

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

GUSTAVO HENRIQUE ZANETTE

**MODELAGEM MATEMÁTICA E JOGOS DIGITAIS:
POSSIBILIDADES PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Toledo - PR

2021

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

GUSTAVO HENRIQUE ZANETTE

**MODELAGEM MATEMÁTICA E JOGOS DIGITAIS
POSSIBILIDADES PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA**

Trabalho de Conclusão apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Toledo, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Emerson Tortola

Toledo - PR

2021



COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

TERMO DE APROVAÇÃO

O Trabalho de Conclusão de Curso intitulado “**Modelagem Matemática e Jogos Digitais**: possibilidades para a Educação Básica” foi considerado **APROVADO** de acordo com a ata de nº ___ de ___/___/2021.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Emerson Tortola – Orientador

Profa. Dra. Barbara Winiarski Diesel Novaes

Prof. Me. Renato Francisco Merli

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador por não desistir de mim, mesmo depois de tantos erros. Aos meus colegas do Laboratório de Ensino de Matemática pelo apoio no decorrer desta caminhada e pelas partidas de xadrez. Aos diversos professores que fizeram parte de toda minha caminhada acadêmica e que, com certeza, estarão representados em minhas práticas docentes.

We are human, after all, flesh uncovered, after all.

Daft Punk

ZANETTE, Gustavo Henrique. **Modelagem Matemática e Jogos Digitais**: possibilidades para a Educação Básica. 2021. 50 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, 2021.

RESUMO

Este trabalho, orientado segundo uma perspectiva qualitativa de pesquisa, versa sobre o uso de jogos digitais como realidade desencadeadora para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Estruturado na modalidade *multipaper*, é constituído por dois artigos que relatam resultados da pesquisa desenvolvida. No primeiro artigo questionamos quais temas podem constituir realidade em atividades de modelagem matemática, com intuito de fomentar a inserção dos jogos nesse leque de possibilidades. Para isso, analisamos o potencial de um jogo como desencadeador de atividades de modelagem na Educação Básica, particularmente no Ensino Fundamental, ou seja, quais situações-problema, discussões e usos da matemática podem ser empreendidos em uma atividade de modelagem matemática, quando sua temática é um jogo. O jogo analisado foi o Hay Day. No segundo artigo, por sua vez, questionamos como jogos digitais podem constituir realidade em atividades de modelagem matemática. Para tanto analisamos duas atividades desenvolvidas em dois contextos distintos, porém a partir de um mesmo jogo, escolhido pelos alunos, a saber, o Minecraft, sendo um deles no âmbito de um projeto de extensão, no contraturno escolar, por alunas de um 4º ano do Ensino Fundamental, e outro no âmbito de uma disciplina de Modelagem Matemática, por acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática, ambos em instituições públicas de um município do Oeste do Paraná. Em termos gerais, as análises sinalizam discussões matemáticas que podem ser empreendidas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, associadas à comparação de quantidades, operações elementares da matemática, especificamente no caso das atividades analisadas multiplicação e divisão; perpassando pelos anos finais do Ensino Fundamental, contemplando temas como números racionais, razão, proporção e equações; até o Ensino Médio, abordando funções, relações trigonométricas, geometria analítica etc. Além disso, pudemos observar, a partir das atividades desenvolvidas, a satisfação dos alunos em discutir temas de seus interesses, no caso os jogos, bem como o engajamento deles nas discussões sobre o tema, coleta de dados, delineamento de estratégias para a resolução dos problemas e validação, uma vez que são ações que remetem diretamente ao jogar.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Jogos Digitais. Realidade Virtual. Educação Básica.

ZANETTE, Gustavo Henrique. **Mathematical Modelling and Digital Games**: possibilities for Basic Education. 2021. 50 p. Final Paper (Undergraduate in Mathematics Degree) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, 2021.

ABSTRACT

This work, oriented according to a qualitative research perspective, deals with the use of digital games as reality that triggers the development of mathematical modelling activities. Structured in the multipaper modality, it consists of two papers that report results of the developed research. In the first article, we questioned which themes may constitute reality in mathematical modelling activities, to encourage the insertion of games in this range of possibilities. For this, we analyze the potential of a game as a trigger for modelling activities in Basic Education, particularly in Elementary Education, that is, which problem situations, discussions and uses of mathematics can be undertaken in a mathematical modelling activity, when its theme is a game. Hay Day was the game analyzed. In the second paper, in turn, we questioned how digital games can become reality in mathematical modelling activities. For this purpose, we analyzed two activities developed in two different contexts, but based on the same game, chosen by the students, namely Minecraft, one of them in the scope of an extension project, out the school term, by students of a 4th Grade in the Elementary School, and another in the context of a Mathematical Modelling subject, by students of the Mathematics Degree Course, both in public institutions in a city in the West of Paraná. In general terms, the analyzes signal mathematical discussions that can be undertaken since the early years of Elementary School, associated with the comparison of quantities, elementary operations of mathematics, specifically in the case of the analyzed activities multiplication and division; going through the Middle School, contemplating themes such as rational numbers, reason, proportion and equations; until High School, addressing functions, trigonometric relationships, analytical geometry, etc. In addition, we were able to observe, from the activities developed, the satisfaction of students in discussing topics of interest to them, in this case games, as well as their engagement in discussions on the topic, data collection, outlining strategies for solving problems and validation, since they are actions that refer directly to play.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modelling. Digital Games. Virtual Reality. Elementary School.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	8
ARTIGO 1	12
MODELAGEM MATEMÁTICA E JOGOS: ARTICULAÇÕES E POSSIBILIDADES PARA O ENSINO FUNDAMENTAL	
ARTIGO 2	26
COMO JOGOS PODEM CONSTITUIR “REALIDADE” EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA?	
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	47
REFERÊNCIAS.....	49

INTRODUÇÃO

Com o avanço do tempo nota-se que a realidade dos alunos da Educação Básica torna-se cada vez mais distante da realidade de seus professores à época de suas experiências educacionais. Ainda hoje é comum encontrarmos professores atuando na Educação Básica que estudaram, por exemplo, no marcante período do regime militar. Isso sinaliza que muitas das referências de ensino e de aprendizagem que os professores tiveram são distintas das práticas que desenvolvem.

O advento da internet e o rápido avanço das tecnologias nas últimas décadas acentuou ainda mais essa distância, pois se os professores, mesmo os mais novos, quando crianças, brincavam na rua, as crianças de hoje assistem vídeos no Youtube, jogam no celular. Essa distância entre realidades de professores e alunos pode provocar uma dificuldade na comunicação e na proposição de atividades que possam interessar os alunos para estudar. Essa disparidade mostra que, cada vez mais, precisamos nos atualizar e nos reinventar no que se refere à educação, se nosso desejo é nos aproximar da realidade dos alunos, como é comum ouvirmos nos discursos de professores e lermos em orientações curriculares, como a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

Professores e pesquisadores da área da Educação Matemática, em particular, buscam constantemente por alternativas que possam melhorar as práticas de ensino de matemática, tarefa que parece ficar mais desafiadora a cada dia, considerando a rapidez dos avanços tecnológicos e as diferenças de geração para geração.

Nesse sentido, na tentativa de aproximar as práticas de ensino às atividades que condizem com as atividades dos alunos de hoje em dia, propomos esta pesquisa, sobre o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática a partir de jogos, especificamente jogos digitais.

Atividades de modelagem matemática, em geral, são associadas à problematização e à investigação, por meio da matemática, de situações-problema oriundas da realidade (BARBOSA, 2004). Nesse contexto, em certa medida, são atividades propícias para aproximar o ensino da matemática da realidade dos alunos. Mas o que caracteriza a realidade dos alunos? Quais atividades costumam desenvolver?

Em algumas experiências que tivemos com a Educação Básica – projetos de extensão, atividades de estágio e exercício da docência –, observamos que os alunos conversam com certa

frequência a respeito de jogos, particularmente sobre jogos digitais. Esse tipo de jogo é geralmente associado à diversão e parece não ter espaço na sala de aula. Além disso, os jogos também evoluíram e trazem consigo histórias, contextos e, poderíamos até mesmo dizer, criam uma realidade virtual (HEIM, 1993) com características e dinâmicas singulares em sua programação. Nesse contexto, por que não considerar os jogos como uma possibilidade de originar situações-problema por meio da matemática, ou em outras palavras, para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática?

Considerando que há na literatura relatos de pesquisas e de práticas de atividades de modelagem matemática, cujas realidades são provenientes de naturezas distintas – situações cotidianas (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; TORTOLA, 2016); situações não cotidianas (ZILL, 2014); situações provenientes de um mundo cibernético (DALLA VECCHIA; MALTEMPI, 2012), situações hipotéticas (WOOLEY, Et al, 2014; EDWARDS, 2017); situações pertinentes à própria matemática (NEGRELLI, 2008; CIFUENTES; NEGRELLI, 2011), entre outras –, investigamos nessa pesquisa a questão: *Como atividades de modelagem matemática podem ser desenvolvidas a partir de jogos digitais?*

Diante dessa questão, temos por objetivos investigar: i) quais situações-problema, discussões e usos da matemática podem ser empreendidos em uma atividade de modelagem matemática quando sua temática é um jogo digital; e ii) como atividades de modelagem matemática podem ser desenvolvidas a partir de um jogo digital sugerido pelos alunos.

Para isso nos fundamentamos nos entendimentos e discussões acerca de realidade em atividades de modelagem matemática presentes nas pesquisas de Negrelli (2008); Veleda (2010); Cifuentes e Negrelli (2011); e Tortola, Robim e Almeida (2014), bem como na caracterização de realidade virtual sistematizada por Heim (1993) e analisamos algumas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos da Educação Básica e por alunos da Licenciatura em Matemática pensando em seu uso na Educação Básica.

Este trabalho é desenvolvido a partir de uma perspectiva qualitativa de pesquisa, uma vez que, do ponto de vista metodológico, acreditamos que a melhor possibilidade para se captar a realidade investigada, sendo fiéis às ações e falas dos investigados, é aquela que possibilita ao pesquisador colocar-se no papel do outro, dos sujeitos de pesquisa (GODOY, 1995). Este formato de pesquisa se mostra importante para este trabalho uma vez que estamos interessados não só nas situações estudadas, mas em todo o ambiente que as cercam, assim trazendo uma ótica reflexiva sobre os fenômenos derivados da pesquisa, não desprezando a noção quantitativa dos resultados, mas enaltecendo o processo dos sujeitos como um todo.

Estruturado segundo um formato *Multipaper*, o qual surgiu nos anos de 1960 na Inglaterra e logo chamou atenção dos pesquisadores dos Estados Unidos, onde foi amplamente disseminado. Recentemente começou a aparecer em pesquisas de diversos países ao redor do mundo (COSTA, 2014). No Brasil esse formato já está sendo utilizado, aceito e previsto como estrutura de dissertações e teses em uma parcela significativa de universidades (MUTTI; KLÜBER, 2018).

Em linhas gerais a diferença desse formato para o estilo monográfico é que ele é constituído por uma coletânea de artigos, cada um com sua fundamentação teórica, objetivo, desenvolvimento e conclusão. Apesar de cada artigo ter suas características específicas, todos fazem parte de uma história, em que cada um surge como um capítulo a ser apreciado no decorrer dos eventos da história até o final, a conclusão. Nesse sentido optamos por sua utilização.

Dessa forma este trabalho é estruturado por esta introdução, dois artigos, sendo cada um deles associado a um dos objetivos de pesquisa apresentados, e as considerações finais, seguidas da lista de referências. Essa lista de referências refere-se às seções não contempladas nos artigos, uma vez que cada artigo possui uma lista de referências própria, as quais não são repetidas na listagem da seção final.

O primeiro artigo dessa história, intitulado “Modelagem matemática e jogos: articulações e possibilidades para o Ensino Fundamental”, foi escrito em 2019 e marca um momento, que segundo nossas pesquisas, tanto em eventos da área da modelagem no Brasil como a Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM), quanto em sites de buscas acadêmicas como o *Google Scholar*, havia poucos registros de atividades de modelagem matemática envolvendo jogos – alguns exemplos encontrados são os trabalhos de Balicer (2007) e de Cox (2015) –, o que levanta uma interrogação sobre a possibilidade de se desenvolver atividades de modelagem matemática a partir de jogos. Nesse contexto, esse artigo foi escrito com a intenção de inserir os jogos digitais no leque de possibilidades de realidades a serem consideradas em atividades de modelagem matemática.

Já o segundo artigo, intitulado “Como jogos podem constituir “realidade” em atividades de modelagem matemática?”, iniciado em 2020 e finalizado em 2021, reflete o aprofundamento teórico das discussões acerca do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática a partir de jogos. Acertada a viabilidade de um jogo digital dar origem a situações-problema que podem ser investigadas por meio procedimentos que são característicos de uma atividade de modelagem matemática, nos dedicamos a investigar como um jogo digital constitui a realidade

de uma atividade de modelagem matemática, ou seja, como ele dá suporte à problematização, às discussões, ao uso da matemática para resolver o problema e à validação e interpretação do modelo matemático.

Vale a pena ressaltar que a história contada neste trabalho não se refere exclusivamente à investigação do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática com problemas oriundos de jogos digitais, mas de todo um processo de aprimoramento e desenvolvimento de conhecimentos que começa em pesquisas desenvolvidas no âmbito do Programa Institucional de Voluntariado em Iniciação Científica e Tecnológica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Toledo. São os estudos desenvolvidos no âmbito desse programa, desde 2018, que fundamentam esse Trabalho de Conclusão de Curso.

ARTIGO 1

MODELAGEM MATEMÁTICA E JOGOS: ARTICULAÇÕES E POSSIBILIDADES PARA O ENSINO FUNDAMENTAL¹

Gustavo Henrique Zanette
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR-TD
ghenrique35@gmail.com

Emerson Tortola
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR-TD
emersontortola@utfpr.edu.br

Resumo

Neste trabalho questionamos quais temas podem constituir a realidade ou o cotidiano em atividades de modelagem matemática, com intuito de fomentar a inserção dos jogos nesse leque de possibilidades. Para isso, analisamos o potencial de um jogo como desencadeador de atividades de modelagem no Ensino Fundamental, ou seja, quais situações-problema, discussões e usos da matemática podem ser empreendidos em uma atividade de modelagem matemática, quando sua temática é um jogo. O jogo analisado é o Hay Day, um jogo para dispositivos móveis com a temática fazenda, no qual o jogador tem como objetivo expandir sua fazenda e deixá-la cada vez mais produtiva. A análise revelou que o jogo pode desencadear debates que vão desde a compreensão de sua dinâmica – como é determinado o preço máximo de venda – até o auxílio na tomada de decisões e atitudes em relação aos objetivos a cumprir – em qual produto investir. Esses debates abarcam discussões matemáticas que podem ser empreendidas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental associadas à multiplicação, divisão, números racionais, razão, proporção, equações, funções, etc. Além disso, ressaltamos o potencial engajamento dos alunos nas discussões, que podem se sentir motivados a coletar dados jogando e a determinar estratégias para atingir seus objetivos.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Jogos; Ensino Fundamental.

Introdução

É comum encontrarmos na literatura como entendimento para atividades de modelagem matemática, desenvolvidas na Educação Básica, a resolução de um problema real, associado à “realidade” e/ou ao “cotidiano” dos alunos (BURAK, 1992; KLUBER, 2010). Porém, com o advento da internet e a expansão das tecnologias digitais, o cotidiano dos alunos não é mais o mesmo que poucos anos atrás, se antes eles iam a feira, hoje eles jogam *Minecraft*, se antes brincavam na rua, hoje jogam *games online* com amigos. Diante desse fato nos questionamos sobre quais temas abordar em atividades de modelagem matemática, em particular com alunos do Ensino Fundamental.

Esse fato direciona nosso olhar para uma questão que é debatida com frequência na literatura, a respeito de quais temáticas podem ser consideradas como constituintes da realidade,

¹ Artigo publicado nos anais da XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM). ISSN: 2176-0489.

ou do cotidiano, em uma atividade de modelagem matemática. Vários autores já se debruçaram sobre o tema. Veleda (2010), por exemplo, investigou como a realidade é tratada em trabalhos que versam sobre modelagem matemática no âmbito da Educação Matemática. Negrelli (2008) caracterizou a realidade de uma atividade de modelagem matemática em termos de uma realidade inicial e de uma realidade intermediária, sugerindo que atividades de modelagem matemática partem de temáticas associadas a essa realidade inicial, composta por elementos de natureza econômica, social, física, política, psicológica, etc., e perpassam por uma realidade intermediária que preserva características com a realidade inicial, mas encaminha a atividade para a abordagem matemática. Tortola, Robim e Almeida (2014), por sua vez, elaboraram compreensões a respeito do entendimento de matemática e de realidade em atividades de modelagem matemática a partir de uma perspectiva filosófica fundamentada na linguagem. Trata-se, entretanto, de um debate ainda aberto, mas que sinaliza a pluralidade de entendimentos e possibilidades para tratar a realidade em atividades de modelagem matemática.

Neste trabalho, portanto, questionamos quais temas podem constituir a realidade ou o cotidiano em atividades de modelagem matemática, com o intuito de fomentar a inserção dos jogos nesse leque de possibilidades. Para isso, analisamos neste artigo o potencial de um jogo como desencadeador de atividades de modelagem matemática, ou seja, quais situações-problema, discussões e usos da matemática podem ser empreendidos em uma atividade de modelagem matemática, quando sua temática é um jogo, como por exemplo o Hay Day.

Apresentamos inicialmente algumas considerações teóricas a respeito da modelagem matemática, na perspectiva da Educação Matemática, em seguida buscamos na literatura exemplos de temas que são tomados como ponto de partida para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, ou seja, que são entendidos pelos autores como constituintes da realidade. Por fim, propomos os jogos como uma possibilidade de tema para atividades de modelagem matemática e analisamos algumas possibilidades de abordagem para uma atividade de modelagem matemática com o jogo Hay Day.

Modelagem Matemática: algumas considerações

A modelagem matemática é caracterizada no âmbito da Educação Matemática como uma atividade de cunho investigativo que busca resolver problemas provenientes de temas reais, não essencialmente matemáticos, por meio do uso da matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Nesse contexto, Barbosa (2004) argumenta que a modelagem matemática, em linhas

gerais, está associada a duas características, a problematização e a investigação. A primeira diz respeito ao questionamento de temas, ao levantamento e/ou criação de situações-problema; já a segunda diz respeito ao aceite de estudar, analisar e compreender uma determinada situação-problema. Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17), por sua vez, chamam atenção além dessas duas características, para a matemática e a análise interpretativa como “elementos” de uma atividade de modelagem matemática, essas duas últimas no sentido de que a investigação citada por Barbosa (2004) se dará, principalmente – mas não exclusivamente –, usando técnicas e procedimentos matemáticos; e que os resultados obtidos deverão ser interpretados à luz da situação-problema inicial, que deu origem à investigação.

Com esses elementos/características, atividades de modelagem matemática assumem um caráter dinâmico e investigativo, colocando em destaque a busca do aluno por uma solução para o problema, incentivando atitudes proativas e tornando-o parceiro do professor nos processos de ensino e de aprendizagem.

Vale ressaltar que no âmbito educacional todo o encaminhamento empreendido pelo aluno em uma atividade de modelagem tem sua relevância e não apenas o resultado da investigação. Nesse sentido, é importante explorar além da matemática que surge, competências e habilidades necessárias para a formação matemática do sujeito, como a coleta e a organização de dados, a formulação de hipóteses e a realização de simplificações, a definição de estratégias e o emprego de métodos e técnicas de resolução e interpretação de problemas, a produção e a validação de modelos matemáticos; para além de fomentar discussões associadas à situação que deu origem ao problema, atribuindo um caráter crítico à atividade (ARAÚJO, 2009).

Atividades de modelagem matemática, portanto, são propostas na literatura como alternativa às práticas pedagógicas tradicionais (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), particularmente as que se alinham ao paradigma do exercício, no qual o professor expõe o conteúdo, resolve exemplos no quadro e solicita que os alunos resolvam exercícios, cuja resolução fundamenta-se no uso de estratégias e técnicas semelhantes (SKOVSMOSE, 2000). Atividades de modelagem matemática surgem como um meio de dinamizar as aulas, buscando discutir matemática a partir do estudo e resolução de problemas, de modo que o conhecimento matemático vai sendo sistematizado conforme os encaminhamentos que se dá para a atividade.

Quais temas constituem a Realidade em atividades de Modelagem Matemática?

Tortola (2016) descreve em seu estudo cinco diferentes realidades associadas ao desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, são elas:

- i. **Cotidianas:** emergem de situações oriundas do cotidiano, de atividades corriqueiras, como as que fazemos em casa, por exemplo, como o trabalho relatado por Almeida, Silva e Vertuan (2012), em que seus alunos estudam quanto tempo um pacote de pipoca precisa ficar no micro-ondas para que todas as pipocas estourem.
- ii. **Não cotidianas:** surgem de questionamentos sobre assuntos que podem não fazer parte do cotidiano dos alunos, porém lhes causam interesse, como a atividade desenvolvida por Blum (2012), na qual estuda qual seria o tamanho de uma pessoa que utilizaria uma ferramenta (picareta) que é um monumento histórico da cidade de Oldenburg.
- iii. **Matemáticas:** provenientes de estudos matemáticos, realizados em ambientes ideais como é o caso do estudo do lançamento de um projétil qualquer e o estudo de sua trajetória assumindo algumas informações sem necessariamente tomar dados de um evento específico, como apresentam Cifuentes e Negrelli (2011).
- iv. **Mundo cibernético:** Situações nas quais o estudo do fenômeno parte da utilização do computador, ou de aplicativos, para viabilizar a coleta de dados, como foi feito no trabalho de Dalla Vecchia e Maltempi (2012), cujos alunos utilizaram softwares para conseguir coletar dados do movimento de uma corda.
- v. **Situações hipotéticas:** cujo fenômeno estudado é hipotético. Wooley (2014), por exemplo, investiga a temática de um apocalipse zumbi e modela o tempo que um indivíduo conseguiria sobreviver nessa realidade hipotética, porém sem simular dados.

Esses trabalhos sinalizam o uso de diferentes “realidades” para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, colocando em xeque a exclusividade de algumas temáticas associadas ao cotidiano, como tomar banho, fazer compras ou se alimentar, possibilitando uma ampliação no leque de possibilidades de temas a se explorar. É nesse contexto que propomos os jogos como possibilidades de temas para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

O uso de Jogos como tema para Atividades de Modelagem Matemática

Os jogos na atualidade trazem um nível de imersão e engajamento sem precedentes, hoje eles deixam de ser apenas entretenimento e se tornam produtos de mídia (ROIG et. al, 2009), contam suas histórias e criam suas realidades. Nesse contexto os jogos podem trazer diversos problemas e situações investigativas que podem ser exploradas em atividades de modelagem matemática. Apesar dos jogos matemáticos apresentarem na literatura vários aspectos positivos com relação ao seu ensino e à aprendizagem dos alunos, nosso interesse nesse artigo

está nos jogos espontâneos, especificamente nos jogos eletrônicos (ou *games*), aqueles que os alunos jogam por vontade própria e que frequentemente apresentam relatos de suas aventuras e diversões em sala de aula. Afinal, se os alunos apresentam interesse nesses jogos e dedicam tanto tempo a eles, por que não os aproveitar para ensinar matemática?

Os jogos geralmente são compostos por algoritmos fechados, os quais são programados para funcionar sem falhas, logo nota-se que explorar esses algoritmos e utilizar a matemática por trás deles pode trazer vantagens ao jogador, uma vez que a produção de um modelo matemático para uma determinada situação do jogo, pode fornecer compreensões de como o jogo funciona auxiliando nas atitudes e tomadas de decisões otimizando o caminho até o cumprimento do objetivo do jogo.

Agora uma dúvida que surge é como desenvolvemos atividades de modelagem matemática a partir de um jogo? Isto é, quais situações-problema, discussões e usos da matemática podem ser empreendidos em uma atividade de modelagem matemática, quando sua temática é um jogo? Para responder essa questão, analisamos o jogo Hay Day, tecendo considerações no sentido de indicar direcionamentos para os aspectos citados na questão de pesquisa, de modo a viabilizar o seu desenvolvimento em sala de aula no Ensino Fundamental.

Um jogo, várias abordagens

O Hay Day é um jogo para dispositivos móveis com a temática de fazenda, no qual o jogador tem como objetivo expandir sua fazenda e deixá-la cada vez mais produtiva. Uma das dinâmicas do jogo é a economia, pois os jogadores precisam de moedas para expandir seus negócios e a forma mais prática de conseguir moedas é vendendo itens para outros jogadores através da loja que o jogo disponibiliza (Figura 1).

Figura 1 – Loja do jogo



Fonte: Dos autores.

Uma primeira discussão que pode ser feita com os alunos é sobre os preços dos itens, que podem ser negociados dentro de um intervalo estipulado pelo jogo. Ao acessarmos a loja, o jogo sugere inicialmente um valor para cada item ser vendido, o qual chamamos de “preço de mercado” para identificá-lo, e permite que esse valor seja diminuído até 1 moeda ou aumentado até um limite de moedas determinado conforme o item, cujo valor chamamos de “preço máximo de venda”. A figura 2 apresenta o preço de mercado e o preço máximo de venda para 10 unidades de cana de açúcar, de trigo e de pimenta.

Figura 2 – Preço de mercado e Preço máximo de venda

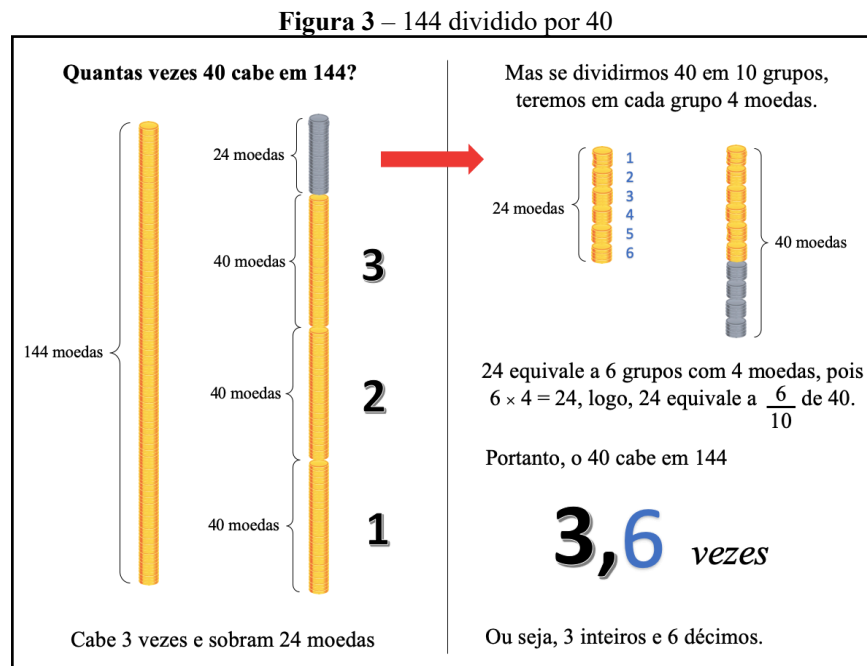
Preço de mercado	Preço máximo de venda
	
	
	

Fonte: Dos autores.

Ao compararmos os valores indicados na Figura 2 podemos questionar os alunos em relação a como o jogo estipula o preço máximo de venda a partir do preço de mercado. Observa-se de imediato que os preços são diferentes, dessa forma, é possível orientá-los a verificar se há algum padrão ou regularidade na determinação do preço máximo de venda, ou seja, se conseguimos dizer quantas vezes o preço máximo de venda é maior que o preço de mercado.

Para determinar essa quantidade de vezes, os alunos precisam pensar em quantas vezes o preço de mercado “cabe” no preço máximo de venda, ou seja, precisam efetuar uma divisão. Com a divisão do preço máximo de venda pelo preço de mercado, os alunos chegarão à conclusão de que o preço máximo de venda é sempre 3,6 vezes maior que o preço de mercado. Esse resultado dá abertura para a abordagem da divisão com quociente não inteiro, ou pelo menos temos uma oportunidade para discutir com os alunos o que significa o quociente 3,6. No caso da cana de açúcar, por exemplo, o quociente 3,6 indica que as 40 moedas (preço de mercado para 10 itens) cabem 3 vezes dentro das 144 moedas (preço máximo de venda para 10

itens) e ainda sobram 24 moedas, ou seja, seis partes das 40 moedas organizadas em 10 partes com 4 moedas, ou seja, 6/10. Isso pode ser ilustrado conforme a Figura 3.



Fonte: Dos autores.

A depender da turma, para indicar a relação estabelecida entre preço de mercado e preço máximo de venda pode-se até mesmo escrever a expressão:

$$\text{Preço máximo de Venda} = 3,6 \times \text{Preço de mercado}$$

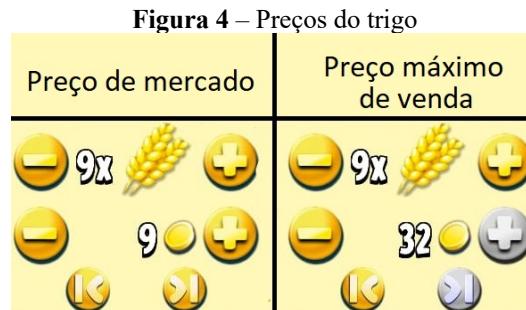
Essa expressão é uma forma sintetizada de descrever a relação observada, uma boa maneira de introduzir a escrita algébrica, que está prevista para ser estudada formalmente pelos alunos no 7º ano. O uso dessa expressão, facilita a escrita algébrica, pois podemos combinar com os alunos que utilizarmos as letras PV para indicar o preço máximo de venda e PM para o preço de mercado. Dessa forma a expressão poderia ser reescrita da seguinte maneira:

$$PV = 3,6 \times PM$$

a qual mais tarde poderá ser reescrita como $y = 3,6x$, sendo y o preço máximo de venda e x o preço de mercado.

Vale a pena ressaltar que os valores indicados na Figura 2, são referentes à quantidade de 10 itens, uma vez que caso optássemos por trabalhar com 1 item a relação poderia não ser verificada com facilidade, já que o jogo trabalha com uma dinâmica de arredondamento que é diferente da comumente utilizada. Ou seja, ele ignora a parte decimal dos números, permitindo trabalhar apenas com números naturais. Essa é uma discussão que também vale a pena de se investir, uma vez que além de discutir diferentes regras de arredondamento, é possível contemplar características dos números naturais e racionais, escritos na forma decimal,

conteúdos que são estudados desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. A Figura 4, por exemplo, indica a quantidade de moedas para o preço de mercado (9 moedas) e o preço máximo de venda (32 moedas) para 9 unidades de trigo.



Fonte: Dos autores.

Se usarmos a relação encontrada para calcular o preço máximo de venda a partir do preço de mercado obteremos $9 \times 3,6 = 32,4$, ou seja, nessa venda o jogador perderia moedas – e seria possível até mesmo estimar um valor de perda após um número de transações. O mesmo aconteceria para 8 unidades de trigo, o jogo indica como 8 moedas o preço de mercado e 28 moedas como preço máximo de venda, contudo, a relação encontrada nos permite dizer que o preço máximo de venda deve ser de $8 \times 3,6 = 28,8$ e, novamente, o jogador teria uma perda no valor da venda, nesse caso de quase uma moeda. Cabe nesse momento até mesmo discutir de forma mais crítica se eles concordam ou não com a dinâmica de arredondamento do jogo e o porquê, pois o jogo sempre arredonda o preço máximo de venda para o maior inteiro menor que o resultado da expressão $PV = 3,6 \times PM$. Talvez, por meio dessa discussão, os alunos até cheguem a regras de arredondamento diferentes, ou a regra que comumente utilizamos.

Conforme conhecemos mais a dinâmica do jogo, percebemos que essas discussões matemáticas podem ser realizadas no sentido de compreender o funcionamento do jogo, ajudando os alunos e jogadores a traçarem estratégias que podem ajudá-los a otimizar seus lucros. Nesse contexto, um problema que poderia desencadear uma nova investigação e, talvez, até mais condizente com o que é frequentemente proposto como problemas em atividades de modelagem matemática na literatura é: Qual plantação nos dará mais lucro no início do jogo? Uma vez que a resposta para esse problema pode contribuir com a melhoria do desempenho dos jogadores no início do jogo.

No jogo podemos plantar e/ou comercializar diversos tipos de itens, que variam desde alimentos até ferramentas. Porém, optamos em um primeiro momento utilizar as informações referentes aos 5 primeiros alimentos cultivados no jogo: trigo, milho, cenoura, cana de açúcar e soja. Cada item tem um tempo de cultivo diferente, os quais organizamos na Tabela 1,

considerando os rendimentos conforme o preço de mercado.

Tabela 1 – Tempo de cultivo e rendimento dos alimentos

Alimento	Tempo de cultivo (min)	Preço de mercado (moedas)
Trigo	2	1
Milho	5	2
Cenoura	10	2
Soja	20	3
Cana de açúcar	30	4

Fonte: Dos autores.

Há diversos conteúdos matemáticos que podem ser empreendidos na resolução desse problema, o que nos leva a pensar que ele pode ser investigado por alunos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Em uma primeira abordagem, por exemplo, podemos debater com os alunos como determinar qual alimento gera mais lucro se cada um tem um tempo de cultivo diferente. Um caminho seria levá-los a verificar o rendimento de cada um dos cinco alimentos para um mesmo quantitativo de tempo. Mas como determinar esse quantitativo, de modo que seja comum a todos os tempos de cultivo? A ideia de múltiplos pode ser utilizada, mais especificamente a de múltiplos comuns, ou seja, determinar esse quantitativo implica em determinar um múltiplo comum aos tempos de cultivo dos cinco alimentos, isto é, um múltiplo comum a 2, 5, 10, 20 e 30. Com os alunos mais jovens, pode-se explorar a tabuada, levando-os a escrever uma lista dos múltiplos de cada número, como as listas que seguem.

M(2): 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, ...

M(5): 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, ...

M(10): 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, ...

M(20): 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, ...

M(30): 0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, ...

Ao analisarmos essas listas, percebemos que excluindo-se o 0, o menor múltiplo comum entre 2, 5, 10, 20 e 30 é 60, isto é, $\text{MMC}(2, 5, 10, 20, 30) = 60$, o que nos permite introduzir a noção de mínimo múltiplo comum. Isso não significa que não há outros múltiplos comuns, aliás qualquer múltiplo de 60 é também múltiplo comum de 2, 5, 10, 20 e 30. Usando 60 minutos como tempo comum de cultivo, obteremos os lucros indicados pela Tabela 2.

Tabela 2 – Rendimento dos alimentos após 60 minutos de cultivo

Alimento	Tempo de cultivo (min)	Preço de mercado (moedas)
Trigo	60	30
Milho	60	24
Cenoura	60	12
Soja	60	9
Cana de açúcar	60	8

Fonte: Dos autores.

Com base nos valores indicados pela Tabela 2, podemos concluir que o trigo é o alimento que renderá mais lucro. Para calcular os valores apresentados nessa tabela que pode ser considerada como modelo matemático do rendimento dos alimentos, foram necessários cálculos de multiplicação e divisão. Isto é, se o trigo tem tempo de cultivo de 2 minutos e gera um rendimento de 1 moeda em 60 minutos o cultivo de trigo terá rendido $60 \times 2 = 30$ vezes o valor de 1 moeda, ou seja, 30 moedas. Assim como podemos calcular os rendimentos dos outros alimentos.

Com alunos de 6º ano em diante, é possível usar como estratégia para o cálculo do rendimento de moedas após 60 minutos as ideias de razão e de proporção, até mesmo introduzir a noção de “regra de três”. A ideia de proporção envolve o entendimento pelos alunos de que assim como o trigo rende 1 moeda em 2 minutos (na razão $1/2$), rende 30 moedas em 60 minutos, ou seja, vale a proporção 1 está para 2 da mesma forma que 30 está para 60. Na forma de igualdade, podemos escrever:

$$\frac{1}{2} = \frac{30}{60}$$

A igualdade entre as razões, que define a proporção, pode ser utilizada para determinar quantas moedas serão obtidas como lucro quando definimos um determinado tempo, como fizemos ao definir 60 minutos. Podemos utilizar x para o valor que desejamos e a igualdade nos auxiliará a determinar o valor de x . Suponhamos que queremos determinar o rendimento de moedas após 60 minutos de cultivo de milho. Sabemos, pela Tabela 1, que o cultivo de milho rende 2 moedas a cada 5 minutos, ou seja, a razão entre rendimento e tempo de cultivo é de $2/5$. Logo, é válida a proporção:

$$\frac{2}{5} = \frac{x}{60}$$

A partir dela, podemos determinar o valor de x , ou seja, o rendimento de 24 moedas após 60 minutos de cultivo de milho. Para isso, podemos usar a ideia de frações equivalentes ou de equações. No primeiro caso, basta fazer com que o aluno perceba que 60 é o produto de 5 por 12, isto é, $5 \times 12 = 60$. Para que a igualdade seja válida, devemos ter uma fração equivalente, logo, se o denominador foi alterado multiplicando-se por 12, o mesmo deve ser feito com o numerador, ou seja, devemos multiplicar 2 por 12, cujo produto é $2 \times 12 = 24$, que indica o valor de x . No segundo caso, podemos explorar a propriedade da proporção que diz que o produto dos extremos é igual ao produto dos meios, a partir da qual obtemos a equação:

$$\frac{2}{5} = \frac{x}{60} \Rightarrow 5x = 2 \times 60 \Rightarrow 5x = 120 \Rightarrow x = \frac{120}{5} \Rightarrow x = 24$$

O resultado pode ser confirmado na Tabela 2.

É comum, ainda, quando trabalhamos com o que chamamos de regra de três as razões serem organizadas segundo cada grandeza, ou seja:

<i>Tempo de Cultivo (min)</i>	<i>Rendimento (moedas)</i>
5	2
60	x

o que implica na proporção:

$$\frac{5}{60} = \frac{2}{x}$$

e que resultará no mesmo valor para x.

Uma terceira abordagem que indicamos é usando a ideia de função, ou seja, não precisamos determinar a priori um valor comum, mas construímos uma expressão que indique o rendimento de moedas $f(t)$ a partir de um dado tempo t. A ideia de proporção pode ser útil nesse momento, para que os alunos possam identificar as regularidades da situação e determinar uma lei de formação para a função. Essa abordagem é indicada nos livros didáticos para alunos a partir do 9º ano. No caso da cenoura, por exemplo, que a cada 10 minutos rende 2 moedas, podemos construir com os alunos no quadro a Tabela 3.

Tabela 3 – Construção da função para o rendimento de moeda a partir do cultivo de cenoura

Tempo de Cultivo (minutos)	Rendimento (moedas)		
0	0		
10	2 =		1×2
20	4 =	2+2 =	2×2
30	6 = 4+2 =	2+2+2 =	3×2
40	8 = 6+2 =	2+2+2+2 =	4×2
50	10 = 8+2 =	2+2+2+2+2 =	5×2
...	...		
t	$f(t) = \frac{t}{10} \times 2 = \frac{2}{10}t = \frac{1}{5}t$		

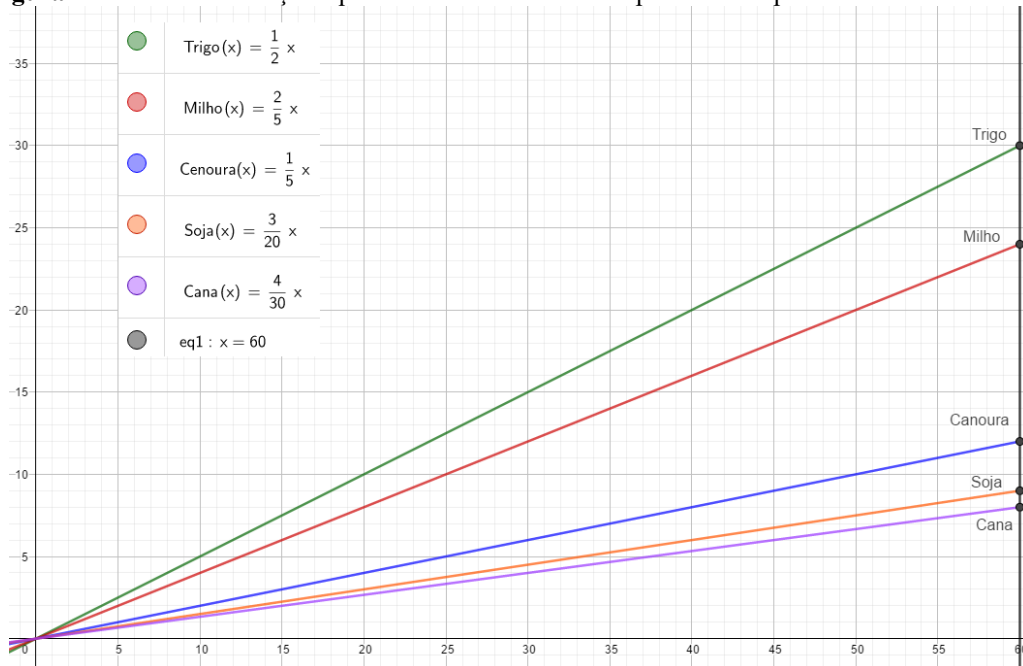
Fonte: Dos autores.

Assim também pode ser feito para cada alimento. As funções que descrevem o rendimento (em moedas) em termos do tempo x são:

$$Trigo(x) = \frac{1}{2}x, Milho(x) = \frac{2}{5}x, Cenoura(x) = \frac{1}{5}x, Soja(x) = \frac{3}{20}x \text{ e } Cana(x) = \frac{4}{30}x$$

Nesse momento, pode-se formalizar a definição de função afim, ou no caso, função linear. Uma análise gráfica ainda pode ser feita em relação aos rendimentos de cada alimento com o passar do tempo, conforme mostra a Figura 4, que indica o trigo como alimento que dará mais lucro no início do jogo, desde o início de seu cultivo.

Figura 4 – Gráfico das funções que indicam o rendimento a partir do tempo de cultivo de alimentos



Fonte: Dos autores.

Domínio, contradomínio, imagem, variáveis dependentes e variáveis independentes são conceitos que podem ser discutidos conforme os encaminhamentos para essa abordagem. De maneira mais crítica, podemos debater com os alunos a diferença entre variáveis e incógnitas, e se o gráfico de uma função desse tipo será sempre representado por meio de retas. O aplicativo GeoGebra pode ser útil para auxiliar essas discussões.

Outros problemas podem também ser levantados e propostos para investigação, seja sob a orientação do professor, ou a partir da escolha e do interesse dos alunos.

Considerações Finais

Este artigo teve por objetivo investigar o potencial que um jogo pode ter como desencadeador de atividades de modelagem matemática, ou seja, buscamos investigar quais situações-problema, discussões e usos da matemática podem ser empreendidos em uma atividade de modelagem matemática, quando sua temática é um jogo, a saber o jogo Hay Day.

A análise revelou que o jogo pode desencadear debates que vão desde a compreensão de sua dinâmica – como é determinado o preço máximo de venda – até o auxílio na tomada de decisões e atitudes em relação aos objetivos a cumprir – em qual produto investir. Esses debates abarcam discussões matemáticas que podem ser empreendidas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental associadas à multiplicação, divisão, números racionais, razão, proporção, equações, funções, etc. e podem ser modificadas conforme os anos escolares dos alunos envolvidos no desenvolvimento da atividade.

Além disso, ressaltamos o potencial engajamento dos alunos nas discussões, que podem se sentir motivados a coletar dados jogando, a determinar estratégias para atingir seus objetivos, a discutir uma temática de seu interesse, ou de seu conhecimento, e a aprender matemática. Nesse sentido, nosso objetivo com esse trabalho foi apontar os jogos, particularmente os jogos eletrônicos que trazem consigo um enredo e contexto próprio, como potenciais temas a serem investigados por meio de atividades de modelagem matemática, trazendo um caráter lúdico e dinâmico para as aulas de matemática e ampliando o leque de possibilidades e o entendimento do que é realidade ou cotidiano em atividades dessa natureza.

Na sala de aula, contudo, cabe ao professor observar e dialogar com seus alunos para perceber seus interesses e aproveitá-los a favor do ensino e da aprendizagem da matemática. Nessa perspectiva, outros jogos podem também servir como desencadeadores de atividades de modelagem matemática, vale a pena investir na experiência e avaliar os resultados.

Referências

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ARAÚJO, J. L. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 55-68, 2009.

BLUM, W. Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? In: CHO, Sung Je. **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and Attitudinal Challenges**. Seoul: Springer, 2012. p. 83-96.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. 329 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 1992.

CIFUENTES, J. C. NEGRELLI, L. G. O processo de modelagem matemática e a discretização de modelos contínuos como recurso de criação didática. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: EDUEL, 2011. p. 123-140.

DALLA VECCHIA, R.; MALTEMPI, M. V. Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação: a realidade do mundo cibernético como um vetor de virtualização. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 963-990, ago. 2012.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v.13, n.14, p. 66-91, 2000.

KLÜBER, T. E. A Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Formação de Professores de Matemática: considerações a partir do referencial fleckiano. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2010, Maringá. **Anais...** Maringá: UEM, 2010.

NEGRELLI, L. G. Uma reconstrução epistemológica do processo de Modelagem Matemática para a Educação (em) Matemática. 2008.

ROIG, A. et al. Videogame as media practice: An exploration of the intersections between play and audiovisual culture. **Convergence**, v. 15, n. 1, p. 89-103, 2009.

TORTOLA, E.; ROBIM, B. N. P. A. S.; ALMEIDA, L. M. W. Compreensões sobre Matemática e Realidade na Modelagem Matemática: um estudo à luz de uma perspectiva filosófica de linguagem. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2014, Curitiba. **Anais...** Curitiba: UTFPR, 2014.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 305 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

VELEDA, G. G. **Sobre a realidade em atividades de Modelagem Matemática**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

WOOLEY, T. E.; et al. How long can we survive? In: SMITH, R. **Mathematical Modelling of Zombies**. Ottawa: University of Ottawa Press, 2014.

ARTIGO 2**COMO JOGOS PODEM CONSTITUIR “REALIDADE” EM ATIVIDADES DE
MODELAGEM MATEMÁTICA?**

Gustavo Henrique Zanette
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR-TD
ghenrique35@gmail.com

Emerson Tortola
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR-TD
emersontortola@utfpr.edu.br

Resumo

Neste artigo investigamos como jogos digitais podem constituir “realidade” em atividades de modelagem matemática. Para isso analisamos, sob uma perspectiva qualitativa, duas atividades desenvolvidas em dois contextos distintos, porém a partir de um mesmo jogo escolhido pelos alunos, a saber, o *Minecraft*. Um deles foi constituído no âmbito de um projeto de extensão, no contraturno escolar, por alunos de um 4º ano do Ensino Fundamental; o outro no âmbito de uma disciplina de Modelagem Matemática, por acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática, pensando em como abordar a modelagem matemática na Educação Básica; ambos em instituições públicas localizadas em um município do Oeste do Paraná. As análises sinalizam que a realidade constituída pelo jogo deu subsídios para o desenvolvimento das atividades de modelagem, promovendo discussões matemáticas que podem ser empreendidas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, envolvendo comparação de quantidades, estabelecimento de relações e equivalências, geometria analítica e relações trigonométricas a partir do triângulo retângulo, bem como fundamentando ações como discussões sobre o tema e o problema, coleta de dados, formulação de hipóteses, simplificações e produção, validação e interpretação dos modelos matemáticos, favorecendo o engajamento dos alunos nas atividades, por meio do jogar, e fornecendo resultados que podem auxiliá-los a melhorarem seu desempenho no jogo.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Jogos Digitais. Educação Básica.

Abstract

In this paper we investigate how digital games can constitute “reality” in mathematical modelling activities. For this, we analyzed, from a qualitative perspective, two activities developed in two different contexts, both of them used the same digital game chosen by the students, namely, *Minecraft*. One of them was constituted in the scope of an extension project, out of the school shift, by students from a 4th Grade of Elementary School; the other was constituted in the context of a Mathematical Modelling discipline, by students of the Mathematics Degree Course, thinking about how to approach mathematical modelling in Basic Education; both in public institutions located in a municipality in West of Paraná. The analyzes indicate that the reality constituted by the game provided subsidies for the development of modelling activities, promoting mathematical discussions that can be undertaken since the early years of Elementary School, involving comparison of quantities, establishment of relations and equivalences, analytical geometry and trigonometric relations from the right triangle, as well as supporting actions such as discussions on the theme and the problem, data collection, hypothesis formulation, simplifications and production, validation and interpretation of mathematical models, favoring students’ engagement in activities, through playing, and providing results that can help them improve their performance in the game.

Keywords: Mathematics Education; Mathematical Modelling. Digital Games. Basic Education.

Introdução

A modelagem matemática, ou abreviadamente modelagem, tem protagonizado debates e reflexões no âmbito da Educação Matemática, particularmente no que se refere à sua implementação em sala de aula na Educação Básica. Entendida sob diferentes perspectivas (KAISER; SRIRAMAN, 2006), mostra-se como uma prática plural, na qual, em linhas gerais, “[...] os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2004, p. 3). Esse convite, segundo o autor, pode propiciar a constituição de um ambiente de aprendizagem que preza pela interação e pelo desenvolvimento do conhecimento matemático a partir da resolução de problemas provenientes de um arquétipo da realidade.

No que diz respeito ao termo “realidade”, é notória sua presença em textos sobre modelagem. Embora seja comumente compreendido como aquilo que conhecemos e fazemos parte (HEIM, 1993; NOZICK, 2013), ou seja, como fatos e fenômenos do mundo que (re)conhecemos, sobre os quais temos condições de falar, intuir e elaborar interpretações, ele evoca diferentes entendimentos, tanto que já foi tema de diversas pesquisas no contexto da modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática. Negrelli (2008), por exemplo, caracterizou a realidade de uma atividade de modelagem matemática em termos de uma realidade inicial e de uma realidade intermediária, ou pseudorealidade (CIFUENTES; NEGRELLI, 2011); Veleda (2010) investigou como a realidade é tratada em trabalhos que versam sobre modelagem matemática no âmbito da Educação Matemática; Almeida, Robim e Tortola (2014) elaboraram compreensões a respeito do entendimento de matemática e de realidade em atividades de modelagem matemática a partir de uma perspectiva filosófica fundamentada na linguagem.

Trata-se de um debate em aberto e sua relevância se mostra quando compreendemos realidade como ponto de partida de uma atividade de modelagem matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Além disso, os diferentes entendimentos a respeito de realidade em uma atividade de modelagem têm reverberado nas práticas de sala de aula, orientando em certa medida a natureza dos temas que podem ser considerados para tais atividades. Nesse contexto, parece pertinente colocar em suspeição quais temas podem constituir ‘realidade’ em atividades de modelagem matemática, particularmente quando desejamos que elas se tornem uma prática comum na Educação Básica.

Rosa e Orey (2003, p. 8) consideram a modelagem matemática como “uma ferramenta importante, que auxilia os indivíduos de diferentes grupos culturais no entendimento, análise e

reflexão sobre a própria realidade”. Nesse sentido, quando pensamos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática na Educação Básica precisamos refletir sobre qual é a realidade dos alunos, quais atividades eles desenvolvem ou têm interesse e, sobretudo, como podemos nos aproximar dessa realidade, problematizando-a e colocando-a para investigação.

A partir de algumas experiências que tivemos com a Educação Básica, seja por meio de projetos, estágios ou da própria prática profissional, percebemos que, dentre outros temas, os alunos falam com frequência sobre jogos, para os quais dedicam boa parte do tempo de seu dia. Eles contam, por exemplo, episódios que vivenciaram jogando, vangloriam-se de descobertas, comentam sobre dificuldades enfrentadas, trocam dicas e combinam de jogar juntos. Nesse contexto, nos questionamos: não fariam os jogos parte da realidade dos alunos?

Com o advento da internet e a expansão das tecnologias digitais é muito comum o uso de computadores, celulares, tablets ou mesmo consoles de videogames para jogar. Os jogos tornaram-se mais acessíveis e, com eles, novas histórias, contextos e (por que não?) realidades nos foram apresentadas, algumas baseadas no nosso mundo e em nossas experiências com ele, outras completamente inovadoras, mas que assim como a “nossa realidade” são passíveis de investigações e requerem tomada de decisões.

Em uma investigação anterior (ZANETTE; TORTOLA, 2019), sinalizamos que é possível desenvolver uma atividade de modelagem matemática, promovendo discussões, usos da matemática e a resolução de problemas a partir de um jogo. Neste artigo, portanto, nos posicionamos de modo a defender a viabilidade de usar jogos como ponto de partida para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e, com a intenção de aprofundar a discussão, nos dedicamos a investigar *como jogos podem constituir “realidade” em atividades de modelagem matemática?* Com jogos nos referimos particularmente aos jogos digitais espontâneos, ou jogos eletrônicos, na perspectiva de Muniz (2010), que têm o intuito de promover diversão e que os alunos costumam jogar fora da sala de aula.

Para responder essa questão, apresentamos inicialmente alguns entendimentos sobre realidade em atividades de modelagem matemática; discutimos a natureza dos jogos a que estamos nos referindo, sinalizando algumas características; descrevemos o contexto e os aspectos metodológicos que orientaram a pesquisa; e analisamos duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas a partir de um jogo, disponível em diferentes plataformas, o *Minecraft*. Essas atividades foram desenvolvidas em dois contextos: no primeiro por uma dupla de alunas do 4º ano do Ensino Fundamental, no contraturno, no âmbito de um projeto de extensão; e no segundo por um grupo de quatro alunos de um Curso de Licenciatura em

Matemática, como trabalho de uma disciplina de Modelagem Matemática, pensando em como abordar atividades de modelagem matemática na Educação Básica, particularmente no Ensino Médio, por escolha deles. Em ambos os casos o tema e o problema foram escolhidos pelos alunos a partir de seus interesses no jogo. Por fim, apresentamos nossas considerações finais.

Realidade(s) em atividades de modelagem matemática

A realidade, em geral, é caracterizada como ponto de partida, situação inicial (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), ou ainda, situação de origem (BLUM, 2002) de uma atividade de modelagem matemática. É a partir dela que se determina uma situação-problema para investigação. A partir do convite lançado (BARBOSA, 2004), os alunos precisam se envolver na busca por informações, a fim de compreender além do problema, a realidade que lhe deu origem, ainda que uma parte ou um recorte dela (CIFUENTES; NEGRELLI, 2011), uma vez que as ações empreendidas com esse intuito são orientadas pelo professor, no sentido de direcioná-los para uma interpretação matemática, ou a partir dela.

Essa interpretação envolve formulação de hipóteses, realização de simplificações e definição de variáveis (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), que atribui à situação-problema inicial, ou à realidade inicial (NEGRELLI, 2008; CIFUENTES; NEGRELLI, 2011), uma roupagem matemática, a qual é caracterizada por Pollak (2011) como idealização da situação. Essa idealização é entendida na perspectiva de Cifuentes e Negrelli (2011) como uma pseudorealidade, um recorte ou representação da realidade inicial, que dá condições para que conceitos e métodos matemáticos sejam empreendidos na resolução do problema.

Essa resolução, que pode ser entendida como a situação final da atividade de modelagem matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), é geralmente obtida por meio da produção de um modelo matemático, que fornece respostas que devem ser interpretadas à luz da situação inicial. Há nesse trajeto da situação inicial para a situação final, na perspectiva de Cifuentes e Negrelli (2011, p. 127), duas realidades distintas, a realidade inicial, “supostamente dada como parte do mundo exterior”, constituída por elementos de diversas naturezas, como físicas, biológicas, econômicas, sociais etc.; e a pseudorealidade, um “recorte a construir, e que se constitui no próprio objeto do conhecimento, tornando esse processo um recurso epistemológico para o conhecimento da realidade” (CIFUENTES; NEGRELLI, 2011, p. 127).

Muitos autores apresentam esquemas ou ciclos, que descrevem a atividade de modelagem matemática, com realidade e matemática separadas (PERRENET; ZWANEVELD, 2012), dando a impressão de serem conjuntos disjuntos (TORTOLA; ROBIM; ALMEIDA,

2014), e a modelagem matemática seria uma forma de fazê-las interagir. Porém, de acordo com Tortola, Robim e Almeida (2014) é preciso olhar com cuidado para essa relação entre matemática e realidade no âmbito de atividades de modelagem matemática. Nesse contexto, “matemática e realidade não são mundos disjuntos, como ilustrado em vários esquemas da literatura, mas ambas convivem no mesmo espaço, muitas vezes, com limites tênues, que se fazem limites apenas de acordo com o uso que o ser humano faz (TORTOLA; ROBIM; ALMEIDA, 2014, p. 17).

Olhando especificamente para a realidade inicial, situação que dá origem às atividades de modelagem matemática, Tortola (2016) exemplificou a partir da literatura cinco situações de naturezas distintas, que podem ser interpretadas como diferentes realidades, dependendo da perspectiva teórica assumida, são elas: situações cotidianas, não cotidianas, matemáticas, hipotéticas e referentes ao mundo cibernético. Cada tipo de situação tem suas características e implicações para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem, particularmente no que diz respeito à produção do modelo matemático e sua validação, já que este, embora escrito por meio da linguagem matemática, mantém características da situação de origem (BLUM, 2002).

Vamos pensar, por exemplo, em modelos matemáticos produzidos a partir de situações cotidianas ou não cotidianas, como o modelo de crescimento das unhas (TORTOLA, 2016) ou os modelos de determinação da idade de fósseis (ZILL, 2014). Ao produzi-los buscamos descrever, explicar e/ou prever como esses fenômenos se comportam, ou possam vir a se comportar (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), porém eles não o farão com exatidão, mas de forma aproximada, a partir de simplificações que são descritas pelas hipóteses definidas no momento de matematização (ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2015). Nesse sentido, não há modelos corretos, há modelos que são úteis a determinados propósitos, uma vez que cada fenômeno tem suas características, suas especificidades (BOX, 1987; BASSANEZI, 2004).

Talvez em um “mundo cibernético”, como caracterizado por Dalla Vecchia e Maltempo (2012), poderíamos obter um modelo mais próximo ou preciso da realidade analisada. Nesse mundo teríamos uma realidade mais controlada, cujo comportamento do fenômeno seria observado a partir de variáveis pré-determinadas, como é o caso do modelo do movimento de ondulação de uma corda, cujos dados foram coletados com o auxílio de uma filmadora e de um computador e sugerem a produção de um modelo trigonométrico.

Mas há também aqueles modelos que são produzidos a partir de situações hipotéticas, como é o caso do modelo para o tempo de sobrevivência a um apocalipse zumbi (WOOLEY, 2014) ou do modelo de como matar uma hidra, animal da mitologia grega (EDWARDS, 2017),

cuja validação difere dos casos anteriores e se torna mais complexa ou inviável por meio da confrontação com o fenômeno, sendo a linguagem matemática utilizada como forma de argumentação pela adequabilidade do modelo.

Por fim, podemos falar de modelos matemáticos produzidos a partir de situações-problema oriundas da própria matemática, como exemplificam Cifuentes e Negrelli (2011) ao investigarem o lançamento de um projétil (qualquer). Nesse caso, o modelo desempenha um papel de teoria, auxiliando na descrição e/ou previsão de diversos fatos relacionados com o fenômeno. A produção desse tipo de modelo nos conduz a discussões voltadas para a própria matemática e sua validação se fundamenta, sobretudo, em argumentos matemáticos.

Mas a qual realidade estariam associados os jogos eletrônicos? A das situações hipotéticas? Do mundo cibernético? Das situações cotidianas? Para responder a essa questão, é preciso conhecer atividades de modelagem matemática que foram desenvolvidas a partir de jogos. Os primeiros registros na literatura que sinalizam tal desenvolvimento são apresentados por Balicer (2007), que modelou a dispersão de uma doença entre os animais de um jogo online, World of Warcraft (WOW), a partir de uma atualização. Saber como essa doença se espalhava poderia ajudar o jogador a ter uma vantagem sobre os demais, obtendo mais recursos e, conseqüentemente, mais lucro. Já Cox (2015) modelou a melhor forma de conectar duas casas no jogo Minecraft. A forma como o autor criou a situação e a investigou, propositalmente, pode-se dizer que foi inovadora, ele tomou o mundo constituído no jogo como um ambiente passível de problematização e investigação. Por fim, Zanette e Tortola (2019) investigaram o rendimento em moedas a partir do tempo de cultivo de alimentos no jogo Hay Day. Diferente de Cox (2015) e mais na direção de Balicer (2007), os autores problematizaram e investigaram um problema que poderia auxiliar os jogadores na tomada de decisões e atitudes em relação aos objetivos a cumprir, ou seja, em qual produto investir.

No caso dos jogos os ambientes que deram origem às situações-problema foram programados a partir de regras pré-estabelecidas por seus desenvolvedores, cujas conseqüências às ações estavam previstas ou pré-determinadas, o que na resolução de uma atividade de modelagem matemática pode conduzir a um processo de engenharia reversa, isto é, à busca por um modelo matemático que revele a matemática utilizada na programação do jogo. Nesse contexto, a realidade a qual estão associados esses jogos possui características que a distingue das realidades apresentadas anteriormente, trata-se de uma realidade virtual, a qual descrevemos com mais detalhes na seção a seguir.

Realidade Virtual

A realidade virtual é um conceito recente, que ainda gera debates e reflexões quanto à sua constituição. Segundo Heim (1993), a realidade virtual é um evento ou entidade que é real em efeitos, mas não em fatos. Dessa forma, podemos atribuir a realidade virtual a ambientes não concretos ou ainda a situações que não são passíveis ao toque humano. Porém, apesar de não podermos tocar as entidades dessa realidade, podemos interagir com elas por meio de um intermediador, geralmente um dispositivo eletrônico, que permite que nosso “toque” afete essa realidade. Nesse sentido, embora não possamos interagir diretamente com essa realidade, no sentido físico, do tato, podemos afetá-la de forma imediata, a partir de comandos de um dispositivo intermediador.

Trata-se de um conceito complexo e que, segundo Heim (1993), não é possível de ser definido a partir de algumas frases do dicionário, requer uma teoria que articule as ideias que dão “vida” a essa realidade. Nesse sentido, o autor evidencia que vários esforços têm sido empreendidos no sentido de definir o que é realidade virtual e apresenta sete aspectos atrelados aos pioneiros no uso dessa expressão. Esses aspectos constituem o arquétipo do que hoje chamamos realidade virtual, são eles: simulação, interação, artificialidade, imersão, tele-presença, imersão corporal completa e comunicações virtuais estruturadas. Cada aspecto pode ser interpretado como um viés da realidade virtual, que pode sustentá-la de forma independente, mas que quando comparado aos demais revela várias conexões e elementos comuns. Nesse sentido, eles coexistem e até mesmo se complementam e quando tomados independentemente, ou de forma conjunta com um ou mais aspectos para caracterizar a realidade virtual os demais tornam-se extensões desse conceito.

Para fins de exemplificação, tomemos dois desses aspectos, a simulação e a interação.

A simulação, como o próprio nome sugere, simula situações, por vezes inspiradas na realidade física, por vezes não, constituindo um horizonte de possibilidades. O que define a simulação é a construção de um ambiente no qual temos a sensação de estar inseridos. Nesse sentido, há casos em que não podemos alterar o curso da simulação e um exemplo disso são os cinemas 4D, que apesar da experiência imersiva, o espectador não pode alterar o curso dos eventos que irão acontecer; e há os casos em que podemos interagir, em certa medida, fazendo escolhas pré-determinadas, mas que podem influenciar no caminho da simulação, que seria o caso de alguns jogos eletrônicos.

Nesse último caso, o aspecto da interação torna-se ainda mais evidente, e a interação com o ambiente pode se dar de diferentes formas e intensidades indo desde a escolha de um

caminho a seguir em uma árvore de possibilidades, até a interação “livre” com o meio, em jogos ditos de mundo aberto. Nesse caso a participação do jogador torna-se mais ativa, podendo tomar decisões que afetem na dinâmica do jogo, permitindo-lhe alterar o rumo da história.

Apesar de evidenciarmos a simulação e a interação, os outros aspectos também podem ser percebidos, a artificialidade, por exemplo, pode surgir a partir de situações improváveis em nosso mundo físico, a imersão pode ser provocada a partir do envolvimento do sujeito, a telepresença pode se dar a partir da simulação da presença do sujeito na realidade virtual, a imersão corporal completa pode se dar a partir de simuladores de realidade aumentada e as comunicações virtuais estruturadas são identificadas nas interações programadas entre o ambiente e o jogador.

Os jogos eletrônicos, portanto, podem ser considerados exemplos de realidade virtual, uma vez que simulam situações, inspiradas na realidade ou não, demandam do jogador tomadas de decisões que podem alterar a trajetória do jogo e podem provocar uma imersão do jogador a tal ponto de causar a impressão de participar da realidade apresentada.

Afinal, de que jogos estamos falando? Aspectos Metodológicos e Contexto da Pesquisa

Nosso interesse em investigar *como jogos podem constituir “realidade” em atividades de modelagem matemática*, especificamente os jogos eletrônicos, ou jogos digitais espontâneos na perspectiva de Muniz (2010), surgiu a partir de nossa observação do interesse dos alunos nesse tipo de jogo e se acentuou ao considerarmos a frequência e a facilidade de acesso dos alunos a esses jogos, seja por meio de um celular, computador, tablet ou videogame, tornando-se para muitos uma atividade cotidiana. Além disso, consideramos que os jogos eletrônicos, em geral, podem constituir ricos ambientes para o estudo da matemática, e que o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática a partir desse tipo de jogo pode fornecer resultados úteis para o desempenho do jogador (BALICER, 2007; ZANETTE; TORTOLA, 2019).

Para essa investigação analisamos duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas em dois contextos a partir de um jogo escolhido pelos próprios alunos como temática, sem a interferência ou sugestão dos professores, o Minecraft, um jogo de sobrevivência em mundo aberto, no qual os objetivos não são definidos a priori e o jogador tem a liberdade de escolher o que fazer. Em cada contexto os alunos problematizaram e investigaram aspectos diferentes do jogo, de acordo com seus interesses.

No primeiro contexto, a atividade foi desenvolvida em 2019 por uma dupla de alunas do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de ensino localizada

na região Oeste do Estado do Paraná, no contraturno, no âmbito de um projeto de extensão. Nesse projeto, alunos do 4º e do 5º ano do Ensino Fundamental orientados por um acadêmico do curso de Licenciatura em Matemática, primeiro autor deste artigo, sob a supervisão do segundo autor, desenvolveram atividades matemáticas a partir de temáticas voltadas aos seus interesses, incluindo atividades de modelagem matemática e atividades envolvendo jogos. Uma dessas temáticas, escolhida pela dupla de alunas foi o Minecraft, a partir da qual as alunas investigaram qual o melhor substituto para o carvão dada a premissa de que não é possível minerá-lo no mundo plano, no qual as alunas costumavam jogar.

No segundo contexto, a atividade foi desenvolvida em 2020 por um grupo de quatro alunos de um Curso de Licenciatura em Matemática, de uma universidade pública também localizada na região Oeste do Paraná, como trabalho de uma disciplina de Modelagem Matemática, pensando em como abordar atividades de modelagem matemática na Educação Básica, particularmente no Ensino Médio, por escolha deles. O tema Minecraft foi sugerido por um dos integrantes, primeiro autor deste artigo, e tinha o segundo autor como professor da disciplina. A justificativa pela escolha desse jogo foi mediante a um problema identificado por ele, na qualidade de jogador, que consistia em como determinar a localização do Portal do Ender, um dos maiores desafios do jogo, no mundo convencional.

Ambas as atividades são analisadas a partir da produção escrita dos alunos, por meio dos relatórios entregues. As análises, de natureza qualitativa, buscam sinalizar como esse jogo constituiu a realidade nessas atividades de modelagem matemática, ou seja, como esse jogo deu subsídios para a definição do problema, coleta de informações, uso de conceitos e métodos matemáticos, produção, validação e interpretação do modelo matemático, em suma, para a passagem da situação inicial à situação final, em termos de Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Análise das atividades: a constituição da “realidade” a partir do jogo Minecraft

Em linhas gerais, pode-se dizer que o jogo Minecraft está associado a uma realidade virtual, conforme caracterização apresentada a partir de Heim (1993). Ele simula uma realidade cujos personagens e recursos são constituídos por blocos, trazendo um certo tom de artificialidade, mas ao mesmo tempo preservando muitos aspectos de sobrevivência que podem ser tomados a partir de nosso mundo físico, afinal, precisamos de determinados recursos para sobreviver. O jogo também investe fortemente na interatividade do jogador com o ambiente, sendo que cabe a ele decidir o que fazer, provocando uma imersão no jogo. O jogador também está tele presente por meio de um avatar, criado por ele, que segue os comandos dados a partir

dos controles conforme a plataforma escolhida. Por fim, embora seja um jogo com muita liberdade as comunicações virtuais são estruturadas, ou seja, respeitam a programação estabelecida pelos desenvolvedores.

Nesse contexto há espaço para várias explorações, além disso questões relacionadas a como melhorar o desempenho no jogo podem surgir. No caso da primeira atividade, o tema surgiu a partir da manifestação do interesse pelo jogo por parte das alunas a pedido do acadêmico, o qual a partir de agora denominaremos professor. Em uma conversa a respeito do jogo, com fins de inteiração, conforme sugerem Almeida, Silva e Vertuan (2012), elas contaram que gostam de jogar no mundo plano, ilustrado à esquerda na Figura 1, que é uma das possibilidades que o jogo oferece.



Fonte: Dos autores.

No mundo plano o jogador dispõe de árvores, pequenos lagos e vilarejos construídos de forma automática pelo jogo, assim dificultando a coleta de recursos que são necessários para a progressão do jogador. A maior diferença enfrentada neste modo de jogo é o fato de não poder minerar pois o mundo plano é constituído por terra. Já no mundo convencional a mineração é essencial, principalmente para a obtenção de recursos como pedra, ferro, carvão, diamante entre outros. Ao serem questionadas pelo professor sobre como elas lidavam com a impossibilidade de minerar carvão, já que era um recurso exclusivo e essencial no mundo convencional, elas se viram diante de um problema sobre o qual não tinham pensado até o momento. O professor fez, então, um convite às alunas de investigarem esse problema, conforme sugere Barbosa (2004).

O mundo plano e a forma como as alunas jogavam nele, em detrimento da forma que o professor costumava jogar no mundo convencional, configuraram-se como a realidade inicial da atividade de modelagem matemática, na perspectiva de Cifuentes e Negrelli (2011), ou como a situação inicial da atividade, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012). Foi nessa discussão, que alunas e professor determinaram uma questão para investigação: qual seria o melhor substituto para o carvão no mundo plano?

O interessante é que as alunas, por conhecerem ambos os mundos, compreenderam o questionamento feito pelo professor e aceitaram o convite para a atividade, tanto que se mostraram empolgadas para a coleta de dados, já que elas teriam que fazê-la jogando. O fato delas gostarem do jogo, somado ao fato de que elas tinham acesso a ele e, portanto, podiam jogá-lo a “qualquer” hora ou lugar, fez com que a coleta de dados fosse realizada com agilidade, pois independia de aspectos como deslocamento, condições climáticas, monetárias ou horárias. Os dados coletados pelas alunas, que diziam respeito ao potencial de combustão dos recursos na fornalha, incluindo as matérias-primas e seus itens derivados, foram registrados por elas em uma lista, apresentada pela Figura 2.

Figura 2 – coleta de dados realizada pelas alunas

TORASAS TABUAS DE MADEIRA	ESPAADA = 7
TORASAS CERCA = 7	MACHAO = 7
CARVAO = 8	PALITO = 0
CARVAO VEGETAL = 8	PICARETA = 7
PORTAO = 7	PA = 7
PORTA = 7	ENXADA = 7
ACAPAO = 7	TORASAS DE MADEIRA = 7
ESCADA = 7	TORASAS DE MADEIRA DESCASCADA = 7
ESPAADA = 7	MADEIRAS = 7

Fonte: Dos autores.

Esse conhecimento sobre o jogo foi extremamente útil às alunas, pois ao considerar a realidade do jogo como realidade inicial, foi preciso respeitar e pensar segundo as “regras” que a governam e, nesse caso, quando falamos em mineração, os princípios da termodinâmica, por exemplo, não seriam muito úteis para elas, pois no jogo há uma dinâmica completamente diferente e peculiar que orienta a combustão dos recursos na fornalha. Consideramos que tomar consciência de tais regras pode auxiliar as alunas na análise de fenômenos (ROSA; OREY, 2003) e no reconhecimento de padrões em seu comportamento, necessários para a coleta de dados e produção do modelo matemático (BASSANEZI, 2004).

Nesse sentido, a matematização, que envolve a formulação de hipóteses, realização de simplificações e definição de variáveis, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), sofre influências da realidade do jogo, pois precisa respeitar sua dinâmica e regras de funcionamento. No caso, as alunas optaram por testar todos os recursos inflamáveis do jogo, ou seja, todos os materiais que poderiam ser queimados na fornalha, colocando-os um por vez. Consideramos uma boa estratégia, pois o jogo é programado de modo que o valor de combustão de cada material é preciso e imutável, ou seja, diferentemente do nosso mundo físico, em que o potencial

de combustão de um graveto, por exemplo, é influenciado por diferentes variáveis como tamanho, tipo de árvore, percentual de umidade etc., no jogo o potencial de combustão de um graveto é sempre o mesmo. Reconhecer essas características consiste na passagem da realidade inicial para a realidade intermediária na perspectiva de Negrelli (2008), ou pseudorealidade conforme Cifuentes e Negrelli (2011), e funciona como um “recurso epistemológico para o conhecimento da realidade” (CIFUENTES; NEGRELLI; 2011, p. 127).

A análise dos dados obtidos conduziu as alunas, sob orientação do professor, à produção do modelo matemático que descreve como escolher o melhor material para substituir o carvão no mundo plano. O modelo matemático produzido consiste em uma comparação e leva em consideração que determinadas matérias-primas podem ser transformadas em outros itens com potenciais de combustão distintos.

$$\begin{array}{l} \textit{Potencial de combust\~ao} \\ \textit{da mat\~eria-prima} \end{array} < \begin{array}{l} \textit{Potencial de combust\~ao} \\ \textit{do item a ser constru\~ido} \end{array}$$

A desigualdade indica, portanto, se vale a pena usar na fornalha tais matérias-primas ou itens construídos a partir delas. Dessa forma, caso seja verdadeira, isto é, caso o potencial de combustão da matéria-prima seja menor que o potencial do item a ser construído, vale a pena sua construção, pois terá um rendimento maior na fornalha, ou seja, queimará mais blocos. Caso seja falsa, com o potencial de combustão da matéria-prima maior que o potencial do item a ser construído vale a pena usar a matéria-prima. E caso essa comparação resulte em uma igualdade, a construção ou não do item não fará diferença, já que o rendimento na fornalha será o mesmo.

Após a análise dos potenciais de combustão de cada material, matérias-primas ou itens derivados, as alunas chegaram à conclusão de que o carvão vegetal era melhor material para substituir o carvão mineral, pois tinha o maior potencial de combustão. Para a validação desse resultado as alunas foram convidadas a fazer testes no jogo e sua validação implicou não apenas em uma resposta para o problema, ou seja, para a situação final da atividade de modelagem (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), mas foi para além dela, fornecendo compreensões acerca de como ter um melhor rendimento no jogo, como melhor aproveitar seus recursos, contribuindo para o entendimento dessa realidade que é de interesse das alunas (ROSA; OREY, 2003; CIFUENTES; NEGRELLI, 2011), assim como o é de outros alunos que jogam esse jogo.

Já no que diz respeito à segunda atividade, o tema Minecraft foi escolhido pelo grupo de alunos já conhecendo o que é uma atividade de modelagem matemática. Esse tema foi escolhido a partir dos interesses dos integrantes do grupo, bem como pensando que o tema pode interessar os alunos da Educação Básica, particularmente alunos do Ensino Médio.

Diferentemente da primeira atividade, nessa segunda os alunos optaram por investigar um problema no mundo convencional, que é onde eles costumam jogar. O mundo convencional é mais rico que o mundo plano nos quesitos diversidade de biomas, itens e adversários, além disso, possui uma grande quantidade de desafios que são impostos pelo jogo. Talvez o maior desses desafios, ou pelo menos o mais desafiador, seja derrotar o Dragão do Ender, criatura que vive em uma dimensão diferente do jogo, chamada “o fim”. A única forma de acessá-la é através de um portal subterrâneo, o Portal do Ender (Figura 3), porém sua localização é inicialmente desconhecida.

Figura 3 – O fim, o dragão e o portal



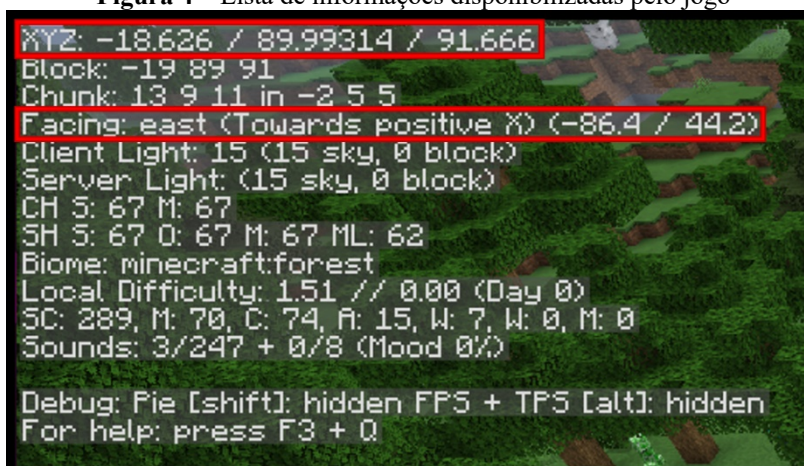
Fonte: Minecraft Wiki.

O portal surge de forma arbitrária no jogo, longe o suficiente da origem do jogador para que não seja encontrado por acaso. A única pista de sua localização são os “Olhos do Ender”, recursos difíceis de conseguir, que quando lançados locomovem-se por um certo tempo na direção do portal, e que, além disso, têm 20% de chance de desaparecer após o lançamento. Nesse contexto surge o problema que orientou o desenvolvimento da atividade: como encontrar o Portal do Ender? Em outras palavras, como determinar sua localização?

Como se pode observar a partir da contextualização feita, o problema surgiu a partir de uma inquietação dos próprios alunos do grupo que jogam esse jogo e que é pertinente não só a eles, mas a todos os jogadores que desejam completar os desafios do mundo convencional. Dessa forma, esse mundo, com suas características e regras de funcionamento, constitui o que Negrelli (2008), bem como Cifuentes e Negrelli (2011) chamam de realidade inicial de uma atividade de modelagem matemática, pois ele funciona como realidade empírica no sentido colocado por Negrelli (2008, p. 59), que entende “empírico como algo relativo à experiência, suscetível de observação, em qualquer contexto”.

Após essa fase inicial, de inteiração com o tema e o problema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), a qual no caso dos alunos que já jogavam o jogo se estende a experiências vivenciadas antes mesmo de a atividade de modelagem começar, os alunos analisaram quais dados seriam necessários para a investigação do problema, para isso usaram a lista de informações disponibilizada pelo jogo, ilustrada pela Figura 4.

Figura 4 – Lista de informações disponibilizadas pelo jogo



Fonte: Dos autores.

Na Figura 4 são destacadas informações referentes às coordenadas do jogador no mapa, no primeiro quadro vermelho; e indicam o sentido para o qual está seu campo de visão está direcionado, bem como os ângulos de visão formados em relação ao eixo x (no sentido positivo), horizontal e verticalmente, nessa ordem, no segundo quadro. As informações apresentadas nessa figura sinalizam uma aproximação com a matemática e, ao perceberem essa aproximação, os alunos começaram a olhar esse problema sob um ponto de vista matemático, como se ao problema fosse atribuída uma roupagem matemática, em que conceitos e métodos matemáticos poderiam ser utilizados para sua interpretação e resolução (POLLAK, 2011).

Diante dessas informações os alunos conjecturaram a hipótese de lançar dois Olhos do Ender de pontos distintos do mapa, desse modo poderiam determinar retas concorrentes que descreveriam e estenderiam os trajetos feitos por eles. O ponto de interseção entre essas retas indicaria a localização do Portal, uma vez que, ao serem lançados, os Olhos do Ender vão em sua direção. Além disso, os alunos perceberam que poderiam simplificar a situação desconsiderando o ângulo de visão vertical, uma vez que sabiam que o Portal do Ender se localiza sempre abaixo da terra.

Essas ações caracterizam a matematização da situação-problema, que consiste na definição de variáveis, formulação de hipóteses e realização de simplificações (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) e direciona os alunos para o que Cifuentes e Negrelli (2011) chamam de pseudorealidade.

Essa percepção-interpretação da realidade, segundo Poincaré (1946), vem acompanhada de certos parâmetros de seleção como homogeneidade, simplicidade, regularidade, dentre outros, que, no fundo, têm um caráter de uma estrutura matemática, que será parte da ontologia dessa pseudorealidade (CIFUENTES; NEGRELLI, 2011, p. 128).

No caso, os alunos buscaram nas informações, advindas da realidade inicial, situações ou comportamentos que poderiam ser descritos matematicamente, como foi o caso da hipótese de descrever os lançamentos por meio de retas; e de simplificar a situação considerando apenas o ângulo de visão horizontal, restringindo o problema – inicialmente apresentado no espaço –, ao plano. Essa hipótese e simplificação, comuns a atividades de modelagem (CIFUENTES; NEGRELLI, 2011), dão sustentação à pseudorealidade e ao uso da matemática para resolver o problema.

Traçado o plano de resolução, os alunos escolheram dois pontos arbitrários no mapa, a origem, segundo eles para facilitar a realização dos cálculos, e um ponto pertencente ao eixo x, suficientemente distante do primeiro, de modo a minimizar erros, já que o campo de visão é um tanto abrangente e qualquer movimento pode alterar o ângulo de visão. A Tabela 1 apresenta as coordenadas desses pontos, bem como os ângulos formados a partir dos lançamentos realizados em relação ao eixo x.

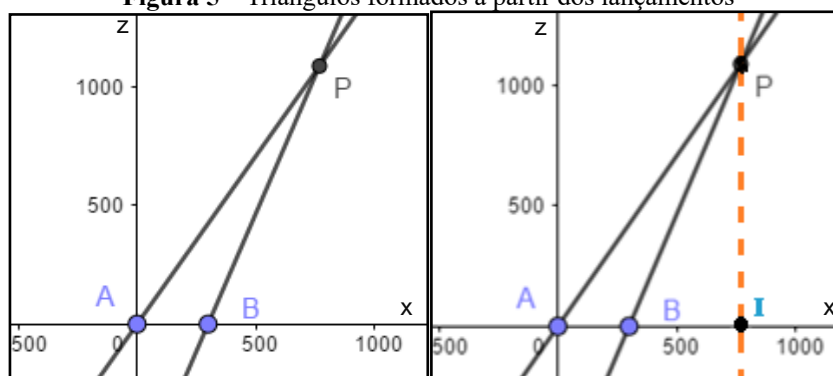
Tabela 1 – Informações referentes aos lançamentos dos Olhos do Ender

Ponto de lançamento	Coordenadas	Ângulo em relação ao eixo x
A	(0,0)	54,74°
B	(300,0)	66,65°

Fonte: Dos autores.

A Figura 5 ilustra as retas formadas a partir desses lançamentos. Nela é possível observar, à esquerda, o triângulo APB e, à direita, os triângulos retângulos API e BPI, sendo I o pé da altura de P em relação ao eixo x.

Figura 5 – Triângulos formados a partir dos lançamentos



Fonte: Dos autores.

Analisando os triângulos retângulos API e BPI, à direita na Figura 5, os alunos definiram as distâncias $AI = x$ e $PI = z$, conseqüentemente $BI = x - 300$, de modo que a localização do Portal do Ender, seria indicada pelas coordenadas do ponto $P(x,z)$. Além disso, os ângulos formados em relação a x eram conhecidos, $IAP = 54,74^\circ$ e $IBP = 66,65^\circ$, conseqüentemente, os

ângulos API = 35,26° e BPI = 23,35°. Diante dessas informações, os alunos escreveram as seguintes razões trigonométricas, optando por utilizar $\varepsilon = \text{API} = 35,26^\circ$ e $\zeta = \text{BPI} = 23,35^\circ$:

$$\text{tg}(\varepsilon) = \frac{x}{z} \text{ e } \text{tg}(\zeta) = \frac{x - 300}{z} \quad (1)$$

Substituindo ε e ζ , eles obtiveram o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} z \cdot \text{tg}(35,26) = x & (2) \\ (z \cdot \text{tg}(23,35)) + 300 = x & (3) \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, chegaram à conclusão que a interseção das retas determinadas pelos lançamentos dos Olhos do Ender é o ponto P(770,1090), com coordenadas arredondadas. Nesse momento, os alunos recorreram novamente à realidade inicial (NEGRELLI, 2008; CIFUENTES; NEGRELLI, 2011), a fim de interpretar o resultado em termos da situação inicial, conforme indicam Almeida, Silva e Vertuan (2012). De acordo com o relatório dos alunos esse resultado indica que o Portal do Ender está localizado no ponto (770, a, 1090), sendo que “a” indica a altura do portal, representada na lista de informações do jogo pelo eixo y – o qual foi desconsiderado na simplificação realizada, uma vez que os alunos conheciam a informação de que o Portal está sempre localizado abaixo da terra. Isso sugere que ao chegar nas coordenadas $x = 770$ e $z = 1090$, independente qual seja o valor de y, ele precisa cavar para encontrar o Portal, ou pelo menos a fortaleza no qual está escondido.

Para a validação do resultado, os alunos confrontaram situação inicial e situação final, conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012), ou realidade inicial e pseudorrealidade, segundo Cifuentes e Negrelli (2011), assim como fizeram as alunas no primeiro contexto, ou seja, jogando. Eles foram até as coordenadas indicadas e cavaram, chegando à fortaleza que escondia o Portal, muito próximo a ele, inclusive.

Porém, o resultado encontrado dizia respeito à essa situação em particular, com esses dados especificamente. Isso fez com que os alunos continuassem com as discussões e, inspirados nos conceitos e procedimentos matemáticos empreendidos na resolução do problema, eles construíram um modelo matemático que pode ser utilizado por qualquer jogador em qualquer mapa para encontrar a localização do Portal do Ender a partir de, pelo menos, dois lançamentos (lembrando que os Olhos do Ender têm 20% de chance de desaparecer, por isso “pelo menos” dois). O modelo produzido considera, assim como no caso que solucionaram, os ângulos complementares aos ângulos formados em relação ao eixo x.

$$z = \frac{AB}{\text{tg}(\alpha') - \text{tg}(\beta')} \text{ e } x = \left(\frac{AB}{\text{tg}(\alpha') - \text{tg}(\beta')} \right) \cdot \text{tg}(\alpha')$$

No modelo, corrigido², x e z representam as coordenadas do Portal do Ender $P(x,z)$; A e B indicam os pontos de origem dos lançamentos, logo AB é a distância entre A e B ; α' e β' indicam ângulos complementares aos ângulos α e β , formados em relação ao eixo x pelos lançamentos a partir dos pontos A e B , respectivamente, sendo $\alpha' = 90^\circ - \alpha$ e $\beta' = 90^\circ - \beta$.

Pensando mais uma vez em termos da realidade inicial, foi sugerido em um momento de socialização que o modelo fosse reescrito considerando os ângulos formados em relação ao eixo x a partir dos lançamentos, uma vez que esses são os ângulos apresentados na lista de informações do jogo, o que facilitaria a interpretação e manipulação do modelo. Reescrito, o modelo ficaria da seguinte forma:

$$x = -\frac{AB \cdot \operatorname{tg}(\beta)}{\operatorname{tg}(\alpha) - \operatorname{tg}(\beta)} \quad \text{e} \quad z = -\frac{AB \cdot \operatorname{tg}(\beta)}{\operatorname{tg}(\alpha) - \operatorname{tg}(\beta)} \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$$

sendo x e z as coordenadas do Portal do Ender, representado pelo ponto $P(x,z)$; A e B os pontos de origem dos lançamentos e AB a distância entre eles; e α e β ângulos formados em relação ao eixo x pelos lançamentos a partir de A e B , respectivamente. Esses modelos podem ser utilizados por qualquer jogador que deseja encontrar o Portal do Ender, independentemente do mapa que esteja, basta utilizar as informações disponibilizadas pelo jogo. Assim como no primeiro contexto esse modelo ajudará os jogadores a melhorarem seu desempenho no jogo, economizando recursos e tempo, ou como diria Rosa e Orey (2003), contribuindo com o entendimento dessa realidade.

Considerações finais

Neste artigo investigamos *como jogos podem constituir “realidade” em atividades de modelagem matemática*, especificamente os jogos digitais espontâneos, ou jogos eletrônicos, na perspectiva de Muniz (2010). O jogo Minecraft, que foi temática das duas atividades analisadas, foi escolhido pelos próprios alunos, segundo seus interesses. Em ambos os casos os alunos investigaram questões pertinentes e relevantes ao seu desempenho no jogo, de modo que os resultados obtidos podem ser úteis a eles e a outros jogadores. No primeiro contexto, as alunas do 4º ano aprenderam a otimizar seus recursos; no segundo caso, os alunos da licenciatura em matemática, pensando em alunos do Ensino Médio, determinaram uma maneira de encontrar uma localização que exige tempo e recursos.

As atividades desenvolvidas nos dois contextos sinalizam o potencial que o jogo Minecraft tem para constituir realidade em atividades de modelagem matemática, apresentando

² Em uma verificação observamos que os alunos trocaram o sinal de ambas as coordenadas.

uma riqueza de situações que podem ser problematizadas e investigadas, possibilitando o uso de diferentes ideias, conceitos e métodos matemáticos. No primeiro contexto as alunas compararam quantidades, estabeleceram relações, equivalências, diferenças e utilizaram as operações elementares da matemática. No segundo contexto os alunos fundamentaram-se em ideias da geometria analítica, localizando coordenadas, discutindo entes geométricos, como pontos e retas, interpretando-os tanto no plano quanto no espaço, bem como estabeleceram relações e razões trigonométricas a partir do triângulo retângulo. Embora diferentes os conhecimentos envolvidos no desenvolvimento de cada atividade, eles se mostraram condizentes com as idades e níveis de escolaridade dos alunos (BASSANEZI, 2004; TORTOLA, 2016).

A realidade constituída pelo jogo Minecraft se mostrou sempre presente no desenvolvimento das atividades, sustentando as escolhas dos alunos, fundamentando as decisões tomadas, pautando suas argumentações quanto ao uso dos conceitos e métodos matemáticos para a resolução dos problemas, justificando as hipóteses formuladas e as simplificações realizadas e subsidiando a interpretação e a validação do modelo matemático e de seus resultados. Isso se deve principalmente à natureza das atividades de modelagem matemática que requerem essa articulação constante entre resolução e situação-problema, entre matemática e realidade (TORTOLA; ROBIM; ALMEIDA, 2014). Porém, observamos que essa articulação foi facilitada em alguns aspectos por conta de ter o jogo como realidade.

Na inteiração, por exemplo, por se tratar de um jogo conhecido e escolhido pelos alunos, ficou evidente o engajamento deles, principalmente em termos de discussões e coleta de dados, pois os alunos tinham condições de conversar a respeito, já que conheciam a dinâmica do jogo, e porque os dados tinham que ser coletos jogando. Ficou nítida a empolgação dos envolvidos, o que sinaliza a importância de trabalharmos com temas escolhidos pelos alunos, respeitando seus interesses e sua realidade (BARBOSA, 2004).

Outro aspecto também favorecido pelo jogar foi a validação, momento em que os alunos ávidos por saber se seus resultados eram válidos, recorriam ao jogo para colocá-los à prova. A satisfação ao confirmar seus resultados se refletia em suas falas comentando sobre como esses resultados seriam úteis, ajudando-os a melhorar seu desempenho. Nesse sentido, vale a pena conversar com os alunos e, junto com eles, tentar definir um problema pertinente à realidade do jogo, cujos resultados podem contribuir com sua maneira de jogar, auxiliando-os em suas conquistas, caso contrário, podemos incorrer a mais uma tentativa disfarçada de contextualizar ou de usar jogos para ensinar matemática, fazendo com que esse uso perca o sentido, uma vez

que não há articulação entre a matemática e o uso do jogo, perpetuando a visão de que a matemática é um mundo isolado da realidade (TORTOLA; ROBIM; ALMEIDA, 2014).

Embora as análises tenham se debruçado sobre a realidade de duas atividades desenvolvidas a partir de um mesmo jogo, outros jogos podem ser considerados, preferencialmente jogos sugeridos pelos alunos. Os jogos têm em sua programação mecânicas baseadas em regras matemáticas, fazendo-os constituir uma realidade virtual cheia de possibilidades de investigações matemáticas, porém consideramos pertinentes novas investigações para aprofundar essa articulação entre modelagem matemática e jogos, particularmente no que diz respeito ao seu uso na Educação Básica, que clama por novas estratégias de ensino.

Referências

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E. **Desdobramentos para a modelagem matemática decorrentes da formulação de hipóteses**. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais...** Pirenópolis: SBEM, 2015.
- ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Discussões sobre “como fazer” modelagem matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNHIN, E. (Orgs.). **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: Edue, 2011. P. 19-43.
- BALICER, R. D. **Modeling infectious diseases dissemination through online role-playing games**. *Epidemiology*, v. 18, n. 2, p. 260-261, 2007.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati*, n. 4, p. 73-80, 2004.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2004.
- BAUMAN, Z. **Liquid modernity**. John Wiley & Sons, 2013.
- BLUM, W. ICMI Study 14: **Applications and modelling in mathematics education – discussion document**. *Educational Studies in Mathematics*. 51: 149-171, 2002.
- BLUM, W.; LEIB, D. **How do students and teachers deal with modeling problems?** In: HAINES, C.; GALBRAITH, P.; BLUM, W.; KHAN, S. (Eds.) *Mathematical Modeling (ICTMA12): Education, Engineering and Economics*. Chichester: Horwood Publishing, 2006, p. 222-231.

BOX, G.; DRAPER, N. R. **Empirical model-building and response surfaces**. John Wiley & Sons, 1987.

CIFUENTES, J. C.; NEGRELLI, L. G. O processo de Modelagem Matemática e a discretização de modelos contínuos como recurso de criação didática. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org.). **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: Eduel, 2011. p. 123-140.

COX, R. T. **Mathematical Modeling of Minecraft—Using Mathematics to Model the Gameplay of Video Games**. 2015. Tese de Doutorado. The Ohio State University.

DALLA VECCHIA, R.; MALTEMPI, M. V. **Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação: a realidade do mundo cibernético como um vetor de virtualização**. *Bolema*, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 963-990, ago. 2012.

FOUCAULT, M. **Vigiar e punir**. Rio de Janeiro: Leya, 2014.

EDWARDS K. H. **Kill the Mathematical Hydra**. WARD R. **Youtube**. 26/01/2017. 14:28. Disponível em: < <https://www.youtube.com/watch?v=uWwUpEY4c8o> >. Acesso em: 11/05/2021.

HEIM, M. **The metaphysics of virtual reality**. Oxford University Press, 1994.

MUNIZ, C. A. **Brincar e jogar: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

NEGRELLI, L. G. **Uma reconstrução epistemológica do processo de modelagem matemática para a Educação (em) Matemática**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

PERRENET, J. ZWANEVELD, B. The Many Faces of the Mathematical Modeling Cycle. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, v. 1, n. 6, p. 3-21, 2012.

POINCARÉ, J. H. **Ciencia y método**. 2. ed. Buenos Aires: Espasa-Calpe Argentina, 1946.

POLLAK, H. O. What is mathematical modeling? *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, v. 2, n. 1, 2011.

ROSA, M.; OREY, D. C. Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem. *Bolema*, v. 16, n. 20, p. 1-16, 2003.

STILLMAN, G.; BROWN, J.; GALBRAITH, P. Identifying challenges within transition phases of mathematical modeling activities at year 9. In: **Modeling students' mathematical modeling competencies**. Springer, Dordrecht, 2013. p. 385-398.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 306 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E.; ROBIM, B. N. P. A. S.; ALMEIDA, L. M. W. Compreensões sobre Matemática e Realidade na Modelagem Matemática: um estudo à luz de uma perspectiva filosófica de linguagem. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2014, Curitiba. **Anais...** Curitiba: UTFPR, 2014.

VELEDA, G. G. **Sobre a realidade em atividades de modelagem matemática.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

WOOLEY, T. E.; et al. **How long can we survive?** In: SMITH, R. *Mathematical Modelling of Zombies.* Ottawa: University of Ottawa Press, 2014.

ZILL, D. G. **Equações diferenciais com aplicações em modelagem.** 9. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento de atividades de modelagem matemática cujos jogos constituem sua realidade se mostrou como uma estratégia relevante para educação matemática dos alunos, pois com o advento da internet e o rápido avanço das tecnologias a escola clama por novas estratégias de ensino que provoquem o engajamento dos alunos nas atividades e, por outro lado, eles anseiam por aulas que os auxiliem na compreensão dos conteúdos.

O uso de jogos como realidade de atividades de modelagem matemática provocou nos alunos atitudes mais ativas e críticas, pois sentiam-se à vontade para falar sobre os jogos. Nesse contexto alguns tópicos se destacaram no desenvolvimento das atividades, como a motivação dos alunos em coletar dados, que no caso foi vista quase como sinônimo de jogar, e, dessa forma, não teve o “peso” de uma tarefa de casa, mas foi encarada como uma diversão; as discussões sobre o tema e o problema, uma vez que o jogo era conhecido, eles tinham condições de debater, questionar, explicar, contribuindo assim na definição do que investigar; e na validação das soluções, momento em que tinham que recorrer ao jogo para fazer os testes e verificar se os resultados obtidos eram válidos. Esse destaque se torna ainda maior quando os alunos percebiam que aqueles resultados trariam vantagens para eles nos jogos.

Outro ponto que vale a pena destacar é o potencial que as atividades analisadas apresentaram para promover discussões matemáticas, as quais podem ser empreendidas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, associadas à comparação de quantidades, estabelecimento de relações, equivalências, operações elementares da matemática; perpassando pelos anos finais do Ensino Fundamental, contemplando temas como números racionais, razão, proporção e equações; até o Ensino Médio, abordando funções, relações trigonométricas, geometria analítica etc.

A abordagem desses temas, por meio das atividades de modelagem matemática, por vezes acontecia de forma tão articulada, a partir da necessidade de compreender determinado aspecto do jogo que as alunas do 4º ano, por exemplo, chegaram a questionar quando elas iriam estudar matemática, evidenciando como está implícito, inclusive nos alunos, o paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000), vigente nas aulas de matemática.

Perceber o envolvimento dos alunos na resolução dos problemas definidos por eles, a partir de seus interesses nos jogos escolhidos por eles, sugere que precisamos fortalecer o diálogo entre professor e alunos, dar espaço para que eles façam sugestões, apresentem ideias,

e que nos coloquemos como parceiros em busca de aprender mais. Isso se mostra pertinente com as atividades de modelagem matemática desenvolvidas a partir dos jogos, uma vez que muitas questões foram esclarecidas pelos próprios alunos. E, afinal, se passam boa parte de seu tempo envolvidos com jogos, não seriam eles integrantes do cotidiano dos alunos? Precisamos abrir nossos olhos para as possibilidades que nossos alunos nos trazem, os jogos como ponto de partida para o desenvolvimento de atividades de modelagem é um exemplo. Quantas vezes ouvimos nossos alunos discutindo sobre modelos matemáticos ou mesmo utilizando modelos em seu cotidiano? As atividades de modelagem matemática desenvolvidas proporcionaram isso. A comunicação dos resultados não se restringiu aos contextos da sala de aula, se estendeu às conversas com os amigos, com os quais compartilharam suas descobertas.

Há, porém, que se tomar alguns cuidados, vivemos hoje, segundo Buamam (2013), uma modernidade líquida, na qual as coisas mudam e se atualizam a todo tempo praticamente. Dessa forma, precisamos reconhecer que nossos interesses não condizem mais com os interesses dos alunos de hoje em dia. Além disso, jogos que são jogados por alunos esse ano, podem não ser mais os mesmos dos jogados pelos alunos em um próximo ano. Por isso é importante ouvir o aluno, deixar que ele escolha um jogo de seu interesse e, junto com ele, se defina um problema para investigação.

Além disso, é preciso tomar muito cuidado com a abordagem matemática, pois se abordada de forma isolada e independente da situação-problema definida pode acabar perdendo o sentido de sua utilização. O diálogo é fundamental nesse contexto. É preciso sempre deixar claro o que se quer investigar, pautando-se na realidade que deu origem ao problema. Dessa forma não corremos o risco de os alunos interessarem-se apenas pelo jogo e se desanimarem quanto ao estudo da matemática. Essa articulação, que envolve pensar sobre como ensinar matemática a partir de atividades de modelagem matemática que envolvem jogos é um tópico sobre o qual consideramos que ainda precisamos avançar.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BALICER, R. D. **Modeling infectious diseases dissemination through online role-playing games**. *Epidemiology*, v. 18, n. 2, p. 260-261, 2007.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati*, n. 4, p. 73-80, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC versão final**. Brasília, DF, 2018.

CIFUENTES, J. C. NEGRELLI, L. G. O processo de modelagem matemática e a discretização de modelos contínuos como recurso de criação didática. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: EDUEL, 2011. p. 123-140.

COSTA, W. N. G. Dissertações e teses Multipaper: uma breve revisão bibliográfica. In: SEMINÁRIO SUL-MATO-GROSSENSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2014, Campo Grande. **Anais...** Campo Grande: UFMS, 2014.

COX, R. T. **Mathematical Modeling of Minecraft—Using Mathematics to Model the Gameplay of Video Games**. 2015. Tese de Doutorado. The Ohio State University.

DALLA VECCHIA, R.; MALTEMPI, M. V. Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação: a realidade do mundo cibernético como um vetor de virtualização. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 963-990, ago. 2012.

EDWARDS K. H. **Kill the Mathematical Hydra**. WARD R. Youtube. 26/01/2017. 14:28. Disponível em: < <https://www.youtube.com/watch?v=uWwUpEY4c8o> >. Acesso em: 11/05/2021.

FOUCAULT, M. **Vigiar e punir**. Rio de Janeiro: Leya, 2014.

GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de empresas**, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995.

HEIM, M. **The metaphysics of virtual reality**. Oxford: Oxford University Press, 1994.

MUTTI, G. S. L.; KLÜBER, T. E. Formato Multipaper nos Programas de Pós-Graduação Stricto Sensu Brasileiros das áreas de Educação e Ensino: um panorama. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ESTUDOS QUALITATIVOS, 5., 2018. Foz do Iguaçu. **Anais...** Foz do Iguaçu: UNIOESTE, 2018.

NEGRELLI, L. G. **Uma reconstrução epistemológica do processo de modelagem matemática para a Educação (em) Matemática**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 305 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E.; ROBIM, B. N. P. A. S.; ALMEIDA, L. M. W. Compreensões sobre Matemática e Realidade na Modelagem Matemática: um estudo à luz de uma perspectiva filosófica de linguagem. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2014, Curitiba. **Anais...** Curitiba: UTFPR, 2014.

VELEDA, G. G. **Sobre a realidade em atividades de Modelagem Matemática**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

WOOLEY, T. E.; et al. How long can we survive? In: SMITH, R. **Mathematical Modelling of Zombies**. Ottawa: University of Ottawa Press, 2014.

ZILL, D. G. **Equações diferenciais com aplicações em modelagem**. 9. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2014.