

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

DIEGO PEREIRA DOS SANTOS

**REVISITANDO A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA À LUZ DA TEORIA
DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE VERGNAUD**

MEDIANEIRA

2023

DIEGO PEREIRA DOS SANTOS

**REVISITANDO A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA À LUZ DA TEORIA
DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE VERGNAUD**

**Revisiting the Theory of Special Relativity in light of Vergnaud's Theory of
Conceptual Fields**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Prof. Dr. Reginaldo Aparecido Zara.

MEDIANEIRA

2023



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



DIEGO PEREIRA DOS SANTOS

**REVISITANDO A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS
CONCEITUAIS DE VERGNAUD**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Física da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Física Na Educação Básica.

Data de aprovação: 24 de Fevereiro de 2023

Dr. Reginaldo Aparecido Zara, Doutorado - Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste)

Dr. Fabio Rogerio Longen, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Fernando Jose Gaiotto, Doutorado - Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 24/02/2023.

Dedico este trabalho a todos os professores e professoras da rede municipal, estadual e federal, pela dedicação e compromisso diário em oferecer uma educação pública de qualidade pautada por um projeto emancipador e libertário.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer ao apoio incondicional dado por minha família: minha mãe (Dona Sônia), meu pai (Sr. Erivaldo) e meu irmão Alê (há tempos distante). AMO vocês!

Agradecer especialmente a minha companheira, sem dúvida a melhor de minhas amigas, cúmplice das minhas derrotas e responsável diretamente por muitas das minhas grandes vitórias, minha Pequena, Profa. Dra. Marianne Manjavachi. Amorzinho, só nós sabemos da nossa caminhada. OBRIGADO por me permitir ser seu companheiro! OBRIGADO por tudo!!! Juntos somos mais fortes!

Agradecer às minhas queridas amigas, Debrinha e Anninha, pela cumplicidade de sempre. Contem comigo sempre!

Agradecer aos meus maravilhosos amigos e amigas do IFPR (Marcos Alves, Fábio Ramos, Leonir, Camila, Luiz, Lucas, Anderson e Victor) pelo pragmatismo nos incentivos para que eu pudesse continuar com meus estudos na pós-graduação.

Agradecer ao Prof. Dr. Reginaldo Aparecido Zara pela leveza na condução de suas orientações neste trabalho, pela paciência com minha desorganização caótica, assim como pela confiança em minha proposta, sempre me respeitando como profissional, permitindo meu desenvolvimento como pesquisador.

Agradecer ao Prof. Dr. Fabio Rogério Longen por sua dedicação à frente da coordenação do Mestrado Profissional, polo UTFPR, campus Medianeira.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

As considerações sobre espaço e tempo que desejo expor-vos brotaram do terreno da física experimental. Aí reside a sua força. A sua tendência é radical. Daqui em diante os conceitos de espaço e de tempo, considerados como autônomos, vão desvanecer-se como sombras e somente se reconhecerá a existência independente a uma espécie de união entre os dois (MINKOWSKI, 1983, p. 93).

RESUMO

Neste trabalho é sugerido um conjunto de atividades, por meio de um caderno de atividades, com situações possíveis de serem trabalhadas através de uma abordagem geométrica da Teoria da Relatividade restrita. O conjunto das atividades em questão foi elaborado a partir da proposição de uma matriz teórica em que o conceito de referencial relativístico é interpretado como um campo conceitual, à luz da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Através dos resultados sugeridos pela aplicação deste caderno de atividades em um ambiente educacional formal, foi possível verificar a hipótese de que a abordagem geométrica da Relatividade Restrita, com ênfase nos diagramas de Minkowski, valorizam, na construção e manipulação desses diagramas, aspectos conceituais fundamentais dessa teoria, não tratados em abordagens tradicionais. Por conseguinte, a valorização desses aspectos tende a contribuir para a construção e/ou consolidação da região relativística do Perfil Conceitual da noção de referencial, colaborando dessa forma para a superação de obstáculos epistemológicos inerentes a aprendizagem dessa teoria.

Palavras-chave: referencial; diagramas de Minkowski; perfil conceitual.

ABSTRACT

In this work, a set of activities is suggested, through an activity notebook, with possible situations to be worked through a geometric approach of the Special Theory of Relativity. The set of activities in question was elaborated from the proposition of a theoretical matrix in which the concept of relativistic referential is interpreted as a conceptual field, based in the Theory of Conceptual Fields of Gérard Vergnaud. Through the results suggested by the application of this workbook in a formal educational environment, it was possible to verify the hypothesis that the geometric approach of Special Relativity, with emphasis on Minkowski diagrams, value, in the construction and manipulation of these diagrams, fundamental conceptual aspects of this theory, not treated in traditional approaches. Therefore, the appreciation of these aspects tends to contribute to the construction and/or consolidation of the relativistic region of the Conceptual Profile of the notion of reference, collaborating in this way to overcome epistemological obstacles inherent in learning this theory.

Keywords: reference; Minkowski diagrams; conceptual profile.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Coordenadas de P com relação aos referenciais S e S' em um instante t ($t = t' > 0$), na perspectiva de S	46
Figura 2 - Coordenadas de P com relação aos referenciais S e S' em um instante t ($t = t' > 0$), na perspectiva de S'	48
Figura 3 - Coordenadas do evento pontual e_1, com relação ao referencial S, de acordo com as medidas feitas pelo observador O	52
Figura 4 - Trajetória da frente de onda de um sinal luminoso, emitido por O no instante $t = 0$.	54
Figura 5 - Observador O' (referencial S') afastando-se do observador O (referencial S), em um instante t ($t > 0$).	55
Figura 6 - Conjunto dos eventos (reta s') representando as posições ocupadas por O', na perspectiva de O, para $t \geq 0$.	56
Figura 7 - Conjunto dos eventos simultâneos a O' (reta s'') no instante $t' = 0$, na perspectiva de O, para $t \geq 0$.....	58
Figura 8 - Diagramas de Minkowski de S e S', na perspectiva do observador O	59
Figura 9 - Diagramas de Minkowski de S' e S, na perspectiva do observador O'	60
Figura 10 - Coordenadas do evento e_1, a partir de S e S'	61
Figura 11 - Conjunto de pares de eventos $\{e_i, e_f\}$ que satisfazem a condição (3.25), de acordo com o referencial S	67
Figura 12 - Conjunto de pares de eventos $\{e_i, e_f\}$ que satisfazem a condição (3.26), de acordo com o referencial S	69
Figura 13 - Conjunto de pares de eventos $\{e_i, e_f\}$ que satisfazem a condição (3.24), de acordo com o referencial S	70
Figura 14 - - Cones de Luz do evento do evento (e), de acordo com o referencial S	72
Figura 15 – Eventos $\{N_1, N_2, N_3, \dots, N_n\}$ e $\{N'_1, N'_2, N'_3, \dots, N'_n\}$ na perspectiva do referencial inicial S	76
Figura 16 - Eventos $\{M_1, M_2, M_3, \dots, M_n\}$ e $\{M'_1, M'_2, M'_3, \dots, M'_n\}$ na perspectiva do referencial inicial S'	77
Figura 17 - Eventos $\{N_0, N_1, N'_1, N_2, P\}$ na perspectiva do referencial inicial S ...	79
Figura 18 - Eventos $\{N_0, N_1, N'_1, N''_1\}$ na perspectiva do referencial inicial S	85
Figura 19 - Eventos $\{N_0, N_1, N'_1, N''_1\}$ na perspectiva do referencial inicial S	89
Figura 20 - Captura de tela de parte do caderno de atividades sugerido como produto educacional	121
Figura 21 - Respostas dadas por um(a) estudante às atividades 1 e 2	132
Figura 22 - Respostas dadas por um(a) estudante às atividades 3 e 4	134
Figura 23 - Respostas dadas por um(a) estudante a atividade 5	135
Figura 24 - Respostas dadas por um(a) estudante a atividade 6	136

Figura 25 - Respostas dadas por um(a) estudante a atividade 10	138
Figura 26 - Atividade 1	168
Figura 27 - Atividade 2	170
Figura 28 - Atividade 3	172
Figura 29 - Atividade 4	174
Figura 30 - Atividade 5	176
Figura 31 - Atividade 6	178
Figura 32 - Atividade 7	180
Figura 33 - Atividade 8	182
Figura 34 - Atividade 9	184
Figura 35 - Atividade 10	186
Figura 36 - Solução atividade 1 (a)	187
Figura 37 - Solução atividade 1 (b)	188
Figura 38 - Solução atividade 2 (a)	189
Figura 39 - Solução atividade 2 (b)	190
Figura 40 - Solução atividade 2 (c)	191
Figura 41 - Solução atividade 3 (a)	192
Figura 42 - Solução atividade 3 (b)	193
Figura 43 - Solução atividade 4 (a)	194
Figura 44 - Solução atividade 4 (b)	195
Figura 45 - Solução atividade 4 (c)	196
Figura 46 - Solução atividade 5 (a)	197
Figura 47 - Solução atividade 5 (b)	198
Figura 48 - Solução atividade 5 (c)	199
Figura 49 - Solução atividade 6	200
Figura 50 - Solução atividade 7	201
Figura 51 - Solução atividade 8	202
Figura 52 - Solução atividade 9	203
Figura 53 - Solução atividade 10 (a)	204
Figura 54 - Solução atividade 10 (b)	205
Figura 55 - Solução atividade 10 (c)	206
Fotografia 1 - Momento da exibição do filme "De volta para o Futuro" durante o primeiro encontro.....	126
Fotografia 2 - Placa com a "localização" do supermercado utilizada como situação problema.....	127

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Distribuição dos artigos quanto ao tipo de trabalho, por revista pesquisada.....	37
Gráfico 2 - Porcentagem de trabalhos práticos quanto à categoria de análise.	37
Gráfico 3 - Porcentagem de trabalhos teóricos quanto à categoria de análise.	38

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Lista dos artigos revisados	21
Quadro 2 – Resumo das principais características da Região da Mecânica Newtoniana do PCNR, segundo Ayala Filho (2010)	100
Quadro 3 - Resumo das principais características da Região da Teoria da Relatividade Restritado PCNR, segundo Ayala Filho (2010)	102
Quadro 4 - Campo conceitual do conceito de referencial relativístico	113
Quadro 5 - Temas, objetivos e conteúdos das atividades sugeridas.....	118
Quadro 6 - Resumo das aulas propostas para aplicação do produto educacional.....	124

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Justificativas	14
1.2	Sobre o tema do trabalho	17
1.3	Objetivos	17
1.3.1	Objetivo Geral.....	18
1.3.2	Objetivos Específicos	18
1.4	Estrutura do trabalho	18
2	REVISÃO DA LITERATURA	20
2.1	Metodologia	20
2.2	Sobre os artigos encontrados	21
2.3	Sobre o conteúdo dos artigos revisados	23
2.4	Sobre a análise da pesquisa	35
3	TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA E OS DIAGRAMAS DE MINKOWSKI	40
3.1	Espaço e Tempo Pré-Relativísticos	40
3.1.1	Espaço-Tempo Relativístico.....	44
3.2	Abordagem geométrica e as contribuições de Hermann Minkowski	50
3.2.1	Intervalos no Espaço-Tempo.....	63
<u>3.2.1.1</u>	<u>Os Cones de Luz e a relação entre a casualidade de eventos e a velocidade de propagação das informações</u>	<u>65</u>
3.2.2	Consequências da TRR a partir dos Diagramas de Minkowski.....	74
<u>3.2.2.1</u>	<u>Princípio da Relatividade</u>	<u>75</u>
<u>3.2.2.2</u>	<u>Dilatação Temporal</u>	<u>82</u>
<u>3.2.2.3</u>	<u>Velocidade Relativa</u>	<u>84</u>
<u>3.2.2.4</u>	<u>Transformações de Lorentz</u>	<u>88</u>
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	93
4.1	Perfil Conceitual da noção de referencial	93
4.1.1	A noção de referencial segundo a Mecânica Newtoniana	95
4.1.2	A noção de referencial segundo a Teoria da Relatividade Restrita	96
4.1.3	A região do “senso comum” e as concepções alternativas	98
4.1.4	Recomendações para uma metodologia de ensino-aprendizagem visando a TRR	103

4.2	Justificativas para uma abordagem geométrica, com ênfase nos diagramas de Minkowski	104
4.3	Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud.....	106
4.3.1	Conceito de referencial relativístico como um campo conceitual	108
<u>4.3.1.1</u>	<u>Situações referendadas pelo campo conceitual de referencial relativístico</u>	<u>109</u>
<u>4.3.1.2</u>	<u>Invariantes operatórios evocados pelo campo conceitual do referencial relativístico</u>	<u>110</u>
<u>4.3.1.3</u>	<u>Representações simbólicas manifestas a partir dos invariantes operatórios</u>	<u>112</u>
5	SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL.....	116
5.1	Sobre a estrutura do produto	116
5.2	Temas e Atividades Sugeridas.....	117
6	RELATO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL	122
6.1	Contexto	123
6.2	Cronograma de aplicação do PE (número de aulas).....	123
6.3	Descrição das aulas	125
6.3.1	Primeiro encontro: aulas 1, 2, e 3.....	125
6.3.2	Segundo encontro: aulas 4, 5, e 6.....	127
6.3.3	Terceiro encontro: aulas 7, 8 e 9.....	128
6.3.4	Quarto encontro: aulas 10, 11 e 12	129
6.3.5	Quinto encontro: aulas 13, 14, e 15.....	130
6.4	Resultados da aplicação do produto.....	131
6.4.1	Análise das atividades 1 e 2.....	131
6.4.2	Análise das atividades 3 e 4.....	133
6.4.3	Análise das atividades 5 e 6.....	134
6.4.4	Análise das atividades 7, 8, 9 e 10	136
6.4.5	Contribuições da matriz teórica como referência para a elaboração das atividades do produto educacional	138
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	140
	REFERÊNCIAS.....	143
	APÊNDICE A – PRODUTO EDUCACIONAL	148

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo pretende-se apresentar as justificativas para a proposição do trabalho em questão, apresentar o recorte do tema escolhido a fim de trabalhar a problemática apresentada pelas justificativas, os objetivos pretendidos pelo trabalho, assim como fornecemos uma visão geral da estrutura de apresentação deste trabalho, a fim de situar o leitor e orientá-lo na sua leitura.

1.1 Justificativas

Estão cada vez mais evidentes para os agentes educacionais – professores, pesquisadores e legisladores – em suas várias esferas de atuação, os sinais inequívocos de esgotamento de respostas da educação para os questionamentos impostos pelos desafios do mundo contemporâneo. Especificamente no ensino de Física, vários são os sintomas que nos possibilitam o diagnóstico dessa crise: currículo desatualizado; ensino centralizado em um discurso unilateral, pautado na narrativa do professor; carência de metodologias que privilegiem a utilização de tecnologias digitais de informação e comunicação (TDICs), além de uma completa descaracterização dos objetivos dessa disciplina nos currículos do ensino básico, com foco predominantemente voltado para preparação em exames de vestibulares ou similares (MOREIRA, 2017). Acrescenta-se a esse cenário os problemas de ordem estrutural, como a precarização das escolas públicas, assim como a preocupante desvalorização financeira da carreira docente, sobrecarregando o professor em volume de trabalho, acarretando uma má preparação de suas aulas, inviabilizando a participação em processos de formação continuada e, conseqüentemente, a tão necessária reflexão sobre sua prática.

Os problemas acerca do ensino centralizado em um discurso unilateral há tempos encontram-se na pauta do debate sobre o ensino de Física no Brasil. Reiterando a longevidade da questão, Villani (1984) enumera alguns pressupostos que, ainda hoje, norteiam hegemonicamente o *modus operandi* da licenciatura. Tais apontamentos ajudam a entender a dimensão desse obstáculo. Dos pressupostos apresentados pelo autor, destaca-se: (1) o completo desinteresse nos conhecimentos prévios que os alunos tem acerca de determinados assuntos (sejam esses conhecimentos coerentes ou não com o saber científico); (2) o credo na aprendizagem através da transmissão de conhecimentos por meio de aulas exclusivamente

expositivas, nas palavras do autor, “para aprender é necessário escutar o que professor diz, olhar o que ele faz, ler o que está escrito nos livros” (VILLANI, 1984, p. 78); (3) quanto a metodologia de ensino, prevalece um entendimento subjetivo de que os conteúdos devem ser apresentados de forma clara e ordenada, repetindo-os quantas vezes for necessário, reforçando sua assimilação através de exercícios de fixação, muito próximos (para não dizer idênticos) aos exercícios já trabalhados durante a exposição do professor; (4) sobre a natureza dos conteúdos apresentados (leis fundamentais e seus teoremas), persiste a ideia de que esses resumem-se a um conjunto de fórmulas acompanhadas de exemplos abstratos onde as mesmas são aplicadas, sem referência alguma ao seu contexto histórico e aos problemas que lhe deram origem; e, por fim, (5) vale destacar o papel que a avaliação cumpre nesse conjunto de pressupostos, entendida como um fim e não como um meio para a aprendizagem, essas tem sugerido que aprender Física significa aprender os exemplos onde suas leis são aplicadas.

A crença ingênua na efetividade de metodologias baseadas nesses pressupostos tem sido responsável pela aprendizagem mecânica. Dessa forma, muito conteúdo é apresentado, entretanto, pouco dele é assimilado e aproveitado após a vida escolar. As consequências advindas dessa conjuntura são desastrosas. O mar de insignificância apresentado por currículos abarrotados de conteúdos, amparados por metodologias de ensino retrógradas, tem contribuído substancialmente para o desinteresse da juventude em matérias científicas, assim como para seu distanciamento dos cursos superiores em ciências naturais. Esse distanciamento afeta diretamente o desenvolvimento de um dos setores mais relevantes e estratégicos para a soberania nacional, o setor de Ciência e Tecnologia.

Sobre a questão curricular, existe um grande apelo apresentado pela literatura sobre a necessidade de atualização dos currículos da educação básica através da inserção de conteúdos que privilegiem tópicos de Física Moderna e Contemporânea aliado a proposição/apropriação de materiais instrucionais alternativos aos livros didáticos, reconhecendo suas insuficiências e tendo clareza que estes ainda se apresentam como principal ferramenta de trabalho do professor (ANGOTTI; DELIZOICOV; PERNAMBUCO, 2011, p. 36-38).

De acordo com Ostermann e Moreira (2016), em uma revisão bibliográfica sobre a linha de pesquisa “Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio”, realizada a partir de consultas a artigos em revistas, livros didáticos, dissertações,

teses, projetos e navegações pela internet, constatou-se existir um número relevante de trabalhos apresentando temas de Física Moderna e Contemporânea (FMC), porém poucos que efetivamente propõem a implementação e validação dessas propostas em sala de aula. O que evidencia a necessidade de amadurecimento nessa linha de pesquisa.

Em um trabalho ainda mais longo, Terrazzan (1992), sugere parâmetros para o desenvolvimento de atividades dirigidas à inserção de conteúdos de FMC no Segundo Grau¹, questionando a maneira como são organizados os cursos de Física, do ponto de vista do currículo, onde há um predomínio absoluto de tópicos desenvolvidos entre os séculos XVII e XVIII, sem critérios explícitos que justifiquem essa organização. Para o autor:

Aparelhos e artefatos atuais, bem como fenômenos cotidianos em uma quantidade muito grande, somente são compreendidos se alguns conceitos estabelecidos a partir da virada deste século forem utilizados. A influência crescente dos conteúdos de Física Moderna e Contemporânea para o entendimento do mundo criado pelo homem atual, bem como a inserção consciente, participativa e modificadora do cidadão neste mesmo mundo, define, por si só, a necessidade de debatermos e estabelecermos as formas de abordar tais conteúdos [...] (TERRAZZAN, 1992, p.210).

É reconhecendo a necessidade de contribuir para a superação desse cenário que o Programa Nacional de Mestrado Profissional em Ensino de Física (MNPEF) se apresenta. Uma iniciativa da Sociedade Brasileira de Física (SBF), solidário às questões de ordem prática metodológica, engajado no alinhamento entre a pesquisa em ensino de Física e a prática docente, o MNPEF busca intervir nessa realidade através do desenvolvimento de produtos educacionais, na implementação desses produtos em sala de aula, assim como na socialização desses produtos por intermédio dos relatos de experiências de aplicação desses produtos, publicizados em dissertações defendidas em várias instituições de ensino superior do país².

¹Desde 1996, a partir da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei n. 9.394 de 20 de dezembro de 1996) passamos a conhecer o último ciclo da educação básica como Ensino Médio. À época de publicação desse trabalho esse ciclo era conhecido como Segundo Grau.

²Ver acervo das dissertações defendidas pelo programa. Disponível em: <http://www1.fisica.org.br/mnpef/dissertacoes>. Acesso em 16 jun. 2020.

1.2 Sobre o tema do trabalho

De acordo com as especificidades deste programa, o presente trabalho busca revistar a Teoria da Relatividade Restrita (TRR), sugerindo uma matriz teórica em que o conceito de referencial relativístico é interpretado como um campo conceitual, à luz da Teoria da Campos Conceituais de Gèrard Vergnaud.

Com essa sugestão, defende-se a hipótese de que a abordagem geométrica da TRR, com ênfase nos diagramas de Minkowski (DM), valoriza aspectos conceituais relevantes dessa teoria quando na apresentação de alguns de seus conceitos e consequências não intuitivas, sugerindo assim um favorecimento à construção e/ou consolidação da região relativística do perfil conceitual da noção de referencial (PCNR) na estrutura cognitiva dos(as) estudantes, contribuindo com isso para a superação de alguns obstáculos epistemológicos inerentes a aprendizagem dessa teoria, em diálogo com os resultados apresentados por Ayala Filho (2010).

A fim de investigar essa hipótese, este trabalho propõe um conjunto de atividades sobre TRR, especificamente sobre cinemática relativística. Essas atividades foram aplicadas em um ambiente educacional formal, em uma turma do terceiro ano do Ensino Técnico Integrado com o Ensino Médio, da Rede Federal de Educação Profissional Científica e Tecnológica, no Instituto Federal do Paraná (IFPR), campus Foz do Iguaçu.

Como consequência das pesquisas desenvolvidas por este trabalho, aproveitando-se da amplitude do conceito de produto educacional³, o conjunto dessas atividades foi estruturado em forma de um caderno de atividades sobre o tema, sendo este caderno socializado como o produto educacional.

1.3 Objetivos

Sendo assim, com o presente trabalho buscou-se alcançar os objetivos apresentados a seguir.

³Segundo o MNPEF, o produto educacional pode ser desde uma estratégia didática, um texto para o professor, um aplicativo, um vídeo, até mesmo uma proposta de uso do computador, do celular e demais artefatos tecnológicos para fins didáticos.

1.3.1 Objetivo Geral

- Propor um material didático contextualizado sobre Teoria da Relatividade Restrita, com ênfase nos Diagramas de Minkowski.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Pesquisar contribuições teóricas e práticas relatadas pela literatura acerca das possibilidades de inserção da Teoria da Relatividade Restrita na Educação Básica no contexto nacional;
- Destacar obstáculos epistemológicos inerentes ao ensino-aprendizagem da Teoria da Relatividade Restrita apresentados pela literatura;
- Sugerir alternativas que visem contribuir para a superação dos obstáculos epistemológicos inerentes ao ensino-aprendizagem da Teoria da Relatividade Restrita no Ensino Médio.

1.4 Estrutura do trabalho

Com o propósito de apresentar de que modo buscou-se alcançar os objetivos apresentados anteriormente, o presente trabalho foi estruturado como apresentado a seguir.

Na primeira parte do trabalho (capítulos 2, 3 e 4) será apresentado de que maneira foram encontrados subsídios para a elaboração do produto educacional, tanto do ponto de vista teórico conceitual quanto do prático metodológico.

Assim, no capítulo dois (2) será apresentado uma revisão da literatura acerca das experiências de abordagens da Teoria da Relatividade Restrita no Ensino Médio. No capítulo três (3) é discutido de que maneira os Diagramas de Minkowski dialogam com a Teoria da Relatividade Restrita, apresentando essa teoria através de argumentos geométricos e representações gráficas através de diagramas do espaço-tempo. Esse capítulo tem como objetivo familiarizar o professor leitor, a que se destina este trabalho, com o ferramental matemático que fundamentou a proposição do caderno de atividades enquanto produto educacional, encorajando-o a se apropriar desta proposta em suas aulas. Enquanto no capítulo quatro (4) será apresentado o aporte teórico que possibilitou destacar os obstáculos epistemológicos inerentes ao ensino-aprendizagem da Teoria da Relatividade Restrita apresentados pela literatura,

assim como justificar a escolha da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud como referencial teórico para o planejamento didático suporte às atividades sugeridas como produto educacional deste trabalho.

Já na segunda parte do trabalho (capítulos 5 e 6), são discutidos de forma as atividades sugeridas foram estruturadas para a composição do caderno de atividades proposto como produto educacional, assim como o relato da experiência de sua aplicação em ambiente educacional formal.

Por fim, na última parte do trabalho (capítulo 7), são feitas as considerações finais quanto aos objetivos pretendidos e os respectivos resultados alcançados, visando aparar arestas e preencher lacunas identificadas na implementação do produto educacional em questão. Nesta parte também são apresentados questionamentos em aberto, possíveis de serem tratados como objetos de pesquisa a serem explorados em trabalhos futuros.

2 REVISÃO DA LITERATURA

A fim de investigar de que maneira a Teoria da Relatividade Restrita (TRR) tem sido sugerida na Educação Básica no contexto nacional, neste capítulo é apresentado uma breve revisão da literatura acerca do tema.

Quanto à natureza dos trabalhos focalizados por essa investigação, foram destacados aqueles que viessem a socializar iniciativas práticas, com relatos de experiências de intervenção sobre como o tema pode ser abordado no Ensino Médio, assim como alguns trabalhos com caráter teórico que, de alguma forma, focalizando o debate em questões de natureza epistemológica, discutissem os desafios e as possibilidades inerentes a essas iniciativas.

2.1 Metodologia

Sobre a metodologia de pesquisa utilizada nesta revisão, todos os artigos aqui analisados foram encontrados em sites de revistas eletrônicas voltadas para a pesquisa em ensino de Física ou para a pesquisa em ensino de Ciências. De modo a respaldar a relevância dessas publicações, as revistas consultadas nessas buscas foram selecionadas através da *Plataforma Sucupira*, classificadas nas categorias A1 e A2, por meio do sistema *Qualis-Periódicos*.

Porém, diante do grande volume de periódicos encontrados nessas categorias, a análise em questão se restringiu aos trabalhos publicados nas revistas *Investigações em Ensino de Ciências* (IENCI), *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* (CBEF) e a *Revista Brasileira de Ensino de Física* (RBEF). A escolha por essas revistas, em específico, está coerente com os objetivos da revisão em questão, haja vista a natureza de suas publicações.

Tendo em vista que alguns trabalhos sobre o tema são referenciados ora como *Teoria da Relatividade Restrita*, ora como *Teoria da Relatividade Especial*, de modo a garantir que todos os trabalhos sobre o tema fossem abarcados pela pesquisa, como filtro para busca dos artigos escolhidos para a análise foi utilizado *relatividade* como palavra-chave, tendo como recorte temporal os trabalhos publicados nos últimos dezanove anos, ou seja, de 2002 a 2021.

Vale destacar que a revisão aqui apresentada não tem a pretensão de esgotar o estado da arte sobre o tema em questão, ciente de que isso exigiria um trabalho bem mais minucioso, abarcando uma pesquisa por artigos em um número de

periódicos bem maior, assim como a busca por outras modalidades de trabalho, como monografias, dissertações e teses. De qualquer forma, mesmo reconhecendo a relevância de outros trabalhos não mencionados nesta revisão, a análise aqui empreendida mostrou-se satisfatória, possibilitando ao seu autor uma visão panorâmica sobre o tema do trabalho em questão, assim como possibilitou o conhecimento de referências que se mostraram relevantes para o amadurecimento de sua proposta.

2.2 Sobre os artigos encontrados

A partir dos trabalhos sugeridos pela metodologia adotada, procedeu-se a leitura de seus resumos, para então serem escolhidos aqueles que pareciam pertinentes aos objetivos da consulta, chegando-se assim aos vinte e um (21) artigos aqui revisados.

A relação dos artigos encontrados na pesquisa é apresentada a seguir no Quadro 1. Neste quadro temos os títulos dos trabalhos, o ano de publicação, autor(es), o periódico onde foi publicado e a natureza do trabalho (prático ou teórico). A ordem que em os artigos são apresentados diz respeito ao seu ano de publicação, do mais longo para o mais recente.

De acordo com essa ordem, os trabalhos aqui revisados serão referenciados no momento de suas análises através da numeração apresentada pela primeira coluna do quadro 1.

Quadro 1 - Lista dos artigos revisados

N.	Título	Ano	Autor(es)	Periódico	Tipo
1	Relatividade restrita no ensino médio: contração de Lorentz-Fitzgerald e aparência visual de objetos relativísticos em livros didáticos de Física	2002	OSTERMANN, Fernanda; RICCI, Trieste dos Santos Freire.	CBEF	Teórico
2	Relatividade restrita no ensino médio: os conceitos de massa relativística e de equivalência massa-energia em livros didáticos de Física	2004	OSTERMANN, Fernanda; RICCI, Trieste dos Santos Freire.	CBEF	Teórico
3	Uma discussão sobre a natureza da ciência no ensino médio: um exemplo com a Teoria da Relatividade Restrita	2005	KÖHNLEIN, Janete F. Klein; PEDUZZI, Luiz O. Q.	CBEF	Prático
4	Relatividade Restrita com o auxílio de diagramas	2006	SANTOS, Ricardo Paupitz Barbosa dos	CBEF	Prático

5	Relatividades no ensino médio: o debate em sala de aula	2007	KARAM, Ricardo Avelar Sotomaior; CRUZ, Sonia Maria SC; COIMBRA, Débora.	RBEF	Prático
6	Teoria da relatividade restrita e geral no programa de mecânica do ensino médio: uma possível abordagem	2007	GUERRA, Andreia; BRAGA, Marco; REIS, José Cláudio.	RBEF	Prático
7	Uma visão do Espaço na Mecânica Newtoniana e na Teoria da Relatividade de Einstein	2008	PORTO, Claudio M.; PORTO, MBDSM.	RBEF	Teórico
8	Física moderna no ensino médio: o Espaço-Tempo de Einstein em tirinhas	2009	CARUSO, Francesco; FREITAS, Nilton de.	CBEF	Prático
9	A construção de um Perfil para o conceito de Referencial em Física e os obstáculos epistemológicos a aprendizagem da Teoria da Relatividade Restrita	2010	AYALA FILHO, Álvaro Leonardi.	IENCI	Teórico
10	Tempo, Espaço e Simultaneidade: uma questão para cientistas, artistas, engenheiros e matemáticos do século XIX	2010	GUERRA, Andreia; REIS, José Cláudio; BRAGA, Marco.	CBEF	Teórico
11	Cálculo K: uma abordagem alternativa para a Relatividade Especial	2013	CONTO, G. De et al.	RBEF	Teórico
12	Uma proposta de inserção da Teoria da Relatividade Restrita o Ensino Médio via estudo do GPS	2014	RODRIGUES, Carla Moraes; SAUERWEIN, Inés Prieto Schmidt; SAUERWEIN, Ricardo Andreas.	RBEF	Prático
13	A teoria da relatividade restrita e os livros didáticos do Ensino Médio: Discordâncias sobre o conceito de massa	2015	JARDIM, Wagner T.; OTOYA, Victor J. Vasquez; OLIVEIRA, Cristiane Garcia S.	RBEF	Teórico
14	O esquema de Movimento como organizador da ação em Mecânica Clássica e Relativística	2015	CARVALHO JUNIOR, Gabriel Dias de.	IENCI	Prático
15	Einstein e a Relatividade entram em cena: diálogos sobre o teatro na escola e um ensino de Física criativo	2016	OLIVEIRA, Letícia Maria; GOMES, Maria Letícia.	CBEF	Prático
16	Os conceitos de espaço e de tempo como protagonistas no ensino de Física: um relato sobre uma sequência didática com abordagem histórico-filosófica	2016	REIS, Ueslei dos Vieira; REIS, José Cláudio.	CBEF	Prático
17	Sobre a indução do campo eletromagnético em referenciais inerciais mediante transformações de Galileu e Lorentz	2017	RAMOS, I. R. O. et al.	RBEF	Teórico
18	Velocidade limite c	2019	CHREIM, Jose Rodolfo; CAVASSO, Reinaldo Luiz.	RBEF	Teórico
19	Dilatação do tempo, referenciais acelerados e o paradoxo dos gêmeos	2018	FREITAS, Gabriel B.R.L.; GOMES, André H.	RBEF	Teórico

20	Doze mitos sobre a teoria da relatividade que precisamos superar	2020	NUNES, Ricardo Capiberibe; QUEIRÓS, Wellington Pereira de.	CBEF	Teórico
21	Uma geometria tetradimensional euclidiana para os fenômenos relativistas: cinemática	2021	ALMEIDA, Otávio Fossa de.	CBEF	Teórico

Fonte: Autoria própria (2022)

A seguir será apresentado uma pequena síntese dos conteúdos abordados pelos trabalhos revisados, assim como as conclusões aferidas a partir de suas análises.

2.3 Sobre o conteúdo dos artigos revisados

A revisão em questão tem início a partir dos trabalhos [1] e [2], sobre o tratamento que alguns livros didáticos têm dado para determinados tópicos da TRR, a saber: (i) a *contração de Lorentz-FitzGerald* e a aparência visual de objetos relativísticos, Ostermann e Ricci (2002); e (ii) os conceitos de *massa relativística* e a *equivalência massa-energia*, Ostermann e Ricci (2004).

Nesses trabalhos os autores concluem que, no contexto dessas publicações, a TRR era pouco abordada em materiais didáticos voltados para o Ensino Médio e naqueles poucos materiais onde a temática era tratada, muitos eram os erros conceituais encontrados acerca desses tópicos.

Com relação ao tópico (i), os erros têm relação com a superficialidade com que esses temas são tratados, chamando atenção para a falta de rigor com que os termos “*medir*” e “*observar*” são enunciados quando na exposição desses temas. O trabalho alerta para o fato de que sem a necessária diferenciação entre esses termos, grandes são as chances do reforço das concepções espontâneas de professores(as) e estudantes sobre a *contração de Lorentz-FitzGerald*.

Quanto ao tópico (ii), os erros conceituais estão relacionados à extrapolação dos livros didáticos na apresentação do conceito de *massa relativística*, nunca sugerido por Einstein em seus trabalhos, a partir da expressão do *momento linear relativístico*.

Segundo os autores, essa interpretação induz os(as) estudantes a reinterpretar de maneira equivocada algumas expressões da mecânica newtoniana no contexto da TRR, apenas substituindo a massa newtoniana pela suposta massa relativística, inclusive sugerindo que a grandeza massa seja uma grandeza relativo ao referencial de análise, não sendo mais um invariante. Apontam também que traz

consequências ainda mais sérias do ponto de vista pedagógico ao se analisar a variedade de definições para o conceito de massa com relação à equivalência massa-energia, equivocadamente dando a entender a possibilidade de conversão de massa em energia e vice-versa.

Ainda tendo os conceitos de *massa de repouso* e *massa relativística* como centro da análise, encontramos o trabalho [13], de Jardim, Otoya e Oliveira (2015), uma continuação da análise empreendida pelo trabalho [2], onde são analisados como esses conceitos são abordados em livros didáticos de Física aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) no ano de 2015.

O trabalho conclui que a maioria dos livros aprovados pelo PNLEM naquele ano continuavam abordando de maneira equivocada esses conceitos. Ou seja, o panorama pouco se alterou com relação ao contexto de publicação do trabalho [2], com o agravante de que naquele contexto não existia um programa de avaliação dos livros antes que esses pudessem chegar à sala de aula.

A importância de trabalhos como esses reside no fato de que os livros didáticos, ainda hoje, se apresentam como a principal referência da grande maioria de professores e professoras na realidade brasileira. Nesse sentido, mesmo diante de uma enorme mobilização no sentido de se renovar o currículo da disciplina de Física na Educação Básica a partir da inserção cada vez maior de temas relacionados com a FMC, sendo a TRR um tema de grande recorrência nessa renovação, é necessário um esforço ainda maior para consubstanciar os resultados das pesquisas sobre o tema na produção e socialização de materiais didáticos de qualidade, capazes de fornecer o subsídio necessário ao docente para a preparação de suas aulas.

Já no trabalho [3], de Köhnlein e Peduzzi (2005), temos um trabalho prático, onde é socializado um relato da implementação de um módulo didático em uma escola pública do estado de Santa Catarina com foco em aspectos conceituais, históricos e filosóficos da TRR.

Reiterando a reivindicação de outros autores acerca da inserção desses aspectos nos currículos de ciências, os autores manifestam-se a favor de uma educação científica que vá além de fatos, leis e teorias científicas. Nas palavras dos autores, “entre outras coisas, é preciso também proporcionar ao estudante uma compreensão crítica da natureza da ciência e da construção do conhecimento científico” (KÖHNLEIN; PEDUZZI, p. 62).

Neste trabalho tem destaque a forte recomendação quanto a utilização da TRR como tema em potencial para esse fim:

Cabe ressaltar a importância e a riqueza do tema para explorar períodos de crises e revoluções científicas, para discutir o papel da comunidade científica na construção das teorias e para mostrar que o conhecimento científico não é imutável, e sim uma construção humana que está sujeita a contestações e modificações (KÖHNLEIN; PEDUZZI, 2005, p. 64).

Também como um relato de experiência, novamente optando por uma abordagem que privilegia aspectos conceituais, históricos e filosóficos da TRR, o trabalho [6], proposto por Guerra, Braga e Reis (2007), propõe uma reflexão sobre a atividade científica através da apresentação das teorias físicas em seus respectivos contextos históricos. Tendo o estudo da mecânica como grande tema norteador da proposta, os autores fazem um longo passeio pela história da mecânica, desde as concepções aristotélicas, hegemônicas na idade média, até o século XX com a apresentação dos trabalhos de Albert Einstein sobre a Relatividade Geral, passando pela TRR, motivo pelo qual este trabalho foi analisado.

Para alcançar os objetivos pretendidos pela proposta, tem destaque a diversidade de estratégias utilizados pelos autores na exposição dos conceitos pertinentes a mecânica, tanto newtoniana quanto relativística, tais como debates mediados pela exposição de filmes, elaboração de esquetes teatrais, produção/apresentação de material audiovisual etc. Na escolha por esse caminho, os autores julgaram necessário romper com a tradição docente vigente, abandonando o formalismo matemático na abordagem desses conceitos.

Dentre essas estratégias tem destaque a apresentação das concepções de *espaço*, *tempo* e *referencial* através da análise das tendências de estilos de representação das obras de arte apresentados nos respectivos contextos dessas concepções, ressaltando a atividade científica como uma atividade sócio-histórica cultural, evidenciando assim as influências mútuas entre essa atividade e as demais atividades humanas.

Também explorando o entrelaçamento de ideias acerca do *espaço*, *tempo* e *simultaneidade* compartilhados por artistas, matemáticos e engenheiros, no contexto da publicação dos trabalhos de Einstein sobre a TRR, com o trabalho [10], proposto por Guerra, Reis e Braga (2010), trabalho este de natureza teórica, novamente reforça-se a convicção já apresentada por outros trabalhos nessa revisão, sobre a

necessidade de abordagens de conteúdos de FMC no Ensino Médio, especificamente a TRR, a partir de um viés que privilegie aspectos conceituais, históricos e filosóficos, superando a tradição de apresentação desses temas a partir do seu formalismo matemático.

Através de um sucinto, porém rico panorama histórico, o trabalho em questão traz elementos interessantes para a instrumentalização docente quanto ao tratamento do tema sem que esse incorra no reforço de imagens distorcidas da atividade científica, tais como aquelas que apresentam as conclusões do trabalho de Einstein como consequências de um lampejo da mente de um gênio incompreendido em seu tempo. Muito pelo contrário, nessa explanação os autores apresentam as contribuições de Einstein e Lorentz inseridos num contexto específico, em pleno acordo com as propostas advindas de suas teorias.

Quanto a construção de saberes que não reforçam estereótipos sobre a natureza da atividade científica, especificamente sobre o método científico empírico-indutivista e sua visão por demais dependente das observações experimentais como critério de verdade para validação de teorias na Física, os autores destacam que

O entrelaçamento de saberes em torno ao trabalho “A eletrodinâmica dos corpos em movimento” evidencia o quanto problemas não empíricos trazem questões aos cientistas. Questões essas que, muitas vezes, o levam a seguir determinada trajetória na análise dos problemas científicos. Einstein, ao trabalhar no Instituto de Patentes de Berna, conheceu vários aparelhos eletromecânicos criados com o propósito de resolver o problema do sincronismo. O trabalho no Instituto de Patentes o deixou perto dos problemas técnicos de seu tempo, além de fornecer uma linguagem diferente daquela apreendida na academia (GUERRA; REIS; BRAGA, 2010, p. 579).

Também com o objetivo de contribuir na desconstrução de imagens distorcidas acerca da natureza do conhecimento científico e a atividade científica, o trabalho [20], proposto por Nunes e Queirós (2020), discorre sobre alguns mitos acerca da Teoria da Relatividade (Restrita e Geral) e sobre a figura de Albert Einstein encontrados em livros textos do ensino superior, em mídias de popularização da ciência, jornais e até mesmo na autobiografia de Einstein.

O trabalho chama atenção para os riscos inerentes à utilização de anedotas da ciência com o objetivo de cativar os(as) estudantes e assim tornar as aulas mais atraentes. Segundo os autores, “o uso de pseudo-histórias ou de textos mistificados de popularização da ciência faz com que os alunos absorvam informações erradas que dificilmente serão erradicadas” (NUNES; QUEIRÓS, 2020, p. 562). Entretanto,

advertem para o fato de que poucos são os recursos disponíveis aos docentes capazes de suprir a demanda por materiais históricos adaptados para o contexto escolar.

No trabalho [16], proposto por Reis e Reis (2016), um relato de experiência da implementação de uma sequência didática em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio, em uma escola pública do Estado do Rio de Janeiro, temos novamente uma sugestão de abordagem que privilegia aspectos conceituais, históricos e filosóficos da TRR.

Implementada ao longo de todo um ano letivo, a sequência didática em questão buscou promover a reflexão sobre a transitoriedade dos conceitos de *espaço* e *tempo*, tanto na mecânica newtoniana, quanto na TRR, os apresentando através de um percurso histórico, ressaltando os contextos sociais em que esses conceitos foram desenvolvidos.

Justificando a proposta, os autores argumentam que a discussão desses conceitos através de uma perspectiva histórico-filosófica, explorando a transitoriedade desses conceitos e seus estilos de pensamentos integrados a sociedade, proporcionam episódios ricos para a apresentação das controvérsias em torno da validação de um conhecimento científico.

Realizando aproximações entre o conhecimento científico e o contexto histórico na qual ele foi desenvolvido, o trabalho em questão é de grande relevância por apresentar a Física de forma contextualizada, tendo como objetivo o desenvolvimento de habilidades e competências que estejam ligados não apenas aos conteúdos tradicionais de Física, mas também aos relacionados a diversos elementos da natureza do conhecimento científico. Dentre essas habilidades os autores destacam:

(a) A ciência produz conhecimento baseado em evidências empíricas; (b) existem fatores comuns a todas as ciências (normas, pensamento lógico e métodos); (c) a experiência não é o único caminho para o conhecimento; (d) a ciência usa tanto o raciocínio indutivo como o teste hipotético-dedutivo; (e) a produção do conhecimento científico é parcialmente baseado em inferência humana, imaginação e criatividade; (f) a ciência é integrada socialmente e culturalmente; e que (g) o conhecimento científico é provisório, durável e de autocorreção, etc. (REIS; REIS, 2016, p. 752).

Também em diálogo com os trabalhos anteriores, o trabalho [7], proposto por Porto e Porto (2008), traz uma breve exposição conceitual acerca da evolução das

ideias de *espaço* e *tempo* segundo a mecânica newtoniana, passando pela TRR, até a Teoria da Relatividade Geral. Para tanto, o artigo apresenta uma síntese dessas teorias com ênfase para os debates filosóficos empreendidos quando no momento da apresentação dessas ideias, com destaque para as críticas de Berkeley e Leibniz quanto a proposta de *espaço absoluto* apresentada pela mecânica newtoniana.

Mesmo não se tratando de um relato de experiência, trabalhos como esse, que oportunizam ao professor uma visão mais ampla do desenvolvimento de um conjunto de ideias científicas, sem a necessidade de um formalismo matemático para tal, contribuem para a renovação curricular no ensino de Física, como destacam os autores:

Compreender estas transformações na visão científica de mundo e transmiti-las em linguagem didaticamente acessível a estudantes e interessados em geral constitui um desafio a ser enfrentado, sobretudo se desejarmos introduzir nos currículos escolares, a título de complementação, conceitos e formas de pensamento científicos que já constituem hoje patrimônio cultural do Homem. Julgamos que esta opção é válida e que este desafio deve ser enfrentado (PORTO; PORTO, 2008, p. 1603-7).

Indo por outro caminho, no trabalho [4], trabalho teórico, proposto por SANTOS (2006), são sugeridos alguns diagramas, resgatados da literatura estrangeira, como recursos auxiliares para apresentação de efeitos contraintuitivos da TRR, tais como a *dilatação temporal* e/ou a *contração de Lorentz-FitzGerald*.

De forma a complementar os conceitos discutidos por esses diagramas, o trabalho também propõe a elaboração de um aparato experimental simples, o “*pêndulo equivalente*”, para demonstrar visualmente as divergências na comparação de intervalos de tempo medidos por observadores em diferentes referenciais, a partir da velocidade relativa entre eles.

Também através de uma abordagem com ênfase no instrumental matemático, no trabalho [11], proposto por Conto *et al.* (2013), são apresentadas algumas consequências dos postulados relativísticos, tais como a *dilatação temporal*, a *contração espacial*, o caráter não absoluto da *simultaneidade*, assim como a redefinição de alguns conceitos à luz dessa teoria, a saber, os conceitos de *momento relativístico* e de *energia total*, a partir de algumas deduções utilizando como ferramenta operacional o *Cálculo-K* (BONDI apud CONTO *et al.*, 2013).

O caráter alternativo dessa proposta reside no fato dessas deduções terem sido apresentadas a partir de argumentos puramente geométricos, extraídos de diagramas do *espaço-tempo*, tendo como motivação alguns experimentos mentais.

Também com uma abordagem à TRR muito similar às apresentadas pelos trabalhos [4] e [11], apresenta-se o trabalho [21], proposto por Almeida (2021), onde a TRR é trabalhada através da “*geometria euclidiana em quatro dimensões*”, tendo o *tempo próprio* como quarto eixo cartesiano.

Voltado para a formação de professores, o trabalho em questão possui o objetivo de explorar as funcionalidades dessa geometria no tratamento de seis situações problemas abarcados pelo escopo da cinemática relativística, a saber, da *dilatação do tempo*, da *composição de movimentos*, da *contração do comprimento* e dos “*paradoxos*” dos *gêmeos*, da *contração do espaço* e do *disco rígido girante*.

Já no trabalho [5], proposto por Karam, Cruz e Coimbra (2007), são apresentados alguns episódios referentes a aplicação de uma sequência didática sobre TRR, destinada a uma turma de primeiro ano do Ensino Médio, em uma escola pública de Florianópolis, Santa Catarina.

Nesses relatos dá-se destaque ao *Princípio da Relatividade* de Galileu, evidenciando-o como estratégico para a apresentação do primeiro postulado de Einstein, tendo em vista que este postulado apresenta uma generalização daquele princípio a todas as leis da Física. As dificuldades no entendimento desse princípio, segundo os autores, têm estreita relação entre as concepções prévias dos alunos e a formulação aristotélica, sobre o papel do referencial na descrição do movimento. O tratamento inadequado dado a essas dificuldades pode trazer obstáculos epistemológicos ainda maiores para a aprendizagem da TRR. Com relação a maneira como esse tema é tradicionalmente tratado nos livros didáticos, os autores destacam:

Esta necessidade do estabelecimento de um referencial para julgar o estado de movimento ou repouso costuma ser encarada como algo de simples assimilação, implementando-se na sequência o tratamento matemático: o cálculo da velocidade média, a aplicação das equações de movimento, bem como suas representações gráficas. A patente disparidade entre o tempo destinado às questões de ordem conceitual e o dedicado à abordagem matemática, além de contribuir para um distanciamento das discussões mais importantes, tem suprimido o interesse dos estudantes pela física (KARAM; CRUZ; COIMBRA, 2007, P. 107).

Do ponto de vista prático metodológico, o que chamou atenção nesses episódios foi a variedade de situações problemas sugeridos durante as aulas com o

objetivo de fomentar o debate acerca da impossibilidade de um observador distinguir o estado de *repouso* do estado de *movimento retilíneo uniforme* a partir do seu referencial, através de observações de fenômenos físicos. Mesmo tratando-se, em sua grande maioria, de problemas propostos a partir de situações abstratas, a reprodução das falas dos estudantes traz evidências do engajamento desses para com os objetivos pretendidos pelas aulas da sequência didática.

Além de trazer à tona aspectos interessantes da natureza da construção do conhecimento científico diferentes daqueles exaltados pela concepção empírico-indutivista, tal estratégia também deixa claro que são as situações-problema que dão sentido aos novos conhecimentos. Sendo assim, elas devem ser valorizadas para despertar a intencionalidade do estudante para a aprendizagem.

Por outro lado, recorrendo ao diálogo entre a Física e a Arte como um instrumento mediador na inserção de FMC no Ensino Médio, o trabalho [8], de Caruso e Freitas (2009), socializa a experiência do Instituto de Física da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, através do projeto multidisciplinar “*Oficina de Educação através de Histórias em Quadrinhos e Tirinhas*” (EDUHQ), na produção de materiais didáticos alternativos.

Atento a necessidade de renovação curricular aliado a uma renovação metodológica, o trabalho apresenta a linguagem dos quadrinhos como um suporte interessante à abordagem de temas como a unificação do *espaço-tempo*, a relação entre *massa e energia* e a *dilatação temporal*. Dentre as características do projeto, tem destaque a importância dada a participação discente, tendo em vista que as tirinhas propostas foram elaboradas por estudantes do Ensino Médio. Sobre essa questão os autores destacam que “(...) ao levarem em conta suas experiências pessoais e o bom humor típico dos jovens, os alunos criam um material didático inédito, com uma linguagem muito mais próxima das de seus coetâneos (...)” (CARUSO; FREITAS, 2009, p. 359). Característica esta manifesta explicitamente nos objetivos pretendidos por essa oficina:

Contribuir para que o aluno possa ser um ator importante na difusão do conhecimento, a partir de um processo que se inicia nos processos didáticos e culmina com seu ato criativo, processo esse que deverá lhe dar uma nova dimensão dialógica do processo ensino-aprendizado (CARUSO; FREITAS, 2009, p. 358).

Outra questão importante levantada pelo trabalho, assim como nos demais apresentados até então, diz respeito a sua preocupação em desarticular a tradição de ensino de Física vigente, pautado excessivamente na instrumentalização matemática dos estudantes, nas palavras dos autores:

As tirinhas, por seu caráter lúdico, podem ser utilizadas pelo professor como instrumento de apoio em suas aulas capaz de “prender a atenção” dos alunos. Elas têm a vantagem de permitir que qualquer assunto de Física ou de Ciências possa ser abordado sem recorrer, num primeiro momento, à matematização do fenômeno. Levando-se em conta que muitas vezes é a deficiência em Matemática que desestimula o jovem a estudar ciências, recorrer aos quadrinhos pode ser uma decisão efetiva no sentido de motivar o estudante (CARUSO; FREITAS, 2009, p. 364).

A contribuição de trabalhos como esse se encontram no reconhecimento do ato criativo enquanto um instrumento de investigação capaz de sugerir de que maneira a articulação entre o conhecimento novo e as concepções prévias dos estudantes se articulam quando esses são submetidos a determinadas situações problemas.

Já no trabalho [15], proposto por Oliveira e Gomes (2016), também recorrendo a uma abordagem multidisciplinar, é compartilhado uma experiência na formação de um grupo de teatro científico em uma escola de Brejo Santo, no interior do Ceará.

A formação do grupo teatral em questão, e as peças advindas desse projeto, todas relacionadas a pessoa de Albert Einstein, sempre tangenciando suas obras, foram sugeridas como um produto educacional proposto por uma das autoras do trabalho como parte integrante de sua defesa de dissertação junto ao Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF).

É inegável o caráter inovador da proposta em questão. Dentre as características que atestam de que forma essa inovação dialoga com a superação dos desafios para a renovação no ensino de Física, tem destaque a estratégia utilizada pelos autores quando na apresentação dos conteúdos da TRR ao seu público-alvo, no caso, estudantes integrantes do projeto. Os conteúdos trabalhados na formação teatral foram apresentados através de pesquisas e leituras, sempre com mediação do professor, como uma forma de preparação dos personagens para composição do elenco das peças propostas pelo grupo, uma espécie de “laboratório” artístico. Ao reorientar a intencionalidade nos estudos daqueles conteúdos, tirando o foco da avaliação formal e voltando os holofotes para o grande triunfo final, no caso a apresentação da peça, os autores conseguiram manter os estudantes motivados ao

longo de todo o processo, ressignificando assim todo o processo de ensino-aprendizagem.

Mudando o viés da abordagem, com o trabalho [12], proposto por Rodrigues, Sauerwein e Sauerwein (2014), um relato de experiência de inserção da FMC no Ensino Médio, é apresentado um planejamento didático utilizado na implementação de um curso sobre TRR em uma turma do segundo ano em uma escola da cidade de Santa Maria - RS.

A partir dos documentos oficiais sugeridos pelo Governo Federal, a saber, as *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - Física* como elemento norteador para a elaboração desse planejamento, nessa abordagem a ênfase é dada à aproximação entre as situações do cotidiano do aluno e os conhecimentos da Física, tendo como ponto de partida (e chegada) o estudo de artefatos tecnológicos presentes nesse cotidiano, especificamente o estudo do GPS.

Ao promover a aproximar entre os conhecimentos científicos e os artefatos tecnológicos presentes na realidade dos estudantes, trabalhos como esse contribuem enormemente para a superação do mar de insignificância apresentada por currículos abarrotados de conteúdos descontextualizados, como sugerem os próprios autores:

Essa aproximação pode fazer com que os alunos deixem de lado a sensação de estarem estudando algo que não tem nenhuma aplicabilidade e que não poderão utilizar para explicar situações, fenômenos ou utensílios de seu cotidiano (RODRIGUES; SAUERWEIN; SAUERWEIN, 2014, p. 1401-6).

Já no trabalho [14], proposto por Dias de Carvalho Junior (2015), é apresentado uma investigação acerca da maneira como é construído o significado do conceito de *tempo relativo* apresentado pela TRR, a partir de um estudo de caso de uma sequência aplicada em uma turma do terceiro ano do Ensino Médio Integrado ao Ensino Técnico de um Instituto Federal localizado em uma cidade do interior de Minas Gerais.

Para tanto, o trabalho busca diversas contribuições teóricas sobre o tema, desde a noção de *tempo* como um *esquema*, nas contribuições de Piaget e da *Teoria dos Campos Conceituais* proposta por Vergnaud, passando pela noção de *tempo* como *conceito*, através de alguns trabalhos que compartilham da ideia do *Perfil Epistemológico* proposto por Gaston Bachelard.

Nessa investigação, o trabalho parte do resgate de conceitos chaves da Mecânica Clássica ligados ao movimento, tais como o conceito de *referencial*, *espaço* e *velocidade*, demonstrando que esses cumprem um papel importante na construção das relações conceituais da TRR.

Especificamente no que diz respeito a influência do *referencial* no estudo dos movimentos, o autor constata não ser possível falar sobre uma noção de *tempo* como dissociada do conceito de *velocidade*. Assim, a compreensão do conceito de *tempo relativo* é dependente do conceito de *referencial*, tendo em vista que é só a partir da escolha de um *referencial* que podemos definir quantitativamente a medida da *velocidade*.

Nesse sentido, o trabalho é muito feliz em sugerir que as dificuldades na compreensão do *tempo relativístico* também podem ser explicadas, dentre outros fatores, a partir do caráter absoluto atribuído ao *referencial* por parte dos estudantes, constatado pelo estudo de suas concepções prévias sobre o tema. Dessa forma, é natural que esse caráter absoluto também se manifeste com relação ao *tempo*, considerando a relação indissociável entre esses conceitos.

Outra sugestão importante apresentada por este trabalho foi a de que a assimilação recíproca entre os esquemas de *tempo* e de *movimento* podem contribuir para a assimilação dos conceitos propostos pela TRR, especificamente no entendimento da *dilatação temporal*.

Outra contribuição teórica extremamente relevante para o planejamento de sequências didáticas que visem abordar a TRR no Ensino Médio é encontrada no trabalho [9], proposto por Ayala Filho (2010). Também tendo a noção de *Perfil Conceitual* como referencial teórico, o trabalho faz uma investigação sobre os obstáculos epistemológicos à compreensão da TRR.

Mesmo não se tratando de um trabalho prático, como um relato de experiência, a relevância deste trabalho reside em sua elaboração teórica do *perfil conceitual da noção de referencial* (PCNR), assim como na demarcação de três regiões distintas desse perfil, a saber, uma região relacionada a mecânica newtoniana, outra relacionada a TRR e uma terceira ligada ao senso comum. Nos desdobramentos desse perfil, o trabalho argumenta que os obstáculos epistemológicos inerentes a aprendizagem da TRR têm relação com os aspectos ontológicos e metafísicos dessas regiões. Dada a importante contribuição deste trabalho para a proposta que se desenvolveu a partir desta investigação, o seu

conteúdo será discutido posteriormente, em mais detalhes, no capítulo destinado a fundamentação teórica.

Já os trabalhos [17] e [18], propostos respectivamente por Ramos *et al.* (2017) e Chreim e Cavasso (2019), apresentam-se trabalhos teóricos voltados para o Ensino Superior. Nesses trabalhos são exploradas as relações entre a Teoria Eletromagnética e a TRR. Enquanto no primeiro temos uma sugestão de como a relação entre a TRR e a Teoria Eletromagnética pode ser abordada em cursos de graduação em Física, a partir de exemplos didáticos que privilegiem as raízes históricas dessa relação, no segundo são propostas duas formulações similares de um experimento mental sugerido por Einstein, um *gedankenexperiment*, a fim de demonstrar que a velocidade da luz é um limite assintótico para a velocidade de corpos materiais acelerados.

Mesmo se tratando de trabalhos voltados para o Ensino Superior, com um ferramental matemático que impossibilita tê-los como referências principais para o planejamento e desenvolvimento de abordagens voltadas para o Ensino Médio, os trabalhos em questão evidenciam problemas teóricos relacionados à Teoria Eletromagnética que foram fundamentais para o desenvolvimento da TRR. Esses problemas, sem nenhuma dúvida, podem ser utilizados, de maneira qualitativa, como introdução ao tema em cursos voltados para a Educação Básica, o que justifica a presença desses trabalhos nessa revisão.

Por fim chega-se ao trabalho [19], também voltado ao Ensino Superior, proposto por Freitas e Gomes (2018), um tratamento rigoroso e bastante esclarecedor acerca das controversas quanto às supostas limitações da TRR para o esclarecimento do problema do “paradoxo dos gêmeos”.

Mesmo sendo um problema corriqueiro em abordagens à TRR quando as consequências da *dilatação temporal* são discutidas, tanto no Ensino Médio quanto no Ensino Superior, os autores mostram como, de fato, esse tópico deve ser tratado a fim de se superar o aparente paradoxo imposto pelo problema.

Ainda que neste tratamento o trabalho recorra a uma sofisticação matemática não compatível com os pré-requisitos exigidos pelo Ensino Médio, o trabalho em questão tem uma importância significativa para a instrumentação de docentes desse nível de ensino, pois consegue esclarecer duas questões importantes acerca da TRR. Primeira questão, a TRR é sim capaz de descrever movimentos acelerados, assim como pode ser utilizada na análise de movimentos descritos através de referenciais

não-inerciais, sem que seja necessário recorrer à Teoria da Relatividade Geral. Segunda questão, quanto a intuição de que o tempo passa mais lentamente para relógios em movimento, quando esse tempo é registrado a partir de referenciais não-inerciais.

Como síntese da revisão apresentada, a seguir é sugerido uma possível interpretação para o conjunto dos trabalhos encontrados nesta pesquisa.

2.4 Sobre a análise da pesquisa

De acordo com os trabalhos encontrados na pesquisa, é possível estabelecer duas dimensões de análise a partir do tipo de trabalho, prático ou teórico: (i) quanto ao tipo de abordagem utilizada nos trabalhos de natureza prática, em que são socializados relatos de experiência de implementação da TRR no currículo do Ensino Médio e (ii) quanto às sugestões apresentadas pelos trabalhos de natureza teórica, acerca dos desafios e possibilidades inerentes ao planejamento de iniciativas com a pretensão de intervir no currículo do Ensino Médio, tendo a TRR como tema.

Para a dimensão (i), os trabalhos analisados foram divididos nas seguintes categorias de análise: abordagens que, de alguma forma, privilegiassem aspectos conceituais, históricos e/ou filosóficos da TRR (ACHF), sem a necessidade de um formalismo matemático para tal; abordagens multidisciplinares tendo a TRR como tema norteador (AM); e abordagens com ênfase na contextualização de conteúdos de Física a partir de artefatos tecnológicos que apresentam a TRR como fundamentação teórica (AT).

Já para a dimensão (ii), as categorias sugeridas são: desafios inerentes à superação de erros conceituais apresentados na exposição de conteúdos da TRR em materiais didáticos (ECMD); dificuldades epistemológicas inerentes aos aspectos conceituais da TRR (DEC); possibilidades de abordagens da TRR com ênfase a determinados aspectos conceituais da teoria, sem a necessidade de um formalismo matemático para isso (AC); possibilidades de abordagens da TRR com ênfase em determinados aspectos conceituais da teoria, aliado ao formalismo matemático necessário para tal (ACFM); possibilidades de abordagens da TRR com privilégio ao formalismo matemático, com ênfase no tratamento geométrico (FMTG); e possibilidades de abordagens da TRR com ênfase nos aspectos relacionados à natureza do conhecimento científico (NCC).

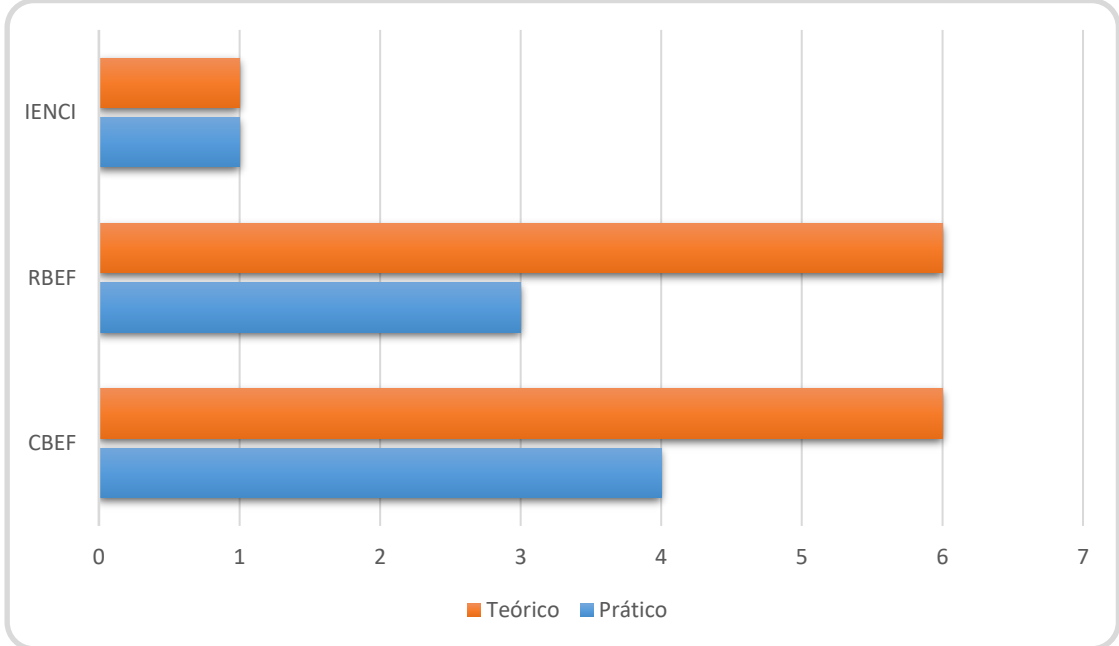
Antes de apresentar a distribuição dos trabalhos a partir das duas dimensões de análise estabelecidas e suas respectivas categorias, cabe destacar que essas não são categorias finais, bem definidas em seus limites, mas apenas categorias que este autor entendeu serem convenientes para os objetivos almejados por esta revisão. Sendo assim, esta categorização deve ser entendida apenas como uma das interpretações possíveis para as leituras que se sucederam. Ou seja, a depender da perspectiva de leitura adotada para os trabalhos aqui revisitados, outras categorias podem ser estabelecidas, inclusive um mesmo trabalho pode ser entendido como pertencente a mais de uma categoria estabelecida a priori.

Dito isso, dos vinte e um trabalhos analisados, temos no gráfico 1 a distribuição quanto ao tipo de trabalho, de acordo com o periódico pesquisado.

Quanto às categorias de análise, de acordo com o seu tipo, percebem-se que os trabalhos práticos [3], [5], [6], [14] e [16] podem ser entendidos como pertencentes à categoria ACHF, os trabalhos [8] e [15] pertencentes à categoria AM, e o trabalho [12] como pertencente à categoria AT. O gráfico 2 mostra as porcentagens de artigos por categoria.

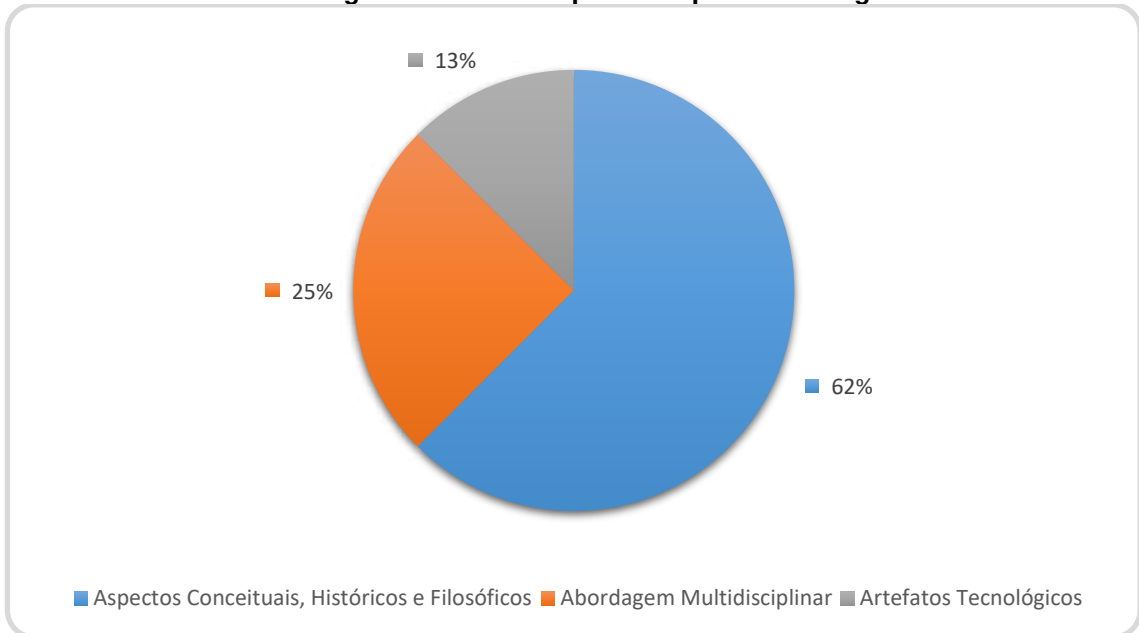
Já sobre os trabalhos do tipo teórico, temos que os trabalhos [1], [2] e [13] podem ser entendidos como pertencentes à categoria ECMD, os trabalhos [7] e [10] podem ser entendidos como pertencentes à categoria AC, os trabalhos [17], [18] e [19] como pertencentes à categoria ACFM, enquanto os trabalhos [4], [11] e [21] podem ser entendidos como pertencentes à categoria FMTG e, por fim, os trabalhos [9] e [20] como pertencentes às categorias DEC e NCC.

Gráfico 1 - Distribuição dos artigos quanto ao tipo de trabalho, por revista pesquisada



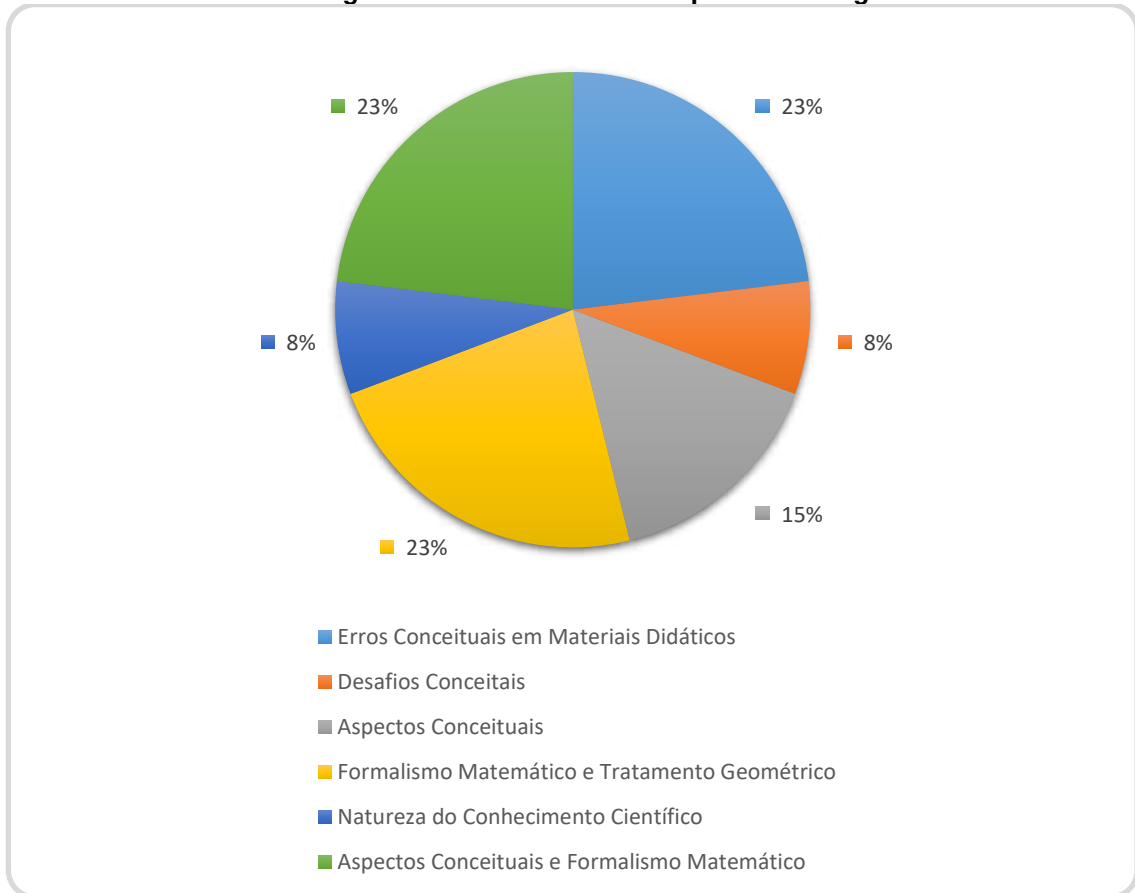
Fonte: Autoria Própria (2021)

Gráfico 2 - Porcentagem de trabalhos práticos quanto à categoria de análise



Fonte: Autoria Própria (2021)

Gráfico 3 - Porcentagem de trabalhos teóricos quanto à categoria de análise



Fonte: Autoria Própria (2021)

Pela distribuição de trabalhos apresentada pelo gráfico 2, percebe-se a presença de uma tendência bem demarcada na apresentação da TRR no Ensino Médio. A saber, a ênfase na exposição de seus conceitos através do viés histórico-filosófico em abordagens multidisciplinares, com destaque para o diálogo da Física com as Artes (cênicas e visuais), em detrimento as abordagens com privilégios ao formalismo matemático.

Com relação à distribuição apresentada pelo gráfico 3, nota-se uma diversidade de desafios apresentadas pela literatura que devem ser consideradas quando no planejamento de intervenções que tenham como objetivo a inserção da TRR no currículo do Ensino Médio. Essa diversidade sugere o quanto essa tarefa é, ainda hoje, desafiadora, tanto no Ensino Médio quanto no Ensino Superior. Por outro lado, esse mesmo gráfico sugere uma gama de possibilidades quanto a escolha da abordagem a ser seguida nessas intervenções, com destaque para a porcentagem expressiva de trabalhos que entendem ser necessário pelo menos algum tipo de tratamento matemático nessas abordagens.

Quanto ao cruzamento das informações obtidas nos dois gráficos, percebe-se que, ainda que boa parte dos trabalhos teóricos tenham sugerido que a apreciação dos conceitos da TRR deva vir acompanhada de algum tratamento matemático, quase todos os trabalhos práticos analisados não seguem por esse caminho, configurando com isso uma tendência em se trabalhar os conceitos da TRR no Ensino Médio com abordagens que privilegiam os aspectos históricos e filosóficos dessa teoria, em detrimento do seu formalismo matemático.

Ao se analisar o contexto em que essa tendência surge e se consolida, em um movimento de grande esforço empreendido por educadores e pesquisadores em ensino de Ciências para que ocorra uma renovação nesse ensino, que tradicionalmente esteve carregado de formulações matemáticas desconexas das realidades dos(as) estudantes, esses resultados são plenamente aceitáveis. Também cabe destacar que, em virtude da qualidade dos trabalhos práticos revisitados nesta pesquisa e dada a potencialidade das abordagens apresentadas nessas propostas, esse movimento merece o devido reconhecimento.

Entretanto, sendo a linguagem matemática parte estruturante dos conhecimentos da Física, a proposta apresentada por este trabalho busca conciliar o que vem sendo apresentado enquanto tendência nos trabalhos práticos de inserção da TRR nos currículos do Ensino Médio com o que os trabalhos teóricos têm sugerido enquanto possibilidade, com destaque para abordagens da TRR através de um viés geométrico, com ênfase em diagramas do *espaço-tempo*.

A seguir será discutido de maneira esta proposta se apresenta enquanto fundamentação teórica.

3 TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA E OS DIAGRAMAS DE MINKOWSKI

Como ficou claro com a análise empreendida no capítulo anterior, nenhum dos artigos citados naquela revisão mencionam explicitamente a possibilidade de utilização dos Diagramas de Minkowski (DM) como uma alternativa para a apresentação da TRR no Ensino Médio. Os trabalhos que mais se aproximaram desse tipo de abordagem foram os propostos por Santos (2006) e Conto et al. (2013), em especial este último.

Diferente da tendência apresentada por aquela revisão, este trabalho defende a hipótese de que a abordagem geométrica da TRR, com ênfase nos DM, valoriza aspectos conceituais relevantes dessa teoria, quando na apresentação de alguns de seus conceitos e consequências não intuitivas, tais como o caráter não absoluto da simultaneidade, a dilatação temporal, a contração espacial, a causalidade de eventos e a velocidade relativa entre referenciais inerciais.

Neste trabalho não apenas se valoriza a utilização destes diagramas na exposição da TRR, como se entende que a sua utilização no cenário nacional é plenamente aceitável. O trabalho de Cayul e Arriasecq (2015), não presente na revisão apresentada no capítulo anterior, apresenta resultados da aplicação de parte de uma sequência didática sobre a TRR, com ênfase nos DM, no ensino secundário argentino, apontando dessa forma para a viabilidade dessa abordagem no Ensino Médio brasileiro.

Assim, através de referências alternativas àquelas encontradas na revisão anterior (HACYAN, 1995; EINSTEIN, 1999; VAZ JUNIOR, 2000; FALCIANO, 2009; BOHM, 2015), será apresentado a seguir, de maneira sucinta, de que forma, do ponto de vista conceitual, os DM se relacionam com a TRR.

Espera-se, com a apresentação a seguir, familiarizar o leitor com os DM, tendo em vista uma possível abordagem geométrica da TRR.

Após a apresentação dos DM, no próximo capítulo serão discutidas algumas vantagens em sua utilização, tendo em vista os desafios apresentados pela literatura quanto aos processos de ensino-aprendizagem da TRR.

3.1 Espaço e Tempo Pré-Relativísticos

A Teoria da Relatividade Restrita (TRR) surge das inconsistências conceituais existentes entre a Mecânica Newtoniana (MN), a Teoria Eletromagnética (TE) e os

conhecimentos sobre a natureza ondulatória da luz apresentados por aquele contexto, fins do séc. XIX e início do séc. XX. Einstein, já nos primeiros parágrafos de seu trabalho de 1905, Sobre a Eletrodinâmica dos Corpos em Movimento⁴, onde apresenta pela primeira vez sua teoria para a comunidade científica, deixa isso bem claro. Nesse artigo, tomando partido a favor da TE e considerando como irrelevante a necessidade de um meio hipotético para sustentar a propagação da luz no espaço, tendo em vista seu comportamento ondulatório, Einstein propõe uma mudança radical na maneira sobre como, até então, a Física entendia os conceitos de *espaço* e *tempo*. Ao questioná-los, a teoria também colocou em xeque a maneira pela qual nossa intuição lidava com esses conceitos.

O estranhamento proporcionado pela TRR, tanto no meio acadêmico como no público leigo em geral, deve-se pelo fato dos conceitos de *espaço* e *tempo*, como apresentados pela mecânica newtoniana, dialogarem com as experiências proporcionadas por sentidos sensoriais desde a infância⁵. Isso não quer dizer que a proposta de Newton tenha ficado isenta de críticas e questionamos por seus pares. Muito pelo contrário⁶. Nesse sentido, a TRR se apresenta como mais uma crítica a MN. Entretanto, a maneira pela qual a teoria apresentou suas críticas, de forma simples e objetiva, atendo-se ao que, de fato, era importante, foi determinante para sua aceitação na comunidade científica, mesmo na ausência de evidências experimentais que corroborassem com seus argumentos. Ainda assim, levou quase uma década para que a proposta de Einstein fosse amplamente discutida e apreciada nos círculos acadêmicos⁷.

Mesmo presente de modo tão natural no subconsciente, os conceitos de *espaço* e *tempo* nem sempre foram entendidos como sugerido pela proposta newtoniana. Nos tempos remotos da Idade Média, predominava no pensamento europeu as ideias propostas pelo filósofo grego Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.). Segundo essa doutrina, esses conceitos faziam parte de um arcabouço de ideias mais amplas sobre a organização do Universo.

⁴Para mais detalhes consultar Einstein (1983).

⁵Para mais detalhes leia o texto *Física e Percepção*, Bohm (2015, p. 235 - 289).

⁶O trabalho de Porto e Porto (2008), citado no capítulo anterior, explora exatamente as controvérsias em torno das críticas feitas sobre a maneira simplista como foram apresentados esses conceitos por Isaac Newton.

⁷Para maiores detalhes, veja Freire (2015, p. 291).

Nessa estrutura, o Universo era dividido em sete esferas concêntricas, com o planeta Terra ocupando seu centro, em torno da qual todos os demais astros, norteados por essas esferas, deveriam orbitar. Essa organização traz elementos essenciais para a consistência lógica na explicação dos movimentos proposta por Aristóteles, tanto dos corpos celestes superiores (mundo supralunar) quanto dos corpos inferiores presentes na superfície da Terra (mundo sublunar). Nessa organização cada corpo tem o seu lugar natural no Universo, de acordo com sua composição, segundo os quatro elementos formadores da matéria: *terra*, *água*, *ar* e *fogo*. A partir dessa composição, o movimento era determinado por “causas finais”, no sentido de que cada corpo, não estando em seu devido lugar, seria posto em movimento para que, assim, retornasse ao seu lugar natural no *tempo* e no *espaço*. Esse raciocínio justificava a queda dos corpos, pois se o objeto tem em sua composição o predomínio do elemento *terra*, este tem a tendência natural de cair em direção ao centro do planeta Terra, pois ali é o seu lugar natural. Nessa concepção o *espaço* está organizado hierarquicamente, de acordo com as sete esferas, ocupando a Terra um lugar privilegiado nessa hierarquia, apresentando-se assim como o “referencial” para a descrição dos movimentos dos corpos.

Quanto ao conceito de *tempo*, predominava a interpretação que este havia começado no instante da criação do universo, de onde transcorreria naturalmente no sentido para o qual o Universo atingiria sua meta, seu propósito, um fim específico, estando esse propósito de acordo com os interesses da escolástica medieval, propositora dessa ideia⁸.

Essa maneira de entender os conceitos de espaço e o tempo começam a se modificar a partir do séc. XVI, quando Nicolau Copérnico propõe um modelo matemático para descrever as órbitas dos astros celestes, modelo este alternativo ao modelo proposto por Cláudio Ptolomeu, hegemônico à época e elaborado sob influência da doutrina aristotélica.

Como o modelo copernicano o planeta Terra, assim como o homem que o habita, deixa de ocupar o centro do Universo, perdendo sua posição privilegiada na análise dos movimentos dos corpos, questionando-se com isso a ideia de lugares privilegiados no espaço, relativizando-se o ponto de vista escolhido para análise de qualquer movimento.

⁸Para maiores detalhes sobre a filosofia da natureza de Aristóteles, veja Pires (2008, p. 36 -50).

Além das contribuições de Tycho Brahe, Johannes Kepler, Giordano Bruno, Christoph Clavius, entre outros⁹, tem destaque os trabalhos empreendidos por Galileu Galilei. Através de estudos sobre a queda dos corpos na superfície da Terra, Galileu consegue demonstrar matematicamente que a taxa de mudança temporal da velocidade durante a queda era independente do ponto de referência adotado para a descrição do movimento em questão. Dessa forma, Galileu fortalece a tendência à relatividade na análise do movimento, sugerindo que as leis da Física poderiam ser descritas, sem prejuízo em suas formulações, a partir de qualquer posição do espaço.

Dando continuidade as ideias de Galileu, Isaac Newton desenvolve sua teoria para o estudo do movimento. Indo além, procura estabelecer o que deve ser entendido por movimento e repouso, sendo o movimento descrito quantitativamente através da velocidade, definida pela maneira como se altera a posição do corpo material (ou sistema de corpos materiais) no *espaço*, com o passar do *tempo*. Com relação a posição do referido corpo (ou sistema de corpos), essa é estabelecida, em cada instante, a partir das distâncias entre o corpo em estudo (ou pontos específicos do sistema de corpos) e um segundo corpo extenso, rígido, tomado como referência para se efetuar as medidas dessas distâncias.

Através das três leis propostas por essa teoria, conhecendo-se o conjunto de forças a que o corpo está submetido, resultado de sua interação com os demais corpos do *espaço*, respeitadas algumas condições na escolha do corpo rígido tomado como corpo de referência para se medir a posição, e conseqüentemente a velocidade, em certo instante do tempo, determina-se, de maneira unívoca, as posições e velocidades que ele adquire em instantes posteriores. Sobre as condições a serem respeitadas na escolha do corpo de referência, citada acima, Newton define o conceito de referencial inercial¹⁰. É a partir dessa definição que as relações entre causas (as interações envolvidas entre corpos, ou entre sistemas de corpos, bem definidas através de pares de forças descritas pela Terceira Lei) e conseqüências dos fenômenos físicos deveriam manter-se invariantes, independente do referencial escolhido para a análise. Assim, buscando validar o princípio da relatividade proposto

⁹Para maiores detalhes sobre o sistema de mundo proposto por Nicolau Copérnico e demais colaboradores, veja Pires (2008, p. 86 - 114).

¹⁰Posteriormente a ideia de *referencial inercial* se livra da necessidade de ser vinculado necessariamente a um corpo material, rígido e extenso, para seu estabelecimento. Com as contribuições da geometria e da álgebra, o *referencial* passa a ser tomado a partir de três eixos coordenados, perpendiculares entre si, não tendo esse sistema uma realidade material definida, sendo, portanto, um conceito matemático abstrato.

por Galileu, negando a existências de lugares privilegiados no *espaço* para o estudo do movimento, Newton define que qualquer referencial em repouso (ou em movimento retilíneo uniforme), com relação a um referencial inercial, também será, por definição, um referencial inercial. Além disso, corroborando com as ideias de Galileu, Newton conclui ser impossível ao observador, tendo apenas seu referencial como parâmetro, determinar seu estado de movimento, afirmando com isso a impossibilidade de se determinar estados de movimento ou repouso absolutos. Entretanto, essa dificuldade em nada interferirá na análise em questão.

Tentando definir qual seria o primeiro referencial inercial a ser tomado como parâmetro, Newton recorre aos conceitos metafísicos de *Espaço Absoluto* e *Tempo Absoluto*, sugerindo que as estrelas fixas poderiam ser tomadas como primeiro referencial inercial, conferindo-os, de certo modo, um papel determinante na análise dos movimentos (BOHM, 2015, p. 26-31).

3.1.1 Espaço-Tempo Relativístico

Como colocado anteriormente, as concepções de *espaço* e *tempo* sugeridas pela Mecânica Newtoniana (MN) apresentavam algumas falhas em sua coerência lógica. Tais falhas foram devidamente identificadas e problematizadas pela comunidade científica. Porém, em virtude do seu sucesso na descrição dos movimentos dos corpos celestes, com enorme capacidade preditiva na descrição de suas órbitas, amparada pela magnífica descrição matemática da Lei da Gravitação Universal, através da qual explicava como corpos materiais interagem uns com os outros de forma inversamente proporcional ao quadrado das distâncias que os separam, explicando com isso o motivo dessas órbitas, as questões em torno das contradições do *Espaço Absoluto* e *Tempo Absoluto* tornaram-se questões marginais no debate científico.

Entretanto, já no séc. XIX, com o advento da Teoria Eletromagnética¹¹ (TE), desenvolvida em grande parte pelas contribuições de Michael Faraday e James Clerk Maxwell, essas questões voltaram à tona. Para entender de que maneira a TRR retoma essas questões, propondo uma nova interpretação para os conceitos de *espaço* e *tempo* a partir das contradições impostas pela TE e os conhecimentos sobre

¹¹Para maiores detalhes sobre a história da *Teoria Eletromagnética*, veja Pires (2008, p. 263 - 298).

a natureza ondulatória da luz, volta-se a atenção a ideia de correspondência entre referenciais inerciais.

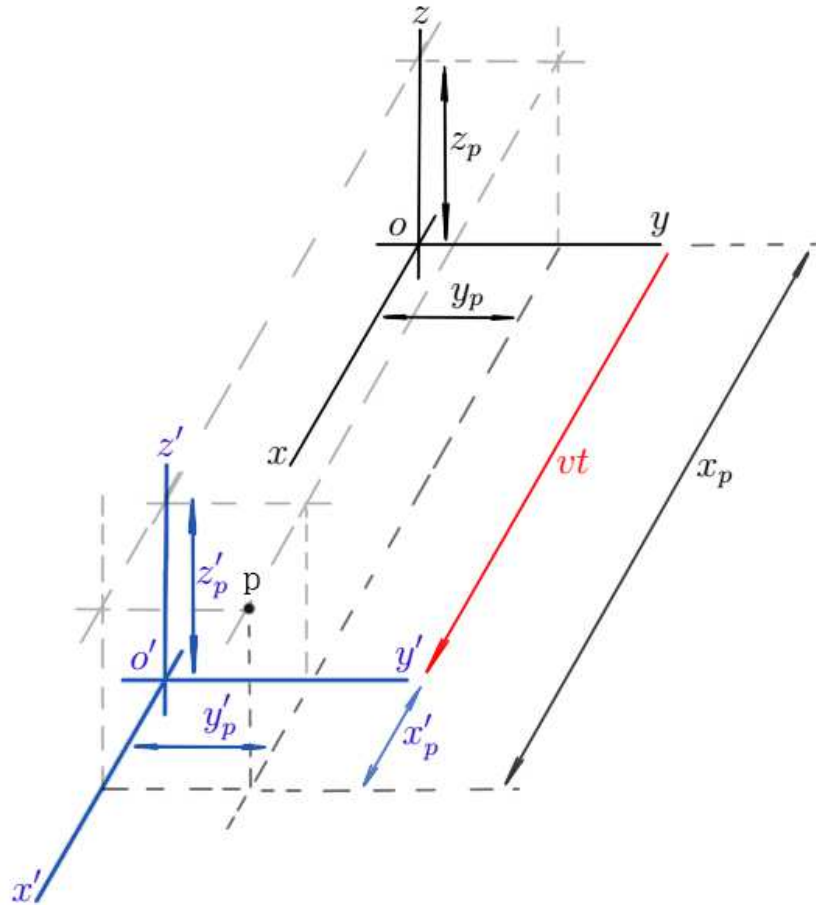
De acordo com a MN, pode-se relacionar a descrição do movimento de um corpo material em um referencial inercial S com a descrição do movimento do mesmo corpo em outro referencial S' , desde que este também seja um referencial inercial. Para isso, como discutido anteriormente, esses referenciais devem se afastar (ou se aproximar) com uma velocidade relativa uniforme em uma determinada direção fixa. Assim, satisfeita essa condição, conhecendo-se a velocidade relativa entre os referenciais (v), é possível relacionar matematicamente as coordenadas da posição desse corpo em ambos os referenciais.

Ao conjunto dessas relações dá-se o nome de *Transformações de Galileu*. Segundo essas transformações, a Lei que estabelece a relação entre a força resultante a que um corpo material está submetido (causa) e o respectivo movimento que esse corpo virá a ter em virtude disso (consequência), descrita especificamente pela segunda *Lei de Newton*, deverá ter a mesma forma matemática, independente do *referencial inercial* escolhido para sua descrição.

Para fins de apresentação das *Transformações de Galileu*, imagine a situação hipotética onde dois referenciais inerciais, S e S' , que, em determinado instante ($t = t' = 0$), tenham suas respectivas origens coincidentes ($O \equiv O'$), assim como seus respectivos eixos coordenados correspondentes orientados paralelamente, com os seguintes eixo espaciais coordenados coincidindo: $x \equiv x'$ ¹². Então, a partir desse instante inicial, imagine S' afastando-se de S com velocidade uniforme, de módulo v , no sentido positivo da direção do eixo x do referencial S . A figura 1, apresentada a seguir, ilustra tal situação em um instante posterior ($t = t' > 0$).

¹²Tendo em vista que essa proposta de disposição dos referenciais será retomada em outros momentos desse trabalho, daqui para a frente ela será referenciada como *configuração padrão* para análise de *referenciais inerciais*.

Figura 1 - Coordenadas de P com relação aos referenciais S e S' em um instante t ($t = t' > 0$), na perspectiva de S .



Fonte: Autoria Própria (2020)

Nessa situação tem-se que as coordenadas de P , com relação a S e S' , são respectivamente $(x = x_p, y = y_p, z = z_p)$ e $(x' = x'_p, y' = y'_p, z' = z'_p)$.

Assim, conhecendo-se as coordenadas (x, y, z) de um corpo material pontual P , no instante t , com relação a S , pode-se determinar as coordenadas (x', y', z') de P no instante t' , com relação a S' , de acordo com as seguintes relações, conhecidas como *Transformações de Galileu* ou *transformações clássicas*:

$$t' = t \quad (3.1)$$

$$x' = x - vt \quad (3.2)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

De maneira análoga, respeitando o *princípio da relatividade de Galileu* (ou utilizando simplesmente a inversibilidade das transformações 3.1 e 3.2) também pode-se descrever as coordenadas (x, y, z) no instante t , a partir das coordenadas obtidas através de S' . Porém, nesse caso S estaria se afastando S' , também com uma velocidade uniforme de módulo v , porém na mesma direção do eixo x' do referencial S' , no sentido negativo, conforme mostra a figura 2, de acordo com as seguintes relações inversas:

$$t = t' \quad (3.3)$$

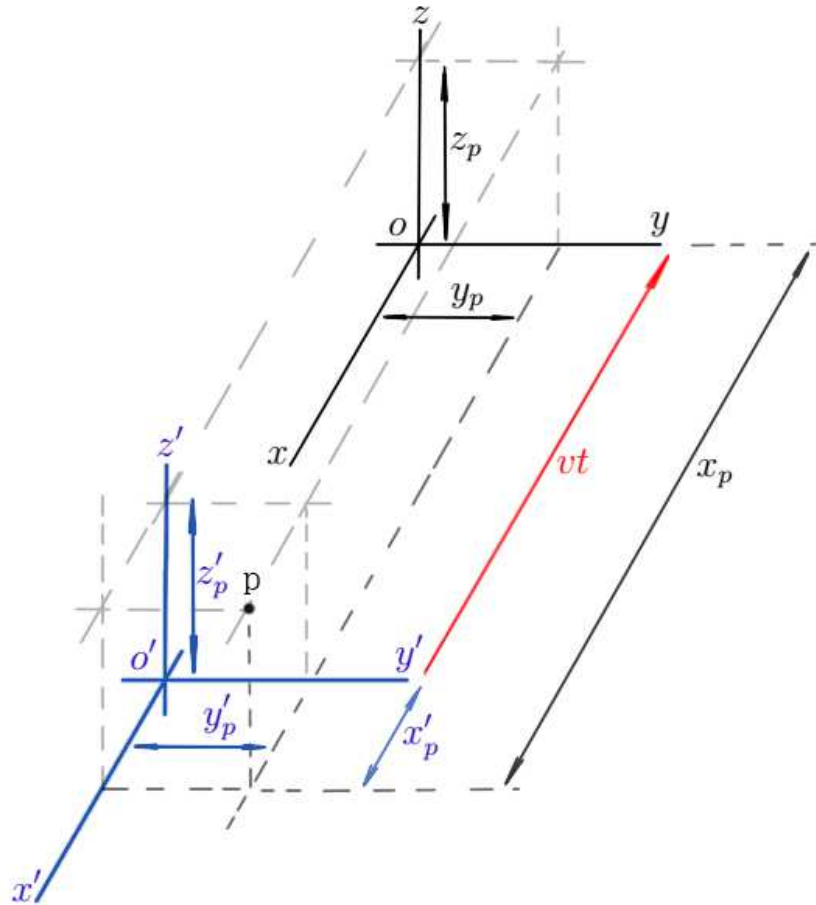
$$x = x' + vt' \quad (3.4)$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

Entretanto, ao se tentar utilizar essas transformações para o caso de raios luminosos, elas não se aplicam. Por exemplo, de acordo com as *Transformações de Galileu*, o feixe luminoso descrito pelas coordenadas $(x = ct, y = 0, z = 0)$, com relação ao referencial S , possuía as seguintes coordenadas com relação ao referencial S' : $\{x' = (c - v)t', y' = 0, z' = 0\}$. O que estaria em desacordo com dados experimentais. Ou seja, os resultados experimentais mostravam-se incompatíveis com as previsões teóricas.

Figura 2 - Coordenadas de P com relação aos referenciais S e S' em um instante t ($t = t' > 0$), na perspectiva de S' .



Fonte: Autoria Própria (2020)

Embora as evidências experimentais fossem suficientes para que Einstein questionasse as *Transformações de Galileu*, as razões teóricas foram ainda mais fundamentais para a conclusão de que essas estavam erradas. Einstein acreditava na simplicidade das leis da Física e em particular nas leis do Eletromagnetismo, conhecidas através das *Equações de Maxwell*. Dessa forma, a incompatibilidade entre as *equações de Maxwell* e as *transformações de Galileu*, tendo em vista que o resultado da aplicação dessas transformações no conjunto daquelas equações as alterava substancialmente, contrariando o fato de que essa teoria, como qualquer outra, deveria ser descrita por um conjunto de equações que, necessariamente, deveriam possuir a mesma forma em todos os *referenciais inerciais*, sugeriam a busca por novas transformações.

Motivado por essa sugestão, Einstein apresenta dois postulados segundo os quais fundamenta a proposição de um novo conjunto de relações entre as

coordenadas espaciais e temporal, de modo a garantir a invariância das equações de Maxwell nessas transformações.

Com essa proposta, Einstein amplia o escopo de validade do *princípio da relatividade* a todos os fenômenos da Física, não só aos relacionados à mecânica, mas também à Óptica e ao Eletromagnetismo. Segue abaixo esses postulados¹³:

- 1) **Princípio da Relatividade Restrita:** *As leis físicas são as mesmas em todos os referenciais inerciais.*
- 2) **Princípio da Constância da Velocidade da Luz:** *A velocidade da luz no vácuo, c , é a mesma em todas as direções, em todos os referenciais inerciais, e é independente do movimento da fonte.*

Ao conjunto dessas relações dá-se o nome de *Transformações de Lorentz*¹⁴. Também partindo da configuração padrão dos referenciais sugerida anteriormente (Figuras 1 e 2), tais relações se apresentam como segue:

$$t' = \frac{t - \left(\frac{v}{c^2}\right)x}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (3.5)$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (3.6)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

Transformações inversas:

$$t = \frac{t' + \left(\frac{v}{c^2}\right)x}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (3.7)$$

¹³Não foram exatamente com essas palavras que Einstein propõem esses postulados em seu trabalho de 1905, entretanto, para os nossos objetivos, nos damos por satisfeito com a interpretação desses sugerida por Nussenzveig (1998).

¹⁴Essas transformações têm esse nome por terem sido apresentadas primeiramente por Hendrik A. Lorentz, em um trabalho independente ao de Einstein. Inclusive, desenvolvido sob outras premissas. Para maiores detalhes veja Martins (2015).

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{x' + vt}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} & (3.8) \\
 y &= y' \\
 z &= z'
 \end{aligned}$$

Diferente das transformações clássicas, nestas transformações a variável temporal deixa de ser um parâmetro para se tornar, de fato, uma coordenada espaço-temporal, apresentando de forma explícita a relação entre o *espaço* e o *tempo*.

3.2 Abordagem geométrica e as contribuições de Hermann Minkowski

O modelo conhecido como *espaço-tempo* de Minkowski nada mais é que uma hipótese sobre a estrutura geométrica da relação entre *espaço* e *tempo*. De acordo com essa hipótese, o que realmente tem realidade física é a indissociabilidade entre esses dois conceitos. Nas palavras de Minkowski,

As considerações sobre espaço e tempo que desejo expor-vos brotaram do terreno da física experimental. Aí reside a sua força. A sua tendência é radical. Daqui em diante os conceitos de espaço e de tempo, considerados como autônomos, vão desvanecer-se como sombras e somente se reconhecerá a **existência independente a uma espécie de união entre os dois**. (MINKOWSKI, 1983, p. 93, grifo nosso).

A partir da proposta sugerida por Hermann Minkowski, deve-se entender o *espaço-tempo* como uma estrutura matemática quadridimensional. Nessa estrutura, para descrever um *evento pontual*¹⁵ que ocorre em algum lugar e em determinado momento, é necessário especificar suas quatro coordenadas espaço-temporais (t, x, y, z) . Dado um conjunto de eventos, pode-se relacionar cada dois eventos univocamente por um *vetor quadridimensional*. Os comprimentos desses vetores levam a definição de distância invariante entre eventos no espaço-tempo.

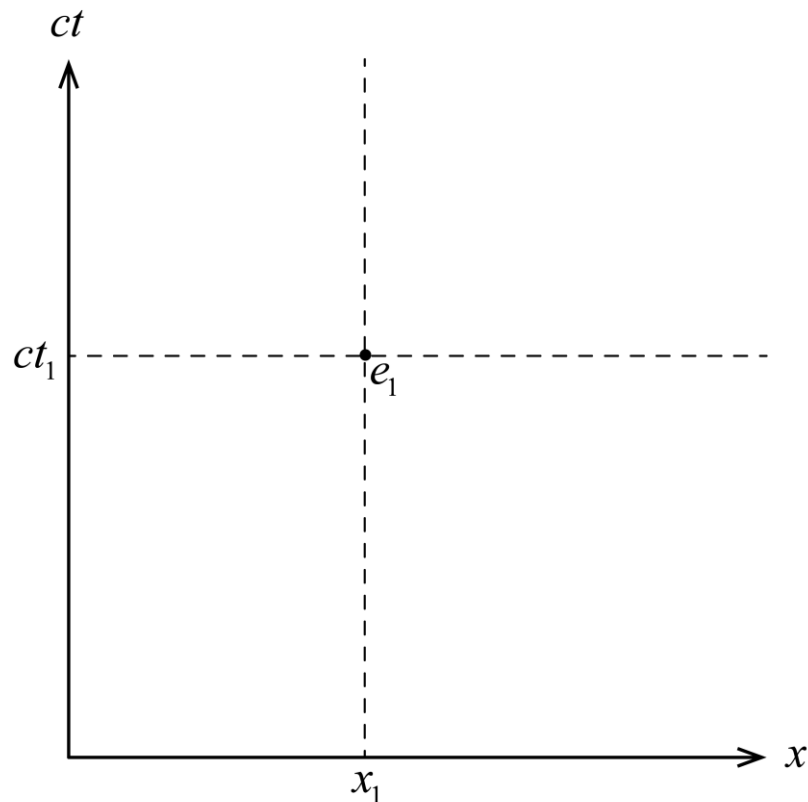
Os diagramas de Minkowski (DM) apresentam a representação parcial dessa estrutura. Por se tratar de uma estrutura quadridimensional, não é possível

¹⁵ Todo evento no *espaço-tempo* deve ocorrer durante um certo intervalo de tempo, ocupando alguma região do espaço. Assim, deve-se entender por *evento pontual* aqueles eventos que ocorrem em um intervalo de tempo muito curto, tendendo a zero, podendo assim serem representados por um ponto nos diagramas do *espaço-tempo*.

representar, do ponto de vista geométrico, o *espaço-tempo* com todas as suas dimensões na perspectiva tridimensional, muito menos bidimensionalmente. Dessa forma, a representação do *espaço-tempo* através dos DM deve omitir pelo menos uma de suas quatro dimensões. Como, este estudo está interessado em movimentos em apenas uma dimensão espacial, os DM serão esboçados, daqui por diante, com apenas dois eixos coordenados, (t) e (x) , representando respectivamente a dimensão temporal e uma das três dimensões espaciais do *espaço-tempo*.

Procedendo dessa forma, imagine um observador O , comprometido em suas medidas com um *referencial inercial* S , em repouso na origem desse referencial. Os eventos que ocorrem no *espaço-tempo*, analisados sob o ponto de vista de O , de acordo com S , serão representados através dos DM. Nesses diagramas, um evento (e) no *espaço-tempo* será caracterizado através de suas coordenadas representadas no diagrama vinculado ao *referencial inercial* S , como ilustrado pela Figura 3.

Figura 3 - Coordenadas do evento pontual e_1 , com relação ao referencial S , de acordo com as medidas feitas pelo observador O .



Fonte: Autoria Própria (2020)

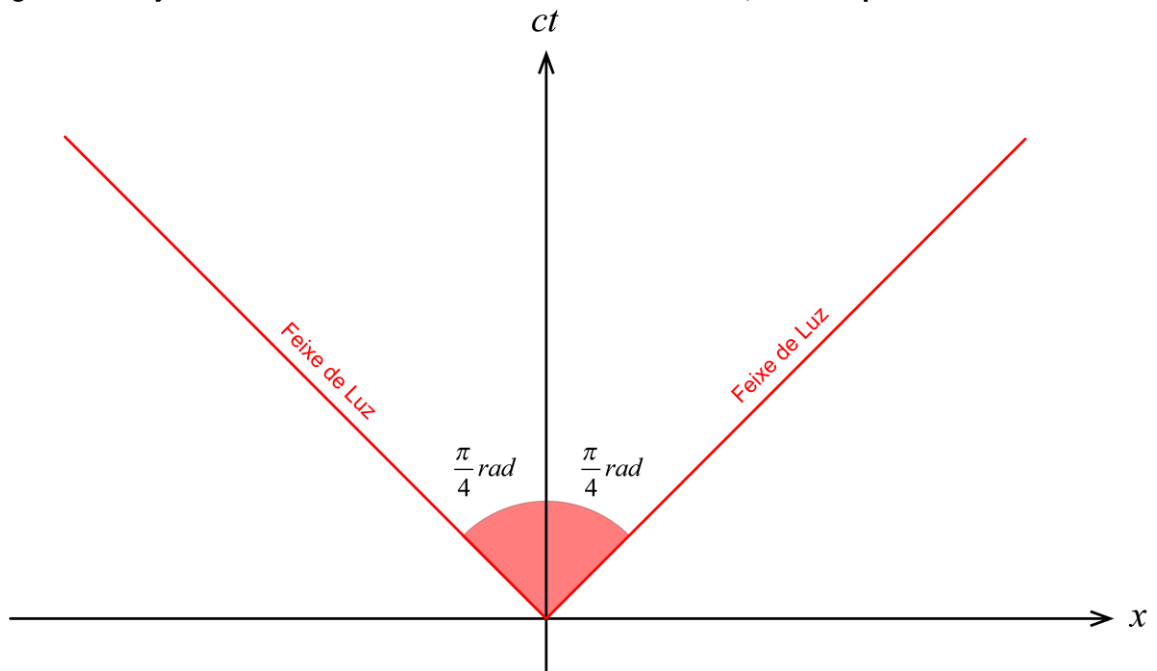
Estando o observador O em repouso no referencial S , o evento que descreve o que acontece a ele com o passar do tempo será descrito exatamente por uma reta coincidente ao eixo temporal desse diagrama, chamada de *linha mundo* do observador O , inclusive quando essa análise é extrapolada para $t < 0$. Quanto ao eixo espacial x , esse coincide com a reta que representa o conjunto dos eventos simultâneos ao observador O em $t = 0$. Sobre os demais eventos simultâneos a O , para $t \neq 0$, esses serão representados por retas paralelas ao eixo x , no intervalo $-\infty < t < +\infty$.

Como se pode observar na Figura 3, quando os DM são comparados com os já conhecidos gráficos das funções horárias da posição, resultantes da análise do movimento de um ponto material através das *Leis de Newton*, algumas diferenças são explícitas. A primeira delas, sutil e de pouca importância, diz respeito à disposição dos eixos coordenados. Nos DM a coordenada espacial, seja ela qual for (x, y, z) , é

representada tradicionalmente na horizontal, enquanto a coordenada temporal e apresentada na vertical. A segunda diferença diz respeito a escala utilizada no eixo temporal. Nos DM as coordenadas temporais dos eventos são registradas como múltiplos de c ($\sim 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$), ou seja, ct . Onde c representa a medida da velocidade da luz no vácuo em qualquer referencial inercial, em acordo com o segundo postulada da TRR, proposto por Einstein. Porém, mais que uma escala para representação de medidas em um eixo coordenado, ao representar o eixo tempo temporal como ct , essa representação guarda um compromisso das dimensões dos eixos com a indissociabilidade entre *espaço* e *tempo*, ou seja, com o *espaço-tempo*. Dessa forma ambos os eixos têm, nessa representação, a dimensão de comprimento.

Agora, prosseguindo na apresentação dos DM, imagine que o observador O emita um sinal luminoso no instante $t=0$ ($ct=0$). Tome como evento a posição ocupada pela frente de onda desse sinal se propagando no espaço-tempo. Sabe-se que essa frente de onda percorre, aproximadamente, $3,0 \cdot 10^8 \text{ m}$ a cada 1 s , ao longo do eixo x , tanto no sentido positivo como no sentido negativo. De acordo com a escala temporal descrita anteriormente, o conjunto desses eventos pertencem a duas retas, $x = \pm ct$, $0 \leq t < \infty$, com inclinações de $(\pi/4) \text{ rad}$ com relação ao eixo ct , como ilustrado pela Figura 4.

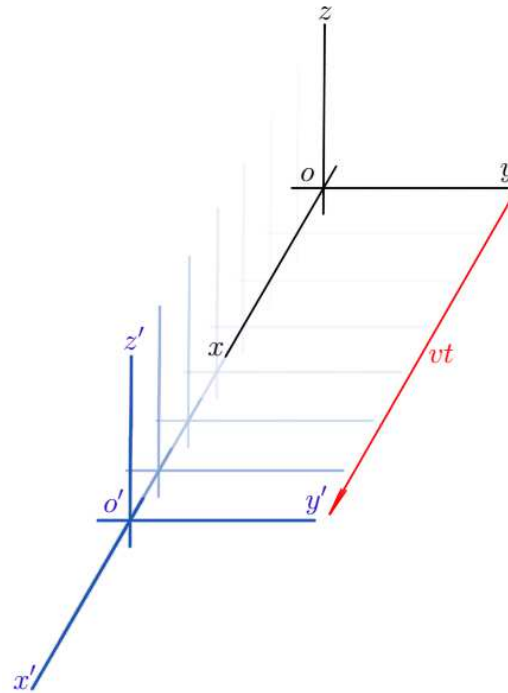
Figura 4 - Trajetória da frente de onda de um sinal luminoso, emitido por O no instante $t = 0$.



Fonte: Autoria Própria (2020)

Imagine agora outro observador O' , comprometido em suas medidas com o referencial inercial S' , em repouso na origem desse referencial. Imagine também que os observadores O' e O , e seus respectivos referenciais S' e S , têm suas origens coincidentes no instante $t' = t = 0$, e que O' afasta-se de O com uma velocidade v , com relação ao referencial S , na direção positiva do eixo x desse referencial, como esquematizado pela Figura 5.

Figura 5 - Observador O' (referencial S') afastando-se do observador O (referencial S), em um instante t ($t > 0$).

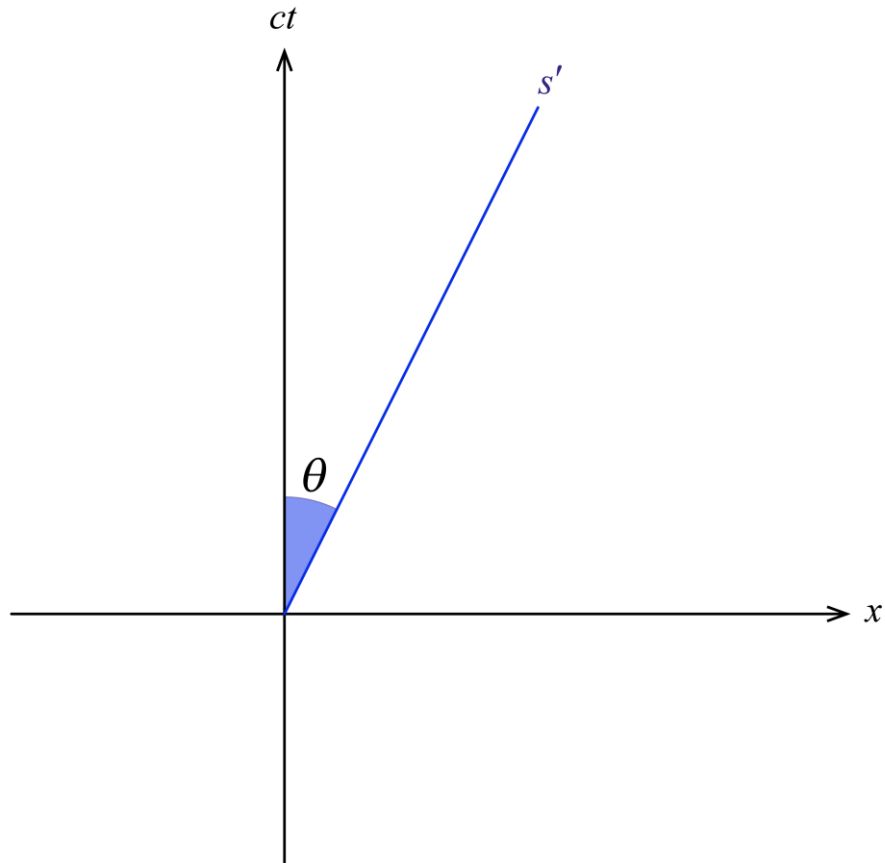


Fonte: Autoria Própria (2020)

A partir do DM construído sob a perspectiva de O , considere os eventos correspondentes às sucessivas posições ocupadas por O' , registradas a partir de S . Como se pode observar na Figura 6, esses eventos serão representados pela reta s' , dada pela equação

$$s' : x = vt \quad (3.9).$$

Figura 6 - Conjunto dos eventos (reta s') representando as posições ocupadas por O' , na perspectiva de O , para $t \geq 0$.



Fonte: Autoria Própria (2020)

Pode-se calcular a inclinação da reta s' , com relação ao eixo ct do referencial S , a partir do ângulo θ . Para isso é necessário reescrever a equação (3.9) de modo que as coordenadas temporais sejam medidas por múltiplos de c . Isso é possível simplesmente multiplicando e dividindo o segundo membro dessa equação por c .

$$\begin{aligned}
 x &= vt \\
 x &= vt \left(\frac{c}{c} \right) \\
 x &= \left(\frac{v}{c} \right) ct
 \end{aligned}
 \tag{3.10}$$

Assim, pela equação (3.10), tem-se explicitamente que $\theta = \text{arctg}(v/c)$.

A mesma análise pode ser feita quanto aos eventos simultâneos a O' para $t' = 0$. De acordo com a equação (3.5):

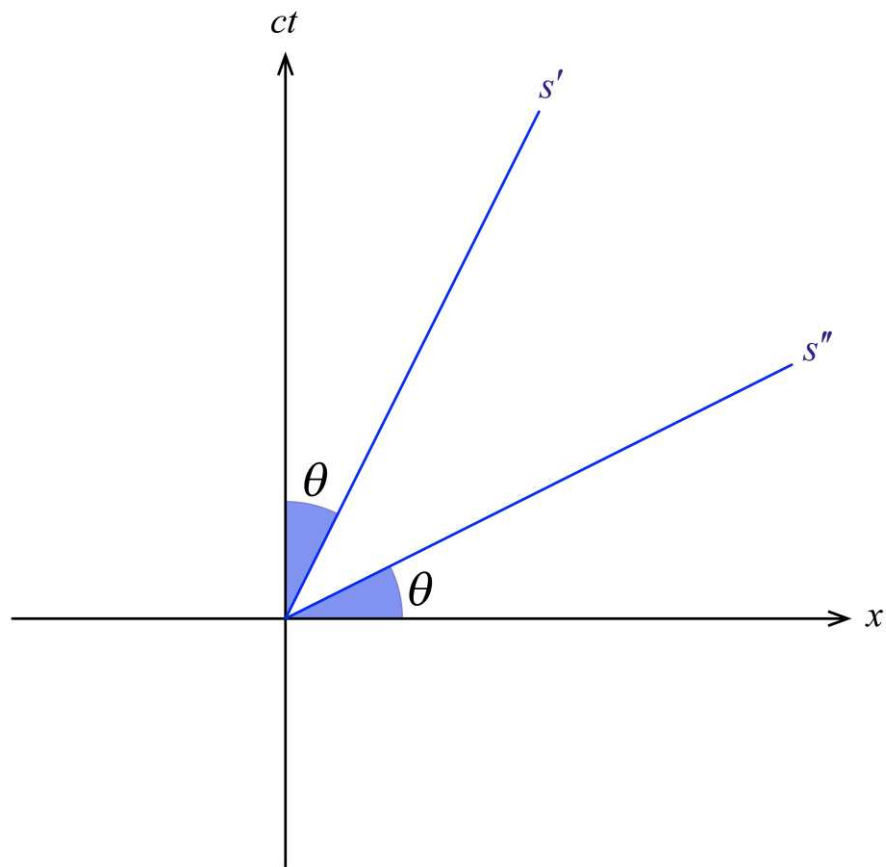
$$\begin{aligned}
 t' &= \frac{t - \left(\frac{v}{c^2}\right)x}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \\
 0 &= \frac{t - \left(\frac{v}{c^2}\right)x}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \\
 0 &= t - \left(\frac{v}{c^2}\right)x \\
 t &= \left(\frac{v}{c^2}\right)x \tag{3.11}
 \end{aligned}$$

Multiplicando ambos os membros de (3.11) por c :

$$\begin{aligned}
 ct &= c \left(\frac{v}{c^2}\right)x \\
 ct &= \left(\frac{v}{c}\right)x \tag{3.12}
 \end{aligned}$$

Fica explícito pela equação (3.12) que os eventos simultâneos a O' , para $t' = 0$, serão representados no referencial S por uma reta s'' , de equação $s'' : ct = (v/c)x$, também com inclinação $\theta = \text{arctg}(v/c)$, porém com relação ao eixo x , como ilustrado pela Figura 7.

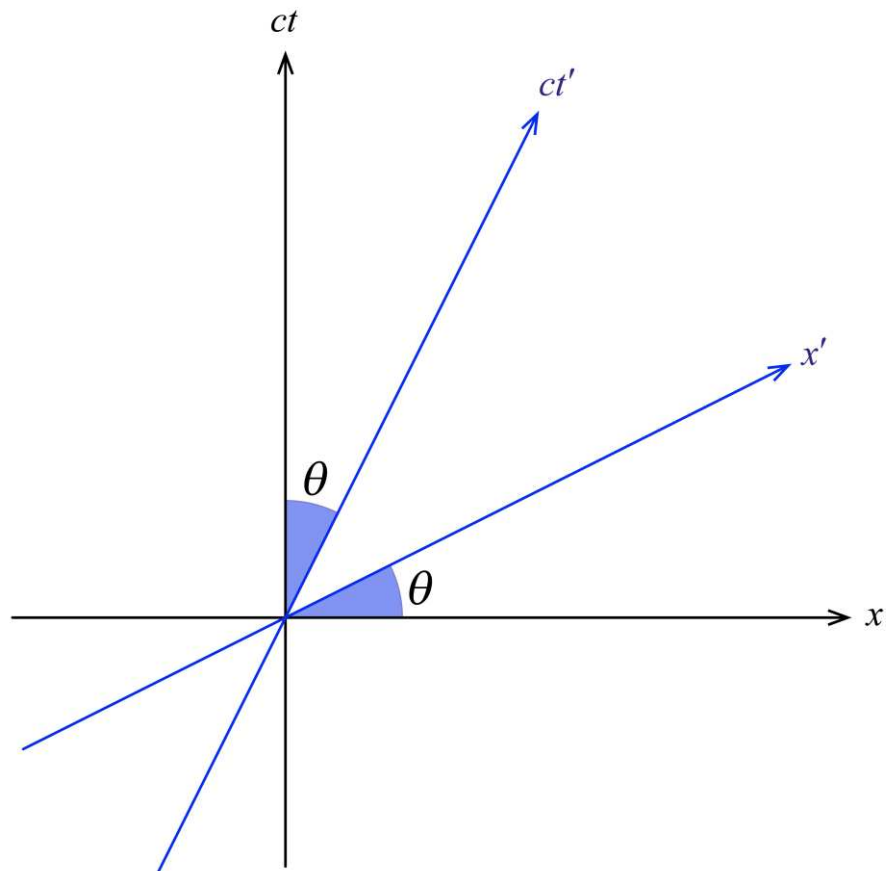
Figura 7 - Conjunto dos eventos simultâneos a O' (reta s'') no instante $t' = 0$, na perspectiva de O , para $t \geq 0$.



Fonte: Autoria Própria (2020)

Como discutido anteriormente para o caso do observador O , a *linha mundo* do observador O' coincide exatamente com o eixo temporal do diagrama relacionado com o referencial S' , assim como o conjunto dos eventos simultâneos ao observador O' , em $t' = 0$, será coincidente ao eixo x' do diagrama vinculado a esse referencial. Entretanto, na perspectiva do observador O , esses eixos ($t \geq 0$) serão representados respectivamente pelas retas s' e s'' . Com isso, conclui-se que conhecendo a velocidade relativa v entre os referenciais S e S' é possível sobrescrever o referencial S' no referencial S , através dos DM, como ilustrado pela Figura 8.

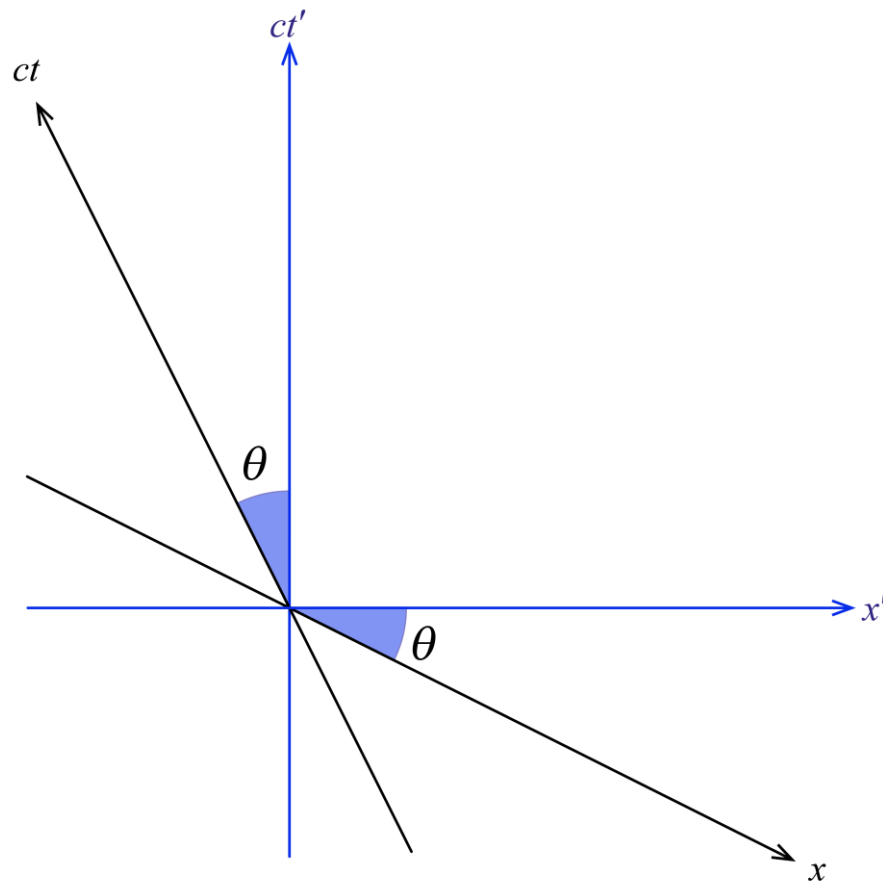
Figura 8 - Diagramas de Minkowski de S e S' , na perspectiva do observador O .



Fonte: Autoria Própria (2020)

Entretanto, segundo o *Princípio da Relatividade*, não há um sistema de coordenadas “privilegiado” para análise dos eventos no *espaço-tempo*. Dessa forma, pelo mesmo raciocínio, também pode-se sobrescrever o referencial S no referencial S' , simplesmente observando que para o observador O' é o observador O que se afasta com velocidade $(-v)$, no sentido negativo do eixo x' do referencial S' . Nesse caso os DM se apresentam como ilustrado pela Figura 9.

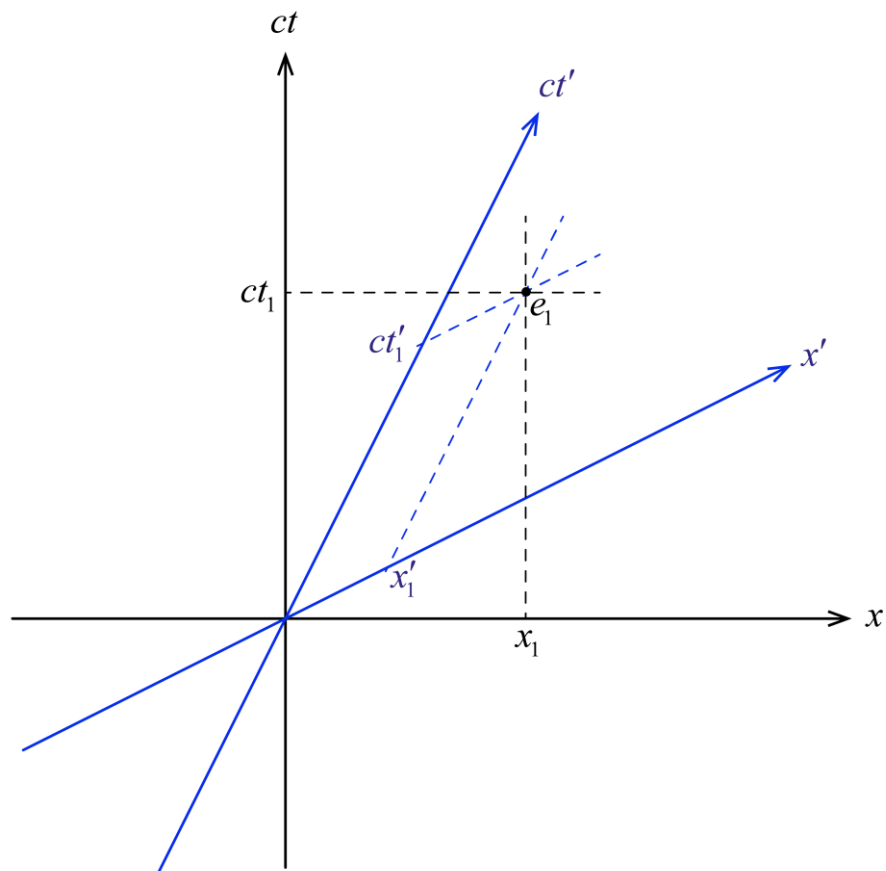
Figura 9 - Diagramas de Minkowski de S' e S , na perspectiva do observador O' .



Fonte: Autoria Própria (2020)

Através dessa representação é possível analisar um evento (e) no *espaço-tempo*, tanto na perspectiva do observador O , de acordo com as coordenadas (ct_e, x_e) , medidas em seu referencial S , como na perspectiva do observador O' , através das coordenadas (ct'_e, x'_e) , medidas em seu referencial S' , como ilustrado pela Figura 10.

Figura 10 - Coordenadas do evento e_1 , a partir de S e S' .



Fonte: Autoria Própria (2020)

As relações entre essas coordenadas são conseguidas diretamente através das *Transformações de Lorentz*. Para que essas transformações fiquem mais intuitivas aos DM, são sugeridas a seguir algumas alterações em sua apresentação.

Primeiro define-se as seguintes variáveis:

$$\beta = \left(\frac{v}{c} \right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Assim, é possível reescrever as equações (3.5) e (3.6) da seguinte maneira:

$$t' = \gamma \left\{ t - \left(\frac{v}{c^2} \right) x \right\} \quad (3.13)$$

$$x' = \gamma (x - vt) \quad (3.14)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

Multiplicando-se a equação (3.13) por c :

$$ct' = c\gamma \left\{ t - \left(\frac{v}{c^2} \right) x \right\}$$

$$ct' = \gamma \left\{ ct - \left(\frac{cv}{c^2} \right) x \right\}$$

$$ct' = \gamma \left\{ ct - \left(\frac{v}{c} \right) x \right\}$$

$$ct' = \gamma (ct - \beta x) \quad (3.15)$$

Agora reescreve-se a equação (3.14) como a seguir:

$$x' = \gamma \left\{ x - \left(\frac{c}{c} \right) vt \right\}$$

$$x' = \gamma \left\{ x - \left(\frac{v}{c} \right) ct \right\}$$

$$x' = \gamma (x - \beta ct) \quad (3.16)$$

Por fim, a partir das equações (3.15) e (3.16), tem-se as *Transformações de Lorentz* como segue:

$$ct' = \gamma (ct - \beta x) \quad (3.17)$$

$$x' = \gamma (x - \beta ct) \quad (3.18)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

Assim como suas transformações inversas:

$$ct = \gamma(ct' + \beta x') \quad (3.19)$$

$$x = \gamma(x' + \beta ct') \quad (3.20)$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

Como se pode perceber, as equações (3.17), (3.18), (3.19) e (3.20) apresentam de maneira explícita as relações de simetria entre as representações das coordenadas de um evento no *espaço-tempo* medidas nos referenciais S (ct, x) e S' (ct', x').

3.2.1 Intervalos no Espaço-Tempo

Outra conclusão muito importante advinda do *espaço-tempo quadridimensional* proposto por Hermann Minkowski diz respeito aos *intervalos invariantes*. Para entender a importância desse conceito, imagine uma fonte de luz pontual emitindo vários feixes luminosos em todas as direções do *espaço-tempo*. Para cada um desses feixes é definido um conjunto de eventos correspondentes as posições ocupadas, com o passar do tempo, pela frente de onda do feixe luminoso considerado. Assim, considerando dois desses eventos, registrados a partir do referencial S : e_i (ct_i, x_i, y_i, z_i) e e_f (ct_f, x_f, y_f, z_f), para $t_f > t_i$. Pode-se medir a velocidade da luz (c), no vácuo, a partir desses dois eventos da seguinte forma:

$$c = \frac{\sqrt{r^2}}{\Delta t}$$

onde $r^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$, sendo r a distância percorrida pela frente de onda no espaço entre os eventos e_i e e_f , pois $\Delta x = x_f - x_i$, $\Delta y = y_f - y_i$, $\Delta z = z_f - z_i$ e $\Delta t = t_f - t_i$.

Pode-se reescrever essa expressão da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
c &= \frac{\sqrt{r^2}}{\Delta t} \\
c\Delta t &= \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} \\
(c\Delta t)^2 &= \left(\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} \right)^2 \\
(c\Delta t)^2 &= (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 \\
(c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 &= 0
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Como a velocidade da luz (c) deve ser a mesma, independente do referencial adotado, quando consideramos a mesma situação a partir do referencial S' chega-se as mesmas conclusões:

$$\begin{aligned}
c &= \frac{\sqrt{(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2}}{\Delta t'} \\
c\Delta t' &= \sqrt{(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2} \\
(c\Delta t')^2 &= \left(\sqrt{(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2} \right)^2 \\
(c\Delta t')^2 &= (\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2 \\
(c\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 - (\Delta y')^2 - (\Delta z')^2 &= 0
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Pode-se generalizar as equações (3.21) e (3.22) para quaisquer dois eventos tomados a partir dos referenciais S e S' , assim como para qualquer *referencial inercial* considerado. Dessa forma, define-se o conceito de *intervalo invariante* s proposto por Hermann Minkowski:

$$\begin{aligned}
s^2 &= (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 \\
s^2 &= (c\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 - (\Delta y')^2 - (\Delta z')^2
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Ao se analisar os termos da equação (3.23) percebe-se que s^2 pode assumir os seguintes valores, a depender dos pares de eventos considerados:

$$s^2 < 0 \quad (3.24)$$

$$s^2 = 0 \quad (3.25)$$

$$s^2 > 0 \quad (3.26)$$

Por exemplo, para quaisquer dois eventos simultâneos registrados no referencial S , $e_i(ct_0, x_i, y_i, z_i)$ e $e_f(ct_0, x_f, y_f, z_f)$, onde $t_i = t_f = t_0$, tem-se que $c\Delta t = 0$, $(c\Delta t)^2 = 0$ e, conseqüentemente, $s^2 = -(\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2) < 0$. Intervalos com essa característica, que satisfazem a condição (3.24), são chamados de *Intervalos do tipo Espaço*.

Para quaisquer outros dois eventos, também analisados a partir de S , registrados na mesma posição espacial, $(x_i = x_f = x_0, y_i = y_f = y_0, z_i = z_f = z_0)$, porém em instantes diferentes, $e_i(ct_i, x_0, y_0, z_0)$ e $e_f(ct_f, x_0, y_0, z_0)$, tem-se que $\Delta x = 0, \Delta y = 0$ e $\Delta z = 0$. Logo, $s^2 = (c\Delta t)^2 > 0$. Intervalos com essa característica, que satisfazem a condição (3.26), são chamados de *Intervalos do tipo Tempo*.

Já para aqueles pares de eventos, ainda registrados sob a perspectiva de S , tais quais os pertencentes a algum daqueles conjuntos de eventos representando as posições ocupadas pelas frentes de onda de um dado feixe luminoso propagando-se no espaço com o passar do tempo, sempre se tem que $(c\Delta t)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$, assim como analisado anteriormente. Para esses casos, tem-se que $s^2 = 0$. Intervalos com essa característica, que satisfazem a condição (3.25), são chamados de *Intervalos do tipo Luz*. Veja agora o que os diagramas de Minkowski tem a dizer sobre esses *intervalos*.

3.2.1.1 Os Cones de Luz e a relação entre a casualidade de eventos e a velocidade de propagação das informações

Considere o conjunto de intervalos definidos pelos pares de eventos $\{e_i, e_f\}$ onde $e_i(ct_i = 0, x_i = 0, y_i = 0, z_i = 0)$ e $e_f(ct_f = t, x_f = x, y_f = y, z_f = z)$, para $-\infty < t < +\infty$. A partir do DM vinculado ao referencial S , pode-se representar geometricamente no *espaço-tempo* os subconjuntos de intervalos definidos por (3.24), (3.25) e (3.26), de acordo com (3.23).

Com o evento e_i como um parâmetro fixo, comum a todos os pares pertencentes ao conjunto, todos os intervalos aqui analisados ficam bem definidos por e_f , através de: $s^2 = (ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2$.

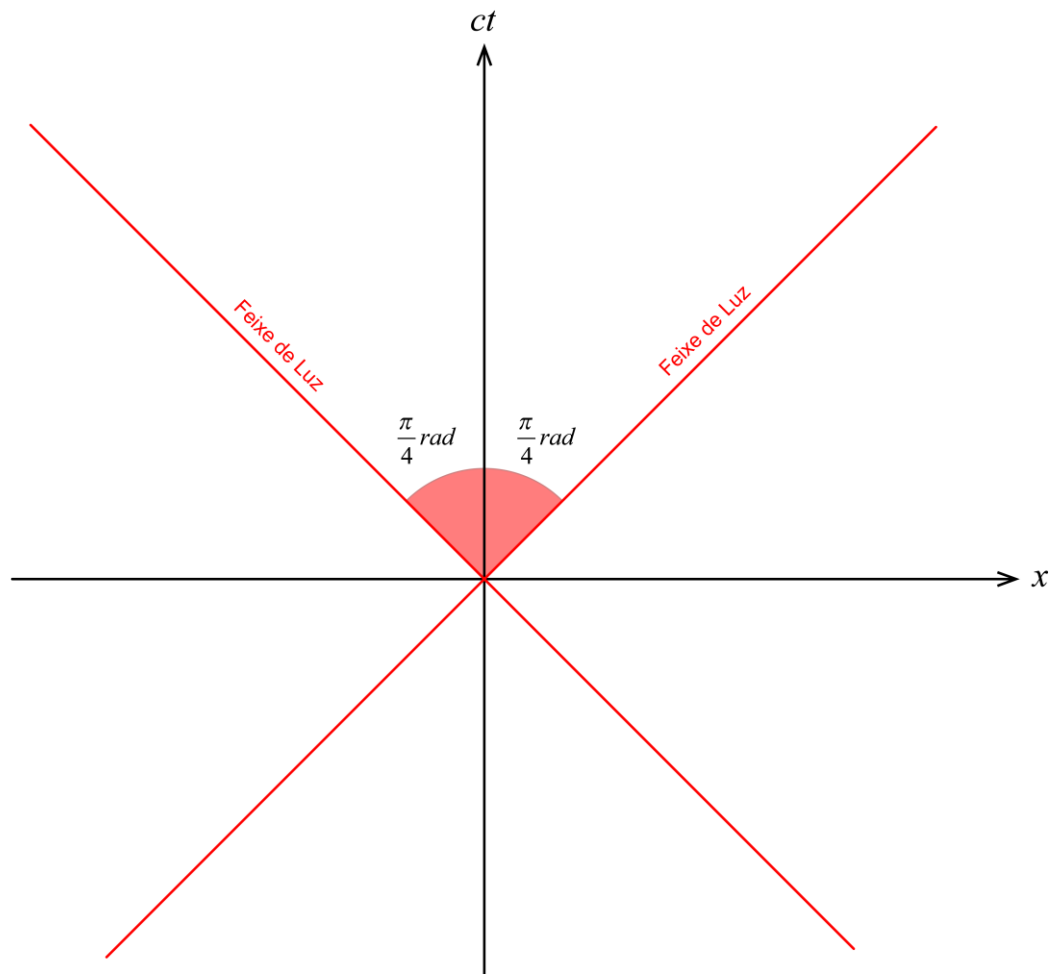
Como o interesse está nas representações desses intervalos no *espaço-tempo* através do DM, basta analisar as coordenadas ct e x desses intervalos: $s^2 = (ct)^2 - x^2$.

Dito isso, a análise aqui empreendida terá início pelos intervalos que satisfazem a condição (3.25):

$$\begin{aligned} (ct)^2 - x^2 &= 0 \\ x^2 &= (ct)^2 \\ x &= \sqrt{(ct)^2} \\ x &= |ct| \\ x &= \pm ct \end{aligned} \tag{3.27}$$

De acordo com (3.27), pode-se representar esse conjunto através de duas retas, com inclinações de $\pm\pi/4$ rad com relação ao eixo ct , como ilustrado pela Figura 11.

Figura 11 - Conjunto de pares de eventos $\{e_i, e_f\}$ que satisfazem a condição (3.25), de acordo com o referencial S .



Fonte: Autoria Própria (2020)

Comparando esse diagrama com o diagrama esboçado anteriormente, acerca dos eventos correspondentes à trajetória das frentes de onda de um feixe luminoso emitido por um observador O , em repouso na origem do referencial S em $t=0$ (veja a Figura 4), percebe-se que aquele conjunto de eventos tratava-se de um subconjunto deste. Para isso basta considerar o evento e_i como a posição do observador O no *espaço-tempo*, no instante $t=0$.

Vale destacar que, se todas as quatro dimensões do *espaço-tempo* fossem consideradas, esse conjunto corresponderia ao conjunto dos eventos e_f pertencentes a superfície de dois cones de mesmo vértice, definidos para $t < 0$ e $t > 0$, sendo o evento e_i o vértice comum a esses cones. A esses cones se dá o nome de *cones de*

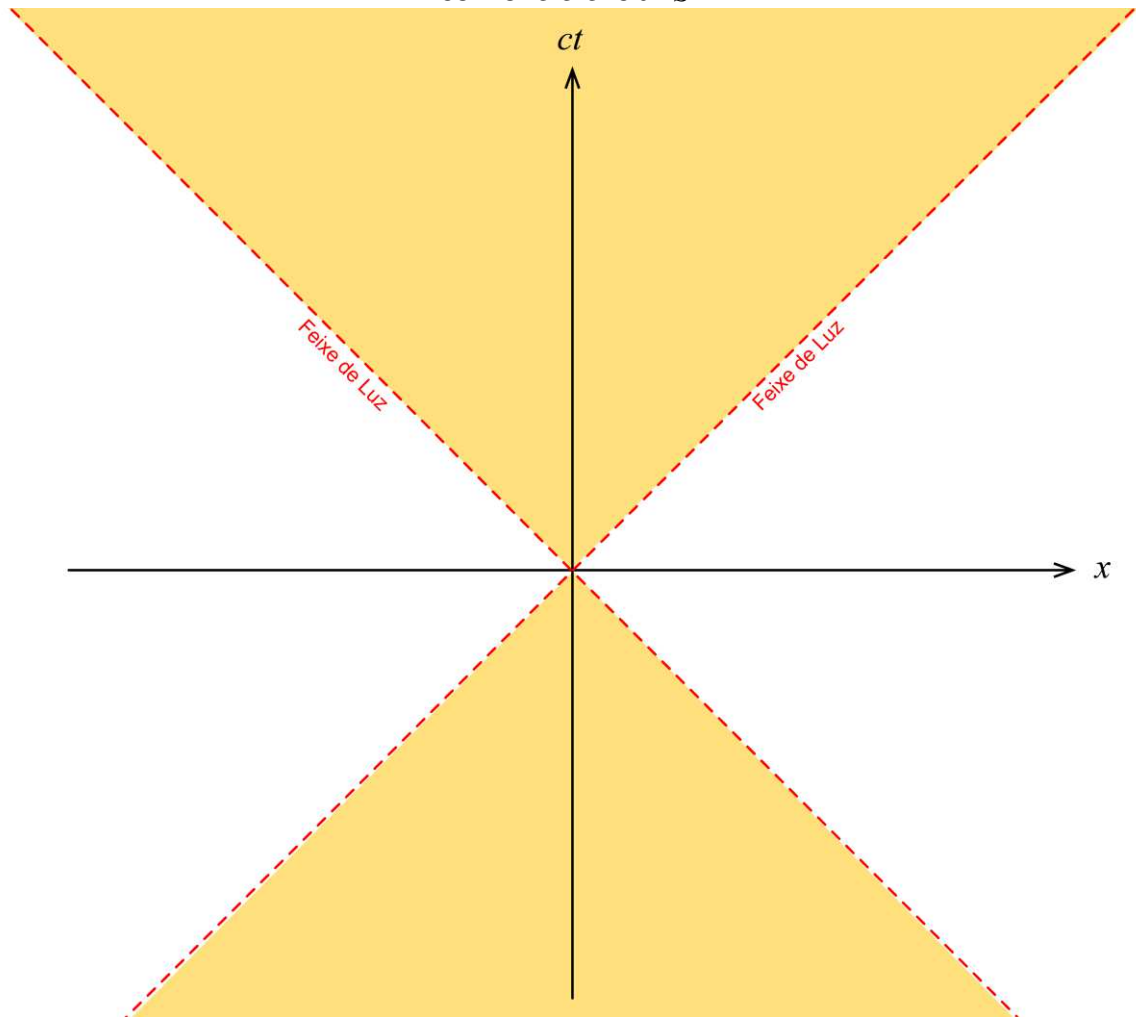
luz do *espaço-tempo*, com relação ao evento e_i . Dessa forma, o que está representado no DM ilustrado pela Figura 11, nada mais são que as projeções dos *cones de luz* do evento e_i com o plano formado pelos eixos ct e x .

De maneira análoga, pode-se representar o conjunto de pares de eventos $\{e_i, e_f\}$ que satisfazem a condição (3.26), para $-\infty < t < +\infty$:

$$\begin{aligned}
 (ct)^2 - x^2 &> 0 \\
 x^2 &< (ct)^2 \\
 x &< \sqrt{(ct)^2} \\
 x &< |ct| \\
 x &< \pm ct
 \end{aligned}
 \tag{3.28}$$

De acordo com (3.28), esse conjunto corresponde aos eventos e_f pertencentes a região interior à projeção dos *cones de luz* com o plano formado pelos eixos ct e x , como ilustrado pela Figura 12.

Figura 12 - Conjunto de pares de eventos $\{e_i, e_f\}$ que satisfazem a condição (3.26), de acordo com o referencial S .



Fonte: Autoria Própria (2020)

Por fim, resta representar o conjunto de pares de eventos $\{e_i, e_f\}$ que satisfazem a condição (3.24), também no intervalo $-\infty < t < +\infty$:

$$(ct)^2 - x^2 < 0$$

$$x^2 > (ct)^2$$

$$x > \sqrt{(ct)^2}$$

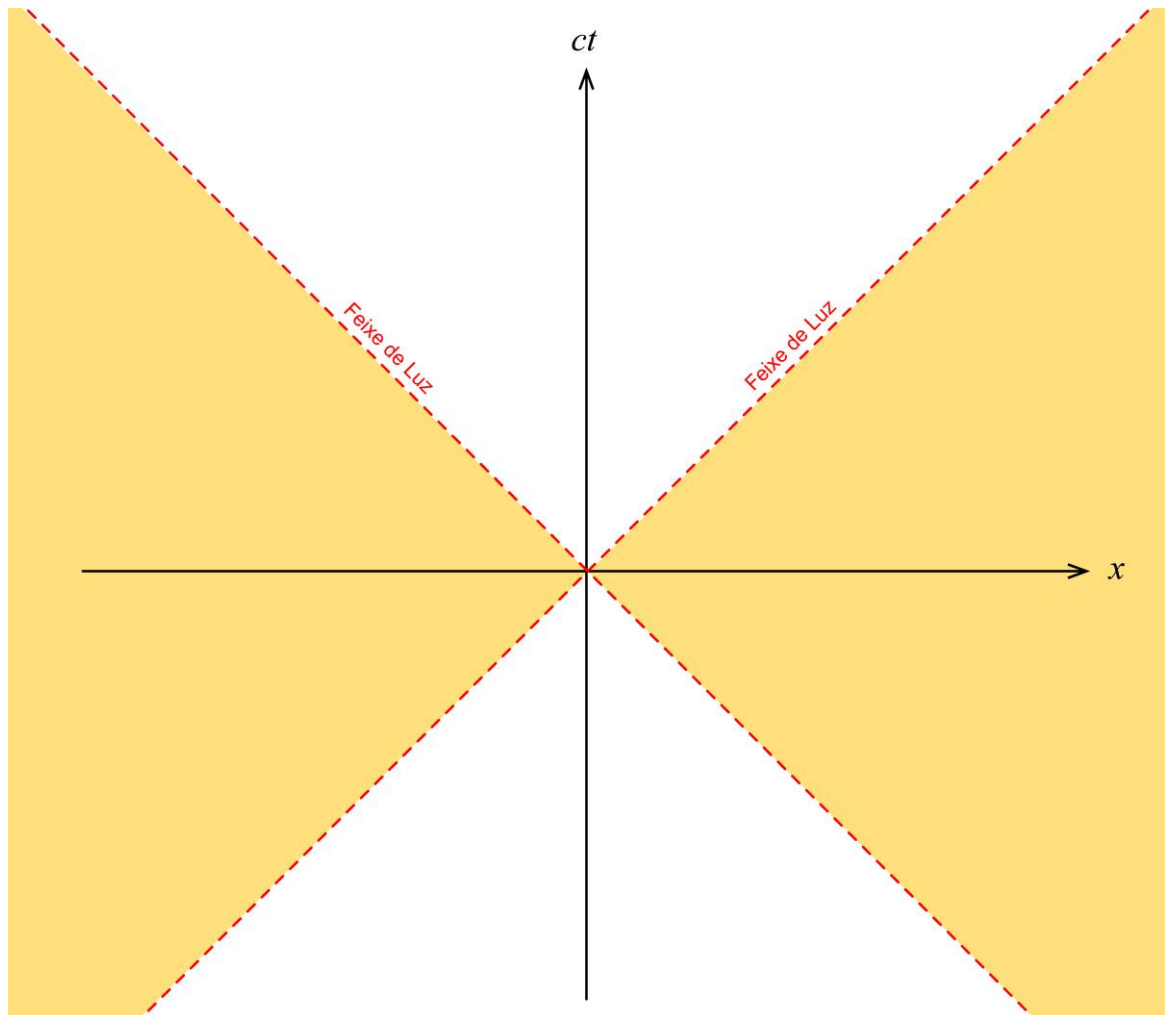
$$x > |ct|$$

$$x > \pm ct$$

(3.29)

Como era de se esperar, de acordo com (3.29), esse conjunto corresponde aos eventos e_f pertencentes a região exterior às projeções dos *cones de luz* com o plano formado pelos eixos ct e x , como ilustrado pela Figura 13.

Figura 13 - Conjunto de pares de eventos $\{e_i, e_f\}$ que satisfazem a condição (3.24), de acordo com o referencial S .



Fonte: Autoria Própria (2020)

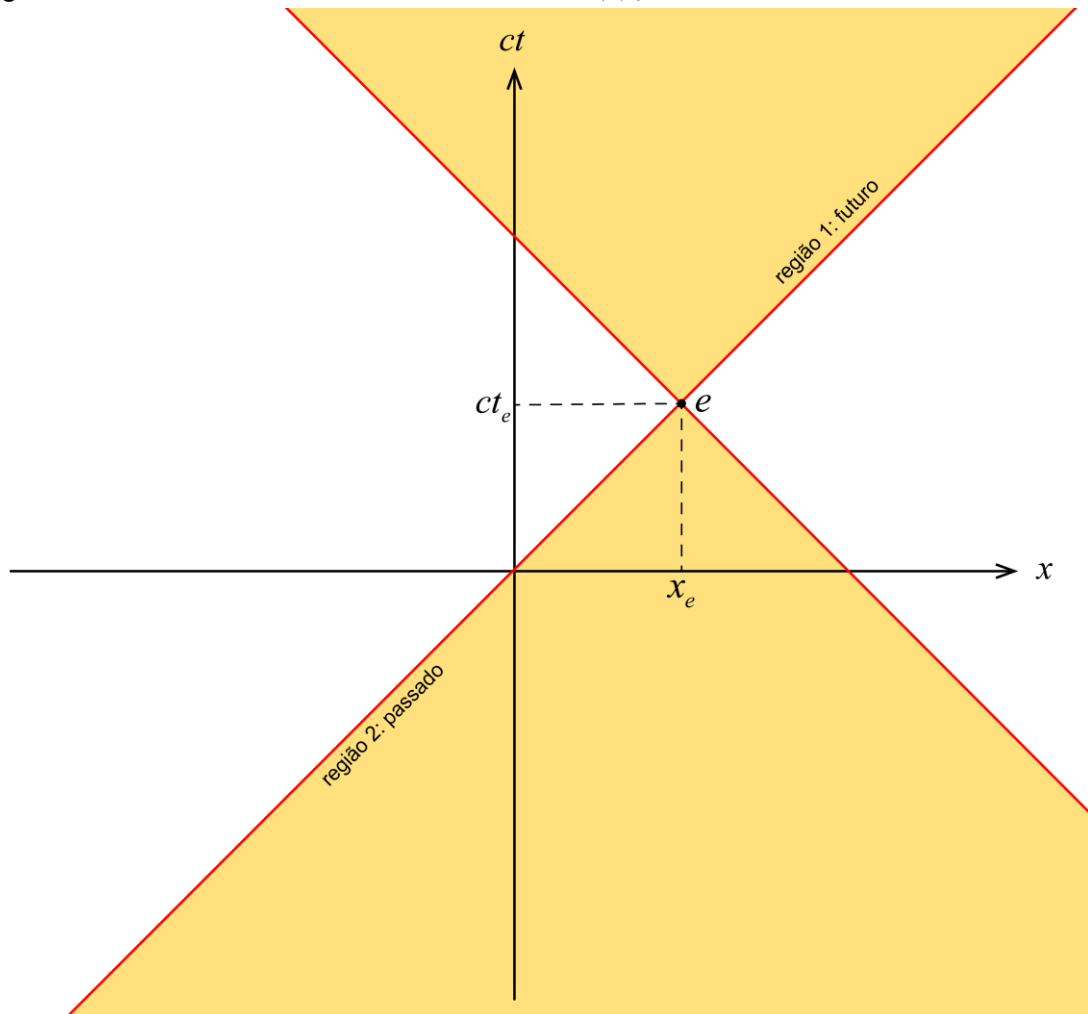
Toda a análise diz respeito ao conjunto de pares de eventos $\{e_i, e_f\}$, tomados com relação ao referencial S . Entretanto, a mesma análise pode ser feita através do referencial S' , chegando-se às mesmas conclusões, pois, de acordo com (3.23), o intervalo s^2 é um invariante relativístico, seu valor é independente do referencial inercial utilizado para a análise.

Outra questão interessante a ser notada diz respeito as regiões definidas no *espaço-tempo* para os quais os *intervalos invariantes* foram classificados como *tipo Tempo*, *tipo Luz* e *tipo Espaço*. Para a determinação dessas regiões, os intervalos foram definimos através da variação do evento e_f , no intervalo $-\infty < t < +\infty$, a partir do evento particular $e_i(ct_i = 0, x_i = 0, y_i = 0, z_i = 0)$. Entretanto, a mesma análise feita a partir desse evento particular pode ser generalizada a partir de um evento qualquer $e(ct = t_e, x = x_e, y = y_e, z = z_e)$, escolhido arbitrariamente, através do conjunto de eventos $\{e, e_f\}$, também variando o evento $e_f(ct_f = t, x_f = x, y_f = y, z_f = z)$, no intervalo $-\infty < t < +\infty$. Assim, de acordo com (3.23):

$$s^2 = \{c(t - t_f)\}^2 - \{(x - x_f)^2 + (y - y_f)^2 + (z - z_f)^2\}.$$

Daquelas três regiões, destaca-se no DM a região $s^2 \geq 0$, interior às projeções dos *cones de luz* no plano definido pelos eixos ct e x , incluindo os eventos pertencentes a intersecção dos cones com o plano. Nessa região destaca-se ainda outras duas regiões de interesse: *região 1*, definida por $t > t_e$, e a *região 2*, para $t < t_e$. A essas regiões dá-se os seguintes nomes: *futuro* do evento (e) e *passado* do evento (e), respectivamente. Essas regiões podem ser observadas em destaque na Figura 14.

Figura 14 – - Cones de Luz do evento do evento (e), de acordo com o referencial S .



Fonte: Autoria Própria (2020)

Fisicamente essas duas regiões mantêm uma relação muito interessante com o evento (e). Um objeto físico, ou um sinal luminoso, só pode ir de um ponto qualquer do espaço-tempo até o evento (e), movendo-se com uma velocidade menor ou igual à velocidade da luz (c). Dessa forma, os eventos pertencentes a *região 2* podem afetar o evento (e). Ou seja, podem ter uma alguma influência sobre ele a partir do passado. Assim, todos os eventos da *região 2* estão no “passado” de (e), de modo que tudo que ocorre nessa região pode afetar o presente desse evento.

Por outro lado, a *região 1* é uma região em que os eventos ali contidos podem ser afetados pelo evento (e), respeitando a velocidade limite para propagação de quaisquer tipos de informação possíveis de serem transmitidas no regime relativístico. Portanto, esse é o conjunto dos eventos pertencentes ao “futuro” do evento (e).

Com relação aos demais eventos pertencentes às demais regiões do *espaço-tempo*, esses não podem afetar o evento (e), assim como não podem ser afetados por ele.

Outra questão muito interessante que merece ser analisada diz respeito a ordem de ocorrência entre dois eventos no *espaço-tempo*, e_1 e e_2 , analisados sob a perspectiva de dois *referenciais inerciais* diferentes, $S: e_1(ct_1, x_1, y_1, z_1)$ e $e_2(ct_2, x_2, y_2, z_2)$, $S': e_1(ct'_1, x'_1, y'_1, z'_1)$ e $e_2(ct'_2, x'_2, y'_2, z'_2)$, com movimento relativo entre os referenciais. Para o referencial S esses eventos podem ser simultâneos, $ct_1 = ct_2$, o evento e_1 pode ser anterior ao evento e_2 $ct_1 < ct_2$, assim como o contrário, onde e_1 pode ser posterior a e_2 , $ct_1 > ct_2$. Entretanto, ao serem analisados através do referencial S' , a ordem de ocorrência desses eventos pode se alterar com relação a ordem estabelecida pelo referencial S . Para analisarmos essa questão, voltemos às *Transformações de Lorentz*, equação (3.17), onde relacionaremos os tempos de ocorrência de e_1 e e_2 no referencial S com o referencial S' :

$$ct'_1 = \gamma(ct_1 - \beta x_1) \quad (3.30)$$

$$ct'_2 = \gamma(ct_2 - \beta x_2) \quad (3.31)$$

Pode-se calcular a variação temporal desses eventos no referencial S simplesmente subtraindo (3.30) de (3.31). Assim:

$$ct'_2 - ct'_1 = \gamma(ct_2 - \beta x_2) - \gamma(ct_1 - \beta x_1)$$

$$ct'_2 - ct'_1 = \gamma ct_2 - \gamma \beta x_2 - \gamma ct_1 + \gamma \beta x_1$$

$$ct'_2 - ct'_1 = \gamma(ct_2 - ct_1) - \gamma \beta(x_2 - x_1)$$

$$c(t'_2 - t'_1) = \gamma \{c(t_2 - t_1)\} - \gamma \beta(x_2 - x_1)$$

$$c\Delta t' = \gamma c(\Delta t) - \gamma \beta(\Delta x)$$

$$c\Delta t' = \gamma(c\Delta t - \beta \Delta x) \quad (3.32)$$

Assim, de acordo com (3.32), tem-se que

$$c\Delta t' > 0 \text{ se } c\Delta t > \beta\Delta x \quad (3.33)$$

$$c\Delta t' = 0 \text{ se } c\Delta t = \beta\Delta x \quad (3.34)$$

$$c\Delta t' < 0 \text{ se } c\Delta t < \beta\Delta x \quad (3.35)$$

Prosseguindo nessa análise, considere o caso em que e_1 é anterior a e_2 ($ct_2 > ct_1$), ou seja, $c\Delta t > 0$. Analisando as condições (3.33), (3.34) e (3.35), percebe-se que ($ct'_2 > ct'_1$), ou seja, $c\Delta t' > 0$ só será garantido nos casos em que o evento e_2 estiver na *Região 1* dos *Cones de Luz* do evento e_1 . Da mesma forma, para o caso em que e_1 é posterior a e_2 ($ct_2 < ct_1$), ou seja, $c\Delta t < 0$, percebe-se que ($ct'_2 < ct'_1$), ou seja, $c\Delta t' < 0$ só será garantido nos casos em que o evento e_2 estiver na *Região 2* dos *Cones de Luz* do evento e_1 . Por fim, fica explícito que, através da condição (3.24), tratando-se de eventos que ocorrem em diferentes posições no eixo x do referencial S , os referenciais jamais concordarão quanto a simultaneidade dos eventos e_1 e e_2 .

Assim, dado um par de eventos quaisquer, pode-se determinar se esses eventos podem, ou não, guardar entre si uma relação de causalidade (causa e consequência). Para que isso seja possível, basta que um dos eventos esteja na região interior dos *Cones de Luz* do outro, seja na *Região 1 (futuro)*, seja na *Região 2 (passado)*. Cabe salientar que essa é uma conclusão invariante, independente do referencial inercial adotado para análise dos eventos. Invariância essa garantida pelos intervalos invariantes, de acordo com (3.23).

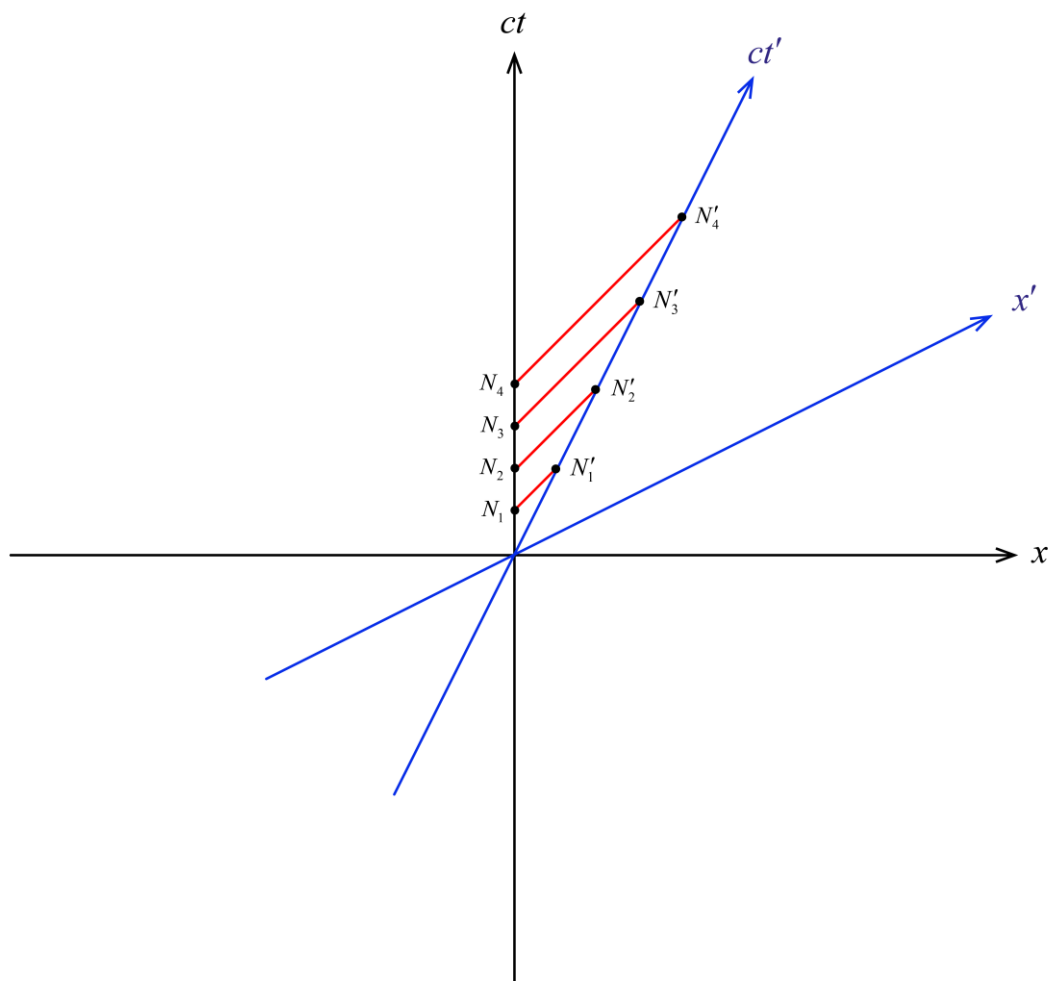
3.2.2 Consequências da TRR a partir dos Diagramas de Minkowski

A seguir serão demonstradas algumas consequências advindas dos postulados de Einstein, a partir de uma abordagem geométrica, através dos DM. As demonstrações aqui apresentadas tiveram como referencial teórico os trabalhos de Conto *et al.* (2013), já apresentado na revisão da literatura, e Bohm (2015, p. 175 – 190). As demonstrações que se seguirão começam com a apresentação do *princípio da Relatividade* através do *Cálculo-K* (BONDI, 1971; apud CONTO *et al.*, 2013). Em seguida serão demonstrados o fenômeno da *dilatação temporal*, a expressão da *velocidade relativa* entre referenciais inerciais e, por fim, uma apresentação alternativa das *Transformações de Lorentz*.

3.2.2.1 Princípio da Relatividade

Considere um observador O , em repouso na origem de um *referencial inercial* S , assim como outro observador O' , também em repouso sobre a origem de outro *referencial inercial* S' , onde esses referenciais obedecem a configuração padrão dos referenciais proposta anteriormente. Agora considere o conjunto dos eventos $\{N_1, N_2, N_3, \dots, N_n\}$, com as seguintes coordenadas espaço-temporais $\{N_1(ct_{N_1}, 0), N_2(ct_{N_2}, 0), N_3(ct_{N_3}, 0), \dots, N_n(ct_{N_n}, 0)\}$, representando a emissão sucessiva de sinais luminosos por O , em direção ao observador O' , em intervalos de tempos regulares $ct_{N_n} - ct_{N_{n-1}} = \dots = ct_{N_3} - ct_{N_2} = ct_{N_2} - ct_{N_1} = cT_0$. Esses sinais viajam a velocidade da luz c e então são recebidos pelo observador O' nos eventos $\{N'_1, N'_2, N'_3, \dots, N'_n\}$, $\{N'_1(ct'_{N'_1}, 0), N'_2(ct'_{N'_2}, 0), N'_3(ct'_{N'_3}, 0), \dots, N'_n(ct'_{N'_n}, 0)\}$, também, por motivos óbvios, em intervalos de tempos regulares $ct'_{N'_n} - ct'_{N'_{n-1}} = \dots = ct'_{N'_3} - ct'_{N'_2} = ct'_{N'_2} - ct'_{N'_1} = cT$, como ilustrado pela Figura 15.

Figura 15 – Eventos $\{N_1, N_2, N_3, \dots, N_n\}$ e $\{N'_1, N'_2, N'_3, \dots, N'_n\}$ na perspectiva do referencial inicial S .



Fonte: Autoria Própria (2020)

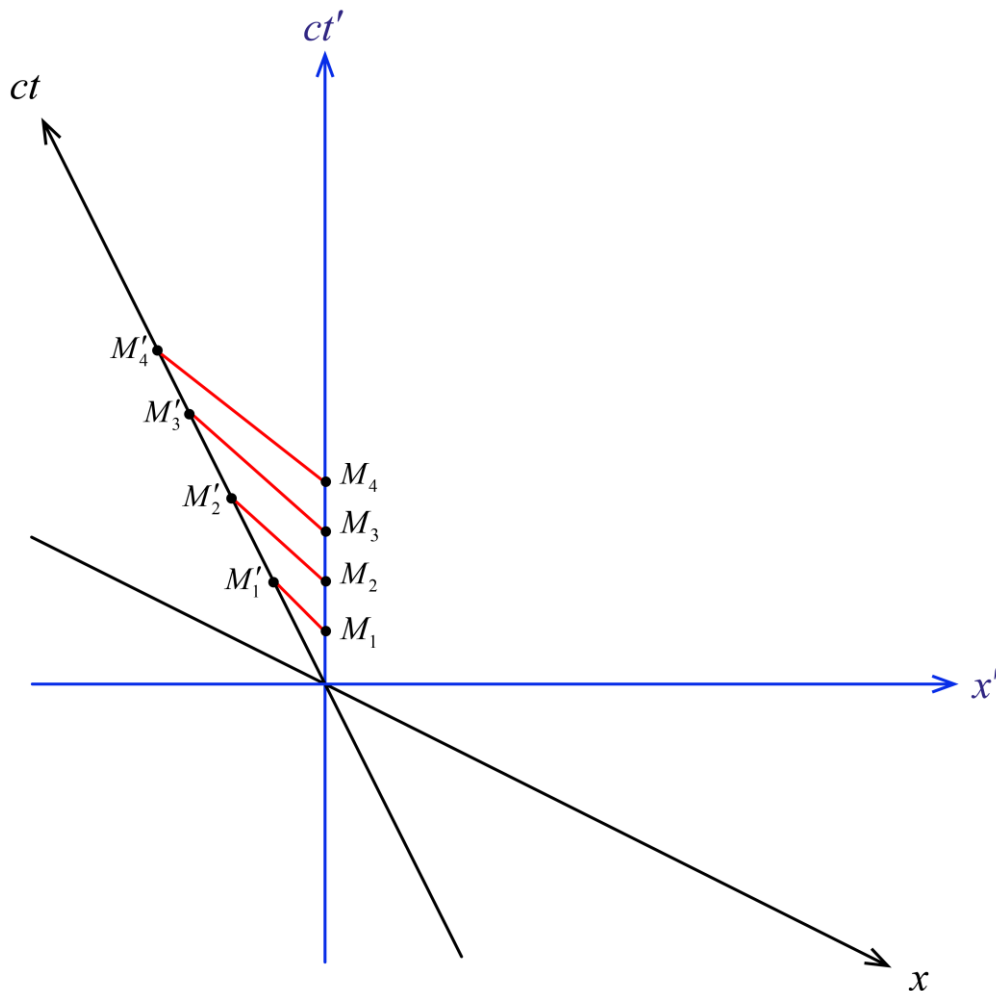
Como era de se esperar, os intervalos temporais cT_0 e cT , medidos respectivamente pelos referenciais S e S' serão diferentes, tendo em vista que S' afasta-se de S com uma velocidade relativa v , no sentido positivo do eixo x do referencial S . Assim, devemos ter que $cT > cT_0$. Dessa forma é possível relacionar cT e cT_0 através de um fator k , onde

$$k = \frac{cT}{cT_0}.$$

Seguindo o *princípio da relatividade*, é possível realizar uma experiência análoga, agora sob o ponto de vista do referencial S' . Assim, imagine o observador O' emitindo sinais luminosos na direção do observador O , de acordo com os eventos

$\{M'_1(ct'_{M'_1}, 0), M'_2(ct'_{M'_2}, 0), M'_3(ct'_{M'_3}, 0), \dots, M'_n(ct'_{M'_n}, 0)_n\}$, em intervalos de tempos regulares $ct'_{M'_n} - ct'_{M'_{n-1}} = \dots = ct'_{M'_3} - ct'_{M'_2} = ct'_{M'_2} - ct'_{M'_1} = cT_0$. De acordo com o segundo postulodo de Einstein, esses sinais também devem viajar com a velocidade da luz c , sendo recebidos pelo observador O nos eventos $\{M_1(ct_{M_1}, 0), M_2(ct_{M_2}, 0), M_3(ct_{M_3}, 0), \dots, M_n(ct_{M_n}, 0)_n\}$, também em intervalos de tempos regulares $ct_{M_n} - ct_{M_{n-1}} = \dots = ct_{M_3} - ct_{M_2} = ct_{M_2} - ct_{M_1} = cT'$, como ilustrado pela Figura 16.

Figura 16 - Eventos $\{M_1, M_2, M_3, \dots, M_n\}$ e $\{M'_1, M'_2, M'_3, \dots, M'_n\}$ na perspectiva do referencial inicial S' .



Fonte: Autoria Própria (2020)

Da mesma forma, os intervalos temporais cT_0 e cT' , medidos respectivamente pelos referenciais S' e S serão diferentes, tendo em vista que S

afasta-se de S' com uma velocidade uniforme relativa v , no sentido negativo do eixo x' do referencial S' . Assim, também devemos ter que $cT' > cT_0$, o que também nos possibilita relacionar cT' e cT_0 através de um fator k' , onde

$$k = \frac{cT'}{cT_0}.$$

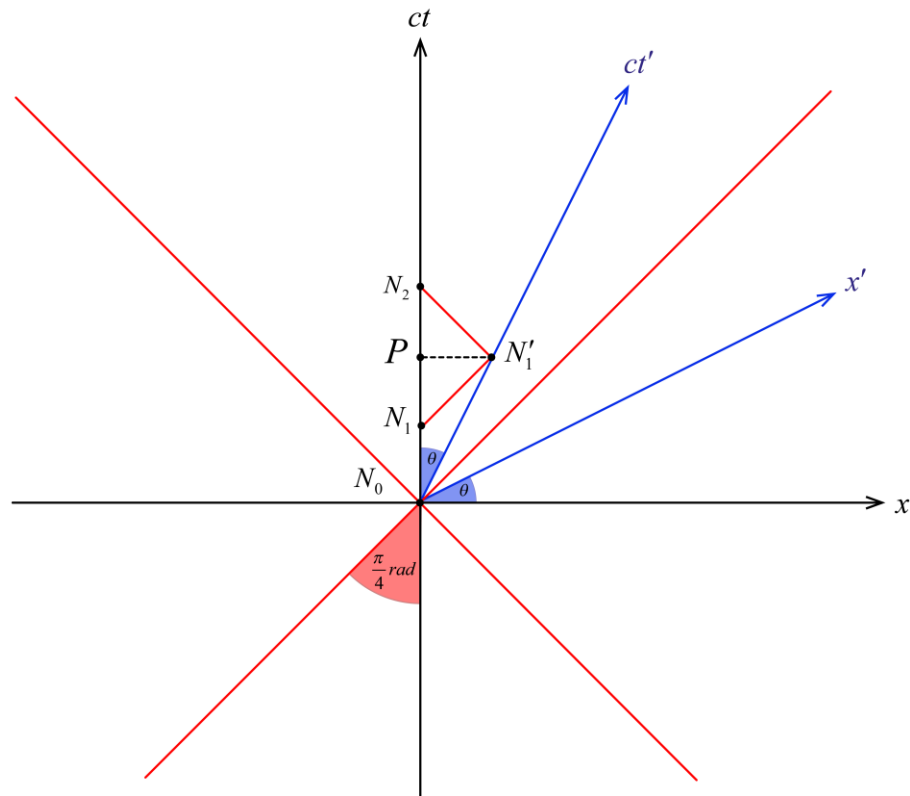
Como em cada experiência os sinais movem-se com a velocidade da luz c e são recebidos por observadores afastando-se da origem de um dos referenciais com uma velocidade v , concluímos que $cT' = cT$ e que $k' = k$, de acordo com o *princípio da relatividade*. A seguir será calculado o valor do fator k em função da velocidade relativa entre os referenciais S e S' .

Considere o evento N_0 , de coordenadas $(ct_{N_0} = 0; x_{N_0} = 0; y_{N_0} = 0; z_{N_0} = 0)$ e $(ct'_{N_0} = 0; x'_{N_0} = 0; y'_{N_0} = 0; z'_{N_0} = 0)$ medidos nos referenciais inerciais S e S' , respectivamente. Esse evento corresponde a posição dos observadores O e O' , em $ct = ct' = 0$, de acordo com a configuração padrão dos referenciais já mencionada anteriormente. Agora imagine o evento N_1 $(ct_{N_1} = cT_0; x_{N_1} = 0; y_{N_1} = 0; z_{N_1} = 0)$, que representa o momento que observador O emite um sinal luminoso em direção ao observador O' , no instante $ct_{N_1} = cT_0$. De acordo com o que foi discutido no parágrafo anterior, sabe-se que a recepção desse sinal pelo observador O' será registrado no referencial S' através do evento N'_1 $(ct'_{N'_1} = cT; x'_{N'_1} = 0; y'_{N'_1} = 0; z'_{N'_1} = 0)$, onde $k = T/T_0$, ou seja, $T = kT_0$. Imagine que neste mesmo instante o observador O' também emita um sinal luminoso em direção ao observador O . A recepção desse sinal será registrado no referencial S através do evento N_2 $(ct_{N_2} = cT_1; x_{N_2} = 0; y_{N_2} = 0; z_{N_2} = 0)$, onde

$$T_1 = kT = k^2T_0 \quad (3.36)$$

A Figura 17 ilustra a representação desses eventos no DM, assim como o evento P simultâneo a N'_1 , na perspectiva do referencial S .

Figura 17 - Eventos $\{N_0, N_1, N'_1, N_2, P\}$ na perspectiva do referencial inicial S .



Fonte: Autoria Própria (2020)

Tendo em vista que a propagação de raios luminosos no diagrama tem, necessariamente, uma inclinação de $\pi/4 \text{ rad}$, com relação a horizontal, tomando as coordenadas desses eventos com relação ao referencial S , pode-se concluir que

$$\overline{N_2P} = \overline{PN_1}$$

$$\overline{PN_1} = \overline{PN'_1} \quad (3.37)$$

$$\overline{PN'_1} = \frac{\overline{N_2N_1}}{2}$$

$$\frac{\overline{N_2N_1}}{2} = \frac{cT_1 - cT_0}{2}$$

$$\overline{PN'_1} = \frac{cT_1 - cT_0}{2} \quad (3.38)$$

De acordo o triângulo formado pelos eventos N_0 , P e N'_1 , como ilustrado pela Figura 17, sabe-se que

$$\begin{aligned}
 \tan \theta &= \frac{\overline{PN'_1}}{\overline{N_0P}} \\
 \tan \theta &= \frac{\overline{PN'_1}}{\overline{N_0N_1 + N_1P}} \\
 (\overline{N_0N_1 + N_1P}) \tan \theta &= \overline{PN'_1} \\
 (\overline{N_0N_1 + N_1P}) \left(\frac{v}{c} \right) &= \overline{PN'_1} \\
 (\overline{N_0N_1 + N_1P}) \beta &= \overline{PN'_1} \tag{3.39}
 \end{aligned}$$

Entretanto, de acordo com (3.36) e (3.37), tem-se que

$$\begin{aligned}
 \overline{PN_1} &= \overline{PN'_1} \\
 \overline{PN'_1} &= \frac{cT_1 - cT_0}{2}.
 \end{aligned}$$

Tendo em vista que $\overline{N_0N_1} = cT_0$, pode-se substituir (3.36), (3.37) e (3.38) em (3.39). Assim é possível isolar o fator k como se segue:

$$\begin{aligned}
 (\overline{N_0N_1 + N_1P}) \beta &= \overline{PN'_1} \\
 \left(cT_0 + \frac{cT_1 - cT_0}{2} \right) \beta &= \frac{cT_1 - cT_0}{2} \\
 \left(\frac{2cT_0 + cT_1 - cT_0}{2} \right) \beta &= \frac{cT_1 - cT_0}{2} \\
 (2cT_0 + cT_1 - cT_0) \beta &= cT_1 - cT_0 \\
 (cT_0 + cT_1) \beta &= cT_1 - cT_0 \\
 (cT_0 + k^2 cT_0) \beta &= k^2 cT_0 - cT_0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta cT_0 + \beta k^2 cT_0 &= k^2 cT_0 - cT_0 \\
cT_0(\beta + \beta k^2) &= cT_0(k^2 - 1) \\
\beta + \beta k^2 &= k^2 - 1 \\
k^2 - \beta k^2 &= 1 + \beta \\
k^2(1 - \beta) &= 1 + \beta \\
k^2 &= \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \\
k &= \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \\
k &= \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{v}{c}\right)}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)}} \tag{3.40}
\end{aligned}$$

Assim, de acordo com (3.40), chega-se ao fator k . É esse fator, muito importante para o *Cálculo-K*, que possibilita apresentar a TRR através de uma abordagem geométrica extremamente simples.

Sobre os valores possíveis para k , destaca-se que

$$0 < k < 1 \text{ se } v < 0$$

$$k = 1 \text{ se } v = 0.$$

$$k > 1 \text{ se } v > 0$$

Interessante observar que se a velocidade relativa entre os referenciais S e S' é nula, $v = 0$, os referenciais estão em repouso, um com relação ao outro. Nesse caso os efeitos relativísticos não se manifestam e tudo acontece como previsto pela mecânica newtoniana.

3.2.2.2 Dilatação Temporal

Tendo conhecimento do fator k , é possível determinar a expressão que calcula a *dilatação temporal* entre dois intervalos de tempos medidos nos referenciais S e S' .

Observe que, no referencial S , o evento P é simultâneo ao evento N_1' (veja novamente a Figura 17). Então ao se comparar os intervalos temporais entre os eventos P e N_0 , em S , e N_1' e N_0 , em S' , chega-se aos resultados abaixo.

Em S :

$$N_0 (ct_{N_0} = 0; x_{N_0} = 0; y_{N_0} = 0; z_{N_0} = 0)$$

$$P \left(ct_P = c \left(\frac{T_1 + cT_2}{2} \right); x_P = 0; y_P = 0; z_P = 0 \right)$$

Assim, tem-se que

$$c\Delta t = ct_P - ct_{N_0}$$

$$c\Delta t = c \left(\frac{T_1 + T_0}{2} \right)$$

$$c\Delta t = c \left(\frac{k^2 T_0 + T_0}{2} \right)$$

$$c\Delta t = c \left\{ \frac{T_0 (k^2 + 1)}{2} \right\} \quad (3.41)$$

Em S' :

$$N_0 (ct'_{N_0} = 0; x'_{N_0} = 0; y'_{N_0} = 0; z'_{N_0} = 0)$$

$$N_1' (ct'_{N_1} = cT; x'_{N_1} = 0; y'_{N_1} = 0; z'_{N_1} = 0)$$

Então,

$$\begin{aligned}
c\Delta t' &= ct'_{N_1} - ct'_{N_0} \\
c\Delta t' &= cT \\
c\Delta t' &= kcT_0
\end{aligned} \tag{3.42}$$

Agora se divide (3.41) por (3.42):

$$\begin{aligned}
\frac{c\Delta t}{c\Delta t'} &= \frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{T_0(k^2 + 1)}{2kT_0} = \frac{k^2 + 1}{2k} \\
\frac{\Delta t}{\Delta t'} &= \left(1 + \frac{1 + \beta}{1 - \beta}\right) \frac{1}{2k} = \left(\frac{(1 - \beta) + (1 + \beta)}{1 - \beta}\right) \frac{1}{2k} \\
\frac{\Delta t}{\Delta t'} &= \left(\frac{2}{1 - \beta}\right) \frac{1}{2k} = \left(\frac{1}{1 - \beta}\right) \frac{1}{k} \\
\frac{\Delta t}{\Delta t'} &= \left(\frac{1}{1 - \beta}\right) \frac{\sqrt{1 - \beta}}{\sqrt{1 + \beta}} = \frac{(1 - \beta)^{1/2}}{(1 - \beta)} (1 - \beta)^{-1/2} \\
\frac{\Delta t}{\Delta t'} &= (1 - \beta)^{-1/2} (1 + \beta)^{-1/2} = \{(1 - \beta)(1 + \beta)\}^{-1/2} \\
\frac{\Delta t}{\Delta t'} &= (1 - \beta^2)^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\
\frac{\Delta t}{\Delta t'} &= \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \\
\Delta t &= \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \\
\Delta t &= \gamma \Delta t'
\end{aligned} \tag{3.43}$$

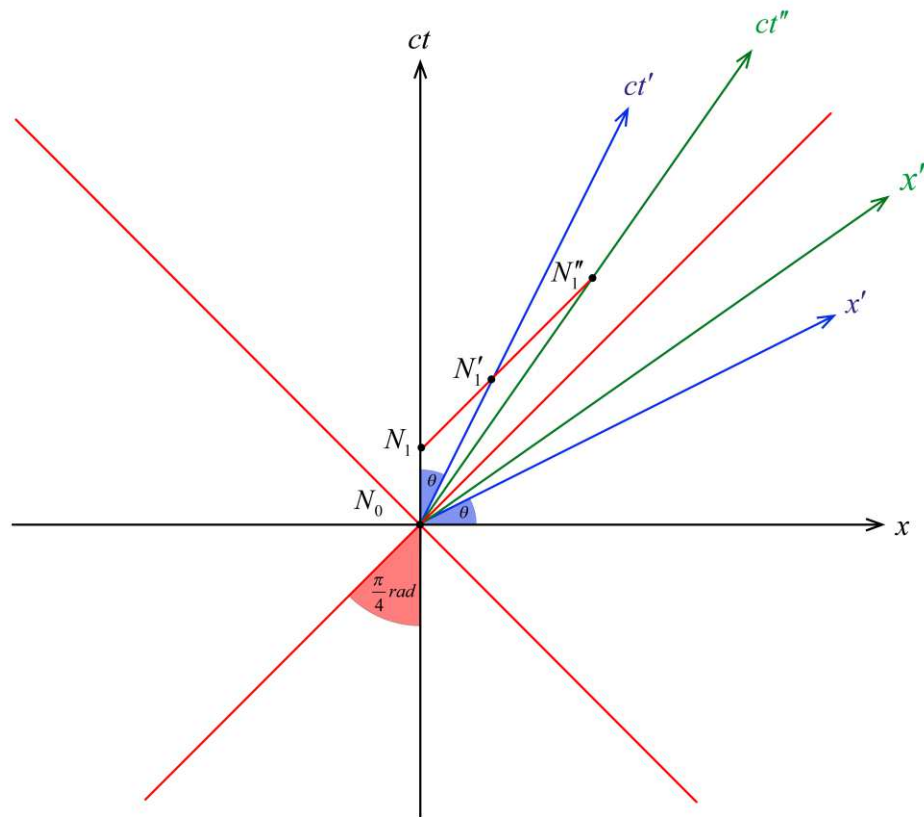
Assim, de acordo com (3.43), chega-se à expressão que calcula a *dilatação temporal* entre dois intervalos de tempos medidos nos referenciais S e S' , sem a utilização das *Transformações de Lorentz* para tal.

3.2.2.3 Velocidade Relativa

Imagine agora um terceiro observador O'' , em repouso na origem do referencial inercial S'' . Suponha que esse referencial esteja se afastando do referencial S , no sentido positiva do eixo x , com uma velocidade w relativa a S . Da mesma forma, imagine que esse referencial também esteja se afastando do referencial S' , no sentido positiva do eixo x' , com uma velocidade u relativa a S' , onde $w > v$. Por fim, suponha que o referencial S'' também esteja na configuração padrão dos referenciais com relação a S e S' no instante $ct = ct' = ct'' = 0$, evento N_0 . Dessa forma, é possível estabelecer uma relação entre as velocidades v , w e u , através do fator k .

Para isso, suponha que o observador O , solidário ao referencial S , emita um sinal luminoso nas direções de S' e S'' no instante $ct = cT_0$, evento N_1 . Esses sinais chegarão aos observadores O' e O'' , de acordo com as medidas feitas em S' e S'' , respectivamente nos instantes $ct' = cT_1$, evento N_1' , e $ct'' = cT_2$, evento N_1'' , como ilustrado pela Figura 18.

Figura 18 - Eventos $\{N_0, N_1, N'_1, N''_1\}$ na perspectiva do referencial inicial S .



Fonte: Autoria Própria (2020)

Entretanto, sabe-se que $T = kT_0$ e que $T_2 = k''T_0$, onde

$$k = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{v}{c}\right)}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)}} \quad (3.44)$$

$$k'' = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{w}{c}\right)}}{\sqrt{1 - \left(\frac{w}{c}\right)}} \quad (3.45)$$

De mesma forma, sabe-se que $T_2 = k'T$, onde

$$k' = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{u}{c}\right)}}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)}} \quad (3.46)$$

Com isso, é possível relacionar (3.44), (3.45) e (3.46) da seguinte forma:

$$T_2 = k'T$$

$$T_2 = k''T_0$$

$$k''T_0 = k'T$$

$$k''T_0 = k'(kT_0)$$

$$k''T_0 = k'kT_0$$

$$k'' = k'k$$

$$\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{w}{c}\right)}}{\sqrt{1 - \left(\frac{w}{c}\right)}} = \left(\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{u}{c}\right)}}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)}} \right) \left(\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{v}{c}\right)}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)}} \right)$$

$$\frac{1 + \left(\frac{w}{c}\right)}{1 - \left(\frac{w}{c}\right)} = \left(\frac{1 + \left(\frac{u}{c}\right)}{1 - \left(\frac{u}{c}\right)} \right) \left(\frac{1 + \left(\frac{v}{c}\right)}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)} \right)$$

$$\frac{\left(\frac{c+w}{c}\right)}{\left(\frac{c-w}{c}\right)} = \frac{\left(\frac{c+u}{c}\right)}{\left(\frac{c-u}{c}\right)} \frac{\left(\frac{c+v}{c}\right)}{\left(\frac{c-v}{c}\right)}$$

$$\left(\frac{c+w}{c-w}\right) = \left(\frac{c+u}{c-u}\right) \left(\frac{c+v}{c-v}\right)$$

$$\frac{(c+w)}{(c-w)} = \frac{(c+u)(c+v)}{(c-u)(c-v)}$$

$$\frac{(c+w)}{(c-w)} = \frac{c^2 + cv + uc + uv}{c^2 - cv - uc + uv}$$

$$\frac{(c+w)}{(c-w)} = \frac{c^2 + c(u+v) + uv}{c^2 - c(u+v) + uv}$$

$$(c - w)\{c^2 + c(u + v) + uv\} = (c + w)\{c^2 - c(u + v) + uv\}$$

$$(c - w)\{c^2 + c(u + v) + uv\} = A$$

Onde, a fim de não tornar a última expressão tão extensa, fez-se a seguinte substituição: $A = (c + w)\{c^2 - c(u + v) + uv\}$.

Prosseguindo na análise, tem-se que:

$$c\{c^2 + c(u + v) + uv\} - w\{c^2 + c(u + v) + uv\} = A$$

$$c^3 + c^2(u + v) + c(uv) - wc^2 - wc(u + v) - w(uv) = A$$

Voltando à expressão $A = (c + w)\{c^2 - c(u + v) + uv\}$, tem se que:

$$A = (c + w)\{c^2 - c(u + v) + uv\}$$

$$A = c\{c^2 - c(u + v) + uv\} + w\{c^2 - c(u + v) + uv\}$$

$$A = c^3 - c^2(u + v) + c(uv) + wc^2 - wc(u + v) + w(uv)$$

Logo, tem-se que

$$c^2(u + v) - wc^2 - wuv = -c^2(u + v) + wc^2 + wuv$$

$$2c^2(u + v) = 2wc^2 + 2wuv$$

$$w(c^2 + uv) = c^2(u + v)$$

$$w = \frac{c^2(u + v)}{c^2 + uv}$$

$$w = \frac{c^2(u + v)}{c^2 \left(1 + \frac{uv}{c^2}\right)}$$

$$w = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}}$$

(3.47)

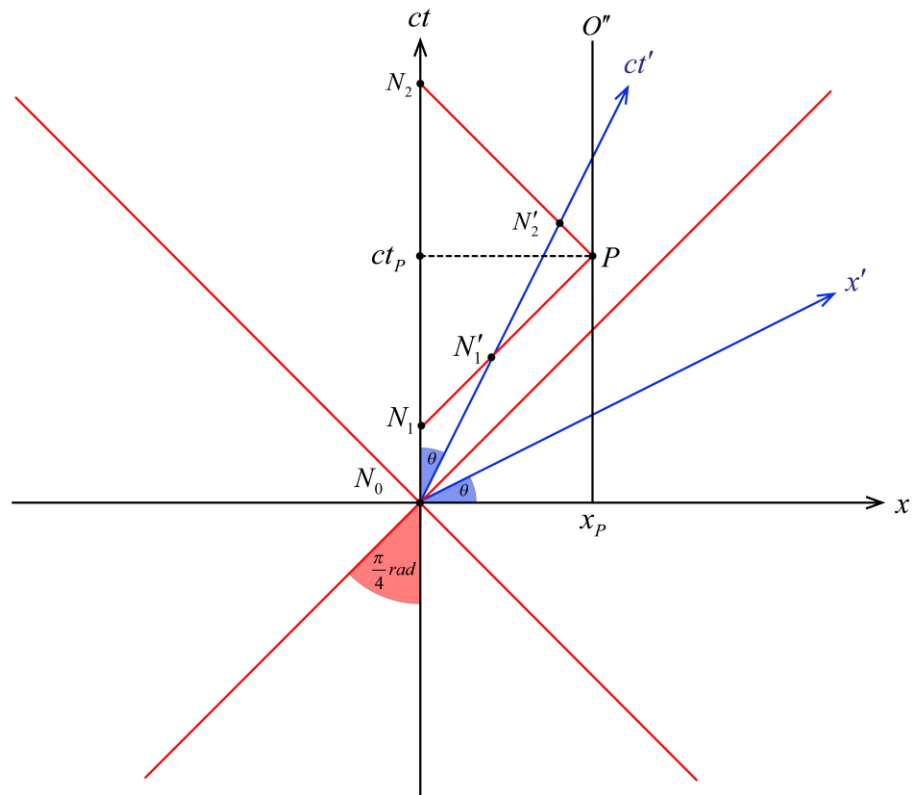
Assim, através da equação (3.47), é possível chegar a uma relação extremamente simples entre os fatores k relacionados aos referenciais S , S' e S'' . Essa relação diz que, conhecendo a velocidade do observador O' , com relação ao referencial S , a saber (v) , e conhecendo a velocidade de O'' com relação ao referencial S' , a saber (u) , é possível calcular a velocidade de O'' , com relação ao referencial S , a saber (w) .

Assim, com um pouco de paciência e algumas manipulações algébricas simples, foi possível chegar à expressão que calcula *velocidade relativa* entre os referenciais sem a necessidade das *Transformações de Lorentz*.

3.2.2.4 Transformações de Lorentz

Por fim, chega-se às *Transformações de Lorentz* analisando o DM, através do fator k , com relação aos referenciais S e S' . Para este caso, imagine que o observador O , solidário ao referencial S , emite um sinal luminoso, evento N_1 , em direção aos observadores O' e O'' , solidários aos referenciais S' e S'' respectivamente. Porém, nesta situação, o observador O'' encontra-se em repouso, com relação ao referencial S , na posição x_p , onde $x_p > 0$. Quanto ao observador O' , este encontra-se na configuração padrão dos referenciais estabelecida anteriormente, afastando-se de O com uma velocidade de módulo v , na direção positiva do eixo x , com relação a S . Assim, considere o evento N'_1 , correspondente ao momento em que o sinal luminoso emitido por O atinge o observador O' , assim como o evento P , correspondente ao momento em que o sinal luminoso atinge o observador O'' . Considere também que, ao receber o sinal luminoso de O , o observador O'' emita outro sinal luminoso na direção do observador O . Este sinal, a caminho do observador O , encontrará o observador O' no evento N'_2 , chegando finalmente no observador O , evento N_2 . A Figura 19 ilustra a representação desses eventos no DM, na perspectiva do referencial S .

Figura 19 - Eventos $\{N_0, N_1, N'_1, N'_2\}$ na perspectiva do referencial inicial S .



Fonte: Autoria Própria (2020)

Os eventos N_1 , P e N_2 , têm as seguintes coordenadas espaço-temporais de acordo com o referencial S :

$$N_1 : (ct_{N_1} = cT_1, x_{N_1} = 0)$$

$$P : (ct_p, x_p)$$

$$N_2 : (ct_{N_2} = cT_2, x_{N_2} = 0)$$

Já os eventos N'_1 e N'_2 , tem as seguintes coordenadas espaço-temporais no referencial S' :

$$N'_1 : (ct'_{N'_1} = cT'_1, x'_{N'_1} = 0)$$

$$N'_2 : (ct'_{N'_2} = cT'_2, x'_{N'_2} = 0)$$

Entretanto sabe-se que:

$$T'_1 = kT_1 \quad (3.48)$$

$$T_2 = kT'_2 \quad (3.49)$$

Assim, de acordo com Figura 19, tem-se que:

$$ct_p = \frac{cT_2 + cT_1}{2} \quad (3.50)$$

$$x_p = \frac{cT_2 - cT_1}{2} \quad (3.51)$$

Da mesma forma, de acordo com o *princípio da relatividade*, tem-se que:

$$ct'_p = \frac{cT'_2 + cT'_1}{2} \quad (3.52)$$

$$x'_p = \frac{cT'_2 - cT'_1}{2} \quad (3.53)$$

Somando a expressão (3.50) à expressão (3.51) e subtraindo a expressão (3.51) da expressão (3.50), tem-se que:

$$ct_p + x_p = cT_2 \quad (3.54)$$

$$ct_p - x_p = cT_1 \quad (3.55)$$

E somando a expressão (3.52) à expressão (3.53) e subtraindo a expressão (3.53) da expressão (3.52), tem-se que:

$$ct'_p + x'_p = cT'_2 \quad (3.56)$$

$$ct'_p - x'_p = cT'_1 \quad (3.57)$$

Substituindo a expressão (3.48) e (3.49) em (3.51), tem-se que:

$$\begin{aligned}
 x_p &= \frac{cT_2 - cT_1}{2} \\
 x_p &= \frac{ckT_2' - c\frac{T_1'}{k}}{2} \\
 x_p &= \frac{c}{2} \left(kT_2' - \frac{T_1'}{k} \right) \\
 x_p &= \frac{c}{2} \left(\frac{\sqrt{1+\beta}}{\sqrt{1-\beta}} T_2' - \frac{\sqrt{1-\beta}}{\sqrt{1+\beta}} T_1' \right) \\
 x_p &= \frac{c}{2} \left(\frac{(1+\beta)T_2' - (1-\beta)T_1'}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) \\
 x_p &= \gamma \frac{1}{2} \{ (1+\beta)cT_2' - (1-\beta)cT_1' \} \tag{3.58}
 \end{aligned}$$

Ao substituir (3.56) e (3.57) em (3.58), chega-se a:

$$\begin{aligned}
 x_p &= \gamma \frac{1}{2} \{ (1+\beta)cT_2' - (1-\beta)cT_1' \} \\
 x_p &= \gamma \frac{1}{2} \{ (1+\beta)(cT_p' + x_p') - (1-\beta)(cT_p' - x_p') \} \\
 x_p &= \gamma \frac{1}{2} (ct_p' + \beta ct_p' + x_p' + \beta x_p' - ct_p' + \beta ct_p' + x_p' - \beta x_p') \\
 x_p &= \gamma \frac{1}{2} (2\beta ct_p' + 2x_p') \\
 x_p &= \gamma (x_p' + \beta ct_p') \tag{3.59}
 \end{aligned}$$

Procedendo de maneira análoga, substituindo (3.48), (3.49), (3.56) e (3.57) em (3.51), chega-se a

$$ct_p = \gamma (ct_p' + \beta x_p') \tag{3.60}$$

Da mesma forma, substituindo (3.48), (3.49), (3.54) e (3.55) em (3.52) e (3.53), chega-se em

$$x'_p = \gamma(x_p - \beta ct_p) \quad (3.61)$$

$$ct'_p = \gamma(ct_p - \beta x_p) \quad (3.62)$$

Comparando as equações (3.59), (3.60), (3.61) e (3.62), percebe-se que elas são idênticas as equações (3.17), (3.18), (3.19) e (3.20).

Por fim, espera-se que este capítulo possa ter contribuído, mesmo que de maneira sucinta, com alguns dos aspectos mais relevantes para uma possível apreciação da Teoria da Relatividade Restrita em um curso introdutório de Física, destinado aos estudantes do Ensino Médio. Para além disso, ao apresentar a TRR através de uma abordagem alternativa àquelas apresentadas tradicionalmente, tanto nos livros didáticos quanto nos trabalhos consultados na literatura, como sugerido pela breve revisão da literatura apresentada anteriormente, também espera-se dialogar com aqueles professores leitores engajados na renovação do ensino de Física, porém menos familiarizados com essa teoria, no sentido de subsidiá-los teoricamente quanto às possibilidades de utilização dos DM no trato da TRR.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será apresentado o aporte teórico que possibilitou o “revisitar” a Teoria da Relatividade Restrita, evocado pelo título deste trabalho. Através do itinerário seguido ao longo desta “revisita”, serão destacados três pontos que fundamentam a escolha por este caminho. São eles: (i) alguns resultados apresentados pela literatura quanto aos desafios inerentes ao ensino-aprendizagem da TRR; (ii) a opção por uma abordagem geométrica da TRR, em diálogo com esses resultados; e, por fim, (iii) a justificativa para a escolha da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud como referencial teórico para o planejamento didático suporte às atividades sugeridas como produto educacional deste trabalho.

Nesse sentido, a seguir será apresentada a proposta sugerido por Ayala Filho (2010), através do qual, partindo da ideia de *perfil conceitual da noção de referencial* (PCNR) são discutidos alguns obstáculos epistemológicos relacionados à aprendizagem da TRR, tendo o conceito de *referencial* como protagonista nesta análise.

Em seguida, em diálogo com as conclusões apresentadas por Ayala Filho (2010), serão apontadas as justificativas que motivaram as hipóteses sugeridas por este trabalho, a saber, de que uma abordagem geométrica, com ênfase nos DM, traz na manipulação e construção desses diagramas, uma visão mais abrangente desta teoria, possibilitando, com isso, contribuir para a superação dos desafios apontados por aquele trabalho.

Por fim, será discutido de que maneira o conceito de *referencial* pode ser interpretado como um *campo conceitual* (CC), tendo como referência nesta interpretação os trabalhos de Cedran e Klouranis (2019), a partir do qual os principais fundamentos da TCC são discutidos com vistas à sua apropriação no ensino de ciências, e Dias Carvalho Junior e Aguiar Junior (2008), no qual nos foi apresentado uma proposta similar, onde a TCC também foi utilizada como aporte teórico para o planejamento e análise de uma sequência de ensino sobre Física Térmica, voltada para estudantes do segundo ano do Ensino Médio.

4.1 Perfil Conceitual da noção de referencial

A proposta de *perfil conceitual da noção de referencial* (PCNR), sugerida por Ayala Filho (2010), nada mais é que uma extensão das ideias apresentadas pela

noção de *Perfil Conceitual* (MORTIMER, 1995 apud AYALA FILHO, 2010), que, por sua vez, teve como referência em sua formulação as ideias apresentadas inicialmente por Gaston Bachelard, através da noção de *perfil epistemológico* (BACHELARD, 1985 apud AYALA FILHO, 2010). Segundo Bachelard, para a análise de qualquer conceito presente na estrutura cognitiva de um aprendiz, não se pode partir apenas de um único sistema epistêmico. A depender do contexto em que analisados, as relações que se estabelecem entre o sujeito cognoscente e esses conceitos podem mudar substancialmente. Através dessa premissa, a noção de *perfil conceitual* pressupõe o desenvolvimento de determinadas regiões na estrutura cognitiva do aprendiz à medida que este passa a ser instruído sobre algum tema, seja essa instrução formal ou informal. São essas regiões as responsáveis pelos vários sistemas epistemológicos que o aprendiz passa a ter sobre determinados conceitos. Dessa forma, a noção de *perfil conceitual* busca descrever a evolução conceitual em uma situação de ensino-aprendizagem, levando em consideração o desenvolvimento e as particularidades apresentadas pelas regiões de um determinado perfil. De acordo com esse modelo, o desenvolvimento de uma certa região de um perfil não extingue as demais regiões já pré-existentes, assim

(...) a evolução conceitual se dá pela mudança do perfil conceitual, onde a teoria antiga não é esquecida ou subsumida pela nova na estrutura cognitiva do aprendiz, mas a nova teoria é incorporada, criando uma nova região no perfil conceitual, com as suas dimensões epistemológicas, ontológicas e metafísicas. O processo de criação da nova região corresponde a uma mudança no perfil e deve vir acompanhado da tomada de consciência do aluno sobre seu próprio perfil e pela diferenciação progressiva das regiões (AYALA FILHO, 2010, p. 158).

Além da explícita oposição à ideia de mudança conceitual apresentada na citação anterior, o autor também destaca a inclusão da dimensão ontológica quando na análise das diferentes regiões de um mesmo perfil, para além da dimensão epistemológica já apresentada por Bachelard. Essa dimensão cumpre um papel decisivo na construção da noção de *perfil conceitual*, tendo em vista que cada região está associada a uma interpretação particular do conceito relacionado àquele perfil. Estas particularidades estão condicionadas ao contexto em que o aprendiz é solicitado a significar e representar determinadas situações. Por não existir coerência entre os significados das diferentes regiões de um mesmo perfil, somente a dimensão epistemológica não é capaz de conciliar todas essas interpretações quando na análise de suas manifestações em situações de ensino-aprendizagem.

Dessa forma, partindo das contribuições da noção de *perfil conceitual* e da análise das concepções alternativas apresentadas pela literatura acerca da cinemática newtoniana e relativística, Ayala Filho propõem o PCNR como uma alternativa para a interpretação dessas concepções, sugerindo também que esse perfil pode contribuir para a superação de alguns obstáculos epistemológicos inerentes à compreensão da TRR. A fim de descrever esse perfil na estrutura cognitiva do aprendiz, o autor estabelece três regiões relacionadas ao conceito de *referencial*, a saber: a região do *senso comum*, a região da *mecânica newtoniana* e a região *relativística*.

A seguir são destacadas algumas das características das regiões relacionadas com a *mecânica newtoniana* e a região *relativística*, as respectivas concepções alternativas atreladas a essas regiões que fundamentam a proposição da região do *senso comum*, assim como as características desejáveis para uma metodologia de ensino-aprendizagem, com vistas a superação dos referidos obstáculos epistemológicos inerentes a compreensão da TRR.

4.1.1 A noção de referencial segundo a Mecânica Newtoniana

Partindo da análise das noções básicas da mecânica newtoniana, apresentadas por Newton já no capítulo inicial de definições do *Principia*, Ayala Filho discute de que maneira a relação entre os conceitos de *tempo*, *espaço*, *lugar*, *movimento* desencadeiam um conjunto de ideias responsáveis pelo conceito de *referencial*, mesmo este não sendo tratado explicitamente na obra de Newton.

O caminho percorrido pelo corpo teórico da mecânica newtoniana, desde a apresentação dessas noções básicas até a noção de *referencial*, não é simples e objetiva como nos leva a crer a apresentação desses conceitos na maioria dos livros didáticos. Muito pelo contrário, a maneira como os conceitos fundamentais são apresentados por Newton passam por elucubrações teóricas extremamente complexas, tais como a distinção metafísica desses conceitos a partir da dicotomia *absoluto - relativo*.

De modo a apresentar parte deste tortuoso percurso, Ayala Filho apresenta de que maneira Newton explicita em sua obra a diferença entre os conceitos de *tempo absoluto* e *tempo relativo*, *espaço absoluto* e *espaço relativo*, *movimento absoluto* e *movimento relativo*, chegando a definição de *espaço geométrico* a partir da definição de *espaço físico*, o que possibilitou a caracterização do movimento de um corpo com

relação a um sistema de eixos coordenados infinitos, não sendo mais necessário sua vinculação a outro corpo material tomado como referência para a análise do movimento.

Ao longo de toda essa exposição o autor deixa claro tanto a dimensão ontológica quanto a dimensão metafísica exigidas para o entendimento desses conceitos. Dessa forma, levando em consideração os obstáculos inerentes a essas dimensões, Ayala Filho chega ao significado da noção de *sistema de referência*, ou *referencial*, no contexto da mecânica newtoniana. Segundo o autor, o significado dessa noção deve ser discutido a partir da articulação dos conceitos de *tempo*, *espaço*, *lugar*, *movimento* e *massa* conjuntamente. Ou seja, para a definição do conceito de *referencial* é necessário muito mais que a determinação de um conjunto de eixos cartesianos abstratos, definidos arbitrariamente por cada observador.

4.1.2 A noção de referencial segundo a Teoria da Relatividade Restrita

Quanto à noção de *referencial* advinda do contexto relativístico, Ayala Filho destaca as diferenças apresentadas por essa noção, quando comparada com a noção newtoniana. O autor argumenta que os conceitos de *tempo*, *espaço* e *movimento* perdem sua posição ontológica central em favor do conceito de *evento*, entendido como qualquer ocorrência no espaço, a partir do qual pode se associar uma posição em um instante de tempo bem definido.

De acordo com essa ideia, ainda que nessa região do perfil o conceito de *referencial* continue sendo representado por eixos cartesianos infinitos que se comportam como “réguas” rígidas, agora cada ponto do *referencial* está associado a um único “observador”, responsável por um registro temporal específico, simbolizado esquematicamente pela marcação de um “relógio” presente nesse ponto do *espaço-tempo*. Dessa forma, um *referencial* é definido por um conjunto infinito de pontos no *espaço-tempo*, cada qual com um “observador” responsável pelo registro *espaço-temporal* dos *eventos* que ali venham a ocorrer. Assim, segundo Ayala Filho (2010, p. 162), “*todos os observadores em repouso relativo e que possuam uma escala de tempo comum fazem parte do mesmo sistema de referência*”. A diferença entre dois, ou mais, referenciais se dará pelo movimento relativo que seus observadores venham a compartilhar. De acordo com o segundo postulado da TRR, a velocidade da luz no vácuo tem um valor constante, independente do *referencial inercial* adotado para a sua aferição. Por conseguinte, a sugerida escala de tempo comum é conseguida

através da sincronização de todos os “relógios” dos observadores que compõem um mesmo referencial. Essa sincronização, por sua vez, é possível através de alguns “experimentos mentais” com pulsos de luz.

Em virtude da centralidade do conceito de *evento*, por ocasião das mudanças introduzidas na interpretação do conceito de *referencial* no contexto relativístico, algumas grandezas físicas perdem seu caráter absoluto, tais como a diferença temporal e/ou espacial entre dois *eventos*. Agora, o entendimento de uma situação física composta por um ou mais *eventos* só será possível pelo conjunto de informações adquiridas pelos observadores que compõem um determinado *referencial*. Essa constatação impõem uma limitação objetiva para o entendimento das situações físicas, a saber, o necessário diálogo entre as medidas adquiridas por observadores que compartilham de um mesmo *referencial*. Como será discutido a seguir, essas mudanças criam muitos obstáculos aos estudantes quando esses são confrontados com situações que lhes exigem análises através de observadores situados em pontos distintos de um mesmo referencial, assim como em situações em que as mudanças de perspectiva quanto ao *referencial* adotado são necessárias. Segundo Ayala Filho (2010, p. 162), “o sujeito cognoscente não é autorizado a assumir o papel de um ‘meta-observador’ que possa ter uma consciência instantânea da situação física em desenvolvimento, independente de referencial”. Agora, nas análises demandadas por esse novo paradigma, os estudantes devem assumir perspectivas solidárias a observadores de diferentes *referenciais*, situados em pontos do *espaço-tempo* em que vierem a ocorrer os *eventos* a serem analisados. Ayala Filho sugere duas hipóteses para o surgimento dessas dificuldades, a primeira, de ordem conceitual, associada à tentativa de ancorar os conceitos da TRR à *subsunoires* pertencentes a regiões não adequadas do PCNR, e a segunda, de ordem heurística, associada às formas espontâneas de raciocínio, que são utilizadas no estabelecimento dessas relações.

De acordo com as pesquisas sobre concepções alternativas socializadas pelo autor, a postura de se colocar em uma posição de *meta-observador* está intimamente relacionada à região do “senso comum” do PCNR. A seguir são apresentadas as principais características dessa região, assim como algumas das concepções alternativas, evidenciadas pela literatura, que fundamentaram sua proposição.

4.1.3 A região do “senso comum” e as concepções alternativas

Na demarcação da região do “senso comum” do PCNR, Ayala Filho parte do acúmulo apresentado pela literatura acerca das concepções alternativas dos estudantes em determinados tópicos da mecânica newtoniana (MN) e da TRR, assim como de suas próprias pesquisas a respeito. Apesar do objeto da investigação, o conceito de *referencial*, ser comum a ambas as áreas, a análise dessas concepções parte de categorias teóricas diferentes, o que justifica a separação dessas análises em dois momentos distintos. Entretanto, como será apresentado a seguir, algumas dessas concepções guardam entre si uma espécie de equivalência semântica, ainda que se originem de categorias de análise distintas. Este fato corrobora com a hipótese de que quando o estudante é provocado a dar determinadas respostas em situações que lhe exigem lançar mão do conceito de *referencial*, este recorre a região do “senso comum” do PCNR de maneira espontânea, não tendo nenhum tipo de juízo de valor se essa ou aquela concepção é alternativa a um ou outro corpo teórico. Essas concepções se complementam e, ao mesmo tempo, se sobrepõem. Assim, o autor sugere que o tratamento a essas concepções deve partir de uma concepção integradora, de modo a permitir que o estudante tome consciência do PCNR como um todo. Ou seja, tenha consciência da existência das três regiões que compõem esse perfil. A seguir são destacadas as conclusões apresentadas pelo autor, primeiro com relação às concepções relacionadas a MN, em seguidas aquelas relacionadas a TRR.

Para a análise das concepções alternativas relacionadas a MN, Ayala Filho teve como referência trabalhos que discutiam as concepções alternativas relacionadas à cinemática elementar e à noção de sistema de referência.

Com relação às concepções relacionadas a cinemática elementar (SATIL; MALGRANGE, 1980, apud AYALA, 2010), essas se aglutinam em torno de um *modelo natural* que pode ser analisado a partir de duas componentes estruturantes: a *causal* e a *descritiva*. Segundo a componente *causal*, movimento e velocidade são associados a uma causa, tendo como consequência a sobreposição e indissociabilidade dos conceitos de força e velocidade. Nessa componente os conceitos de velocidade e movimento são considerados como atributos inerentes ao corpo em análise, a composição do movimento se dá a partir da composição das causas (forças) que o provocam, não tendo vínculo com os observadores e seus respectivos sistemas de referência. Já a componente *descritiva*, essa é definida a

partir de dois aspectos complementares: (i) a geometrização das distâncias, sem referência à dependência temporal dos movimentos e sem a necessária articulação entre composição de movimentos e adição de velocidades e as (ii) concepções de movimento “real” e movimento “aparente”. Em compromisso com a ideia de que o movimento é intrínseco a cada objeto (ou corpo) em análise, esses aspectos têm como pressuposto a ideia de que o espaço onde se dá o movimento é único. Dessa forma, o movimento “real” seria aquele vinculado ao espaço único de análise, descrito exclusivamente pelas causas (forças) que o provocam. Assim, o movimento “real” pode ser descrito pelas leis da Física, enquanto o movimento “aparente” nada mais seria que uma mera ilusão de ótica, não merecendo a devida atenção na descrição dos movimentos. Como consequência os conceitos de repouso e movimento são tomados como ontologicamente diferentes, haja vista que a noção de velocidade não traz vínculo algum com a noção de referencial.

Quanto a análise das concepções relacionadas a noção de sistema de referência, Ayala Filho estabelece um diálogo entre algumas categorias sugeridas pela literatura (PANSE e RADAMES, 1994 apud AYALA FILHO, 2010) e as características apresentadas pelo *modelo natural*, discutidas anteriormente. Nesse diálogo o autor adverte sobre diversas situações de ensino-aprendizagem em que, não havendo conhecimento dessas categorias por parte do docente, muitas daquelas concepções apresentadas a partir da análise do *modelo natural* terminam por reforçar a região do “senso comum” do PCNR na estrutura cognitiva do estudante. Por fim, Ayala Filho conclui que

A consideração de um referencial para a descrição de um fenômeno físico não é espontânea. Quando os alunos são instigados a fazê-lo, emerge a concepção alternativa que os leva a considerar que um sistema de referência é uma “porção do espaço ligada a um corpo concreto, delimitado pela forma e pelo tamanho deste corpo, dentro do qual um observador ‘vê’ um determinado fenômeno” (PANSE, RADAMES e KUMAR, 1994, p.75). Além disto, um fenômeno “pertencente” a um determinado sistema de referência terá uma descrição diferente em outro sistema e os movimentos poderão ser tratados como “aparentes” ou “reais”, conforme o referencial tomado. (AYALA FILHO, 2010, p. 166)

Por se tratar de categorias com grande contribuição para o presente trabalho, essas são destacadas a seguir:

1. Sistemas de referência são tratados como objetos concretos;

2. Limitar a extensão do sistema de referência ao tamanho do objeto físico ao qual o sistema está fixo;
3. Tratar objetos pequenos localizados sobre objetos maiores como “parte do sistema de referência” do objeto maior;
4. Associar eventos ou fenômenos físicos específicos a referenciais específicos;
5. Classificar os movimentos em “reais” e “aparentes”;
6. Associar a descrição física à visualização do fenômeno;
7. Pseudorelativismo.

O quadro 2 traz uma síntese das principais características da região da MN do PCNR discutidas até aqui.

Quadro 2 – Resumo das principais características da Região da Mecânica Newtoniana do PCNR, segundo Ayala Filho (2010)

Região do perfil	Mecânica Newtoniana
Conceitos ontológicos	Espaço, Tempo, Lugar, Movimento, Matéria, Eixos Cartesianos e Sistema de Referência.
Concepções alternativas relacionadas à região	Movimento e velocidade associados a uma causa; Sobreposição e indissociabilidade dos conceitos de força e velocidade; Velocidade e movimento intrínsecos ao corpo em análise; Distinção do movimento como “real” e “aparente”; Repouso e movimento tomados como ontologicamente diferentes; Noção de velocidade sem vínculo com a noção de referencial; Sistemas de referência tratados como objetos concretos; Limitar a extensão do sistema de referência ao tamanho do objeto físico ao qual o sistema está vinculado; Associar eventos ou fenômenos físicos específicos a referenciais específicos; Associar a descrição física à visualização do fenômeno.
Aspectos a serem considerados em situações de ensino-aprendizagem	O conceito de referencial deve ser construído a partir da articulação de todos os conceitos ontológicos, não podendo ser caracterizado apenas como um conjunto de eixos cartesianos.

Fonte: Autoria própria (2021)

Quanto às concepções alternativas relacionadas a TRR, Ayala Filho assume a noção de *evento* como conceito ontológico fundamental em toda a sua análise. Essa análise parte do exame das respostas dadas por estudantes quando esses foram

provocados a descrever qualitativamente (1) os efeitos de dilatação do tempo e contração da distância na produção e decaimento de partículas elementares¹⁶; (2) a propagação de um pulso de luz a partir de um referencial onde a fonte está em repouso e a partir de referenciais onde a fonte está em movimento (VILLANI; PACCA, 1987 apud AYALA FILHO, 2010) e (3) a descrição da simultaneidade de eventos a partir de distintos referenciais (SCHERR; SHAFFER; VOKOS, 2001 apud AYALA FILHO, 2010). Essas provocações foram recortadas de problemas corriqueiramente trabalhados em cursos básicos sobre TRR, tanto na graduação quanto na pós-graduação.

De acordo com as respostas dadas pelos estudantes¹⁷ quanto ao quesito (1), são evidenciadas as dificuldades em se distinguir a descrição de eventos em referenciais diferentes. Segundo a interpretação do autor, essas dificuldades estão relacionadas às preconcepções de *referencial absoluto* e de *movimento absoluto*. O *movimento absoluto* seria uma consequência direta da descrição do movimento a partir de um referencial privilegiado, ou seja, um *referencial absoluto*, associado ao próprio sujeito cognoscente, em conflito, portanto, com a noção de referencial relativístico.

Quanto às respostas decorrentes do quesito (2), essas corroboram com as concepções alternativas sugeridas por (1). Para além disso, segundo o autor, essas respostas também ilustram um compromisso dos estudantes¹⁸ com a combinação de movimentos a partir da geometrização das distâncias percorridas, em acordo com a componente *descritiva* do *modelo natural*, explicitados na análise das concepções alternativas relacionadas a MN.

Com relação às respostas relativas ao quesito (3), essas mostram que, de acordo com a interpretação de Ayala Filho, os estudantes têm dificuldades para entender que o registro temporal de ocorrência de eventos em referenciais relativísticos distintos não depende do tempo para detecção desses eventos pelos observadores. Essa dificuldade está intimamente relacionada com a dificuldade no reconhecimento da relatividade da simultaneidade de eventos. Ao se depararem com problemas que os questionem quanto a ordem temporal de ocorrência de eventos diferentes, os estudantes tendem a considerar os diferentes tempos de viagens dos

¹⁶Investigação desenvolvida pelo próprio autor.

¹⁷Estudantes do sétimo semestre do curso de Licenciatura em Física.

¹⁸Estudantes de pós-graduação em Física.

sinais emitidos pelos eventos como fundamentais para suas conclusões. Nessas situações surge novamente a noção de “real” e “aparente”, explicitando os esforços empreendidos pelos estudantes em conciliar suas respostas com um esquema conceitual onde prevalece a noção de *simultaneidade absoluta*, proveniente da análise a partir do *referencial absoluto*, vinculada ao referencial ao qual o sujeito cognoscente é solidário. Essa tendência também explicita a consideração de que cada observador deve ser considerado como um referencial específico. Ou seja, o não entendimento de que, no contexto da TRR, o conceito de *referencial* deve ser tomado como um conjunto infinito de observadores, com seus respectivos registros *espaço-temporais*, onde cada qual está em repouso com relação aos demais, implica na concepção alternativa de que a ordem de ocorrência dos eventos é a ordem em que os sinais são detectados pelos observadores, sendo estes observadores tratados isoladamente.

O quadro 3 traz uma síntese das principais características da região da TRR do PCNR discutidas até aqui.

Quadro 3 - Resumo das principais características da Região da Teoria da Relatividade Restrito PCNR, segundo Ayala Filho (2010)

Região do perfil	Relativística
Conceitos ontológicos	Invariância da velocidade da luz no vácuo, Indissociabilidade entre os conceitos de Espaço e Tempo (Espaço-tempo), Evento, Intervalo relativístico e Movimento Relativo.
Concepções alternativas relacionadas à região	Referencial absoluto ligado ao sujeito cognoscente; Movimento absoluto como aquele analisado pelo referencial absoluto, ligado ao sujeito cognoscente; Simultaneidade absoluta e universal; referencial absoluto como referencial privilegiado; observadores em repouso relativo, mas separados no espaço, tratados como em sistema de referência distintos; Fusão entre observador e referencial.
Aspectos a serem considerados em situações de ensino-aprendizagem	Evidenciar o conceito relativístico de referencial e as formas de argumentação centradas na noção de evento, explicitar as concepções alternativas e as formas espontâneas de argumentação em TRR, assim como as diferenças que os conceitos e as formas de argumentação relativísticas guardam com a MN e com o senso comum.

Fonte: Autoria própria (2021)

4.1.4 Recomendações para uma metodologia de ensino-aprendizagem visando a TRR

Concluindo sua análise acerca dos obstáculos epistemológicos inerentes a aprendizagem da TRR, Ayala Filho recomenda que a aprendizagem da TRR deve partir do desenvolvimento da região *relativística* do PCNR, concomitantemente ao reconhecimento das demais regiões já preexistentes, construídas ao longo da vida escolar e sobretudo através das experiências sociais adquiridas pelo estudante. Segundo o autor, uma metodologia de ensino visando a superação daqueles obstáculos deve “favorecer a consolidação da região Newtoniana do perfil e a criação da região relativística, tendo a noção de referencial como conceito aglutinador sobre o qual se desenvolve os significados de outros conceitos” (AYALA FILHO, 2010, p. 175). Esse reconhecimento deve ser utilizado como estratégia na ancoragem dos novos conceitos oriundos da nova região do perfil a ser desenvolvido. Entretanto, caso a região do PCNR relacionada MN não esteja bem demarcado na estrutura cognitiva do aprendiz, o autor adverte quanto a necessidade de demarcá-la previamente ao desenvolvimento da região relativística. Todavia, logo no início do seu trabalho, Ayala Filho salienta que, por se tratar de teorias pertencentes a *paradigmas* diferentes, essa demarcação exige cuidados, pois a *incomensurabilidade* entre essas teorias pode tornar-se em um empecilho a aprendizagem significativa da TRR¹⁹. Segundo o autor:

A TRR e a MN são teorias que, na linguagem de Thomas Kuhn (Kuhn, 2003a, 2003b), possuem conceitos localmente incomensuráveis. A incomensurabilidade significa não só que as leis físicas associadas às duas teorias são diferentes e logicamente incompatíveis entre si, mas também que toda a perspectiva do seu objeto de estudo é diferenciada e que a própria concepção do que é o conhecimento é diferenciada. Em outras palavras, diz-se que as duas teorias são ontologicamente e epistemologicamente diferenciadas e que a TRR e a MN não podem ser logicamente reduzidas uma a outra. (AYALA FILHO, 2010, p. 156).

Dessa forma, quanto às atividades a serem desenvolvidas ao longo dessa metodologia, o autor propõe que essas devem seguir a seguinte sequência:

1. Explicitar as concepções dos alunos sobre adição de movimentos, sobre referenciais e sobre as leis de Newton;

¹⁹Os conceitos de *paradigma* e *incomensurabilidade* são tratados pelo físico e filósofo Thomas Kuhn em suas obras *A estrutura das revoluções científicas* e *Comensurabilidade, comparabilidade, comunicabilidade*, citadas explicitamente por Ayala Filho em seu trabalho.

2. Revisar estas concepções no contexto da MN, comparar as concepções dos alunos e as suas formas de argumentação com aquelas cientificamente aceitas no domínio da Mecânica. Dar ênfase a adição de movimentos, a descrição do movimento em termos de referenciais e ao papel dos conceitos metafísicos;
3. Apresentar os postulados da TRR, o conceito de relativístico de referencial e as formas de argumentação centradas na noção de evento;
4. Buscar explicitar as concepções alternativas e as formas espontâneas de argumentação em TRR;
5. Explicitar constantemente as diferenças que os conceitos e as formas de argumentação relativísticas guardam com a MN e com o senso comum.

Essas recomendações foram tomadas como referência para a elaboração do plano de ensino utilizada como suporte para a organização das atividades sugeridas pelo produto educacional apresentado por este trabalho.

4.2 Justificativas para uma abordagem geométrica, com ênfase nos diagramas de Minkowski

Como discutido no capítulo anterior, a apreciação da Teoria da Relatividade Restrita em sua plenitude exige o entendimento da indissociabilidade entre os conceitos de *espaço* e *tempo*, através do *espaço-tempo quadridimensional* proposto por Hermann Minkowski. A partir desse entendimento é possível compreender de que maneira se desenvolve o conceito de referencial nessa teoria.

Sendo os diagramas de Minkowski, através de um formalismo matemático bem definido, uma representação simbólica parcial dessa abstração, nada mais justo que defender a hipótese de que a construção e manipulação desses diagramas podem contribuir para o entendimento de aspectos fundamentais dessa teoria. Sendo assim, a seguir serão destacados alguns argumentos que corroboram com essa hipótese.

Através desses diagramas é possível sobrepor diferentes referenciais inerciais, distinguir o momento de ocorrência de um evento e a sua aferição por um observador solidário a um determinado referencial, assim como apresentar aspectos da teoria que não são perceptíveis em abordagens tradicionais, tais como os

intervalos relativísticos e as consequentes relações de causalidade de eventos através dos cones de luz. Esses aspectos contribuem para que o(a) estudante recorra a outras dimensões do conceito de referencial, não acessíveis nas regiões do “senso comum” e da MN do PCNR, como sugerido por Ayala Filho (2010), favorecendo, com isso, a percepção dessas regiões, assim como suas diferenças.

Outra vantagem na utilização desses diagramas diz respeito a possibilidade de análise de um conjunto de *eventos* representados por curvas em diversos referenciais inerciais em uma única representação, esses diagramas possibilitam dar centralidade ao conceito de *evento*, evidenciando o caráter não absoluto entre as medidas feitas por referenciais diferentes, tais como a diferença temporal e/ou espacial entre dois eventos quaisquer. Esse tipo de representação contribui para a superação daqueles obstáculos destacados por Ayala Filho (2010), com relação as situações em que os estudantes necessitam analisar observadores situados em pontos distintos de um mesmo referencial, assim como aquelas situações em que as mudanças de perspectiva quanto referencial adotado são necessárias, além das dificuldades relacionadas com a necessidade de descrição de eventos em referenciais inerciais diferentes, contribuindo, com isso, para a identificação por parte dos estudantes das limitações relacionadas com as preconcepções de *referencial absoluto* e de *movimento absoluto*, como também sugerido por Ayala Filho (2010).

Por fim, outra contribuição relevante quanto a utilização dos DM em situações de ensino-aprendizagem diz respeito a sua fidelidade com o segundo postulado da TRR, sobre a constância da velocidade da luz no vácuo. Nesses diagramas, como demonstrado no capítulo anterior, os eventos definidos pelas posições ocupadas pela frente de um feixe luminoso que se propaga no *espaço-tempo*, devem, necessariamente, serem representados por uma semirreta que forma uma bissetriz entre os eixos coordenados do *espaço-tempo* característicos dos referenciais representados nesses diagramas, independente do referencial adotado. Dessa forma, os estudantes, na construção desses diagramas, devem assumir um compromisso com esse postulado já no início da resolução de qualquer problema relativístico com o auxílio desses diagramas. A atenção recorrente com esse postulado possibilita um reforço no entendimento do conceito de referencial nessa teoria, diferente do que ocorre na interpretação desse conceito nas outras regiões do PCNR. Como foi sugerido por Ayala Filho (2010), manter a coerência com esse postulado em problemas que se exige a análise de situações relativísticas a partir de diferentes

referenciais também se caracteriza com um obstáculo epistemológico para a aprendizagem da TRR.

4.3 Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud

De acordo com a Teoria da Aprendizagem Significativa, para que a aprendizagem seja significativa, em oposição à aprendizagem mecânica, as ideias e conceitos apresentados como objeto de estudo devem interagir com a estrutura cognitiva daqueles a quem se deseja promover a aprendizagem (AUSUBEL, 2003).

Essa interação não deve ser substantiva, ou seja, o objeto de estudo não deve ser absorvido literalmente. Para que essa interação seja efetiva é necessário que o objeto de estudo seja amparado por essa estrutura através dos *subsunçores*. Ao longo dessa interação, entendida como um processo contínuo, essa estrutura ganha complexidade através da criação de novos *subsunçores*. Esses novos *subsunçores*, por sua vez, geram possibilidades de futuras conexões com novos objetos. É esse ganho de complexidade da estrutura cognitiva, criando novos *subsunçores* e, ao mesmo tempo, fortalecendo os já existentes, que favorece a aprendizagem dita significativa. Segunda essa teoria, duas etapas interdependentes são de suma importância nesse processo, a *diferenciação progressiva* e a *reconciliação integradora*. De acordo com Moreira (2011a), a primeira consiste na alteração dos *subsunçores* à medida que novos conhecimentos são absorvidos significativamente. A segunda diz respeito à acomodação dos novos conhecimentos a essa estrutura, eliminando diferenças aparentes, resolvendo inconsistências, integrando significados e fazendo superordenações desses nessa estrutura. Segundo Moreira

Quando aprendemos de maneira significativa temos que progressivamente diferenciar significados dos novos conhecimentos adquiridos a fim de perceber diferenças entre eles, mas é preciso também proceder a reconciliação integradora. Se apenas diferenciarmos cada vez mais os significados, acabaremos por perceber tudo diferente. Se somente integrarmos os significados indefinidamente, terminaremos percebendo tudo igual. Os dois processos são simultâneos e necessários à construção cognitiva, mas parecem ocorrer com intensidades distintas [...] (MOREIRA, 2011a, p. 7).

Baseado nas etapas sugeridas por Moreira (2011b) é possível estruturar uma unidade ensino potencialmente significativa visando alcançar uma aprendizagem significativa. De acordo com essas etapas, são as situações-problemas que despertam a intencionalidade do aluno para a aprendizagem, e essas devem ser

propostas em níveis crescentes de complexidade, cabendo ao docente o papel de provedor de situações-problema.

Dessa forma, tendo em vista a importância das situações-problema para a efetivação da aprendizagem significativa, justifica-se a opção pelo diálogo deste trabalho com a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud.

A partir da TCC, Vergnaud busca compreender de que maneira o sujeito cognoscente aprende à medida que este é confrontado com determinadas *situações* (e/ou problemas) que lhe exigem estabelecer relações cognitivas pautadas por determinados *conceitos*. Dessa forma, a conceitualização assume um papel muito importante na TCC. Todavia, o processo de conceitualização não deve ser entendido como uma simples definição axiomática, solicitada aos estudantes no contexto em que surgem as referidas *situações*. Para além das definições axiomáticas, o processo de conceitualização exige uma relação dialética entre os *conceitos* e as *situações* por eles referendadas. Por sua vez, essa relação só se efetiva na estrutura cognitiva do estudante através da organização de determinados *esquemas*, manifestos por intermédio das *representações simbólicas*. A principal característica desses *esquemas* são os chamados *invariantes operatórios*, sobre os quais repousa a operacionalidade desses *conceitos*.

Assim, o conjunto formado pelos *conceitos*, as *situações*, os *invariantes operatórios* dos *esquemas* e suas respectivas *representações simbólicas*, compõem, segundo Vergnaud, um *campo conceitual*. É a partir desse conjunto que o significado das conceitualizações deve ser ressignificado (MOREIRA, 2002).

Partindo do acúmulo apresentado pelo trabalho de Ayala Filho (2010), em diálogo com as contribuições da TCC de Vergnaud, apresentadas pelos trabalhos de Moreira (2002) e Cedran e Klouranis (2019), este trabalho sugere uma matriz teórica de referência que visa contribuir na proposição de atividades voltadas para o desenvolvimento da região *relativística* do PCNR na estrutura cognitiva dos estudantes que vierem a serem confrontados por essas atividades em um ambiente educacional formal.

Dessa forma, a proposta aqui apresentada diz respeito a conceitualização de um *sistema de referência*, ou simplesmente *referencial*, no contexto da TRR, na perspectiva de um *campo conceitual*.

Nessa empreitada, parte-se das sugestões apresentadas pelo trabalho de Dias Carvalho Junior e Aguiar Junior (2008), onde a TCC também foi utilizada como

referência para a elaboração de uma matriz teórica visando a elaboração e compreensão de práticas de ensino-aprendizagem sobre Física Térmica voltadas para estudantes do Ensino Médio.

Seguindo um caminho análogo ao percorrido por esse trabalho, a seguir serão apresentadas as *situações*, os *invariantes operatórios* e as *representações simbólicas* relacionadas ao campo conceitual do *referencial relativístico* elaboradas por este autor. Através dessa matriz de referência foi possível dar sentido e intencionalidade às atividades sugeridas pelo produto educacional desenvolvido como consequência dessa investigação.

4.3.1 Conceito de referencial relativístico como um campo conceitual

De maneira bem ampla, um campo conceitual deve ser entendido como um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição do conhecimento acerca de um conceito (VERGNAUD, 1982 apud MOREIRA, 2002).

Neste trabalho, para a elaboração da matriz teórica que fundamentou a proposição das atividades sugeridas pelo produto educacional, o *campo conceitual do conceito de referencial relativístico* (CCRR) teve como inspiração o conjunto das características que definem a região relativística do PCNR, como definido por Ayala Filho (2010). Ou seja, o conjunto das situações que solicitam em seu enfrentamento um compromisso com os postulados da TRR, e, conseqüentemente, com a premissa de que velocidade da luz no vácuo deve ser tratada como um limite físico para a velocidade de propagação de informações e o limite para a velocidade de objetos materiais em movimento no *espaço-tempo*.

Nesse sentido, o conceito de *evento*, entendido a partir da indissociabilidade entre os conceitos de *espaço* e *tempo* (*espaço-tempo*), deve ser tratado como central na análise dessas situações. Essa centralidade possibilita evidenciar as formas de argumentação centradas no conceito relativístico de referencial e, com isso, explicitar as concepções alternativas e as formas espontâneas de argumentação na TRR, assim como as diferenças que os conceitos e as formas de argumentação relativísticas guardam com a MN e com o senso comum.

Porém, convém destacar que a TCC investiga o sujeito-em-situação, buscando responder de que maneira ocorre a aprendizagem em situação de ensino-

aprendizagem. Dessa forma, a matriz teórica apresentado a seguir, assim como aquela proposta pelo trabalho de Dias Carvalho Junior e Aguiar Junior (2008, p. 211), não deve ser considerada como um campo conceitual propriamente dito, tendo em visto que sua proposição não surge a partir do confronto do sujeito cognoscente com as situações referendadas pelo campo conceitual em questão, mas sim a partir dos conhecimentos deste autor acerca da TRR e das pesquisas que fundamentaram essa proposição.

Nesse sentido, espera-se que os estudantes que vierem a ter contato com o conjunto das atividades sugeridas a partir dessa matriz teórica sejam induzidos a formulação de campos conceituais análogos à matriz sugerida por esse trabalho.

Por conseguinte, também se espera que, no confronto com a atividades sugeridas por esse quadro teórico, os estudantes consigam desenvolver a região relativística do PCNR, como proposto por Ayala Filho (2010), haja vista que “o desenvolvimento cognitivo é fortemente influenciado pelo conteúdo do ensino” (CARVALHO JUNIOR; AGUIAR JUNIOR, 2008, p. 211).

4.3.1.1 Situações referendadas pelo campo conceitual de referencial relativístico

Por se tratar da porta de entrada para formação dos *conceitos*, as *situações* ocupam um papel primordial na TCC. Sendo assim, para o planejamento de atividades de ensino, tendo como referencial teórico a TCC, elencar as possíveis *situações* referendadas pelo conceito de *referencial*, no contexto da TRR, apresenta-se como o primeiro passo nesse planejamento.

Todavia, antes de apresentar as referidas *situações*, convém apresentar, de maneira sucinta, de que forma Vergnaud classifica as *situações* como *situações de variedade* e *situações de história* (VERGNAUD, 2009 apud CEDRAN e KLOURANIS, 2019), pois, já nessa classificação surgem os primeiros aspectos do diálogo entre o PCNR e a TCC.

Para o autor, as *situações de variedade* dizem respeito ao conjunto de todas as *situações* vivenciadas pelo sujeito cognoscente ao longo de sua vida, a partir de acontecimentos diversos, tanto no ambiente educacional formal, mas sobretudo em atividades corriqueiras do seu dia a dia. São *situações* com ocorrência aleatória, mas que, por guardarem certa similaridade, terminam por contribuir na formulação de determinados conceitos, sejam esses conceitos cientificamente aceitos ou não. Pensando especificamente no processo de conceitualização de *referencial*, entende-

se que essas *situações* são aquelas relacionadas às três regiões PCNR, do *senso comum*, da *mecânica newtoniana*, e da TRR.

Por outro lado, as *situações de história* são aquelas com origem a partir de acontecimentos regulares, sobre os quais o sujeito cognoscente já tem uma certa familiaridade. Em virtude dessa familiaridade, essas *situações* sugerem uma coordenação mais funcional com os respectivos conceitos por elas referenciadas. Ou seja, são *situações* potencialmente significativas no processo de conceitualização. Além disso, ainda que as *situações de história* não sejam inéditas, essas são fundamentais para formulação de novos conceitos. Pois, dependendo de quão significativa e problemática forem suas ocorrências, elas podem contribuir com conflitos cognitivos que venham a corroborar com a ruptura de conhecimentos anteriores, ou até mesmo na ampliação desses conhecimentos. Outra observação importante é que, ainda que essas *situações* façam parte de repertórios particulares e individuais, elas guardam entre si regularidades nos pontos de rupturas e continuidades para com os conhecimentos anteriores. Como, nesta proposta, parte-se do pressuposto de que a aprendizagem dos conteúdos da mecânica clássica apresenta-se como pré-requisitos necessário à aprendizagem dos conteúdos relacionados à TRR, é natural associar essas *situações* àquelas relacionadas a região da mecânica newtoniana do PCNR.

4.3.1.2 Invariantes operatórios evocados pelo campo conceitual do referencial relativístico

Os invariantes operatórios constituem o principal ingrediente dos esquemas. Estes devem ser entendidos como a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações. Através dos esquemas é possível pesquisar os conhecimentos-em-ação evocados pelo sujeito, fazendo que sua ação seja operatória diante das situações a que este venha a ser confrontado.

Além dos invariantes operatórios, um esquema, na concepção adotada por Vergnaud, também tem os seguintes elementos: (i) objetivos, submetas e expectativas; (ii) regras para gerar ação, busca de informação e controle de decisões e (iii) possibilidade de inferência. Porém são os invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) o principal elemento dos esquemas, os chamados “componentes epistêmicos”, haja vista que é através deles que os demais elementos

de um esquema se articulam (VERGNAUD, 2012 apud CEDRAN e KLOURANIS, 2019).

Tidos como componentes constantes dos esquemas, os significados por trás das conceitualizações repousam sobre os invariantes operatórios. Ou seja, é através da interlocução dos invariantes operatórios que os objetivos, expectativas e regras para gerar ação são validados diante de uma classe de situações referendadas por um campo conceitual (VERGNAUD, 2007 apud CEDRAN; KLOURANIS, 2019).

De modo geral, a principal função dos invariantes operatórios reside na coleta de informações que venham a possibilitar inferências que se articulam para posterior elaboração de conclusões acerca das situações aos quais o indivíduo cognoscente está sendo confrontado. A fim de compreender de que maneira essas atribuições se efetivam, é necessário entender os elementos que constituem os invariantes operatórios, os conceitos-em-ação e teoremas-em-ação.

Enquanto os conceitos-em-ação podem ser classificados como pertinentes ou não, sejam eles objetos ou predicados, os teoremas-em-ação são proposições sobre o real, tidas como verdadeiras ou não, que necessitam para sua construção dos conceitos-em-ação. Ou seja, conceitos-em-ação e teoremas-em-ação se articulam mutuamente para a formação dos invariantes operatórios.

Para o caso da matriz teórica de referência adotada por este trabalho, os postulados da TRR, em especial o segundo postulado, que versa sobre a constância da velocidade da luz no vácuo independente do referencial inercial adotado para a sua aferição, pode ser considerado como um conceito-em-ação. Ou seja, para as situações relativísticas em que a velocidade relativa entre referenciais inerciais sejam comparáveis à velocidade da luz no vácuo, espera-se que os estudantes tomem esse postulado como pertinente a essas situações (predicado), e que, a partir daí, se desenvolvam as esperadas consequências da TRR, tais como o caráter não absoluto da simultaneidade de eventos, a diferença nas medidas de intervalos de tempo e espaço entre dois eventos. Porém, para que isso ocorra, é necessário que os estudantes recorram aos teoremas-em-ação desenvolvidos a partir desse conceito-em-ação, a saber, que ele consiga inferir a diferença entre referenciais inerciais interpretados na mecânica newtoniana e na TRR, tendo como premissa a indissociabilidade entre o *espaço* e o *tempo*, o *espaço-tempo*, palco onde os referenciais inerciais relativísticos devem ser interpretados como pertinentes, e a necessidade de mais de um referencial inercial relativístico para análise (verdadeiro

ou falso) das situações em que aquelas consequências se desenvolvem. O mesmo ocorre com a constância de intervalos relativísticos (intervalos espaço-temporais) entre dois eventos, quando medidos em referenciais inerciais relativísticos diferentes, em movimento relativo. Neste caso, o teorema-em-ação que se articula em torno desse conceito-em-ação (constância desses intervalos relativísticos) é a ocorrência, ou não, de relações de causalidade (verdadeiro ou falso) entre eventos analisadas através de cones de luz construídos a partir dos eventos em análise.

Por fim, como ficou explícito no parágrafo anterior, Vergnaud pondera que não existe ação sem teoremas-em-ação, e que não há teoremas-em-ação sem conceito-em-ação. Ou seja, a relação entre teoremas-em-ação e conceitos-em-ação é dialética e indissociável (VERGNAUD 1996a, 2007a, 2007b, 2009 apud CEDRAN; KLOURANIS, 2019).

4.3.1.3 Representações simbólicas manifestas a partir dos invariantes operatórios

De modo bem objetivo, as representações simbólicas desprendidas dos esquemas, por consequência dos invariantes operatórios, manifestam as relações entre os significados e os significantes. Essa manifestação ocorre primeiramente enquanto fluxo de consciência, por meio da percepção e da imaginação, para em seguida manifestar-se como um sistema de conceitos, através de signos. Segundo Vergnaud (2007a, apud CEDRAN; KLOURANIS, 2019), não é possível representar esses signos, seja através da argumentação sobre um objeto, seja através de uma figura, um gráfico, um diagrama, e até mesmo uma equação, sem uma estruturação dos conceitos que fundamentem essa representação. Nesse sentido, são os invariantes operatórios os responsáveis pela estruturação desses conceitos, consequentemente são os responsáveis por sua manifestação através de uma representação.

Dessa forma, as representações simbólicas associadas a um campo conceitual funcionam como uma espécie de sintaxe entre as situações, o real, e os conceitos que dão conta dessas situações através dos invariantes operatórios relacionados a esses conceitos.

Por conseguinte, as representações simbólicas também podem ser interpretadas como um sistema de esquemas, contemplando todos os seus elementos (objetivos, submetas e expectativas, regras para gerar ação, busca de informação e

controle de decisões, invariantes operatórios e possibilidade de inferência), dado que podem ser compreendidas como produtos da ação e percepção do sujeito cognoscente frente a um conjunto de situações.

Para a opção escolhida por este trabalho, a saber, tomar o conceito de referencial relativístico como um campo conceitual, a partir do qual se desenvolveu uma matriz teórica responsável por fundamentar um conjunto de atividades sobre TRR, passíveis de serem abordados a partir de um viés geométrico, espera-se que os estudantes confrontados por essas atividades sejam capazes de expressar as representações simbólicas, advindas dos invariantes operatórios discutidos anteriormente, através da construção e manipulação de diagramas do espaço-tempo, justificando, com isso, a ênfase dada aos diagramas de Minkowski nesse tipo de abordagem.

Por fim, o quadro 4 traz uma síntese com o conjunto de situações possíveis de serem trabalhadas pela matriz teórica elaborada por este trabalho, tendo o conceito de *referencial relativístico* como campo conceitual, os invariantes operatórios passíveis de serem enunciados pelos estudantes a que vierem a ser submetidos às atividades desenvolvidas por essa matriz teórica, assim como as representações simbólicas desprendidas por esses invariantes operatórios, sob os quais devem se focalizar as análises empreendidas sobre o desenvolvimento desses estudantes, acerca da avaliação sobre o desenvolvimento da região relativística do PCNR, como proposto por Ayala Filho (2010).

Quadro 4 - Campo conceitual do conceito de referencial relativístico

CONJUNTO DE SITUAÇÕES	INVARIANTES OPERATÓRIOS PASSÍVEIS DE SEREM ENUNCIADOS PELOS ESTUDANTES	REPRESENTAÇÕES SIMBÓLICAS
Relação entre as descrições de um evento em diferentes referenciais inerciais;	Velocidade da luz como uma constante que independe do referencial adotado para sua medida;	Sobreposição de referenciais no espaço-tempo através dos diagramas de Minkowski e consequente representação de eventos em diferentes referenciais relativísticos, relacionando-os através das transformações de Lorentz;

<p>Aferições de medidas de intervalos temporais de ocorrência de eventos em referenciais inerciais diferentes;</p>	<p>Indissociabilidade entre espaço e tempo (espaço-tempo), invariância de intervalos relativísticos e velocidade da luz como um limite de velocidade para transmissão de informações no espaço-tempo;</p>	<p>Sobreposição de referenciais no espaço-tempo através dos diagramas de Minkowski e consequente representação de eventos em diferentes referenciais relativísticos, relacionando-os através das transformações de Lorentz;</p>
<p>Aferições de medidas de separação espacial entre eventos em diferentes referenciais inerciais;</p>	<p>Indissociabilidade entre espaço e tempo (espaço-tempo), invariância de intervalos relativísticos e velocidade da luz como um limite de velocidade para transmissão de informações no espaço-tempo;</p>	<p>Sobreposição de referenciais no espaço-tempo através dos diagramas de Minkowski e consequente representação de eventos em diferentes referenciais relativísticos, relacionando-os através das transformações de Lorentz;</p>
<p>Avaliação da relatividade da ordem temporal de ocorrência de dois eventos em diferentes referenciais inerciais;</p>	<p>Invariância de intervalos relativísticos e a velocidade da luz como um limite de velocidade para transmissão de informações no espaço-tempo;</p>	<p>Representação de intervalos relativísticos no espaço-tempo, em determinadas regiões dos cones de luz dos eventos pertencentes a esses intervalos;</p>
<p>Avaliação das relações de causalidade entre eventos no espaço-tempo;</p>	<p>Invariância de intervalos relativísticos e a velocidade da luz como um limite de velocidade para transmissão de informações no espaço-tempo;</p>	<p>Representação de intervalos relativísticos no espaço-tempo, em determinadas regiões dos cones de luz dos eventos pertencentes a esses intervalos;</p>
<p>Relacionar a velocidade de objetos materiais medidos em diferentes referenciais inerciais.</p>	<p>Velocidade da luz no vácuo como um limite de velocidade na descrição dos movimentos de corpos materiais e velocidade da luz como uma constante que independe do referencial adotado para sua medida.</p>	<p>Sobreposição de referenciais no espaço-tempo através dos diagramas de Minkowski e consequente representação de eventos em diferentes referenciais relativísticos, relacionando-os através das transformações de Lorentz.</p>

Fonte: Autoria própria (2021)

A seguir, no próximo capítulo, será discutido de que maneira o conjunto de atividades resultantes da matriz teórica sugerido por esse capítulo se materializa em um produto educacional passível de ser utilizado em um ambiente educacional formal, visando-se trabalhar a TRR no currículo do Ensino Médio, através de uma abordagem geométrica com ênfase nos diagramas de Minkowski.

5 SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

Como consequência das pesquisas desenvolvidas por este trabalho, é sugerido como produto educacional um conjunto de atividades, sintetizados através de um caderno de atividades, com situações-problemas passíveis de serem trabalhadas através de uma abordagem geométrica da TRR.

Como discutido no capítulo anterior, essas atividades foram propostas a partir de uma matriz teórica em que o conceito de referencial relativístico foi interpretado como um campo conceitual, na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Mais uma vez, é importante destacar que essa interpretação não surge do confronto entre o sujeito cognoscente e as situações referendadas pelo conceito em questão, mas sim a partir dos conhecimentos deste autor acerca da Teoria da Relatividade Restrita e das pesquisas que fundamentaram sua proposição. Esse destaque é extremamente necessário, pois a Teoria dos Campos Conceituais busca investigar o sujeito-em-situação, a fim de elucidar de que maneira ocorre a aprendizagem em situação de ensino-aprendizagem. Dessa forma, essa matriz teórica não tem como objetivo apresentar um quadro teórico passível de ser confrontado com as respostas apresentadas pelos discentes, quando esses são submetidos as situações-problemas apresentadas pelas atividades sugeridas por produto educacional.

A implementação deste produto educacional visa verificar a hipótese lançada anteriormente por este trabalho, a saber, que a abordagem geométrica da TRR, com ênfase nos DM, ao valorizar aspectos conceituais relevantes dessa teoria, contribui para a construção e/ou consolidação da região relativística do PCNR na estrutura cognitiva dos estudantes, como sugerido por Ayala Filho (2010).

5.1 Sobre a estrutura do produto

O caderno de atividades sugerido como produto educacional está estruturado da seguinte forma: (i) apresentação do material, (ii) plano de ensino, (iii) temas das atividades, (iv) atividades sugeridas, (v) solução das atividades e (vi) referências bibliográficas.

No tópico (i), como sugerido por seu título, faz-se uma apresentação geral do material, trazendo informações sobre o contexto de sua elaboração/proposição, referências à sua fundamentação teórica, assim como algumas observações

pertinentes a sua utilização em um ambiente educacional formal, tais como os seus pré-requisitos.

Por se tratar de um caderno de atividades, este produto educacional exige um plano de ensino a fim de dar sentido e intencionalidade às suas atividades. Nesse sentido, no tópico (ii) é apresentado uma sugestão de plano de ensino como referência para a sua aplicação. Este plano é, essencialmente, o mesmo plano utilizado por este autor quando no momento da validação deste produto. Porém, dada a versatilidade da proposta em questão, fica a critério do(a) docente se apropriar deste produto, total ou parcialmente, da forma que for mais conveniente ao seu contexto. Assim, enquanto sugestão, a utilização do referido plano de ensino é arbitrário ao(a) docente que vier a se apropriar deste produto educacional. Podendo este(a), inclusive, sugerir adaptações ao mesmo, assim como propor outro completamente diverso deste.

Já no tópico (iii), tem-se a justificativa dos temas apresentados para cada atividade sugerida pelo produto educacional. De forma bem resumida, explica-se o diálogo do tema em questão com a consequente atividade proposta por este tema. Essa caracterização visa nortear o(a) docente, caso este(a) deseje encadear as respectivas atividades em sequência diferente do plano de ensino sugerido no tópico anterior.

Quanto aos tópicos (iv) e (v), esses representam o cerne do produto educacional proposto. São sugeridas dez atividades, assim como as suas respectivas soluções. A seguir será discutido como essas atividades se apresentam no produto educacional e o respectivo diálogo com os temas a que pertencem.

Por fim, no tópico (vi) são apresentadas as referências utilizadas para a elaboração do produto educacional. Essas referências foram divididas em dois grupos: (1) artigos, em que consta os principais artigos que vieram a influenciar na proposição do produto educacional e (2) livros, em que consta as obras onde foram encontradas atividades que inspiraram algumas das atividades propostas, ou, até mesmo, atividades que foram encontradas nessas obras e adaptadas para o produto educacional em questão.

5.2 Temas e Atividades Sugeridas

As dez atividades sugeridas pelo caderno de atividades são apresentadas a partir de seus respectivos temas. Esses temas fazem alusão aos conteúdos trabalhados na cinemática relativística. Como argumentando anteriormente, incentiva-

se com essa proposta uma abordagem geométrica da TRR, com ênfase nos diagramas de Minkowski, visando colaborar na construção/consolidação da região relativística do PCNR, como sugerido por Ayala Filho (2010). Dessa forma, coerente a esse tipo de abordagem, em quase todas as atividades temos o tratamento de uma situação a partir de diagramas do espaço-tempo. As únicas exceções feitas a essa condição diz respeito às primeiras atividades sugeridas pelo caderno, atividades 1 e 2. Essas são atividades que discutem o movimento relativo a partir de referenciais não absolutos, no contexto da mecânica newtoniana. A proposição dessas atividades justifica-se por terem como objetivos provocarem nos estudantes a reflexões sobre suas concepções alternativas acerca dos conceitos de movimento, repouso e referencial, assim como introduzir o tratamento a problemas cinemáticos a partir dos diagramas do espaço-tempo.

Dito isso, os temas das atividades propostas pelo caderno de atividades, seus objetivos e conteúdos trabalhados são apresentados no quadro 5.

Quadro 5 - Temas, objetivos e conteúdos das atividades sugeridas.

TEMA DA ATIVIDADE SUGERIDA	OBJETIVOS A SEREM ALCANÇADOS COM A ATIVIDADE	CONTEÚDOS ABORDADOS PELA ATIVIDADE
Referenciais não absolutos	<ol style="list-style-type: none"> 1. Discutir as relações entre os conceitos tempo, espaço, referencial e velocidade, no contexto da mecânica newtoniana; 2. Descrever o movimento em diferentes referenciais; 3. Evidenciar concepções alternativas acerca do conceito de referencial; 	<ul style="list-style-type: none"> • Movimento retilíneo e uniforme; • Velocidade relativa.
Referenciais e diagramas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Representar e sobrepor referenciais através de diagramas do tipo espaço e tempo; 2. Descrever os movimentos de objetos através de diagramas do tipo espaço e tempo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Diagramas do tipo espaço e tempo; • Escalas de diagramas do tipo espaço e tempo.

<p>Diagramas e os Postulados</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Representar e sobrepor referenciais através de diagramas do tipo espaço-tempo; 2. Descrever os movimentos da luz e de objetos através de diagramas do tipo espaço-tempo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Postulados da Teoria da Relatividade Restrita; • Indissociabilidade entre espaço e tempo (espaço-tempo).
<p>Diagramas dos espaço-tempo</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Representar e sobrepor referenciais através de diagramas do tipo espaço-tempo; 2. Descrever os movimentos da luz e de objetos através de diagramas do tipo espaço-tempo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Postulados da Teoria da Relatividade Restrita; • Referenciais inerciais relativísticos; • Simultaneidade de eventos.
<p>Simultaneidade não absoluta</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Demonstrar o caráter não absoluto da simultaneidade de eventos através de diagramas do tipo espaço-tempo; 2. Introduzir a diferença entre a ocorrência e o registro de eventos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Caráter não absoluto da simultaneidade de ocorrência de eventos em referenciais inerciais relativísticos distintos.
<p>Ocorrência e registro de eventos</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Discutir a diferença entre a ocorrência e o registro de eventos em referenciais inerciais relativísticos; 2. Discutir as características de referenciais relativísticos e reafirmar a velocidade da luz como um limite de velocidade para a propagação de informações no espaço-tempo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Ocorrência de eventos no espaço-tempo; • Registros das ocorrências de eventos em referenciais inerciais relativísticos distintos.
<p>Dilatação temporal</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Discutir o conceito de intervalo de tempo próprio; 2. Relacionar escalas dos eixos das dimensões espaço-temporais de referenciais distintos; 3. Explicitar a dilatação temporal através de medidas de segmentos de retas representados nos diagramas do espaço-tempo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Intervalos Relativísticos; • Dilatação Temporal; • Transformações de Lorentz.

Contração de Lorentz	<ol style="list-style-type: none"> 1. Discutir o conceito de comprimento próprio; 2. Relacionar escalas dos eixos das dimensões espaço-temporais de referenciais distintos; 3. Explicitar a contração de Lorentz através de medidas de segmentos de retas representados nos diagramas do espaço-tempo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Intervalos Relativísticos; • Contração de Lorentz; • Transformações de Lorentz.
Causalidade de eventos	<ol style="list-style-type: none"> 1. Discutir as possíveis relações de causalidade entre eventos; 2. Avaliar as possibilidades de causalidade através de intervalos relativísticos invariantes; 3. Relacionar intervalos relativísticos invariantes às regiões do espaço-tempo associadas aos cones de luz de eventos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Causalidade de eventos; • Intervalos relativísticos invariantes; • Cones de Luz.
Velocidade relativa	<ol style="list-style-type: none"> 1. Representar referenciais relativísticos a partir de diagramas do espaço-tempo; 2. Analisar eventos através da sobreposição de referenciais distintos em diagramas do espaço-tempo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Velocidade relativa; • Postulados da Teoria da Relatividade Restrita; • Diagramas do espaço-tempo.

Fonte: Autoria própria (2022)

Em cada uma das dez atividades propostas, na apresentação do tema a que pertence, além dos objetivos pretendidos com a atividade e os respectivos conteúdos trabalhados naquele tema, no produto educacional também são sugeridas discussões a serem encaminhadas pelo(a) docente acerca da atividade em questão, questionamentos pertinentes ao tema a fim de suscitar debates no momento de sua apresentação aos(as) estudantes, assim como observações quanto à mediação dos quesitos apresentados pela atividade, tais como quais quesitos devem ser resolvidos com o auxílio do(a) docente, quais devem (podem) ser resolvidos em pequenos grupos, além da sugestão de alguns quesitos enquanto atividades a serem feitas fora

de sala de aula, como atividades para casa. Quanto as soluções da atividade, essas são apresentadas no final do caderno.

A Figura 20, apresentada seguir, mostra de que forma as atividades sugeridas pelo caderno de atividades foram diagramadas, do ponto de vista do design gráfico, no produto educacional em questão. Cabe destacar que o design gráfico do caderno, assim como as ilustrações apresentadas em cada atividade e sua respectiva solução, forma elaboradas por este autor.

Figura 20 - Captura de tela de parte do caderno de atividades sugerido como produto educacional

TEMA DA RELATIVIDADE ESPECIAL E OS EFEITOS DE MOVIMENTO

DILATAÇÃO TEMPORAL

INDICAÇÕES PARA DISCUSSÃO

Objetivos

1. Discutir o conceito de intervalo de tempo próprio;
2. Relacionar escalas dos eixos das dimensões espaço-temporais de referenciais distintos;
3. Explicitar a dilatação temporal através de medidas de segmentos de retas representados nos diagramas do espaço-tempo.

Conteúdos

1. Intervalos Relativísticos;
2. Dilatação Temporal;
3. Transformações de Lorentz.

Observações

1. As letras (a) e (c) devem ser resolvidas com o auxílio do(a) professor(a).

Essa atividade possibilita aos estudantes a percepção da dilatação temporal, de maneira explícita, através de segmentos de retas representados em diagramas do espaço-tempo. Através dos intervalos relativísticos é possível construir hipérbolas que relacionam as escalas das dimensões dos eixos espaço-temporais de referenciais inerciais sobrepostos nesses diagramas. Com esta relação é possível calcular a dilatação temporal entre dois eventos através de regras de três simples. Além, sugere-se, precisamente à apresentação desta atividade, uma discussão sobre intervalos relativísticos invariantes. Já durante a apresentação da atividade, registre-se uma discussão sobre o que deve ocorrer com a escala apresentada por estes diagramas quando o referencial analisado tem uma velocidade relativa próxima à velocidade da luz no vácuo.

QUESTIONAMENTOS PERTINENTES

Sugere-se os seguintes questionamentos durante a apresentação da atividade: (1) Como poderíamos estabelecer as coordenadas espaço-temporais desses eventos nos referenciais representados em questão? (2) Através das respostas encontradas é possível calcular a velocidade do referencial em movimento?

PRODOTO EDUCACIONAL - CADERNO DE ATIVIDADES

ATIVIDADE SUGERIDA

ATIVIDADE 7

A Fig.1 representada abaixo mostra a hipérbola de calibração entre dois referenciais inerciais, assim como a escala adotada para a calibragem. Já na Fig.2 temos a representação da ocorrência de quatro eventos (A, B, C e D) no espaço-tempo. De acordo com a escala sugerida pela Fig. 1, calcule na perspectiva dos dois referenciais inerciais representados pelos diagramas (referencial sem linha e referencial com linha), a (a) variação temporal na ocorrência dos eventos A e B, a (b) variação temporal na ocorrência dos eventos C e D, (c) de acordo com o referencial adotado, diga quais pares de eventos, (A,B) e (C,D), são definidos como intervalos de tempos próprios e (d) a partir das respostas dos itens anteriores, explique o fenômeno da dilatação temporal.

Fig.1

Fig.2

24

25

Fonte: Autoria Própria (2020)

No capítulo a seguir será apresentado um relato de experiência acerca da aplicação/validação do referido produto em um ambiente educacional formal.

6 RELATO DA IMPLEMENTAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Neste capítulo é apresentado um relato de experiência acerca da aplicação do produto educacional sugerido por este trabalho. Enquanto relato de experiência, serão socializadas, de forma contextualizada, reflexões e considerações quanto aos objetivos pretendidos por este trabalho, em diálogo com os resultados obtidos com essa implementação.

Quanto a natureza dos resultados obtidos com essa aplicação, importante frisar que este trabalho não buscou uma análise teórica quanto a aprendizagem dos(as) estudantes submetidos a implementação do produto educacional em questão, tampouco buscou investigar as manifestações dos esquemas construídos pelos estudantes durante a resolução das atividades, na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Entende-se que a apreciação das manifestações desses esquemas, com a explicitação de seus invariantes operatórios através de suas respectivas representações simbólicas, assim como o julgamento acerca do diálogo dessas manifestações com a matriz teórica proposta, fica em aberto, enquanto um objeto de pesquisa a ser explorado em trabalhos futuros, em que o escopo de investigação seja mais amplo, com maior tempo para a sua análise. Essa tarefa exige um trabalho bem mais minucioso, com instrumentos de coleta e análises de dados bem mais rigorosos que os aqui apresentados, além de um aporte teórico mais robusto para tal análise.

Essencialmente, o que será socializado neste relato são reflexões sobre a hipótese lançada inicialmente por este trabalho. A saber, de que a abordagem geométrica da TRR, com ênfase nos DM, valoriza aspectos conceituais relevantes dessa teoria quando na apresentação de alguns de seus conceitos e consequências não intuitivas, sugerindo assim um favorecimento à construção e/ou consolidação da região relativística do PCNR na estrutura cognitiva dos(as) estudantes, contribuindo com isso para a superação de alguns obstáculos epistemológicos inerente a aprendizagem dessa teoria, em diálogo com os resultados apresentados por Ayala Filho (2010).

Feitas essas ressalvas, a seguir serão apresentados o contexto de aplicação do produto, uma síntese das aulas em que essa aplicação se sucedeu e, por fim algumas considerações quanto aos resultados obtidos com essa aplicação.

6.1 Contexto

O produto educacional foi implementado em uma escola da Rede Pública Federal de Ensino, especificamente o curso Técnico Integrado em Edificações do Instituto Federal do Paraná (IFPR), campus Foz do Iguaçu. Este curso tem duração de quatro (4) anos e acontece na modalidade integrado, onde o Ensino Médio e o Ensino Técnico ocorrerem concomitantemente, tendo como proposta uma integração curricular da base nacional comum e as disciplinas da área técnica a qual o curso pertence.

A amostra escolhida para a implementação foi uma turma do Terceiro (3º) Ano, composta por trinta (30) discentes regularmente matriculados.

Sobre essa escolha pesaram o fato de que a turma escolhida para tal aplicação deveria satisfazer os pré-requisitos exigidos pelo plano de ensino sobre o qual o produto educacional em questão foi utilizado como material didático de suporte, a saber, ter conhecimentos prévios sobre alguns tópicos da Mecânica Newtoniana. Tendo em vista que, de acordo com a grade curricular do referido curso, no ano anterior a sua aplicação foi ofertado à turma a disciplina Física I, com carga horária anual de cento e sessenta (160) horas-aula, onde foram abordados esses temas, essa turma satisfaz a condição exigida.

Assim, o produto educacional em questão foi aplicado na disciplina Física II, com carga horária anual de cento e vinte (120) horas-aula, especificamente no primeiro (1º) bimestre do ano letivo de 2022. Esta disciplina foi ministrada pelo docente Diego Pereira dos Santos, proponente deste trabalho. Dessa forma, a escolha por esse público também se justificou pelo fato de o proponente do produto educacional ser professor efetivo nesta instituição de ensino, com regime de trabalho de dedicação exclusiva.

6.2 Cronograma de aplicação do PE (número de aulas)

O produto educacional em questão foi implementado ao longo de quinze (15) aulas com cinquenta (50) minutos de duração cada, totalizando doze (12) horas e trinta (30) minutos de duração, distribuídas ao longo de cinco (5) semanas que se estenderam do dia seis (6) de maio do ano de dois mil e vinte e dois (2022) até o dia três (6) de junho do mesmo ano (2022).

Através do quadro 6 é apresentado um resumo (data, aulas, conteúdos e objetivos) do conjunto das aulas em que o produto educacional foi implementado. Pelo fato de as aulas semanais serem concentradas em um único dia da semana, essas foram agrupadas em blocos, onde cada linha do quadro em questão representa um encontro com a turma.

Quadro 6 - Resumo das aulas propostas para aplicação do produto educacional

DATA	AULAS	CONTEÚDOS	OBJETIVOS
06/05/2022	1, 2 e 3	<ul style="list-style-type: none"> Viagens no Tempo não-convencionais; Espaço, Tempo, Referenciais e medidas no contexto da Mecânica Newtoniana. 	<ol style="list-style-type: none"> Levantar conhecimentos prévios sobre o tema através das situações-problemas sugeridos por um filme de ficção científica; Discutir as relações entre os conceitos Tempo, Espaço, Referencial, Repouso, Movimento e Velocidade.
13/05/2022	4, 5 e 6	<ul style="list-style-type: none"> Espaço, Tempo, Referenciais e medidas no contexto da Mecânica Newtoniana; Diagramas do Espaço vs Tempo na mecânica newtoniana, Princípio da Relatividade Galileana e os Diagramas de Minkowski. 	<ol style="list-style-type: none"> Discutir a construção de gráficos das funções horárias da posição no estudo do Movimento Retilíneo e Uniforme (MRU); Introduzir conhecimentos declarativos e procedimentais introdutórios relacionados com os Diagramas de Minkowski.
20/05/2022	7, 8 e 9	<ul style="list-style-type: none"> Teoria da Relatividade Restrita e os Diagramas de Minkowski. 	<ol style="list-style-type: none"> Apresentar a TRR a partir de seus postulados; Apresentar os Diagramas de Minkowski a partir da análise de funções horárias da posição no estudo do MRU para situações relativísticas.

27/05/2022	10, 11 e 12	<ul style="list-style-type: none"> • Referencial Relativístico; • Evento; • Transformação de Lorentz; • Simultaneidade de Eventos e Dilatação Temporal. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Discutir o conceito de Referencial no contexto da Teoria da Relatividade Restrita; 2. Relacionar as descrições de um evento a partir de diferentes referenciais inerciais; 3. Discutir a não simultaneidade de eventos e o fenômeno da dilatação temporal através de diagramas espaço-tempo.
03/06/2022	13, 14 e 15	<ul style="list-style-type: none"> • Contração de Lorentz; • Intervalos Relativísticos; • Cones de Luz e Causalidade de Eventos. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Discutir a relatividade do comprimento como consequência da simultaneidade; 2. Definir o conceito de intervalo relativístico entre eventos; 3. Representar cones de luz de um evento a partir de diagramas de espaço-tempo; 4. Discutir a causalidade de eventos a partir de cones de luz representados em diagramas de espaço-tempo.

Fonte: Autoria própria (2022)

6.3 Descrição das aulas

A seguir serão apresentadas as descrições das aulas em que o produto educacional foi implementado, indicando em que momento e sob que circunstâncias as atividades do caderno de atividades foram encaminhadas.

6.3.1 Primeiro encontro: aulas 1, 2, e 3

Neste primeiro encontro, a fim de levantar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o espaço-tempo relativístico, foi exibido o filme de ficção científica “*De Volta para o Futuro*” (1985), dirigido por Robert Zemeckis e produzido por Steven Spielberg, seguido por um debate mediado por situações-problema sugeridas durante a trama do filme.

O filme conta as aventuras de Marty McFly (Michael J. Fox) que, acidentalmente, através de uma máquina do tempo desenvolvida por seu amigo cientista, Emmett Brown (Christopher Lloyd), volta no passado, nos anos 1950. Lá Marty conhece sua mãe, Lorraine Baines McFly (Lea Thompson) que se apaixona por ele antes ainda de seu casamento com o pai de Marty. Esse evento acaba por interferir nos eventos do seu futuro (ou seria no seu presente?!).

A partir da exibição do filme foi proposto um debate sobre viagens não convencionais no tempo e as relações de causalidade entre eventos, tendo como ponto de partida as consequências da trama, assim como seu título. Ao final do encontro os alunos foram convidados a escrever um relato sobre o debate, assim como descrever de que maneira, através dos conhecimentos sobre a Física adquiridos até então, entendiam os conceitos de *espaço*, *tempo*, *referencial*, *movimento*, *repouso* e *velocidade*, fundamentais para o estudo da TRR. A Fotografia 1 traz o registro do momento da exibição do filme em questão.

Fotografia 1 - Momento da exibição do filme "De volta para o Futuro" durante o primeiro encontro



Fonte: Autoria própria (2020)

Por fim, como encerramento deste encontro, foi proposto a análise das informações apresentadas por uma placa indicando a “localização” de um supermercado local. Através dessas informações foram destacadas algumas relações entre os conceitos de *espaço*, *tempo*, *referencial*, *repouso*, *movimento* e *velocidade*. Nessa análise, em virtude da natureza das informações apresentadas pela placa, o conceito de referencial foi explicitado como fundamental para o entendimento dos equívocos, do ponto de vista da Física, apresentados pela placa, assim como sobre

quais ajustes seriam necessários para a correção desses erros. Outro ponto importante a ser destacado na análise que foi empreendida diz respeito a possibilidade de relacionar uma medida de distância a uma medida de tempo através de grandeza *velocidade*. Tal problematização possibilitou introduzir questões relacionadas ao papel preponderante que a constância da velocidade da luz no vácuo desempenha na indissociabilidade entre *espaço* e *tempo* (*espaço-tempo*) na TRR. A Fotografia 2 traz a placa utilizada como situação-problema motivadora do debate.

Fotografia 2 - Placa com a "localização" do supermercado utilizada como situação problema



Fonte: A autoria própria (2020)

6.3.2 Segundo encontro: aulas 4, 5, e 6

No segundo encontro foram revisados tópicos relacionados a mecânica newtoniana, já discutidos na disciplina Física I, ministrada no ano anterior. Os conteúdos revisados nestes tópicos foram os conceitos de *espaço*, *tempo*, *referencial*, *repouso*, *movimento* e *interação entre corpo*, as consequentes relações semânticas estabelecidas entre esses conceitos as respectivas grandezas associadas e esses conceitos (*posição*, *trajetória*, *velocidade*, *aceleração*), interpretadas através das três leis de Newton.

Nesta revisão foi destacado o conceito de *referencial inercial*, assim como algumas consequências teóricas apresentadas pela mecânica newtoniana, tais como a impossibilidade de determinação de *referenciais absolutos* para a análise do movimento e consequente inexistência de um referencial privilegiado nessa análise.

Após a referida revisão, a fim de reforçar os conceitos discutidos na revisão, foram encaminhadas as duas primeiras atividades sugeridas pelo produto

educacional: Atividade 1 (Referencias não Absolutos) e Atividade 2 (Referenciais e Diagramas).

Neste encaminhamento foram seguidas todas as orientações sugeridas pelo produto educacional em cada uma das atividades em questão, inclusive quanto aos quesitos a serem feitos com o auxílio do(a) docente e aqueles que deveriam ser encaminhados como atividades para casa.

6.3.3 Terceiro encontro: aulas 7, 8 e 9

O terceiro encontro teve início com uma sucinta revisão dos pontos fundamentais das discussões empreendidas nos encontros anteriores.

Ao retomar o primeiro encontro (aulas 1, 2 e 3) destacou-se o debate empreendido sobre as circunstâncias que levaram a elaboração da placa do supermercado na perspectiva de quem a elaborou. Com essa discussão foi possível apresentar a TRR através dos postulados propostos por Albert Einstein, ressaltando suas premissas no contexto de sua proposição, destacando novamente o papel preponderante que a constância da velocidade da luz no vácuo desempenha na indissociabilidade entre *espaço* e *tempo* (*espaço-tempo*).

Em seguida, ao retomar o segundo encontro (aulas 4, 5 e 6), foi introduzido o conceito de *referencial* no contexto da TRR, chamando atenção para as mudanças de interpretação desse conceito quando comparado com o conceito proposto pela mecânica newtoniana.

Feito a revisão dos encontros anteriores e a respectiva apresentação dos postulados da TRR, o encontro prosseguiu com a correção das atividades propostas no encontro anterior (Atividades 1 e 2 do produto educacional). Essa correção possibilitou o encadeamento das discussões que se sucederam, com relação às alterações a que os diagramas do tipo espaço e tempo deveriam sofrer, de modo a se ajustarem aos compromissos que o contexto relativístico exige para com os postulados da TRR e a conseqüente indissociabilidade entre *espaço* e *tempo* (*espaço-tempo*). Através dessa discussão foi possível problematizar sobre a equivalência das dimensões dos eixos de diagramas do tipo espaço-tempo, conseguidas a partir da nova representação do eixo temporal com múltiplos de c (valor da velocidade da luz no vácuo), assim como discutir de que maneira seria representado um feixe de luz nesses diagramas.

Por fim, foram encaminhadas as próximas atividades do produto educacional (Atividades 3 e 4). Com essas atividades foi possível discutir como representar a sobreposição de referenciais, respeitando os postulados da TRR e a conseqüente indissociabilidade entre *espaço* e *tempo* (*espaço-tempo*).

6.3.4 Quarto encontro: aulas 10, 11 e 12

O quarto encontro teve início com a correção das atividades sugeridas no encontro anterior, dando ênfase aos compromissos que a sobreposição de referenciais deveriam ter com os postulados da TRR e a indissociabilidade entre *espaço* e *tempo* (*espaço-tempo*), quando representadas através dos diagramas de Minkowski.

Realizadas essas correções, foi retomada a discussão quanto às diferenças entre os conceitos de referencial no contexto da TRR e da mecânica newtoniana, a centralidade do conceito de evento no contexto relativístico, as descrições de um evento a partir de diferentes referenciais inerciais, quando sobrepostos em diagramas do espaço-tempo, respeitando as condições exigidas para a sua elaboração, discutidas na Atividade 4.

Após essas discussões foram encaminhadas as próximas atividades do produto educacional (Atividades 5 e 6), sobre a simultaneidade, registro e ocorrência de eventos no espaço-tempo.

Durante a proposição da Atividade 5 foi apresentado aos estudantes uma releitura do problema clássico sobre simultaneidade, corriqueiramente encontrado em qualquer livro didático que versa sobre o tema. De modo a problematizar a situação sugerida pela atividade, primeiro foi proposto a verificação da simultaneidade a partir da cinemática galileana. Ou seja, através das funções horárias do movimento retilíneo e uniforme (MRU), foi demonstrado que, do ponto de vista clássico, o registro dos sinais luminosos pelos sensores da nave serão sempre simultâneos, tanto para o referencial solidário ao observador 1 quanto para o referencial solidário ao observador 2. Em seguida a mesma situação foi tratada, também através da análise das funções horárias do MRU, porém, dessa vez pelo viés relativístico, demonstrando o caráter não absoluto da simultaneidade. Feitas essas demonstrações, prosseguiu-se para a apresentação dos quesitos solicitados pela atividade em questão, a saber, demonstrar os mesmos resultados apresentados anteriormente por intermédio de diagramas do espaço-tempo.

Com relação a Atividade 6, através da sua proposição foi possível demonstrar geometricamente a diferença entre a ocorrência e o registro de eventos no espaço-tempo, a partir de referenciais inerciais sobrepostos representados em diagramas do espaço-tempo. Como prelúdio da atividade foram feitas discussões sobre as diferenças entre medir e observar, do ponto de vista físico. Nestas discussões foram novamente destacadas as características de referenciais relativísticos, assim como a previsão teórica de que a velocidade da luz no vácuo representa um limite intransponível para a propagação de informações no espaço-tempo. Como consequência ao destaque dado a essa limitação, foi necessário discutir a correção nos registros temporais de eventos, quando comparados com os instantes de suas respectivas ocorrências nos referenciais utilizados para análise, assim como discutir de que forma é possível sincronizar a malha de “relógios” pertencente a um referencial relativístico em cada ponto do *espaço-tempo*.

Por fim, cabe destacar que essas atividades possibilitaram introduzir os fenômenos da dilatação temporal e da contração de Lorentz, consequências diretas do caráter não absoluto da simultaneidade de eventos. Os problemas que versam sobre esse fenômeno foram trabalhados no último encontro descrito a seguir.

6.3.5 Quinto encontro: aulas 13, 14, e 15

Neste encontro foram retomadas as discussões empreendidas no encontro anterior, para então serem discutidas algumas das consequências advindas dos postulados da TRR, tais como a *dilatação temporal* e a *contração de Lorentz*. Além desses temas, este encontro também teve como tema norteador de suas discussões o conceito de *intervalo relativístico invariante*. Através deste conceito foi possível discutir o papel das hipérbolas de calibragem, responsáveis por relacionar as escalas dos eixos das dimensões espaço-temporais de referenciais sobrepostos em diagramas do espaço-tempo.

Dando prosseguimento ao encontro, também tendo os *intervalos relativísticos invariantes* como conceito norteador, na última aula foram retomadas as discussões empreendidas no primeiro encontro (aulas 1, 2 e 3), destacando a ideia central do filme exibido naquele encontro, a saber, as relações de causalidade de eventos no espaço-tempo. A partir dessa revisão foram apresentados os *cones de luz*, e as possíveis relações de causa e consequência entre eventos, dependendo do tipo de intervalo relativístico estabelecido entre esses eventos.

Por fim, com o objetivo de reforçar as discussões suscitadas pelos intervalos relativísticos, foram encaminhadas as últimas atividades do produto educacional (Atividades 7, 8, 9 e 10). As atividades 7, 8 e 9 foram resolvidas parcialmente em sala de aula, com o auxílio do docente, de acordo com as orientações apresentadas pelo produto educacional, a atividade 10 foi encaminhada como tarefa para casa.

Vale destacar que essas atividades foram entregues na aula seguinte, assim como sua correção, não sendo possível um debate no momento da correção, tendo em vista o compromisso do docente com o planejamento da disciplina, coerente com o plano de trabalho da disciplina.

6.4 Resultados da aplicação do produto

A seguir, serão analisadas qualitativamente as respostas dadas pelos(as) estudantes às atividades propostas pelo caderno de atividades, sugerido como produto educacional.

Como a proposição dessas atividades exigiu um plano de ensino que pudesse dar sentido e intencionalidade às mesmas, a análise das respostas elaboradas pelos(as) estudantes foram agrupadas de acordo com o encontro (quadro 4) nos quais essas atividades foram encaminhadas, tendo como referência nessa análise o acordo entre os objetivos pretendidos pelas atividades (quadro 3) e os objetivos pretendidos com os respectivos encontros.

6.4.1 Análise das atividades 1 e 2

As atividades 1 e 2 tinham como objetivos gerais evidenciar as concepções alternativas acerca do conceito de referencial, para então propor a descrição dos movimentos a partir de diferentes referenciais, no contexto da mecânica newtoniana.

Os questionamentos sugeridos ao conjunto dos estudantes no momento da apresentação das atividades foram fundamentais para alcançar esses objetivos. Ao questioná-los sobre os movimentos dos carros e da árvore, praticamente todas as respostas dadas sugeriram que a árvore estava em repouso, sem o cuidado em definir qual o referencial estava sendo empregado para a análise em questão.

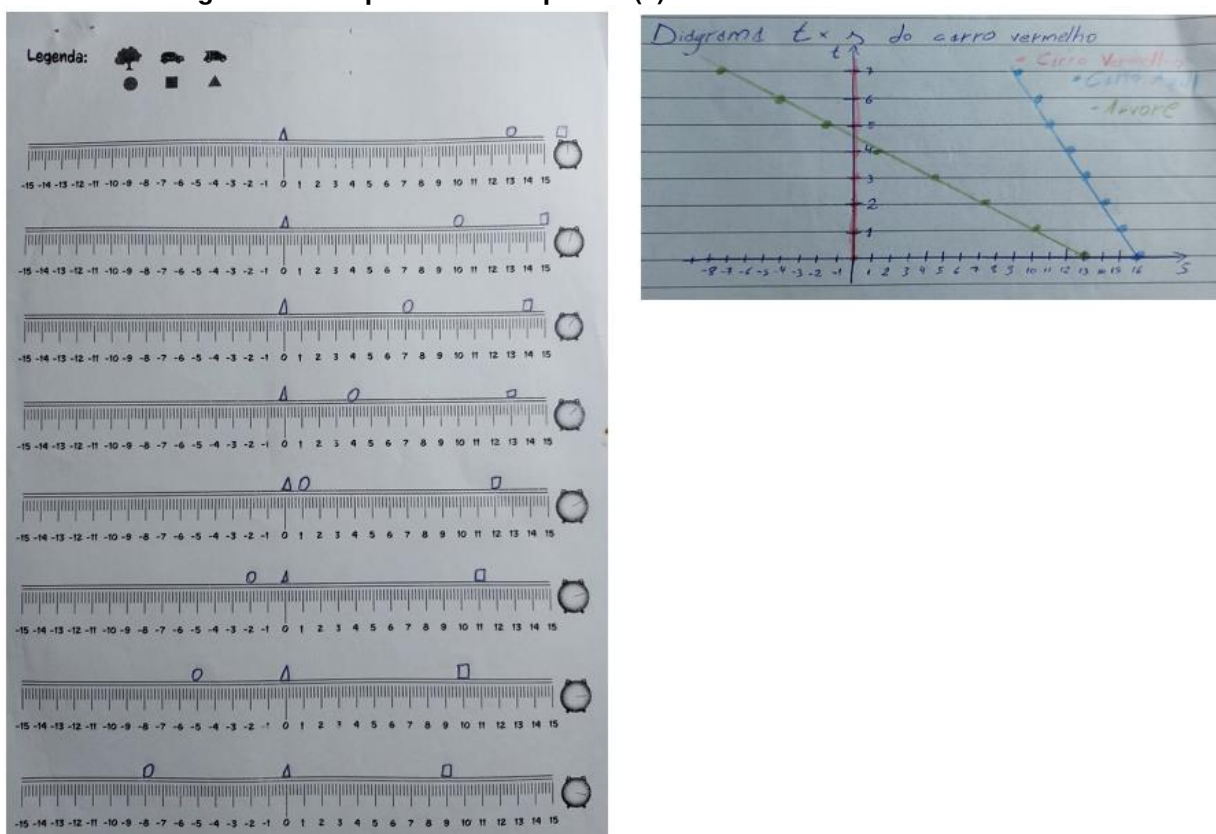
Nesse sentido, o encaminhamento das atividades reforçaram as discussões desenvolvidas no momento da apresentação da atividade, a saber, que a determinação do movimento, ou não, de um objeto exige, pelo menos, mais um objeto

para a análise, sendo este tido como corpo de referência para definição de um referencial de análise. Nessa discussão preliminar também foi debatido que não é possível estabelecer estados de movimento absoluto e repouso absoluto, tendo em visto que isso exigiria a adoção de um referencial privilegiado para análise.

Vale destacar que essas atividades exploram a mesma situação a partir de representações diferentes. No diálogo dessas representações é possível avaliar, de maneira qualitativa, o alcance dos objetivos alcançados pelas atividades.

Nesse sentido, mais da metade da turma (17 estudantes, aproximadamente 57% dos estudantes submetidos às atividades) trouxeram respostas aceitáveis em ambas as atividades, mostrando a coerência entre essas representações. A seguir, são socializadas duas respostas típicas dadas às atividades 1 e 2.

Figura 21 - Respostas dadas por um(a) estudante às atividades 1 e 2



Fonte: Autoria própria (2022)

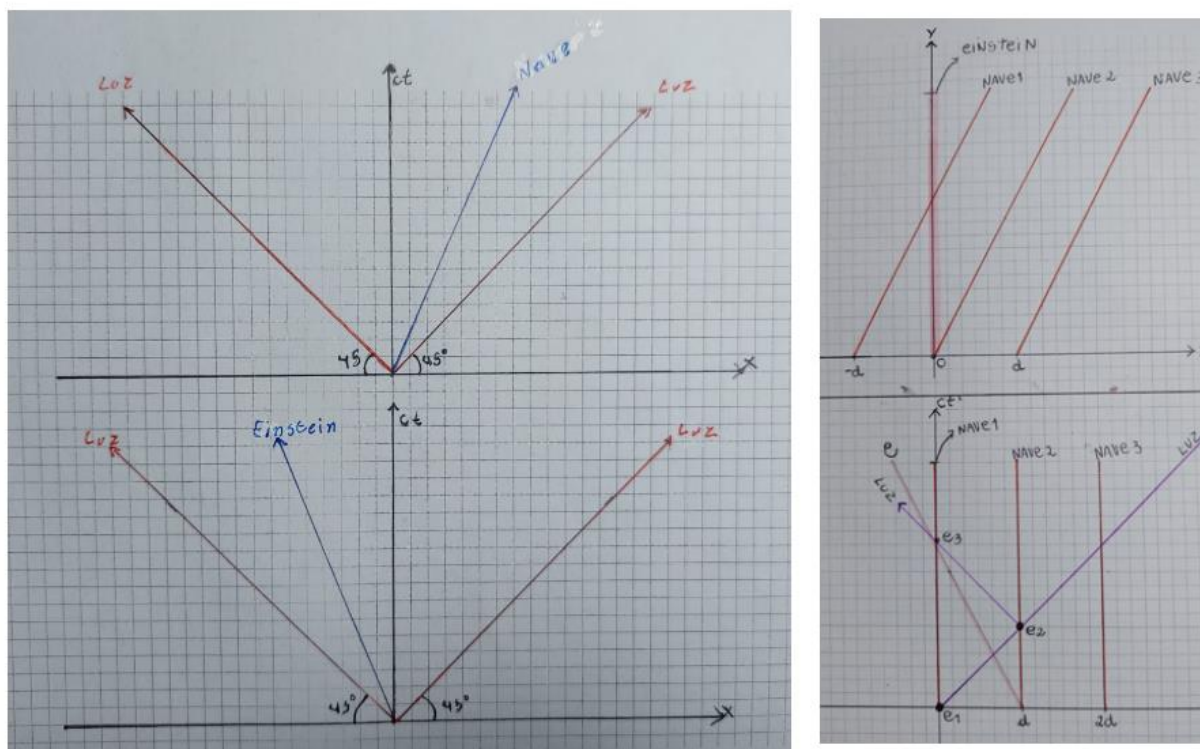
6.4.2 Análise das atividades 3 e 4

As atividades 3 e 4 buscavam introduzir os diagramas de espaço-tempo, a partir de situações relativísticas envolvendo a análise de feixes de luz, a partir da adoção de distintos referenciais para a análise.

Com essas atividades se esperava evidenciar as diferenças nas representações de referenciais sobrepostos no contexto da mecânica newtoniana e da TRR. Essas diferenças se manifestam sobretudo nas inclinações dos eixos das dimensões espaço-temporais do referencial que se sobrepõe. Essas inclinações têm relação com a velocidade relativa entre os referenciais e são consequências do compromisso que esse tipo de representação tem com o segundo postulado da TRR.

Quanto as relações semânticas entre as atividades, ainda que ambas exijam a afirmação do segundo postulado da TRR, existe uma diferença considerável de complexidade entre elas. Essa diferença pode ser notada na porcentagem das respostas tidas como aceitáveis nessas atividades. Enquanto na atividade 3 obteve-se onze (11) respostas aceitáveis de um universo de vinte e cinco (25) atividades encaminhadas (44%), na atividade 4, para o mesmo número de atividades encaminhadas, obteve-se apenas cinco (5) respostas aceitáveis (20%). A seguir, são socializadas duas respostas típicas dadas às atividades 3 e 4.

Figura 22 - Respostas dadas por um(a) estudante às atividades 3 e 4



Fonte: Autoria própria (2022)

6.4.3 Análise das atividades 5 e 6

Na atividade 5 é tratado o problema clássico da simultaneidade de eventos em referenciais distintos, enquanto na atividade 6 se explora a diferença entre as coordenadas espaço-temporais de ocorrência de eventos e os respectivos registros desses eventos por distintos referenciais.

Como destacado no capítulo 4, em muitas ocasiões a relatividade na simultaneidade de eventos é má interpretada em virtude da confusão entre a ocorrência de um evento e a sua respectiva posição no espaço-tempo, com relação ao observador solidário ao referencial de análise. Essa confusão faz com os(as) estudantes entendam que o caráter não absoluto da simultaneidade advém da não correspondência no registro temporal desses eventos por observadores solidários a referenciais com movimento relativo.

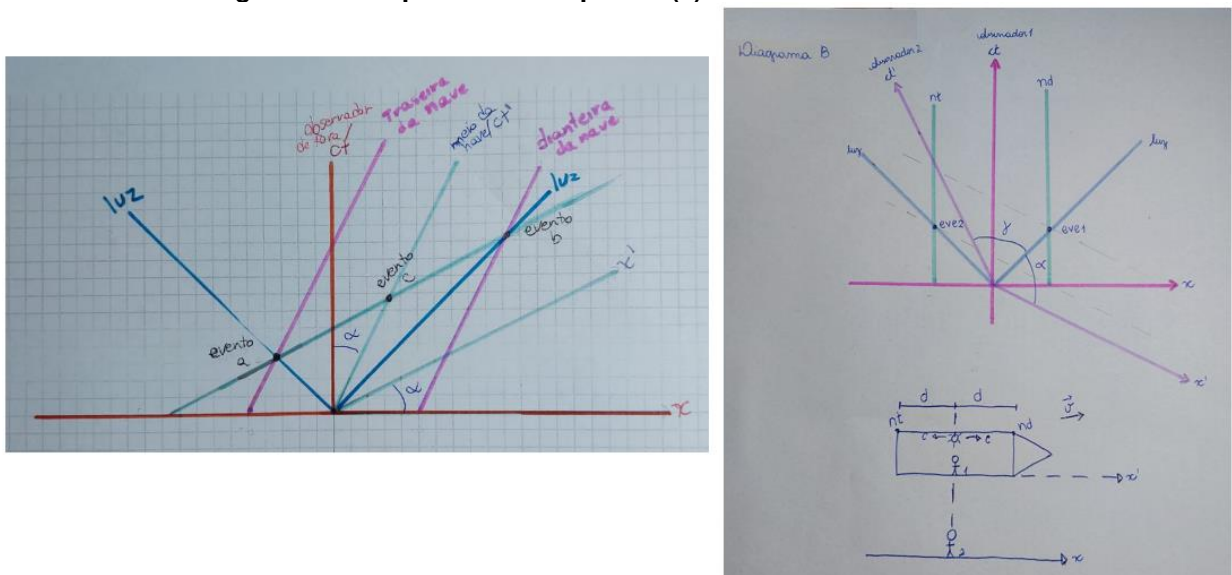
Dessa forma, essas atividades buscam explicitar a diferença entre a ocorrência e o registro de eventos, assim como apresentar uma releitura para o

problema clássico da simultaneidade, a partir da sua representação em diagramas dos espaço-tempo.

Acredita-se que a aplicação dessas atividades, ao mostraram essas diferenças de maneira explícita através de suas representações nos diagramas elaborados, contribuíram para entendimento do caráter não absoluto da simultaneidade de eventos.

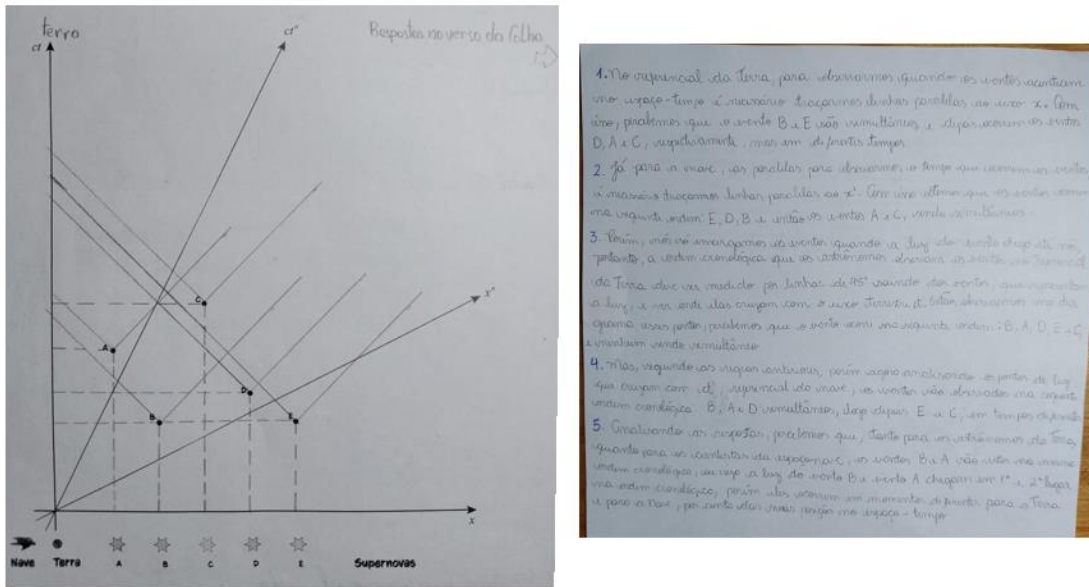
Quanto as porcentagens de respostas tidas como aceitáveis, ambas as atividades obtiveram um aproveitamento excelente. Em um universo de vinte duas (22) atividades aplicadas, para a atividade 5 foram avaliadas como aceitáveis dezessete (17) respostas, ou seja, aproximadamente 77% das respostas estavam próximas ao esperado. Já na atividade 6, para o mesmo universo de atividades aplicadas, foram consideradas quatorze (14) repostas como aceitáveis, aproximadamente 64%. A seguir, são socializadas duas respostas típicas dadas às atividades 5 e 6.

Figura 23 - Respostas dadas por um(a) estudante a atividade 5



Fonte: Autoria própria (2022)

Figura 24 - Respostas dadas por um(a) estudante a atividade 6



Fonte: Autoria própria (2022)

6.4.4 Análise das atividades 7, 8, 9 e 10

Com relação às atividades 7 e 8, esperava-se com as suas aplicações que os estudantes pudessem se apropriar do conceito de intervalo relativístico invariante para, através das hipérbolas de calibragem, conseguissem chegar aos resultados previstos teoricamente quanto à dilatação temporal e à contração de Lorentz. Através da representação das coordenadas espaço-temporais dos eventos envolvidos nessas questões é possível perceber explicitamente esses fenômenos simplesmente comparando segmentos de retas projetados nos eixos das dimensões espaço-temporais de referenciais sobrepostos. Para que essa comparação seja bem-sucedida é necessário relacionar as escalas desses eixos nos respectivos referenciais, o que é possível através de regra de três simples.

Entretanto, mais que chegar aos resultados previstos teoricamente, o que mais interessa na análise dessas atividades diz respeito às respostas dadas aos quesitos (d) e (b) das atividades 7 e 8, respectivamente. Nesse sentido, foram consideradas respostas aceitáveis aquelas em que os dois fenômenos estudados eram explicados a partir dos conceitos de tempo próprio e comprimento próprio, fazendo referência ao caráter não absoluto da simultaneidade de eventos.

A partir desse parâmetro de análise, o percentual de respostas consideradas aceitáveis foi pequeno em ambos os quesitos. No quesito (d) da atividade 7, em um

universo de vinte e quatro (24) atividades aplicadas, apenas quatro (4) respostas foram julgadas como aceitáveis, um percentual de 17% de aproveitamento, aproximadamente. Já no quesito (b) da atividade 8, no mesmo universo de vinte e quatro (24) atividades aplicadas, apenas duas (2) respostas foram julgadas como aceitáveis, ou seja, apenas 8%, aproximadamente.

Quanto as respostas dadas aos quesitos solicitados pela atividade 9, ainda que essas respostas exijam apenas conhecimentos procedimentais dos(as) estudantes, a constatação da possibilidade, ou impossibilidade, de se estabelecer relações de causalidade entre eventos a partir da análise das posições ocupadas por esses eventos no espaço-tempo, como relação as regiões demarcadas por cones de luz, possibilitam aos(as) estudantes acessarem aspectos conceituais extremamente relevantes dessa teoria, impossíveis de serem tratados em uma abordagem tradicional. O não entendimento das relações de causalidade entre eventos favorece o surgimento de paradoxos em que um evento que seja consequência de outro evento (sua causa) ocorra antes da sua causa, a depender do referencial adotado para análise dos eventos em questão. Dessa forma, as discussões e questionamentos sugeridos pela atividade em questão, mais que as respostas demandadas pelos seus quesitos, favorecem a construção da região relativística do PCNR.

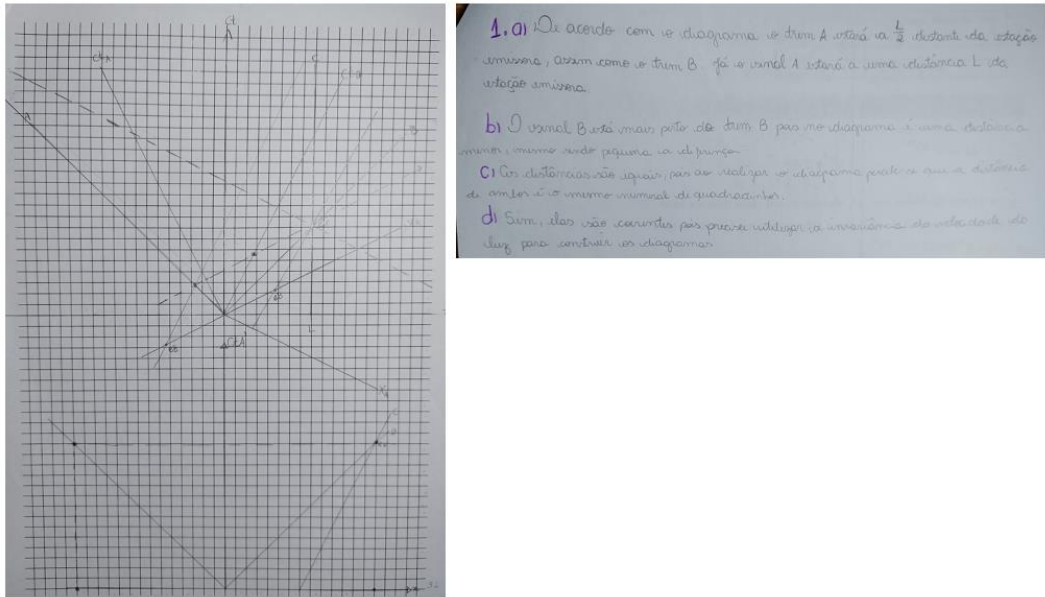
Sobre o aproveitamento nas respostas consideradas aceitáveis nessa atividade, em um universo de vinte e quatro (24) atividades aplicadas, dezoito (18) atividades foram consideradas pertinentes, ou seja, um percentual de 75%.

Por fim, com relação a atividade 10, essa atividade traz muitas semelhanças conceituais com a atividade 3. Entretanto, uma diferença com relação a atividade 3 diz respeito ao tratamento dado ao cálculo da velocidade relativa no contexto da TRR. Ainda que esse tema não tenha sido trabalhado explicitamente em nenhum quesito dessa atividade, através da sua aplicação foi possível destacá-lo no momento da apresentação da atividade, como sugerido nos questionamentos apresentados no produto educacional.

Quanto às respostas dadas nessa atividade, também em um universo de vinte e quatro (24) atividades aplicadas, dez (10) respostas foram consideradas aceitáveis, ou seja, aproximadamente 42%. Esse percentual é muito próximo àquele conseguido na atividade 3. Aprofundando a análise, das dez respostas consideradas aceitáveis na atividade 3, oito respostas persistiram como aceitáveis na atividade 10 (80%). Isso sugere que o tratamento de situações da cinemática relativística através da

abordagem geométrica, com ênfase aos diagramas de Minkowski, favorece o compromisso dos estudantes com o segundo postulado da relatividade, assim como favorece o entendimento de que determinadas medidas devem ser feitas em referenciais relativísticos diferentes. A seguir, através da Figura 25, são apresentadas respostas típicas dadas aos quesitos solicitados pela atividade 10.

Figura 25 - Respostas dadas por um(a) estudante a atividade 10



Fonte: Autoria própria (2022)

6.4.5 Contribuições da matriz teórica como referência para a elaboração das atividades do produto educacional

Com base no acúmulo apresentado pelo trabalho de Ayala Filho (2010), em diálogo com as contribuições da TCC de Vergnaud, apresentadas pelos trabalhos de Moreira (2002) e Cedran e Klouranis (2019), este trabalho propôs uma matriz teórica de referência que visava contribuir na proposição de atividades voltadas para o desenvolvimento da região relativística do PCNR na estrutura cognitiva dos estudantes em um ambiente educacional formal.

A análise das respostas apresentadas anteriormente sugere que os estudantes que tiveram contato com o conjunto das atividades desenvolvidas a partir dessa matriz teórica foram induzidos à formulação de campos conceituais análogos aquele proposto pela matriz teórica em questão.

Consequentemente, no confronto com as atividades desenvolvidas por intermédio dessa matriz teórica, através da análise das respostas anteriores, foi possível encontrar evidências de que os estudantes conseguiram desenvolver, ainda que parcialmente, a região relativística do PCNR, conforme proposto por Ayala Filho (2010).

Embora o confronto entre as respostas apresentadas pelos alunos e a matriz teórica sugerida não tenha sido um objetivo explícito deste trabalho, sua utilização também serviu como referência para a análise qualitativa das respostas dadas pelos estudantes submetidos à aplicação do produto educacional em questão.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como discutido no capítulo 4, a partir do PCNR, Ayala Filho (2010) investiga os obstáculos epistemológicos associados à aprendizagem da TRR. Segundo o autor, PCNR pode ser interpretado a partir de três regiões distintas: uma região associada ao “senso comum”, outra região associada à mecânica newtoniana e, por fim, uma região associada a TRR, a região relativística.

Nessa investigação o autor destaca dois fatores inerentes às dificuldades de aprendizagem da Teoria da Relatividade Restrita, uma relacionada a ancoragem dos conceitos da relatividade restrita a regiões inapropriadas do perfil conceitual do referencial, outra relacionada às formas espontâneas de raciocínio vinculadas a essas tentativas de ancoragem.

Nesse sentido, este trabalho buscou investigar as possíveis contribuições que uma abordagem geométrica da Teoria da Relatividade Restrita, com ênfase nos diagramas de Minkowski, pudessem trazer a fim de favorecer a construção/consolidação da região relativística do PCNR na estrutura cognitiva dos(as) estudantes submetidos a essa abordagem, como proposto por Ayala Filho (2010).

Como consequência dessa investigação, foi sugerido um conjunto de atividades, formatadas em um caderno de atividades, como produto educacional. A fim de dar sentido e intencionalidade a aplicação desse produto em um ambiente educacional formal, este trabalho propôs uma matriz teórica em que o conceito de referencial relativístico foi interpretado como um campo conceitual, a luz da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Através dessa matriz foram elencadas situações em que o conceito de referencial relativístico era evocado, assim como os possíveis invariantes operatórios mobilizados pelos esquemas utilizados pelos estudantes na resolução dessas atividades, por intermédio das suas respectivas representações simbólicas.

Ao analisar as respostas mobilizadas pelos estudantes confrontados com as atividades sugeridas pelo produto educacional, constatou-se algumas formas de argumentação centradas na noção de evento, assim como um compromisso com a invariância da velocidade da luz no vácuo e a indissociabilidade entre os conceitos de espaço e tempo (espaço-tempo). Essa constatação se deve à correta construção e

manipulação de diagramas de espaço-tempo em determinadas situações problematizadas pelas referidas atividades.

De modo geral, como os percentuais de aproveitamento das respostas dadas pelos estudantes foram satisfatórios, consideradas coerentes ao corpo teórico da TRR, o conjunto de atividades proposto como produto educacional se mostrou condizente ao objetivo geral pretendido por este trabalho, assim como trouxe elementos que corroboram com a hipótese lançada inicialmente, a saber, que a abordagem geométrica da TRR, com ênfase nos DM, ao valorizar aspectos conceituais relevantes dessa teoria, contribuindo dessa forma para a construção e/ou consolidação da região relativística do PCNR

O desenvolvimento do trabalho em questão também possibilitou a percepção de um novo objeto de pesquisa, a saber, a análise teórica quanto a aprendizagem dos(as) estudantes submetidos a implementação do produto educacional em questão, visando investigar as manifestações dos esquemas construídos durante a resolução das atividades do referido produto educacional, na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, em diálogo com a matriz teórica proposta em questão.

Dessa forma, ao concluir esta pesquisa, pode-se afirmar que o quadro teórico desenvolvido se mostrou fundamental para alcançar os objetivos propostos. As atividades baseadas na abordagem geométrica da TRR, com ênfase nos diagramas de Minkowski, foram eficientes na medida em que trouxeram elementos para análise que sugeriram que construção e/ou consolidação da região relativística do PCNR na estrutura cognitiva dos estudantes. Os resultados obtidos evidenciaram uma compreensão coerente dos conceitos e uma utilização adequada das representações simbólicas.

Assim, este estudo contribuiu para a superação dos obstáculos epistemológicos da Teoria da Relatividade Restrita. Além disso, a aplicação do produto educacional revelou-se uma estratégia promissora, demonstrando a importância de abordagens pedagógicas inovadoras no ensino de temas complexos como a TRR.

Em suma, os resultados obtidos confirmam a relevância do quadro teórico desenvolvido e a eficácia das atividades propostas, consolidando a abordagem geométrica da TRR como uma estratégia pedagógica enriquecedora para o ensino e aprendizagem desse conteúdo. Espera-se que este estudo sirva de base para futuras

investigações e contribua para aprimorar ainda mais o ensino da TRR, permitindo que mais estudantes compreendam e apreciem os conceitos fundamentais da física relativística.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, O. F. Uma geometria tetradimensional euclidiana para os fenômenos relativistas: cinemática. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 38, n. 2, p. 1166-1198, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/77562>. Acesso em: 16 maio 2023.
- ANGOTTI, J. A.; DELIZOICOV, D.; PERNAMBUCO, M. M. Desafios para o ensino de ciências. In: ANGOTTI, J. A.; DELIZOICOV, D.; PERNAMBUCO, M. M. **Ensino de Ciências: fundamentos e métodos**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2011. p. 36–38.
- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano, v. 1, 2003.
- AYALA FILHO, A. L. A construção de um perfil para o conceito de referencial em Física e os obstáculos epistemológicos à aprendizagem da teoria da relatividade restrita. **Investigações em Ensino de Ciências**, Pelotas, v. 15, n. 1, p. 155-179, jan. 2010. Disponível em: <https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/319/206>. Acesso em: 16 maio 2023.
- BOHM, D. **A teoria da relatividade restrita**. 1. ed. São Paulo: Editora Unesp, 2015.
- CARUSO, F.; FREITAS, N. Física Moderna no Ensino Médio: o espaço-tempo de einstein em tirinhas. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 26, n. 2, p. 355-366, ago. 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2009v26n2p355/12752>. Acesso em: 16 maio 2023.
- CARVALHO JUNIOR, G. D. O esquema de movimento como organizador da ação em mecânica clássica e relativística. **Investigações em Ensino de Ciências**, Pelotas, v. 20, n. 3, 2015. Disponível em: <https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/36>. Acesso em: 16 maio 2023.
- CARVALHO JÚNIOR, G. D.; AGUIAR JUNIOR, O. G. Os campos conceituais de Vergnaud como ferramenta para o planejamento didático. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 25, n. 2, p. 207-227, 2008. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2008v25n2p207>. Acesso em: 16 maio 2023.
- CAYUL, E.; ARRIASSECQ, I. Utilización de los diagramas de Minkowski para la enseñanza de la Teoría Especial de la Relatividad en la escuela secundaria. **Revista de Enseñanza de La Física**, Córdoba, v. 27, n. 2, p. 232-331, nov. 2015. Disponível em: <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaEF/article/view/12622/12898>. Acesso em: 16 maio 2023.
- CEDRAN, D. P.; KIOURANIS, N. M. M. Teoria dos campos conceituais: visitando seus principais fundamentos e perspectivas para o ensino de ciências. **ACTIO: Docência em Ciências**, Curitiba, v. 4, n. 1, p. 63-86, 2019. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/7709>. Acesso em: 16 maio 2023.

CHREIM, J. R.; CAVASSO FILHO, R. L.. Velocidade limite c. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 41, n. 3, p. 1-5, 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/ZQnRR83TGFdGzNSv6QPFcxJ/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 16 maio 2023.

CONTO, G. *et al.* Cálculo K: Uma abordagem alternativa para a relatividade especial. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 35, n. 4, p. 1-10, 2013. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/yFywBzqTYRJD6s7VXLR97jH/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 16 maio 2023.

REIS, U. V.; REIS, J. C. O.. Os conceitos de espaço e de tempo como protagonistas no ensino de Física: um relato sobre uma sequência didática com abordagem histórico-filosófica. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 33, n. 3, p. 744-778, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2016v33n3p744/33011>. Acesso em: 16 maio 2023.

SANTOS, R. P. B. Relatividade restrita com o auxílio de diagramas. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 23, n. 2, p. 238-246, 2006. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/6277>. Acesso em: 16 maio 2023.

EINSTEIN, A. **A Teoria da Relatividade Especial e Geral**. 1. ed. Rio de Janeiro: Contraponto Editora, 1999.

EINSTEIN, A. Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento. In: EINSTEIN, A. **Textos fundamentais da física moderna: o princípio de relatividade**. 2. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1983. v. 1, p. 47–86.

FERRARI, A. F. A busca por violações da simetria de Lorentz: testando os princípios da relatividade restrita na escala de Planck. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 41, n. 4, p. 1-17, 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/XtR6d5JWytVvsdCH5kWMkyP/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 16 maio 2023.

FREIRE, O. Novo tempo, novo espaço, novo espaço-tempo: uma breve história da relatividade. In: ROCHA, J. F. (Org.). **Origens e Evoluções das Ideias da Física**. 2. ed. Salvador: EDUFBA, 2015. cap. 4, p. 285 – 297.

FREITAS, G. B. R. L.; GOMES, A. H. Dilatação do tempo, referenciais acelerados e o paradoxo dos gêmeos. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 41 n. 3, 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/kPsHJPxTpsX6WBvz3jgjPKx/?lang=pt>. Acesso em: 16 maio 2023.

GUERRA, A.; BRAGA, M.; REIS, J. C. Teoria da relatividade restrita e geral no programa de mecânica do ensino médio: uma possível abordagem. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 29, n. 4, p. 575-583, 2007. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/070304.pdf>. Acesso em: 16 maio 2023.

HACYAN, S. **Relatividad especial para estudiantes de física**. 1. ed. México: Universidad Nacional Autónoma de México, 1995.

JARDIM, W. T.; OTOYA, V. J. V.; OLIVEIRA, C. G. S. A teoria da relatividade restrita e os livros didáticos do Ensino Médio: Discordâncias sobre o conceito de massa.

Revista Brasileira de Ensino de Física, São Paulo, v. 37, n. 2, p. 2506-1-2506-7, 2015. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/rbef/a/tBrDpfkZwGm8RsgvtxqVbnz/?format=pdf&lang=pt>.

Acesso em: 16 maio 2023.

KARAM, R. A. S.; CRUZ, S. M. S. C.; COIMBRA, D. Relatividades no ensino médio: o debate em sala de aula. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 29, n. 1, p. 105-114, 2007. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/rbef/a/dHSvtSTLnrTfMttYzvhcPBG/?format=pdf&lang=pt>.

Acesso em: 16 maio 2023.

KÖHNLEIN, J. F. K.; PEDUZZI, L. O. Q. Uma discussão sobre a natureza da ciência no ensino médio: um exemplo com a Teoria da Relatividade Restrita. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 22, n. 1, p. 36-70, 2005. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/6393>. Acesso em: 16 maio 2023.

MARTINS, R. A. O desenvolvimento da teoria de Lorentz e Poincaré. In: MARTINS, R. A. **A origem histórica da Relatividade Especial**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. cap. 6, p. 87 – 128.

MINKOWSKI, H. Espaço e tempo, conferência pronunciada em 1908. In: LORENTZ, H. A.; EINSTEIN, A.; MINKOWSKI, H.. **Textos fundamentais da física moderna: o princípio de relatividade**. 2. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1983. v. 1, p. 93–114.

MORAES, A. G.; REIS, J. C.; BRAGA, M. A. B. Tempo, espaço e simultaneidade: uma questão para os cientistas, artistas, engenheiros e matemáticos no séculos XIX. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 27, n. 3, p. 568-583, 2010. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2010v27n3p568>. Acesso em: 16 maio 2023.

MOREIRA, M. A. **Afinal o que é aprendizagem significativa?** Porto Alegre: UFRGS, 2011.

MOREIRA, M. A. Grandes desafios para o ensino da física na educação contemporânea. **Revista do Professor de Física**, Brasília, v. 1, n. 1, 2017. Disponível em: <https://periodicos.unb.br/index.php/rpf/article/view/7074/5725>. Acesso em: 16 maio 2023.

MOREIRA, M. A. **Unidade de ensino potencialmente significativa**. Porto Alegre: UFRGS, 2011.

NUNES, R. C.; QUEIRÓS, W. P. Doze mitos sobre a teoria da relatividade que precisamos superar. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 37, n. 2, p. 531-573, 2020. Disponível em:

<https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2020v37n2p531>.

Acesso em: 16 maio 2023.

NUSSENZVEIG, H. M. Introdução à relatividade. In: NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica**. 1. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1998. v. 4, cap. 6, p. 175 – 223.

OLIVEIRA, L. M.; GOMES, M. L. Einstein e a relatividade entram em cena: diálogos sobre o teatro na escola e um ensino de física criativo. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 33, n. 3, p. 943-961, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2016v33n3p943>. Acesso em: 16 maio 2023.

OSTERMANN, F.; MOREIRA, M. A. Uma revisão bibliográfica sobre a área de pesquisa “física moderna e contemporânea no ensino médio”. **Investigações em ensino de ciências**, Pelotas, v. 5, n. 1, p. 23–48, 2016. Disponível em: <https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/600>. Acesso em: 16 maio 2023.

OSTERMANN, F.; RICCI, T. S. F. Relatividade restrita no ensino médio: contração de Lorentz-Fitzgerald e aparência visual de objetos relativísticos em livros didáticos de Física. **Caderno brasileiro de ensino de física**, Florianópolis. vol. 19, n. 2, ago. 2002, p. 176-190, 2002. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/download/6620/6118/20146>. Acesso em: 16 maio 2023.

OSTERMANN, F.; RICCI, T. S. F. Relatividade restrita no ensino médio: os conceitos de massa relativística e de equivalência massa-energia em livros didáticos de física. **Caderno brasileiro de ensino de física**, Florianópolis. vol. 21, n. 1, abr. 2004, p. 83-102, 2004. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/6440>. Acesso em: 16 maio 2023.

OTERO, M. R.; ARLEGO, M.; PRODANOFF, F. Design, analysis and reformulation of a didactic sequence for teaching the Special Theory of Relativity in high school. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 37, n. 3, p. 1-10, 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/rNYX7hZbBgjMJmThQYDtDyc/?format=pdf&lang=en>. Acesso em: 16 maio 2023.

PIRES, A. S. T. **Evolução das ideias da Física**. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2008.

PORTO, C. M.; PORTO, M. B. D. S. M. Uma visão do espaço na mecânica newtoniana e na teoria da relatividade de Einstein. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 30, n. 1, p. 1-8, 2008. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/66h6nNwH5hdBMM9MMQ36YkK/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 16 maio 2023.

RAMOS, I. R. O. *et al.* Sobre a indução do campo eletromagnético em referenciais inerciais mediante transformações de Galileu e Lorentz. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 39, n. 2, p. 1-7, 2016. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/VVnDjrZXfNgxTqLfSHpBMhx/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 16 maio 2023.

RODRIGUES, C. M.; SAUERWEIN, I. P. S.; SAUERWEIN, R. A. Uma proposta de inserção da teoria da relatividade restrita no Ensino Médio via estudo do GPS.

Revista Brasileira de Ensino de Física, São Paulo, v. 36, n. 1, p. 1-7, 2014.

Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/rbef/a/ZR35rghCQxRq6rp9t7MsDvs/?format=pdf&lang=pt>.

Acesso em: 16 maio 2023.

TERRAZZAN, E. A. A inserção da física moderna e contemporânea no ensino de física na escola de 2º grau. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 9, n. 3, p. 209–214, 1992. Disponível em:

<https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/7392>. Acesso em: 16 maio 2023.

VAZ JUNIOR, J. A álgebra geométrica do espaço-tempo e a teoria da relatividade.

Revista Brasileira de Ensino de Física, São Paulo, v. 22, n. 1, p. 5-31, 2000.

Disponível em: http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v22_5.pdf. Acesso em: 16 maio 2023.

VILLANI, A. Reflexões sobre o ensino de física no Brasil: práticas, conteúdos e

pressupostos. **Revista de Ensino de Física**, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 76–95, 1984.

Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/vol06a18.pdf>. Acesso em: 16 maio 2023.

APÊNDICE A – PRODUTO EDUCACIONAL

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

DIEGO PEREIRA DOS SANTOS

**REVISITANDO A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA À LUZ DA TEORIA
DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE VERGNAUD**

MEDIANEIRA

2023

DIEGO PEREIRA DOS SANTOS

**REVISITANDO A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA À LUZ DA TEORIA
DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE VERGNAUD**

**REVISITING THE THEORY OF SPECIAL RELATIVITY IN LIGHT OF
VERGNAUD'S THEORY OF CONCEPTUAL FIELDS**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Reginaldo Aparecido Zara.

MEDIANEIRA

2023



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



**Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Medianeira**



DIEGO PEREIRA DOS SANTOS

**REVISITANDO A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS
CONCEITUAIS DE VERGNAUD**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Física da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Física Na Educação Básica.

Data de aprovação: 24 de Fevereiro de 2023

Dr. Reginaldo Aparecido Zara, Doutorado - Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste)

Dr. Fabio Rogerio Longen, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Fernando Jose Gaiotto, Doutorado - Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 24/02/2023.



MNPEF Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física



PRODUTO EDUCACIONAL

DIEGO PEREIRA DOS SANTOS

MEDIANEIRA - PR

2023



Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

ct

DIEGO PEREIRA DOS SANTOS

$c = 299792458 \text{ m/s}$

TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA

CADERNO DE ATIVIDADES

Diagramas de Minkowski



TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA

CADERNO DE ATIVIDADES

CAPA, TEXTO, ILUSTRAÇÕES E PROJETO GRÁFICO

DIEGO PEREIRA DOS SANTOS

REVISÃO TÉCNICA

REGINALDO APARECIDO ZARA



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

APRESENTAÇÃO DO MATERIAL

INTRODUÇÃO

Este produto educacional é consequência das pesquisas desenvolvidas pelo trabalho REVISITANDO A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE VERGNAUD, dissertação de Mestrado submetido ao Programa Nacional de Mestrado Profissional em Ensino de Física (MNPEF), Sociedade Brasileira de Física (SBF), através do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Campus Medianeira, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física deste autor.

Como tal, este produto educacional consiste em um caderno de atividades sobre CINEMÁTICA RELATIVÍSTICA, com situações-problemas possíveis de serem trabalhadas através de uma abordagem geométrica da Teoria da Relatividade Restrita.

Estas atividades foram propostas a partir de uma matriz teórica em que o conceito de referencial relativístico foi interpretado como um campo conceitual, na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Entretanto, cabe salientar que esta interpretação não surge da análise dos esquemas elaborados pelos sujeitos cognoscentes confrontados pelas situações referendados pelo conceito em questão, mas sim a partir dos conhecimentos deste autor acerca da Teoria da Relatividade Restrita e das pesquisas que fundamentaram sua proposição. Este destaque é extremamente necessário, pois a Teoria dos Campos Conceituais busca investigar o sujeito-em-situação, a fim de elucidar de que maneira ocorre a aprendizagem em situação de ensino-aprendizagem.

O desenvolvimento deste caderno parte da necessidade de verificação da hipótese de que a abordagem geométrica da Teoria da Relatividade Restrita, com ênfase nos diagramas de Minkowski, ao valorizar aspectos conceituais relevantes dessa teoria, contribui para a construção e/ou consolidação da região relativística do Perfil Conceitual da noção de Referencial, na estrutura cognitiva dos estudantes que vierem a serem confrontados pelas atividades sugeridas por este caderno, de acordo Ayala Filho (2010).

APRESENTAÇÃO DO MATERIAL

ESTRUTURA

Este caderno de atividades está estruturado da seguinte forma: plano de ensino, temas das atividades, atividades sugeridas, solução das atividades, considerações finais e referências bibliográficas.

PLANO DE ENSINO

Por se tratar de um caderno de atividades, este produto educacional exige um plano de ensino a fim de dar sentido e intencionalidade às suas atividades. Assim, visando favorecer a sua apropriação por outros docentes, é apresentada uma sugestão de plano de ensino como referência para a sua aplicação. Este plano é, essencialmente, o mesmo plano utilizado por este autor quando no momento da validação deste produto. Porém, dada a versatilidade da proposta em questão, fica a critério do docente utilizar ou não, total ou parcialmente, este plano de ensino da forma que lhe for mais conveniente ao seu contexto.

Assim, enquanto sugestão, a utilização do referido plano de ensino é arbitrário ao docente que vier a utilizar este produto educacional. Podendo este, inclusive, sugerir adaptações ao mesmo, assim como propor outro plano de ensino completamente diverso deste.

APRESENTAÇÃO DO MATERIAL

TEMAS DAS ATIVIDADES

Quanto aos temas das atividades apresentadas, neste tópico tem-se a justificativa para apresentação da atividade a qual o tema faz menção. De forma bem resumida, explica-se o diálogo do tema em questão com a consequente atividade proposta por este tema. Essa caracterização visa nortear o docente, caso deseje encadear as respectivas atividades em uma sequência diferente da sugerida pelo plano de ensino mencionado no tópico anterior.

ATIVIDADES SUGERIDAS E SOLUÇÕES

As dez atividades sugeridas por este caderno serão apresentadas a partir dos seus respectivos temas. Esses temas fazem alusão aos conteúdos trabalhados em tópicos da cinemática relativística.

Incentiva-se com proposição destas atividades uma abordagem geométrica da Teoria da Relatividade Restrita, com ênfase nos diagramas de Minkowski. Coerente a esse tipo de abordagem, em quase todas as atividades temos o tratamento de uma situação a partir de diagramas do espaço-tempo. As únicas exceções feitas a essa condição diz respeito às primeiras atividades sugeridas pelo caderno, atividades 1 e 2. Essas são atividades que discutem o movimento relativo a partir de referenciais não absolutos no contexto da mecânica newtoniana. A proposição destas atividades justifica-se por terem como objetivos provocarem nos estudantes a reflexões sobre suas concepções alternativas acerca dos conceitos de movimento, repouso e referencial, assim como introduzir o tratamento a problemas cinemáticos a partir dos diagramas do espaço-tempo.

APRESENTAÇÃO DO MATERIAL

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nas considerações finais serão feitas algumas observações quanto às possibilidades de utilização deste produto em ambientes educacionais diferentes daquele em que este foi validado inicialmente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Quanto as referências utilizadas para a elaboração deste produto educacional, estas serão apresentadas divididas em dois grupos: (1) artigos, em que constam os principais trabalhos que influenciaram na proposição do produto educacional em questão e (2) livros, em que constam obras onde foram encontradas exercícios e/ou problemas que inspiraram algumas das atividades sugeridas, ou, até mesmo, atividades que foram encontradas nestas obras e adaptadas para este produto educacional.

Por fim, espera-se que os docentes que vierem a se apropriar desta proposta possam usufruir dela da melhor forma possível. Para tanto, mais uma vez, recomenda-se a leitura da dissertação que deu origem a este produto, ainda que esta leitura não seja uma condição imprescindível para a utilização.

Diego Pereira dos Santos

SUMÁRIO RESUMIDO

TEMAS E ATIVIDADES SUGERIDAS

REFERENCIAIS NÃO ABSOLUTOS

ATIVIDADE 1 17

REFERENCIAIS E DIAGRAMAS

ATIVIDADE 2 19

DIAGRAMAS E OS POSTULADOS

ATIVIDADE 3 21

DIAGRAMAS DO ESPAÇO-TEMPO

ATIVIDADE 4 23

SIMULTANEIDADE NÃO ABSOLUTA

ATIVIDADE 5 25

OCORRÊNCIA E REGISTRO

ATIVIDADE 6 27

SUMÁRIO RESUMIDO

	DILATAÇÃO TEMPORAL	
ATIVIDADE 7		29
	CONTRAÇÃO DE LORENTZ	
ATIVIDADE 8		31
	CAUSALIDADE DE EVENTOS	
ATIVIDADE 9.....		33
	VELOCIDADE RELATIVA	
ATIVIDADE 10.....		35
SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES		36
CONSIDERAÇÕES FINAIS		56
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		57

PLANO DE ENSINO

IDENTIFICAÇÃO

Cinemática Relativística, através de uma abordagem geométrica, com ênfase nos diagramas de Minkowski;

PÚBLICO ALVO

Estudantes do Ensino Médio;

CARGA HORÁRIA:

15 horas-aulas (750 min);

PRÉ-REQUISITOS:

Conhecimentos básicos sobre cinemática e dinâmica newtoniana;

OBJETIVOS:

GERAL

Apresentar tópicos sobre Teoria da Relatividade Restrita, especificamente sobre Cinemática Relativística, através de uma abordagem geométrica, com ênfase nos diagramas de Minkowski.

ESPECÍFICOS

- Apresentar as diferenças nos conceitos de referenciais quando observados na perspectiva newtoniana e relativística;
- Discutir as consequências dos postulados da relatividade através de diagramas do espaço-tempo;
- Evidenciar possíveis relações de causalidade entre eventos através de cones de luz no espaço-tempo.

PLANO DE ENSINO

ENCAMINHAMENTOS

PRIMEIRO ENCONTRO: AULAS 1, 2 E 3

OBJETIVOS

1. Levantar conhecimentos prévios sobre o tema através das situações-problemas sugeridos por um filme de ficção científica;
2. Discutir as relações entre os conceitos Tempo, Espaço, Referencial, Repouso, Movimento e Velocidade.

CONTEÚDOS TRABALHADOS

- Viagens no Tempo não-convencionais;
- Espaço, Tempo, Referenciais e medidas no contexto da Mecânica Newtoniana.

DESCRIÇÃO DOS MOMENTOS

1. Exibido do filme de ficção científica "De Volta para o Futuro" (1985);
2. Debate sobre viagens não convencionais no espaço-tempo e as relações de causalidade entre eventos, tendo como ponto de partida as consequências da trama, assim como o título do filme em questão.

ATIVIDADES ENCAMINHADAS

Relato sobre o debate, acompanhado de uma explicação sobre as relações entre os conceitos de espaço, tempo, referencial, movimento, repouso e velocidade, estudando até o momento

ENCAMINHAMENTOS

SEGUNDO ENCONTRO: AULAS 4, 5 E 6

OBJETIVOS

1. Discutir a construção dos gráficos das funções horárias da posição no estudo do Movimento Retilíneo e Uniforme (MRU);
2. Introduzir conhecimentos declarativos e procedimentais introdutórios relacionados aos Diagramas de Minkowski.

CONTEÚDOS TRABALHADOS

- Espaço, Tempo, Referenciais e medidas no contexto da Mecânica Newtoniana;
- Diagramas do Espaço vs Tempo na mecânica newtoniana, Princípio da Relatividade Galileana e os Diagramas de Minkowski.

DESCRIÇÃO DOS MOMENTOS

1. Revisar os conceitos de espaço, tempo, referencial, repouso, movimento e interação entre corpo;
2. Relacionar os conceitos do tópico anterior com as respectivas grandezas associadas e esses conceitos (posição, trajetória, velocidade, aceleração), interpretadas através das três leis de Newton.

ATIVIDADES ENCAMINHADAS

Atividades 1 e 2 do Caderno de Atividades.

PLANO DE ENSINO

ENCAMINHAMENTOS

TERCEIRO ENCONTRO: AULAS 7, 8 E 9

OBJETIVOS

1. Apresentar a Teoria da Relatividade a partir de seus postulados;
2. Apresentar os diagramas de Minkowski a partir da análise das funções horárias da posição no estudo do MRU para situações relativísticas.

CONTEÚDOS TRABALHADOS

- Postulados da Teoria da Relatividade Restrita;
 - Diagramas de Minkowski.

DESCRIÇÃO DOS MOMENTOS

1. Revisar os conceitos trabalhados no encontro anterior;
2. Corrigir as atividades 1 e 2 encaminhadas no encontro anterior;
3. Introduzir o conceito de referencial no contexto da Teoria da Relatividade Restrita, destacando as mudanças de interpretação desse conceito quando comparado com o conceito proposto pela mecânica newtoniana.

ATIVIDADES ENCAMINHADAS

Atividades 3 e 4 do Caderno de Atividades.

ENCAMINHAMENTOS

QUARTO ENCONTRO: AULAS 10, 11 E 12

OBJETIVOS

1. Discutir o conceito de Referencial no contexto da Teoria da Relatividade Restrita;
2. Relacionar as descrições de um evento a partir de diferentes referenciais inerciais;
3. Discutir a não simultaneidade de eventos e o fenômeno da dilatação temporal através de diagramas do espaço-tempo.

CONTEÚDOS TRABALHADOS

- Referencial Relativístico e Evento;
 - Transformação de Lorentz;
- Simultaneidade de Eventos e Dilatação Temporal.

DESCRIÇÃO DOS MOMENTOS

1. Discutir as diferenças entre os conceitos de referencial no contexto da Teoria da Relatividade Restrita e da mecânica newtoniana;
2. Discutir a centralidade do conceito de evento no contexto relativístico;
3. Demonstrar como são feitas as descrições de um evento a partir de diferentes referenciais inerciais, quando sobrepostos em diagramas do espaço-tempo, respeitando as condições exigidas para a sua elaboração, discutidas na correção da Atividade 4.

ATIVIDADES ENCAMINHADAS

Atividades 5 e 6 do Caderno de Atividades.

PLANO DE ENSINO

ENCAMINHAMENTOS

QUINTO ENCONTRO: AULAS 13, 14 E 15

OBJETIVOS

1. Discutir a relatividade do comprimento como consequência da simultaneidade;
2. Definir o conceito de intervalo relativístico entre eventos;
3. Representar cones de luz de um evento a partir de diagramas de espaço-tempo;
4. Discutir a causalidade de eventos a partir de cones de luz representados em diagramas de espaço-tempo.

CONTEÚDOS TRABALHADOS

- Contração de Lorentz;
- Intervalos Relativísticos;
- Cones de Luz e Causalidade de Eventos.

DESCRIÇÃO DOS MOMENTOS

1. Revisar as discussões empreendidas no encontro anterior,
2. Corrigir as atividades sugeridas no encontro anterior;
3. Discutir as consequências advindas dos postulados da Teoria da Relatividade Restrita, tais como a dilatação temporal e a contração de Lorentz;
4. Apresentar o conceito de intervalo relativístico invariante;
5. Demonstrar de que maneira é possível se chegar as hipérbolas calibradoras de escalas entre referenciais sobrepostos, a partir dos intervalos invariantes.

ATIVIDADES ENCAMINHADAS

Atividades 7, 8, 9 e 10 do Caderno de Atividades.

REFERENCIAIS NÃO ABSOLUTOS



INDICAÇÕES PARA DISCUSSÃO

■ Objetivos

1. Discutir as relações entre os conceitos tempo, espaço, referencial e velocidade, no contexto da mecânica newtoniana;
2. Descrever o movimento em diferentes referenciais;
3. Evidenciar concepções alternativas acerca do conceito de referencial;

■ Conteúdos

1. Movimento retilíneo e uniforme;
2. Velocidade relativa.

■ Observações

1. A letra (a) deve ser resolvida com o auxílio do docente, em sala de aula;
2. Sugere-se encaminhar a letra (b) como tarefa para casa.

É essencial que se discuta com os estudantes a relatividade das velocidades a partir do referencial escolhido para análise, destacando-se a arbitrariedade quanto a escolha do referencial adotado. A situação proposta inicialmente é uma situação intuitiva para os estudantes, haja vista que trazem consigo a concepção alternativa de que objetos em repouso com relação ao planeta Terra são, naturalmente, os objetos a serem escolhidos como corpo de referência para definição de um referencial para análise dos movimentos de outros objetos sobre a superfície da Terra. Essa concepção trata o planeta Terra como um referencial privilegiado para a análise do movimento. Desta forma, este conflito cognitivo desse ser problematizado quando na apresentação desta atividade.

QUESTIONAMENTOS PERTINENTES

De modo a provocar discussões que valorizem a atividade, sugere-se os seguintes questionamentos durante a sua apresentação: (1) A árvore está em repouso ou em movimento? (2) Quais são as velocidades dos carros com relação à árvore? (3) Que medidas são necessárias para se responder os questionamentos anteriores? Quais instrumentos são necessários para essas medidas?

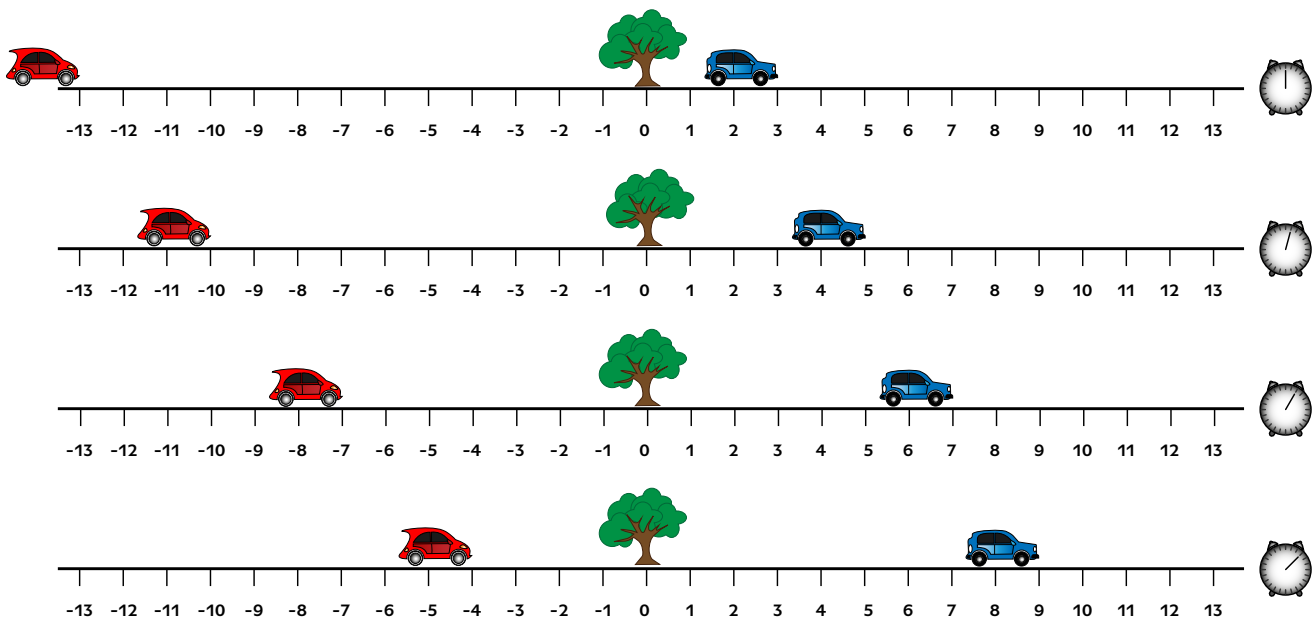
ATIVIDADE SUGERIDA

ATIVIDADE 1

Considere uma estrada rural, retilínea, por onde trafegam dois carros, um vermelho e outro azul, ambos em movimento retilíneo uniforme e viajando no mesmo sentido com relação ao leito da estrada. A figura abaixo mostra a distância entre esses dois carros em quatro instantes sucessivos, assim como mostra uma árvore que se encontra nas margens dessa estrada naquele trecho e que foi tomada como corpo de referência, segundo o qual é possível determinar as posições desses carros nos quatro instantes considerados.

Assumindo como instante inicial o primeiro instante proposto pela figura, determine **(a)** as sucessivas posições ocupadas pelo carro vermelho e pela árvore, em oito instantes sucessivos, tendo o carro azul como corpo de referência e **(b)** as sucessivas posições ocupadas pelo carro azul e pela árvore, em oito instantes sucessivos, tendo o carro vermelho como corpo de referência.

Figura 26 - Atividade 1



Fonte: Autoria própria (2022)

REFERENCIAIS E DIAGRAMAS



INDICAÇÕES PARA DISCUSSÃO

■ Objetivos

1. Representar e sobrepor referenciais através de diagramas do tipo espaço e tempo;
2. Descrever os movimentos de objetos através de diagramas do tipo espaço e tempo.

■ Conteúdos

1. Diagramas do tipo espaço e tempo;
2. Escalas de diagramas do tipo espaço e tempo.

■ Observações

1. A letra (a) deve ser resolvida com o auxílio do docente, em sala de aula;
2. A letra (b) deve ser debatida em pequenos grupos;
3. Encaminhar a letra (c) como tarefa para casa.

Visando introduzir a representação de referenciais e movimentos de objetos relativos a estes referenciais, através de diagramas do tipo espaço e tempo (cinemática newtoniana), sugere-se (1) a discussão das diferenças entre estes diagramas e os gráficos das funções horárias do movimento retilíneo e uniforme (MRU), com destaque para o fato de que nestes diagramas o eixo que faz referência ao tempo deve ser construído na vertical e (2) a discussão sobre a inclinação, com relação a horizontal, das retas que representam os movimentos dos objetivos no referencial escolhido para elaboração do referido diagrama, destacando que objetos em repouso serão apresentados por retas verticais e que quanto maior for a velocidade do objeto, menor será a inclinação da reta que representa seu movimento naquele referencial.

QUESTIONAMENTOS PERTINENTES

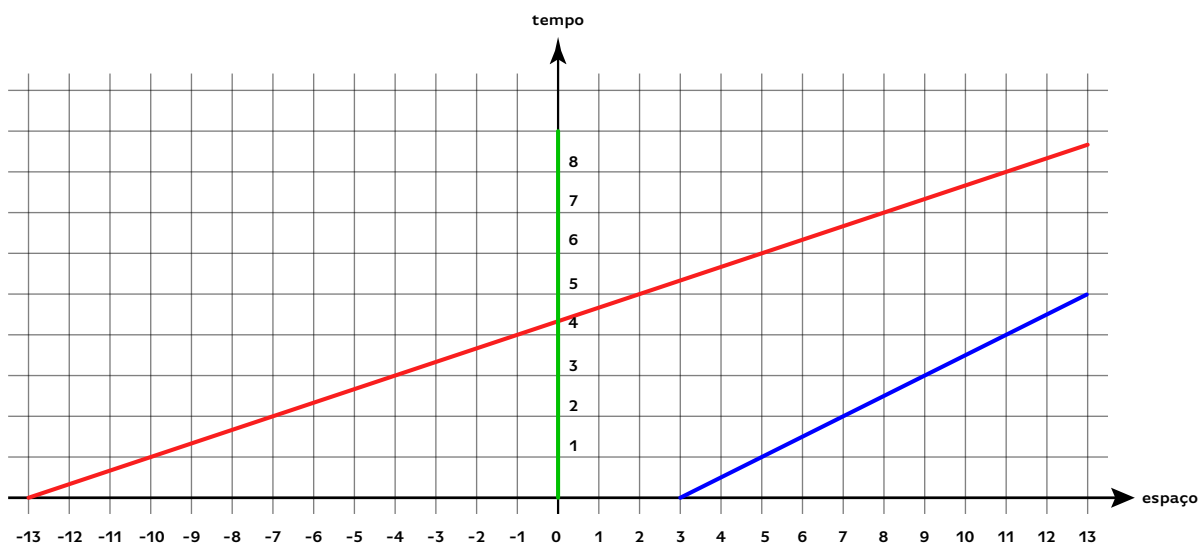
Sugere-se os seguintes questionamentos durante a apresentação da atividade: (1) Como podemos calcular a velocidade dos carros através destes diagramas? (2) Com relação ao referencial adotado pela árvore, quais são as suas posições com o passar do tempo? (3) Qual a relação da escala adotada para elaboração dos diagramas e as inclinações das retas que representam as posições, com o passar do tempo, dos objetos?

ATIVIDADE SUGERIDA

ATIVIDADE 2

Na figura abaixo, um diagrama do tipo espaço e tempo, temos as posições ocupadas pelos carros (vermelho e azul) e pela árvore, na perspectiva em que o referencial adotado para análise tem a árvore como corpo de referência. Em diagramas como este, as posições ocupadas com o passar do tempo são representadas por curvas. Como os carros tratados neste problema encontram-se em movimento retilíneo e uniforme com relação à árvore, estas curvas são retas. Sendo assim, através de outros dois diagramas do mesmo tipo, represente as posições ocupadas pelos carros e pela árvore, com o passar do tempo, adotando como corpo de referência para definição do referencial **(a)** o carro azul e **(b)** o carro vermelho. Por fim, sobreponha o referencial do carro azul ao referencial da árvore e então diga **(c)** qual é a posição do carro vermelho, com relação ao referencial do carro azul, no instante igual a λ .

Figura 27 - Atividade 2



Fonte: Autoria própria (2022)

DIAGRAMAS E OS POSTULADOS



INDICAÇÕES PARA DISCUSSÃO

■ Objetivos

1. Representar e sobrepor referenciais através de diagramas do tipo espaço-tempo;
2. Descrever o movimento de feixes de luz e de objetos através de diagramas do tipo espaço-tempo.

■ Conteúdos

1. Postulados da Teoria da Relatividade Restrita;
2. Indissociabilidade entre espaço e tempo (espaço-tempo).

■ Observações

1. A letra (a) deve ser resolvida com o auxílio do docente, em sala de aula;
2. A letra (b) deve ser debatida em pequenos grupos e resolvida em sala de aula.

A construção de diagramas do tipo espaço-tempo exige um compromisso dos estudantes com a indissociabilidade entre o espaço e o tempo (espaço-tempo) e o segundo postulado da Teoria da Relatividade Restrita. Assim, é fundamental discutir a necessária coerência entre as dimensões dos eixos na construção de diagramas como este, assim como problematizar sobre a escala adotada para a sua representação (eixo temporal com valores múltiplos da velocidade da luz no vácuo). Através desta escala, as posições ocupadas no espaço-tempo por feixes de luz terão sempre uma inclinação de 45 graus com relação a horizontal, independente do referencial adotado. Também é importante discutir como conciliar as posições ocupadas por estes feixes de luz através da sobreposição de referenciais distintos no mesmo diagrama.

QUESTIONAMENTOS PERTINENTES

Sugere-se os seguintes questionamentos durante a apresentação da atividade: (1) Como podemos calcular a velocidade da nave através deste diagrama? (2) Com relação ao referencial adotado pelo observador (e pela nave), qual é a razão entre as distâncias das frentes de ondas da luz para a nave (e para o observador)? (3) Quais contradições podemos desprender dessas razões?

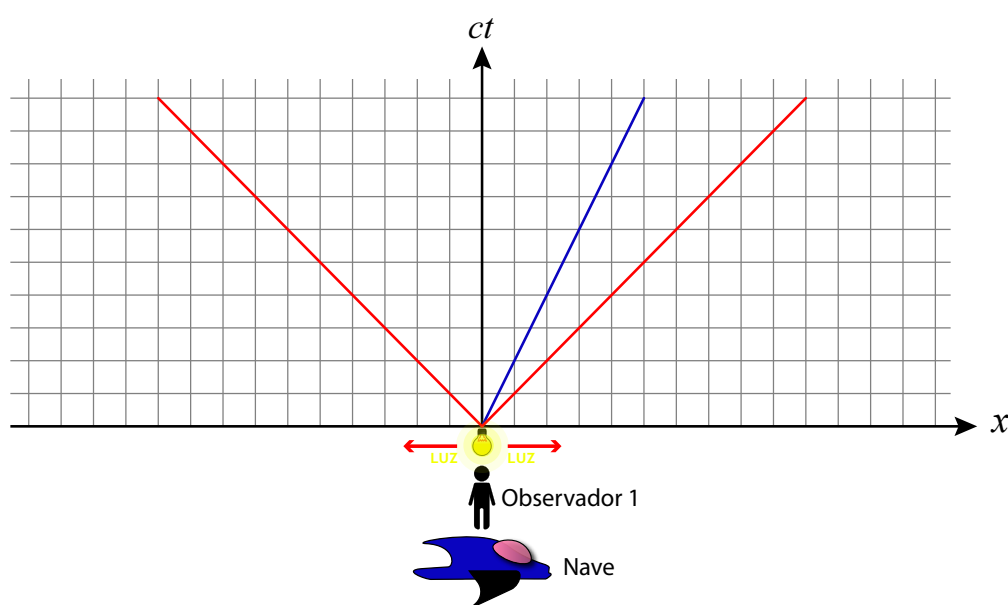
ATIVIDADE SUGERIDA

ATIVIDADE 3

No diagrama abaixo estão representadas as posições no espaço-tempo ocupadas pela dianteira da nave espacial (reta azul) e as frentes de ondas da luz emitida pela lâmpada (retas vermelhas) nos dois sentidos da direção x , com relação ao referencial solidário ao observador I.

Sendo assim, a partir da mesma situação, **(a)** represente através de outro diagrama, as posições no espaço-tempo ocupadas pelo observador I e pelas frentes de ondas da luz emitida pela lâmpada, adotando um referencial que seja solidário à nave. **(b)** De acordo com a resposta dada ao item anterior, represente as frentes de onda da luz emitida pela lampada em outro diagrama onde o referencial solidário à nave esteja sobreposto ao referencial solidário ao observador I.

Figura 28 - Atividade 3



Fonte: Autoria própria (2022)

DIAGRAMAS DO ESPAÇO-TEMPO



INDICAÇÕES PARA DISCUSSÃO

■ Objetivos

1. Representar e sobrepor referenciais através de diagramas do tipo espaço-tempo;
2. Descrever os movimentos da luz e de objetos através de diagramas do tipo espaço-tempo.

■ Conteúdos

1. Postulados da Teoria da Relatividade Restrita;
2. Referenciais inerciais relativísticos;
3. Simultaneidade de eventos.

■ Observações

1. A letra (a) deve ser resolvida com o auxílio do docente, em sala de aula;
2. As letras (b) e (c) devem ser debatidas em pequenos grupos e serem resolvidas em sala de aula.

Nesta atividade é explorado como devem ser representados os eixos das dimensões espaço-temporais na construção de diagramas do espaço-tempo em que referenciais inerciais em movimento relativo (movimento retilíneo e uniforme) são sobrepostos, tendo em vista a necessidade de análise dos mesmos eventos por referenciais inerciais diferentes. Assim, a apresentação da atividade em questão deve ser precedida por discussões sobre as diferenças entre referenciais inerciais newtonianos e relativísticos, assim como o conceito de simultaneidade não absoluta no contexto da Teoria da Relatividade Restrita. Nas representações sugeridas pelas respostas dadas, destaque os seguintes eventos: (1) emissão do pulso de luz pela Nave 2, (2) reflexão desse pulso de luz no espelho da Nave 3 e (3) a detecção do pulso refletido na Nave 3 pela Nave 2.

QUESTIONAMENTOS PERTINENTES

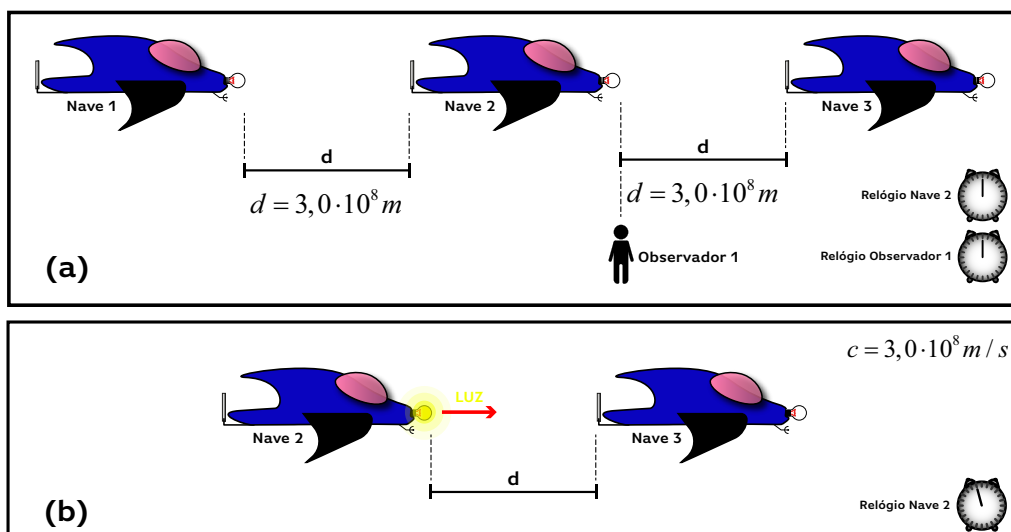
Sugere-se os seguintes questionamentos durante a apresentação da atividade: (1) A reflexão do pulso de luz pelo espelho da Nave 3 e o encontro da Nave 2 com o observador I (Fig. 1) são eventos simultâneos em qual referencial? (2) Qual é a velocidade da Nave 3 com relação à Nave 2? (3) Com relação ao referencial solidário à Nave 2, qual a posição da Nave 3 no instante da reflexão do pulso de luz pela Nave 3?

ATIVIDADE SUGERIDA

ATIVIDADE 4

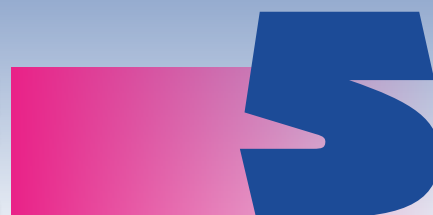
Três naves idênticas, igualmente espaçadas, viajam (em movimento retilíneo e uniforme) com velocidades iguais a metade da velocidade da luz no vácuo, medidas com relação ao observador I, em repouso com relação a Terra. Essas naves têm, acopladas a sua uma parte externa, uma lâmpada e um sensor de luz em sua dianteira e um espelho em sua traseira. Sabe-se que o relógio associado ao observador I está sincronizado com o relógio associado a Nave 2 (a). Considere que, um segundo antes da configuração sugerida em (a), de acordo com o relógio associado a Nave 2, a Nave 2 tenha enviado um pulso de luz em direção a Nave 3 (b). Através de diagramas do espaço-tempo, represente os movimentos das três naves, do observador I e do feixe de luz emitido (e refletido) pela Nave 2, em referenciais solidários ao (a) observador I e à (b) Nave 2. De acordo com as respostas dadas nos itens anteriores, (c) represente a mesma situação através de um diagrama em que o referencial solidário a Nave 2 esteja sobreposto ao referencial solidário ao observador I.

Figura 29 - Atividade 4



Fonte: Autoria própria (2022)

SIMULTANEIDADE NÃO ABSOLUTA



INDICAÇÕES PARA DISCUSSÃO

■ Objetivos

1. Demonstrar o caráter não absoluto da simultaneidade de eventos através de diagramas do tipo espaço-tempo;
2. Introduzir a diferença entre a ocorrência e o registro de eventos.

■ Conteúdos

1. Caráter não absoluto da simultaneidade de ocorrência de eventos em referenciais inerciais relativísticos distintos.

■ Observações

1. As letras (a) e (b) devem ser resolvidas com o auxílio do docente, em sala de aula;
2. A letra (c) deve ser encaminhada como tarefa para casa.

Nesta atividade apresenta-se aos estudantes uma releitura do problema clássico sobre simultaneidade, interpretando sua solução a partir de diagramas do espaço-tempo. Recomenda-se como discussão prévia à sua apresentação abordar o mesmo problema a partir da cinemática newtoniana. Ou seja, através das funções horárias do MRU, mostrar que, do ponto de vista clássico, o registro dos sinais luminosos serão simultâneos, tanto para o referencial solidário ao observador 1 quanto para o referencial solidário ao observador 2. Após esta discussão, apresentar o mesmo problema a partir do viés relativístico, também através da análise das funções horárias do MRU, demonstrando o caráter não absoluto da simultaneidade. Somente após esta discussão prévia é que a atividade deve ser apresentada aos estudantes.

QUESTIONAMENTOS PERTINENTES

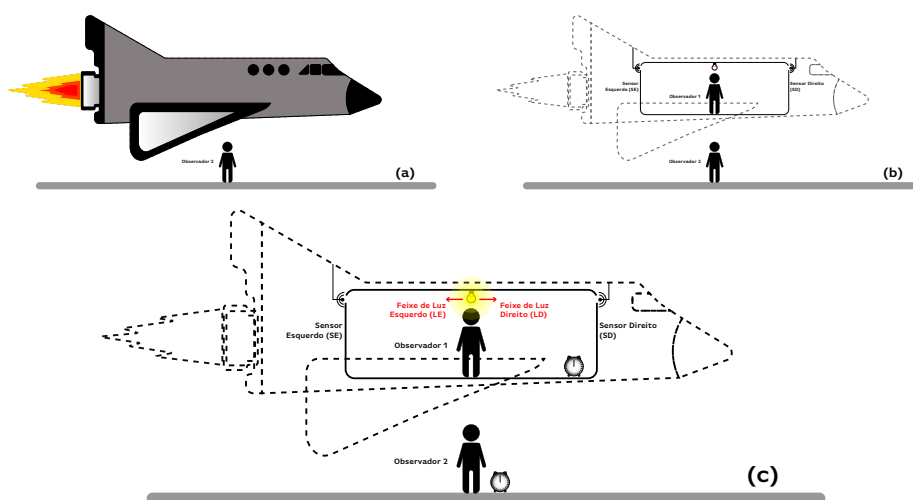
Sugere-se os seguintes questionamentos durante a apresentação da atividade: (1) Ao que se deve a não simultaneidade dos registros dos sensores quando analisados por referenciais inerciais distintos? (2) A não simultaneidade destes eventos (registros dos sinais luminosos pelos sensores) tem alguma relação com o momento em que estes registros são percebidos pelos observadores em seus respectivos referenciais?

ATIVIDADE SUGERIDA

ATIVIDADE 5

Considere uma lâmpada localizada no meio do compartimento central de uma nave. Quando a fonte é ligada (Fig. 3), a luz se propaga em todas as direções com a mesma velocidade. Como essa lâmpada se encontra equidistante dos sensores de luz, à esquerda e à direita, nas extremidades frontal e traseira desse compartimento (Fig. 02), o observador 1 que se encontra dentro da nave constata que a luz alcança o sensor direito no mesmo instante em que alcança o sensor esquerdo. Porém, o mesmo não ocorre com o observador 2, que se encontra fora da nave. Para esse observador a ocorrência dos dois eventos são registradas em outro referencial, que não está em repouso com relação à nave. Mostre através de diagramas do espaço-tempo que estes eventos são simultâneos para o observador 1, porém não são simultâneos para o observador 2. Nesta demonstração adote um referencial solidário **(a)** ao observador 2 e um referencial solidário **(b)** ao observador 1. Por fim, de acordo com as respostas encontradas nos itens anteriores, **(c)** faça a mesma demonstração sobrepondo o referencial solidário ao observador 1 no referencial solidário ao observador 2.

Figura 30 - Atividade 5



Fonte: Autoria própria (2022)

OCORRÊNCIA E REGISTRO



INDICAÇÕES PARA DISCUSSÃO

■ Objetivos

1. Discutir a diferença entre a ocorrência e o registro de eventos em referenciais inerciais relativísticos;
2. Discutir as características de referenciais relativísticos e reafirmar a velocidade da luz como um limite de velocidade para a propagação de informações no espaço-tempo.

■ Conteúdos

1. Ocorrência de eventos no espaço-tempo;
2. Registros das ocorrências de eventos em referenciais inerciais relativísticos distintos.

■ Observações

1. Esta atividade deve ser resolvida individualmente.

Nesta atividade é constatada, geometricamente, a diferença entre a ocorrência e o registro de eventos no espaço-tempo, a partir de diagramas do espaço-tempo. Desta forma, recomenda-se uma discussão prévia à apresentação da atividade sobre a diferença dos termos medir e observar, do ponto de vista físico. Nesta discussão é fundamental ressaltar novamente as características de referenciais relativísticos, assim como a previsão teórica da Teoria da Relatividade Restrita de que a velocidade da luz no vácuo representa um limite intransponível para a propagação de informações no espaço-tempo. Em virtude desta limitação, também se faz necessário a discussão sobre a correção dos registros temporais de eventos, quando comparado com os instantes de suas respectivas ocorrências nos referenciais de análise.

QUESTIONAMENTOS PERTINENTES

Sugere-se os seguintes questionamentos durante a apresentação da atividade: (1) Ao que se deve a não simultaneidade dos registros dos sensores quando analisados por referenciais inerciais distintos? (2) A não simultaneidade desses eventos (registros dos sinais luminosos pelas sensores) tem alguma relação com o momento em que esses registros são percebidos pelos observadores em seus respectivos referenciais?

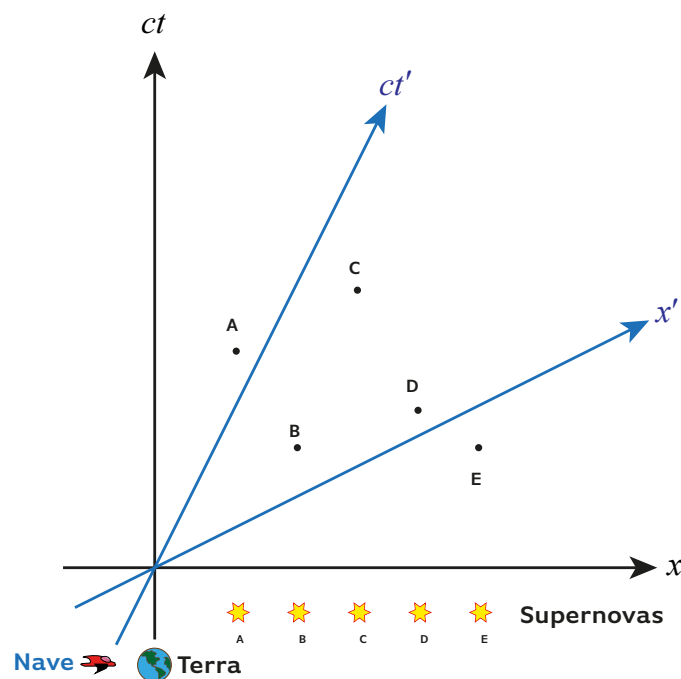
ATIVIDADE SUGERIDA

ATIVIDADE 6 (TAKEUCHI, 2010, p. 168)

O diagrama do espaço-tempo abaixo mostra cinco estrelas que se transformam em supernovas de acordo com os eventos A, B, C, D e E. Essas supernovas são observadas por observadores na Terra e observadores a bordo de um nave em movimento rápido, cujas linhas de mundo também são mostradas no diagrama abaixo. Responda as seguintes questões:

- (a) Em que ordem cronológica as cinco supernovas ocorrem no referencial terrestre?
- (b) Em que ordem cronológica as cinco supernovas ocorrem no referencial da Nave?
- (c) Em que ordem cronológica um observador solidário ao referencial terrestre registra a ocorrência das supernovas?
- (d) Em que ordem cronológica um observador solidário ao referencial da nave registra a ocorrência das supernovas?

Figura 31 - Atividade 6



Fonte: Autoria própria (2022)

DILATAÇÃO TEMPORAL



INDICAÇÕES PARA DISCUSSÃO

■ Objetivos

1. Discutir o conceito de intervalo de tempo próprio;
2. Relacionar escalas dos eixos das dimensões espaço-temporais de referenciais distintos;
3. Explicitar a dilatação temporal através de medidas de segmentos de retas representados nos diagramas do espaço-tempo.

■ Conteúdos

1. Intervalos Relativísticos;
2. Dilatação Temporal;
3. Transformações de Lorentz.

■ Observações

1. As letras (a) e (c) devem ser resolvidas com o auxílio do docente.

Esta atividade possibilita aos estudantes a percepção da dilatação temporal de maneira explícita, através de segmentos de retas representados em diagramas do espaço-tempo. Através dos intervalos relativísticos é possível construir hipérbolas que relacionam as escalas das dimensões dos eixos espaço-temporais de referenciais inerciais sobrepostos nestes diagramas. Com esta relação é possível calcular a dilatação temporal entre dois eventos através de regra de três simples. Assim, sugere-se previamente à apresentação desta atividade uma discussão sobre intervalos relativísticos invariantes. Durante a apresentação da atividade, sugere-se também uma discussão sobre o que deve ocorrer com a escala apresentada por estes diagramas quando o referencial analisado tem uma velocidade relativa próxima à velocidade da luz no vácuo.

QUESTIONAMENTOS PERTINENTES

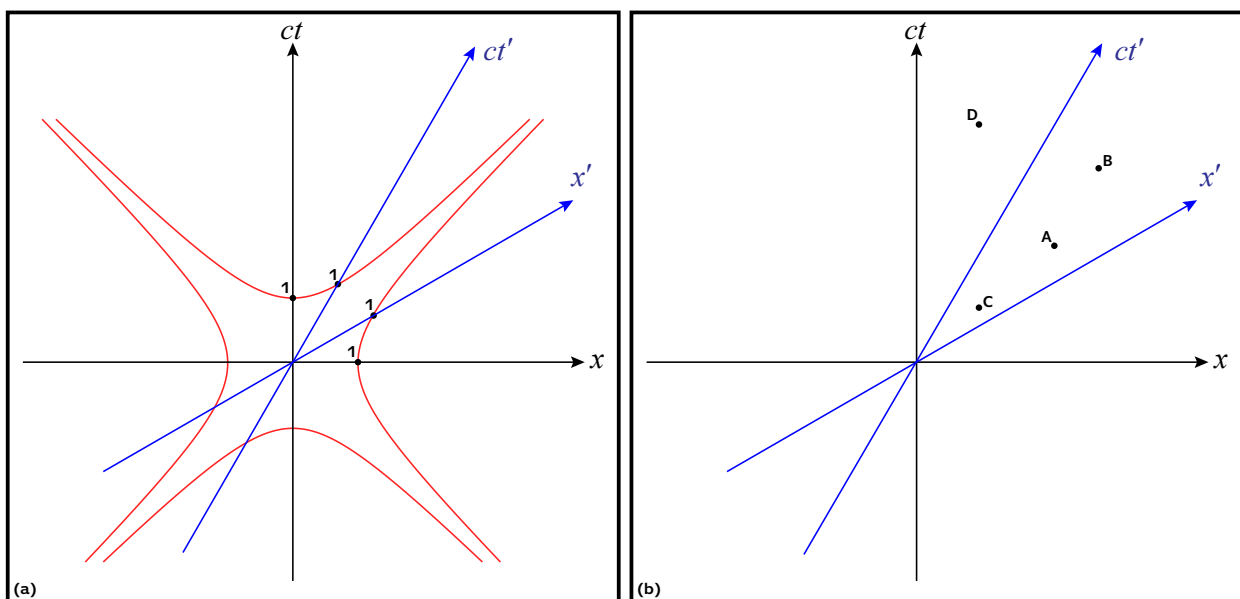
Sugere-se os seguintes questionamentos durante a apresentação da atividade: (1) Como poderíamos estabelecer as coordenadas espaço-temporais destes eventos nos referenciais representados em questão? (2) Através das respostas encontradas é possível calcular a velocidade do referencial em movimento?

ATIVIDADE SUGERIDA

ATIVIDADE 7

A Fig.1 representada abaixo mostra a hipérbole de calibração entre dois referenciais inerciais, assim como a escala adotada para a calibragem. Já na Fig.2 temos a representação da ocorrência de quatro eventos (A, B, C e D) no espaço-tempo. De acordo com a escala sugerida pela Fig. 1, calcule, na perspectiva dos dois referenciais inerciais representados pelos diagramas (referencial sem linha e referencial com linha), a **(a)** variação temporal na ocorrência dos eventos A e B, **(b)** a variação temporal na ocorrência dos eventos C e D, **(c)** de acordo com o referencial adotado, quais pares de eventos, (A,B) e (C,D), são definidos como intervalos de tempo próprio e a partir das respostas dos itens anteriores, **(d)** explique o fenômeno da dilatação temporal.

Figura 32 - Atividade 7



Fonte: Autoria própria (2022)

CONTRAÇÃO DE LORENTZ



INDICAÇÕES PARA DISCUSSÃO

■ Objetivos

1. Discutir o conceito de comprimento próprio;
2. Relacionar escalas dos eixos das dimensões espaço-temporais de referenciais distintos;
3. Explicitar a contração de Lorentz através de medidas de segmentos de retas representados nos diagramas do espaço-tempo.

■ Conteúdos

1. Intervalos Relativísticos;
2. Contração de Lorentz;
3. Transformações de Lorentz.

■ Observações

1. As letras (a) e (c) devem ser resolvidas com o auxílio do docente.

Através dos intervalos relativísticos é possível construir hipérbolas que relacionam as escalas das dimensões dos eixos espaço-temporais de referenciais inerciais sobrepostos nestes diagramas. Com esta relação é possível calcular a contração de Lorentz através de regras de três simples. Desta forma, sugere-se previamente à apresentação da atividade uma discussão sobre a necessidade de simultaneidade entre os dois eventos que representam as posições das extremidades do objeto o qual se deseja medir o comprimento, de acordo com o referencial de análise adotado. Nesta discussão é necessário definir o conceito de comprimento próprio, sendo este o comprimento de um objeto medido através de um referencial em que o objeto em questão encontra-se em repouso.

QUESTIONAMENTOS PERTINENTES

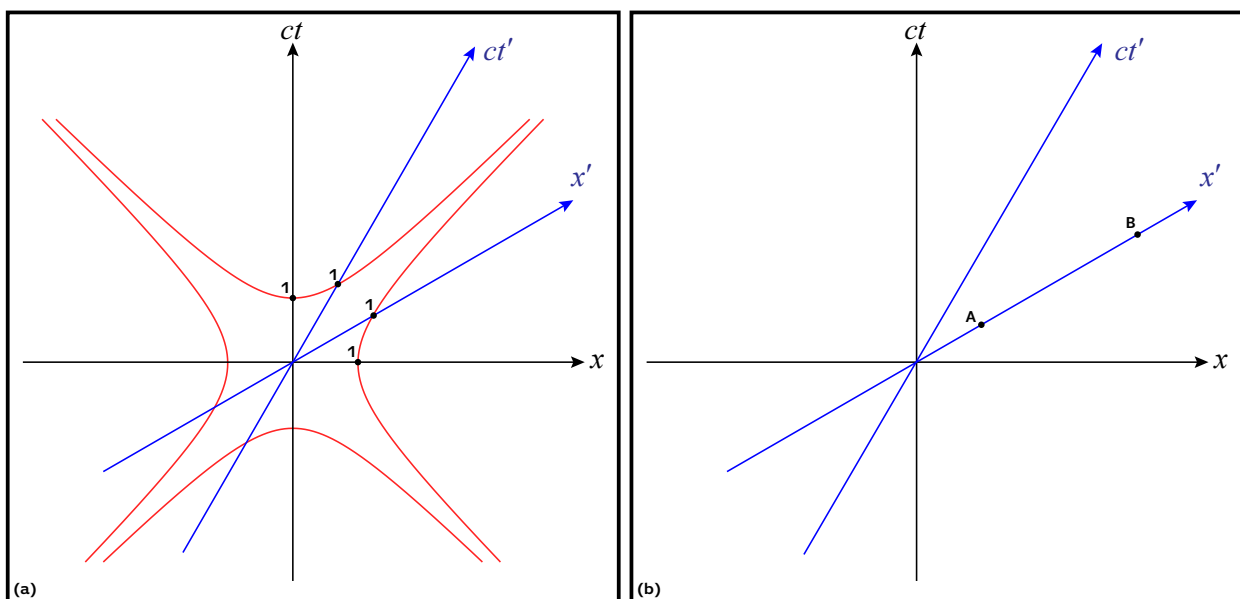
Como na atividade anterior, sugere-se o reforço dos seguintes questionamentos durante a apresentação da atividade: (1) Como poderíamos estabelecer as coordenadas espaço-temporais destes eventos nos referenciais representados em questão? (2) Através das respostas encontradas é possível calcular a velocidade do referencial em movimento?

ATIVIDADE SUGERIDA

ATIVIDADE 8

A Fig.1 representada abaixo mostra a hipérbole de calibração entre dois referenciais inerciais, assim como a escala adotada para a calibragem. Já na Fig.2, os eventos A e B representam as posições, no espaço-tempo, das extremidades de um objeto em repouso, com relação ao referencial com linha, de comprimento L . Como ilustrado por essa figura, este referencial (com linha) está em movimento com relação ao outro referencial (sem linha) representado. De acordo com a escala sugerida pela Fig. 1, calcule, na perspectiva dos dois referenciais inerciais representados pelos diagramas (sem linha e com linha), **(a)** o comprimento L do objeto em questão e, a partir da resposta encontrada no item anterior, **(b)** explique o fenômeno da contração de Lorentz.

Figura 33 - Atividade 8



Fonte: Autoria própria (2022)

CAUSALIDADE DE EVENTOS



INDICAÇÕES PARA DISCUSSÃO

■ Objetivos

1. Discutir as possíveis relações de causalidade entre eventos;
2. Avaliar as possibilidades de causalidade através de intervalos relativísticos invariantes;
3. Relacionar intervalos relativísticos invariantes às regiões do espaço-tempo associadas a cones de luz de eventos.

■ Conteúdos

1. Causalidade de eventos;
2. Intervalos relativísticos invariantes;
3. Cones de Luz.

■ Observações

1. Toda a atividade deve ser resolvida a partir de discussões em pequenos grupos.

Nesta atividade sugere-se a discussão acerca das possibilidades de inversão na ordem de ocorrência de pares de eventos, a depender do referencial adotado em suas análises. Esta discussão deve ressaltar que alguns eventos trazem consigo relações de causalidade (causa e consequência), o que impossibilita a inversão temporal entre eventos em que essas relações se manifestam. As possibilidades de ocorrência destas relações podem ser aferidas através de intervalos relativísticos invariantes que independem do referencial adotado para análise. Assim, nesta discussão deve-se ressaltar o tipo do intervalo estabelecido entre os eventos em que essa possibilidade é analisada. Esta análise determina se estes eventos estarão, mutuamente, nas regiões internas (passado ou presente) ou externas de seus respectivos cones de luz.

QUESTIONAMENTOS PERTINENTES

Sugere-se os seguintes questionamentos durante a apresentação da atividade: (1) Que relações de causalidade (causa e consequência) são possíveis entre dois eventos? (2) Eventos simultâneos podem estabelecer relações de causalidade entre si? (3) Existe alguma relação entre a causalidade de eventos e o limite para a velocidade de propagação de informações no espaço-tempo?

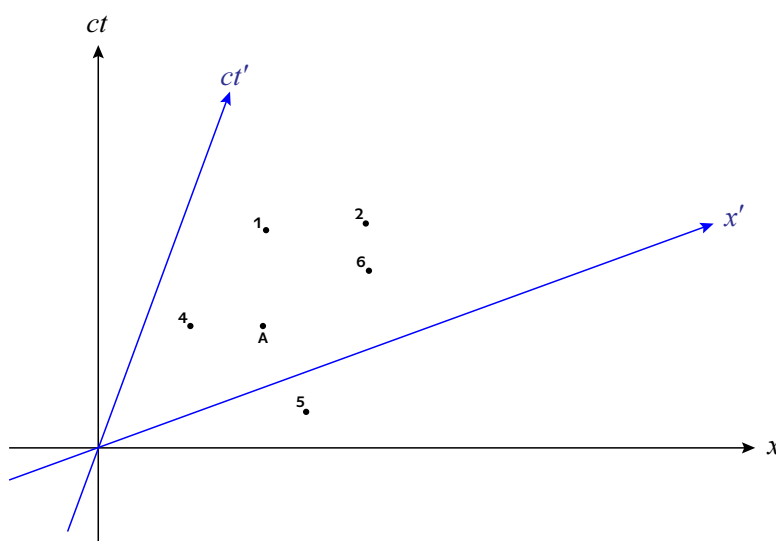
ATIVIDADE SUGERIDA

ATIVIDADE 9

De acordo com a Teoria da Relatividade Restrita, a ordem de ocorrência de alguns pares de eventos podem mudar. Ou seja, tomando dois eventos genéricos, (e1) e (e2), como exemplo, desde que esses eventos não guardem entre si relações de causalidade, temos três possibilidades para a ordem de ocorrência desses eventos: (e1) anterior a (e2), (e1) simultâneo a (e2) e (e1) posterior a (e2).

A figura abaixo ilustra a ocorrência de seis eventos (A, 1, 2, 3, 4 e 5) no espaço-tempo, assim como dois referenciais onde estes eventos são analisados. De acordo com essa figura, **(a)** quais dos eventos numéricos (1, 2, 3, 4 e 5) podem ter alguma relação de causalidade com o evento A? **(b)** A partir da análise desenvolvida na resposta do item anterior, explique como é possível, através de diagramas do espaço-tempo, analisar a possibilidade de alteração (ou não) na ordem de ocorrência de pares eventos no espaço-tempo.

Figura 34 - Atividade 9



Fonte: Autoria própria (2022)

VELOCIDADE RELATIVA 10

INDICAÇÕES PARA DISCUSSÃO

■ Objetivos

1. Representar referenciais relativísticos a partir de diagramas do espaço-tempo;
2. Analisar eventos através da sobreposição de referenciais distintos em diagramas do espaço-tempo.

■ Conteúdos

1. Velocidade relativa;
2. Postulados da Teoria da Relatividade Restrita;
3. Diagramas do espaço-tempo.

■ Observações

1. A letra (a) deve ser resolvida com o auxílio do docente, em sala de aula;
2. As letras (b) e (c) deve ser encaminhadas como tarefa para casa.

Por discutir a propagação de sinais luminosos no espaço-tempo a partir de observadores solidários a três referenciais distintos, a análise desta atividade fica extremamente simples quando feita através de diagramas do espaço-tempo. Nestes diagramas é possível sobrepor referenciais e, em consequência desta sobreposição, analisar eventos de forma concomitante em referenciais distintos. Assim, sugere-se a discussão acerca da interpretação do referencial relativístico através de sua representação nestes diagramas. Deve-se destacar nesta discussão a necessidade de alteração do referencial a depender da situação a ser analisada, assim como reforçar o compromisso com o caráter invariante da velocidade de propagação de sinais luminosos no vácuo, em acordo com o segundo postulando da Teoria da Relatividade Restrita.

QUESTIONAMENTOS PERTINENTES

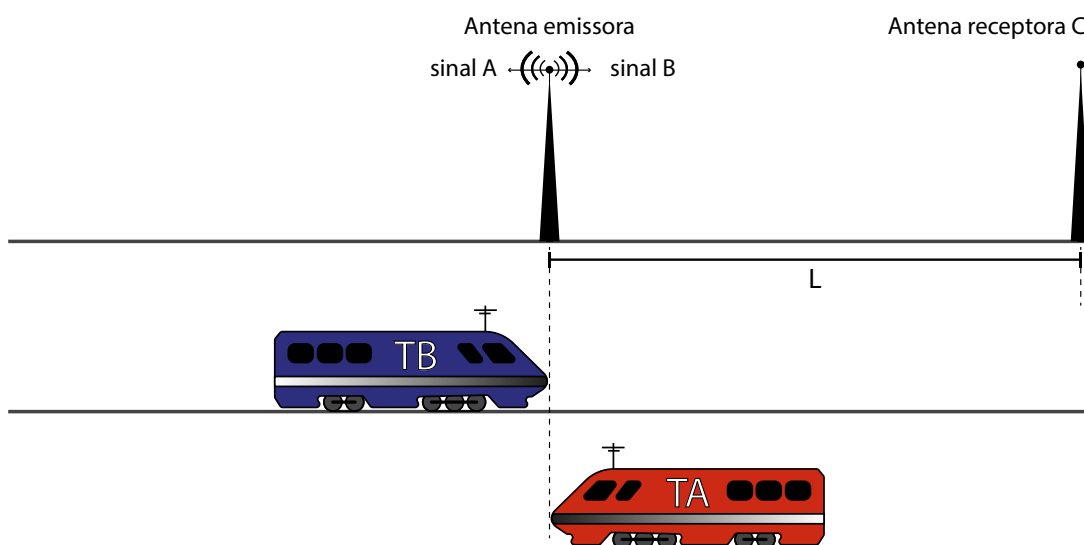
Sugere-se os seguintes questionamentos durante a apresentação da atividade: (1) Com relação ao trem A, qual a velocidade do trem B? (2) Com relação ao trem B, qual a velocidade do trem A? (3) Com relação ao trem A, quais as velocidades das antenas (emissora e receptora)? (4) Com relação ao trem B, quais as velocidades das antenas (emissora e receptora)?

ATIVIDADE SUGERIDA

ATIVIDADE 10 - Adaptação do problema dos trens (VILLANI; PACCA, 1987 apud AYALA FILHO, 2010)

Considere dois trens TA e TB que se deslocam na mesma direção e sentidos opostos com velocidade $v = C/2$ em relação aos trilhos, sendo que TB se desloca da esquerda para a direita. Em um determinado instante de tempo, estes dois trens se cruzam em uma estação. Neste instante, a antena de rádio da estação emite dois sinais eletromagnéticos A e B em sentidos opostos, sendo que o sinal A é emitido no mesmo sentido do movimento de TA e o sinal B é emitido no sentido de TB. Considere a existência de uma antena receptora C, disposta a uma distância L à direita da estação, que detecta a passagem do sinal B. Responda as perguntas a seguir, justificando suas respostas através de diagramas do espaço-tempo. **(a)** A que distância da antena emissora estarão os trens TA, TB e o sinal A quando o sinal B atingir a antena C? **(b)** Suponha que você seja um passageiro do trem TB. Quando o sinal B atinge a antena C, quais dos dois sinais (A ou B) está mais próximo de você? **(c)** Suponha que você seja um passageiro do trem TA. Quando o sinal B atinge a antena C, quais dos dois sinais (A ou B) está mais próximo de você?

Figura 35 - Atividade 10

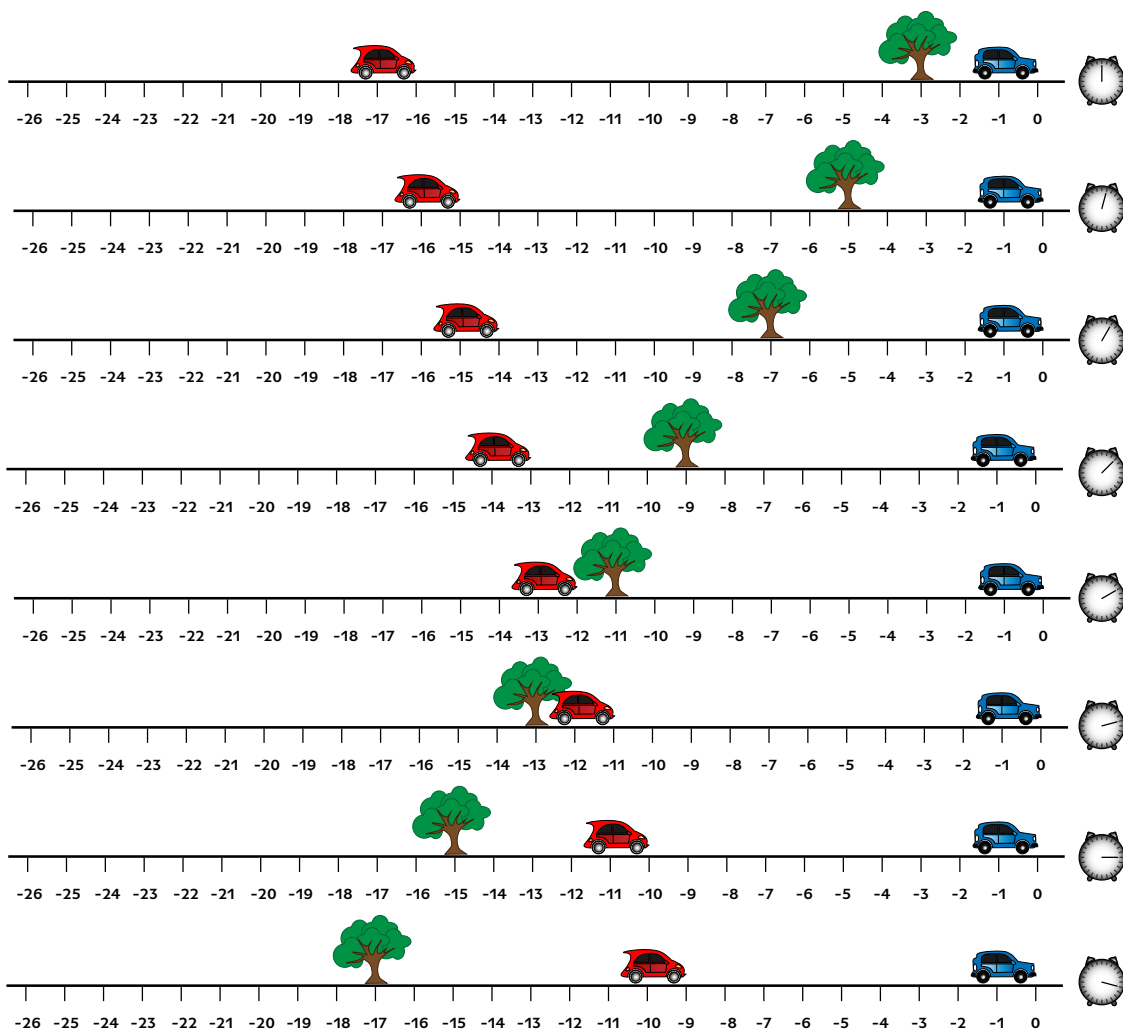


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 1 (a)

Figura 36 - Solução da atividade 1 (a)

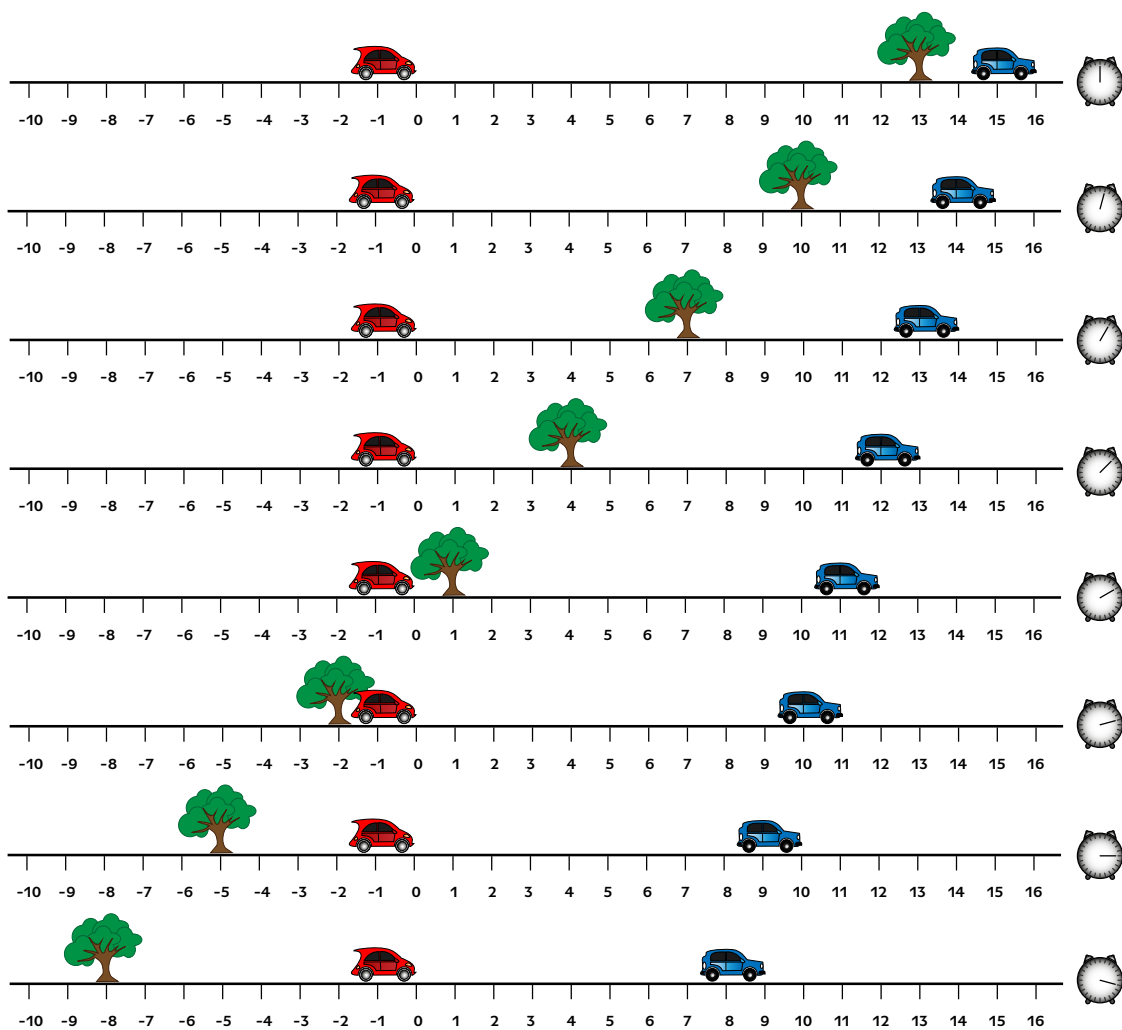


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 1 (b)

Figura 37 - Solução da atividade 1 (b)

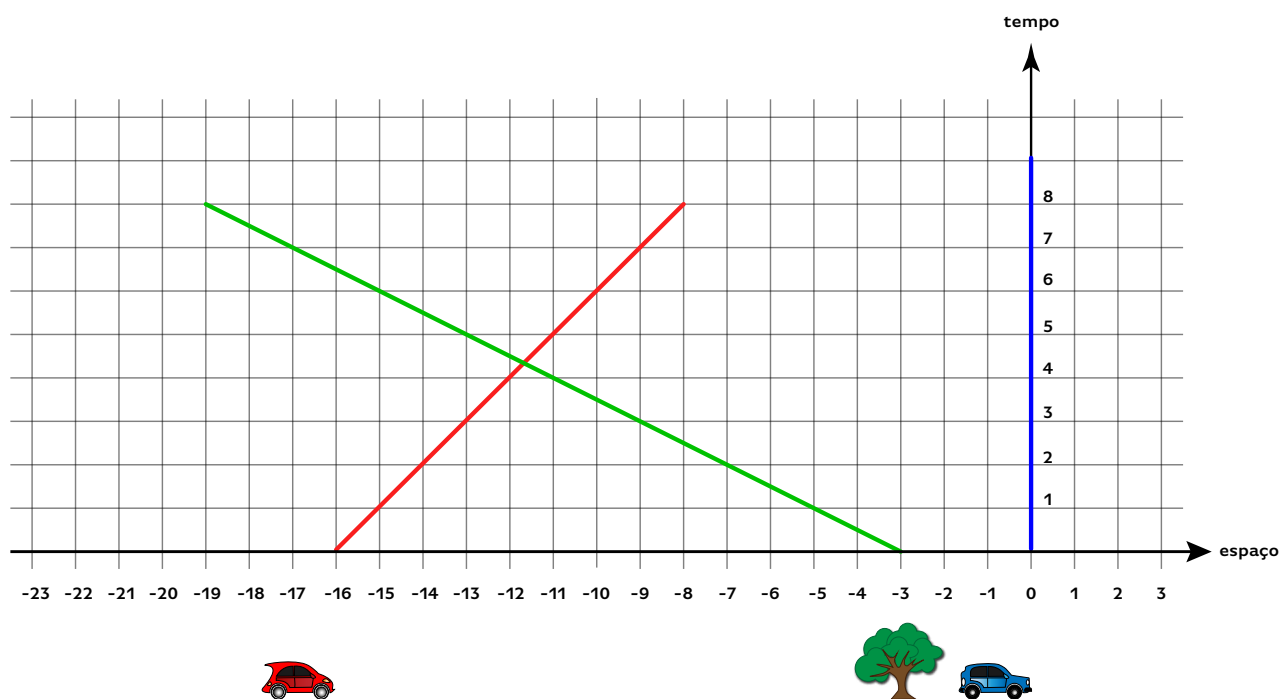


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 2 (a)

Figura 38 - Solução da atividade 2 (a)

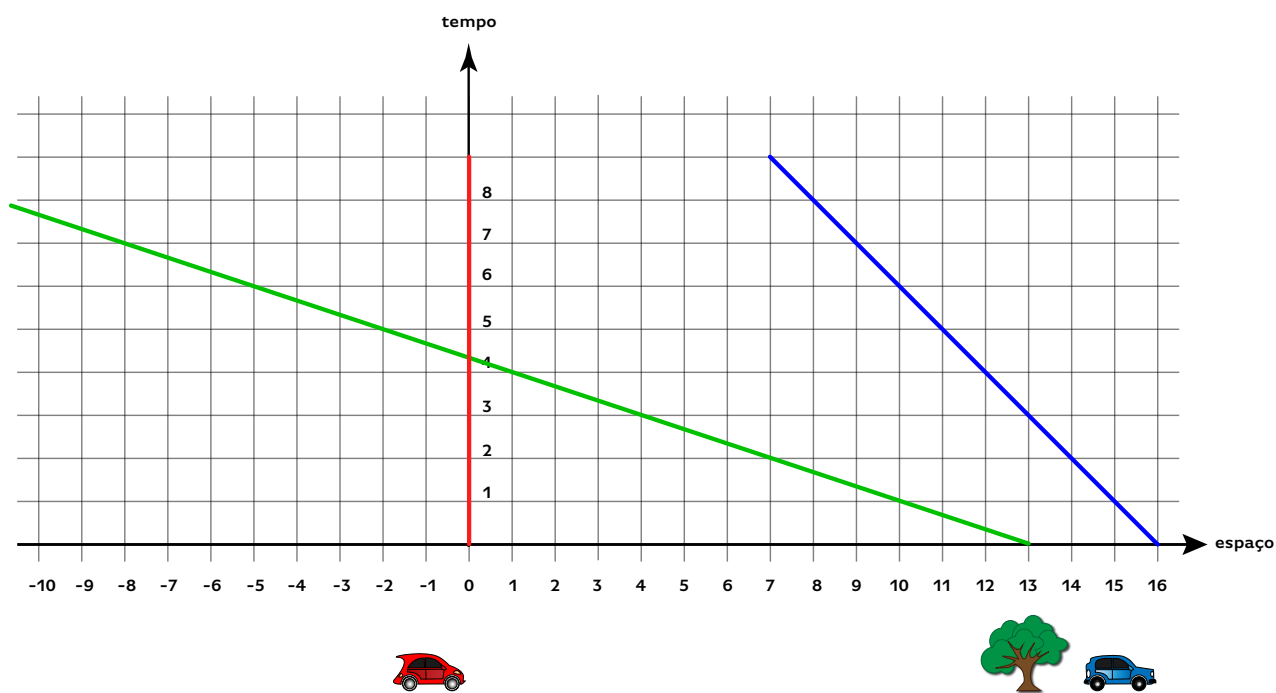


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 2 (b)

Figura 39 - Solução da atividade 2 (b)

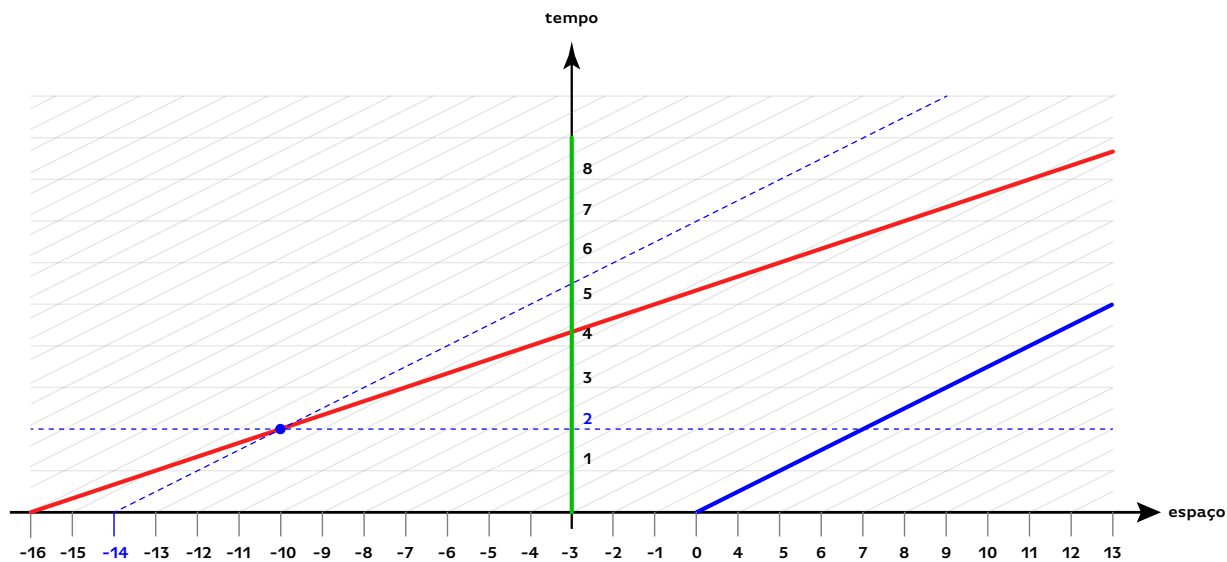


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 2 (c)

Figura 40 - Solução da atividade 2 (c)

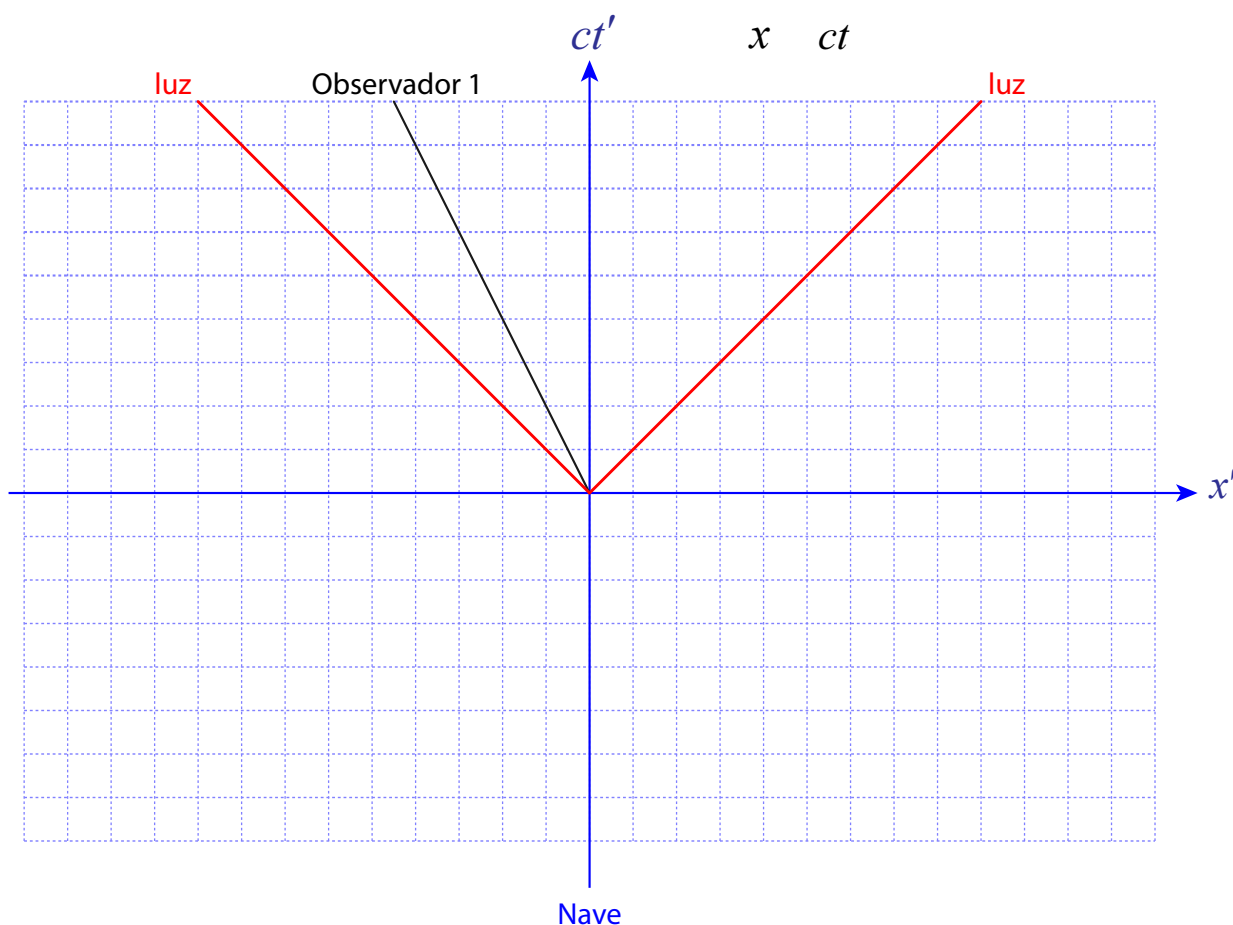


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 3 (a)

Figura 41 - Solução da atividade 3 (a)

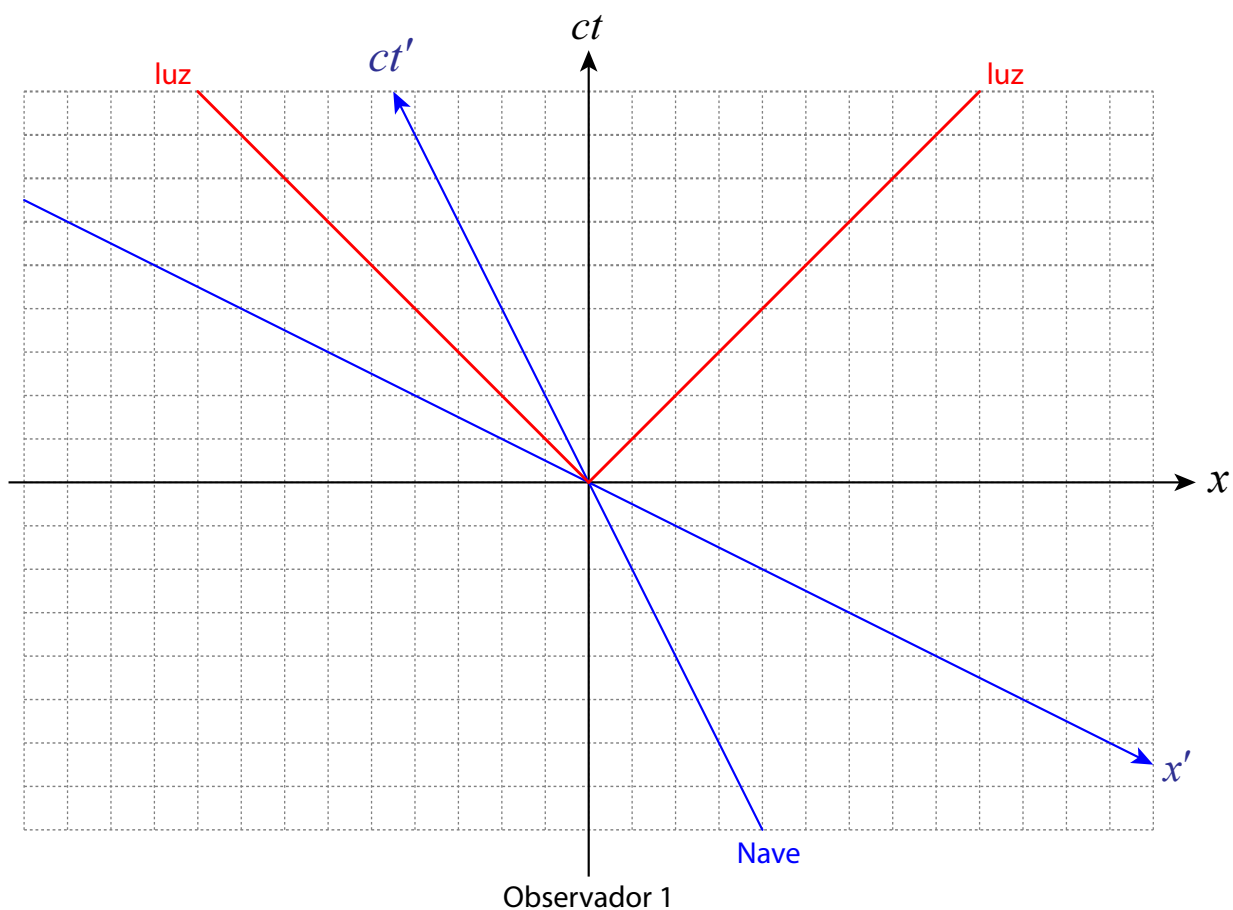


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 3 (b)

Figura 42 - Solução da atividade 3 (b)

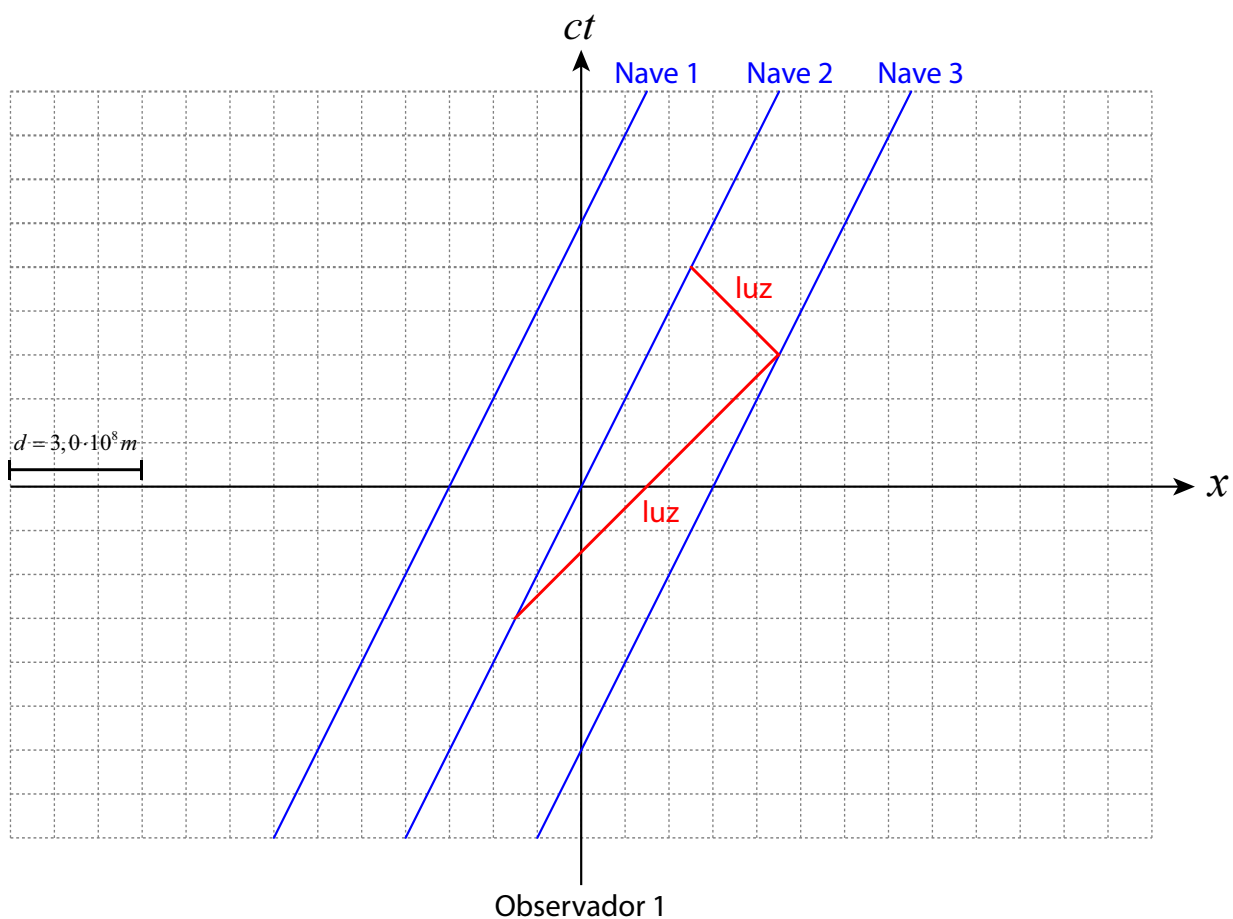


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 4 (a)

Figura 43 - Solução da atividade 4 (a)

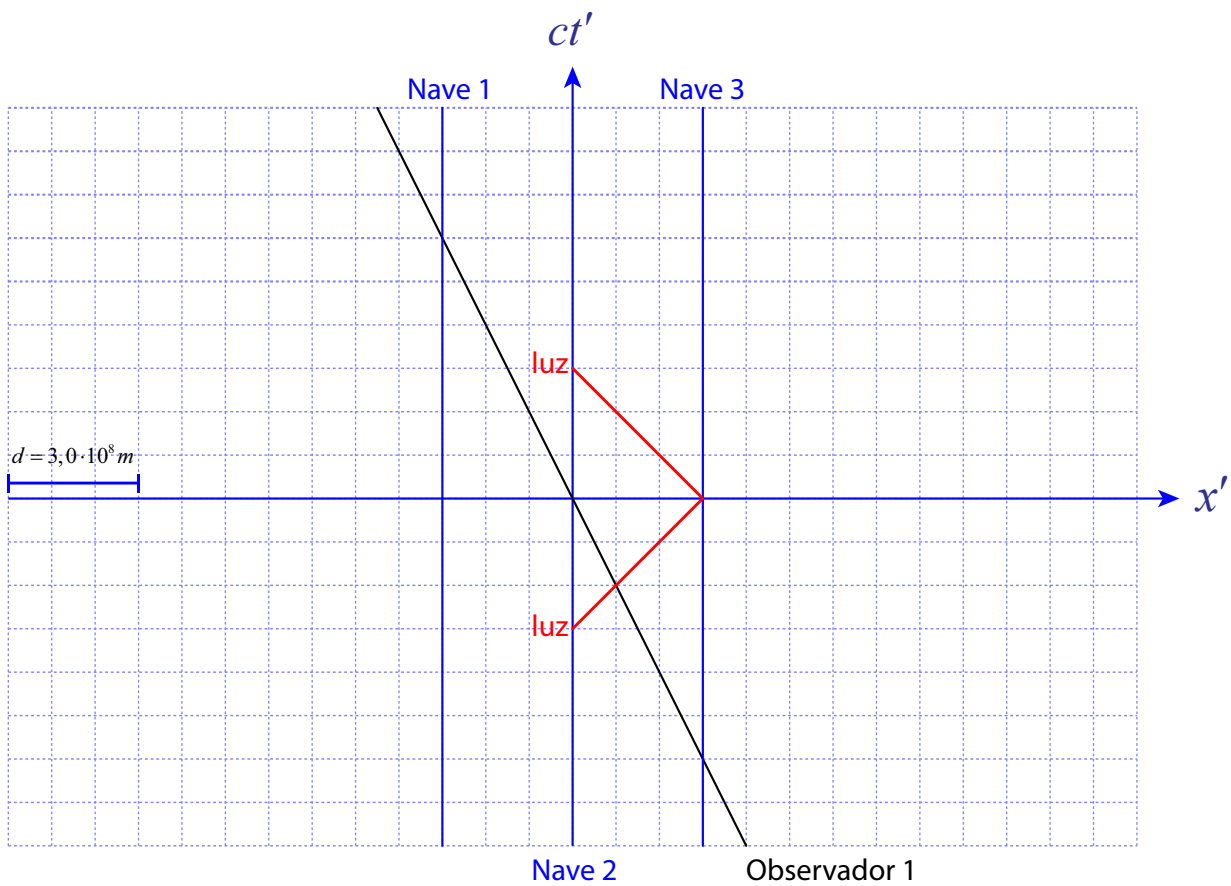


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 4 (b)

Figura 44 - Solução da atividade 4 (b)

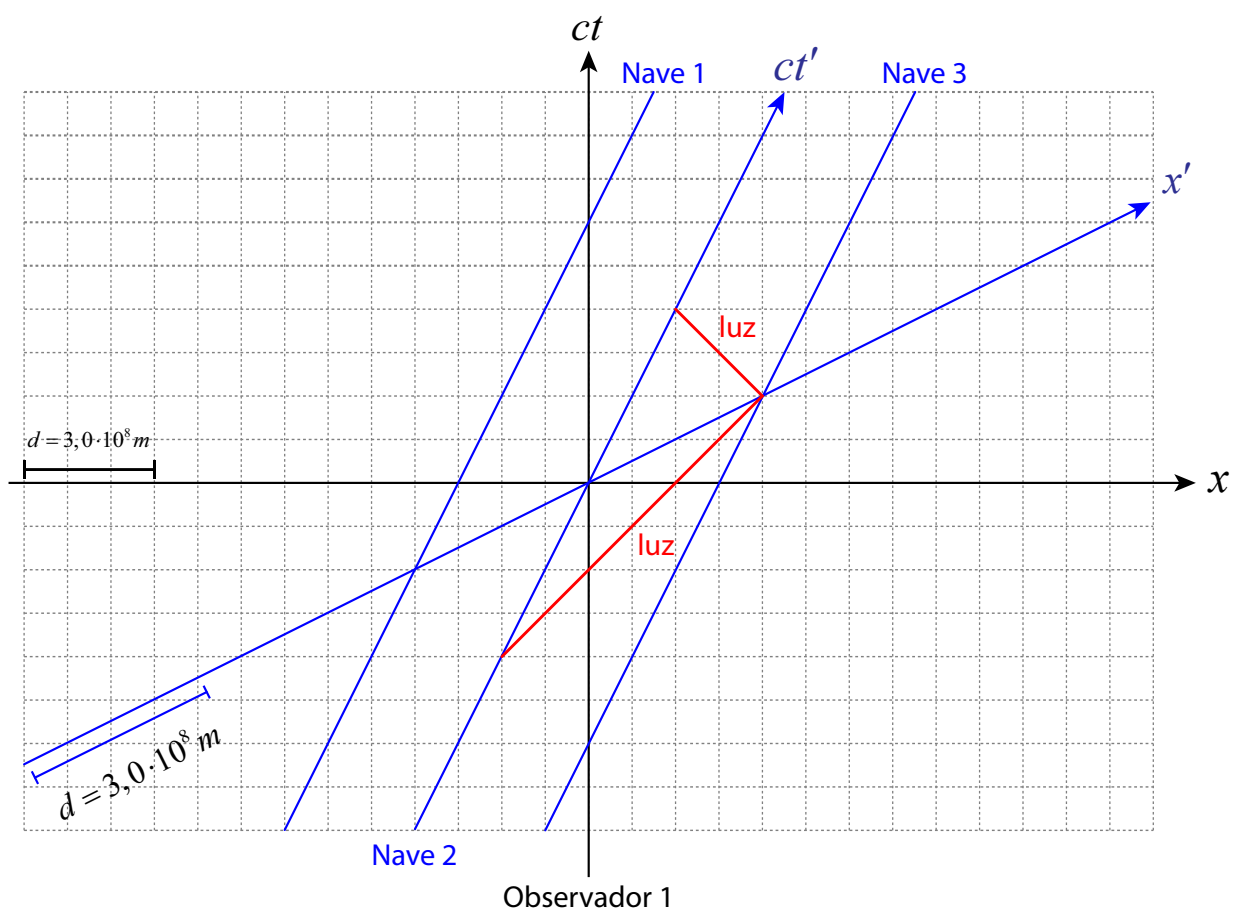


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 4 (c)

Figura 45 - Solução da atividade 4 (c)

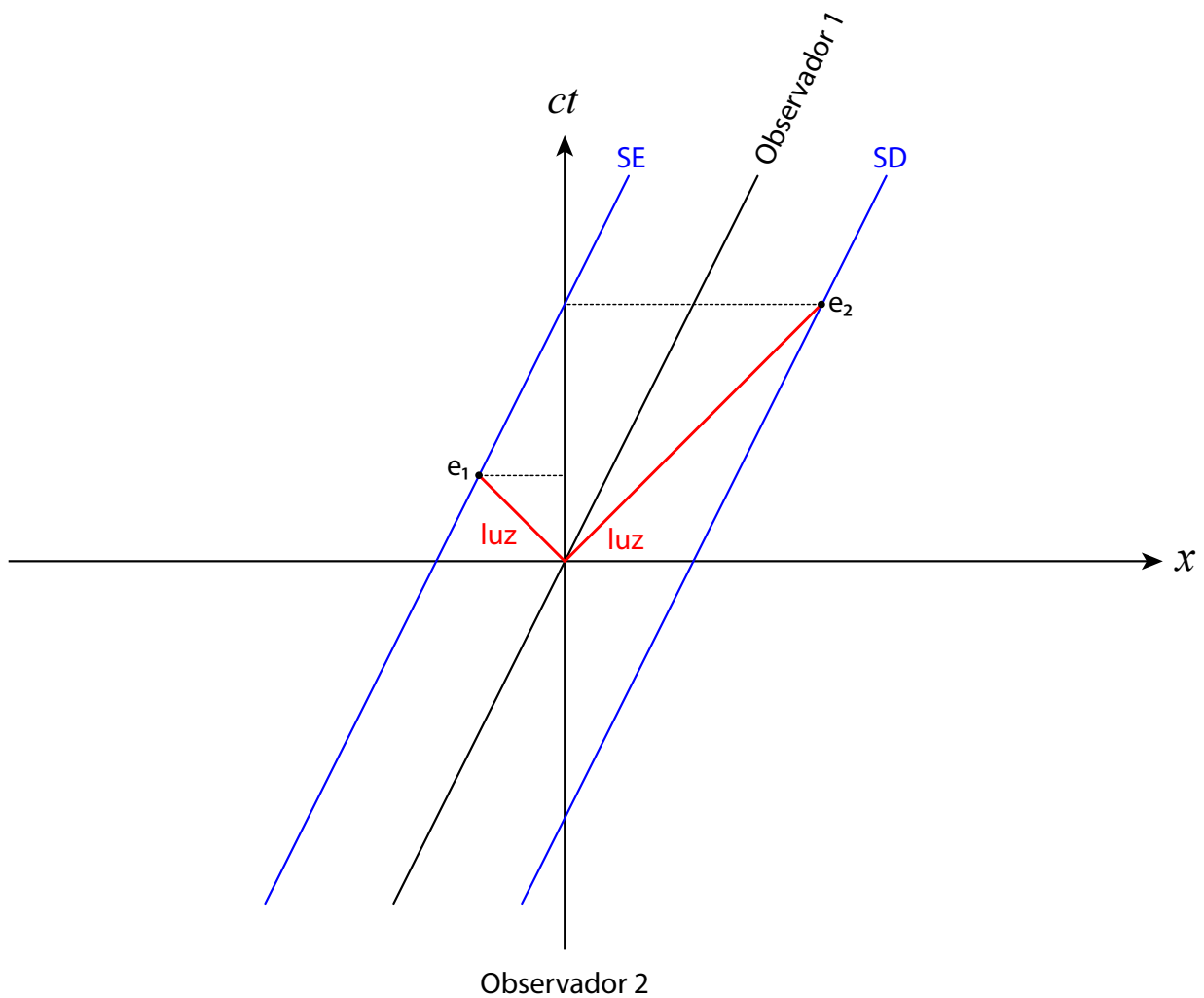


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 5 (a)

Figura 46 - Solução da atividade 5 (a)

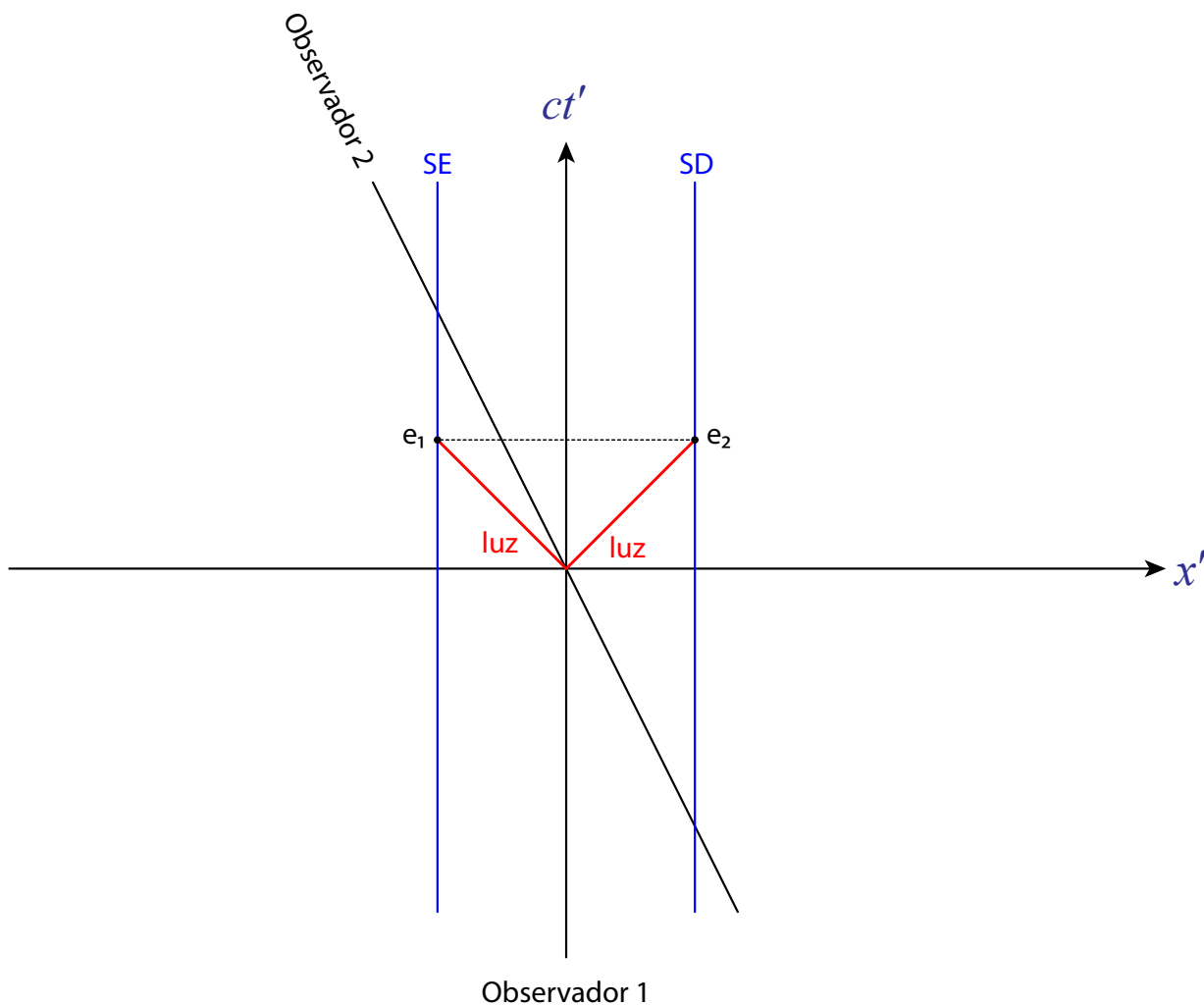


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 5 (b)

Figura 47 - Solução da atividade 5 (b)

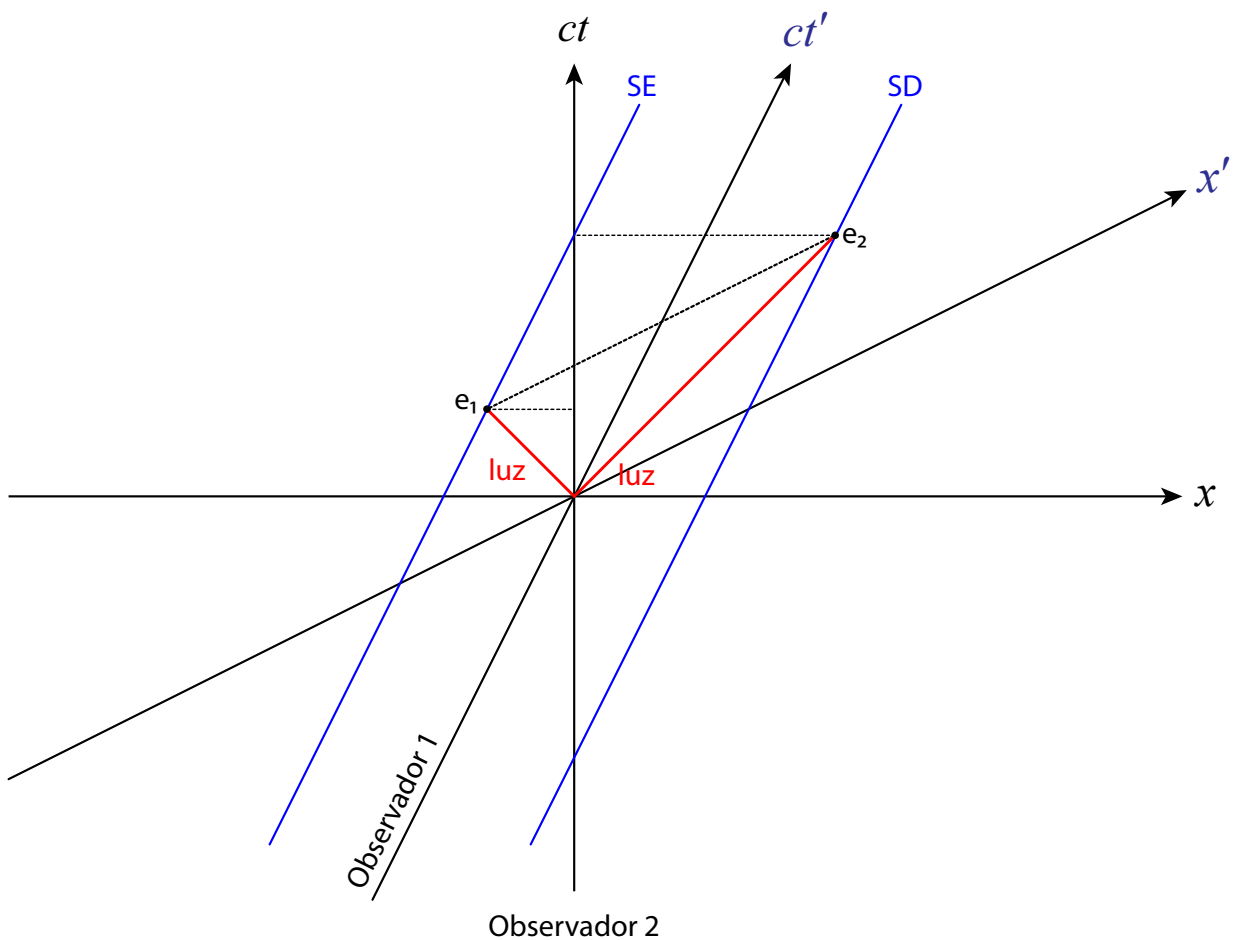


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 5 (c)

Figura 48 - Solução da atividade 5 (c)

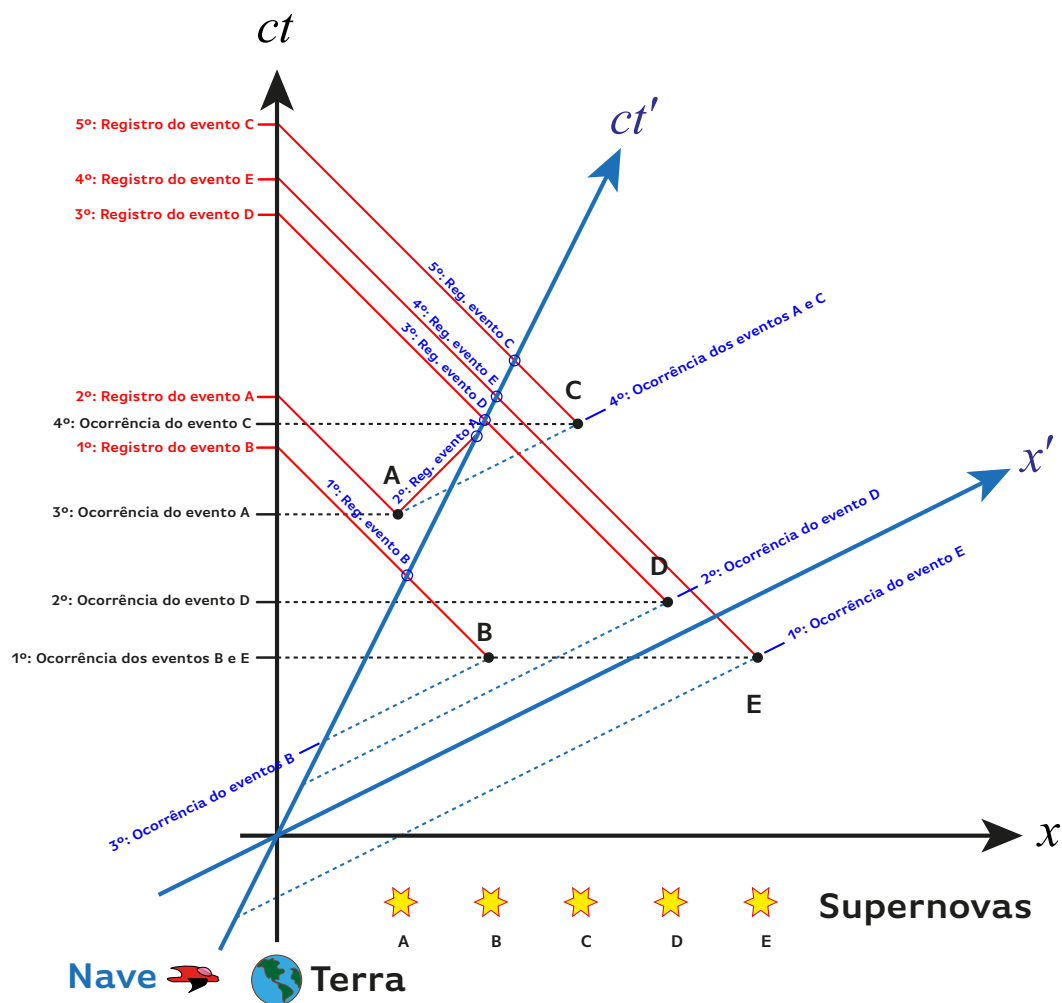


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 6 (a, b, c, d)

Figura 49 - Solução da atividade 6

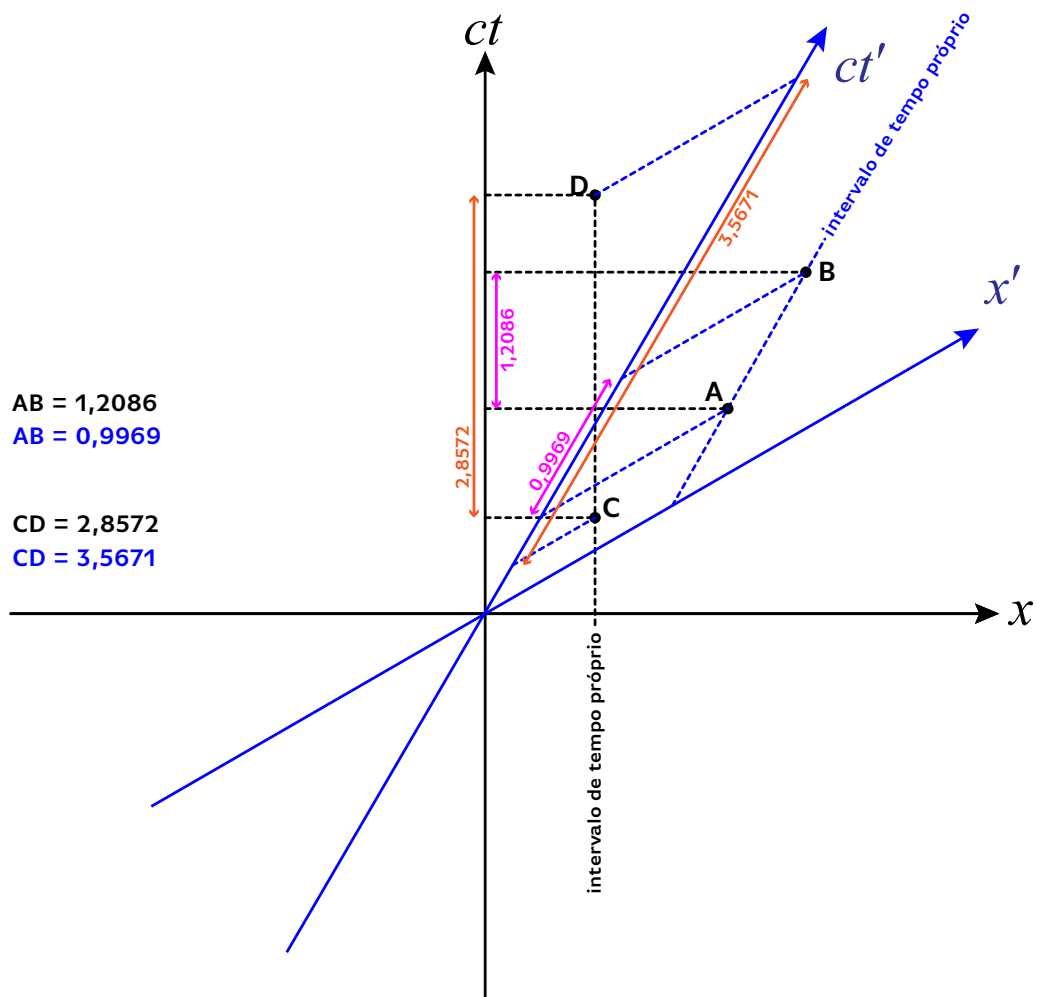


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 7 (a, b, c, d)

Figura 50 - Solução da atividade 7

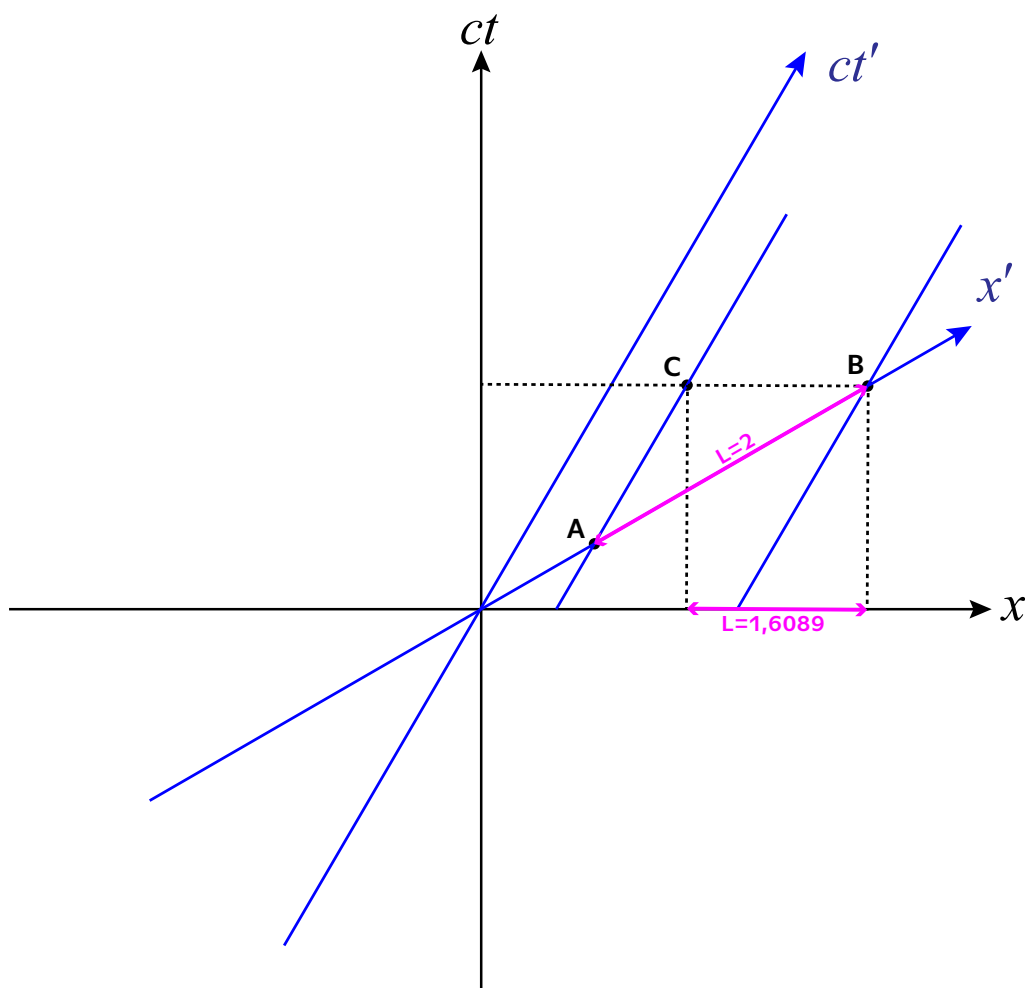


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 8 (a, b)

Figura 51 - Solução da atividade 8

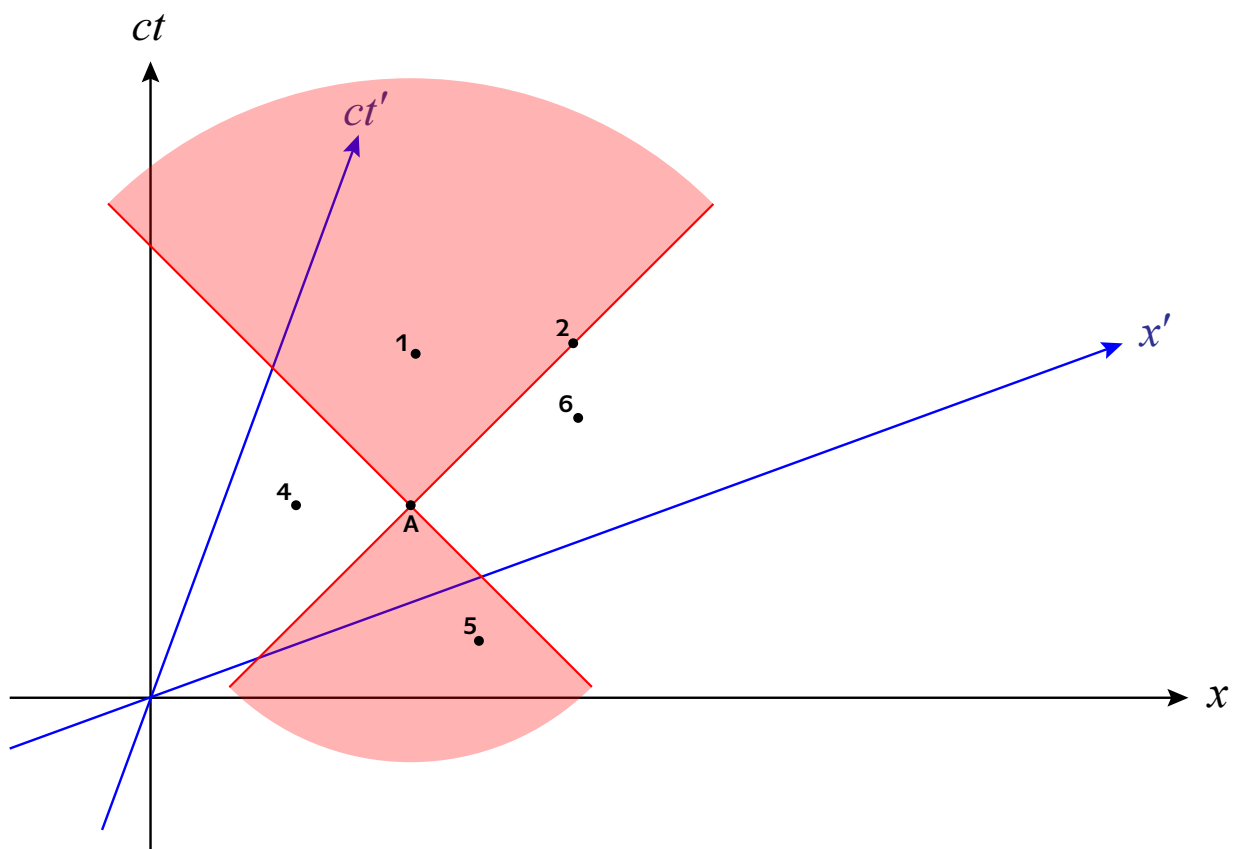


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 9 (a, b)

Figura 52 - Solução da atividade 9

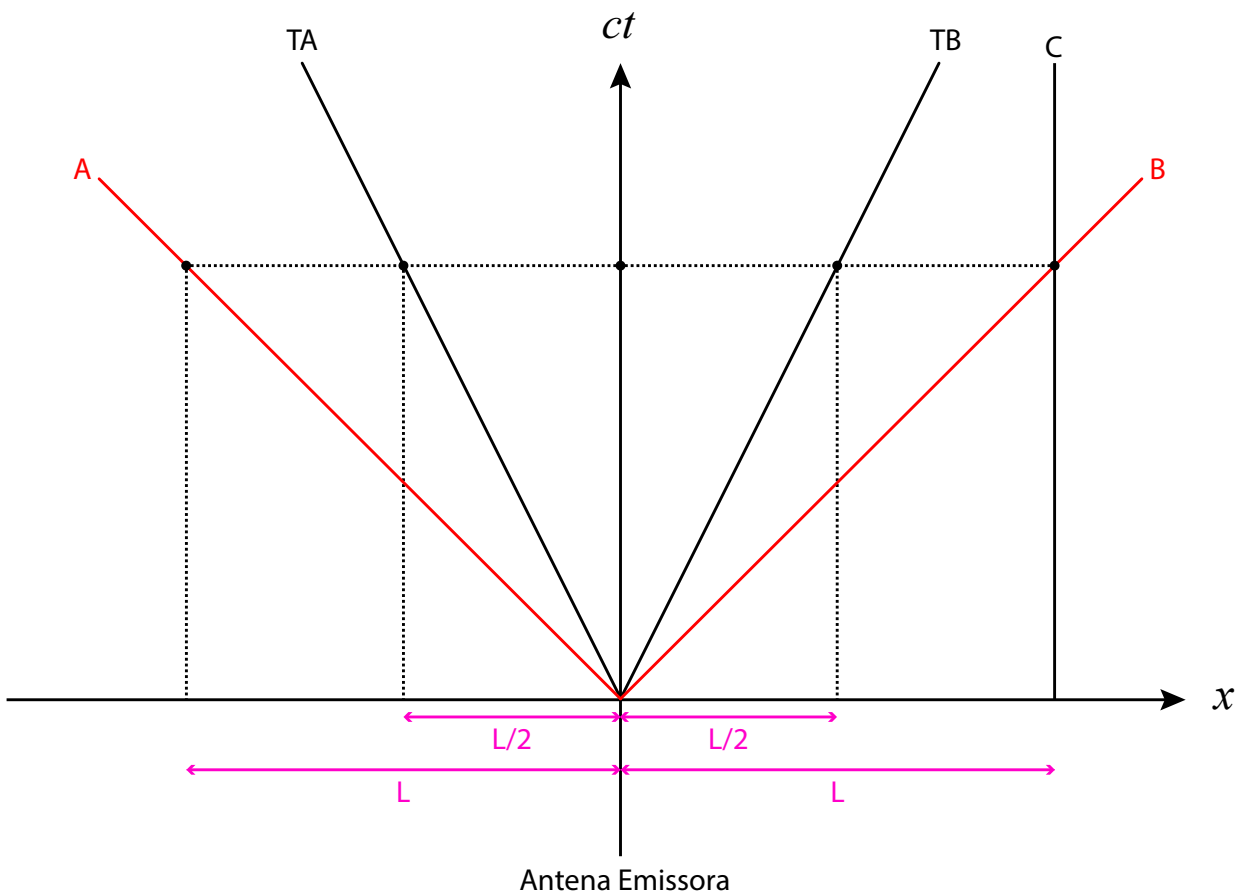


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 10 (a)

Figura 53 - Solução da atividade 10 (a)

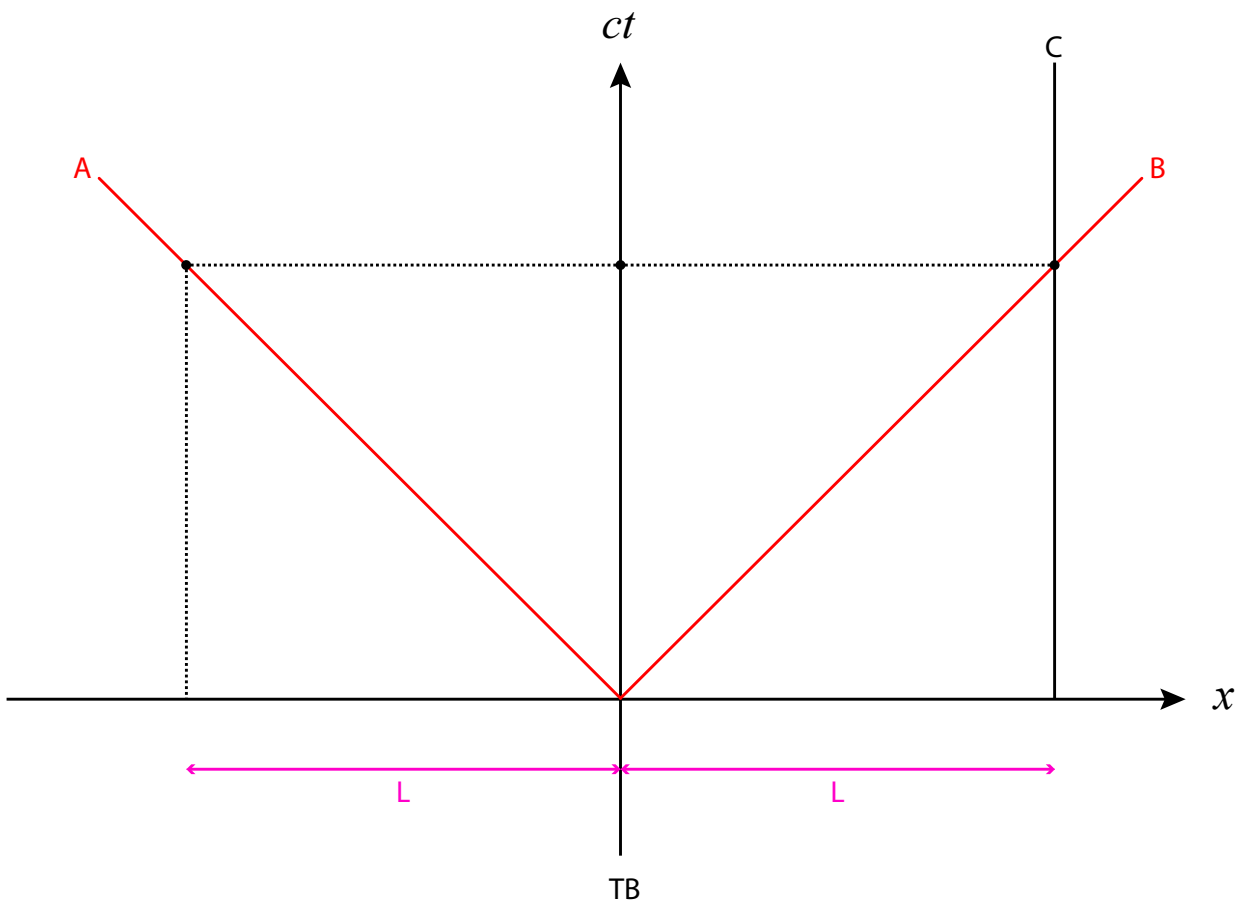


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 10 (b)

Figura 54 - Solução da atividade 10 (b)

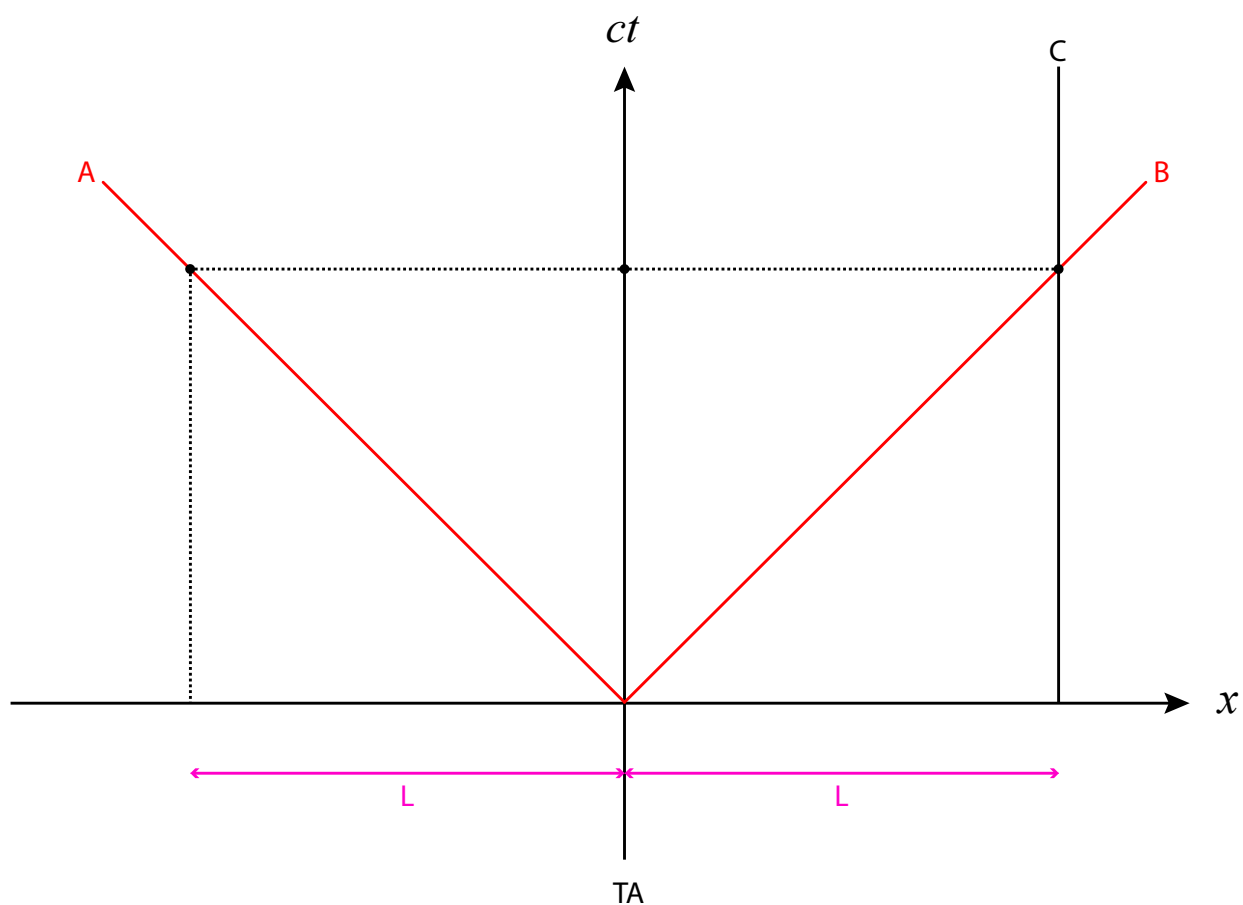


Fonte: Autoria própria (2022)

SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES

ATIVIDADE 10 (c)

Figura 55 - Solução da atividade 10 (c)



Fonte: Autoria própria (2022)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O produto educacional em questão foi validado em uma escola da rede pública federal de ensino, especificamente o curso Técnico Integrado em Edificações do Instituto Federal do Paraná (IFPR), campus Foz do Iguaçu. No momento de sua implementação este curso possuía duração de quatro (4) anos e acontecia na modalidade integrado, onde o Ensino Médio e o Ensino Técnico ocorriam concomitantemente, tendo como proposta uma integração da base nacional comum curricular com as disciplinas da área técnica a qual o curso pertence.

Porém, dada a sua versatilidade, acredita-se que este produto também possa ser utilizado como material didático complementar sobre Teoria da Relatividade Restrita em cursos de níveis de instrução superiores ao da Educação Básica, como nos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Física, tanto na modalidade de ensino presencial quanto no ensino à distância, assim como em ambientes formais ou informais de educação, desde que com condições estruturais mínimas para isso.

Dessa forma, a partir da apropriação deste produto por outros(as) professores(as) espera-se fomentar a inclusão de Física Moderna e Contemporânea nos currículos da Educação Básica, assim como contribuir para a superação de alguns desafios sugeridos pela literatura acerca do ensino-aprendizagem da Teoria da Relatividade Restrita.

Por fim, cabe salientar que este produto educacional está aberto a críticas e sugestões feitas por aqueles que vierem a se apropriar desta proposta, não sendo este um produto acabado. Acredita-se que através de sucessivas aplicações deste, contribuições irão surgir naturalmente e essas serão sempre bem vindas. Através das necessárias revisões demandadas por essas contribuições, espera-se não só alcançar os objetivos pretendidos quando no momento de sua elaboração, mas também atingir novos objetivos sugeridos dialéticamente por essas revisões. Somente assim, a partir de reflexões inerentes ao “chão de sala”, este produto educacional se tornará efetivo ao público a que se destina.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARTIGOS

AYALA FILHO, A. L. A construção de um perfil para o conceito de referencial em Física e os obstáculos epistemológicos à aprendizagem da teoria da relatividade restrita. **Investigações em Ensino de Ciências**, Pelotas, v. 15, n. 1, p. 155-179, jan. 2010. Disponível em: <https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/319/206>. Acesso em: 16 maio 2023.

CARVALHO JUNIOR, G. D. O esquema de movimento como organizador da ação em mecânica clássica e relativística. **Investigações em Ensino de Ciências**, Pelotas, v. 20, n. 3, 2015. Disponível em: <https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/36>. Acesso em: 16 maio 2023.

CARVALHO JÚNIOR, G. D.; AGUIAR JUNIOR, O. G. Os campos conceituais de Vergnaud como ferramenta para o planejamento didático. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 25, n. 2, p. 207-227, 2008. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2008v25n2p207>. Acesso em: 16 maio 2023.

CAYUL, E.; ARRIASSECO, I. Utilización de los diagramas de Minkowski para la enseñanza de la Teoría Especial de la Relatividad en la escuela secundaria. **Revista de Enseñanza de La Física**, Córdoba, v. 27, n. 2, p. 232-331, nov. 2015. Disponível em: <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaEF/article/view/12622/12898>. Acesso em: 16 maio 2023.

CONTO, G. et al. Cálculo K: Uma abordagem alternativa para a relatividade especial. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 35, n. 4, p. 1-10, 2013. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/yFywBzqTYRJD6s7VXLR97jH/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 16 maio 2023.

LIVROS

BOHM, D. **A teoria da relatividade restrita**. 1. ed. São Paulo: Editora Unesp, 2015.

HEWITT, P. G. **Física conceitual**. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2002.

RESNICK, R. **Introdução à relatividade especial**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1971.

TAKEUCHI, T. **An illustrated guide to relativity**. New York: Cambridge University Press, 2010.