

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

MATHEUS ROCHA ALVES

**ANÁLISE DE ESTRUTURAS METÁLICAS TRELIÇADAS POR INTERMÉDIO DA
APLICAÇÃO DO PRINCÍPIO DO TRABALHOS VIRTUAIS**

PATO BRANCO

2022

MATHEUS ROCHA ALVES

**ANÁLISE DE ESTRUTURAS METÁLICAS TRELIÇADAS POR INTERMÉDIO DA
APLICAÇÃO DO PRINCÍPIO DO TRABALHOS VIRTUAIS**

**Analysis of trussed metallic structures through the application of the Virtual
Work Principle**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentada como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
Orientador(a): Fábio Junkes Corrêa

PATO BRANCO

2022



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

MATHEUS ROCHA ALVES

**ANÁLISE DE ESTRUTURAS METÁLICAS TRELIÇADAS POR INTERMÉDIO DA
APLICAÇÃO DO PRINCÍPIO DO TRABALHOS VIRTUAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Mecânica da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 24 de junho de 2022

Giovanni Bratti
Doutor
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Adelino Maccarini
Doutor
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Fábio Junkes Corrêa
Doutor
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

PATO BRANCO
2022

Dedico esse trabalho principalmente a Deus, assim como a minha mãe, Cristina, a meu pai, Kiés, a meus irmãos e a toda minha família que não mediu esforços para que eu chegasse até essa etapa da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a toda minha família, a meus amigos, aos professores e à UTFPR por fazerem parte dessa fase da minha vida e me levarem ao tão sonhado diploma de engenheiro mecânico.

“Do not go gentle into that good night, /
Old age should burn and rave at close of
day / Rage, rage against the dying of the
light...” (DYLAN, Thomas, 1947).

“Não vá gentilmente para esta boa noite, /
Que a velhice arda e brade ao término do
dia / Fúria, fúria contra a morte da luz.”
(DYLAN, Thomas, 1947).

RESUMO

Este trabalho apresenta uma abordagem que compara uma estrutura metálica treliçada de baixo teor de carbono pré-existente com uma proposta de redimensionamento da mesma, visando a redução de custos de materiais, visto a alta concorrência neste setor. Um fator relevante levado em consideração foi a segurança do projeto, buscando sempre a viabilidade. Uma estrutura situada na cidade de Pato Branco foi analisada, através da aplicação dos métodos de energia, cálculo do deslocamento dos nós, determinação das deformações e das tensões das barras, adoção de critérios de resistências. Com isso, foi redimensionado os componentes da estrutura a fim de otimizá-la. Ao final, verificou-se que é possível uma redução de custos de até 61%, ou seja, um valor expressivo e determinante para a contratação de um projeto futuro.

Palavras-chave: estrutura metálica treliçada; redimensionamento de estrutura; redução de custos; métodos de energia; critérios de resistência.

ABSTRACT

This work presents an approach comparing a pre-existing low-carbon metal truss structure with this structure after the resizing process, mainly aiming at reducing material costs, given the high competition in this sector. A relevant factor taken into consideration was the safety of the project, always seeking for feasibility. A structure located in the city of Pato Branco was analyzed, through the application of energy methods, calculation of the node's displacements, determination of strains and stresses of the bars, adoption of resistance criteria. With that, the structure's components were resizing in order to optimize it. In the end, it was found that a cost reduction of up to 61% is possible, that is, an expressive and decisive value for the contracting of a future project.

Keywords: trussed metal structure; structure resizing; cost reduction; energy methods; resistance criteria.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Exemplo de treliça planar	16
Figura 2 – Cobertura da garagem	26
Figura 3 - Dimensões da treliça	27
Figura 4 - Esquemático 3D da estrutura.....	27
Figura 5 - Perfil dos elementos estruturais (dimensões em mm) – Antes da otimização.....	28
Figura 6 – Isopletas de velocidade básica	29
Figura 7 – Vista explodida da estrutura.....	30
Figura 8 - Nomenclatura dos elementos da treliça.....	32
Figura 9 - Nomenclatura dos nós da treliça	32
Figura 10 - Forças do vento.....	39
Figura 11 - Dimensões do perfil U	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Massa dos elementos da estrutura	30
Tabela 2 - Forças devido ao vento	38
Tabela 3 - Forças devido ao vento	38
Tabela 4 - Valores de otimização	44
Tabela 5 - Somatório de forças por nó	48
Tabela 6 - Características e forças nos elementos - Análise inicial	50
Tabela 7 - Deslocamento dos nós - Análise inicial.....	53
Tabela 8 - Deformações nos elementos da treliça - Análise inicial	55
Tabela 9 – Tensões nos elementos da treliça – Análise inicial	57
Tabela 10 - Características e forças nos elementos - Seção redimensionada ..	59
Tabela 11 - Deslocamentos nodais - Seção redimensionada.....	62
Tabela 12 - Deformações nos elementos da treliça - Seção redimensionada ...	64
Tabela 13 - Tensões nos elementos da treliça- Seção redimensionada	66
Tabela 14 - Características e forças nos elementos - Altura redimensionada...	68
Tabela 15 - Deslocamentos nodais - Altura redimensionada	71
Tabela 16 - Deformações nos elementos da treliça - Altura redimensionada....	73
Tabela 17 – Tensões nos elementos da treliça - Altura redimensionada	75
Tabela 18 - Dimensões dos perfis comerciais	77

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CAD	Desenho auxiliado por computador

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Objetivo Geral	13
1.1.1	Objetivos específicos.....	13
1.2	Justificativa.....	13
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1	Mecânica dos corpos rígidos	15
2.1.1	Análise Estrutural	15
<u>2.1.1.1</u>	<u>Treliças.....</u>	<u>16</u>
2.1.1.1.1	<i>Método dos nós.....</i>	<i>16</i>
2.2	Mecânica dos corpos deformáveis	17
2.2.1	Métodos de energia	18
<u>2.2.1.1</u>	<u>Conservação de energia</u>	<u>18</u>
<u>2.2.1.2</u>	<u>Método dos trabalhos virtuais.....</u>	<u>19</u>
2.3	Crítérios de resistência	21
2.3.1	Materiais Frágeis	21
<u>2.3.1.1</u>	<u>Crítério de Rankine.....</u>	<u>22</u>
<u>2.3.1.2</u>	<u>Crítério de Mohr-Coulomb</u>	<u>22</u>
2.3.2	Materiais Dúcteis	23
<u>2.3.2.1</u>	<u>Crítério de Tresca.....</u>	<u>23</u>
<u>2.3.2.2</u>	<u>Crítério de von Misses.....</u>	<u>24</u>
2.4	Mecânica dos fluidos	24
2.4.1	Força de arrasto	25
3	METODOLOGIA	26
3.1	Análise da estrutura existente.....	26
3.1.1	Treliça.....	26
3.1.2	Coleta dos dados.....	27
3.1.3	Análise da estrutura.....	28
<u>3.1.3.1</u>	<u>Forças atuantes.....</u>	<u>28</u>
3.1.3.1.1	<i>Força de arrasto</i>	<i>28</i>
3.1.3.1.2	<i>Força devido ao peso</i>	<i>30</i>
3.1.3.1.3	<i>Cálculo das reações nos apoios.....</i>	<i>31</i>
3.1.3.1.4	<i>Forças internas e deslocamento dos elementos e nós.....</i>	<i>32</i>
3.2	Processo de redimensionamento	33

3.2.1	Definição dos parâmetros de redimensionamento	33
<u>3.2.1.1</u>	<u>Redimensionamento do perfil dos elementos.....</u>	<u>34</u>
3.2.1.1.1	<i>Restrições</i>	34
<u>3.2.1.2</u>	<u>Redimensionamento da altura da treliça</u>	<u>36</u>
3.2.1.2.1	<i>Restrições</i>	36
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	38
4.1	Forças externas atuantes na estrutura.....	38
4.2	Análise inicial.....	39
4.2.1	Princípio dos trabalhos virtuais.....	39
4.2.2	Deformações	40
4.2.3	Tensões.....	40
4.3	Redimensionamento do perfil dos elementos da treliça	41
4.3.1	Princípio dos trabalhos virtuais.....	41
4.3.2	Deformações	42
4.3.3	Tensões.....	42
4.4	Redimensionamento da altura da treliça.....	42
4.4.1	Princípio dos trabalhos virtuais.....	43
4.4.2	Deformações	43
4.4.3	Tensões.....	43
4.5	Redução de massa	44
5	CONCLUSÕES	45
	REFERÊNCIAS.....	46
	APÊNDICE A - Forças externas atuando nos nós - Análise inicial ..	47
	APÊNDICE B - Forças axiais nos elementos – Análise inicial.....	49
	APÊNDICE C - Deslocamentos dos nós – Análise inicial	52
	APÊNDICE D - Deformações nos elementos da treliça – Análise inicial	54
	APÊNDICE E - Tensões nos elementos da treliça – Análise inicial	56
	APÊNDICE F - Forças axiais nos elementos – Seção redimensionada	58
	APÊNDICE G - Deslocamentos nodais – Seção redimensionada	61
	APÊNDICE H - Deformações nos elementos da treliça – Seção redimensionada	63
	APÊNDICE I - Tensões nos elementos da treliça – Seção redimensionada	65
	APÊNDICE J - Forças axiais nos elementos – Altura redimensionada	67

APÊNDICE K - DESLOCAMENTOS NODAIS – Altura redimensionada	
70	
APÊNDICE L - Deformações nos elementos da treliça – Altura redimensionada	72
APÊNDICE M - Tensões nos elementos da treliça – Altura redimensionada	74
ANEXO A - Dimensões comerciais de barras perfil u.....	76

1 INTRODUÇÃO

Treliças são estruturas compostas de vários membros que são interligados entre si nas extremidades através de pinos, soldas, rebites ou parafusos, formando uma estrutura rígida, geralmente, com formato triangular.

Essas estruturas são utilizadas na construção de pontes, coberturas, componentes espaciais, aviões, guindastes, ginásios etc. Comparando sua utilização com a de vigas, as treliças têm como vantagem alcançar vãos livre maiores.

Atualmente, a redução de custos com qualidade e segurança são elementos essenciais para uma empresa prosperar no mercado. Empresas do ramo metal mecânico, que produzem componentes para estruturas metálicas, visam obter vantagens sobre seus concorrentes. Assim, a otimização estrutural permite propor redução de custos em projetos estruturais.

Esse trabalho tem o objetivo de analisar e propor melhorias a uma estrutura metálica já existente, visando a diminuição nos custos de fabricação dos componentes da treliça numa possível troca no futuro. Para realização da redução de custo, os elementos que compõem a treliça serão redimensionados com base nos resultados atingidos com a aplicação do Método do Trabalho Virtual.

1.1 Objetivo Geral

Propor uma estrutura metálica para substituir outra já existente, a fim de reduzir custos de produção numa possível substituição.

1.1.1 Objetivos específicos

- Avaliar a estrutura existente
- Redimensionar a estrutura
- Validar o redimensionamento
- Comparar os custos materiais após a análise

1.2 Justificativa

A redução de custos com qualidade e segurança são elementos essenciais para uma empresa prosperar no mercado. Empresas do ramo metal mecânico que produzem componentes para estruturas metálicas visam obter vantagens sobre seus

concorrentes. Assim, a otimização estrutural pode reduzir custos em projetos estruturais.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Segundo Hibbeler (2011), a mecânica é o ramo da física que estuda o estado de movimento ou de repouso de corpos quando sujeitos à ação de forças. A mecânica pode ser dividida em: mecânica dos corpos rígidos, mecânica dos corpos deformáveis e mecânica dos fluidos.

2.1 Mecânica dos corpos rígidos

A mecânica dos corpos rígidos pode ser dividida em duas áreas de estudo, separadas da seguinte forma por Hibbeler:

A mecânica dos corpos rígidos divide-se em duas áreas: estática e dinâmica. A *estática* trata do equilíbrio dos corpos, ou seja, aqueles que estão em repouso ou em movimento, com velocidade constante; enquanto a *dinâmica* preocupa-se com o movimento acelerado dos corpos. Podemos considerar a estática um caso especial da dinâmica em que a aceleração é zero, entretanto, a estática merece um tratamento especial na aprendizagem da engenharia, uma vez que muitos dos objetos são projetados com a intenção de permanecerem em equilíbrio. (2011, p. 1)

Aprofundando mais na mecânica dos corpos rígidos, deve-se ter uma atenção especial com a análise estrutural, que é imprescindível para a realização desse trabalho.

2.1.1 Análise Estrutural

Segundo Beer e Johnston (1994), a análise estrutural trata de problemas que envolvem uma estrutura de vários membros interligados e que não levam em conta somente os esforços externos, mas também as forças internas.

Meriam e Kraige (2012) definem estrutura da seguinte forma: “Uma estrutura de engenharia é qualquer sistema de elementos conectados, construído para suportar ou transferir forças e resistir de forma segura as cargas aplicadas.”

Conforme Meriam e Kraige (2012), quando for necessário o conhecimento das forças internas que atuam na estrutura, é necessário desmembrar essa estrutura e fazer a análise dos diagramas de corpo livre de cada elemento ou de uma combinação de elementos. Segundo Meriam e Kraige essa análise deve obedecer à terceira Lei de Newton.

De acordo com Beer e Johnston (1994), uma das principais estruturas utilizadas na engenharia são as treliças, pois, elas nos oferecem uma combinação de

praticidade e economia. Esse tipo de estrutura é muito utilizada em projetos de pontes e edifícios.

2.1.1.1 Treliças

“Treliça é uma estrutura de membros esbeltos conectados entre si em suas extremidades. Os membros normalmente usados em construções consistem em escoras de madeira ou barras de metal.” (Hibbeler, 2011, p. 195)

Segundo Meriam e Kraige (2012), as treliças planas, como mostrada na Figura 1, podem ser formadas quando elementos da treliça são situados em um único plano, por exemplo, treliças usadas em pontes. Nessas estruturas, duas treliças planas são unidas em suas extremidades de forma que elas possam transferir energia. Esse tipo de treliça será o objeto de estudo desse trabalho.

Figura 1 – Exemplo de treliça planar



Fonte: Meriam e Kraige (2012)

2.1.1.1.1 Método dos nós

No desenvolvimento de projeto de treliças, todas as forças atuantes nos membros da estrutura devem ser determinadas. Segundo Hibbeler (2011), quando for necessário encontrar as forças em todos os elementos da treliça, o método mais adequado para calcular esses esforços se denomina método dos nós. Esse método

considera que a treliça se encontra em equilíbrio e, portanto, cada nó, deve estar em equilíbrio.

Segundo Meriam e Kraige (2012) é preciso começar a análise em nós que contenham no mínimo uma força conhecida e no máximo duas forças como incógnitas, quando se tratar de treliças planas. De acordo com Meriam e Kraige (2012) o caso acima pode ser expandido para treliças espaciais. Neste caso, a análise deve começar em um nó que possua menor número de incógnitas. Após o cálculo das forças em um determinado nó, pode-se estender a análise aos nós mais próximos.

Segundo Hibbeler:

A análise de treliça usando o método dos nós normalmente é simplificada se primeiro for possível identificar os membros que não suportam carregamento algum. Esses membros de *força zero* são usados para aumentar a estabilidade da treliça durante a construção e para fornecer um apoio adicional se o carregamento for alterado. Em geral, os membros de força zero de uma treliça podem ser determinados por observação de cada um dos nós. (2011, p. 202)

2.2 Mecânica dos corpos deformáveis

A mecânica dos corpos deformáveis estuda as forças internas presentes nos corpos oriundos das forças externas atuantes. Com base nas forças internas presentes e nas propriedades mecânicas dos materiais, pode-se prever como esse corpo se deforma.

Para Gere e Goodno:

O principal objetivo da mecânica dos materiais é determinar as tensões, deformações e deslocamentos em estruturas e seus componentes devido à ação de cargas sobre eles. Se pudermos determinar essas quantidades para todos os valores das cargas, até as que causam falha, teremos uma noção completa do comportamento mecânico dessas estruturas. (2013, p. 2)

Com base na compreensão de Gere e Goodno (2013), o conhecimento do comportamento citado acima é essencial em projetos de estruturas. A mecânica dos materiais tem uma abrangência maior que a estática ou a dinâmica, analisando também tensões e deformações em corpos de dimensões finitas sob a ação de cargas.

Existem diversos métodos de analisar uma estrutura treliçada, como o método de conservação de energia, o método do trabalho virtual, o teorema de Castigliano, método dos elementos finitos etc. Entre os diversos métodos existentes, os métodos de energia, principalmente o do trabalho virtual é bastante usado, pois

possui diversas aplicações na engenharia além de ser um método básico, ou seja, de resolução simplificada.

2.2.1 Métodos de energia

Conforme Hibbeler (2004), uma força realiza trabalho se ela causa no corpo um deslocamento. Assim, considerando que a variável x seja o deslocamento, o trabalho será dado por:

$$U_e = \int_0^x F dx. \quad (1)$$

O conceito de energia de deformação, segundo Hibbeler (2004), é definido quando o trabalho externo se converte em trabalho interno. Assumindo que o material se comporta de maneira linear-elástica e aplicando a lei de Hooke, a energia de deformação em relação a tensão normal pode ser expressa por:

$$U_i = \int_V \frac{\sigma^2}{2E} dV. \quad (2)$$

Para o caso de uma barra prismática, a equação (2) pode ser adaptada da seguinte maneira:

$$U_i = \frac{LN^2}{2AE}. \quad (3)$$

2.2.1.1 Conservação de energia

Segundo Hibbeler (2004), os métodos de energia utilizados se baseiam na conservação de energia ou no equilíbrio de energia. Para o caso estudado, a energia cinética desenvolvida pelo calor, reações químicas e efeitos eletromagnéticos podem ser descartadas. A conservação de energia pode ser expressa por:

$$U_e = U_i. \quad (4)$$

Segundo Hibbeler (2004), em uma treliça onde a carga é aplicada gradualmente, o trabalho externo é dado por $U_e = P\Delta/2$. Neste caso, Δ representa o

deslocamento no nó em que P está sendo aplicada e esse deslocamento segue a mesma direção de P. Sabendo que quando P é aplicada em uma treliça, desenvolve-se uma força axial N em um elemento particular. A energia de deformação que é armazenada neste mesmo elemento é dada pela equação (3). Como uma treliça possui vários elementos, as suas energias internas podem ser somadas de acordo com:

$$\frac{P\Delta}{2} = \sum \frac{LN^2}{2AE}. \quad (5)$$

Com todos esses conceitos definidos, é possível agora definir o que seria o método dos trabalhos virtuais.

2.2.1.2 Método dos trabalhos virtuais

O método dos trabalhos virtuais foi desenvolvido por Bernoulli e tem por objetivo a determinação de deslocamentos e rotações de vários pontos de corpos deformáveis. Sobre o assunto Hibbeler esclarece o seguinte:

Quando um corpo é impedido de se mover, é necessário que as cargas satisfaçam as condições de equilíbrio e que os deslocamentos satisfaçam as condições de compatibilidade. Especificamente, as condições de equilíbrio exigem que as cargas externas estejam relacionadas às cargas internas de maneira única, e as condições de compatibilidade requerem que os deslocamentos externos estejam relacionados às deformações internas também de maneira única. (2004, p. 583)

De acordo com Hibbeler (2004), para esse método é necessário aplicar uma força imaginária P' atuando na mesma direção em que se deseja determinar o deslocamento. Assim, para realizar essa operação, uma força imaginária de intensidade unitária deve ser aplicada em um nó da treliça e os deslocamentos devem ser calculados levando em conta somente essa força. Após essa etapa, os cálculos devem ser feitos levando em conta somente as cargas reais, sem levar em conta a força imaginária. O nome de trabalho virtual vem do fato de uma carga imaginária ser utilizada para determinação do deslocamento. Assim, seguindo a lei de conservação de energia:

$$P' * \Delta = \sum u dL \quad (6)$$

onde:

$P' = 1$ é a carga virtual externa que atua na direção de Δ ,

Δ é o deslocamento externo provocado pelas cargas reais,

u é a carga virtual interna que atua sobre o elemento,

dL é o deslocamento interno do elemento na direção de u , provocado pelas cargas reais.

Percebe-se então, o porquê do uso da carga virtual unitária, já que dessa forma se obtém o deslocamento real de forma direta. Adaptando a equação (6) para treliças, obtém-se:

$$P'\Delta = \sum \frac{nNL}{AE} \quad (7)$$

onde:

$P' = 1$ é a carga virtual externa que atua no nó da treliça na direção de Δ ,

Δ é o deslocamento do nó, provocado pelas cargas reais,

n é a carga virtual interna no elemento da treliça, provocada pela carga virtual,

L é o comprimento do elemento,

N é a força interna no elemento da treliça, provocada pelas cargas reais,

A é a área de seção transversal do elemento,

E é o modulo de elasticidade do material.

Hibbeler (2004) sugere alguns procedimentos de análise listados a seguir:

Para as forças virtuais (n):

- Posicionar a carga virtual no nó em que o deslocamento deseja ser encontrado. A direção da carga deve ter a mesma direção (horizontal ou vertical) do deslocamento que se deseja determinar.
- Calculam-se as forças internas nos elementos da treliça causadas pela carga virtual. Todas as cargas reais devem ser retiradas.

Para as forças reais (N)

- Determinar as forças reais nos elementos da treliça devido às cargas reais. A carga virtual deve ser excluída.

Após a realização dos passos acima, os dados devem ser inseridos na Equação (6) para a obtenção do deslocamento. O procedimento acima deve ser repetido para todos os nós e para todas as direções, com exceção dos apoios.

2.3 Critérios de resistência

Para a realização de um projeto de engenharia, a especificação do material que será utilizado é de extrema importância. Essa seleção de material a ser utilizada deve levar em conta as tensões que atuam no material durante o regime de trabalho. Os materiais possuem diferentes características em relação à resistência. Assim, é necessário estipular um valor limite para prevenir que o material possa falhar. Com este valor estipulado, é possível selecionar um material adequado, prevenindo assim, a falha do material.

Segundo da Rosa (2002), quando um corpo falha e essa falha está ligada a resistência do material é possível afirmar que tal falha irá iniciar nas regiões mais solicitadas da estrutura.

Os materiais comumente usados nas aplicações de engenharia podem ser divididos em dois grandes grupos que levam em consideração a sua capacidade de absorção durante a deformação. Os materiais frágeis são aqueles que falham em condições de deformação relativamente pequena, já os materiais dúcteis conseguem resistir a uma deformação consideravelmente maior. Para os materiais frágeis, os critérios de Rankine e de Mohr são os mais utilizados para permitir a identificação de situações de ruptura no local estudado. Os critérios mais utilizados para os estudos dos materiais dúcteis são o critério de von Mises e o critério de Tresca.

2.3.1 Materiais Frágeis

Materiais frágeis, diferentemente dos dúcteis, tendem a falhar subitamente por fratura sem escoamento aparente. Quando submetidos à ensaios de tração, esses materiais formam uma superfície plana de fratura constatando que a fratura ocorre quando a tensão normal atinge o limite de resistência do material. As duas teorias mais adequadas para prever a falha são a Teoria de Rankine e a Teoria de Mohr.

2.3.1.1 Critério de Rankine

A teoria da máxima tensão normal, conhecida também como teoria de Rankine, prevê que a falha do material ocorre quando a maior tensão principal, em módulo, atingir o limite correspondente ao do material obtido em um ensaio de tração ou compressão uniaxial. Este limite pode ser a tensão limite de escoamento ou a tensão limite de resistência, sob tração, ou sob compressão, conforme o caso (ROSA, 2002, p. 122).

Para tal teoria, o critério de falha é:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &< \sigma_{ET}; \sigma_{RT} \\ \sigma_3 &> \sigma_{EC}; \sigma_{RC} \end{aligned} \quad (8)$$

onde:

σ_1 e σ_3 são as tensões principais,

σ_{ET} é a tensão limite de escoamento na tração,

σ_{EC} é a tensão limite de escoamento na compressão,

σ_{RT} é a tensão limite de resistência a tração,

σ_{RC} é a tensão limite de resistência a compressão.

2.3.1.2 Critério de Mohr-Coulomb

No critério de Mohr-Coulomb, o colapso acontece quando a tensão cisalhante atuante no plano de resistência atinge o valor da tensão cisalhante de resistência do material. Usando as tensões principais para expressar a função resistência, obtém-se:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \varphi + c \cos \varphi \quad (9)$$

onde:

σ_1 e σ_3 são tensões principais,

$$(\sigma_1 - \sigma_3) / 2 = \tau_m$$

$$(\sigma_1 + \sigma_3) / 2 = \sigma_m$$

c é um parâmetro de coesão do material,

φ é o ângulo de atrito do material.

2.3.2 Materiais Dúcteis

Os materiais dúcteis conseguem suportar grandes deformações plásticas sem romper. Para projetos de elementos de máquinas, a falha é considerada a partir do ponto em que o material escoa sob efeito de uma carga estática. Várias teorias foram criadas para explicar essas falhas. No entanto, serão utilizadas a de Tresca e a de Von Misses por serem as mais utilizadas atualmente.

2.3.2.1 Critério de Tresca

De acordo com da Rosa (2002):

A teoria da máxima tensão cisalhante prevê que a falha do material ocorre quando a máxima tensão cisalhante que atua, no material da peça, atingir o valor correspondente ao obtido em um ensaio de tração simples, para este mesmo material. Esta teoria foi originalmente apresentada por Tresca. (2002, p. 122)

No ensaio de tração, a tensão de cisalhamento se relaciona com a tensão limite de escoamento da seguinte forma:

$$\tau_E = \frac{\sigma_E}{2} \quad (10)$$

onde:

τ_E é a tensão cisalhante

σ_E é a tensão limite de escoamento

Considerando a tensão de cisalhamento para definir o início da falha e levando em conta que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, a desigualdade abaixo deve ser satisfeita para que o material não se deforme plasticamente:

$$\sigma_E \geq \sigma_1 - \sigma_3. \quad (11)$$

Segundo Buffoni, o caso mais comum de escoamento de um material dúctil ocorre com o deslizamento entre os planos de contato dos cristais que constituem o material.

2.3.2.2 Critério de von Misses

A teoria de von Misses, ou de Henky, pode também ser chamada de teoria de máxima energia de distorção. Da Rosa (2012, p. 124) define que essa teoria: “...prevê que a falha ocorre quando, em qualquer ponto do material, a energia de distorção, por unidade de volume em Joules, for maior que o valor limite de tração obtido no ensaio de tração do material.”

Para o estado triaxial de tensões, o critério acima pode ser escrito da seguinte forma:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 < 2\sigma_E^2. \quad (12)$$

Simplificando a equação acima para o estado bidimensional de tensões e levando em conta o caso de torção pura, a conclusão abaixo pode ser inferida:

$$3\tau^2 < \sigma_E^2. \quad (13)$$

Na condição de escoamento iminente, a equação pode ser simplificada como:

$$\tau = \frac{\sigma_E}{\sqrt{3}} = 0,577\sigma_E. \quad (14)$$

2.4 Mecânica dos fluidos

De acordo com Çengel e Cimbala (2012): “A subcategoria mecânica dos fluidos é definida como a ciência que trata do comportamento dos fluidos em repouso (estática dos fluidos) ou em movimento (dinâmica dos fluidos) e a interação entre fluidos e sólidos ou outros fluidos na fronteira”.

Segundo Fox et al. (2013), o escopo da mecânica dos fluidos é bastante amplo, com aplicações em biomecânica, meio ambiente, energia, esportes, transportes etc. A mecânica dos fluidos também está muito presente no projeto de estruturas metálicas ou grandes edifícios, pois nesses casos as forças causadas pelo vento são relevantes e devem ser levadas em conta, como a força de arrasto atuante sobre um telhado.

2.4.1 Força de arrasto

A força de arrasto pode ser definida da seguinte forma: “O arrasto é a componente da força sobre um corpo que age paralelamente à direção de movimento relativo.” (FOX, et. al. 2013)

Ainda sobre força de arrasto Çengel e Cimbala (2012) dizem:

O arrasto geralmente é um efeito indesejado, assim como o atrito, e fazemos o melhor possível para minimizá-lo. A redução do arrasto está intimamente associada com a redução do consumo de combustível nos automóveis, submarinos e aviões; com uma melhor segurança e durabilidade das estruturas submetidas a ventos fortes; e com a redução do ruído e da vibração. (2012, p. 492)

A força de arrasto pode ser expressa matematicamente pela equação (15):

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho A V^2 \quad (15)$$

onde:

F_D é a força de arrasto

C_D é o coeficiente de arrasto

ρ é a densidade do fluido

A é a área superficial do objeto imerso no fluido sujeita à ação do mesmo

V é a velocidade do fluido

Com a equação acima se torna possível o cálculo da força causada pelo vento nas estruturas. Nesse trabalho, a cobertura estará sujeita a ação dos ventos tanto na superfície superior quanto na superfície inferior. Com isso, a equação (15) deve ser levemente modificada, tomando a forma da equação (16):

$$F_D = C_D \rho A V^2 \quad (16)$$

3 METODOLOGIA

Nessa seção, serão apresentados os materiais e métodos utilizados para a realização do projeto de redimensionamento de uma estrutura metálica de baixo teor de carbono.

3.1 Análise da estrutura existente

Primeiramente, foi realizada uma análise da estrutura existente para poder redimensionar.

3.1.1 Treliça

A treliça a ser estudada está empregada na cobertura de uma garagem em uma empresa situada na cidade de Pato Branco. Essa garagem possui capacidade para até quatro carros, como mostra a Figura 2.

Figura 2 – Cobertura da garagem

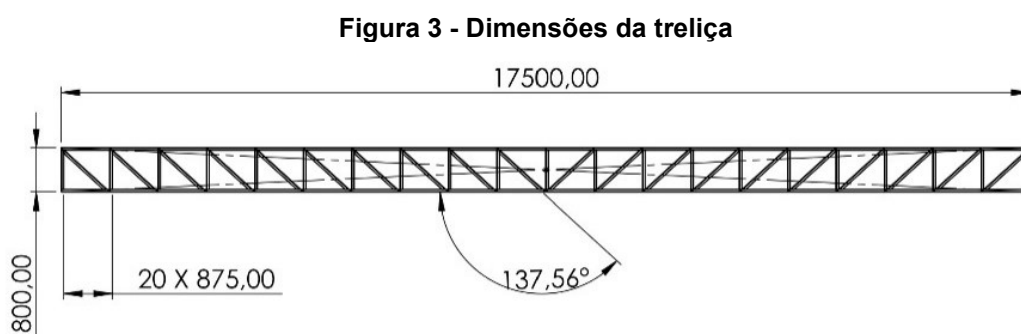


Fonte: Autoria própria

A treliça em estudo, possui dois pilares de sustentação, um localizado em uma extremidade da estrutura e outro no meio. A outra extremidade, não mostrada na imagem, está apoiada na parede do prédio.

3.1.2 Coleta dos dados

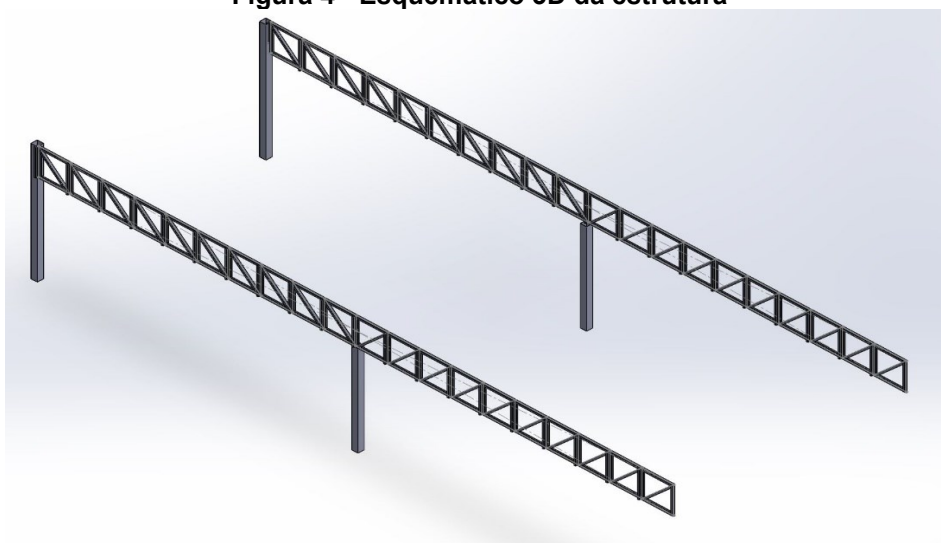
As dimensões da treliça foram obtidas através de medições e, após a aquisição das medidas, um desenho foi modelado em um programa de computador de CAD como mostra a Figura 3.



Fonte: autoria própria

Após a modelagem (Figura 3), algumas informações como comprimento total, número de nós, número de elementos, altura, ângulo de inclinação das barras e outras informações foram obtidas. Na Figura 4 é possível visualizar a estrutura em três dimensões. Para facilitar a visualização das treliças, não foram colocadas as telhas e as terças nessa montagem. As influências desses materiais que não estão mostrados e serão computadas na etapa de análise da estrutura.

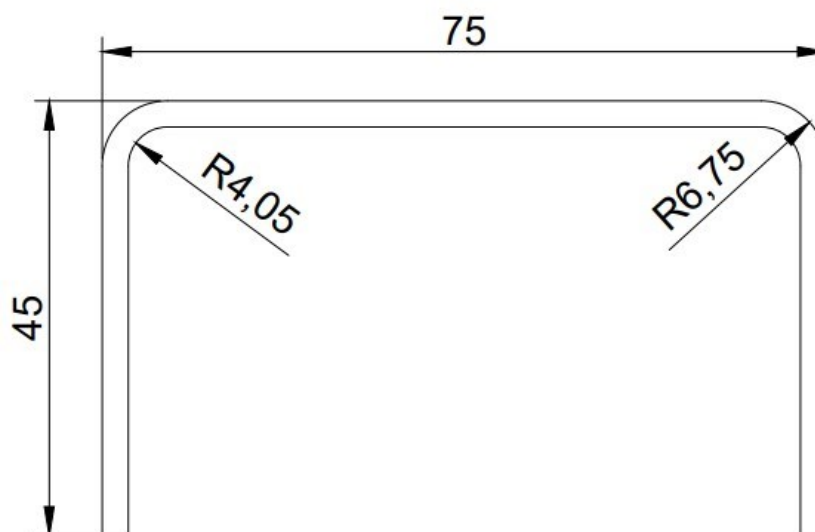
Figura 4 - Esquemático 3D da estrutura



Fonte: autoria própria

Na etapa de medições, foram obtidas as dimensões do perfil do elemento utilizado da treliça, sendo iguais para todos os elementos da treliça. As dimensões desse perfil U são mostradas na Figura 5. O perfil da Figura 5 não é um perfil padrão. No processo de redimensionamento da treliça, somente perfis que seguem um padrão serão considerados. Os perfis padrões podem ser encontrados na Tabela 18 do Anexo A.

Figura 5 - Perfil dos elementos estruturais (dimensões em mm) – Antes da otimização



Fonte: autoria própria

3.1.3 Análise da estrutura

Para análise da estrutura existente, foi necessário obter alguns dados, como: comprimento total da estrutura; largura da estrutura; altura e largura da treliça; formato, espessura, comprimento e largura das telhas etc.

Estruturas metálicas estão sujeitas à ação das forças da natureza, como vento, chuva, granizo e outros fenômenos, peso próprio da estrutura e o peso das lâmpadas, calhas, telhas, fios etc. As forças mais influentes são aquelas causadas pelo vento e as resultantes do peso das componentes da estrutura.

3.1.3.1 Forças atuantes

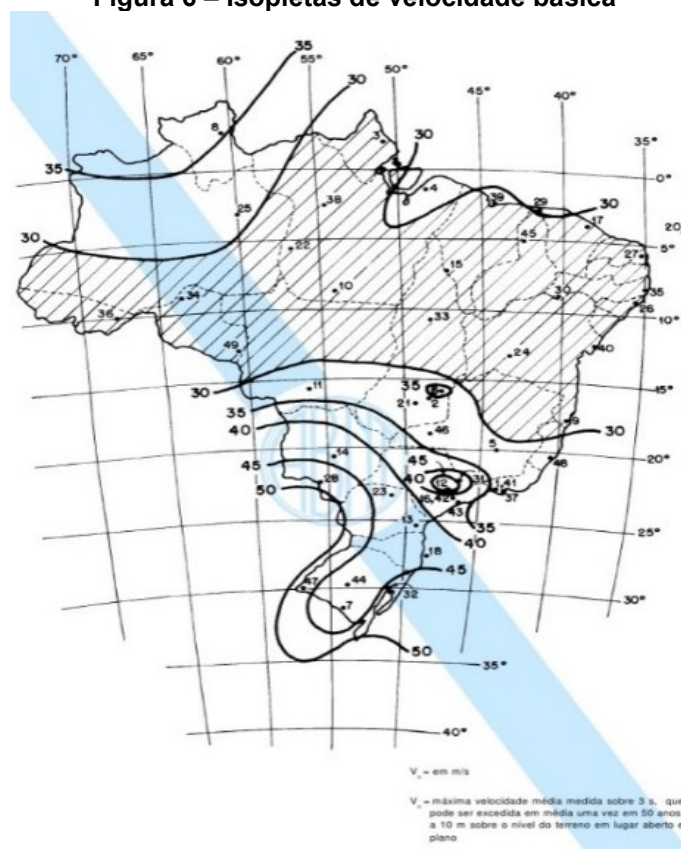
3.1.3.1.1 Força de arrasto

Diante da necessidade do conhecimento da carga causada pelo vento na estrutura, é necessário compreender a intensidade e a direção do vento no local de

realização do estudo. Para a aquisição desses dados referentes aos ventos incidentes na região, foi utilizada a norma NBR 6123 – Forças devido ao vento em edificações.

De acordo com a Figura 6 e os cálculos descritos na norma citada, é possível chegar a um valor de velocidade a ser usada, com base nos cálculos devido ao efeito do vento na estrutura. Como visto na equação (16), o cálculo da força causada pelo vento depende também de outros fatores, além da velocidade do vento. Na equação é possível ver que é preciso conhecer o meio em qual está imersa a estrutura, a área ao qual está sujeita ação do vento e um coeficiente de arrasto, que é tabelado. Visto que, o meio em que a estrutura está imersa é o ar, pode-se obter a densidade do fluido.

Figura 6 – Isopletas de velocidade básica



Fonte: NBR 6123

Para o conhecimento da área de superfície afetada pelo vento, foi realizado um desenho e extraído do programa de computador a área superficial das telhas. Nesse estudo, foi empregado o pior caso da ação do vento, ou seja, será considerada como um fluxo perpendicular ao plano da treliça, o que gera, dessa forma, duas

componentes da força de arrasto, uma nas telhas verticais e outra nas telhas horizontais.

3.1.3.1.2 Força devido ao peso

Na Figura 7 é possível observar todos os componentes a estrutura com suas nomenclaturas. O peso das telhas e das terças são transferidos à treliça em pontos específicos e não de forma contínua. Esses dados podem ser vistos na Tabela 1.

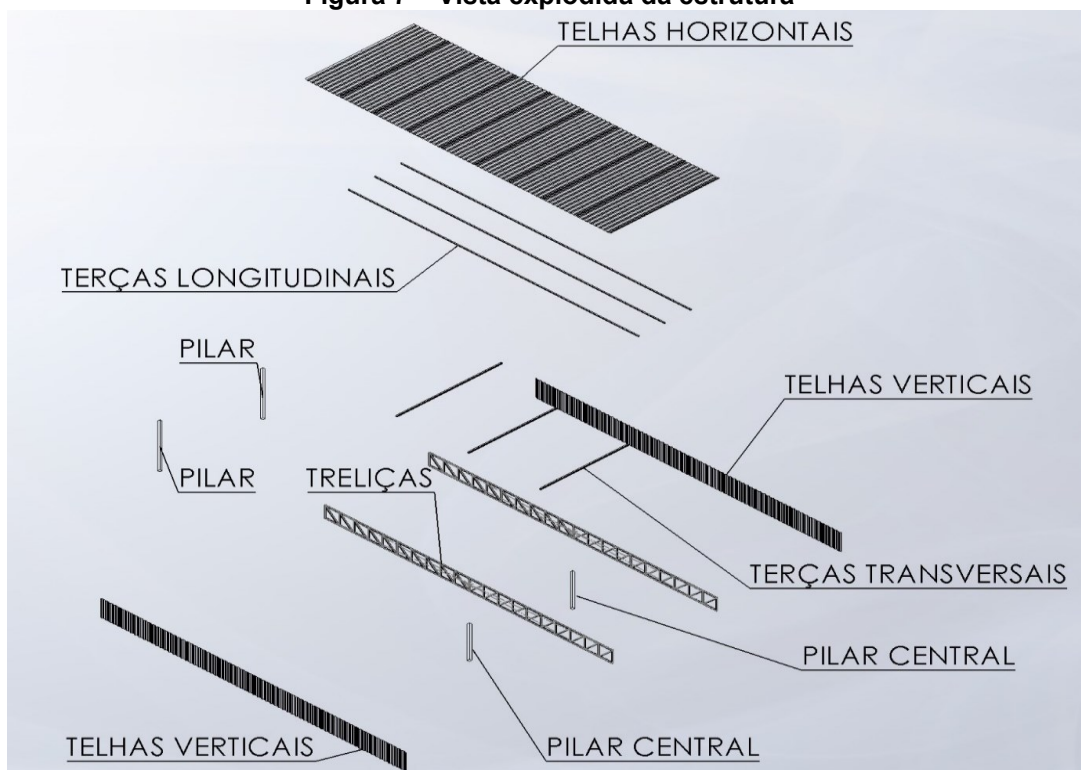
A massa das telhas verticais deve ser dividida entre todos os nós da estrutura, devido elas serem paralelas a treliça e presas em cada nó da estrutura, enquanto o peso das telhas da cobertura deve ser dividido em seis e essa massa deve ser aplicada nos nós onde as terças transferem essa carga à treliça.

Tabela 1 - Massa dos elementos da estrutura

Elemento	Peso unitário (kg)	Quantidade	Peso total (kg)
Terça longitudinal	58,4	4	233,6
Terça transversal	21	6	126
Telhas verticais	172,8	1	172,8
Telhas horizontais	457,5	1	457,5

Fonte: autoria própria

Figura 7 – Vista explodida da estrutura



Fonte: autoria própria

3.1.3.1.3 Cálculo das reações nos apoios

A estrutura que é objeto de estudo está em equilíbrio estático. Dessa forma, as condições de equilíbrio podem ser usadas para o cálculo das reações nos apoios. As condições de equilíbrio são as que seguem:

$$\sum F_n = 0 \quad (17)$$

$$\sum M_n = 0 \quad (18)$$

onde,

F é a força;

M é o momento e

n é o apoio desejado.

Ao considerar que há três pontos de apoio na treliça, as equações acima podem ser reescritas da seguinte forma para o apoio A:

$$\sum F_A = 0, \quad (19)$$

$$\sum M_A = 0, \quad (20)$$

para o apoio B:

$$\sum F_B = 0, \quad (21)$$

$$\sum M_B = 0, \quad (22)$$

e para o apoio C:

$$\sum F_C = 0, \quad (23)$$

$$\sum M_C = 0. \quad (24)$$

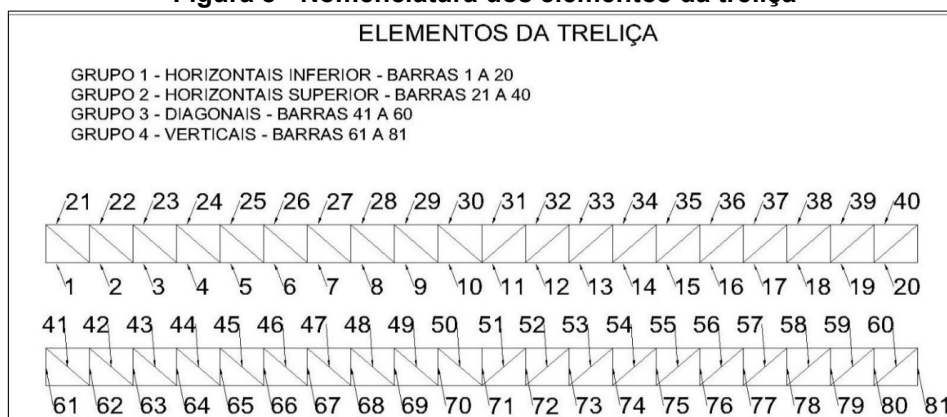
A estrutura em estudo é simétrica e, devido a essa proposição, os cálculos podem ser realizados para somente um lado da estrutura. Ela está apoiada em uma extremidade a uma parede e em outros dois pontos por meio de pilares, um no meio de treliça e outro na extremidade oposta à parede. Assim, as equações de equilíbrio devem ser satisfeitas para os 3 pontos de apoio.

3.1.3.1.4 Forças internas e deslocamento dos elementos e nós

Com todos os dados acima é possível começar a análise da estrutura, através método dos trabalhos virtuais, obtendo, dessa forma, os deslocamentos nodais. Neste caso, serão utilizadas tabelas para facilitar a visualização de dados e resultados. Nesta parte dos cálculos, também serão necessárias algumas propriedades dos materiais utilizados na estrutura como, por exemplo, o módulo de elasticidade.

Na Figura 8 e na Figura 9 estão enumerados os elementos e os nós da treliça, respectivamente.

Figura 8 - Nomenclatura dos elementos da treliça



Fonte: autoria própria

Figura 9 - Nomenclatura dos nós da treliça



Fonte: autoria própria

3.2 Processo de redimensionamento

Para início do processo de redimensionamento da estrutura em estudo, foi decidido quais aspectos podem ser alterados, com o intuito de chegar a um projeto mais enxuto.

3.2.1 Definição dos parâmetros de redimensionamento

Supõe-se que a barra AB ligada nos nós a e b seja parte de uma treliça. Sabendo que a barra possui comprimento L_{AB} , área A_{ab} e módulo de resistência do material E , a tensão interna nessa barra segue a fórmula abaixo:

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (25)$$

onde:

E é o módulo de elasticidade do material da barra,

ε é a deformação sofrida pela barra,

e σ é a tensão interna na barra.

O valor de E depende somente do material e não das condições ao qual está sujeita a barra, então deve ser encontrado um valor de ε aplicando o Princípio dos Trabalhos Virtuais. Para isso, é necessário encontrar os deslocamentos nodais, para então, encontrar o deslocamento resultante. Os deslocamentos nodais podem ser encontrados utilizando a Equação 26 mostrada abaixo:

$$P' \delta_{a,x} = \frac{1}{A_{ab}E} \sum nNL_{0ab}, \quad (26)$$

onde:

$P' = 1$ é a carga virtual externa que atua no nó da treliça na direção de Δ ,

$\delta_{a,x}$ é o deslocamento do nó, provocado pelas cargas reais,

n é a carga virtual interna no elemento da treliça, provocada pela carga virtual,

L_0 é o comprimento do elemento,

N é a força interna no elemento da treliça, provocada pelas cargas reais,

A é a área de seção transversal do elemento,

E é o módulo de elasticidade do material.

Após o cálculo citado acima os deslocamentos resultantes na direção x devem ser obtidos seguindo a equação mostrada:

$$\delta_x = \delta_{b,x} - \delta_{a,x}, \quad (27)$$

onde:

δ_x é a variação de comprimento da barra na direção do eixo x ,

$\delta_{a,x}$ é o deslocamento do nó a na direção do eixo x ,

$\delta_{b,x}$ é o deslocamento do nó b na direção do eixo x ,

Da mesma forma para os deslocamentos resultantes em y , δ_y , tem-se:

$$\delta_y = \delta_{b,y} - \delta_{a,y}, \quad (28)$$

onde:

Δ_y é a variação de comprimento da barra na direção do eixo y ,

$\delta_{a,y}$ é o deslocamento do nó a na direção do eixo y ,

$\delta_{b,y}$ é o deslocamento do nó b na direção do eixo y .

Ao analisar as equações acima, dois parâmetros podem ser definidos pelo projetista e precisam ser redimensionados, sendo eles, a área de seção dos elementos e o comprimento dos elementos. Essas duas variáveis contribuem diretamente para o aumento ou diminuição do valor da tensão interna sofrida pelo elemento.

3.2.1.1 Redimensionamento do perfil dos elementos

Com tudo que foi visto anteriormente agora é possível iniciar o redimensionamento da estrutura.

3.2.1.1.1 Restrições

Antes do início do processo de redimensionamento, foi necessário definir as restrições, ou seja, parâmetros máximos/mínimos que o projeto deve atender.

Parâmetros que no caso desse trabalho são, o perfil dos elementos e a altura da treliça.

Nessa seção será redimensionado o perfil dos elementos. Dessa forma, uma restrição quanto a esse parâmetro deve ser criada. Na Tabela 18, presente no Anexo A, estão presentes os perfis padrões disponibilizado por um fabricante de perfis U.

Na Tabela 18 encontrada no Anexo A, a menor seção disponível comercialmente é o perfil 50x25x2 (mm), onde as dimensões estão mostradas na Figura 11 no Anexo A. Assim, a restrição de área pode ser escrita da seguinte forma:

$$A \geq 186,85 \text{ mm}^2. \quad (29)$$

O esforço sofrido pela barra não deve exceder um limite predeterminado. Dessa forma, é necessário definir um fator de segurança para o projeto da estrutura onde:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_e}{FS}, \quad (30)$$

sendo que:

σ_{adm} é o máximo valor admitido para o esforço sofrido pela barra,

FS é o fator de segurança,

σ_e é o valor de escoamento do material que para o aço 1020 laminado fica em torno de 330Mpa.

Assim, a restrição pode ser escrita da seguinte forma:

$$\sigma_{real} < \sigma_{adm}. \quad (31)$$

Segundo a norma ABNT NB14-1958 o valor da tensão admissível será de 50% do valor do escoamento para o aço 1020. Dessa forma, o fator de segurança para este caso é de 2.

3.2.1.2 Redimensionamento da altura da treliça

Ao verificar novamente a equação (26), a outra variável que pode ser manipulada para redimensionar a estrutura é o comprimento dos elementos.

3.2.1.2.1 Restrições

A primeira restrição imposta é o fator de segurança da estrutura, seguindo a equação (30) e (31).

No caso desse estudo, a treliça é usada na cobertura de uma garagem. Dessa forma, o comprimento total da treliça não poderá ser modificado, para não deixar nenhum espaço descoberto. Assim:

$$L_{tot} = 17,5m. \quad (32)$$

Para simplificação do processo de cálculo, a estrutura deve permanecer com o seu comprimento, sendo a mesma quantidade que possuía antes da otimização. Além disso, a coordenada x dos nós deverá permanecer, podendo a componente y ser alterada.

$$N_{ori} = N_{oti} = 42 \text{ nós}. \quad (33)$$

Visto isso, observa-se que nessa etapa de redimensionamento, será modificada somente a altura da treliça. Porém, essa variável não pode assumir qualquer valor. A altura da treliça influi diretamente no ângulo das diagonais e, dessa forma, esse valor deve ser restringido da seguinte forma:

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{CO}{CA}, \quad (34)$$

onde:

α é o ângulo entre a diagonal e o eixo x,

CO é o cateto oposto e

CA é o cateto adjacente.

O cateto oposto será o comprimento dos elementos verticais da treliça e o cateto adjacente o comprimento dos elementos horizontais. Reescrevendo a equação (41), com os novos valores, obtêm-se:

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{L_{vert}}{L_{horiz}}. \quad (35)$$

Com a equação, o valor do ângulo mínimo será restringido a 30°:

$$\alpha > 30°. \quad (36)$$

Essa restrição será imposta por motivos construtivos da treliça, facilitando a montagem, além de ser um valor comumente utilizado como restrição na indústria.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção serão abordados os resultados obtidos, assim como as discussões pertinentes sobre esses resultados. Foi levado em conta a estrutura existente e os esforços que esta estrutura está sujeita.

4.1 Forças externas atuantes na estrutura

As forças peso, devido à massa das telhas e das terças, foram as primeiras a serem calculadas. Essas forças são mostradas na Tabela 2.

Tabela 2 - Forças devido ao vento

Força	Intensidade (N)
Peso das terças	3527,68
Peso das telhas horizontais	4488,08
Peso das telhas verticais	1695,17

Fonte: autoria própria

O peso das terças e das telhas horizontais, mostradas na Figura 7, foi distribuído nos nós de número 27, 32 e 37 de cada treliça, mostrados na Figura 9.

Como explicado na seção 3.1.3.1.1, as forças causadas pelo vento foram necessárias para a análise da estrutura e foram divididas como apresentada na Tabela 3.

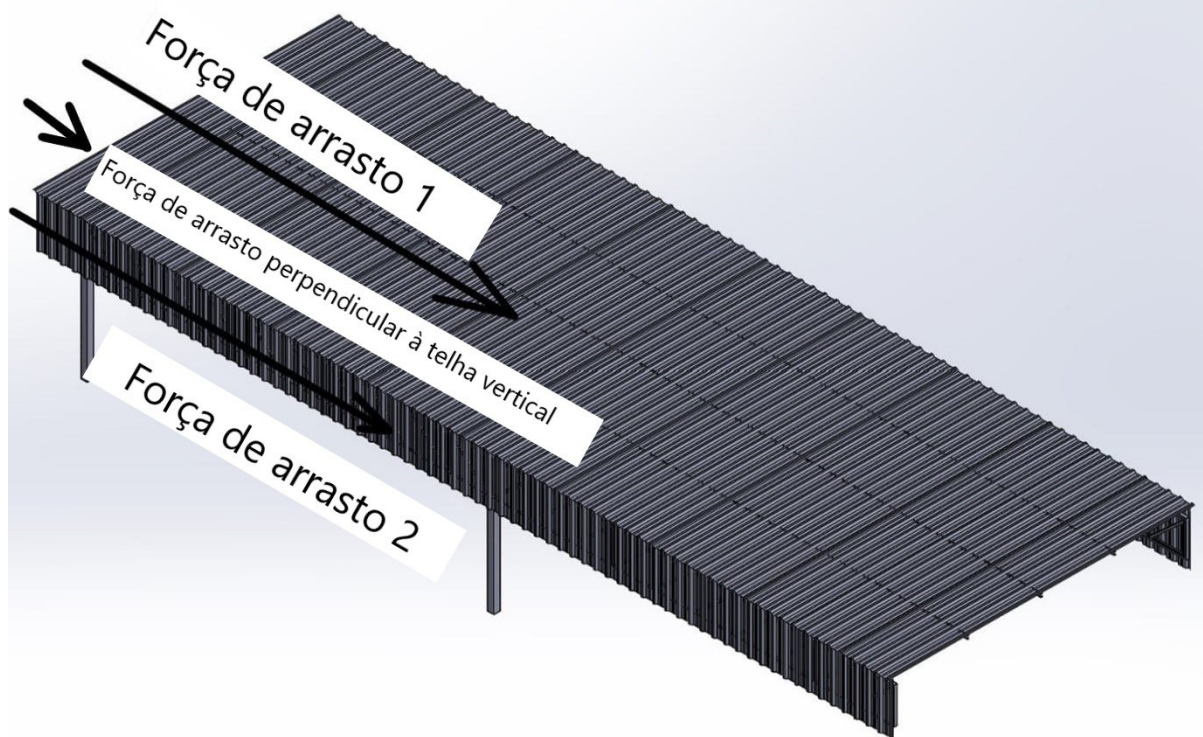
Tabela 3 - Forças devido ao vento

Força	Intensidade (N)
Arrasto 1	1074,31
Arrasto 2	149,09
Arrasto perpendicular à telha vertical	10331,78

Fonte: autoria própria

A Figura 10 mostra as forças atuantes (Tabela 3) sobre a superfície.

Figura 10 - Forças do vento



Fonte: autoria própria

Com as forças externas já calculadas, o somatório de todas essas forças pode ser obtido, conhecendo a intensidade da força que atua em cada nó da estrutura. O resumo dessas forças é encontrado na Tabela 5 (Apêndice A).

4.2 Análise inicial

Com as forças externas calculadas, o próximo passo foi a análise da estrutura atual.

4.2.1 Princípio dos trabalhos virtuais

O princípio dos trabalhos virtuais é utilizado para determinar os deslocamentos nos nós da treliça. Com os valores dos deslocamentos, pode-se calcular as deformações e as tensões e, por fim, redimensionar a estrutura.

Para obter os deslocamentos em cada um dos nós da estrutura, a Equação (7) foi aplicada. Para a aplicação desta equação, foram levantados os valores da área de seção transversal, do comprimento do elemento e do módulo de elasticidade do material do elemento. Esses parâmetros e as forças internas podem ser encontrados na Tabela 6 que está no Apêndice B.

O elemento da treliça mais solicitado foi o de número 20, sofrendo uma força de compressão de aproximadamente 2550N.

Com todos os valores acima mencionados, a Equação (7) pode ser utilizada para obtenção dos deslocamentos nodais. Os deslocamentos nodais podem ser encontrados na Tabela 7 do Apêndice C. Conforme consta na Tabela 7, o maior deslocamento horizontal ocorre no nó 35 que desloca 0,0472mm na direção x e o maior deslocamento vertical ocorre no nó 37 que desloca 0,393mm na direção y.

4.2.2 Deformações

O método dos trabalhos virtuais foi usado como passo inicial. Com os valores calculados, pode-se calcular as deformações sofridas pelas barras.

Para calcular as deformações sofridas pelas barras da treliça, as Equações (26), (27) e (28) devem ser utilizadas em conjunto. Dessa forma, os nós inicial e final de cada barra devem ser conhecidos. Essas coordenadas finais vêm da coordenada inicial do nó com o incremento do deslocamento obtido pelo PTV. Depois disso, basta aplicar todos os valores na Equação (26) para conhecer a deformação de cada barra. Os valores estão presentes na Tabela 8 do Apêndice D e nela é possível observar que o elemento com maior deformação foi o de número 30 com uma deformação de $29,2 \times 10^{-6}$ mm/mm.

4.2.3 Tensões

Com os cálculos feitos anteriormente e aplicando a Equação (29) é possível chegar às tensões internas dos elementos. Essa tensão interna leva em consideração o tipo de material e a deformação sofrida pela barra. Como o material utilizado em todos os elementos da estrutura é o SAE 1020, o módulo de elasticidade será o mesmo para todos os elementos da treliça.

As tensões das barras são mostradas na Tabela 9 do Apêndice E. O elemento 30, o mais tensionado da estrutura, sofre uma tensão de 6,04 MPa. Comparado o valor da tensão admissível ao valor obtido no elemento 30, é perceptível o quão superdimensionada está a estrutura estudada.

4.3 Redimensionamento do perfil dos elementos da treliça

Como foi apresentado na seção anterior, a estrutura estudada está projetada para sustentar muito mais força. Dessa forma, a atualização do perfil foi feita levando em conta as restrições descritas no capítulo 3. Para encontrar a área atualizada de forma aproximada dos elementos que compõem a estrutura, conforma equação abaixo:

$$\sigma = F/A, \quad (44)$$

onde:

F é a força interna atuante no elemento da treliça,

A é a área do perfil do elemento da treliça,

e σ é a tensão interna na barra.

Inserindo a tensão admissível na Equação (44) que foi definida no capítulo 3 e com base nas forças presentes nos elementos da estrutura, pode-se estimar a área da seção transversal dos elementos. Dessa forma, ao inserir esses valores na Equação (44), o valor estimado da área ficou em torno de 170mm².

Na Tabela 18 do Anexo A estão mostrados os perfis padrão disponíveis no mercado, onde é possível verificar que o perfil com menor área de seção é o 50x25x2 mm com aproximadamente 187mm².

Após a adoção do novo perfil a ser utilizado na estrutura, os cálculos foram refeitos, com a intenção de validar esse novo perfil. Para a aprovação desse novo perfil, as tensões internas nos elementos da estrutura devem permanecer inferiores à tensão admissível. Os valores das forças, calculados anteriormente, estão presentes na Tabela 10 do Apêndice F.

4.3.1 Princípio dos trabalhos virtuais

No redimensionamento do perfil, o valor da área da seção transversal foi alterado. Aplicando a Equação (7), obtém-se os deslocamentos de cada nó presente na estrutura da mesma forma que foi feita na seção 4.2.1. Esses deslocamentos podem ser encontrados na Tabela 11 localizada no Apêndice G.

Observando os valores da Tabela 11, é possível notar que houve um aumento nos deslocamentos nodais. Entretanto, o nó com maior deslocamento foi o nó de número 37 que foi deslocado 0,879mm. Comparando esse valor com a análise inicial, percebe-se que houve um aumento considerável do deslocamento sofrido.

4.3.2 Deformações

Com os novos valores dos deslocamentos nodais obtidos e seguindo os mesmos passos descritos na seção 4.2.2, obtém-se os valores das deformações sofridas pelas barras. Os valores estão presentes na Tabela 12 do Apêndice H. O elemento com maior deformação da estrutura foi o elemento 20 com uma deformação de $6,6 \cdot 10^{-5}$ mm/mm.

4.3.3 Tensões

Com as deformações calculadas, foi possível calcular as tensões internas, que foram maiores que as calculadas na seção 4.2.3, devido a redução da área do perfil dos elementos. Os valores das tensões internas após essa alteração na seção podem ser encontrados na Tabela 13 presente no Apêndice I. O elemento 20 foi o mais tensionado, sofrendo em torno de 14 MPa de compressão. Comparando esse resultado com o obtido na seção 4.2.3 percebe-se que a redução na área do perfil causou um aumento na tensão interna dos elementos.

Analisando os resultados obtidos nesse processo de dimensionamento, é possível concluir que mesmo com essa mudança na seção dos elementos, a estrutura continua superdimensionada. Dessa forma, para o processo subsequente será utilizada a estrutura com o perfil já melhorado, para tentar reduzir ainda mais a massa da treliça.

4.4 Redimensionamento da altura da treliça

Como foi explicado na seção anterior, a estrutura obtida na seção 4.3 é a utilizada. Novamente, aplicando todas as restrições e redimensionando a altura da treliça, o valor mínimo admissível de altura da treliça foi estabelecido como sendo de 510mm.

A necessidade de validar os resultados obtidos no processo de redimensionamento é necessária novamente. Assim, todos os processos da seção

4.2 foram recalculados, chegando a novos valores de forças axiais, deslocamentos nodais, deformações e tensões.

4.4.1 Princípio dos trabalhos virtuais

Nesse processo de redimensionamento, a altura da treliça foi modificada, necessitando refazer todos os cálculos de forças, descritos na seção 4.2.1. Os novos valores de forças axiais, os dados de comprimento de barra, área de seção e características do material estão mostrados na Tabela 14 do Apêndice J. Neste caso, o elemento com maior força axial da estrutura sofreu força de aproximadamente 3940 N. Comparando com as forças máximas obtidas nas seções anteriores é possível notar que houve um aumento de mais de 50% no valor da força máxima presente nos elementos da estrutura.

Com todas as forças axiais, o PTV pode ser aplicado para obter os valores dos deslocamentos nodais. Por consequência da diminuição da área e da altura da treliça, espera-se que os deslocamentos nodais aumentem. Essa proposição pode ser verificada Tabela 15 do Apêndice K que mostra todos os deslocamentos nodais da nova treliça. Observando a tabela citada acima, os nós 16 e 37 foram os que sofreram os maiores deslocamentos, com os valores de $1,74 \times 10^{-3} \text{m}$ na direção vertical. Este valor é mais de duas vezes maior do que o encontrado na seção 4.3.1.

4.4.2 Deformações

Para obter as deformações das barras, os passos citados na seção 4.3.2 foram refeitos. Esses valores estão disponíveis na Tabela 16 do Apêndice L. Analisando os dados contidos nessa tabela, o elemento com maior deformação foi o elemento número 30 com $9,87 \times 10^{-5}$. Esse resultado é aproximadamente 30% maior do que o encontrado na seção 4.3.2.

4.4.3 Tensões

Como foi mostrado anteriormente, após os cálculos das deformações, é possível chegar ao valor das tensões internas nos elementos, seguindo os passos citados na seção 4.2.3.

Ao observar os valores contidos na Tabela 17 do Apêndice M, é possível concluir que houve um aumento considerável nas tensões internas dos elementos,

quando comparadas com as duas análises anteriores. Neste caso, a maior tensão encontrada foi de 21,07 MPa, aproximadamente 30% maior do que foi encontrada na seção 4.3.3. Dessa forma, é possível concluir que a nova estrutura proposta está aprovada quanto aos carregamentos axiais, pois os valores de tensão estão abaixo do admissível.

4.5 Redução de massa

Após a realização das melhoras de projeto, o cálculo de redução de custos pode ser feito. Na Tabela 4, encontram-se os valores da massa da treliça original e da treliça após a realização das melhorias. Para esse cálculo foi utilizado o preço do aço SAE 1020 como sendo de 6 reais por kg. Observando a tabela, é possível perceber que a redução de custos materiais com esse estudo tem a possibilidade de atingir até 61% de diminuição de custo, quando comparado ao projeto original.

Otimização	Compr. (m)	Volume (m ³)	Massa (kg)	Preço Tot (R\$)	% de Melhora
Original	151,02	0,06	492,87	2957,22	-
Perfil otimizado	151,02	0,03	220,12	1320,72	55,34
Altura e perfil otimi.	131,93	0,02	192,29	1153,74	60,99

Fonte: autoria própria

5 CONCLUSÕES

Na avaliação inicial da estrutura em estudo, foi perceptível como ela está superdimensionada, com a tensão real extremamente abaixo da tensão admissível. Por esse motivo, provavelmente houve o uso abundante e desnecessário de material, o que resultou em um custo elevado da obra.

Analisando os resultados obtidos com este trabalho é possível compreender que a redução de gastos em razão da otimização de projetos estruturais, é necessária para garantir um projeto econômico, sem renunciar à segurança. Ao calcular a possibilidade de um projeto estrutural mais enxuto, pode-se observar uma expressiva redução dos custos de materiais, reduzindo até 61% do custo do projeto.

REFERÊNCIAS

- HIBBELER, R.C. **Estática: mecânica para engenharia**. 12. ed. São Paulo. Pearson Prentice Hall. 2011.
- HIBBELER, R.C. **Resistência dos Materiais**. 5. ed. São Paulo. Pearson Prentice Hall. 2004.
- MERIAM, J.L; KRAIGE, L.G. **Mecânica para engenharia: estática, vol. 1**. 6. ed. Rio de Janeiro. LTC. 2012.
- POTTER, M.C; WIGGERT, D.C. **Mecânica dos fluidos**. 3. ed. São Paulo. Cengage Learning. 2009.
- ARORA, J.S. **Introduction to optimum design**. 4. ed. Elsevier. 2017
- BEER, F.P; JONHSTON, E.R.JR. **Mecânica vetorial para engenheiros ESTÁTICA**. 5. ed. São Paulo. Pearson Makron Books. 1994.
- ÇENGEL, Y.A; CIMBALA, J.M. **Mecânica dos fluidos: Fundamentos e aplicações**. 1. ed. Porto Alegre. AMGH. 2012.
- FARKAS, J; JÁRMAI, K. **Optimum design of steel structures**. Berlin. Springer. 2013
- FOX, R.W. et al. **Introdução à mecânica dos fluidos**. 8. ed. Rio de Janeiro. LTC. 2014.
- DA ROSA, Edison. **Análise de Resistência Mecânica. Mecânica da Fratura e Fadiga**. Santa Catarina. Grante. 2002.
- GERE, J.M; GOODNO, B.J. **Mecânica dos materiais**. 7. ed. São Paulo. Cengage Learning. 2013.

APÊNDICE A - Forças externas atuando nos nós - Análise inicial

Na Tabela 5 estão presentes as forças atuantes em cada nó da treliça. As forças estão decompostas em forças no eixo x e no eixo y para facilitar os cálculos.

Tabela 5 - Somatório de forças por nó		
Nó	Força total em x (N)	Força total em y (N)
1	2586,50	-40.32
2	3,53	-40.32
3	3,53	-40.32
4	3,53	-40.32
5	3,53	-40.32
6	3,53	-40.32
7	3,53	-40.32
8	3,53	-40.32
9	3,53	-40.32
10	3,53	-40.32
11	3,53	-40.32
12	3,53	-40.32
13	3,53	-40.32
14	3,53	-40.32
15	3,53	-40.32
16	3,53	-40.32
17	3,53	-40.32
18	3,53	-40.32
19	3,53	-40.32
20	3,53	-40.32
21	3,53	-40.32
22	2586,50	-40.32
23	3,53	-40.32
24	3,53	-40.32
25	3,53	-40.32
26	3,53	-40.32
27	182,56	-1278,24
28	3,53	-40.32
29	3,53	-40.32
30	3,53	-40.32
31	3,53	-40.32
32	182,56	-1278,24
33	3,53	-40.32
34	3,53	-40.32
35	3,53	-40.32
36	3,53	-40.32
37	182,56	-1278,24
38	3,53	-40.32
39	3,53	-40.32
40	3,53	-40.32
41	3,53	-40.32
42	3,53	-40.32

Fonte: autoria própria

APÊNDICE B - Forças axiais nos elementos – Análise inicial

Na Tabela 6 estão presentes as forças axiais nos elementos da treliça. Também estão mostradas na tabela dados como comprimento, modulo de elasticidade e área de seção transversal dos perfis. Esses dados são usados para determinação dos deslocamentos dos nós da treliça.

Tabela 6 - Características e forças nos elementos - Análise inicial
(continua)

Elemento	L (m)	E (Pa)	A (m ²)	Força (N)
1	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-2267.395
2	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1227.457
3	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-275.710
4	0.875	2.07E+11	4.18E-04	587.845
5	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1363.198
6	0.875	2.07E+11	4.18E-04	2050.349
7	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1295.322
8	0.875	2.07E+11	4.18E-04	452.104
9	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-479.317
10	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1498.939
11	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1217.186
12	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-260.181
13	0.875	2.07E+11	4.18E-04	608.632
14	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1389.243
15	0.875	2.07E+11	4.18E-04	2081.653
16	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1331.894
17	0.875	2.07E+11	4.18E-04	493.924
18	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-432.238
19	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1446.592
20	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-2549.148
21	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1386.526
22	0.875	2.07E+11	4.18E-04	427.716
23	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-442.902
24	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1225.308
25	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1919.533
26	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1350.602
27	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-514.446
28	0.875	2.07E+11	4.18E-04	409.911
29	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1422.470
30	0.875	2.07E+11	4.18E-04	2523.220
31	0.875	2.07E+11	4.18E-04	2340.656
32	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1288.396
33	0.875	2.07E+11	4.18E-04	324.319
34	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-551.548
35	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1339.222
36	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-2217.737
37	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1475.032
38	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-644.134
39	0.875	2.07E+11	4.18E-04	274.964

Tabela 6 - Características e forças nos elementos - Análise inicial
(continua)

Elemento	L (m)	E (Pa)	A (m ²)	Força (N)
40	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1282.265
41	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1413.866
42	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1294.361
43	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1174.865
44	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1055.360
45	1.186	2.07E+11	4.18E-04	935.854
46	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1018.239
47	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1137.744
48	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1257.250
49	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1376.755
50	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1496.260
51	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1420.998
52	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1301.493
53	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1181.987
54	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1062.482
55	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-942.976
56	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1011.117
57	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1130.622
58	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1250.128
59	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1369.633
60	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1489.138
61	0.800	2.07E+11	4.18E-04	0.000
62	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-913.713
63	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-833.075
64	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-752.437
65	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-671.799
66	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-591.160
67	0.800	2.07E+11	4.18E-04	727.402
68	0.800	2.07E+11	4.18E-04	808.040
69	0.800	2.07E+11	4.18E-04	888.678
70	0.800	2.07E+11	4.18E-04	969.316
71	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-1278.243
72	0.800	2.07E+11	4.18E-04	918.530
73	0.800	2.07E+11	4.18E-04	837.892
74	0.800	2.07E+11	4.18E-04	757.254
75	0.800	2.07E+11	4.18E-04	676.615
76	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-641.947
77	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-722.585
78	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-803.223
79	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-883.861
80	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-964.500
81	0.800	2.07E+11	4.18E-04	0.000

Fonte: autoria própria

APÊNDICE C - Deslocamentos dos nós – Análise inicial

Na Tabela 7 estão presentes os deslocamentos de cada nó das direções x e y.

Tabela 7 - Deslocamento dos nós - Análise inicial

Nó	Deslocamento x (m)	Deslocamento y (m)
1	0.00E+00	0.00E+00
2	-2.29E-05	-5.38E-05
3	-3.53E-05	-1.42E-04
4	-3.81E-05	-2.36E-04
5	-3.21E-05	-3.14E-04
6	-1.84E-05	-3.61E-04
7	2.34E-06	-3.24E-04
8	1.54E-05	-2.43E-04
9	2.00E-05	-1.48E-04
10	1.52E-05	-5.93E-05
11	0.00E+00	0.00E+00
12	-1.23E-05	-7.11E-05
13	-1.50E-05	-1.67E-04
14	-8.77E-06	-2.66E-04
15	5.25E-06	-3.49E-04
16	2.63E-05	-3.87E-04
17	3.97E-05	-3.37E-04
18	4.47E-05	-2.53E-04
19	4.03E-05	-1.53E-04
20	2.57E-05	-5.84E-05
21	0.00E+00	0.00E+00
22	0.00E+00	0.00E+00
23	1.40E-05	-6.22E-05
24	1.83E-05	-1.50E-04
25	1.38E-05	-2.43E-04
26	1.46E-06	-3.20E-04
27	-1.79E-05	-3.67E-04
28	-3.16E-05	-3.17E-04
29	-3.68E-05	-2.35E-04
30	-3.26E-05	-1.39E-04
31	-1.83E-05	-5.03E-05
32	7.25E-06	-1.18E-05
33	3.09E-05	-6.26E-05
34	4.39E-05	-1.59E-04
35	4.72E-05	-2.59E-04
36	4.16E-05	-3.42E-04
37	2.81E-05	-3.93E-04
38	5.69E-06	-3.44E-04
39	-9.20E-06	-2.60E-04
40	-1.57E-05	-1.62E-04
41	-1.29E-05	-6.73E-05
42	0.00E+00	0.00E+00

APÊNDICE D - Deformações nos elementos da treliça – Análise inicial

Na Tabela 8 estão listadas as deformações sofridas por cada elemento da treliça.

Tabela 8 - Deformações nos elementos da treliça - Análise inicial

BARRA	ϵ	BARRA	ϵ
1	-2.6E-05	42	1.5E-05
2	-1.4E-05	43	1.36E-05
3	-3.2E-06	44	1.22E-05
4	6.81E-06	45	1.08E-05
5	1.57E-05	46	-1.2E-05
6	2.37E-05	47	-1.3E-05
7	1.49E-05	48	-1.4E-05
8	5.26E-06	49	-1.6E-05
9	-5.5E-06	50	-1.7E-05
10	-1.7E-05	51	-1.6E-05
11	-1.4E-05	52	-1.5E-05
12	-3E-06	53	-1.4E-05
13	7.07E-06	54	-1.2E-05
14	1.6E-05	55	-1.1E-05
15	2.41E-05	56	1.17E-05
16	1.53E-05	57	1.31E-05
17	5.73E-06	58	1.44E-05
18	-5E-06	59	1.58E-05
19	-1.7E-05	60	1.72E-05
20	-2.9E-05	61	0
21	1.6E-05	62	-1.1E-05
22	4.94E-06	63	-9.6E-06
23	-5.1E-06	64	-8.7E-06
24	-1.4E-05	65	-7.7E-06
25	-2.2E-05	66	-6.8E-06
26	-1.6E-05	67	8.43E-06
27	-5.9E-06	68	9.3E-06
28	4.71E-06	69	1.03E-05
29	1.64E-05	70	1.12E-05
30	2.92E-05	71	-1.5E-05
31	2.71E-05	72	1.06E-05
32	1.49E-05	73	9.7E-06
33	3.72E-06	74	8.72E-06
34	-6.3E-06	75	7.85E-06
35	-1.6E-05	76	-7.4E-06
36	-2.6E-05	77	-8.3E-06
37	-1.7E-05	78	-9.3E-06
38	-7.4E-06	79	-1E-05
39	3.19E-06	80	-1.1E-05
40	1.48E-05	81	0
41	1.64E-05		

Fonte: autoria propria

APÊNDICE E - Tensões nos elementos da treliça – Análise inicial

Na Tabela 9 estão presentes as tensões encontradas após a aplicação do método dos trabalhos virtuais e da lei de Hooke. A tensão admissível, segundo a Equação (37), seria de até 165 Mpa.

Tabela 9 – Tensões nos elementos da treliça – Análise inicial

Elemento	σ (MPa)	Elemento	σ (MPa)
1	-5.41	42	3.10
2	-2.93	43	2.81
3	-0.67	44	2.53
4	1.41	45	2.24
5	3.25	46	-2.44
6	4.91	47	-2.71
7	3.09	48	-3.00
8	1.09	49	-3.28
9	-1.14	50	-3.57
10	-3.59	51	-3.39
11	-2.92	52	-3.11
12	-0.62	53	-2.82
13	1.46	54	-2.53
14	3.32	55	-2.26
15	4.99	56	2.42
16	3.17	57	2.71
17	1.19	58	2.99
18	-1.04	59	3.28
19	-3.46	60	3.57
20	-6.08	61	0.00
21	3.31	62	-2.19
22	1.02	63	-1.99
23	-1.06	64	-1.81
24	-2.93	65	-1.60
25	-4.58	66	-1.41
26	-3.23	67	1.74
27	-1.23	68	1.93
28	0.97	69	2.13
29	3.40	70	2.31
30	6.04	71	-3.06
31	5.60	72	2.19
32	3.08	73	2.01
33	0.77	74	1.81
34	-1.31	75	1.62
35	-3.21	76	-1.53
36	-5.29	77	-1.73
37	-3.52	78	-1.93
38	-1.54	79	-2.11
39	0.66	80	-2.31
40	3.06	81	0.00
41	3.38		

APÊNDICE F - Forças axiais nos elementos – Seção redimensionada

Na Tabela 10 estão presentes as forças axiais nos elementos da treliça. Também estão mostradas na tabela dados como comprimento, modulo de elasticidade e área de seção transversal dos perfis. Esses dados são usados para determinação dos deslocamentos dos nós da treliça.

Tabela 10 - Características e forças nos elementos - Seção redimensionada (continua)

Elemento	L (m)	E (Pa)	A (m ²)	Força (N)
1	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-2267.395
2	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1227.457
3	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-275.710
4	0.875	2.07E+11	4.18E-04	587.845
5	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1363.198
6	0.875	2.07E+11	4.18E-04	2050.349
7	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1295.322
8	0.875	2.07E+11	4.18E-04	452.104
9	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-479.317
10	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1498.939
11	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1217.186
12	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-260.181
13	0.875	2.07E+11	4.18E-04	608.632
14	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1389.243
15	0.875	2.07E+11	4.18E-04	2081.653
16	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1331.894
17	0.875	2.07E+11	4.18E-04	493.924
18	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-432.238
19	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1446.592
20	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-2549.148
21	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1386.526
22	0.875	2.07E+11	4.18E-04	427.716
23	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-442.902
24	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1225.308
25	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1919.533
26	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1350.602
27	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-514.446
28	0.875	2.07E+11	4.18E-04	409.911
29	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1422.470
30	0.875	2.07E+11	4.18E-04	2523.220
31	0.875	2.07E+11	4.18E-04	2340.656
32	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1288.396
33	0.875	2.07E+11	4.18E-04	324.319
34	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-551.548
35	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1339.222
36	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-2217.737
37	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-1475.032
38	0.875	2.07E+11	4.18E-04	-644.134
39	0.875	2.07E+11	4.18E-04	274.964

**Tabela 10 - Características e forças nos elementos - Seção redimensionada
(continua)**

Elemento	L (m)	E (Pa)	A (m ²)	Força (N)
40	0.875	2.07E+11	4.18E-04	1282.265
41	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1413.866
42	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1294.361
43	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1174.865
44	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1055.360
45	1.186	2.07E+11	4.18E-04	935.854
46	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1018.239
47	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1137.744
48	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1257.250
49	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1376.755
50	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1496.260
51	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1420.998
52	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1301.493
53	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1181.987
54	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-1062.482
55	1.186	2.07E+11	4.18E-04	-942.976
56	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1011.117
57	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1130.622
58	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1250.128
59	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1369.633
60	1.186	2.07E+11	4.18E-04	1489.138
61	0.800	2.07E+11	4.18E-04	0.000
62	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-913.713
63	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-833.075
64	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-752.437
65	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-671.799
66	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-591.160
67	0.800	2.07E+11	4.18E-04	727.402
68	0.800	2.07E+11	4.18E-04	808.040
69	0.800	2.07E+11	4.18E-04	888.678
70	0.800	2.07E+11	4.18E-04	969.316
71	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-1278.243
72	0.800	2.07E+11	4.18E-04	918.530
73	0.800	2.07E+11	4.18E-04	837.892
74	0.800	2.07E+11	4.18E-04	757.254
75	0.800	2.07E+11	4.18E-04	676.615
76	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-641.947
77	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-722.585
78	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-803.223
79	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-883.861
80	0.800	2.07E+11	4.18E-04	-964.500
81	0.800	2.07E+11	4.18E-04	0.000

Fonte: autoria própria

APÊNDICE G - Deslocamentos nodais – Seção redimensionada

Na Tabela 11 estão presentes os deslocamentos de cada nó das direções

x e y.

Tabela 11 - Deslocamentos nodais - Seção redimensionada

Nó	Deslocamento x (m)	Deslocamento y (m)
1	0.00E+00	0.00E+00
2	-5.12E-05	-1.20E-04
3	-7.90E-05	-3.19E-04
4	-8.53E-05	-5.28E-04
5	-7.20E-05	-7.04E-04
6	-4.12E-05	-8.09E-04
7	5.24E-06	-7.25E-04
8	3.45E-05	-5.43E-04
9	4.48E-05	-3.31E-04
10	3.40E-05	-1.33E-04
11	0.00E+00	0.00E+00
12	-2.76E-05	-1.59E-04
13	-3.35E-05	-3.73E-04
14	-1.96E-05	-5.95E-04
15	1.17E-05	-7.80E-04
16	5.90E-05	-8.66E-04
17	8.90E-05	-7.55E-04
18	1.00E-04	-5.67E-04
19	9.03E-05	-3.44E-04
20	5.76E-05	-1.31E-04
21	0.00E+00	0.00E+00
22	0.00E+00	0.00E+00
23	3.13E-05	-1.39E-04
24	4.10E-05	-3.36E-04
25	3.10E-05	-5.43E-04
26	3.27E-06	-7.18E-04
27	-4.01E-05	-8.21E-04
28	-7.07E-05	-7.10E-04
29	-8.23E-05	-5.27E-04
30	-7.31E-05	-3.12E-04
31	-4.09E-05	-1.13E-04
32	1.62E-05	-2.64E-05
33	6.93E-05	-1.40E-04
34	9.84E-05	-3.56E-04
35	1.06E-04	-5.79E-04
36	9.32E-05	-7.66E-04
37	6.28E-05	-8.79E-04
38	1.27E-05	-7.69E-04
39	-2.06E-05	-5.83E-04
40	-3.52E-05	-3.62E-04
41	-2.89E-05	-1.51E-04
42	0.00E+00	0.00E+00

Fonte: autoria propria

APÊNDICE H - Deformações nos elementos da treliça – Seção redimensionada

Na Tabela 12 estão listadas as deformações sofridas por cada elemento da treliça após a redução de área realizada no perfil dos elementos da treliça.

Tabela 12 - Deformações nos elementos da treliça - Seção redimensionada

BARRA	ϵ	BARRA	ϵ
1	-5.9E-05	42	3.35E-05
2	-3.2E-05	43	3.04E-05
3	-7.2E-06	44	2.73E-05
4	1.53E-05	45	2.42E-05
5	3.51E-05	46	-2.6E-05
6	5.31E-05	47	-2.9E-05
7	3.35E-05	48	-3.2E-05
8	1.18E-05	49	-3.6E-05
9	-1.2E-05	50	-3.9E-05
10	-3.9E-05	51	-3.7E-05
11	-3.2E-05	52	-3.4E-05
12	-6.7E-06	53	-3E-05
13	1.59E-05	54	-2.7E-05
14	3.59E-05	55	-2.4E-05
15	5.4E-05	56	2.61E-05
16	3.43E-05	57	2.93E-05
17	1.28E-05	58	3.23E-05
18	-1.1E-05	59	3.55E-05
19	-3.7E-05	60	3.86E-05
20	-6.6E-05	61	0
21	3.58E-05	62	-2.4E-05
22	1.11E-05	63	-2.2E-05
23	-1.1E-05	64	-2E-05
24	-3.2E-05	65	-1.7E-05
25	-5E-05	66	-1.5E-05
26	-3.5E-05	67	1.89E-05
27	-1.3E-05	68	2.08E-05
28	1.06E-05	69	2.31E-05
29	3.68E-05	70	2.5E-05
30	6.53E-05	71	-3.3E-05
31	6.06E-05	72	2.37E-05
32	3.33E-05	73	2.17E-05
33	8.35E-06	74	1.95E-05
34	-1.4E-05	75	1.76E-05
35	-3.5E-05	76	-1.7E-05
36	-5.7E-05	77	-1.9E-05
37	-3.8E-05	78	-2.1E-05
38	-1.7E-05	79	-2.3E-05
39	7.16E-06	80	-2.5E-05
40	3.31E-05	81	0
41	3.66E-05		

Fonte: autoria propria

APÊNDICE I - Tensões nos elementos da treliça – Seção redimensionada

Na Tabela 13 estão presentes as tensões encontradas após a aplicação do método dos trabalhos virtuais e da lei de Hooke e após a proposta do novo perfil dos elementos da treliça. A tensão admissível, segundo a Equação (37), seria de 165 Mpa.

Tabela 13 - Tensões nos elementos da treliça- Seção redimensionada

Elemento	σ (MPa)	Elemento	σ (MPa)
1	-12.12	42	6.93
2	-6.57	43	6.29
3	-1.49	44	5.66
4	3.16	45	5.01
5	7.28	46	-5.46
6	10.99	47	-6.08
7	6.93	48	-6.71
8	2.44	49	-7.35
9	-2.56	50	-8.00
10	-8.03	51	-7.60
11	-6.53	52	-6.95
12	-1.38	53	-6.30
13	3.28	54	-5.67
14	7.43	55	-5.06
15	11.17	56	5.41
16	7.10	57	6.06
17	2.66	58	6.69
18	-2.33	59	7.34
19	-7.74	60	7.98
20	-13.62	61	0.00
21	7.41	62	-4.90
22	2.29	63	-4.45
23	-2.36	64	-4.04
24	-6.55	65	-3.59
25	-10.26	66	-3.17
26	-7.24	67	3.91
27	-2.74	68	4.31
28	2.19	69	4.77
29	7.61	70	5.18
30	13.53	71	-6.84
31	12.55	72	4.90
32	6.89	73	4.50
33	1.73	74	4.04
34	-2.94	75	3.64
35	-7.18	76	-3.43
36	-11.85	77	-3.87
37	-7.88	78	-4.31
38	-3.45	79	-4.72
39	1.48	80	-5.17
40	6.85	81	0.00
41	7.58		

Fonte: autoria própria

APÊNDICE J - Forças axiais nos elementos – Altura redimensionada

Na Tabela 14 estão presentes as forças axiais nos elementos da treliça após o redimensionamento da altura da treliça, assim como, comprimento, modulo de elasticidade e área de seção transversal dos perfis. Esses dados são usados para determinação dos deslocamentos dos nós da treliça.

Tabela 14 - Características e forças nos elementos - Altura redimensionada (continua)

Elemento	L (m)	E (Pa)	A (m ²)	Real (N)
1	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-3.65E+03
2	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-1.99E+03
3	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-4.82E+02
4	0.875	2.07E+11	1.87E-04	8.93E+02
5	0.875	2.07E+11	1.87E-04	2.13E+03
6	0.875	2.07E+11	1.87E-04	3.23E+03
7	0.875	2.07E+11	1.87E-04	2.06E+03
8	0.875	2.07E+11	1.87E-04	7.58E+02
9	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-6.83E+02
10	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-2.26E+03
11	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-1.97E+03
12	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-4.56E+02
13	0.875	2.07E+11	1.87E-04	9.20E+02
14	0.875	2.07E+11	1.87E-04	2.16E+03
15	0.875	2.07E+11	1.87E-04	3.26E+03
16	0.875	2.07E+11	1.87E-04	2.10E+03
17	0.875	2.07E+11	1.87E-04	7.95E+02
18	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-6.44E+02
19	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-2.22E+03
20	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-3.94E+03
21	0.875	2.07E+11	1.87E-04	2.15E+03
22	0.875	2.07E+11	1.87E-04	6.30E+02
23	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-7.52E+02
24	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-1.99E+03
25	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-3.10E+03
26	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-2.12E+03
27	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-8.25E+02
28	0.875	2.07E+11	1.87E-04	6.09E+02
29	0.875	2.07E+11	1.87E-04	2.18E+03
30	0.875	2.07E+11	1.87E-04	3.89E+03
31	0.875	2.07E+11	1.87E-04	3.71E+03
32	0.875	2.07E+11	1.87E-04	2.05E+03
33	0.875	2.07E+11	1.87E-04	5.28E+02
34	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-8.56E+02
35	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-2.10E+03
36	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-3.39E+03
37	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-2.23E+03
38	0.875	2.07E+11	1.87E-04	-9.38E+02
39	0.875	2.07E+11	1.87E-04	4.94E+02

**Tabela 14 - Características e forças nos elementos - Altura redimensionada
(continua)**

Elemento	L (m)	E (Pa)	A (m ²)	Real (N)
40	0.875	2.07E+11	1.87E-04	2.06E+03
41	1.013	2.07E+11	1.87E-04	1.92E+03
42	1.013	2.07E+11	1.87E-04	1.75E+03
43	1.013	2.07E+11	1.87E-04	1.59E+03
44	1.013	2.07E+11	1.87E-04	1.43E+03
45	1.013	2.07E+11	1.87E-04	1.27E+03
46	1.013	2.07E+11	1.87E-04	-1.34E+03
47	1.013	2.07E+11	1.87E-04	-1.50E+03
48	1.013	2.07E+11	1.87E-04	-1.66E+03
49	1.013	2.07E+11	1.87E-04	-1.82E+03
50	1.013	2.07E+11	1.87E-04	-1.98E+03
51	1.013	2.07E+11	1.87E-04	-1.92E+03
52	1.013	2.07E+11	1.87E-04	-1.76E+03
53	1.013	2.07E+11	1.87E-04	-1.60E+03
54	1.013	2.07E+11	1.87E-04	-1.44E+03
55	1.013	2.07E+11	1.87E-04	-1.28E+03
56	1.013	2.07E+11	1.87E-04	1.34E+03
57	1.013	2.07E+11	1.87E-04	1.50E+03
58	1.013	2.07E+11	1.87E-04	1.66E+03
59	1.013	2.07E+11	1.87E-04	1.82E+03
60	1.013	2.07E+11	1.87E-04	1.98E+03
61	0.510	2.07E+11	1.87E-04	0.00E+00
62	0.510	2.07E+11	1.87E-04	-9.24E+02
63	0.510	2.07E+11	1.87E-04	-8.43E+02
64	0.510	2.07E+11	1.87E-04	-7.63E+02
65	0.510	2.07E+11	1.87E-04	-6.82E+02
66	0.510	2.07E+11	1.87E-04	-6.01E+02
67	0.510	2.07E+11	1.87E-04	7.17E+02
68	0.510	2.07E+11	1.87E-04	7.98E+02
69	0.510	2.07E+11	1.87E-04	8.78E+02
70	0.510	2.07E+11	1.87E-04	9.59E+02
71	0.510	2.07E+11	1.87E-04	-1.28E+03
72	0.510	2.07E+11	1.87E-04	9.25E+02
73	0.510	2.07E+11	1.87E-04	8.45E+02
74	0.510	2.07E+11	1.87E-04	7.64E+02
75	0.510	2.07E+11	1.87E-04	6.83E+02
76	0.510	2.07E+11	1.87E-04	-6.35E+02
77	0.510	2.07E+11	1.87E-04	-7.16E+02
78	0.510	2.07E+11	1.87E-04	-7.96E+02
79	0.510	2.07E+11	1.87E-04	-8.77E+02
80	0.510	2.07E+11	1.87E-04	-9.58E+02
81	0.510	2.07E+11	1.87E-04	0.00E+00

Fonte: autoria própria

APÊNDICE K - DESLOCAMENTOS NODAIS – Altura redimensionada

Na Tabela 15 estão presentes os deslocamentos de cada nó das direções

x e y.

Tabela 15 - Deslocamentos nodais - Altura redimensionada

Nó	Deslocamento x (m)	Deslocamento y (m)
1	0.00E+00	0.00E+00
2	-8.25E-05	-2.41E-04
3	-1.28E-04	-6.47E-04
4	-1.38E-04	-1.09E-03
5	-1.18E-04	-1.45E-03
6	-7.01E-05	-1.65E-03
7	2.90E-06	-1.46E-03
8	4.95E-05	-1.09E-03
9	6.66E-05	-6.45E-04
10	5.12E-05	-2.41E-04
11	0.00E+00	0.00E+00
12	-4.46E-05	-2.82E-04
13	-5.49E-05	-7.11E-04
14	-3.41E-05	-1.17E-03
15	1.47E-05	-1.55E-03
16	8.84E-05	-1.74E-03
17	1.36E-04	-1.53E-03
18	1.54E-04	-1.14E-03
19	1.39E-04	-6.82E-04
20	8.91E-05	-2.56E-04
21	0.00E+00	0.00E+00
22	0.00E+00	0.00E+00
23	4.88E-05	-2.53E-04
24	6.29E-05	-6.58E-04
25	4.59E-05	-1.10E-03
26	5.98E-07	-1.46E-03
27	-6.94E-05	-1.66E-03
28	-1.17E-04	-1.45E-03
29	-1.36E-04	-1.08E-03
30	-1.22E-04	-6.33E-04
31	-7.27E-05	-2.28E-04
32	1.52E-05	-1.69E-05
33	9.89E-05	-2.70E-04
34	1.45E-04	-6.99E-04
35	1.57E-04	-1.16E-03
36	1.38E-04	-1.54E-03
37	9.05E-05	-1.74E-03
38	1.40E-05	-1.54E-03
39	-3.66E-05	-1.15E-03
40	-5.78E-05	-6.94E-04
41	-4.69E-05	-2.68E-04
42	0.00E+00	0.00E+00

Fonte: autoria própria

APÊNDICE L - Deformações nos elementos da treliça – Altura redimensionada

Na Tabela 16 estão listadas as deformações sofridas por cada elemento da treliça.

Tabela 16 - Deformações nos elementos da treliça - Altura redimensionada

BARRA	ϵ	BARRA	ϵ
1	-9.4E-05	42	4.53E-05
2	-5.1E-05	43	4.13E-05
3	-1.2E-05	44	3.7E-05
4	2.32E-05	45	3.32E-05
5	5.5E-05	46	-3.5E-05
6	8.35E-05	47	-3.9E-05
7	5.33E-05	48	-4.3E-05
8	1.97E-05	49	-4.7E-05
9	-1.8E-05	50	-5.1E-05
10	-5.8E-05	51	-5E-05
11	-5.1E-05	52	-4.5E-05
12	-1.2E-05	53	-4.1E-05
13	2.39E-05	54	-3.7E-05
14	5.58E-05	55	-3.3E-05
15	8.43E-05	56	3.49E-05
16	5.42E-05	57	3.88E-05
17	2.07E-05	58	4.31E-05
18	-1.6E-05	59	4.7E-05
19	-5.7E-05	60	5.13E-05
20	-0.0001	61	0
21	5.58E-05	62	-2.3E-05
22	1.62E-05	63	-2.2E-05
23	-1.9E-05	64	-2E-05
24	-5.2E-05	65	-1.8E-05
25	-8E-05	66	-1.5E-05
26	-5.5E-05	67	1.85E-05
27	-2.1E-05	68	2.06E-05
28	1.59E-05	69	2.31E-05
29	5.66E-05	70	2.49E-05
30	0.0001	71	-3.3E-05
31	9.57E-05	72	2.41E-05
32	5.32E-05	73	2.23E-05
33	1.38E-05	74	1.97E-05
34	-2.2E-05	75	1.76E-05
35	-5.4E-05	76	-1.6E-05
36	-8.7E-05	77	-1.9E-05
37	-5.8E-05	78	-2.1E-05
38	-2.4E-05	79	-2.3E-05
39	1.27E-05	80	-2.4E-05
40	5.36E-05	81	0
41	4.96E-05		

Fonte: autoria própria

APÊNDICE M - Tensões nos elementos da treliça – Altura redimensionada

Na Tabela 17 estão presentes as tensões encontradas após a aplicação do método dos trabalhos virtuais e da lei de Hooke e após a proposta da nova altura dos elementos da treliça. A tensão admissível, segundo a Equação (37), seria de 165 Mpa.

Tabela 17 – Tensões nos elementos da treliça - Altura redimensionada

Elemento	σ (MPa)	Elemento	σ (MPa)
1	-19.51	42	9.37
2	-10.65	43	8.56
3	-2.54	44	7.66
4	4.81	45	6.87
5	11.38	46	-7.18
6	17.28	47	-8.04
7	11.04	48	-8.91
8	4.08	49	-9.75
9	-3.63	50	-10.64
10	-12.09	51	-10.28
11	-10.53	52	-9.39
12	-2.42	53	-8.54
13	4.95	54	-7.68
14	11.56	55	-6.82
15	17.46	56	7.22
16	11.21	57	8.02
17	4.29	58	8.91
18	-3.41	59	9.73
19	-11.86	60	10.62
20	-21.07	61	0.00
21	11.55	62	-4.85
22	3.35	63	-4.52
23	-4.00	64	-4.17
24	-10.69	65	-3.65
25	-16.55	66	-3.19
26	-11.35	67	3.84
27	-4.37	68	4.26
28	3.29	69	4.78
29	11.71	70	5.16
30	20.80	71	-6.84
31	19.82	72	4.99
32	11.01	73	4.61
33	2.86	74	4.09
34	-4.54	75	3.65
35	-11.25	76	-3.36
36	-18.09	77	-3.83
37	-11.96	78	-4.35
38	-4.99	79	-4.70
39	2.62	80	-5.04
40	11.10	81	0.00
41	10.27		

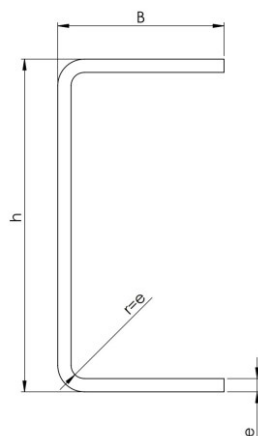
ANEXO A - Dimensões comerciais de barras perfil u

Tabela 18 - Dimensões dos perfis comerciais

Dimensão h (mm)	Dimensão B (mm)	Dimensão e (mm)
50,00	25,00	2,00
		2,25
		2,65
		3,00
		3,00
75,00	38,00	2,00
		2,25
		2,65
		3,00
		4,75
100,00	40,00	2,00
		2,25
		2,65
		3,00
		4,75
100,00	50,00	2,00
		2,25
		2,65
		3,00
		4,75
127,00	50,00	2,00
		2,25
		2,65
		3,00
		4,75
150,00	50,00	2,00
		2,25
		2,65
		3,00
		4,75
200,00	50,00	2,00
		2,25
		2,65
		3,00
		4,75

Fonte: Ferronor

As dimensões mostradas no quadro acima estão relacionadas ao perfil U de acordo com a Figura 11 - Dimensões do perfil U.

Figura 11 - Dimensões do perfil U

Fonte: Ferronor