. Na tabela apresentada nesta figura, foi incluída uma coluna para a variação da concentração, entre dois instantes de tempo sucessivos (positivos e inteiros), com quatro casas decimais. Quando truncados, esses valores podem sugerir (incorretamente), que essa variação é constante.

Diante disso, a tarefa foi caracterizada como uma tarefa de natureza exploratória dados os quesitos que ela apresenta, sendo uma tarefa aberta e de desafio reduzido, além disso, vale ressaltar que a aprendizagem resulta não apenas das tarefas, mas de todo o conjunto em que ela se dá e o mais determinante são sempre as atitudes e concepções dos atores envolvidos.

APRESENTAÇÃO DOS PROCESSOS DE RACIOCÍNIO

Com base na análise realizada na dissertação, a partir da discussão de quatro grupos de estudantes no trabalho com a tarefa proposta, destacamos os três principais processos de raciocínio mobilizados pelos estudantes durante a tarefa proposta, organizando um esquema para estruturar tais processos de raciocínio.



Durante a análise dos áudios e do material coletado, notamos o movimento muito presente de conjecturar em todos os trechos analisados. Quando o estudante elabora uma conjectura, identificamos três caminhos percursos possíveis, sendo um deles:

Após conjecturar, por vezes os estudantes refutam a conjectura, justificando ou não. Como exemplo, no trecho de discussão do Grupo 2 transcrito a seguir, vemos uma conjectura sendo elaborada e, posteriormente, abandonada, sem que alguma justificativa tenha sido explicitada.

[1,1] V: Seria sem fazer um estudo inicial de 30, é porque 30 gramas por litro seria a concentração que você teria, que é de 750 gramas para cada litro dentro dos 25 que é adicionado.
[1,2] P: Eu acho cara que dá para fazer uma fórmula aqui. Você vai ter que fazer $F(x) = 5000+\ldots$
[1,3] L: A ideia seria de quanto fosse diluído aqui conforme passaria o tempo, em intervalo de tempo muito grande, essas 750 gramas de sal diluída na água por litro daria um teor fraco.
[1,4] V: É para cada minuto seria, como a inversa dá um intervalo de tempo grande, ela faz a curva para cima né? Não necessariamente ela se estabiliza num determinado valor, ela não deve tender a um valor.
[1,5] P: Mas ela tende a um limite né?
[1,6] V: Hum... Acho que não.
[1,7] P: Porque vai sempre ta entrando 30 gramas né, concentração de 30, entendeu?
[1,8] V: Não, está entrando 750 gramas.
[1,9] P: Sim, mas diluídas em 25 litros, então a concentração vai ser de 30 gramas por litro.
[1,10] V: Praticamente a mesma conta se você fizer... $\frac{5000+25}{750}$, porque você vai começar com um valor baixo, depois de um minuto você vai ter a entrada de 1,5 kg. A concentração vai aumentar então a ideia é que seja uma curva crescente.
[1,11] P: Sim, mas a concentração nunca vai aumentar mais que 30, entendeu?
[1,12] V: Aí é que está, tem que pensar em longo prazo.
[1,13] P: O que eu to pensando aqui no gráfico seria assim ó, por exemplo assim.
[1,14] V: Não, ele é lento ele vai fazer assim.
[1,15] P: Mas ele estabiliza.

Na fala [1,1] o estudante relata que a concentração nunca vai aumentar mais que 30, ele insiste nessa conjectura como em [1,7] e em [1,11]. Porém essa conjectura é refutada, sem justificativa, com uma proposta de construção do gráfico da função.

Outro percurso encontrado ocorre quando uma conjectura é refutada, porém com alguma justificativa.

Ao refutar uma conjectura os estudantes justificaram utilizando conhecimentos empíricos ou utilizaram coerência lógica. Assim, nesse outro trecho de discussão do Grupo 1, os estudantes refutam uma conjectura utilizando uma justificativa utilizando coerência lógica.

[2,1] E se fizer um gráfico só de sal?

[2,2] E: Na verdade acho que dá pra fazer os dois, porque se você for analisar a questão que tá falando de água no tanque vai ser uma... infinita, tipo, vai só aumentar... agora a concentração ela vai mais devagar... vamos ver em 20 min... 5500 litros ...

[2,3] F: Porque é a concentração de água que quer saber, então tem que analisar o sal que entra, quando que vai dar ao longo prazo, tipo o sal vai tá muito acima... vai ter algum momento, tipo lá no infinito que esse 5000 vai ser descartado.

Quando o estudante levanta uma conjectura de que deveriam analisar separadamente o crescimento de sal e o crescimento de água, propondo construírem um gráfico do crescimento de sal, essa conjectura foi refutada com uma justificativa utilizando coerência lógica, relatando que a tarefa está sugerindo o cálculo da concentração de água no tanque e teriam que analisar o sal que entra com a água.

Outro percurso diante de uma conjectura é aceitar essa conjectura com ou sem justificativas, no caso sem justificativas. Assim, se o grupo aceita tal conjectura, isso pode ocorrer por, exemplo com justificativas a partir de caso particular, podendo levar uma generalização.

No Grupo 3 vemos um exemplo em que, no decorrer da discussão, o grupo assume como válida a conjectura de que a concentração, a longo prazo, aproxima-se do valor 30 gramas por litro e o grupo utiliza a justificativa com casos particulares de valores de tempo, chegando na generalização.

[3,1] **C:** 25 vezes o tempo. Então, $t = 1$, temos 5025. Beleza. Isso a gente achou, agora a gente tem que achar uma fórmula para aplicar na concentração. Será que eu divido alguma coisa?
[3,2] **J:** Mais $750t$?
[3,3] **C:** Agora como que a gente achou essa concentração. Essa concentração de 30gramas por litro?
[3,4] **J:** E se colocar mais $750t$? Não dá certo?
[3,5] **C:** Não, vai ficar um número muito grande daí.
[3,6] **J:** Ou dividir tudo por $750t$?
[3,7] **C:** Também não.
[3,8] **J:** Não dá também.
[3,9] **C:** Quer ver $\frac{5000+25}{750}$, não! Não é. Pensa 30 gramas por litro, isso aqui é a quantidade de água... será que é tudo isso?
[3,10] **J:** Acho que alguma hora a gente vai ter que dividir na função. Agora pelo o quê?
[3,11] **M:** Porque, aqui a gente tá dividindo, né? Então eu acho que na função vai ter que dividir.
[3,12] **J:** Como que chegou no limite?
[3,13] **C:** A gente pegou 5025, e o que a gente fez? No minuto 1 a gente tem 5025 litros.
[3,14] **M:** A gente tá dividindo gramas por litro, então a gente tem que trocar aqui [apontando para fórmula]. O $750x$ pra cá, é só trocar aqui, olha. Eu acho que só inverter já vai dar.
[silêncio]

[3,15] **C:** É exatamente isso cara.
[3,16] **M:** Só que eu não sei se está certo expressar assim.
[3,17] **C:** Ta certinho, $\frac{750x}{25x+5000}$. Vai fazendo a prova real aí, conforme for fazendo a prova real você vai encontrando os valores.

Nesse grupo os estudantes chegam em uma generalização expressa algebricamente e, para validar a expressão encontrada por eles, utilizam valores de tempo “grandes” para que a expressão seja aceita.

Outro percurso, ilustrado a seguir, é aquele em que se aceita a conjectura é justificada com coerência lógica, levando assim a generalização.

No Grupo 4 os estudantes conjecturam que a concentração nunca passará de 30 gramas por litro. O grupo aceita essa conjectura e valida com justificativa a partir de algum padrão, ocorrendo assim uma generalização.

[4,1] **R:** Olha quando for 1 milhão deu 29,99.
[4,2] **M:** Então sempre vai aumentar.
[4,3] **R:** É, mas até qual número? Porque tipo, não passou de 30, mas até qual número que chega?
[4,4] **R:** Deixa eu ver 10 elevado a 50 quanto dá... O máximo que vai chegar é 30, porque com 10 elevado a 50 deu 30. E 10 elevado a 9 deu 29,9.
[4,5] **M:** É, mas por quê?
[4,6] **R:** Essa é a questão...
[4,7] **M:** Aí a gente espera o professor responder pra gente...
[4,8] **R:** A gente já viu o número que vai chegar, agora...
[4,9] **G:** Realmente o limite da 30, mas agora bodega do trem não quer deixar eu fazer.
[4,10] **R:** É o limite é 30, agora por quê?
[4,11] **R:** Eu sei o porquê, porque 750 dividido por 25 é 30. Quando esse t for muito grande. Esse 5000 vai se tornar desprezível, então vai ficar o que? Praticamente 750 dividido por 25 então nunca vai passar de 30 mesmo.

A conjectura é validada por todo grupo a partir do reconhecimento de um padrão utilizando a coerência lógica, argumentando que os 5000 litros iniciais de água, para tempo muito "grandes", vão se tornar desprezíveis na fórmula da concentração fazendo com que a mesma não passe de 30 gramas de sal por litro, o que representa uma generalização.

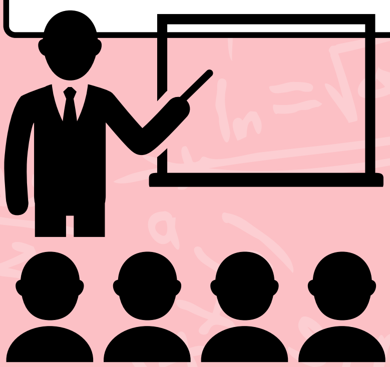
CONCLUSÃO

O estudo apontou que tarefas exploratórias, aliadas a um ambiente de ensino e de aprendizagem com trabalho colaborativo entre os estudantes, é promissor para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes de CDI.

Lannin, Ellis e Elliot (2011) esclarecem que promover o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos é um aspecto central do trabalho do professor. É uma competência transversal que deve ser promovida em sala de aula, criando situações que levem os alunos a formular conjeturas, justificar raciocínios e generalizar ideias.

Para que esse desenvolvimento ocorra é necessário que os professores possibilitem ambientes de ensino e de aprendizagem desafiadores, em uma abordagem diferente da usual (em que resolvem exercícios rotineiros usando procedimentos conhecidos). (ARAMAN; SERRAZINA; PONTE, 2019).

Os resultados obtidos evidenciaram, ao longo dos trechos de discussão dos grupos, um movimento cíclico, com avanços e recuos, de raciocinar sobre relações matemáticas e desenvolver afirmações. Em síntese, os estudantes levantaram conjecturas e, ao conjecturar, foram identificados percursos distintos, exemplificados neste material.



CONCLUSÃO

Como exemplos, trouxemos situações em que os estudantes abandonaram conjecturas definitivamente ou provisoriamente; outras em que refutaram tais conjecturas com justificativas empíricas ou com raciocínio logico, ou ainda sem justificativas; ou ainda aceitaram as conjecturas buscando reconhecer e explicar a validade (ou não) dessas afirmações justificando com casos particulares ou reconhecimento de padrão. Em alguns momentos, esse movimento culminou com o estender, para situações mais gerais, as regularidades observadas em casos particulares (generalizar).

Os resultados encontrados contribuem na direção da mobilização de diferentes processos do raciocínio matemático em estudantes de calculo diferencial e integral no decorrer do trabalho com a tarefa.

REFERÊNCIAS

ARAMAN, E. M. O.; SERRAZINA, M. L. Processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas exploratórias no 3º Ano de escolaridade. **RPEM**, v. 9, n. 18, p. 118-136, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Resolução no 2, de 24 de abril de 2019. **Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia,** Brasília, Brasil. Edição 89. Seção 1, p. 43, 2019.

CARLSEN, Upper secondary students' mathematical reasoning on a sinusoidal function. **Educational Studies in Mathematics**, v. 99, p. 277–291, 2018.

COUTO, A. F.; FONSECA, M. O. S.; TREVISAN, A. L. Aulas de Cálculo Diferencial e Integral organizadas a partir de episódios de resolução de tarefas: um convite à insubordinação criativa. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 4, p. 50-61, 2017.

GRANBERG, C. OLSSON, J. ICT-supported problem solving and collaborative creative reasoning: Exploring linear functions using dynamic mathematics software. **Journal of Mathematical Behavior,** v. 37, p. 48-62, 2015.

JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 96, n. 1, p. 1-16, 2017.

LANNIN, J. K.; ELLIS, A. B.; ELLIOTT, R. **Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8**. Reston: NCTM, 2011.

LITHNER, J. Mathematical reasoning on task solving. **Educational Studies in Mathematics**, v. 41, p. 165-190, 2000.

MATA-PEREIRA, J. **As ações do professor para promover o raciocínio matemático na sala de aula**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa. Lisboa, 2018.

MATA-PEREIRA, J. **O raciocínio matemático em alunos do 9º ano no estudo dos números reais e inequações**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa. Lisboa, 2012.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design. **Bolema**, v. 32, n. 62, p. 781-801, 2018.

MORAIS, C.; SERRAZINA, L.; PONTE, J. P. Mathematical Reasoning Fostered by (Fostering) Transformations of Rational Number Representations. **Acta Scientiae**, v. 20, n. 4, p. 552-570, 2018.

PALHA, S. A. G; DEKKER, R: GRAVEMEIJER, K.; VAN HOUT-WOLTERS, B. Developing shift problems to foster geometrical proof and understanding. **The Journal of Mathematical Behavior**. Springer, v. 32, p. 141 – 159, 2013.

REFERÊNCIAS

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática**. In GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular (pp. 11-34). Lisboa: APM, 2005.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? **Educação e Matemática**, v. 156, p. 7-11, 2020.

PONTE, J. P. **Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática**. Em: J. P. Ponte, (Org.). Práticas profissionais dos professores de matemática (pp. 13-27). Lisboa. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014.

RODRIGUES, C.; MENEZES, L.; PONTE, J. P. Práticas de Discussão em Sala de Aula de Matemática: os casos de dois professores. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, v. 32, n. 61, p. 398-418, 2018.

STYLIANIDES, G. J. Reasoning-and-Proving in School Mathematics Textbooks. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 11, n. 4, p. 258-288, 2009.

TREVISAN; A. L.; MENDES, M. T. Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. **Revista Brasileira de Ensino e Tecnologia**, v. 11, n. 1, p. 209-227, 2018.

TREVISAN, A. L.; ARAMAN, E. M. O. Processos de Raciocínio Matemático Mobilizados por Estudantes de Cálculo em Tarefas Envolvendo Representações Gráficas. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 35, p. 158-178, 2021.