

# PRODUTO EDUCACIONAL

$$A - B = \begin{bmatrix} 120 - 90 & 290 - 270 & 230 - 98 \\ 49 - 76 & 40 - 44 & 37 - 53 \\ 130 - 125 & 89 - 76 & 77 - 90 \end{bmatrix} 3 \times 3$$

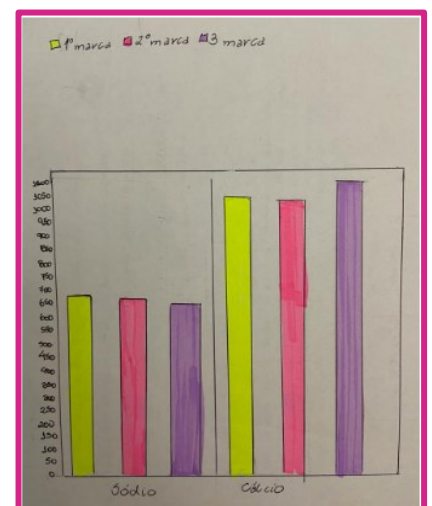
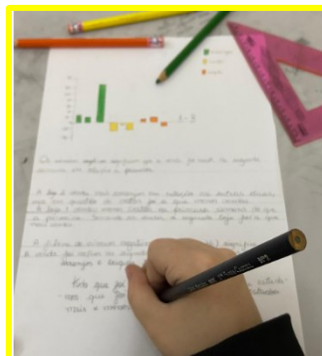
$$\begin{bmatrix} 2,79 & 685 & 1050 \\ 3,39 & 650 & 3025 \\ 3,39 & 640 & 3090 \end{bmatrix} 3 \times 3$$

## O ENSINO POR INVESTIGAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM DE OPERAÇÕES COM MATRIZES POR MEIO DE REGISTROS SEMIÓTICOS ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR

Câmara Federal		
	2014	2018
m	51	77
h	462	436

Senado Federal		
	2014	2018
m	5	7
h	22	47



Tudo que foi feito tem relação o que estudamos que foi matriz, aqui a gente estudou mais e menos de matriz.

JOSIANE APARECIDA BUSQUIM MOTA

ADRIANA HELENA BORSSOI

JOSIANE APARECIDA BUSQUIM MOTA

**O ENSINO POR INVESTIGAÇÃO PARA A APENDIZAGEM DE OPERAÇÕES  
COM MATRIZES POR MEIO DE REGISTROS SEMIÓTICOS  
ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR**

**TEACHING BY INVESTIGATION FOR THE LEARNING OF OPERATIONS  
WITH MATRIXES THROUGH SEMIOTIC RECORDS  
INSTRUCTIONS FOR THE TEACHER**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Procópio e Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Adriana Helena Borssoi

LONDRINA

2023

---

05/06/2023, 14:35



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



JOSIANE APARECIDA BUSQUIM MOTA

**ENSINO POR INVESTIGAÇÃO PARA A APRENDIZAGEM DE OPERAÇÕES  
COM MATRIZES À LUZ DA TEORIA DOS REGISTROS DE  
REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 17 de Março de 2023

Dra. Adriana Helena Borssoi, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Karina Alessandra Pessoa Da Silva, Doutorado – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Paulo Henrique Rodrigues, Doutorado - Universidade Estadual de Londrina (UEL)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 17/03/2023.

## APRESENTAÇÃO

Prezado professor, este produto educacional foi elaborado com o propósito de auxiliá-lo a conduzir a prática na sala de aula de uma maneira diferente!

Ele surgiu a partir de uma conversa informal na sala dos professores da escola onde a professora pesquisadora, primeira autora, trabalha. Era no horário de hora-atividade e outra professora de matemática que estava fazendo hora-atividade na mesma sala com a professora pesquisadora perguntou como andava o Mestrado. A professora pesquisadora então relatou do andamento da coleta de dados, e brevemente mencionou a teoria da pesquisa, a abordagem didática utilizada e as tarefas a serem desenvolvidas com os estudantes. Após, a professora perguntou o que seria esses registros semióticos? A professora pesquisadora então respondeu e a partir desse momento foram surgindo outras perguntas, como: o que é um objeto matemático? O que seria o Ensino por Investigação? Por que trabalhar com diferentes tarefas, não são todas iguais? Por que adaptar as tarefas propostas no RCO+Aulas?

A partir desses questionamentos organizamos esse material. Ele é composto de instruções e orientações sobre como desenvolver aulas na abordagem do Ensino por Investigação, desenvolvendo tarefas e explorando os diferentes registros semióticos. Este é um resultado da pesquisa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT/UTFPR) intitulada como: **Ensino por Investigação para a Aprendizagem de Operações com Matrizes à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. A dissertação pode ser acessada no repositório institucional da UTFPR (RIUT), no link: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119>.

Nosso objetivo é ofertar a você, professor de matemática, um material que o oriente a desenvolver sua aula de modo que o estudante participe ativamente no processo de construção do conhecimento, promovendo assim o Ensino por Investigação.

Em específico, esse material traz tarefas que foram desenvolvidas com os estudantes do 1º ano do Novo Ensino Médio em 2022, com o conteúdo de operações com matrizes. As tarefas propostas são adaptadas do **LRCO** e possuem potencial para os

estudantes desenvolverem diferentes registros semióticos, pois, de acordo com Duval (2003) a diversidade de registros é fundamental para a aprendizagem em matemática e aquisição de novos conceitos.

LRCO – Livro Registro de Classe Online, é um documento eletrônico para o registro online de frequências, conteúdos/planejamentos e avaliações dos estudantes, disponibilizado para os professores da rede estadual do Paraná.

A leitura desse material, possibilitará ao professor: entender o que é uma aula na abordagem do Ensino por Investigação e como desenvolvê-la; compreender a importância de a partir de uma tarefa explorar diferentes registros semióticos com os estudantes, pois, de acordo com Duval (2003), uma condição essencial para a aprendizagem é quando o estudante utiliza diferentes registros semióticos para representar o mesmo objeto matemático. Para tanto, as tarefas apresentadas são tarefas de investigação e exploração, pois segundo Ponte (2005) esse tipo de tarefa pretende trazer para a sala de aula uma atividade genuína, em que o estudante é chamado a agir como um matemático.

O material é composto por seis tarefas e orientações para desenvolvê-las na abordagem didática do Ensino por Investigação, ressaltando a utilização de diferentes registros semióticos.

Por fim, escrevemos esse material, para você professor (a), que nesse momento faz essa leitura, tenha a consciência e o incentivo de desenvolver com seus estudantes as tarefas propostas a seguir, na abordagem do Ensino por Investigação, orientando os estudantes a utilizarem diferentes registros semióticos. O começo não é fácil, pois os estudantes não estão acostumados a trabalharem em grupos e esperam tudo pronto. Dizemos que o começo é desafiador, para ambos os lados pois envolvem mudanças, desafios, incertezas, mas posso garantir que o resultado é satisfatório. Assim, como a professora pesquisadora conseguiu desenvolvê-las e obter bons resultados com meus estudantes referentes à aprendizagem, você também consegue.

Levando em consideração essa breve introdução e de acordo com a figura 1, pretendemos que você professor de matemática, possa desenvolver com seus estudantes uma aula diferenciada, centrada na aprendizagem a partir da produção do próprio estudante.

Desejamos que este material possa contribuir para o enriquecimento de sua prática profissional.

**Figura 1**



Fonte: As autoras

***BOM TRABALHO!***



## SUMÁRIO

Apresentação .....	04
Registros de Representação Semiótica.....	08
Ensino por Investigação .....	12
Tarefas de Investigação e Problemas. ....	15
Tarefas propostas .....	17
Orientações/sugestões para a aplicação das tarefas.....	19
Orientações para a aplicação da Tarefa 1/Possível Resolução (floricultura) .....	20
Orientações para a aplicação da Tarefa 2/Possível resolução (mulheres na política) ....	27
Orientações para a aplicação da Tarefa 3/Possível Resolução (redes sociais) .....	34
Orientações para a aplicação da Tarefa 4/Possível Resolução (marcas de leite) .....	39
Orientações para a aplicação da Tarefa 5/Possível Resolução (confecção de mochilas) .....	44
Orientações para a aplicação da Tarefa 6/Possível Resolução (pedágio) .....	51
Considerações Finais.....	59
Referências .....	60

## ***REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA***

Mas... o que  
é isso?

Na matemática é comum o professor trabalhar com diferentes registros de representação. De acordo com Vertuan (2007), o termo registros de representação semiótica é usado para designar os diferentes tipos de representação semiótica. Como exemplo de tipos de diferentes registros de representação temos: as representações em língua natural, tabular, gráfica, figural e algébrica.

As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significados de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes (DUVAL, 2012, p. 269).

Normalmente o que acontece na prática da sala de aula é que muitas vezes, a exploração desses diferentes registros não acontece, trabalha-se apenas um ou dois tipos de registros.

Para Duval (2003) quanto mais diversificada for a representação de um objeto matemático, maior é a compreensão sobre ele, ou seja, quanto maior a quantidade de registros desenvolvida pelo estudante relacionada ao objeto matemático, maior é a sua compreensão do conceito a ser estudado e, conseqüentemente, isso influencia a atividade cognitiva do estudante. Sendo assim, as representações semióticas são essenciais para a compreensão dos conceitos matemáticos.

De acordo com Duval (2003) Para que um sistema de representação seja considerado um Registro de Representação Semiótica é necessário desenvolver três atividades cognitivas: 1- a formação de uma representação identificável; 2- o tratamento



de um registro de representação; 3- a conversão de um registro de representação para outro.

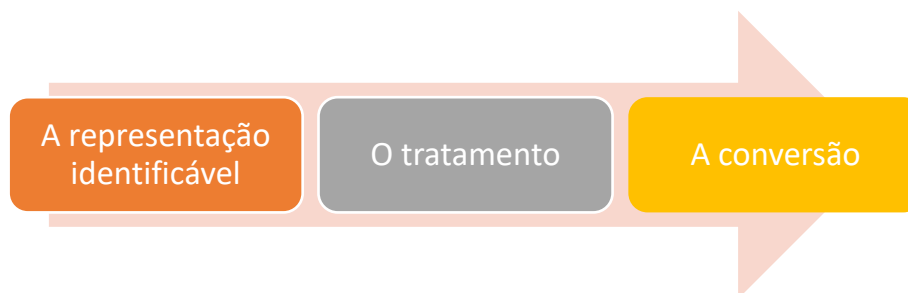
## O que são objetos matemáticos?

Podemos dizer que o objeto matemático é o conceito que iremos desenvolver com o estudante, por exemplo: em operações com matrizes, quando trabalhada a adição de matrizes, esse conceito a ser desenvolvido é o objeto matemático, as representações semióticas são as representações matemáticas que irão surgir enquanto os estudantes desenvolvem a tarefa investigativa relacionada a esse objeto matemático. Nesse caso, poderão ser consideradas representações semióticas: registro tabular, registro matricial, língua natural, registro gráfico, ou outro tipo de registro matemático que emergir da tarefa desenvolvida pelo estudante. A quantidade e a diversidade de registros semióticos dependerão de como o estudante conduzirá a tarefa, é claro, que por meio da orientação do professor o estudante também conseguirá uma maior quantidade de registros relacionados ao objeto matemático em estudo.

Para Duval (2003) é importante diferenciar o objeto matemático de sua representação para compreender um conceito matemático. Para ele, os objetos matemáticos não são diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos e que o acesso a esses objetos matemáticos acontece por meio da utilização de uma representação. Sendo assim, as representações semióticas são essenciais para a compreensão dos conceitos matemáticos.

Segundo Duval (2003) para que um sistema de representação seja considerado um Registro de Representação Semiótica é necessário desenvolver três atividades cognitivas: 1- a formação de uma representação identificável; 2- o tratamento de um registro de representação; 3- a conversão de um registro de representação para outro.

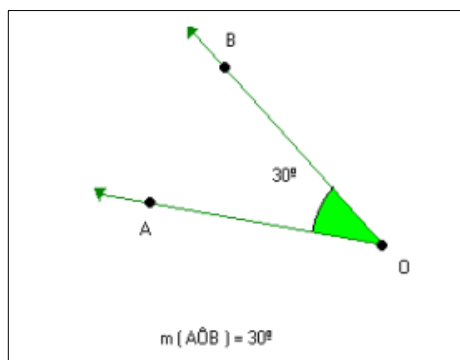
Figura 2



Fonte: As autoras

A representação identificável: consiste em, a partir de um registro identificar o objeto matemático representado. Na figura 3 está um exemplo, com a representação do ângulo de  $30^\circ$  de forma figural e sua notação escrita.

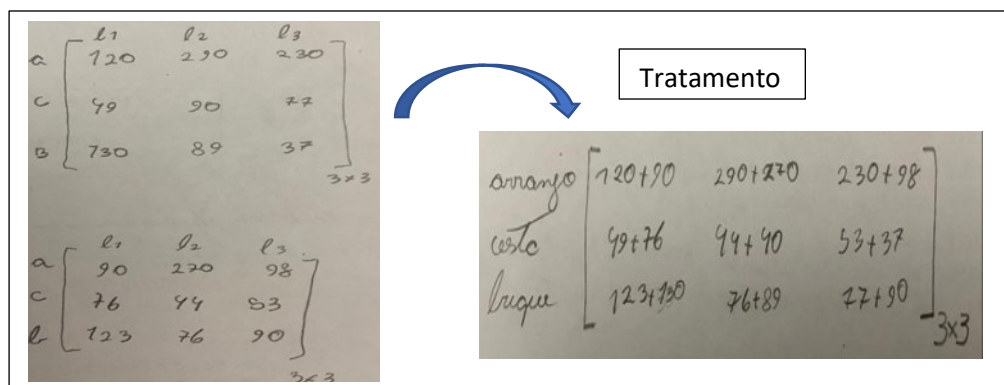
Figura 3



Fonte: Júnior (s/d, p. 39)

O tratamento: é uma transformação interna a um registro e está ligado à forma e não ao conteúdo do objeto matemático. Na figura 4 está um exemplo de tratamento.

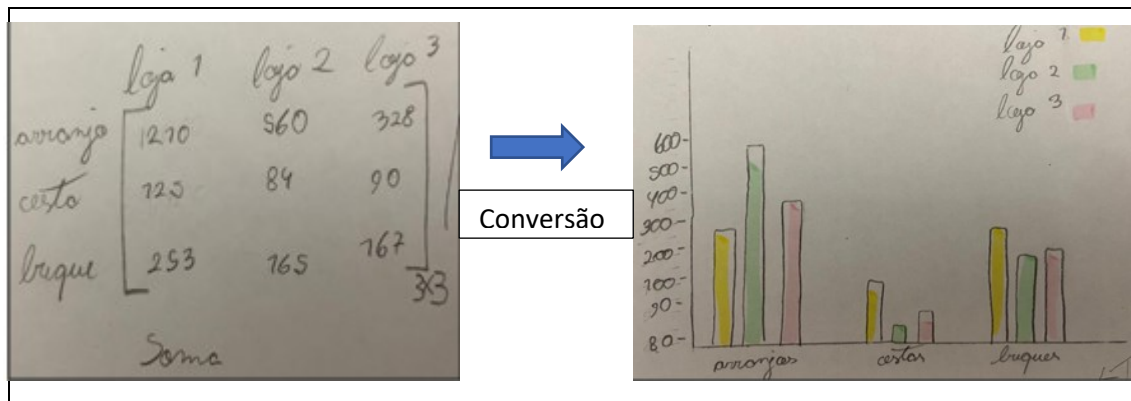
Figura 4



Fonte: Registro dos alunos (2022)

A conversão: é transformar a representação de um objeto num registro em uma representação desse mesmo objeto em outro registro. Na figura 5 está um exemplo de tratamento.

Figura 5



Fonte: Registro dos alunos (2022)

Nesse contexto, vislumbramos o Ensino por Investigação, tarefas de investigação e problemas, elementos com potencial para o estudante desenvolver diferentes registros semióticos.

## ***ENSINO POR INVESTIGAÇÃO***

Mas... o que  
é?

De acordo com Carvalho (2018), compreende-se que o Ensino por Investigação não é uma abordagem referente ao ensino transmissivo expositivo, em que os estudantes são induzidos a ouvirem, copiarem e reproduzirem, pelo contrário, no Ensino por Investigação os estudantes são convidados a desenvolverem capacidades de pensar, refletir, analisar e concluir. No Ensino por Investigação é desenvolvido um conhecimento científico, partindo do princípio que a aprendizagem de conteúdos baseada em problemas permite aos estudantes uma mudança intelectual, pois nessa perspectiva ele participa de forma ativa do processo de construção do conhecimento.

Sasseron (2015) complementa que o Ensino por Investigação é uma abordagem didática, pois associado ao trabalho do professor não fica limitado a uma estratégia de ensino, podendo estar vinculado a qualquer recurso de ensino desde que o processo de investigação seja colocado em prática e realizado pelos estudantes a partir e por meio das orientações do professor.

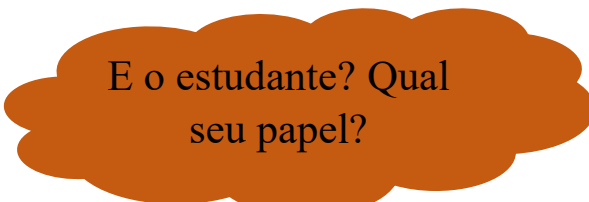
Qual o papel do  
professor?

Nessa perspectiva de abordagem didática, o papel do professor é de colocar em prática habilidades que ajudem os estudantes a resolver os problemas propostos, interagindo com os colegas, com os materiais existentes, com os conhecimentos prévios que eles já possuem. O professor deve também ressaltar a importância das pequenas ações desenvolvidas durante o trabalho, os pequenos erros manifestados pelos estudantes, as

hipóteses originadas, as relações desenvolvidas, ou seja, é um trabalho desenvolvido em parceria entre professor e alunos. “A grande mudança do papel do professor no ensino por investigação é ser o promotor de oportunidades para novas interações entre o aluno e o conhecimento” (SASSERON, s/d, p. 122).

Para Baptista (2010), o papel do professor nas aulas do Ensino por Investigação é bem diferente de um ensino tradicional, pois o professor deve alterar a dinâmica de aula, ou seja, o professor deve tomar decisões, correr riscos e quebrar a rotina de forma a enfrentar as dificuldades que aparecerem e seus dilemas.

Nesse novo papel o professor será o caminho para os estudantes chegarem a novas interações e novos conhecimentos. Para isso faz-se necessário que o ambiente da sala de aula esteja propício a discussões e a apresentações de ideias, e o professor deve fomentar em suas aulas o surgimento e a discussão de ideias distintas e discordantes. Para tanto é importante que o professor esteja aberto para fazer perguntas e a ouvir as respostas dos estudantes. Colocar tudo isso em prática não é tarefa simples, deve-se então para isso detalhar os objetivos a serem alcançados com clareza e estabelecer estratégias para permitir que isso aconteça.

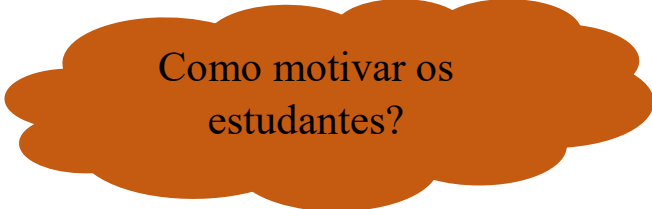


### E o estudante? Qual seu papel?

O estudante tem um papel ativo, pois de acordo com Sasseron (s/d) o Ensino por Investigação somente acontece efetivamente quando os estudantes estão engajados com a proposta de ensino, sendo sujeitos ativos em sua aprendizagem. São os estudantes que farão as discussões, interações entre eles, deles com o professor e deles com o material didático. Isso não quer dizer que os estudantes estejam totalmente motivados a participar de uma aula com essa abordagem, pois a investigação por si própria deve ser o fator que motive a atenção pelo desafio proposto e as ações desempenhadas para a construção do conhecimento.

Ao desenvolver a prática investigativa, os estudantes não podem assumir um papel apenas de espectador, pelo contrário, devem “argumentar, agir, interferir, questionar, fazer a construção de seu conhecimento” (AZEVEDO, 2006, p. 25). De acordo com Sasseron (s/d, 123) [...] o estudante engajado com a investigação operará

ações intelectuais em interações com o seu professor e os colegas, manipulando matérias, informações e conhecimentos. Nesse sentido, o motivador para que o estudante não desanime, aceite o convite e participe ativamente da aula é o professor, que deve gerar mecanismos de motivação para o estudante. O estudante sem motivação, prejudica a proposta do Ensino por Investigação.



## Como motivar os estudantes?

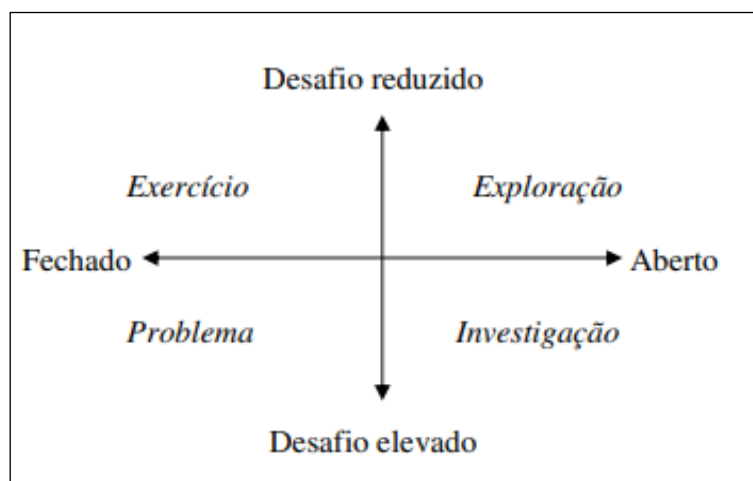
Tanto quão importante é o papel do professor no Ensino por Investigação, o estudante assume o papel principal nesse processo. Nesse momento, voltamos novamente para o papel do professor, em que deve considerar o conhecimento prévio dos estudantes e valorizá-los, levando em consideração o que ele sabe para a situação proposta, ou seja, “a necessidade de apresentar a situação problema e, por meio dela, verificar o que o estudante já sabe, possibilitando traçar estratégias para o desenvolvimento da aula de forma motivadora” (XAVIER, 2016, p. 18).

## TAREFA DE INVESTIGAÇÃO E PROBLEMAS

Mas... tarefas matemáticas não são todas iguais?

Para Ponte (2005) há uma classificação para os diferentes tipos de tarefas, em quatro quadrantes, como mostra a figura 2 abaixo:

**Figura 2:** Classificação dos diferentes tipos de tarefas



Fonte: Ponte (2005)

- 1- Um exercício é uma tarefa fechada e de desafio reduzido;
- 2- Um problema é uma tarefa também fechada, mas com elevado desafio;
- 3- Uma investigação tem um grau de desafio elevado, é uma tarefa aberta;
- 4- Uma exploração tem o grau de desafio reduzido, é uma tarefa aberta.

Entre as tarefas de exploração e as de investigação a diferença está, portanto, no grau de desafio. Se o estudante puder começar a trabalhar sem muito planejamento, estaremos perante de uma tarefa de exploração. Caso contrário, estaremos diante de uma investigação.

Abordaremos nesse material as tarefas de investigação e problemas. Tarefas de investigação possui um grau elevado de desafio e é uma tarefa aberta; problema possui um desafio elevado mas é uma tarefa fechada, ou seja, possui uma determinada resposta.

Para Ponte (2005):

A tarefa pode surgir de diversas maneiras: pode ser formulada pelo professor e proposta ao aluno, ser da iniciativa do próprio aluno e resultar até de uma negociação entre o professor e o aluno. Além disso, a tarefa pode ser enunciada explicitamente logo no início do trabalho ou ir sendo constituída de modo implícito à medida que este vai decorrendo. É formulando tarefas adequadas que o professor pode suscitar a actividade do aluno. Não basta, no entanto, seleccionar boas tarefas – é preciso ter atenção ao modo de as propor e de conduzir a sua realização na sala de aula (PONTE, 2005, p. 1-2).

Assim, em conformidade com Ponte (2005), além de seleccionar tarefas de investigação e problemas, propomos a abordagem do Ensino por Investigação para conduzir a sua realização na sala de aula.



## **TAREFAS PROPOSTAS**

Esse material está composto com seis tarefas, classificadas de acordo com Ponte (2005), figura 2. Faremos uma breve explicação sobre a classificação de cada tarefa.

A Tarefa 1 é um problema, possui um desafio elevado e apresenta apenas uma resposta, a questão da tarefa possibilita aos estudantes chegarem ao conceito de adição e subtração de matrizes, investigando os dados e respondendo à questão proposta.

A Tarefa 2 é classificado como problema, pois nesse momento, os estudantes já possuem o conceito de adição e subtração de matrizes.

A Tarefa 3 é de investigação, possui desafio elevado e é aberta, cada grupo (grupo esse formado para desenvolver as tarefas), por meio da situação proposta vai desenvolver um problema e resolvê-lo, utilizando o conceito que acharem mais adequado.

A Tarefa 4 é um problema, o objetivo dela é desenvolver o conceito de multiplicação de um número real por uma matriz, mas dependerá de cada grupo, pois de acordo com a investigação realizada, os estudantes também poderão utilizar a adição de matrizes, possui desafio elevado e é uma tarefa fechada, possui apenas uma resposta.

A Tarefa 5 é um problema, possui desafio elevado e possui uma resposta, por meio dela os estudantes possuem a possibilidade de desenvolver o conceito de multiplicação de matrizes, investigando a tarefa.

A Tarefa 6 é um problema, possui desafio elevado e apresenta uma resposta, espera-se que os estudantes tenham adquirido apropriado, por meio da Tarefa 5, do conceito de multiplicação de matrizes.

Ao serem desenvolvidas as tarefas relativas às operações de matrizes, esperamos que os estudantes façam a relação de diferentes registros semióticos com o objeto matemático, de acordo com o quadro 1:

**Quadro 1:** Objeto matemático referente a cada tarefa

<b>Tarefa</b>	<b>Nome da tarefa</b>	<b>Objeto Matemático</b>
1	Floricultura	Adição e subtração de matrizes
2	Mulheres na política	Adição e subtração de matrizes
3	Redes sociais	A ser definido por cada grupo

4	Marcas de leite	Multiplicação de um número real por uma matriz
5	Confecção de mochilas	Multiplicação de matrizes
6	Pedágio	Multiplicação de matrizes

Fonte: As autoras

## Por que Operação de matrizes?

Desenvolvemos as tarefas com o conteúdo operações de matrizes, levando em consideração que eu, como pesquisadora e professora regente de uma turma do 1º ano do Novo Ensino Médio de uma escola pública do Estado do Paraná, sigo para orientar minhas aulas os slides propostos no LRCO, e no momento da coleta de dados, o conteúdo que estava proposto era operações com matrizes. Dessa forma, para não comprometer o andamento das aulas propostas no LRCO, juntamente com minha orientadora, decidimos desenvolver nossa pesquisa explorando esse conteúdo.

Assim, as Tarefas 1, 2, 4 e 5 são adaptadas de tarefas propostas nos slides disponibilizados no LRCO. A Tarefa 3, surgiu de uma conversa informal com os estudantes e a Tarefa 6, foi proposta e elaborada por mim e minha orientadora. São tarefas acessíveis aos estudantes e possuem a potencialidade de desenvolverem a investigação e os diferentes registros semióticos.

É importante ressaltar que antes de desenvolver essas tarefas com os estudantes, foram trabalhados a definição de matrizes, representação algébrica de uma matriz e tipos de matrizes, de acordo com os slides propostos no LRCO de número 16<sup>1</sup> e 17<sup>2</sup> do componente curricular de matemática do 1º ano do Novo Ensino Médio.

<sup>1</sup> Disponível em: <https://youtu.be/u9juHsiehec> Acessado em 03/10/2022

<sup>2</sup> Disponível em: <https://youtu.be/Gk0BWPI5LB0> Acessado em 03/10/2022

**ORIENTAÇÕES/SUGESTÕES PARA A APLICAÇÃO  
DAS TAREFAS E UMA POSSÍVEL SOLUÇÃO**

## Orientações para o desenvolvimento da Tarefa 1 - Floricultura

### TAREFA 1

A dona de uma rede de floricultura mantém registrado cada ornamento vendido em suas três lojas, para controlar a compra de suprimentos sem precisar manter um estoque elevado. Em duas semanas, ela anotou as seguintes vendas em seu caderno:

- 1ª semana: loja 1 → vendeu 120 arranjos; 49 cestas e 130 buquês; loja 2: vendeu 290 arranjos, 40 cestas e 89 buquês; loja 3: vendeu 230 arranjos, 37 cestas e 77 buquês.
- 2ª semana: loja 1 → vendeu 90 arranjos, 76 cestas e 123 buquês; loja 2: 270 arranjos, 44 cestas e 76 buquês; loja 3: vendeu 98 arranjos, 53 cestas e 90 buquês.



**Calcule o total e a diferença de vendas de cada ornamento, em cada loja, nas duas semanas. O que você concluiu com os resultados encontrados?**

O roteiro a seguir é destinado à implementação da Tarefa 1 (floricultura), em que elaboramos alguns passos, questionamentos, orientações para que o professor conduza o desenvolvimento da tarefa na abordagem didática do Ensino por Investigação, instigando o estudante na produção de diferentes registros semióticos.

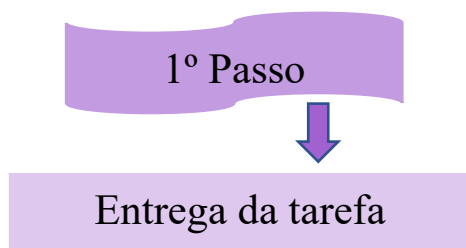
Duração: 4 aulas de 50 minutos cada.

Público: 1º ano do Novo Ensino Médio.

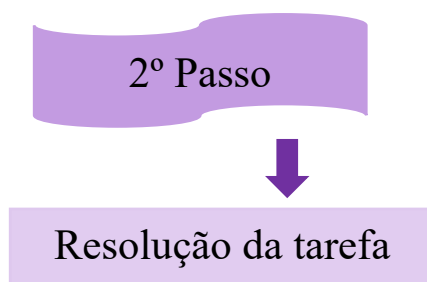
Objeto matemático: adição e subtração de matrizes.

Organização dos estudantes: em grupos.

Obs.: Os estudantes tiveram uma introdução sobre o que é uma matriz, a representação genérica, os elementos e a ordem.



Entregar uma folha com a tarefa para cada grupo, pedir que leiam a tarefa e resolvam da melhor forma que acharem estar corretos, ou, entregar uma folha para cada grupo e a professora ler a tarefa para a sala toda, tirando algumas dúvidas como: o que são ornamentos? O que é para fazer?



Verificar como os grupos estão resolvendo a tarefa, provavelmente haverá algum grupo que resolverá por meio de matrizes e outros não, sendo assim é importante direcionar o tipo de pergunta para cada situação:

1- Grupo resolvendo por meio de matrizes: nesse caso, salientar a importância de estarem resolvendo dessa maneira e orientar para que sejam feitos diferentes registros. Em específico nessa tarefa, os estudantes podem desenvolver: registro tabular, registro matricial, registro gráfico, registro em língua natural, entre outros.

2- Grupo resolvendo por outro meio (ex.: operações numéricas): nesse caso, direcionar o grupo com perguntas que os levem a pensar de uma forma diferente de organizar as informações para resolver:

- Vocês conseguem resolver de outra maneira?
- Os dados da tarefa podem ser organizados de que maneira, para melhor visualização?
- Vocês conseguem fazer alguma relação com o conteúdo que estudamos com essa tarefa?

Após esses questionamentos, espera-se que o grupo perceba que a tarefa pode ser resolvida por meio de matrizes, e em seguida, observar como desenvolveram a operação.

3º Passo



Operação de adição e subtração de matrizes

Verificar se os grupos estão operando corretamente a adição e a subtração de matrizes, levando em consideração que esse conteúdo não foi trabalhado em sala de aula.

1- O grupo conseguiu operar a adição e subtração de matrizes, nesse caso, parabenizar o grupo e sugerir que continuem dessa maneira.

2- O grupo não conseguiu operar corretamente a adição e subtração de matrizes. Nesse caso, sugere-se alguns questionamentos que podem ser feitos pelo professor:

- Faz sentido o que estão fazendo?
- Como fizeram essa operação? Me explique.
- Com as duas matrizes que vocês fizeram, como podem somar os valores, lembrando que as matrizes possuem elementos correspondentes, ou seja: cada matriz possui o primeiro elemento da primeira linha, o segundo elemento da primeira linha, o terceiro elemento da primeira linha e assim por diante.
- Vocês conseguem fazer uma relação com os elementos correspondentes das duas matrizes?

Após esses questionamentos, espera-se que os estudantes façam a relação de adição e subtração dos elementos correspondentes de cada matriz.



Verificar se o resultado está correto ou não.

1- O grupo conseguiu chegar ao resultado correto. Nesse caso, provavelmente, o grupo que operou corretamente as matrizes, também chegará ao resultado correto. Dessa forma, lembra-los de fazer diferentes registros.

2- O grupo não chegou ao resultado correto. Nesse caso, o professor pode levantar alguns questionamentos como:

- O resultado que vocês encontraram corresponde a questão da tarefa?
- Leiam a questão da tarefa e vejam se faz sentido o resultado encontrado.
- Tentem operar novamente, elemento correspondente com elemento correspondente de cada matriz.

Espera-se que os estudantes, façam novamente as operações prestando atenção nos elementos correspondentes para conseguirem chegar ao resultado esperado.

### Importante

O professor deve lembrar e a todo momento estimular os grupos a desenvolverem diferentes registros, pois são os diferentes registros e as conversões ocorridas entre eles que indicam indícios de aprendizagem sobre o objeto matemático em estudo.

## UMA POSSÍVEL SOLUÇÃO

1ª SEMANA (Registro tabular)

	LOJA 1	LOJA 2	LOJA 3
ARRANJOS	120	290	230
CESTAS	49	40	37
BUQUÊS	130	89	77

2ª SEMANA (Registro tabular)

	LOJA 1	LOJA 2	LOJA 3
ARRANJOS	90	270	98
CESTAS	76	44	53
BUQUÊS	123	76	90

MATRIZ DA 1ª SEMANA = A (Registro matricial)

$$A = \begin{pmatrix} 120 & 290 & 230 \\ 49 & 40 & 37 \\ 130 & 89 & 77 \end{pmatrix}$$

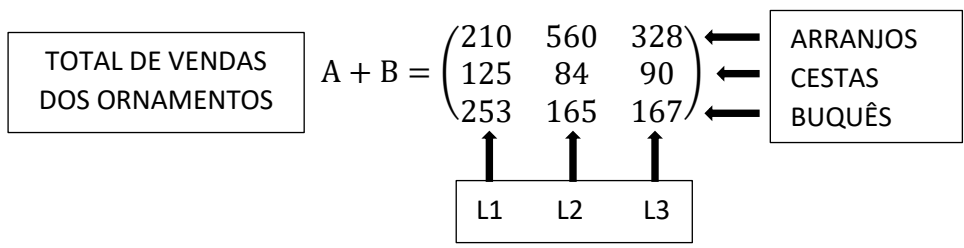
MATRIZ DA 2ª SEMANA = B (Registro matricial)

$$B = \begin{pmatrix} 90 & 270 & 98 \\ 76 & 44 & 53 \\ 123 & 76 & 90 \end{pmatrix}$$

SOMA DAS MATRIZES (Registro matricial)

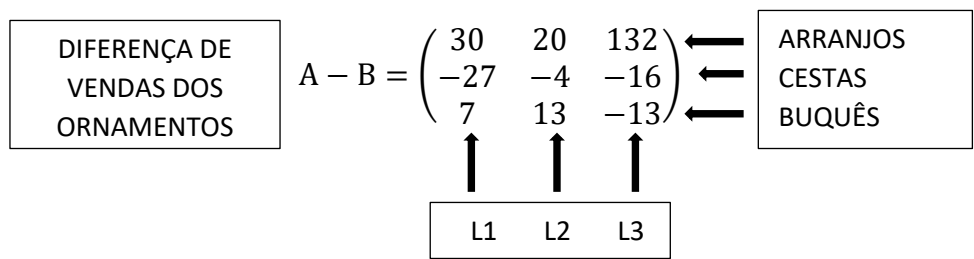
$$A + B = \begin{pmatrix} 120 + 90 & 290 + 270 & 230 + 98 \\ 49 + 76 & 40 + 44 & 37 + 53 \\ 130 + 123 & 89 + 76 & 77 + 90 \end{pmatrix}$$



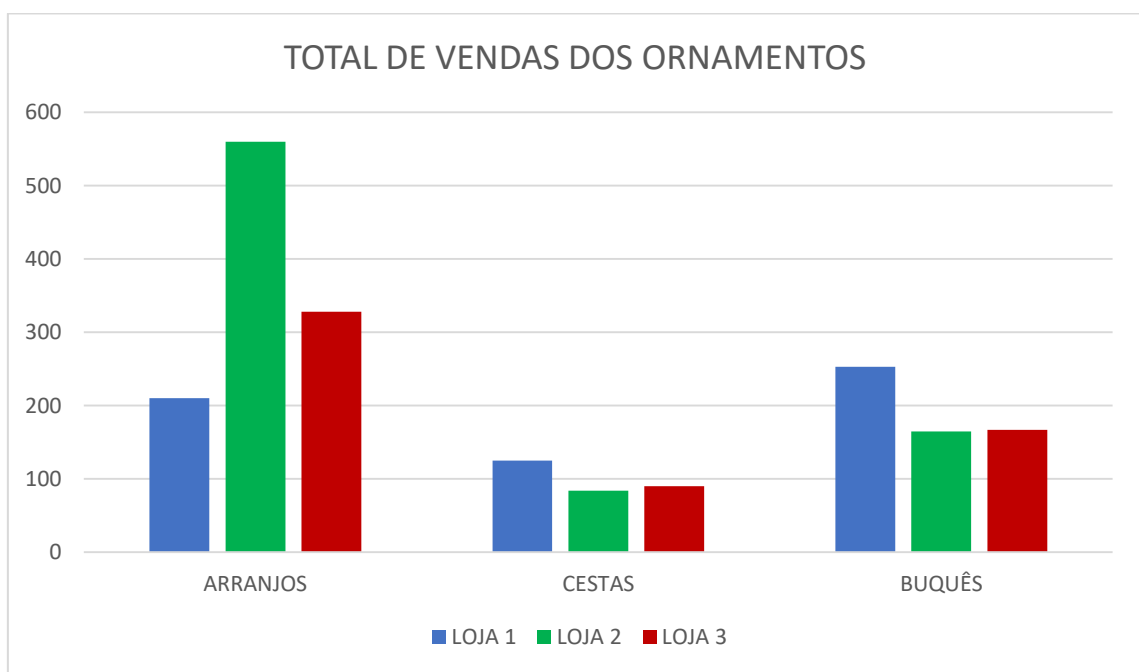


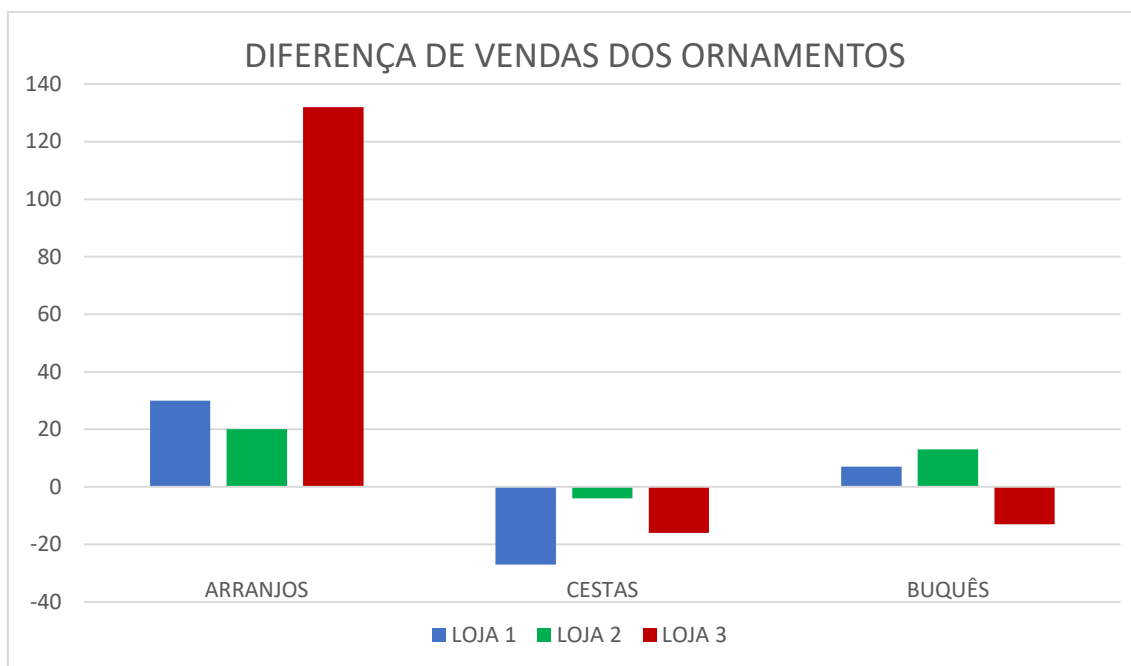
SUBTRAÇÃO DAS MATRIZES (Registro Matricial)

$$A - B = \begin{pmatrix} 120 - 90 & 290 - 270 & 230 - 98 \\ 49 - 76 & 40 - 44 & 37 - 53 \\ 130 - 123 & 89 - 76 & 77 - 90 \end{pmatrix}$$



GRÁFICOS (Registro gráfico)





REGISTRO EM LÍNGUA NATURAL= poderá ocorrer para responder à questão do problema, no meio do desenvolvimento do problema para explicar algum valor, comparar os valores ou até mesmo questionar algum valor encontrado.

É MUITO IMPORTANTE QUE DURANTE O DESENVOLVIMENTO DA  
TAREFA O PROFESSOR ESTIMULE OS ALUNOS A PRODUZIREM  
DIFERENTES REGISTROS, POR MEIO DE PERGUNTAS,  
QUESTIONAMENTOS, OBSERVAÇÕES.

## ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA 2 – MULHERES NA POLÍTICA

### TAREFA 2

O direito igualitário ao voto entre homens e mulheres no Brasil é uma conquista que as mulheres obtiveram com muita luta ao longo de nossa história. Para elas, o direito de votar e de receber votos foi instituída apenas a partir de 1932.



Faça uma busca na internet sobre a quantidade de homens e mulheres eleitos para a Câmara Federal e o Senado Federal que fazem parte da política brasileira em diferentes anos eleitorais.

***Analise os dados encontrados. O que você concluiu?***

Sugestões de links para a Procura dos dados:

<https://www.camara.leg.br/noticias/545897-bancada-feminina-na-camara-sobe-de-51-para-77-deputadas/> Acesso em: 10/out/2022

<https://g1.globo.com/politica/eleicoes/2018/eleicao-em-numeros/noticia/2018/10/08/no-de-mulheres-eleitas-se-mantem-no-senado-mas-aumenta-na-camara-e-nas-assembleias.ghtml> Acesso em: 10/out/2022

<https://www12.senado.leg.br/noticias/infomaterias/2022/05/aliados-na-luta-por-mais-mulheres-na-politica> Acesso em: 10/out/2022

<https://www.tse.jus.br/comunicacao/noticias/2019/Marco/numero-de-mulheres-eleitas-em-2018-cresce-52-6-em-relacao-a-2014> Acesso em 10/out/2022

O roteiro a seguir é destinado à implementação da Tarefa 2 (mulheres na política), em que elaboramos alguns passos, questionamentos, orientações para que o professor conduza o desenvolvimento da tarefa na abordagem didática do Ensino por Investigação, instigando o estudante na produção de diferentes registros semióticos.

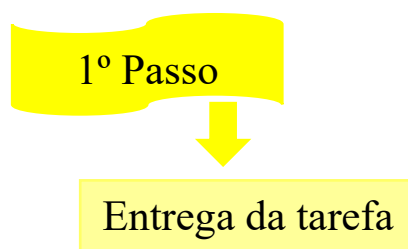
Duração: 3 aulas de 50 minutos cada

Público: 1º ano do Novo Ensino Médio.

Objeto matemático: adição e subtração de matrizes.

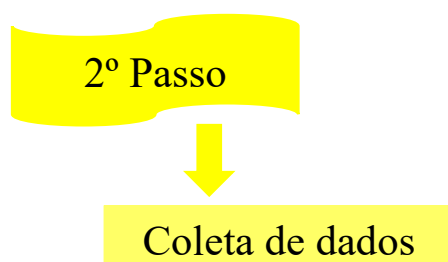
Organização dos estudantes: em grupos.

Obs.: Após a leitura da tarefa, os estudantes foram levados até a sala de informática da escola para fazerem a busca na internet sobre a quantidade de homens e mulheres eleitos para a Câmara Federal e o Senado Federal.



Entregar uma folha com a tarefa para cada grupo. Nessa tarefa tanto a professora pode realizar a leitura para a sala toda, ou cada grupo pode ler individualmente.

Em específico nessa tarefa, é orientado a leitura pela professora, pois antes de resolvê-la é necessário realizar uma pesquisa. Sendo assim, após a leitura e tirada as dúvidas sobre o que era Câmara Federal e Senado Federal, os estudantes devem ser levados a sala de informática da escola.

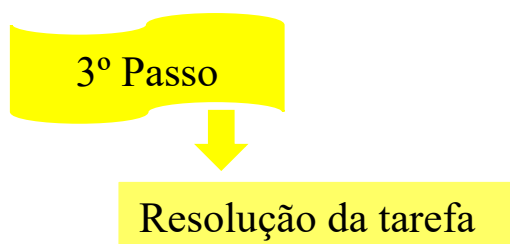


Na sala de informática, orientar os estudantes a realizarem a pesquisa, para coletarem os dados necessários para a realização da tarefa: a quantidade de homens e mulheres na Câmara Federal e no Senado Federal.

Provavelmente cada estudante deve possuir um computador disponível para realizar a pesquisa, e os integrantes de cada grupo devem sentarem próximos para continuarem o trabalho em grupo. Se não houver um computador para cada estudante, os estudantes organizam-se entre si, para realizarem a pesquisa.

Nessa parte, cada grupo ficará à vontade para coletar os dados livremente: alguns grupos podem escrever a pesquisa no caderno e depois passaram para a folha da tarefa; outros grupos podem escrever os dados pesquisados diretamente na folha da tarefa; os grupos podem pesquisar nos sites indicados na tarefa; os grupos podem pesquisar em outros sites.

Após a realização da coleta de dados, todos devem voltar para a sala de aula para então, resolverem a tarefa.



Verificar como os grupos resolveram a tarefa, e como organizaram os dados pesquisados. Possivelmente, haverá algum grupo que resolverá por meio de matrizes e outros não, sendo assim é importante direcionar o tipo de pergunta para cada situação:

1- Grupo resolvendo por meio de matrizes: nesse caso, salientar a importância de estarem resolvendo dessa maneira e orientar para que sejam feitos diferentes registros. Em específico nessa tarefa, os estudantes podem desenvolver: registro tabular, registro matricial, registro gráfico, registro em língua natural, entre outros.

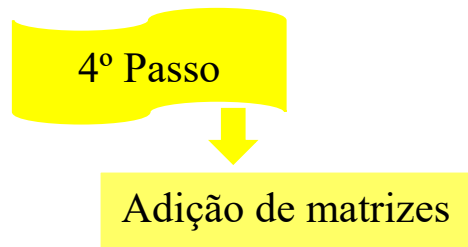
2- Grupo resolvendo por outro meio (ex.: operações numéricas): nesse caso, direcionar o grupo com perguntas que os levem a pensarem de uma forma diferente de organizar as informações para resolver:

- Vocês conseguem fazer uma relação da Tarefa 1 (floricultura) com essa tarefa?

- Os dados coletados podem ser organizados de que forma, para ficarem mais fácil de serem visualizados?

- Da maneira conforme estão resolvendo, responderá à questão da tarefa?

Após esses questionamentos, espera-se que o grupo perceba que a tarefa pode ser resolvida por meio de matrizes.



Verificar se os grupos estão operando corretamente a adição de matrizes, levando em consideração que na Tarefa 1 (floricultura) os estudantes já aprenderam a operação.

1- O grupo conseguiu operar corretamente a adição de matrizes, nesse caso, parabenizar o grupo.

2- O grupo não conseguiu operar corretamente a adição de matrizes. Nesse caso, sugere-se alguns questionamentos que podem ser feitos pelo professor:

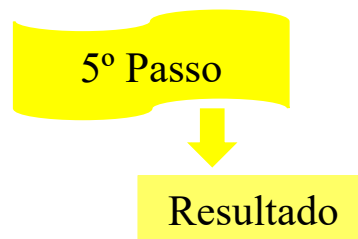
- Como vocês realizaram a operação da Tarefa 1 (floricultura)?

- Faz sentido o que estão fazendo?

- Como fizeram essa operação? Me explique.

- Vocês conseguem fazer uma relação com os elementos correspondentes das duas matrizes?

Após esses questionamentos, espera-se que os estudantes operem corretamente a adição de matrizes.



Verificar se o resultado está correto ou não.

1- O grupo conseguiu chegar ao resultado correto. Nesse caso, provavelmente, o grupo que operou corretamente a adição de matrizes, também chegará ao resultado correto. Dessa forma, lembrá-los de fazer diferentes registros.

2- O grupo não chegou ao resultado correto. Nesse caso, o professor pode levantar alguns questionamentos como:

- O resultado que vocês encontraram corresponde a questão da tarefa?
- Leiam a questão da tarefa e vejam se faz sentido o resultado encontrado.
- Tentem operar novamente, elemento correspondente com elemento correspondente de cada matriz.

Espera-se que os estudantes, façam novamente as operações prestando atenção nos elementos correspondentes para conseguirem chegar ao resultado esperado.

### Importante

O professor deve lembrar e a todo momento estimular os grupos a desenvolverem diferentes registros, pois são os diferentes registros e as conversões ocorridas entre eles que indicam indícios de aprendizagem sobre o objeto matemático em estudo.

### UMA POSSÍVEL RESOLUÇÃO

Obs.: Como a tarefa vai depender da pesquisa de cada grupo, será colocado uma possível resolução de acordo com uma determinada pesquisa realizada, mas as possíveis resoluções são inúmeras, de acordo com a pesquisa de cada grupo.

#### PESQUISA REALIZADA NA SALA DE INFORMÁTICA

TABELA 1 = CÂMARA FEDERAL (registro tabular)

	HOMEM	MULHER
2006	471	42
2010	468	45

TABELA 2 = SENADO FEDERAL (registro tabular)

	HOMEM	MULHER
2006	23	4
2010	47	7

1ª MATRIZ = CÂMARA FEDERAL (registro matricial)

$$A = \begin{pmatrix} 471 & 42 \\ 468 & 45 \end{pmatrix}$$

2ª MATRIZ = SENADO FEDERAL (registro matricial)

$$B = \begin{pmatrix} 23 & 4 \\ 47 & 7 \end{pmatrix}$$

SOMA DAS MATRIZES (registro matricial)

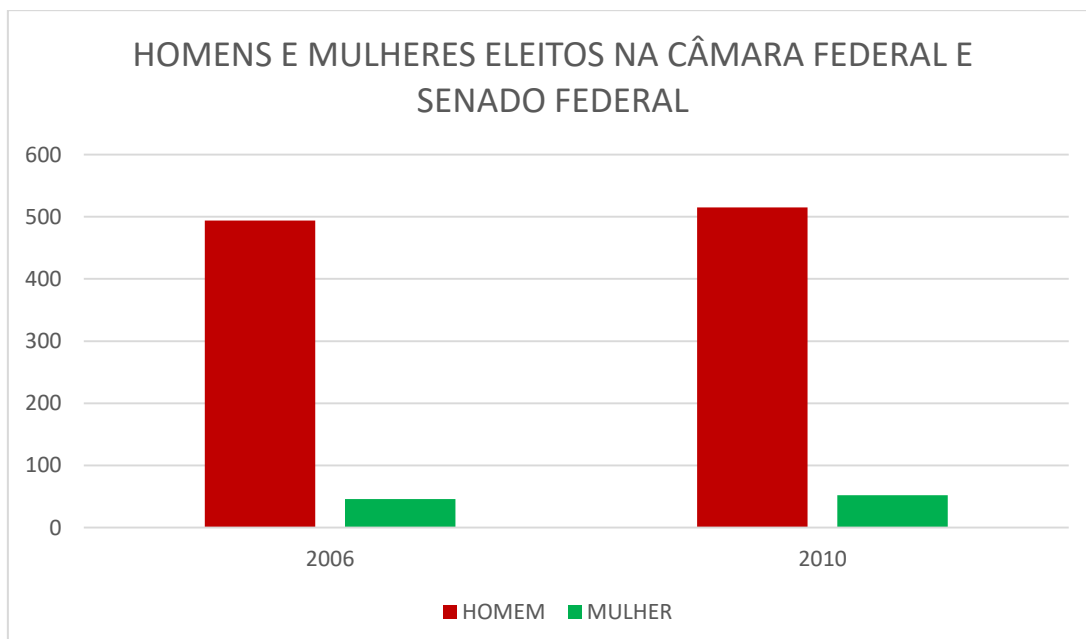
$$A + B = \begin{pmatrix} 471 + 23 & 42 + 4 \\ 468 + 47 & 45 + 7 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 494 & 46 \\ 515 & 52 \end{pmatrix}$$

HOMENS      MULHERES

QUANTIDADE DE HOMENS E MULHERES ELEITOS NA CÂMARA FEDERAL E NO SENADO FEDERAL NOS ANOS DE 2006 E 2010.

GRÁFICO (registro gráfico)





REGISTRO EM LÍNGUA NATURAL= poderá ocorrer para responder à questão do problema ou no meio do desenvolvimento do problema para explicar algum valor, comparar os valores ou até mesmo questionar algum valor encontrado.

É MUITO IMPORTANTE QUE DURANTE O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA O PROFESSOR ESTIMULE OS ALUNOS A PRODUZIREM DIFERENTES REGISTROS, POR MEIO DE PERGUNTAS, QUESTIONAMENTOS, OBSERVAÇÕES.

## ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA 3 – REDES SOCIAIS

### TAREFA 3



De acordo com a pesquisa feita em sala de aula pela professora com a ajuda dos alunos, foram levantadas quais redes sociais são mais utilizadas pelos mesmos: Instagram, Whats App, Youtube, Tik Tok e Twitter. A partir disso, e, levando em consideração que todos os alunos possuem celular e possuem acesso a quantidade diária e semanal de uso dessas redes sociais, **elaborem um problema** (um por grupo) utilizando o conteúdo que estamos estudando juntamente com os dados descritos acima.

O roteiro a seguir é destinado à implementação da Tarefa 3 (redes sociais). Essa tarefa é aberta e extraclasse, sendo assim, cada grupo ficou responsável por entregar dentro do prazo estipulado.

Duração: 3 semanas

Público: 1º ano do Novo Ensino Médio.

Objeto matemático: adição de matrizes ou multiplicação de um número real por uma matriz.

Organização dos estudantes: em grupos.

Obs.: Tarefa a ser realizada extraclasse.



1º Passo

Um retângulo arredondado de cor rosa claro com o texto "1º Passo" no centro. Abaixo dele, uma seta rosa apontando para baixo.



Construção da situação-problema

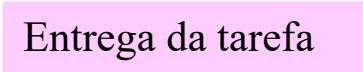
Um retângulo de cor rosa claro com o texto "Construção da situação-problema" no centro.

Essa tarefa, emergiu de uma conversa em sala com os estudantes. Foi perguntado aos estudantes quais as redes sociais eles mais utilizavam, levando em consideração que todos os estudantes da sala possuem celular e possuem redes sociais. O resultado falado pelos estudantes foi: *Instagram, WhatsApp, Youtube, Tik Tok e Twitter*. Os estudantes levantaram a questão que algumas marcas de celulares possuem o relatório semanal do uso dessas redes sociais e outras trazem o uso diário, dessa forma foi construído junto com os estudantes a situação que eles iriam trabalhar.



2º Passo

Um retângulo arredondado de cor rosa claro com o texto "2º Passo" no centro. Abaixo dele, uma seta rosa apontando para baixo.



Entrega da tarefa

Um retângulo de cor rosa claro com o texto "Entrega da tarefa" no centro.

A partir da situação descrita acima, entregar para cada grupo a Tarefa 3 (redes sociais), em que deveriam elaborar um problema e resolverem em casa, baseado na situação levantada, como uma atividade extraclasse. A leitura pode ser feita tanto pela professora para a sala toda, quanto cada grupo realizar a leitura.

Durante o período de três semanas, os estudantes poderão fazer perguntas, trocar ideias com a professora, trocar ideia com outros grupos para auxiliar na resolução.

## UMA POSSÍVEL RESOLUÇÃO

Obs.: Por se tratar de uma tarefa aberta, onde cada grupo terá que escrever um problema e depois resolvê-lo, abaixo estará apenas uma possível solução de acordo com o problema específico levantado.

**PROBLEMA:** De acordo com a pesquisa feita pelo celular da aluna Maria, encontramos as médias de uso das redes sociais: Instagram, Whatsapp, Youtube e Tik Tok. De acordo com essa pesquisa, qual a média quinzenal de uso de Maria?

TABELA 1 – Média da primeira semana – 23/05 à 30/05 (registro tabular)

Redes Sociais	Tempo
Instagram	10 horas e 20 minutos
Whatsapp	10 horas e 12 minutos
Youtube	1 hora e 23 minutos
Tik Tok	29 minutos

TABELA 2 – Média da segunda semana – 30/05 à 05/06 (registro tabular)

Redes Sociais	Tempo
Instagram	22 horas e 42 minutos
Whatsapp	13 horas e 49 minutos
Youtube	44 minutos
Tik Tok	4 horas e 23 minutos

TABELA 1 – Organizada em minutos (registro tabular)

Redes Sociais	Tempo
Instagram	1160 minutos
Whatsapp	972 minutos
Youtube	85 minutos
Tik Tok	29 minutos

TABELA 2 – Organizada em minutos (registro tabular)

Redes Sociais	Tempo
Instagram	1362 minutos
Whatsapp	829 minutos
Youtube	44 minutos
Tik Tok	263 minutos

1ª MATRIZ – Média da primeira semana – minutos (registro tabular)

$$A = \begin{pmatrix} 1160 \\ 972 \\ 85 \\ 29 \end{pmatrix}$$

2ª MATRIZ – Média da segunda semana – minutos (registro tabular)

$$B = \begin{pmatrix} 1362 \\ 829 \\ 44 \\ 263 \end{pmatrix}$$

SOMA DAS MATRIZES (registro matricial)

$$A + B = \begin{pmatrix} 1160 + 1362 \\ 972 + 829 \\ 85 + 44 \\ 29 + 263 \end{pmatrix}$$

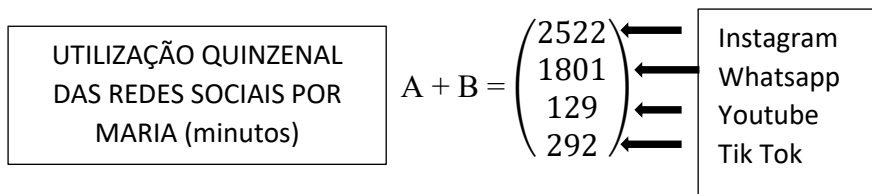
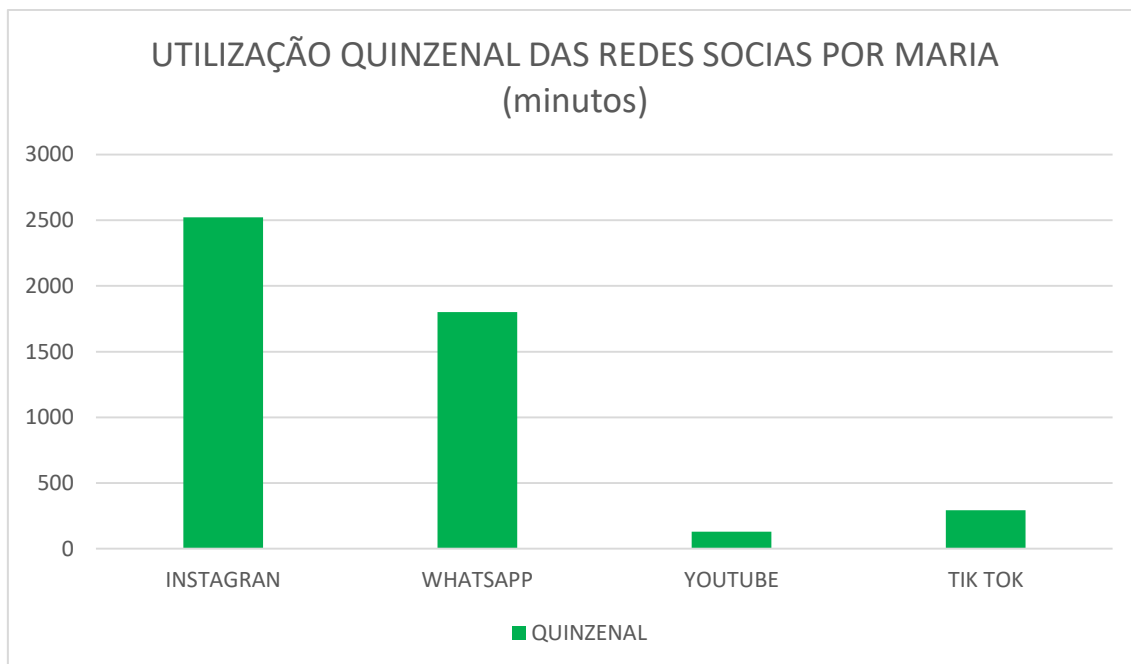


GRÁFICO (registro gráfico)



REGISTRO EM LÍNGUA NATURAL= poderá ocorrer para responder à questão do problema, no meio do desenvolvimento do problema para explicar algum valor, comparar os valores ou até mesmo questionar algum valor encontrado.

É MUITO IMPORTANTE QUE DURANTE O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA O PROFESSOR ESTIMULE OS ALUNOS A PRODUZIREM DIFERENTES REGISTROS, POR MEIO DE PERGUNTAS, QUESTIONAMENTOS, OBSERVAÇÕES.

## ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA 4 – MARCAS DE LEITE

### TAREFA 4



Em um determinado supermercado, na prateleira há 3 marcas de leite diferentes, cuja capacidade é de 1 litro cada. Uma consumidora foi ao supermercado e anotou as diferenças entre as marcas referentes ao preço, quantidade de sódio e cálcio, respectivamente. As informações coletadas foram: marca 1: R\$2,79, 685 mg e 1050 mg; marca 2: R\$3,39, 650 mg e 1025 mg; marca 3: R\$3,34, 640 mg e 1090 mg. Com base nessas informações, obtenha o preço, o sódio e o cálcio de 5 caixas de cada marca.

O roteiro a seguir é destinado à implementação da Tarefa 4 (marcas de leite), em que elaboramos alguns passos, questionamentos, orientações para que o professor conduza o desenvolvimento da tarefa na abordagem didática do Ensino por Investigação, instigando o estudante na produção de diferentes registros semióticos.

Duração: 3 aulas de 50 minutos cada

Público: 1º ano do Novo Ensino Médio.

Objeto matemático: multiplicação de um número real por uma matriz

Organização dos estudantes: em grupos.

1º Passo

Entrega da tarefa

Entregar uma folha com a tarefa para cada grupo. Nessa tarefa tanto a professora pode realizar a leitura para a sala toda, ou cada grupo pode ler individualmente. Orientar aos grupos para resolverem da forma que acharem melhor, utilizando os processos, as contas que quiserem.

2º Passo

Resolução da tarefa

Verificar como os grupos estão resolvendo a tarefa. Nessa tarefa, os estudantes provavelmente utilizarão matrizes pois estão na Tarefa 4 e as tarefas anteriores eram referentes a matrizes. Mas, poderá haver algum grupo que resolverá por outro meio, sendo assim é importante direcionar o tipo de pergunta para cada situação:

1- Grupo resolvendo por matrizes: incentivar que continuem dessa maneira e lembrar de fazerem diferentes registros.

2- Grupo resolvendo por outro meio (ex.: operações numéricas): nesse caso direcionar o grupo com perguntas que os levem a pensarem de uma forma diferente de organizar as informações para resolver:

- Vocês conseguem resolver de outra maneira?
- Os dados da tarefa podem ser organizados de que maneira, para melhor visualização?
- Vocês conseguem fazer alguma relação com o conteúdo que estudamos com essa tarefa?

Após esses questionamentos, espera-se que o grupo perceba que a tarefa pode ser resolvida por meio de matrizes.



### 3º Passo



## Adição de matrizes ou multiplicação de um número real por uma matriz

Verificar como o grupo resolveu a tarefa por meio de matrizes, podem resolver de duas maneiras:

- 1- Adição de matrizes;
- 2- Multiplicação de um número real por uma matriz.

O grupo que utilizar a adição de matrizes, provavelmente realizará de forma correta, pois as Tarefas 1 e 2, são referentes a essa operação e os estudantes aprenderam a operar corretamente.

O grupo que utilizar a multiplicação de um número real por uma matriz, poderá realizar corretamente ou não, pois ainda não aprenderam essa operação, apesar de ser simples, nesse caso fazer perguntas direcionadas a cada situação:

1- O grupo operou corretamente: incentivar pela operação realizada e incentivar a fazerem diferentes registros;

2- O grupo operou de maneira incorreta, direcionar os grupos por meio de questionamentos:

- Como vocês resolveram essa multiplicação?
- Com essa operação vocês responderam à questão da tarefa? Faz sentido esse resultado?
- Se na adição vocês somaram o elemento correspondente nas duas matrizes, na multiplicação de um número real por uma matriz, como devem fazer? Seguindo esse mesmo raciocínio?

Espera-se que o grupo consiga fazer a relação de número real por cada elemento da matriz.

4º Passo

Resultado

Verificar se o resultado está correto ou não.

1- O grupo conseguiu chegar ao resultado correto. Nesse caso, provavelmente, o grupo que operou corretamente as matrizes, tanto na adição como na multiplicação de um número real pela matriz, também chegará ao resultado correto. Dessa forma, lembra-los de fazer diferentes registros.

2- O grupo não chegou ao resultado correto. Nesse caso, provavelmente foi a operação de um número real por uma matriz, para esse caso, o professor pode levantar alguns questionamentos como:

- O resultado que vocês encontraram corresponde a questão da tarefa?
- Leiam a questão da tarefa e vejam se faz sentido o resultado encontrado.
- Tentem operar novamente, o número de vezes que será repetido pela quantidade de cada elemento da matriz.

Espera-se que os estudantes, façam novamente a operação prestando atenção na multiplicação de cada elemento para conseguirem chegar ao resultado esperado.

## UMA POSSÍVEL RESOLUÇÃO

TABELA 1 (registro tabular)

	PREÇO	SÓDIO	CÁLCIO
MARCA 1	R\$ 2,79	685 mg	1050 mg
MARCA 2	R\$ 3,39	650 mg	1025 mg
MARCA 3	R\$ 3,34	640 mg	1090 mg

MATRIZ (registro matricial)

$$\begin{pmatrix} 2,79 & 685 & 1050 \\ 3,39 & 650 & 1025 \\ 3,34 & 640 & 1090 \end{pmatrix}$$

ADIÇÃO DE MATRIZES (registro matricial)

$$\begin{pmatrix} 2,79 & 685 & 1050 \\ 3,39 & 650 & 1025 \\ 3,34 & 640 & 1090 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2,79 & 685 & 1050 \\ 3,39 & 650 & 1025 \\ 3,34 & 640 & 1090 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2,79 & 685 & 1050 \\ 3,39 & 650 & 1025 \\ 3,34 & 640 & 1090 \end{pmatrix}$$

+

$$\begin{pmatrix} 2,79 & 685 & 1050 \\ 3,39 & 650 & 1025 \\ 3,34 & 640 & 1090 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2,79 & 685 & 1050 \\ 3,39 & 650 & 1025 \\ 3,34 & 640 & 1090 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13,95 & 3425 & 5250 \\ 16,95 & 3250 & 5125 \\ 16,5 & 3200 & 5450 \end{pmatrix}$$

QUANTIDADE DE 5 CAIXAS  
DE CADA MARCA

PREÇO SÓDIO CÁLCIO  
R\$ mg mg

MULTIPLICAÇÃO DE UM NÚMERO REAL POR UMA MATRIZ (registro matricial)

$$5 \times \begin{pmatrix} 2,79 & 685 & 1050 \\ 3,39 & 650 & 1025 \\ 3,34 & 640 & 1090 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \times 2,79 & 5 \times 685 & 5 \times 1050 \\ 5 \times 3,39 & 5 \times 650 & 5 \times 1025 \\ 5 \times 3,34 & 5 \times 640 & 5 \times 1090 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13,95 & 3425 & 5250 \\ 16,95 & 3250 & 5125 \\ 16,5 & 3200 & 5450 \end{pmatrix}$$

QUANTIDADE DE 5 CAIXAS  
DE CADA MARCA

PREÇO SÓDIO CÁLCIO  
R\$ mg mg

REGISTRO EM LÍNGUA NATURAL= poderá ocorrer para responder à questão do problema, no meio do desenvolvimento do problema para explicar algum valor, comparar os valores ou até mesmo questionar algum valor encontrado.

É MUITO IMPORTANTE QUE DURANTE O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA O PROFESSOR ESTIMULE OS ALUNOS A PRODUZIREM DIFERENTES REGISTROS, POR MEIO DE PERGUNTAS, QUESTIONAMENTOS, OBSERVAÇÕES.

## ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA 5 – CONFECÇÃO DE MOCHILAS

### TAREFA 5



Uma fábrica de mochilas utiliza três tamanhos de zíperes: pequeno, médio e grande; na confecção de dois modelos de mochilas: modelo X e modelo Y. Na fabricação do modelo X são utilizados 4 zíperes pequenos, 2 médios e 1 grande; e na fabricação do modelo Y são utilizados 2 zíperes pequenos, 3 médios e 2 grandes. Essa fábrica recebeu a seguinte encomenda de mochilas para o último trimestre do ano: modelo X, 50 para outubro, 100 para novembro e 200 para dezembro; modelo Y, 50 para outubro, 150 para novembro e 100 para dezembro. Com base nessas informações, qual a quantidade de cada tamanho de zíperes necessários para a confecção das mochilas em cada mês?

O roteiro a seguir é destinado à implementação da Tarefa 5 (confecção de mochilas), em que elaboramos alguns passos, questionamentos, orientações para que o professor conduza o desenvolvimento da tarefa na abordagem didática do Ensino por Investigação, instigando o estudante na produção de diferentes registros semióticos.

Duração: 4 aulas de 50 minutos cada

Público: 1º ano do Novo Ensino Médio.

Objeto matemático: multiplicação de matrizes

Organização dos estudantes: em grupos.

## 1º Passo

### Entrega da tarefa

Entregar uma folha com a tarefa para cada grupo. Nessa tarefa tanto a professora pode realizar a leitura para a sala toda, ou cada grupo pode ler individualmente. Orientar aos grupos para resolverem da forma que acharem melhor, utilizando os processos, as contas que quiserem.

## 2º Passo

### Resolução da tarefa

Verificar como os grupos estão resolvendo a tarefa. Nessa tarefa em específico, o objeto matemático é multiplicação de matrizes e pelo motivo dos estudantes não terem aprendido ainda esse processo, as perguntas serão específicas para cada tipo de resolução realizada durante essa resolução.

1- Resolução por meio de adição de matrizes e realizaram a adição corretamente (não compreenderam que o objeto matemático da tarefa é multiplicação de matrizes):

- Vocês conseguem responder à questão da tarefa utilizando a adição?
- Faz sentido o resultado que encontraram?
- As duas matrizes representam as mesmas coisas?
- Além da adição e subtração, qual outra operação conhecemos?
- Podemos utilizar outra operação, o que vocês acham?

2- Resolução por meio de adição de matrizes e realizaram a adição errada (não compreenderam que era multiplicação):

- Me expliquem como realizaram essa adição.

- Vocês já realizaram essa operação nas Tarefas 1 e 2, como fizeram?
- Vocês conseguem responder à questão da tarefa utilizando a adição?  
Pensem!
- Faz sentido o resultado que encontraram?
- As duas matrizes representam as mesmas coisas?
- Além da adição e subtração, qual outra operação conhecemos?
- Podemos utilizar outra operação, o que vocês acham?

3- Realização por outro meio (ex.: registros numéricos):

- Vocês conseguem resolver de outra maneira?
- Os dados da tarefa podem ser organizados de que maneira, para melhor visualização?
- Vocês conseguem fazer alguma relação com o conteúdo que estudamos com essa tarefa?

Após os questionamentos para cada situação, espera-se que os grupos tenham compreendido que a tarefa seria resolvida não pela adição, mas sim, pela multiplicação de matrizes.

3º Passo

The diagram consists of a pink rounded rectangular box containing the text '3º Passo'. A dark purple arrow points downwards from the bottom center of this box to a larger pink rectangular box below it.

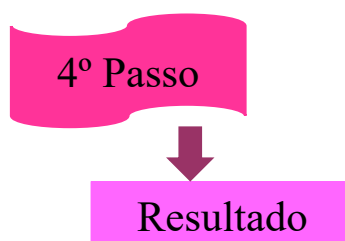
Operação da Multiplicação de matrizes

Orientar os estudantes quanto a condição para realizar a multiplicação de matrizes, pois até o momento eles não aprenderam essa condição e não é algo simples de se concluir, realizando algumas perguntas para os grupos:

- Como montaram as ordens das matrizes?
- Vocês conseguem montar com outras ordens?
- Vocês podem conservar a ordem da primeira matriz e inverter a ordem da segunda. Conseguem?

Na sequência, após entenderem e a professora explicar que para ocorrer a multiplicação de matrizes é necessário que ocorra essa condição: número de colunas da primeira matriz seja igual ao número de linhas da segunda matriz, e o resultado da multiplicação entre essas duas matrizes será a quantidade de linhas da primeira matriz e a quantidade de colunas da segunda matriz, questionar agora como desenvolver essa multiplicação:

- Vocês conseguem realizar a multiplicação? Por que mudamos a ordem da segunda matriz? Qual relação existente?
- Por que o número de colunas da primeira matriz deve ser o mesmo do número de linhas da segunda matriz? Observem as matrizes, analisem.
- Vocês conseguem multiplicar os elementos correspondentes da primeira linha com os elementos da segunda coluna? São a mesma quantidade, perceberam?
- Depois que multiplicarem esses elementos é só somá-los, obterão um valor. Conseguem compreender?
- Vocês conseguem fazer a relação com a quantidade de elementos do resultado com o número de linhas da primeira matriz e o número de colunas da segunda matriz?



Verificar se o resultado está correto ou não.

1- O grupo conseguiu chegar ao resultado correto. Nesse caso, provavelmente, o grupo que operou corretamente as matrizes, também chegará ao resultado correto. Dessa forma, lembra-los de fazer diferentes registros.

2- O grupo não chegou ao resultado correto. Nesse caso, o professor pode levantar alguns questionamentos como:

- O resultado que vocês encontraram corresponde a questão da tarefa?
- Leiam a questão da tarefa e vejam se faz sentido o resultado encontrado.

- Vocês conseguem fazer a relação com a quantidade de elementos do resultado com o número de linhas da primeira matriz e o número de colunas da segunda matriz?

- Percebam que o número de elementos da primeira linha da primeira matriz é a mesma quantidade de elementos da primeira coluna da segunda matriz. Qual relação existente esses elementos? Se é a mesma quantidade de elementos, como podem operar com esses elementos? A junção desses elementos formará apenas um número resultante. Como chegamos nesse número?

Espera-se que os estudantes, façam novamente as operações prestando atenção nos elementos correspondentes para conseguirem chegar ao resultado esperado.

### Importante

Nessa tarefa é importante que o professor esteja atento nas dificuldades apresentadas pelos grupos, levando em consideração que não aprenderam a realizar a operação de multiplicação de matrizes. Caso haja necessidade, o professor pode dirigir-se ao quadro e explicar por exemplo como realizar essa multiplicação, ou ainda, explicar a condição existente para que ocorra a multiplicação entre matrizes, sempre questionando os estudantes sobre o processo: Faz sentido? Entendem a relação existente?

É claro, primeiramente o professor vai incentivar por meio dos questionamentos, sugestões, trocas de experiências que os grupos cheguem a essas conclusões, mas, se mesmo diante disso não conseguirem, o professor poderá ajudar dessa maneira.

Uma outra situação, seria pedir a um estudante que entendeu o processo, ir ao quadro e explicar com a ajuda do professor. Dessa forma a construção ocorrerá da interação entre toda a sala de aula.



## UMA POSSÍVEL RESOLUÇÃO

1ª TABELA: QUANTIDADE DE ZÍPERES PARA CADA MODELO DE MOCHILA  
(registro tabular)

TAMANHO	MODELO X	MODELO Y
PEQUENO	4	2
MÉDIO	2	3
GRANDE	1	2

2ª TABELA: ENCOMENDA DE MOCHILAS PARA O TRIMESTRE (registro tabular)

TRIMESTRE	OUTUBRO	NOVEMBRO	DEZEMBRO
MODELO X	50	100	200
MODELO Y	50	150	100

1ª MATRIZ (registro matricial)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

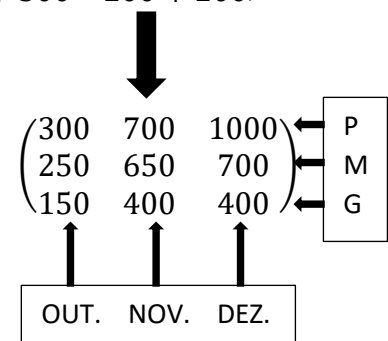
2ª MATRIZ (registro matricial)

$$B = \begin{pmatrix} 50 & 100 & 200 \\ 50 & 150 & 100 \end{pmatrix}$$

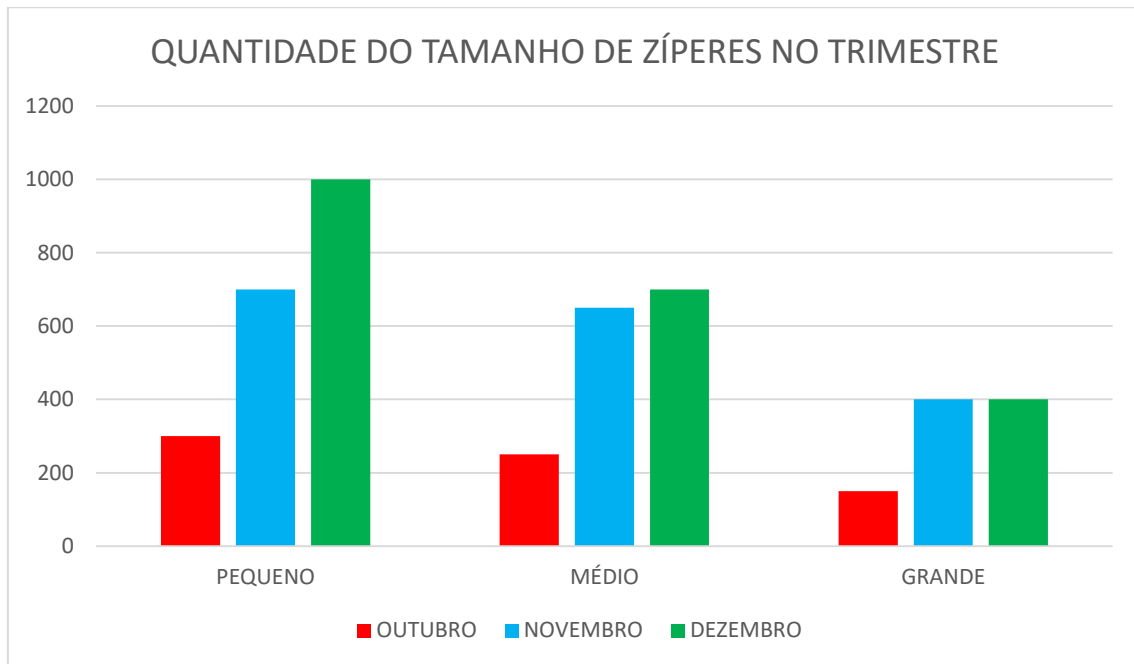
MULTIPLICAÇÃO DAS MATRIZES A x B - tamanho x meses (registro matricial)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \times B = \begin{pmatrix} 50 & 100 & 200 \\ 50 & 150 & 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 200 + 100 & 400 + 300 & 800 + 200 \\ 100 + 150 & 200 + 450 & 400 + 300 \\ 50 + 100 & 100 + 300 & 200 + 200 \end{pmatrix} =$$

QUANTIDADE DE TAMANHO DE ZÍPERES  
NECESSÁRIOS PARA A CONFECÇÃO DAS  
MOCHILAS EM CADA MÊS.



## GRÁFICO (registro gráfico)



REGISTRO EM LÍNGUA NATURAL= poderá ocorrer para responder à questão do problema, no meio do desenvolvimento do problema para explicar algum valor, comparar os valores ou até mesmo questionar algum valor encontrado.

É MUITO IMPORTANTE QUE DURANTE O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA O PROFESSOR ESTIMULE OS ALUNOS A PRODUZIREM DIFERENTES REGISTROS, POR MEIO DE PERGUNTAS, QUESTIONAMENTOS, OBSERVAÇÕES.

## ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA 6 – PEDÁGIO

### TAREFA 6

A concessionária Econorte administra três praças de pedágios na região norte do Estado do Paraná: 1-Jacarezinho (BR-369); 2-Jataizinho (BR-369); 3-Sertaneja (PR-323). Cada praça de pedágio possui uma tarifa de cobrança referente ao tipo de automóvel que passa por ela: moto, carro, ônibus e caminhão, observe a tabela abaixo:

**Tarifas pedágio Econorte**

Categoria	Jacarezinho	Jataizinho	Sertaneja
Automóvel / Caminhonete/furgão	R\$24,40	R\$26,40	R\$22,70
Caminhão leve/ Caminhão trator	R\$ 43	R\$43	R\$43
Ônibus (2 eixos)	R\$ 48,80	R\$ 52,80	R\$ 45,40
Veículo com semi-reboque	R\$ 36,60	R\$ 39,60	R\$ 34,10
Caminhão com 3 eixos	R\$ 64,50	R\$ 64,50	R\$ 64,50
Ônibus (3 eixos)	R\$ 73,20	R\$ 79,20	R\$ 68,10
Motocicleta	R\$ 12,20	R\$ 13,20	R\$ 11,40

Fonte: Triunfo Econorte

Fonte: <https://g1.globo.com/pr/norte-noroeste/noticia/2020/12/17/concessionaria-econorte-reajusta-tarifas-de-pedagio-veja-os-valores.ghtml>

Supondo que em um domingo, passe em média por cada uma das praças de pedágio a mesma quantidade de automóveis (considerando que cada ônibus possui 2 eixos e que cada caminhão seja leve), ou seja, 300 motos; 900 carros; 150 caminhões e 200 ônibus, qual é o faturamento diário em média de cada praça de pedágio? Qual outro registro você pode utilizar para representar os resultados encontrados? Agora, faça uma análise da situação desenvolvida, o que você concluiu com os valores encontrados?

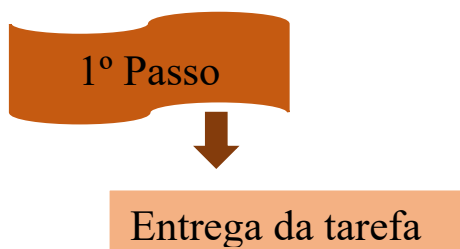
O roteiro a seguir é destinado à implementação da Tarefa 6 (pedágio), em que elaboramos alguns passos, questionamentos, orientações para que o professor conduza o desenvolvimento da tarefa na abordagem didática do Ensino por Investigação, instigando o estudante na produção de diferentes registros semióticos.

Duração: 4 aulas de 50 minutos cada

Público: 1º ano do Novo Ensino Médio.

Objeto matemático: multiplicação de matrizes

Organização dos estudantes: divisão em grupos.



Entregar uma folha com a tarefa para cada grupo. Nessa tarefa tanto a professora pode realizar a leitura para a sala toda, ou cada grupo pode ler individualmente. Orientar aos grupos para resolverem da forma que acharem melhor, utilizando os processos, as contas que acharem convenientes.



Verificar como os grupos estão resolvendo a tarefa. Nessa tarefa, o objeto matemático é multiplicação de matrizes, estima-se que os grupos já compreenderam como realizar a multiplicação de matrizes, mas, é necessário observar como cada grupo entendeu a tarefa e qual processo utilizar. Dessa forma, as perguntas serão específicas para cada tipo de resolução realizada durante essa resolução.

1- Resolução por meio de adição de matrizes e realizaram a adição corretamente (não compreenderam que é multiplicação):

- Vocês conseguem responder à questão da tarefa utilizando a adição?
- Faz sentido o resultado que encontraram?
- As duas matrizes representam as mesmas coisas?
- Além da adição e subtração, qual outra operação conhecemos?
- Podemos utilizar outra operação, o que vocês acham?

2- Resolução por meio de adição de matrizes e realizaram a adição errada (não compreenderam que era multiplicação):

- Me expliquem como realizaram essa adição.
- Vocês já realizaram essa operação nas tarefas 1 e 2, como fizeram?
- Vocês conseguem responder à questão da tarefa utilizando a adição?
- Faz sentido o resultado que encontraram?
- As duas matrizes representam as mesmas coisas?
- Além da adição e subtração, qual outra operação conhecemos?
- Podemos utilizar outra operação, o que vocês acham?

3- Realização por outro meio (ex.: registros numéricos):

- Vocês conseguem resolver de outra maneira?
- Os dados da tarefa podem ser organizados de que maneira, para melhor visualização?
- Vocês conseguem fazer alguma relação com o conteúdo que estudamos com essa tarefa?

4- Resolução por meio da multiplicação de matrizes: incentivar que continuem, pois estão no caminho certo.

Após os questionamentos para cada situação, espera-se que os grupos tenham compreendido que a tarefa seria resolvida não pela adição, mas sim, pela multiplicação de matrizes.

### 3º Passo



## Operação de multiplicação de matrizes

Orientar os estudantes quanto a condição para realizar a multiplicação de matrizes, nessa tarefa eles já aprenderam essa condição, mas é importante lembrar realizando algumas perguntas para os grupos:

- Como montaram as ordens das matrizes?
- Vocês conseguem montar com outras ordens?
- Vocês podem conservar a ordem da primeira matriz e inverter a ordem da segunda. Conseguem?
- Lembram da condição para realizar a multiplicação de matrizes da Tarefa 5?

Na sequência, após lembrarem da condição, espera-se que desenvolvam corretamente a multiplicação entre matrizes, pois já aprenderam na tarefa anterior, para os grupos que não aprenderam corretamente ou ainda possuem dúvidas, levantar alguns questionamentos:

- Como realizaram a multiplicação da tarefa anterior? Conseguem começar?
- Por que o número de colunas da primeira matriz deve ser o mesmo do número de linhas da segunda matriz? Observem as matrizes, analisem.
- Vocês conseguem multiplicar os elementos correspondentes da primeira linha com os elementos da segunda coluna? São a mesma quantidade, perceberam?
- Depois que multiplicarem esses elementos é só somá-los, obterão um valor. Conseguem compreender?
- Vocês conseguem fazer a relação com a quantidade de elementos do resultado com o número de linhas da primeira matriz e o número de colunas da segunda matriz?

Espera-se com esses questionamentos que os grupos consigam desenvolver o processo da multiplicação de matrizes.



Verificar se o resultado está correto ou não.

1- O grupo conseguiu chegar ao resultado correto. Nesse caso, provavelmente, o grupo que operou corretamente as matrizes, também chegará ao resultado correto. Dessa forma, lembra-los de fazer diferentes registros.

2- O grupo não chegou ao resultado correto. Nesse caso, o professor pode levantar alguns questionamentos como:

- O resultado que vocês encontraram corresponde a questão da tarefa?
- Leiam a questão da tarefa e vejam se faz sentido o resultado encontrado.
- Vocês conseguem fazer a relação com a quantidade de elementos do resultado com o número de linhas da primeira matriz e o número de colunas da segunda matriz?
- Percebam que o número de elementos da primeira linha da primeira matriz é a mesma quantidade de elementos da primeira coluna da segunda matriz. Qual relação existente esses elementos? Se é a mesma quantidade de elementos, como podem operar com esses elementos? A junção desses elementos formará apenas um número resultante. Como chegamos nesse número?

Espera-se que os estudantes, façam novamente as operações prestando atenção nos elementos correspondentes para conseguirem chegar ao resultado esperado.

## UMA POSSÍVEL RESOLUÇÃO

1ª TABELA (registro tabular)

PRAÇA DE PEDÁGIO	MOTOS	CARROS	CAMINHÃO	ÔNIBUS
JACAREZINHO	12,20	24,40	43,00	48,80
JATAIZINHO	13,20	26,40	43,00	52,80
SERTANEJA	11,40	22,70	43,00	45,40

2ª TABELA (registro tabular)

	QUANTIDADE
MOTO	300
CARRO	900
CAMINHÃO	150
ÔNIBUS	200

1ª MATRIZ (registro matricial)

$$A = \begin{pmatrix} 12,20 & 24,40 & 43 & 48,80 \\ 13,20 & 26,40 & 43 & 52,80 \\ 11,40 & 22,70 & 43 & 45,80 \end{pmatrix}$$

2ª MATRIZ (registro matricial)

$$B = \begin{pmatrix} 300 \\ 900 \\ 150 \\ 200 \end{pmatrix}$$



### MULTIPLICAÇÃO DAS MATRIZES (registro matricial)

$$A = \begin{pmatrix} 12,20 & 24,40 & 43 & 48,80 \\ 13,20 & 26,40 & 43 & 52,80 \\ 11,40 & 22,70 & 43 & 45,80 \end{pmatrix} \times B = \begin{pmatrix} 300 \\ 900 \\ 150 \\ 200 \end{pmatrix}$$

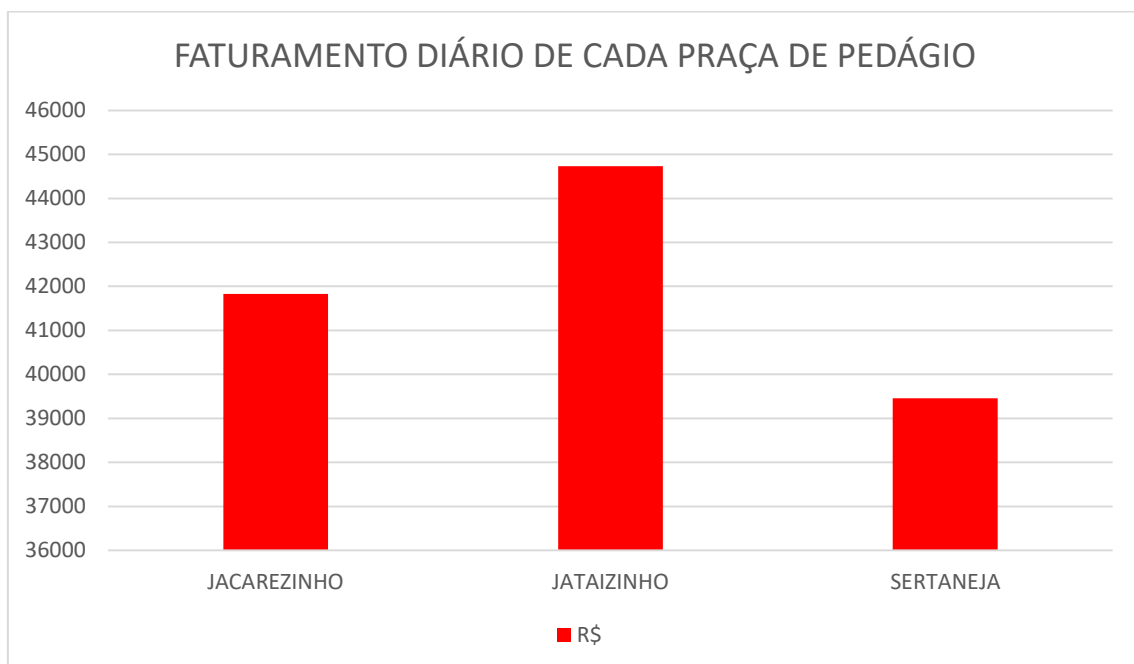
$$\begin{pmatrix} (12,20 \times 300 + 24,40 \times 900 + 43 \times 150 + 48,80 \times 200) \\ (13,20 \times 300 + 26,40 \times 900 + 43 \times 150 + 52,80 \times 200) \\ (11,40 \times 300 + 22,70 \times 900 + 43 \times 150 + 45,80 \times 200) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3660 + 21960 + 6450 + 9760 \\ 3960 + 23760 + 6450 + 10560 \\ 3420 + 20430 + 6450 + 9160 \end{pmatrix}$$

JACAREZINHO	→	(41830,00)
JATAIZINHO	→	(44730,00)
SERTANEJA	→	(39460,00)

FATURAMENTO DIÁRIO EM  
MÉDIA DE CADA PRAÇA DE  
PEDÁGIO (R\$)

### GRÁFICO (registro gráfico)



REGISTRO EM LÍNGUA NATURAL= poderá ocorrer para responder à questão do problema, no meio do desenvolvimento do problema para explicar algum valor, comparar os valores ou até mesmo questionar algum valor encontrado.

É MUITO IMPORTANTE QUE DURANTE O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA O PROFESSOR ESTIMULE OS ALUNOS A PRODUZIREM DIFERENTES REGISTROS, POR MEIO DE PERGUNTAS, QUESTIONAMENTOS, OBSERVAÇÕES.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Caro(a) professor(a), esperamos que tenha compreendido o potencial que tarefas como as apresentadas neste material têm, em especial ao serem propostas por meio de uma abordagem investigativa, a do Ensino por Investigação. No entanto, para que você tenha uma visão mais realista de como se deu o desenvolvimento das aulas com três das tarefas aqui apresentadas, convidamos você a conhecer a dissertação: Ensino por Investigação para a Aprendizagem de Operações com Matrizes à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Ela pode ser acessada no repositório institucional da UTFPR (RIUT), no link: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119>.

Tendo em vista os resultados da pesquisa, temos expectativa de poder contribuir para o aprimoramento da prática profissional de professores interessados em oportunizar aos estudantes maior protagonismo em sua aprendizagem.

Buscamos contribuir com o ensino e a aprendizagem de operações com matrizes na perspectiva do Ensino por Investigação a partir de um material didático e simples, permitindo ao professor que tiver contato pela primeira vez com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e o Ensino por Investigação a compreensão para que possa colocá-lo em prática, na expectativa de incentivar o trabalho de forma diferente da tradicional, explorando em nossos estudantes o que eles mais possuem: capacidade, vontade e disposição para aprender, basta o professor conduzir da maneira adequada.

Por fim, nos colocamos à disposição para dialogar a respeito das temáticas abordadas. Seria um prazer ter um retorno a respeito de sua percepção a respeito deste Produto Educacional. Estes são nossos contatos, fique a vontade para nos escrever: [joabus@gmail.com](mailto:joabus@gmail.com), [adrianaborssoi@utfpr.edu.br](mailto:adrianaborssoi@utfpr.edu.br).

## REFERÊNCIAS

AZEVEDO, M. C. P. S. **Ensino por investigação: problematizando as atividades em sala de aula.** In AZEVEDO, M. P. C. S. (org.) Ensino de ciências: unindo a pesquisa e a prática. São Paulo: Thomson. 2006.

BAPTISTA, M.L.M. **Concepções e implementação de actividades de investigação: um estudo com professores de física e química do ensino básico.** Tese de Doutorado, Universidade de Lisboa, 2010.

CARVALHO, A.M.P. Fundamentos Teóricos e Metodológicos do Ensino por Investigação. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação e Ciências**, 765-794. Dezembro, 2018.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.** Campinas: Sp. Editora Papirus, 2003.

DUVAL, R. **Registro de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.** Tradução: Mércles Tadeu Moretti. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. E ISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

JUNIOR, J. E. L. A teoria das representações semióticas de Raymond Duval relacionada ao conceito de ângulos através da lousa digital interativa. **Revista Latino-Americana de Estudos Científicos.** Disponível em: <http://www.periodicos.ufes.br/ipa> Acesso em: 23 dez de 2022.

PONTE, J.P. **Gestão Curricular em Matemática.** In GTI (Ed). O professor e o desenvolvimento curricular (p. 11-34). Lisboa: APM, 2005.

SASSERON, L. H. **O Ensino Por Investigação: pressupostos e práticas.** s/d. Disponível em [https://midia.atp.usp.br/plc/plc0704/impresos/plc0704\\_12.pdf](https://midia.atp.usp.br/plc/plc0704/impresos/plc0704_12.pdf) Acesso em 31/08/2022.

SASSERON, L.H. Alfabetização científica, ensino por investigação e argumentação: relações entre ciências da natureza e escola. **Revista Ensaio**, v.17, p.49-67, novembro de 2015.

VERTUAN, R. E. **Um olhar sobre a modelagem Matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica.** 2007. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina, Ensino de Ciências e Educação Matemática, Londrina, 2007.

XAVIER, R.A. **O ensino por investigação, favorecendo o desenvolvimento de atitudes e procedimentos: uma proposta didática aplicada em sala de aula.** Dissertação - Mestrado Profissional em Ensino de Ciências, Brasília, 2016.

## **SOBRE AS AUTORAS**

### **Josiane Aparecida Busquim Mota**



A pesquisadora é formada em Licenciatura em Ciências com Habilitação em Matemática pela antiga FAFICOP – atual UENP – Cornélio Procópio. Atualmente é mestranda no Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT), da Universidade Federal Tecnológica do Paraná, campi Cornélio Procópio e Londrina. Participante do GEPMIT – Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias. Profissionalmente atua como professora concursada do Estado do Paraná desde 2005, trabalhando tanto com o Ensino Fundamental II quanto o Novo Ensino Médio o componente curricular de matemática.

<http://lattes.cnpq.br/8758758250139426>

<https://orcid.org/0000-0003-2795-6566>

### **Adriana Helena Borssoi**



A pesquisadora é licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE) e possui mestrado e doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). É docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) desde 2006 e atualmente atua como coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) campi Cornélio Procópio e Londrina. Nessa mesma instituição é uma das pesquisadoras responsáveis pelo Grupo de Estudo em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias (GEPMIT). Participa do Grupo de Estudo e Pesquisa em Ensino e Aprendizagem de Matemática (GEPEAM), nas linhas de

pesquisa: Modelagem Matemática, Investigação Matemática, Recursos Educacionais e Tecnologias no Ensino de Matemática. É membro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática e participa, desde 2003, do GT10 da SBEM: Modelagem Matemática, sendo coordenadora adjunta no período de 2021 à 2024.

<http://lattes.cnpq.br/1393224739848502>

<https://orcid.org/0000-0002-1725-6307>