MODELAGEM MATEMÁTICA E A ARTE DE ESCHER COMO METODOLOGIA DE ENSINO PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR NA EDUCAÇÃO BÁSICA

PRODUTO EDUCACIONAL

MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR
AWDRY FISSER MIQUELIN
DIONÍSIO BURAK

PONTA GROSSA
2022

MODELAGEM MATEMÁTICA E A ARTE DE ESCHER COMO METODOLOGIA DE ENSINO PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR NA EDUCAÇÃO BÁSICA

MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR

AWDRY FISSER MIQUELIN

DIONÍSIO BURAK

Dezembro de 2022.

PPGECT – UTFPR (Ponta Grossa)

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO

Ensinar Matemática em nossa atualidade requer paciência e mediação, por parte dos professores, do processo de ensino, em detrimento a racionalidade técnica e da mera reprodução do conhecimento. A Educação Matemática apresenta-se como esta possibilidade. Algumas metodologias em Educação Matemática como a Etnomatemática, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, História da Matemática, Leitura e Escrita na Matemática, Educação Matemática Crítica e uso das TIC (Tecnologias de Informação e Comunicação) podem contribuir com o processo de ensino e aprendizagem da matemática e podem promover um processo de ensino e aprendizagem para além da Racionalidade Técnica (PARANÁ, 2018).

Neste curso de formação de professores, apresentamos a Modelagem Matemática, na concepção da Educação Matemática, que se opõe a racionalidade técnica, e a Arte de Escher, como uma alternativa para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. A Modelagem na concepção da Educação Matemática tem potencial já validado para mudar a racionalidade técnica vigente, pois esta sustentada nas áreas da Educação, nos atuais paradigmas da Psicologia do desenvolvimento e da aprendizagem, nos paradigmas do conhecimento proporcionados pela emergência de um novo paradigma, após o colapso do paradigma moderno, a partir da Teoria da Relatividade, que desmoronou alguns alicerces que sustentavam a Paradigma Moderno (BURAK, 1992, 2008, 2010).

Também a preocupação com o processo de ensino e aprendizagem, principalmente na Educação Básica. Nessa perspectiva a Modelagem Matemática e a Arte de Escher apresentam potencial, pois esta aproximação entre Arte e Ciência pode ser melhor justificada em dois pontos: 1. Dentro da natureza matemática dos trabalhos artísticos de Escher; 2. Como um ganho dentro dos pressupostos da proposta da BNCC, que serão veiculadas na análise das práticas com modelagem matemática, apresentando-se como uma possibilidade na formação do professor de Matemática.

No entendimento de Burak (1992), a Modelagem Matemática segue dois princípios, que são: **1.** Partir do interesse do grupo ou dos grupos, na escolha de um tema de interesse, e **2.** Que os dados, sempre que possível, possam ser coletados nos locais onde se dá o interesse do grupo ou dos grupos, além das etapas previstas nessa concepção. Esses princípios podem possibilitar ao grupo de estudantes a oportunidade de se manifestar, discutir, propor e desenvolver a interação colaborativa com os demais grupos de trabalho. Nessa compreensão a "Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões" (BURAK, 1992, p. 62).

Por outro lado, a partir dos estudos de Coxeter (1988); Ernest (1991); Barth (2006); Eugênio (2012); Tjabbes (2013); Andrade (2015); Schattschneider (2016), Maurits Cornelis Escher, ou M. C. Escher nasceu em 17 de junho de 1898 em Leeuwarder, Frísia (Países Baixos), em uma casa que hoje faz parte do Museu de Cerâmica de Princessehot. Era o filho mais novo de George Arnold Escher, um engenheiro civil casado com Sara Gleichman. Em 1903 mudou-se com sua família para Arnhem, onde frequentou a escola primária e secundária até 1918. Escher era conhecido por muitos, na época, como "mauk", uma criança doentia. Estudou em uma escola especial, com dificuldades na aprendizagem até segundo grau (hoje Ensino Médio). O interessante é que Escher não demonstrava interesse pela Matemática, mas possuía uma grande habilidade para os desenhos, um dos propósitos desta formação, despertar no estudante o interesse pela Matemática e pela Arte. Em 1919 Escher foi para escola de Arquitetura e Arte Decorativas, em Haarlem, pois era uma ambição de seu pai que Escher se tornasse um arquiteto. No entanto, Escher descobriu um grande talento no desenho e na gravura e por influência de um professor chamado Samuel Jessurun de Mesquita, desenvolvendo sua grande habilidade. Escher larga o curso de Arquitetura e dedica-se ao desenho, no Curso de Arte Decorativas (TJABBES, 2013).

Escher, em 1923, ao visitar Itália novamente conheceu Jetta Umiker, sua futura esposa. Casou-se em 12 de junho de 1924, estabelecendo-se em Roma, teve três filhos com Jetta e em 1926 compraram uma casa. Em 1935 a Itália foi transformada pelo fascismo de Mussolini e Escher ao perceber a dos seus filhos resolve mudar-se para a Suíça, permanecendo por dois anos e em 1937 resolve ir para Bélgica. Em 1941, a segunda guerra mundial assolava a Europa e pouco depois de perder seu pai e sua mãe, Escher refugiou suas gravuras, avançadas para a fase da metamorfose. Em 1944, o ano antes do fim da guerra seu querido Professor Mesquita morre. Escher ajudou a proteger seus trabalhos e em 1946 organizou um memorial para seu professor no Museu Stedelijk, vivendo no anonimato até 1951, época em que pode vender suas xilogravuras e litogravuras (TJABBES, 2013).

Em 1954 as obras de Escher começa a ganhar destaque principalmente na geometria, derivada de seus estudos na Arte islâmica. Mais tarde nos anos 60, Escher já um pouco doente, se encontrava solitário porque Jetta o havia abandonado. Escher viveu seus últimos dias fazendo que gostava, criando gravuras e desenhando, bem como trabalhando em sua última fase aproximação ao infinito (TJABBES, 2013).

Sua estética se baseava em três técnicas peculiares, **a xilografia, a litografia e meio-tom**, que eram obtidas por matrizes como uma espécie de carimbo para ser aplicado em papéis e tecidos especiais, sendo as xilogravuras e litogravuras a maior parte do seu acervo, enquanto o método do meio-tom criava uma ilusão de tons intermediários e contínuos nas imagens. Suas técnicas descreviam as situações cotidianas das vidas das pessoas com muita criatividade, incomuns, com várias perspectivas (que geravam ilusão de óptica no observador), como um artista matemático, das simetrias, das geometrias, mesmo não sendo matemático, estava além do seu tempo (grifo nosso).

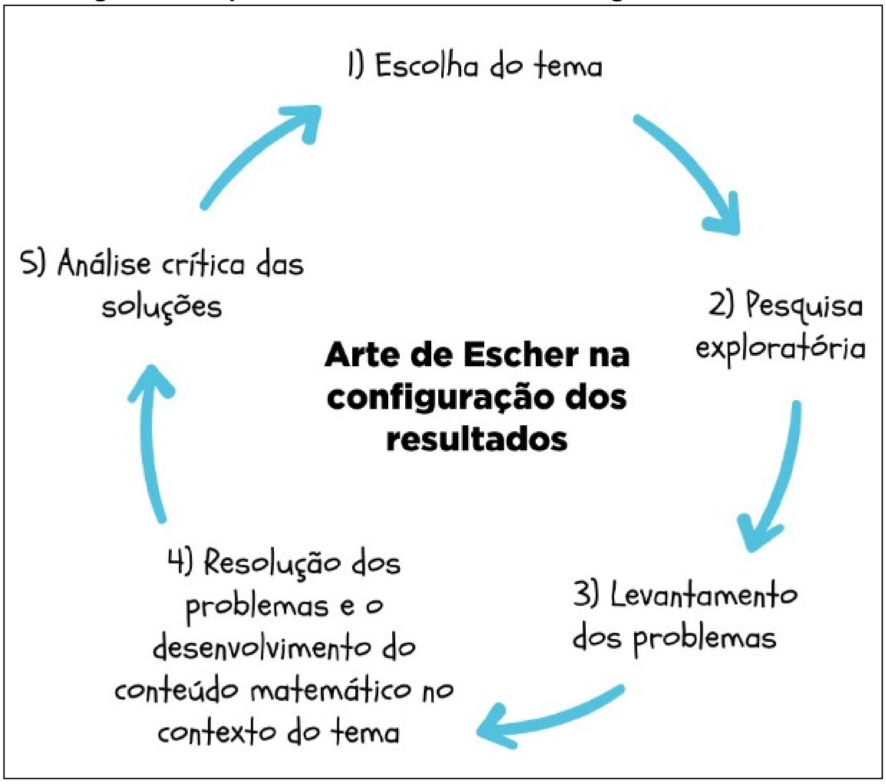
Em 1972 Escher já havia sido responsável por cerca de 2 mil esboços de desenhos e 448 gravuras e litografias, destacando o pensamento quando se pensa na op-art, ou seja, tudo que se pode imaginar é um aglomerado de linhas pretas e brancas que causava confusão e ilusão, despertando um conhecimento visionário para a época. Escher faleceu em Laren, na Holanda, em 27 de março de 1972, aos 74 anos (TJABBES, 2013).

Neste sentido, esta formação pretende a construção de referenciais com o propósito de destacar aspectos da Arte de Escher que serão associadas aos temas/subtemas escolhidos pelos cursistas nas práticas com Modelagem Matemática, na perspectiva de Burak (1992) e Burak e Klüber (2008), por meio das técnicas de Escher como a Xilografia, Litografia e Meio-tom, constituindo-se como parte dos processos de ensino e aprendizagem na concepção da Educação Matemática, que podem favorecer ao estudante a autonomia, o protagonismo, a criação de estratégias para aprender Matemática.

2 PROPOSTA METODOLÓGICA

A conexão da Metodologia da Modelagem Matemática e a Arte de Escher foi desenvolvida em ciclos, como o **planejamento, ação, observação e reflexão** (CARR; KEMMIS, 1986) como a Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática. Neste estudo que envolve a Modelagem Matemática na perspectiva de Burak e Klüber (2008) e a Arte de Escher, o trabalho atribui uma nova configuração da espiral autorreflexiva (CARR; KEMMIS,1986), adotando as etapas da Modelagem Matemática já definidas e reconhecidas mundialmente pela Academia, como um dos arquétipos metodológicos para a Educação Matemática, aportadas por Burak e Klüber (2008) como: **1) Escolha do tema; 2) Pesquisa exploratória; 3) Levantamento dos problemas; 4) Resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema; e 5) Análise crítica das soluções**, conforme destaca a Figura 1.

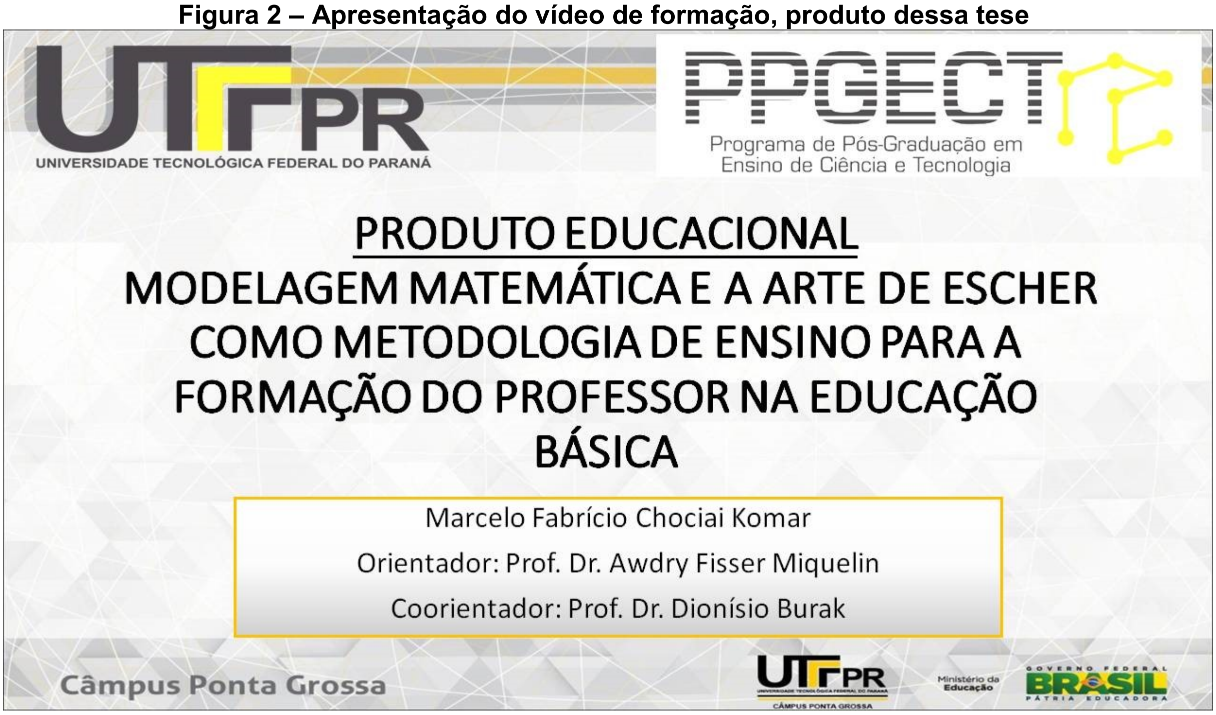
Figura 1 - Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática



Fonte: Autoria própria, adaptado de Carr e Kemmis (1986) e Burak e Klüber (2008).

O produto educacional que acompanha esta formação é o link <https://youtu.be/GHC0TZ170SY> (Figura 2). Foi produzido como um curso de orientações (vídeo) pelo professor pesquisador aos professores, escolas e colégios, como uma proposta metodológica para auxílio dos professores de Matemática, evidenciando a Modelagem Matemática e a Arte de Escher, que entendemos contribuir com o processo de ensino e aprendizagem na formação de professores da Educação Básica. Neste curso é feito uma orientação e as etapas a serem seguidas para o desenvolvimento deste trabalho, apoiados pelas etapas de Burak (1992), Burak e Klüber (2008) e a Arte de Escher. As atividades realizadas neste curso poderão servir como base para novas produções, que estão disponíveis para consulta nas páginas 114 a 153 da tese intitulada: Modelagem Matemática e a Arte de Escher na formação do professor de Matemática na Educação Básica.

Figura 2 – Apresentação do vídeo de formação, produto dessa tese



Fonte: Autor (2022)

Na sequência apresentamos a descrição das atividades envolvidas no vídeo (Figura 2) que são descritas pelas Etapas da Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática.

2.1 Etapas da Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática

A atividade é iniciada com a apresentação aos professores da metodologia de ensino por meio da Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática é a organização dos grupos, respeitando a liberdade de escolha dos cursistas e a integração com a inclusão. Também poderá ser feita por sorteio, se o grupo aceitar a sugestão do professor mediador. Recomenda-se, no máximo 04 integrantes por grupo. Esta recomendação pode ser um diferencial na construção e produção desta metodologia ativa.

Na sequência, para oferecer o encaminhamento didático da Modelagem Matemática, Burak e Klüber (2008) estabelecem cinco etapas, descritas como: 1) Escolha do tema/subtema; 2) Pesquisa exploratória; 3) Levantamento dos problemas; 4) Resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema; e 5) Análise crítica das soluções". As cinco fases sugeridas por Burak e Klüber (2008) são descritas como:

1) **Escolha do Tema –** constitui-se na mediação do professor para a apresentação de alguns temas que podem gerar interesse aos estudantes ou a possibilidade dos estudantes sugerirem temas de seus interesses. Considera duas premissas iniciais aportadas por Burak (1992): **1)** partir do interesse do grupo ou dos grupos participantes e **2)** a obtenção de informações e dados, sempre que possível devem ser coletados do ambiente onde se encontra o interesse do grupo ou dos grupos. Estas duas premissas já validadas por Burak (1992) e Burak e Klüber (2008) fazem toda a diferença na construção orgânica da atividade envolvendo a Arte de Escher que serão associadas aos temas/subtemas[1] escolhidos pelos cursistas nas práticas com Modelagem Matemática.
2) **Pesquisa exploratória –** escolhido o tema pelos estudantes, o professor orientará o desenvolvimento da pesquisa através da busca ativa por referências bibliográficas ou trabalhos em campo, revelando a riqueza e a fidedignidade dos dados levantados na pesquisa. Este é um momento muito importante para a troca de experiências entre os integrantes do grupo, com a mediação do professor.
3) **Levantamento dos problemas –** com base no levantamento dos dados da pesquisa desenvolvida, o professor atua como mediador promovendo reflexões de problemas simples ou complexos que podem existir, de acordo com conteúdos matemáticos encontrados pelos estudantes na pesquisa exploratória. Esta etapa está em caracterizar, a partir da pesquisa exploratória, qual a percepção do grupo com relação a pesquisa exploratória. Qual conteúdo pode ser transformado em um conceito

[1] O tema é a generalidade escolhida pelo grupo com a mediação do professor e o subtema, delimitado a partir do tema geral, pelo grupo. Como exemplo, tema geral: flores, subtema: orquídea estará delimitando o subtema para a investigação das orquídeas.

matemático? Muito importante o professor mediar esta aprendizagem, em que os integrantes do grupo irão decidir qual conteúdo matemático do seu conhecimento irão trabalhar.

4) **Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema –** etapa em que os estudantes buscam resolver os problemas levantados através das percepções dos estudantes com relação ao conteúdo levantado pela pesquisa exploratória, o levantamento dos problemas e a percepção da identidade matemática ou não dos problemas levantados.
5) **Análise crítica das soluções –** etapa marcada pela criticidade, que vai além das relações matemáticas encontradas, refletindo nas situações de estudo, os resultados no processo e como podem promover a melhoria das ações e interações, para a formação de cidadãos participativos na sociedade em que vivemos. Adaptado de BURAK e KLÜBER (2008).

Ao concluírem as 5 etapas, o próximo passo é a análise das obras de Escher, por meio das técnicas da Xilografia, Litografia e Meio-tom, através de um catálogo de obras[2] disponibilizada pelo professor mediador. Neste catálogo estará a percepção dos integrantes do grupo com algumas das obras de Escher, que poderão despertar a escolha de uma das técnicas como a Xilografia, Litografia e Meio-tom para reproduzir, a partir de uma das técnicas, uma pintura[3] do subtema escolhido por eles com a metodologia da Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática.

Realizada a pintura por uma ou mais das técnicas de Escher, realiza-se a apresentação e a socialização entre os grupos, propiciando aos integrantes da formação um olhar mais autônomo, crítico, reflexivo sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, aliada a Ciência e a Arte.

Na sequência apresentamos um dos exemplos realizados no curso de formação realizado pelo grupo B, na tese intitulada: Modelagem Matemática e a Arte de Escher na formação do professor de Matemática na Educação Básica.

2.2 Exemplo de atividade criada pela metodologia da Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática

A seguir apresentamos a atividade realizada pelo do grupo B, Tema: Moda, Subtema: Moda a partir da inspiração de Piet Mondrian. A atividade seguiu os passos da Figura 1 - Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática, que segundo Burak e Klüber (2008), apresenta: 1) A escolha do tema, 2) A pesquisa exploratória, 3)

[2] O Mundo mágico de Escher. Disponível em <https://www.bb.com.br/docs/pub/inst/img/EscherCatalogo.pdf>
[3] Poderá ser manual, com softwares, como por exemplo o Geogebra.

Levantamento dos problemas, 4) Resolução dos problemas e 5) O desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções. Por fim a incorporação da Arte de Escher ao tema/subtema sugerido pelo Grupo B, de acordo com a escolha do grupo a partir das técnicas de Escher presentes na Litografia, Xilografia e Meio-tom.

1. A escolha livre do tema:

1.1) Tema: Moda

1.2) Subtema: Moda a partir da inspiração de **Piet Mondrian**

2. A pesquisa exploratória

A pesquisa sobre o tema se deu a partir do interesse dos integrantes do grupo, pela atração nas obras de arte, afinidade com o designer, texturas, inspiração, formas e modelos/croquis de moda desenvolvidos pelo estilista Yves Saint Laurent, especificamente o desfile outono/inverno de 1965 intitulado Homenagem a Mondrian. A Pesquisa se deu em revistas, sites de pesquisa e blogs que tratam o tema.

2.1 O grande artista Pieter Cornelis Mondrian

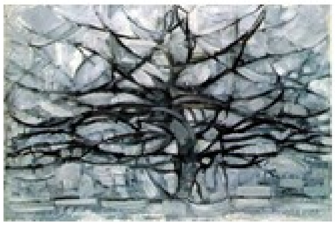
Pieter Cornelis Mondrian, nascido em Amersfoort, 7 de março de 1872, e falecido em Nova Iorque, Estados Unidos, 01 de fevereiro de 1944; foi um pintor modernista, criador do movimento artístico Neoplasticismo.

Nascido em uma fazenda, em uma família neerlandesa muito religiosa, teve contato com a carreira artística através de seu tio que trabalhava com pintura, mas não pode manifestar seu interesse devido a visão ortodoxa, que tinha na arte um caminho para o pecado. Com a promessa ao pai de se tornar professor, entretanto, depois de formado em técnicas de desenho, Mondrian deixou de lecionar e, em 1892, ingressou na Academia de Belas-Artes de Amsterdam.

Entrou em contato, com a Teosofia, em 1908, o que interferiu muito na sua visão de mundo e formação artística e pessoal.

Sua carreira foi influenciada, inicialmente, pelo impressionismo e naturalismo, onde destacamos a pintura “O Moinho Vermelho”.

Mondrian é sempre destacado por suas obras geométricas e com cores puras, trabalhos bastante orgânicos, como em Árvore Vermelha.

	 **Árvore Vermelha (1910)** Esse é um quadro finalizado em 1910, que faz parte de uma série de trabalhos retratando árvores, e no qual o artista utiliza a natureza para ir em busca da abstração. Aqui podemos também notar a influência da pintura de Van Gogh	 **Árvore cinza (1911)** Árvore cinza também integra a série de composições do pintor que tinham o objetivo de estudar as árvores, as cores e a forma.

2.2 Yves Saint Laurent: A história de um prodígio

Yves Henri Donat Mathieu-Saint Laurente (1936-1980) foi um estilista francês considerado até hoje como um dos estilistas mais famoso da alta costura. Saint Laurent nasceu no dia 01 de agosto de 1936 em rã-Argélia[4], no período que o país era colônia francesa.

Seu gosto pela moda e costura foi influenciado pela mãe e ainda aos 17 anos começou a trabalhar em uma das grifes mais famosas do mundo ao lado de Christian Dior, na qual ele quatro anos mais tarde tornara-se criador responsável.

Em 1962 funda sua própria Maison tornando-se um dos designers de moda mais importante do século XX. Entre as principais contribuições do estilista para o mundo da moda, destaca-se: A criação do Prêt-à-Porter, peças de roupas criadas de forma industrial sem deixar de lado os cortes e acabamentos sofisticados, mais acessíveis ao público em geral; em 1966 é responsável por “colocar” calças nas mulheres, cria o primeiro terninho feminino, democratizando a peça entre ambos os sexos; ainda em 1966 ele transforma um traje de cerimônia masculino, smoking, para dentro do universo feminino.

[4]https://www.ebiografia.com/yves_saint_laurent/#:~:text=Yves%20Saint%20Laurent%20(1936%2D2008,1%20de%20agosto%20de%201936.

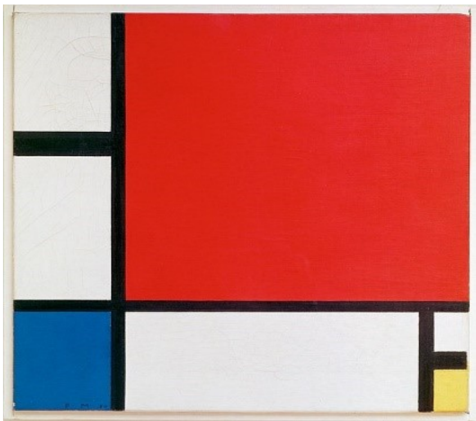
Sua marca tornou-se um símbolo de sofisticação e glamour, Saint Laurent faleceu em 2008, mas seu legado continua.

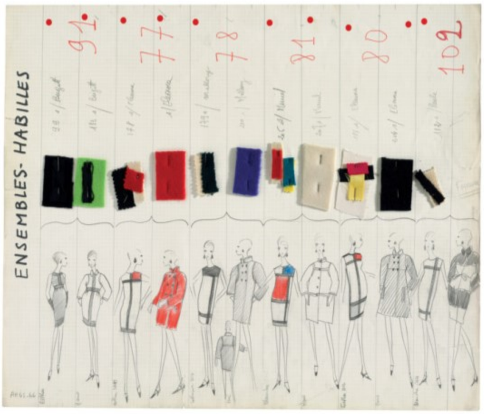
2.3 Moda Matemática e arte

A definição de moda segundo o Dicionário Online de Português[5] é: “Uso passageiro que rege, de acordo com o gosto do momento, a maneira de viver, de vestir etc.” e “Estatística. Valor do argumento central da classe de frequência máxima”. Apesar do termo ser o mesmo geralmente ao pensarmos em moda dificilmente fazemos relação com a Matemática, mas apesar dessas duas áreas parecerem dessemelhantes elas possuem muito em comum.

Nessa atividade de Modelagem Matemática tomamos como base o trabalho desenvolvido pelo estilista Yves Saint Laurent, especificamente a coleção concebida para outono/inverno [6] de 1965 intitulado Homenagem a Mondrian, uma série de peças inspiradas no trabalho Composição II em Vermelho, Azul e Amarelo do artista Piet Mondrian (1872-1944), a coleção virou um ícone fashion, a releitura das obras do artista holandês pela primeira vez na história misturou moda e arte.

Os croquis da coleção mostram como foram feitas as referências, a mescla da estética, obra de arte, dos anos 20 com as formas do vestido da década de 60.





[5] https://www.dicio.com.br/moda/
[6] https://blog.parisstyleweek.com/saint-laurent-mondrian/

A obra na qual a coleção foi inspirada é composta pelas cores primarias amarelo, azul e vermelho, uma grade na cor preta e um fundo branco. Na qual toda a perspectiva desaparece para que os elementos geométricos da pintura fiquem evidentes. As figuras em destaques são retângulos e quadrados colocados de forma minuciosa para geral uma peça única e atemporal. Essa pintura marca o surgimento do estilo Mondrian, que tem inspirado diversos estilistas, designers e artistas ao longo das últimas décadas.

Parte da coleção de 65, seis vestidos de cocktail ao todo, foram inspirados na obra de Mondrian, os quais foram confeccionados em tecido Jersey de lã e linha de seda. O Jersey é um material bastante rígido possibilitando a construção dos vestidos em formas geométricas e sem costuras, além disso o peso do tecido garantiu que os vestidos ficassem retos, sem drapeados ou movimentos para distorcer a simplicidade do efeito moderno e minimalista[7]. Os cortes, caimento e a complexidade das misturas de cores foi uma verdadeira proeza. As peças fogem do padrão da época que tinham cinturas marcadas para vestidos tubos, retos, color-block e comprimento acima do joelho. A coleção Mondrian foi capa da revista Vougue em 1965, tornou-se muito popular e atualmente é o vestido mais copiado da história da moda.

Abaixo fotos da coleção de 65:

[7] https://stringfixer.com/pt/The_Mondrian_collection_of_Yves_Saint_Laurent

A matemática está presente em todas as áreas do conhecimento na moda não é diferente, a matemática aparece nos instrumentos e medição dos tecidos, nos diagramas, croquis, moldes e na anatomia humana. Na planificação de uma peça tridimensional para a sua forma plana é necessário o conhecimento e domínio de técnicas de desenho geométrico e o manuseio de instrumentos como: régua, compasso, transferidor e esquadros.

O processo desde a concepção do modelo de peça de vestuário até a sua produção requer conhecimentos de matemática, como por exemplo, a representação tridimensional da roupa em forma de croqui; a criação de moldes e diagramas; o corte dos tecidos; e, a moldagem das peças. Alguns dos conceitos matemáticos utilizados pelo designer de moda são: operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), proporção, porcentagem, regra de três, plano cartesiano, elementos geométricos (ponto, retas, curvas, planos, sólidos geométricos e outros).

2.4 Alguns números da Moda

Mercado da moda é um segmento comercial tradicional e um dos maiores do mundo. É o segmento com maior faturamento no e-commerce, com um faturamento anual de US$ 525 bilhões, segundo a Finaria.it. Crescendo em média 11,4% ao ano com expectativa de faturamento de US$ 1 trilhão até 2025. O Brasil ocupa a nona[8] posição entre os dez maiores mercados de vestuários do mundo. Apesar do e-commerce estar em crescimento 79%[9] dos brasileiros ainda preferem fazer compras em lojas físicas, 17% via internet e 3% através de vendas diretas.

O aumento vertiginoso do setor da moda, faz com que se torne a segunda indústria mais poluente do planeta, perdendo apenas para as indústrias de petróleos. A modalidade de consumo fast fashion é uma das responsáveis pelo aumento do

8 https://blog.uello.com.br/o-mercado-da-moda-o-gigante-do-e-commerce/
9 https://www.consumidormoderno.com.br/2021/09/24/brasil-maior-mercado-roupas-mundo/

resíduo gerado pelo setor, o termo cunhado em 1990 prevê o consumo e o descarte de peças de roupas em um ciclo muito rápido. A preocupação dos consumidores se tornou em adquirir produtos atuais, sem pensar no impacto ambiental. Os números de resíduos da linha de produção têxtil são alarmantes, como explica Francisca Dantas[10], professora e pesquisadora da área de moda sustentável na Universidade de São Paulo (USP).

Esse mercado representa 5,5% [11] do PIB do Brasil e emprega cerca 9,7 milhões de trabalhadores de forma direta ou indireta, mas os resíduos gerados ainda são um desafio a serem contornados. O poliéster, uma das fibras mais utilizadas no mercado fashion, é responsável pela emissão anual de 32 das 57 milhões[12] de toneladas gás carbônico na atmosfera. De cada 100 toneladas de lixo têxtil produzidos no Brasil apenas 20% são reciclados. Para se ter uma ideia, somente na região do Brás-SP são coletados diariamente 45 toneladas de lixo têxtil. E os números não param por aí.

3) Levantamento dos problemas

Por meio da pesquisa pode-se perceber que há necessidade de muito mais conhecimento e desenvolvimento de matemático para se elaborar, desenhar, criar e modelar e a identificar relações matemáticas necessárias e possíveis com a construção de um bom MODELO, design de moda.

---

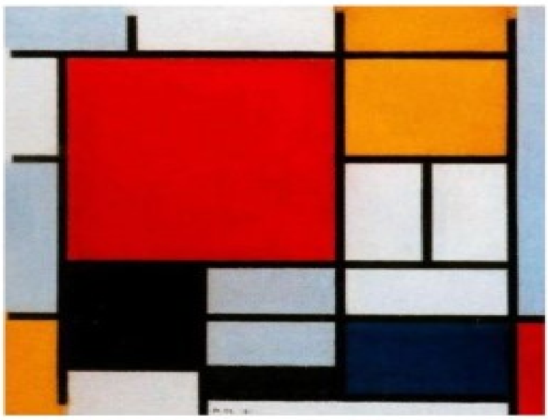
[10] https://wp.ufpel.edu.br/empauta/um-efeito-borboleta-a-industria-da-moda-e-meio-ambiente/
[11] https://piaui.folha.uol.com.br/o-lixo-da-moda/
[12] https://einvestidor.estadao.com.br/colunas/fernanda-camargo/impacto-ambiental-industria-moda

A matemática também está presente nos instrumentos de medição, na anatomia dos tecidos, nos desenhos dos croquis, nos diagramas e moldes constituídos de linhas e formas geométricas

Assim, elaboramos problemas, com base na pesquisa efetuada, decidindo por: Sabendo que necessitamos de muitos saberes matemáticos para atuar no desenvolvimento e criação de um determinado produto, não deixando de pensar na criatividade, estudo sobre os benefícios e malefícios à vida e ao meio ambiente, no lucro e na economia, no conforto, entre tantas outras visões que se fazem necessárias para se ter sucesso, êxito na criação de algo inédito, elabore uma peça de roupa, destacando formas geométricas, de modo a atender essa perspectiva, acima descrita, fazendo um demonstrativo de custo, lucro e conhecimentos matemáticos aplicados para desenvolvimento deste?

Problema 1) O quadro Composição II em Vermelho, Azul e Amarelo é uma pintura a óleo sobre tela nas dimensões 86 cm x 66 cm. Com base nessas informações, qual é a dimensão de cada retângulo e qual é a proporção em relação a obra?

Problema 2) Em duplas observe a obra de Mondrian e e anote detalhes do que observam nela.



Composição com amarelo, vermelho, azul e preto, óleo sobre tela. 1921

2.1) Relate oralmente suas observações

2.2) A partir do compartilhamento de observações complete o quadro sobre as principais características que podemos destacar nessa obra de Piet Mondrian

Cores utilizadas	
Formas geométricas presentes na obra	
Tipos de linhas aplicadas na obra	
Tipos de ângulos	
Posição relativa entre as retas	

2.3) Pesquise as dimensões da Composição com Vermelho, Amarelo e Azul, de óleo sobre a tela, e pertence ao Haags Gemeentemuseu, que mantém o Museu Escher, localizado em Haia, na Holanda, obra de Piet Mondrian, e determine o perímetro e a área dessa obra.

2.4) Realize a ampliação e a redução e determine a proporção utilizada para realizar

2.5) Observe o esboço feito pelo próprio Mondrian em 1913 - 1914 de. Disponível em: https://www.kunstmuseum.nl/nl/topstukken/afgebroken-gebouw-schetsboek-ii-folio-21?origin=gm e realize uma criação com os mesmos elementos artísticos e matemáticos utilizados nas obras utilizados por Mondrian.

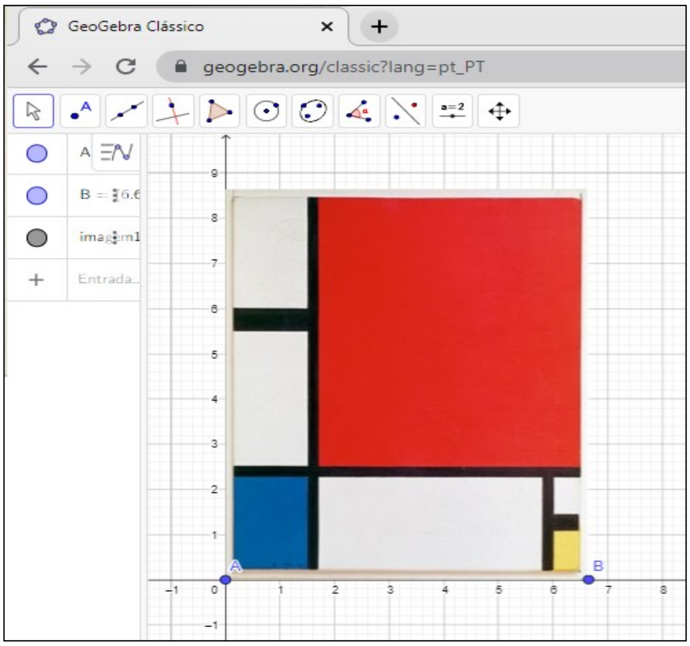
2.6) Faça uma releitura dessa obra de Piet Mondrian, podendo estar representada em uma figura plana ou em um sólido geométrico.

4) Resolução dos problemas

Solução problema 1:

Passo 1: Adicionar a imagem do quadro Composição II no Software GeoGebra, figura 1.

Figura 3: Composição II no Geogebra



Fonte: Grupo B

Passo 2: A partir da imagem do quadro, figura 1, foi criado uma escala que é a proporção de redução da área real para uma representação em tamanho menor. A escala é necessária porque a reprodução não pode ser feita de maneira aleatória e sim proporcional. Para facilitar os cálculos foi adotado a escala 1:10, onde 1 cm no GeoGebra corresponde a 10 cm da obra original.

Para determinar as dimensões da figura no Software foi utilizado regra de três simples:

Altura

Software		Obra real
1	$-$	10
x	$-$	86

$$\frac{1}{x} = \frac{10}{86} \rightarrow 10x = 86 \rightarrow x = \frac{86}{10} = 8{,}6$$

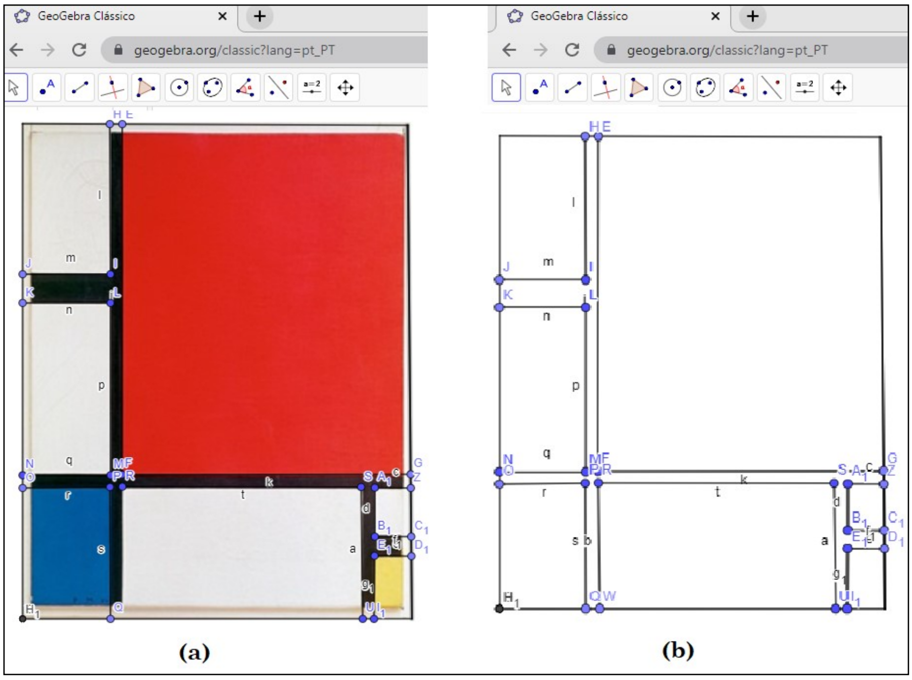
Largura

Software		Obra real
1	$-$	10
x	$-$	66

$$\frac{1}{x} = \frac{10}{66} \rightarrow 10x = 66 \rightarrow x = \frac{66}{10} = 6{,}6$$

As dimensões da figura no *GeoGebra* são de 8,6 x 6,6 cm. **Passo3:** Nessa etapa foi utilizado segmentos de retas para contornar toda a figura e os retângulos internos a ela, figura 2.

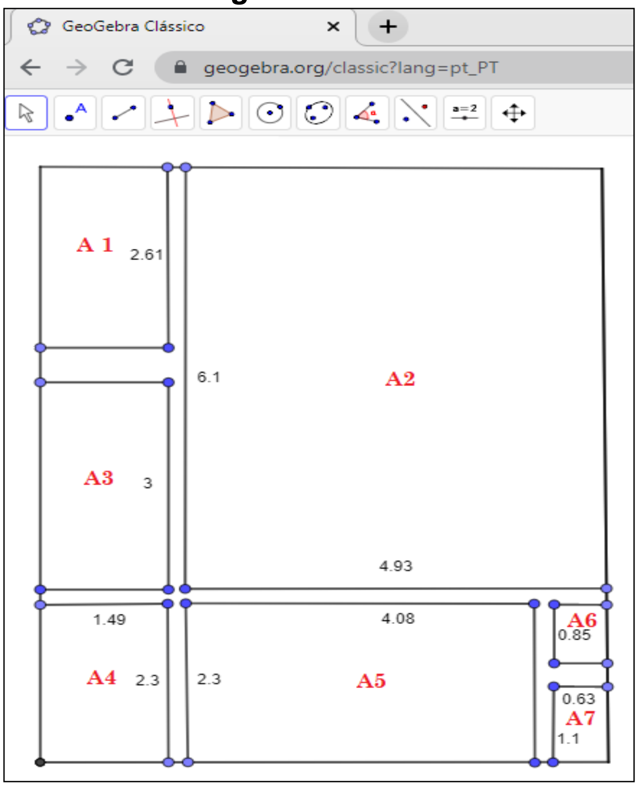
Figura 4: Contornos da Composição II



Fonte: Grupo B

Passo 4: Determinar a área de cada parte da figura.

Figura 5: Áreas



Fonte: Grupo B

$$A_1 = 1{,}49.\,2{,}61 = 3{,}89\ cm^2$$

$$A_2 = 4{,}93.\,6{,}1 = 30{,}07\ cm^2$$

$$A_3 = 1{,}49.\,3\ =\ 4{,}47\ cm^2$$

$$A_4 = 1{,}49.\,2{,}3 = 3{,}43\ cm^2$$

$$A_5 = 4{,}08.\,2{,}3 = 9{,}38\ cm^2$$

$$A_6 = 0{,}63.\,0{,}85 = 0{,}54\ cm^2$$

$$A_7 = 0{,}63.\,1{,}1 = 0{,}69\ cm^2$$

Passo 5: Para determinar a percentagem que cada retângulo representa em relação a obra que possui 56,76 cm².

Retângulos Brancos $\frac{\mathrm{A}_1 + \mathrm{A}_3 + \mathrm{A}_5 + \mathrm{A}_6}{56{,}76} = \frac{18{,}28}{56{,}76} = 0{,}322;\ \ 32{,}2\%$

Retângulo Vermelho $\frac{\mathrm{A}_2}{56{,}76} = \frac{30{,}7}{56{,}76} = 0{,}540;\ \ \ 54{,}0\%$

Retângulo Azul $\frac{\mathrm{A}_4}{56{,}76} = \frac{3{,}43}{56{,}76} = 0{,}06;\ \ 6{,}04\%$

Retângulo Amarelo $\frac{\mathrm{A}_7}{56{,}76} = \frac{0{,}69}{56{,}76} = 0{,}01;\ \ 1{,}22\%$

Solução problema 2:

Espera-se que os estudantes observem que o autor fazia uso de elementos planos, eliminando as linhas curvas e trabalhava só com uma linha, ângulos retos e cores primárias. A obra apresenta as linhas horizontais e verticais, não apresenta linhas curvas. Obras formadas por quadrados e retângulos.

Cores utilizadas	**Vermelho, amarelo e azul, pretos e brancos.**
Formas geométricas presentes na obra	Quadrados e retângulos
Tipos de linhas aplicadas na obra	Horizontais e verticais
Tipos de ângulos	Ângulos Retos (90^0)
Posição relativa entre as retas	Paralelas e concorrentes perpendiculares entre si

As dimensões são de 59,5 X 59,5 centímetros, tendo assim:

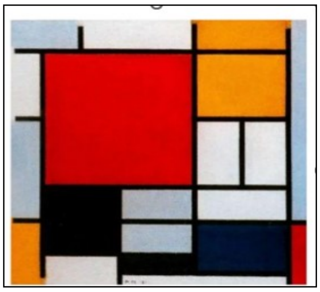
Perímetro= l+l+l+l   ou Perímetro=4.l

P= 59,5+ 59,5+59,5+ 59,5= 238cm   ou P= 4 X 59,5   P= 238 cm

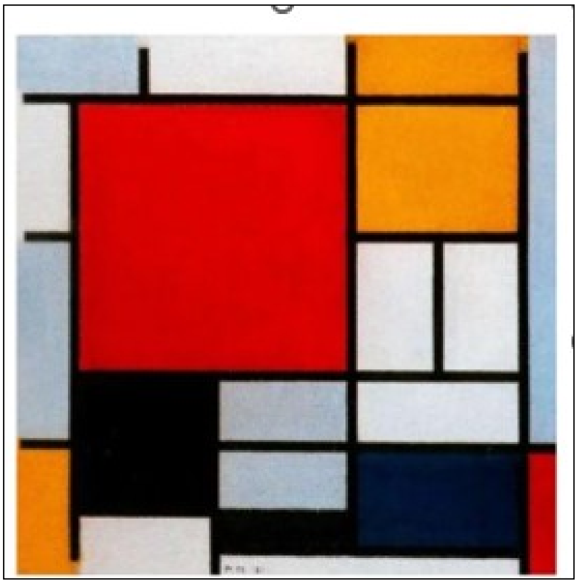
Área = l x l   ou   Área = l^2

A= 59,5 x 59,5   A= $(59,5)^2$

A= 3540,25 cm^2 A= 3.540,25 cm^2



1:2

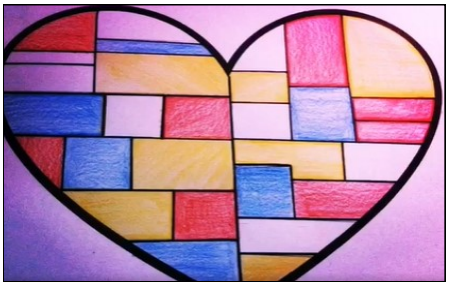


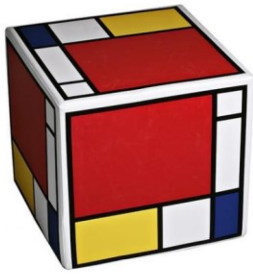
2:2

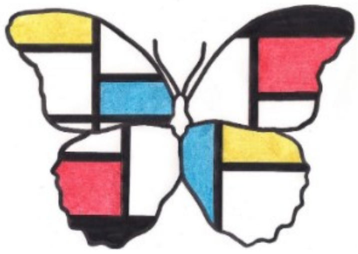
Realizar o desenho inspirado em Piet Mondrian

(Observação aqui deverá ser construído um modelo os mesmos elementos artísticos e matemáticos utilizados nas obras utilizados por Mondrian)

Releitura dessa obra de Piet Mondrian







5) O desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções.

Com base na solução do problema 1, foram feitas algumas observações, comentários e discussões relativas aos conteúdos e conceitos matemáticos abordados nesse problema.

Em um primeiro momento é necessário a utilização da TIC computador e software *GeoGebra*, para realizar a representação do quadro Composição II e posteriormente dar continuidade na resolução da situação problema. Valente (1993) destaca que o computador pode criar um ambiente de aprendizagem e facilitar o processo de aprendizagem e desenvolvimento intelectual do estudante.

Nas etapas seguintes para a solução do problema diversos conteúdos matemáticos podem ser desenvolvidos, entre esses destaca-se os conceitos de razões e proporções. Uma vez que esses conceitos/definições são importantes para o desenvolvimento de outros conteúdos da Matemática a nível de ensino fundamental e médio.

Cabral, Dias e Júnior (2019) destacam que o entendimento dos conceitos de razões e proporções são essenciais na construção de habilidades para resolver diversas situações do cotidiano, pois são conteúdos repletos de aplicações em diversas áreas, como: financeira, meio ambiente, comerciais, engenharias, arquitetura, moda, artes, saúde, entre outras. As atividades relacionadas a esses temas merecem esforços para assegurar seu desenvolvimento pleno, os PCN destacam que um dos objetivos a serem atingidos no ensino da Matemática é o desenvolvimento do raciocínio que:

> [...] envolva a proporcionalidade, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o estudante a: observar a variação entre grandezas, estabelecendo relações entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade (BRASIL, 1998, p. 65).

O conceito razão e proporção são enunciados e descritos em uma das maiores obras de Matemática do mundo antigo, Os Elementos, de Euclides (330 a.C.). Especificamente Euclides trata a definição de razão no Livro V de sua obra. Observa-se que a ideia de razão estava estritamente ligada a comparação entre duas grandezas, geométricas, visando o trabalho com segmentos de retas. No início a definição era totalmente geométrica, mas essa definição estende-se para quaisquer que sejam as grandezas, geométricas ou não (BARNABÉ, 2011).

Para proporcionar uma forma mais atrativa e dinâmica no processo de descoberta e sistematização dessa definição, é sugerido no problema 1 a determinação da proporção que cada parte da obra representa em relação ao todo, possibilitando ao decorrer da atividade o desenvolvimento de diversos conceitos matemáticos. Burak (2010) ressalta que na resolução de uma situação-problema, os conteúdos matemáticos podem ganhar maior destaque e significado para o aluno. Os conceitos, definições e propriedades presentes nessa etapa de exploração do problema atribuem maior significado aos conteúdos matemáticos.

A resolução do problema 2, foram realizadas observações na obra de Mondrian, relatos e discussões orais e sínteses escritas, bem como a abordagem de atividades associando ao trabalho do pintor holandês Piet Mondrian, com as noções básicas de Geometria Plana – reta, ponto, plano, ângulos, polígonos, área, perímetro, escala entre outras.

Nessas atividades, há um conhecimento do artista Mondrian assim como suas obras, aprimorando seus conhecimentos e relacionando aos elementos geométricos, oportunizando a contextualização e proporcionando interação entre matemática e Arte, promovendo a educação geral, favorecendo o ensino e a aprendizagem num contexto mais amplo, dando significado aos conteúdos matemáticos. Assim sendo como Burak e Klüber (2008) destaca em seus estudos que "a abordagem da matemática deve ocorrer de uma forma mais aberta e contextualizada, dando significado aos conteúdos matemáticos".

Dando continuidade à situação proposta, de criação de um modelo com os mesmos elementos artísticos e matemáticos utilizados e na releitura das obras do grande artista Piet Mondrian, propõe uma forma de aprendizagem eficaz e atraente, com ênfase no desenvolvimento de habilidades e construção de novos conhecimentos a partir de uma nova perspectiva, explorando o universo cultural da arte, explorando e aprimorando conceitos geométricos, contribuindo para a formação de um sujeito crítico, gerador de ideias, reflexivos, criativos e criador de seus próprios conhecimentos. O ambiente de criação dá forma para que o estudante seja protagonista de um ensino ativo, com autonomia de busca de novas informações, de assumir responsabilidade pela própria construção e aprendizagem de seu próprio conhecimento, saindo da passividade de apenas receber conhecimento.

Para que essa mudança de papéis ocorra é necessário que os alunos modifiquem alguns comportamentos, como reforçam os autores abaixo:

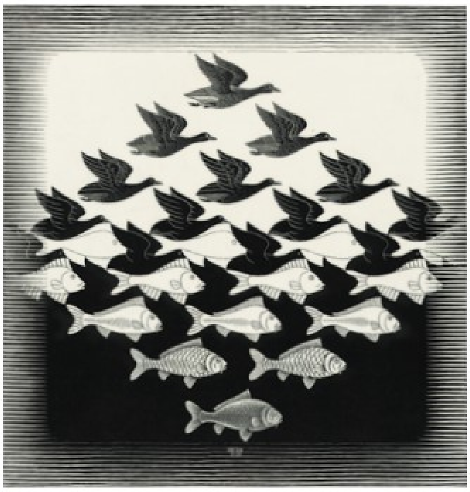
> Por sua vez o aluno precisa ultrapassar o papel de passivo, de escutar, ler, decorar e de repetidor fiel dos ensinamentos do professor e tornar-se criativo, crítico, pesquisador e atuante, para produzir conhecimento (MORAN, MASETTO, BEHRENS, 2013, p. 71).

Destaca-se aqui a importância, de que enquanto professores, estejamos abertos e dispostos a trilhar caminhos, ainda pouco trilhados, mas que certamente, são potencialmente ricos e fundamentais para a formação dos estudantes, cidadãos ativos desse século. Com base no subtema Moda a partir da inspiração de **Piet Mondrian**, a Arte de Escher incorporada ao tema teve as seguintes configurações:

Croqui I

Céu e água I – 1938

Xilogravura



Croqui II

Céu e água I – 1938

Xilogravura

Croqui III

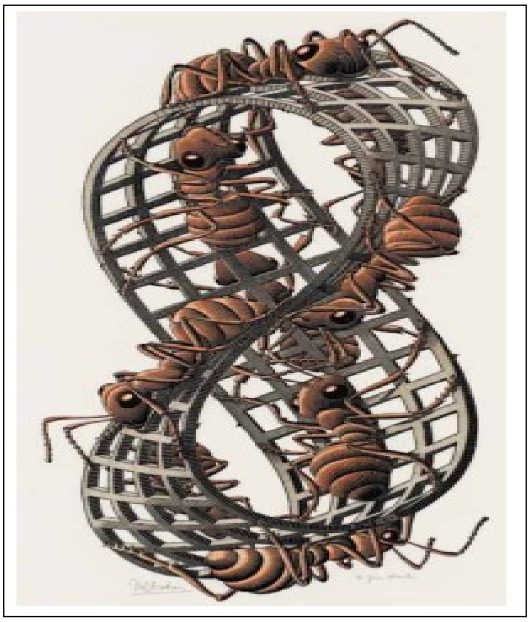
Libertação – 1955

Litografia

Croqui IV

Fita de Moebius II – 1963

Xilogravura



Fonte: Grupo B (2022)

O resultado das atividades encontrou em Carr e Kemmis (1986, 1988) os protagonistas ativos sobre a realidade a ser investigada em educação, em que os indivíduos interpretam suas ações e agem assumindo a abordagem crítica interpretativa proveniente de objeções positivistas. A partir delas, a capacidade de produzir generalizações amplas a respeito da relação entre teoria e a prática, que nas palavras de Stenhouse (1988), os professores pesquisadores ao refletir sobre sua prática educativa, promovem a inovação nas atividades escolares, ao invés de serem meros transmissores de currículos criados por outros indivíduos.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, E. T. **Construção de mosaicos inspirados nas obras de Maurits Cornelis Escher.** 2015. Disponível em: https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/18971/1/2015_EmersonTeixeiradeAndrade.pdf. Acesso em: 10 out. 2021.

BARNABÉ, F. M. **A melodia das razões e proporções:** a música sob o olhar interdisciplinar do professor de matemática. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

BARTH, G. **Arte e matemática:** subsídios para uma discussão interdisciplinar por meio das obras de M. C. Escher. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC):** educação é a base. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase. Acesso em: 10 jun. 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 10 jun. 2021.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil (1988).** Brasília: Senado Federal, 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicaocompilado.htm. Acesso em: 10 jun. 2021.

BRASIL. Lei n. 9394, de 20 de dezembro de 2016. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm. Acesso em: 10 jun. 2021.

BURAK, D. A Modelagem Matemática e a sala de aula. *In:* ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2004. **Anais [...],** Londrina, 2004.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Modelagem na Educação Matemática,** v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

BURAK, D. **Modelagem Matemática:** ações e interações no processo de ensino aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. **Modelagem Matemática:** uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. Rio Claro-SP, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho, 1987.

CABRAL, N. F.; DIAS, G. N.; JÚNIOR, J. M. S. O ensino de razão e proporção por meio de atividades. **Ensino da Matemática,** v. 6, n. 3, p. 175-206, 2019.

CARR, W.; KEMMIS, S. **Becoming critical.** education, knowledge and action research, Brighton (UK): Famer Press, 1986.

CARR, W.; KEMMIS, S. **Teoria crítica de la enseñanza:** la investigacion-acción em la formación del professorado. Barcelona (ESP): Martinez Roca, 1988.

COXETER, H. The Mathematical implications of Escher´s prints. *In:* LOCHER, J. **The word of. M. C. Escher.** New York: Agradable Press, Harry Abrams Inc. Publishers, 1988. p. 51-54.

DINIZ-PEREIRA, J. E. Da racionalidade técnica a racionalidade crítica: formação docente e transformação social - perspectivas em diálogo. **Revista de Educação e Sociedade**, v. 1, n. 1, 2014.

ERNST, B. **O espelho mágico de Escher**. Berlim: Taschen, 1991.

ESCHER, M. C. **Gravura e desenhos**. Köln: Evergreen, 1994.

ESCHER, M. C. The regular division of the plane. *In:* ESCHER on Escher exploring the infinite. New York: Harry N. Abrams, Inc. Publishers, 1989. p. 90-122.

EUGÊNIO, T. J. B. **Um olhar evolucionista para a Arte de M. C. Escher**. 2012. Disponível em: http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-58212012000200007. Acesso em 30 jun. 2020.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Apresentando a investigação científica. *In:* ______. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 25 ed. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6º. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

HARDY, G. H. What is geometry? **The Mathematical Gazette,** v. 12, n. 175, p. 309-316, 1925.

HIGGINSON, W. **On the foundations of Mathematics Education**. Montreal Quebec: FLM Publishing Anociation, 1980.

KEMMIS, S.; McTAGGART, R.; NIXON, R. **The action research planner:** doing critical participatory action research. New York: Springer, 2013.

KLÜBER. T. E.; BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática e Pesquisa,** São Paulo, v.10, n.1, p.17-34, 2008.

KOMAR, M. F. C. K. **A Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem da matemática no ensino fundamental:** ações e interações. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Estadual do Centro Oeste, 2017.

LITTEWOOD, J. E. **A matemática**. Miscelânea. Londres: Methuen, 1953.
MALLMANN, E. M. Pesquisa-ação educacional: preocupação temática, análise e interpretação crítico-reflexiva. **Cadernos de Pesquisa,** v. 45, n. 155, p. 76-98, 2015.

MARTINHO, M. ET AL. **M. C. Escher:** arte e matemática. Guimarães: Gráfica Covense, 1998.

MORAN, J. M; MASETTO, M. T; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 21. ed. São Paulo: Papirus, 2013.

MORIN, E. **A cabeça bem feita:** repensar a reforma, reformar o pensamento. 21 ed. Rio de Janeiro: Bertrand. 2014.

MORIN, E. Desafios da transdisciplinaridade e da complexidade. *In:* AUDY, J. L. N.; MOROSINI, M. C. (Orgs). **Inovação e interdisciplinaridade na universidade.** Porto Alegre: EDIPUCRS, 2007.

MORIN, E. **Sete saberes necessários à educação do futuro.** 11. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

O MUNDO mágico de Escher. Disponível em: https://www.bb.com.br/docs/pub/inst/img/EscherCatalogo.pdf. Acesso em 30 jan. 2020.

PARANÁ. **Novo ensino médio paranaense.** Disponível em: https://professor.escoladigital.pr.gov.br/ensino_medio. Acesso em 10 nov. 2021.

REFERENCIAL Curricular do Paraná. Disponível em: http://www.referencialcurriculardoparana.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=111. Acesso em: 20 jun. 2021.

REFERENCIAL Curricular do Paraná: princípios, direitos e orientações. Curitiba: SEED, 2018.

SCHATTSCHNEIDER, D. The matematical side of M. C. Escher. **Notices of the American Mathematical Society,** v. 57, n. 6, p. 706-718, 2016.

STENHOUSE, L. Artistry and teaching: the teacher as focus of research and development. **Journal of Curriculum and Supervision,** v. 4, n. 1, p. 43-51, 1988.

SWIFT, J. **Gulliver's travels Harmondsworth.** Penguin, 1967 (1726).

TJABBES, P. **A magia de Escher**. São Paulo: Art Unlimited, 2013.

TRIVIÑOS, A. **Introdução à pesquisa em ciências sociais:** a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

VALENTE, J. A. **Computadores e conhecimento:** repensando a educação. Campinas: UNICAMP, 1993.