

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

RENAN MONTEIRO DE FARIA

**MINIMIZAÇÃO DA CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO EM COMPONENTES
MECÂNICOS VIA OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL**

**LONDRINA
2023**

RENAN MONTEIRO DE FARIA

**MINIMIZAÇÃO DA CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO EM COMPONENTES
MECÂNICOS VIA OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL**

**Minimization of stress concentration in mechanical components by structural
optimization**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Mecânica da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
Orientador: Prof. Dr. João Luiz do Vale
Coorientador: Prof. Dr. Jéderson da Silva

**LONDRINA
2023**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

RENAN MONTEIRO DE FARIA

**MINIMIZAÇÃO DA CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO EM COMPONENTES
MECÂNICOS VIA OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Mecânica da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 12/maio/2023

João Luiz do Vale
Doutorado em Engenharia Mecânica
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Jéderson da silva
Doutorado em Engenharia Mecânica
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Diego Amadeu Furtado Torres
Doutorado em Engenharia Mecânica
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Ricardo de Vasconcelos Salvo
Doutorado em Engenharia Mecânica
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

LONDRINA

2023

Dedico este trabalho ao meus pais e meu irmão, que sempre me deram
suporte e apoio.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais por toda a contribuição, apoio e ensinamentos proporcionados até o presente momento. Em especial agradeço a minha mãe por sempre me incentivar a estudar e continuar lutando. Agradeço ao meu irmão Cristian Monteiro de Faria por ser meu exemplo de sabedoria e pessoa.

Um agradecimento a minha namorada Larissa Fernandes Monteiro por me apoiar e estar presente nesse momento tão importante na minha vida, um agradecimento especial aos meus queridos amigos Henrique Augusto Fabiano, Glauco Claus, Guilherme Vicente, e Gabryel Venzel, por todo apoio e ajuda durante essa caminhada, pelo crescimento pessoal que me proporcionaram. Vocês são como irmãos para mim, obrigado por tudo até aqui.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. João Luiz do Vale e meu coorientador Prof. Dr. Jéderson da Silva, pela sabedoria e paciência com que me guiaram e me instruíram.

Gostaria de agradecer a todos os professores por todo o conhecimento concedido durante toda a graduação. Em especial a todos os professores do cursinho, por ser um marco na minha vida acadêmica.

E por fim, um agradecimento a todos que de alguma forma me acolheram e me ajudaram para que eu conseguisse chegar até aqui.

“Tenho apenas duas mãos
e o sentimento do mundo” (ANDRADE,
Carlos, 1940).

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma abordagem para minimização das concentrações de tensão em componentes mecânicos utilizando o ANSYS®. O propósito é desenvolver soluções que possam ajudar a reduzir níveis de tensão máxima em regiões de concentração de tensão em componentes mecânicos. A minimização de concentrações de tensão é um desafio importante em engenharia, pois esses pontos são comuns em muitos componentes mecânicos, como juntas soldadas, furos, entalhes e chanfros. Esses concentradores podem reduzir significativamente a resistência mecânica do componente, resultando em falhas prematuras. Portanto, é essencial desenvolver métodos para minimizar essas concentrações de tensão, aumentando a vida útil do componente e reduzindo custos de manutenção e reparo. Para alcançar essa finalidade, foram propostos três problemas de engenharia, cada um com sua própria função objetivo e variáveis de projeto. O primeiro problema consistiu em uma placa plana simétrica com um furo central e um aliviador de tensão, no qual a função objetivo era reduzir a concentração de tensão por meio da alteração das variáveis de projeto. Foram testados dois métodos de otimização, *Nonlinear Programming by quadratic Lagrangion* (NLPQL) e *Adaptive Single-Objective*, e o último foi escolhido para os outros dois problemas, pois é independente da condição inicial e tende a encontrar um ótimo global da função objetivo. O segundo problema consistiu em uma barra filetada, com a função objetivo de reduzir a concentração de tensão por meio da alteração do entalhe. Neste caso, houve uma redução significativa da concentração de tensão. O terceiro problema foi uma viga com furos assimétricos, com o objetivo de reduzir a tensão máxima de von Mises. Neste caso, aumentar o número de variáveis de projeto foi menos significativo do que no problema 2. Os resultados obtidos mostraram que a abordagem proposta pode ser eficaz na redução de concentrações de tensão em componentes mecânicos e que o método *Adaptive Single-Objective* é uma abordagem eficaz para otimização de componentes mecânicos.

Palavras-chave: ANSYS®, concentrações de tensão, otimização estrutural, Adaptive Single-Objective.

ABSTRACT

This work has as objective to present an approach to minimize stress concentrators in mechanical components using ANSYS®. The objective is to develop solutions that can help reduce maximum stress levels in stress concentration in mechanical components. Stress concentration minimization is an important challenge in engineering because these points are common in many mechanical components, such as welded joints, holes, notches, and chamfers. These stress concentrators can significantly reduce the mechanical strength of the component, resulting in premature failure. Therefore, it is essential to develop method to minimize these stress concentrators, increasing the component's useful life and reducing maintenance and repair costs. To achieve this objective, three engineering problems were developed, each with its own objective function and design variables. The first problem consisted of a symmetrical flat plate with a central hole and a stress reliever, in which the objective function was to reduce the stress concentrator by changing the design variables. Two optimization methods were tested, Nonlinear Programming by quadratic Lagrangion (NLPQL) and Adaptive Single-Objective, and the latter was chosen for the other two problems as it is independent of the initial condition to find the global optimum of the objective function. The second problem consisted of a threaded bar, with the objective of reducing stress concentration by altering the notch. In this case, there was a significant reduction in stress concentration. The third problem was an asymmetrically perforated beam, with the objective of reducing the maximum von Mises stress, where increasing the design variable was less significant than problem 2. The results obtained showed that the proposed approach can be effective in reducing stress concentrators in mechanical components and that the Adaptive Single-Objective method is an effective approach for optimizing mechanical components.

Keywords: ANSYS®, stress concentrators, optimization, Adaptive Single-Objective.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Ábacos de valor de kt : (a) ábaco da barra filetada em tração; (b) ábaco da placa plana com orifício circular em tração; (c) ábaco da barra filetada em flexão.	13
Figura 2 - Distribuição de linhas de força interna: (a) mudança de seção brusca; (b) suavização das linhas de força por meio de alterações geométricas; (c) suavização das linhas de força utilizando de aliviadores de tensão.	15
Figura 3 - Tipos de elementos finitos.....	16
Figura 4 - Exemplo de otimização estrutural dimensional: (a) geometria primitiva; (b) geometria otimizada	19
Figura 5 - Exemplo de otimização estrutural de forma	21
Figura 6 - Exemplo de otimização topológica	23
Figura 7 - Otimização de filete em tração pura.....	27
Figura 8 - Fluxograma	28
Figura 9 - Regiões de acompanhamento das tensões ao longo do processo de otimização	34
Figura 10 - Característica das malhas dos problemas simulados: (a) Placa plana simetria; 6403 elementos e 13275 nós; (b) barra filetada: 13629 elementos e 27710 nós; (c) viga assimétrica: 18111 elementos e 37155 nós.....	36
Figura 11 - Distribuição do campo de tensão σ_x na placa simétrica: (a) Placa plana com aliviador de tensão longe; (b) placa plana com aliviador de tensão perto.	38
Figura 12 - (a) Mapa da função objetivo da placa plana obtido mediante varredura; (b) Curva de nível da função objetivo da placa plana.	40
Figura 13 - Mapa de caminhos das simulações: (a) simulação 1 utilizando o método NLPQL; (b) simulação 2 utilizando o método <i>Adaptive Single-Objective</i>	41
Figura 14 - Mapa de caminhos das simulações: (a) simulação 3 utilizando o método NLPQL; (b) simulação 4 utilizando o método <i>Adaptive Single-Objective</i>	42
Figura 15 - Comparação dos campos de tensões σ_x da placa plana simétrica da: (a) placa plana primitiva com aliviador distante do furo; (b) placa plana primitiva com aliviador próximo ao furo; (c) placa plana otimizada simulação 1, redução de 0% no kt ; (d) placa plana otimizada simulação 2, redução de 21,77% no kt ; (e) placa plana otimizada simulação 3, redução de 17,33% no kt ; (f) placa plana otimizada simulação 4, redução de 17,33% no kt	44
Figura 16 - Distribuição do campo de tensão de von Mises na placa simétrica.	45
Figura 17 - Distribuição do campo de tensão σ_y na placa simétrica.	46
Figura 18 - Histórico do fator de concentração de tensão do processo de otimização para barra filetada submetida a tração pura.	47
Figura 19 - Histórico do fator de concentração de tensão do processo de otimização para barra filetada submetida flexão pura	48
Figura 20 – Histórico do fator de concentração de tensão do processo de otimização para barra filetada submetida a forças combinadas.....	49
Figura 21 - Geometria primitiva e otimizadas em tração: (a) geometria primitiva; (b) geometria com 3 variáveis; (c) geometria com 4 variáveis; (d) geometria com 5 variáveis.	50

Figura 22 - Geometria primitiva e otimizadas em flexão: (a) geometria primitiva; (b) geometria com 3 variáveis; (c) geometria com 4 variáveis; (d) geometria com 5 variáveis.	52
Figura 23 - Geometria primitiva e otimizadas em combinado: (a) geometria primitiva; (b) geometria com 3 variáveis; (c) geometria com 4 variáveis; (d) geometria com 5 variáveis.	54
Figura 24 - Fator de concentração de tensão: (a) Percentual de redução; (b) Valores otimizados.....	56
Figura 25 - Comparação dos campos de tensões na barra filetada com 5VDP: (a) tensão σ' em tração pura; (b) tensão σ_x em tração pura; (c) tensão σ' em flexão pura; (d) tensão σ_x em flexão pura; (e) tensão σ' carregamento combinado; (f) tensão σ_x carregamento combinado.	58
Figura 26 - Monitoramento das tensões máximas de von Mises ao longo do processo de otimização da viga com furos assimétricos: (a) 3 variáveis de projeto; (b) 4 variáveis de projeto; (c) 5 variáveis de projeto.....	60
Figura 27 - Campo de tensões nas geométricas primitiva e otimizadas: (a) geometria primitiva; (b) geometria com 3 variáveis; (c) geometria com 4 variáveis; (d) geometria com 5 variáveis.	62
Figura 28 - Campo de tensões σ_y nas geométricas primitiva e otimizadas: (a) geometria com 3 variáveis; (b) geometria com 4 variáveis; (c) geometria com 5 variáveis.	65
Figura 29 - Placa plana simétrica	73
Figura 30 - Barra filetada	73
Figura 31 - Viga com furos assimétricos	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados gerais dos problemas propostos	30
Tabela 2 - Propriedades do material.....	35
Tabela 3 - Mapeamento fatorial da região viável da placa plana.....	39
Tabela 4 - Resultados das simulações da placa plana simétrica.....	43
Tabela 5 - Resultados obtidos do problema da viga com furos assimétricos. ..	63

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
2	OBJETIVOS	10
2.1	Objetivos específicos	10
3	JUSTIFICATIVA	11
4	REVISÃO CONCEITUAL E BIBLIOGRÁFICA	12
4.1	Concentrador de tensão	12
4.3	Otimização estrutural	17
4.3.1	Definição do problema matemático geral de otimização	18
4.3.2	Métodos de otimização estrutural dimensional	19
4.3.3	Métodos de otimização estrutural de forma	20
4.3.4	Métodos de otimização estrutural de topologia	22
4.4	Otimização estrutural utilizando programas de otimização	24
5	METODOLOGIA	28
5.1	Definição dos problemas de otimização estrutural	29
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO	38
6.1	Placa plana simétrica	38
6.2	Barra filetada	46
6.3	Viga com furos assimétricos	59
7	CONCLUSÃO	67
	REFERÊNCIAS	69
	APÊNDICE A	73

1 INTRODUÇÃO

A busca por melhoria contínua e a competitividade no mercado faz com que as indústrias procurem por métodos para redução de custo e aumento da eficiência de seus produtos. O aumento na procura por produtos otimizados está atribuído, geralmente, ao fato de que estruturas ótimas apresentam um melhor desempenho (ROCHA, 2017). Uma alternativa que vem ganhando cada vez mais espaço nas indústrias é a utilização de técnicas de otimização estrutural.

A otimização estrutural busca encontrar o melhor componente satisfazendo as restrições impostas do projeto, com o objetivo de minimizar ou maximizar uma ou várias funções de qualidade do desempenho da estrutura (função objetivo) (ROZVANY, 1992). Exemplos de modificação na estrutura durante o processo de otimização englobam mudanças na geometria, na massa, nas propriedades materiais, nas dimensões, na topologia¹ e no contorno (VASILIEV; GÜRDAL, 1999).

Um exemplo de otimização pode ser um projeto que tem como objetivo minimizar a massa do componente mecânico sem ultrapassar a tensão de escoamento do material, considerando o critério de falha estática de energia de distorção máxima. As variáveis de projeto são os parâmetros que podem variar conforme a necessidade para otimizar a função objetivo (HAFTKA e GÜRDAL, 1992). O número de variáveis de projeto (NVP) está intrinsecamente ligado ao desempenho desse projeto, pois quanto maior a quantidade de variáveis de projetos, mais parâmetros se podem alterar e mais configurações da estrutura se pode avaliar (MARTÍNEZ; SANTOS, 1995). Cabe destacar que o uso de *softwares* como ferramenta para esse tipo de projeto é de grande importância, já que é possível ter uma análise e simulação do comportamento da estrutura e a construção de modelos numéricos complexos como por exemplo, utilizando do Método de Elementos Finitos (MEF), para cálculos de tensão e utilizá-los para fazer processos iterativos de otimização. (ROCHA, 2004).

Visto isso, pode-se classificar a otimização estrutural quanto ao tipo de estrutura: discreta ou contínua. Para estruturas discretas, Rozvany (1997) descreve que o objetivo está relacionado com a busca pelo número, tamanho, posição e

¹ Topologia: descrição da superfície detalhada de uma geometria, área ou região.

conectividade dos elementos. Para estruturas contínuas, Bendsøe e Sigmund (2003) descrevem que o processo de otimização busca definir a forma, a quantidade e a posição dos furos, ou vazios e os contornos da estrutura.

Quanto ao tipo da natureza do processo de otimização estrutural, há três diferentes categorias, segundo Bendsøe (1995): otimização dimensional ou paramétrica, otimização de forma e otimização topológica. Na otimização dimensional não há variação na geometria e na topologia da estrutura. Um exemplo, seria analisar a seção transversal de barras aplicadas em uma treliça com o intuito de diminuir ou aumentar sua espessura (STOLPE, 2003; BENDSØE; SIGMUND, 2003; STAINKO, 2006a). Na otimização de forma, a geometria é parametrizada em função de variáveis que determinam a forma. Este método visa a configuração ótima do contorno, mas assim como a otimização dimensional não existe alteração na continuidade do componente (BENDSØE; SIGMUND, 2003; STOLPE, 2003), sendo sua aplicação mais usual em problemas de concentração de tensão (STOLPE, 2003). Por fim, a otimização topológica permite a mudança da conectividade da estrutura, ou seja, a continuidade do elemento não precisa ser preservada em determinadas regiões, possibilitando o aparecimento ou preenchimento de furos ao longo do domínio (BENDSØE, 1995; BENDSØE; SIGMUND, 2003).

Embora exista um aprimoramento contínuo em indústrias atualmente, segundo o Norton (2013), elementos como furos, pinos, entalhes² entre outros ainda são frequentes em projetos mecânicos. Esses elementos têm em comum a característica de deixar a peça com seção transversal descontínua, às vezes pode ser um requisito funcional. Segundo Hibbeler (2010), as discontinuidades de componentes mecânicos são regiões críticas, devido ao aparecimento de valores de tensão superiores ao valor nominal calculado. Esse aumento de tensão localizada é o que denominamos de concentração de tensão. Zahavi (1996) aponta que essa região sofre influência tanto da geometria quanto do tipo de carregamento imposto, além de apresentar grande possibilidade de nucleação de trinca e conseqüentemente de falha. Quando se leva em consideração concentrações de tensão e fadiga (principal falha de componentes mecânicos), Norton (2013) alega que falhas por fadiga sempre têm

² Entalhe: qualquer contorno geométrico que perturbe o fluxo de forças internas pela peça.

início com uma pequena trinca que se desenvolve ao longo do tempo, devido às deformações cíclicas nas concentrações de tensão.

Por isso, ressalta-se a importância da otimização de estruturas em projetos de engenharia com o intuito de minimizar a concentração de tensão, visando componentes otimizados, uma vez que a redução do concentrador promove a redução de certos parâmetros da geometria, gerando componentes mais seguros e/ou com maior durabilidade.

2 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo a minimização de concentrações de tensão de componentes mecânicos, utilizando o programa ANSYS®, mediante otimização estrutural dimensional aplicada em problemas contínuos considerando diferentes tipos de entalhes. Ademais, a geometria ótima obtida é avaliada em relação às condições de carregamento impostas e à quantidade de variáveis de projeto empregadas na definição de cada problema de otimização analisado.

2.1 Objetivos específicos

O intuito geral do presente trabalho pode ser pormenorizado nos seguintes objetivos específicos:

- Desenvolver uma metodologia para problemas de otimização estrutural dimensional, na qual visa-se encontrar uma geometria com a concentração de tensão ótima (minimização) mediante a alteração dimensional das variáveis de projeto dentro da região viável³;
- Aplicar a metodologia para um problema de otimização estrutural dimensional, na qual visa-se encontrar uma geometria com concentração de tensão minimizada mediante a alteração dimensional das variáveis de projeto dentro da região viável;
- Simular a metodologia no programa ANSYS®; *Direct Optimization*, para otimização da estrutura e minimização da concentração de tensão;
- Avaliar as potencialidades e as limitações do programa;
- Avaliar a influência dos carregamentos impostos e da quantidade de variáveis de projeto no resultado obtido.

³ Região viável: região onde os valores de todas as variáveis de projeto não violam uma ou mais restrições do projeto.

3 JUSTIFICATIVA

A existência de estruturas mecânicas que geram concentrações de tensão, como por exemplo furos, entalhes, rasgos entre outros elementos, ocasiona um enfoque importante no concentrador de tensão, visto que este aumento localizado de tensão pode levar a falhas mecânicas de vários tipos.

A otimização de estruturas com o intuito de minimizar a concentração de tensão tem impacto direto em requisitos importantes de projeto, como por exemplo, prolongar a vida por fadiga (NORTON, 2013), aumentar o fator de segurança e a confiabilidade do produto, reduzir o custo ou otimizar o consumo de matéria prima. Coutinho (2006) aponta que o conceito de ótimo é um sistema eficiente que tenha uma relação custo-benefício vantajosa, visto que projetos de otimização são utilizados quando se busca a solução ótima. Assim, minimizar a concentração de tensão de componentes mecânicos e estruturais resulta em projetos mais eficientes e evita o desperdício de material, além de aumentar a confiabilidade do componente produzido. Neste sentido um componente otimizado pode ser mais competitivo no mercado.

4 REVISÃO CONCEITUAL E BIBLIOGRÁFICA

Este Capítulo apresenta uma revisão conceitual e bibliográfica dos tópicos de relevância deste trabalho. São discutidos as teorias e o histórico de estudos sobre concentração de tensão, Método de Elementos Finitos, otimização estrutural e sobre ferramentas computacionais de otimização.

4.1 Concentrador de tensão

Segundo Norton (2013), a maioria dos elementos de máquinas não apresentam seção transversal uniforme. Por exemplo, eixos podem apresentar encosto para rolamentos, rasgos ou furos para fixação. Essas mudanças na geometria da seção transversal causam intensificação de tensão de modo localizado, a qual é denominada de concentração de tensão e como geralmente as equações propostas para componentes mecânicos consideram a área de seção transversal constante, utilizamos o fator de concentração de tensão (k_t) que, segundo Pilkey (1997), pode ser definido como a razão entre a tensão máxima, normal a área da seção transversal não uniforme, aplicada no corpo (ou na região de concentração) e a tensão nominal ($\sigma_{x_{nom}}$), normal a área da seção transversal uniforme.

A Equação 1 mostra como se calcula o k_t

$$k_t = \frac{\sigma_{Máx}}{\sigma_{x_{nom}}}, \quad (1)$$

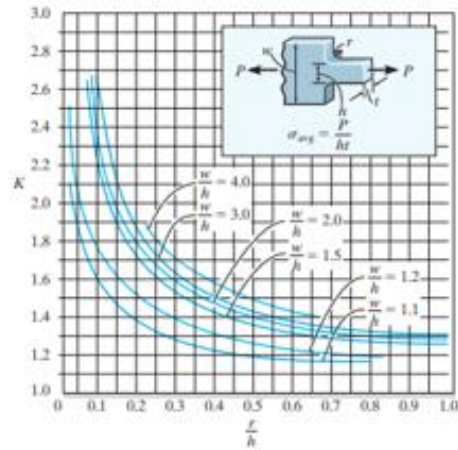
na qual, $\sigma_{Máx}$ é a tensão normal máxima encontrada considerando a seção não uniforme, já a $\sigma_{x_{nom}}$ é definida por Norton (2013) como a tensão nominal calculada para uma situação particular de sollicitação e seção transversal local, pressupondo uma distribuição das tensões sobre a seção transversal correspondente a uma geometria uniforme.

Como na maioria das vezes não é possível obter de maneira analítica o k_t , Norton (2013) apresenta algumas maneiras para se obter esse valor, sendo métodos de análise por elementos finitos (FEA). Esses valores obtidos de maneira experimental

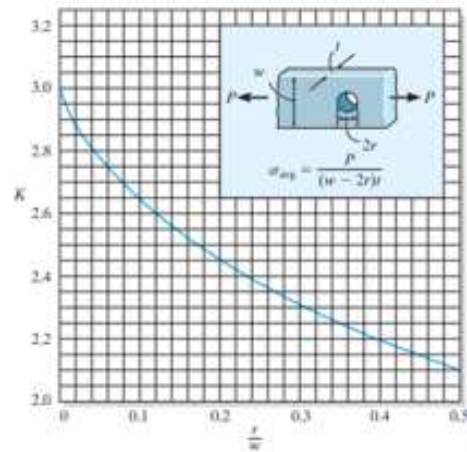
ou por meio de simulações foram compilados em ábacos, como mostra a Figura 1, proposta por Hibbeler (2010).

Figura 1 - Ábacos de valor de k_t : (a) ábaco da barra filetada em tração; (b) ábaco da placa plana com orifício circular em tração; (c) ábaco da barra filetada em flexão.

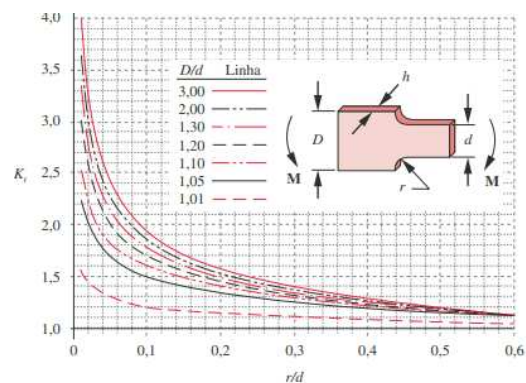
(a)



(b)



(c)



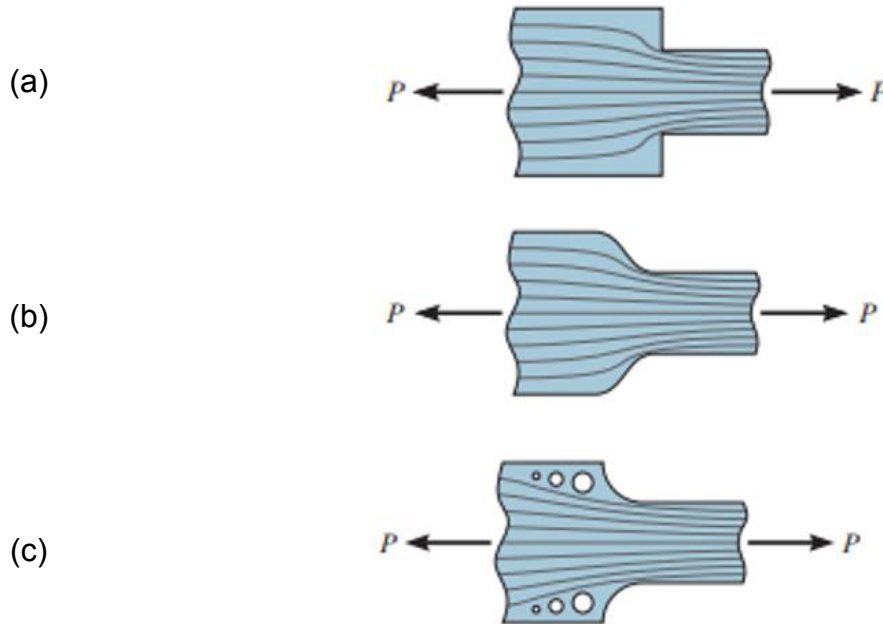
Fonte: Hibbeler (2010)

É possível observar na Figura 1 que o cálculo da tensão proposto por Hibbeler (2010) acontece para a região com menor seção transversal e é importante frisar que o k_t é influenciado tanto pela geometria, como pelo tipo de carregamento imposto (NORTON, 2013).

Concentrações de tensão podem gerar falhas mecânicas de vários tipos, uma descontinuidade ou entalhe pode aumentar os níveis de tensão localmente, podendo inclusive levar a um escoamento localizado. Quando se trata de carregamento cíclico esse escoamento é ainda mais grave, pois a falha por fadiga em materiais dúcteis pode acontecer abaixo da tensão de escoamento do material.

Segundo Franchetto (2007) embora a concentração de tensão seja indesejada, sua presença é inevitável. Como elementos causadores de concentração de tensão não podem ser simplesmente eliminados dos projetos, o melhor que se pode fazer é mitigar seus efeitos. Existem estratégias para diminuir o impacto dessa mudança de geometria na tensão, como aumentar suas dimensões, mudar os contornos da estrutura, ou retirar material em pontos estratégicos, também conhecidos como aliviadores de tensão. Uma forma de explicar a ocorrência do problema de concentração de tensão é por meio do conceito de linhas de força interna. A Figura 2 mostra como existe mudança no fluxo das linhas de força internas dependendo da geometria da peça.

Figura 2 - Distribuição de linhas de força interna: (a) mudança de seção brusca; (b) suavização das linhas de força por meio de alterações geométricas; (c) suavização das linhas de força utilizando de aliviadores de tensão.



Fonte: Adaptada do Hibbler (2010)

Como a Figura 2 mostra, que a concentração de tensão é reduzida à medida que se minimiza mudanças de curvatura brusca nas linhas de fluxo da força interna, por isso pode-se utilizar ao longo do domínio aliviadores de tensão com o intuito de reduzir essas linhas da peça, com consequente redução do valor da concentração de tensão (YOUNG 2002). É importante ressaltar que as linhas mostradas somente dizem respeito à tensão principal máxima.

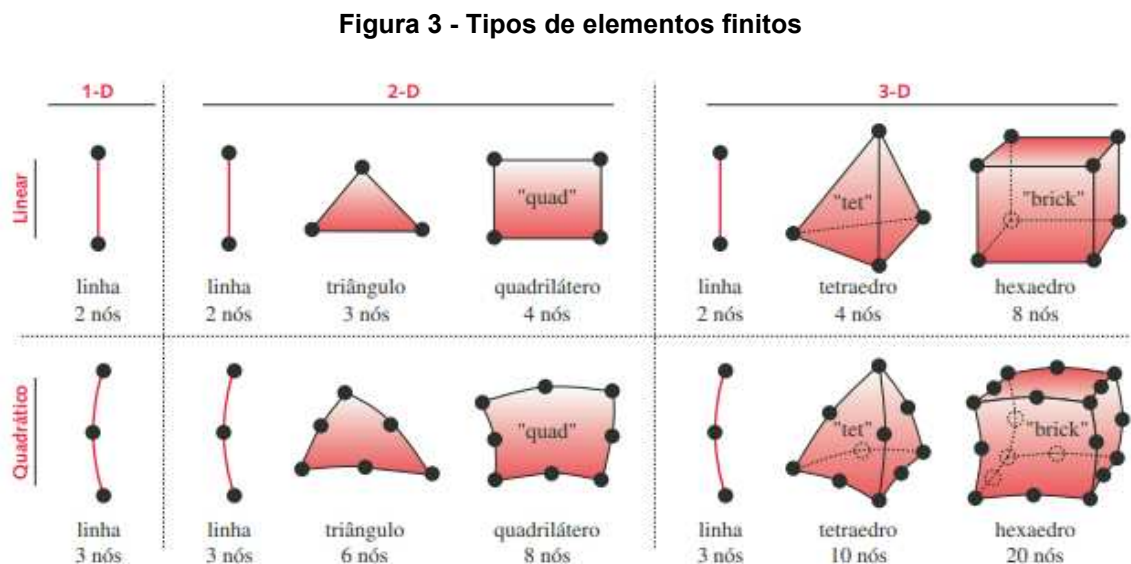
4.2 Método de Elementos Finitos

Muitos componentes mecânicos têm formas geométricas complexas, tornando o cálculo de tensões difícil de ser feito por métodos analítico e em alguns casos sendo impossível de se obter uma solução. Para analisar uma peça complexa, pode-se dividir o seu volume em um conjunto finito de elementos adjacentes e discretos e resolver um conjunto de equações, cada uma delas aplicadas sobre um elemento e seus nós, que conectam os elementos entre si. (NORTON,2013). O Método de Elementos Finitos (MEF) é um método numérico de aproximação utilizado

para resolver determinado problema de valor de contorno em forma variacional, o qual envolve equações diferenciais juntamente com as condições de contorno do problema (Silva, 2015). Por ser um método aproximado, as soluções obtidas pelo MEF quase sempre apresentam erros, que podem ser reduzidos utilizando mudanças nos parâmetros da discretização (TORII, 2012).

Os dois refinamentos mais utilizados em programas que usam MEF são o h-adaptativo e o p-adaptativo. Zienkiewicz e Taylor (2000) definem o refinamento h-adaptativo como a modificação do tamanho dos elementos na malha, principalmente nas regiões próximas aos maiores gradientes de tensões, desde que o grau do polinômio da aproximação de elementos finitos não seja alterado. Já o refinamento p-adaptativo segundo Norton (2013) permite que o grau do polinômio interpolador dos elementos possa ser alterado para capturar as variações locais da tensão no interior dos próprios elementos.

Norton (2013) classifica os elementos finitos de acordo com sua dimensão espacial (uma, duas ou três dimensões) quanto ao tipo, (elementos de linha, área e de volume) e quanto a seu grau (termo que se refere à ordem da função interpoladora). A Figura 3 exemplifica os tipos de elementos.



Fonte: Norton (2013)

O grau do elemento está ligado aos graus de liberdade do elemento, e por isso elementos de ordem maior são geralmente usados em contornos curvos, pois

conseguem representá-los melhor. Já elementos com grau menor têm menos graus de liberdade e por isso são aplicados em contornos sem tanta complexidade, entretanto esse aumento da ordem pode aumentar significativamente o custo computacional.

É necessário enfatizar que o erro devido a aproximação do MEF precisa ser reduzido. Segundo Zienkiewicz e Zhu (1992) uma correta medida desses erros é de extrema importância na avaliação de uma solução por elementos finitos. Por isso é definido um método de convergência para uma aceitabilidade da solução aproximada. Segundo Norton (2013) a maneira mais usual de aplicar teste de convergência é calculando as tensões nos elementos da malha e nas regiões onde as tensões são maiores aplicar um fator de redução dos elementos e, conseqüentemente, aumento da densidade de nós (um refino *h*- adaptativo), gerando uma nova malha mais refinada e calculando as tensões novamente, repetir esse processo até a diferença entre os maiores gradientes de tensão de uma malha e sua subsequente seja tão pequena quanto se queira.

4.3 Otimização estrutural

Segundo Silva (2002), a otimização estrutural de projetos mecânicos consiste na utilização de métodos computacionais para obtenção de uma estrutura ótima. Ou seja, métodos computacionais são uma valiosa ferramenta para encontrar uma estrutura ou componente ótimo, e assim podendo reduzir custos e tempo de fabricação mantendo as restrições impostas pelo projeto.

Visto isso, a solução de problemas utilizando otimização estrutural é um recurso muito útil para empresas que buscam competitividade no mercado. Com isso, segundo Perini (2008), a aplicação de metodologia em análise estrutural de otimização, tem se ampliado em projetos de novos produtos e até mesmos em produtos já desenvolvidos, principalmente porque esses métodos evitam superdimensionamentos, aumentam desempenho.

Como na maioria dos casos estes problemas apresentam restrições das mais diversas naturezas, que devem ser satisfeitas para se obter uma solução viável (VARGAS et al., 2016), inicialmente, é preciso definir funções, comumente denominadas de funções objetivos, que se desejam maximizar ou minimizar por meio

da otimização. De acordo com Haftka e Gürdal (1992), as restrições impõem uma região viável, dentro da qual, a partir da modificação das variáveis de projeto, se busca minimizar ou maximizar a função objetivo. Já as variáveis de projeto são os parâmetros que podem sofrer alteração e podem impactar diretamente na avaliação da função objetivo.

4.3.1 Definição do problema matemático geral de otimização

A definição matemática de um problema geral de otimização pode ser descrita como apresentado por Arora (2004).

Obter um vetor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ de variáveis de projeto para minimizar ou maximizar uma função objetivo

$$f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (2)$$

sujeita a p restrições de igualdade

$$h_j(\mathbf{x}) = h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, (j = 1, \dots, p) \quad (3)$$

e a m restrições de desigualdade

$$g_i(\mathbf{x}) = g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0, (i = 1, \dots, m). \quad (4)$$

Neste caso, o conjunto de variáveis de projeto que atendem a todas as restrições de projeto é chamado de conjunto viável S e pode ser posto como

$$S = \{\mathbf{x} | \mathbf{x} \in A^n; h_j(\mathbf{x}) = 0, (j = 1, \dots, p); g_i \leq 0, (i = 1, \dots, m)\}, \quad (5)$$

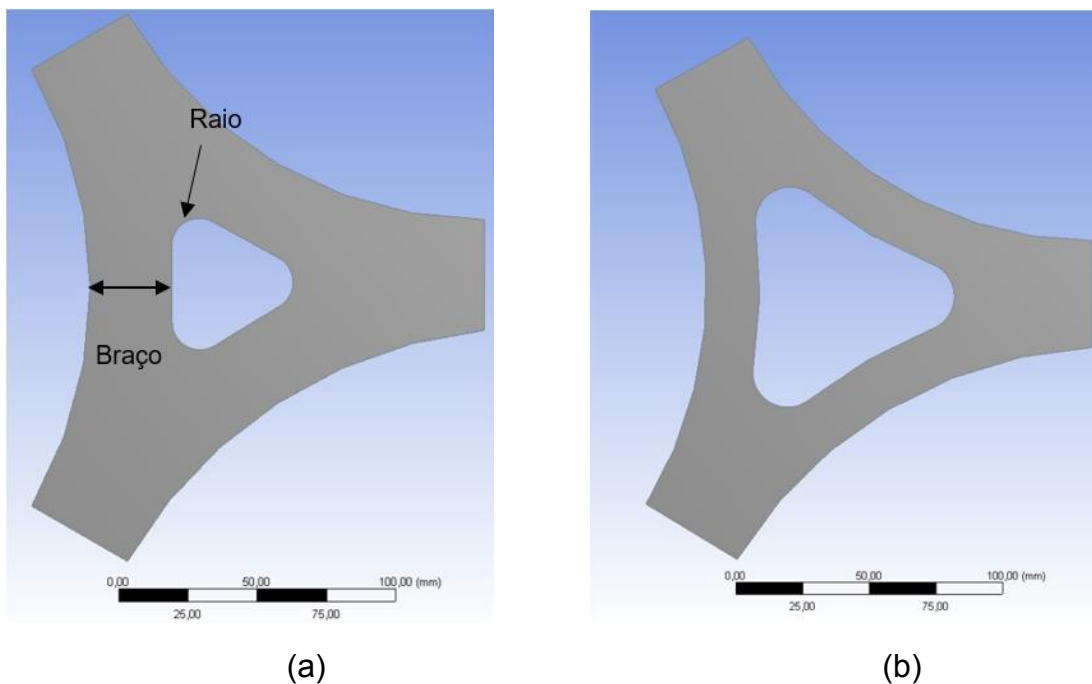
sendo A o conjunto dos reais para valores contínuos, o conjunto de valores discretos se as variáveis forem discretas, ou a união do conjunto de natureza diferente se forem variáveis de projeto misto. O conjunto inviável são todas as variáveis que violam uma ou mais restrições.

4.3.2 Métodos de otimização estrutural dimensional

A otimização estrutural tem como objetivo encontrar a melhor configuração de um determinado componente mecânico ou estrutural. No caso da otimização dimensional, as variáveis de projeto são as razões de dimensão ou as próprias dimensões dos componentes (PERINI, 2008).

A Figura 4 ilustra uma otimização dimensional proposta por Lee (2017) na qual a função objetivo era minimizar a massa do componente. Nesse caso as variáveis de projeto são dimensões da espessura do braço e o raio interno e com restrição de tensão máxima de von Mises de 100 MPa. Os resultados dessa otimização foram satisfatórios, houve uma redução de 17,78% da massa, e embora a tensão máxima tenha aumentado não ultrapassou a restrição de projeto.

Figura 4 - Exemplo de otimização estrutural dimensional: (a) geometria primitiva; (b) geometria otimizada



Fonte: autoria própria (2023)

Segundo Cascini (2011), a otimização dimensional é um tipo de otimização paramétrica na qual as variáveis de projeto são determinadas por algumas características dos elementos estruturais (espessura, geometria da seção transversal, altura, raio) e a função objetivo é otimizar estes parâmetros conforme a solicitação do

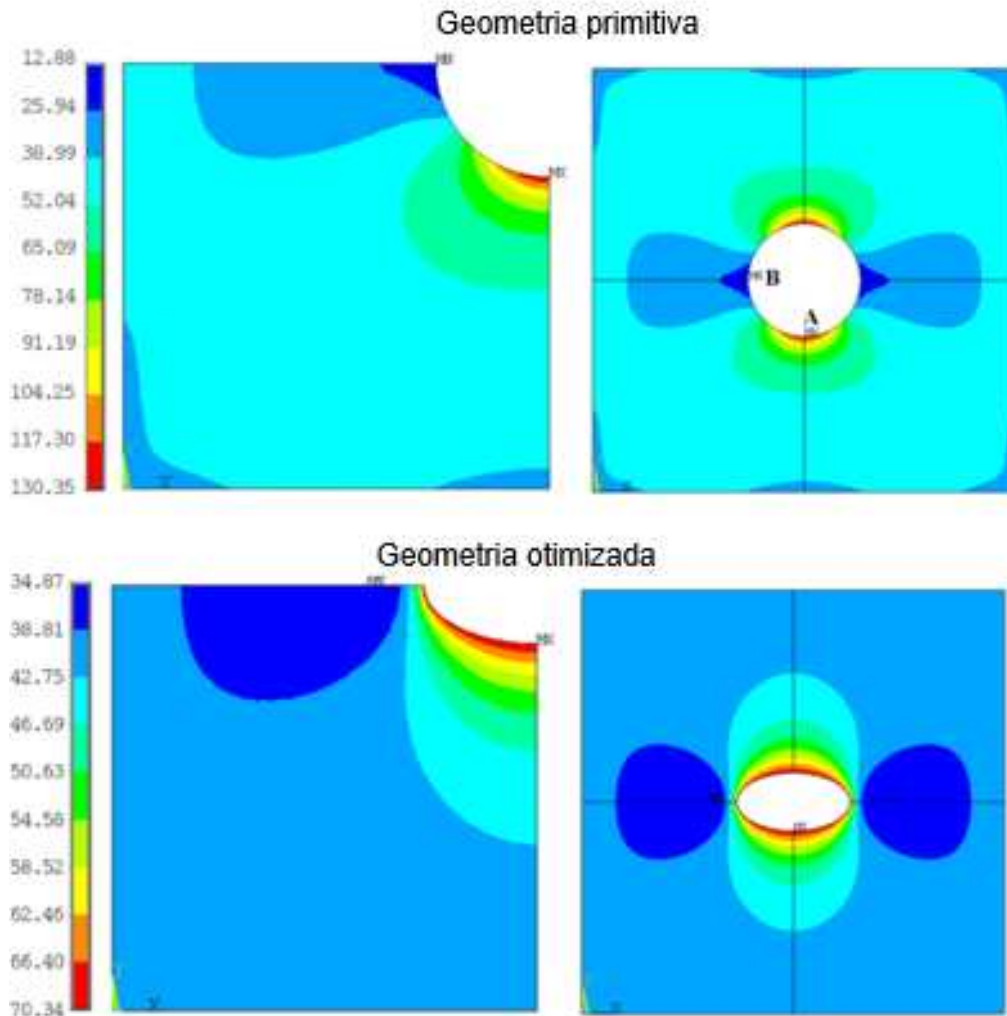
projeto. De uma maneira simplificada a otimização dimensional é utilizada quando a forma da estrutura já está definida, e as variáveis que vão ser otimizadas são da natureza dimensional.

4.3.3 Métodos de otimização estrutural de forma

A otimização de forma pode ser descrita de maneira simplificada quando a estrutura do sistema está definida, porém deseja-se controlar o contorno. Segundo Perini (2008) a otimização de forma permite variação no contorno da geometria do componente. Os contornos podem apresentar curvas suaves, mediante alterações de pontos de controle, desde que não violem as restrições impostas pelo projeto. Já ao fim do processo de otimização a estrutura pode apresentar geometria significativamente diferente, implicando que a discretização do domínio seja redefinida.

A Figura 5 ilustra uma otimização de forma na qual a função objetivo é minimizar a tensão máxima de von Mises de uma placa com um furo. Neste caso, as variáveis de projeto são pontos de controle que discretizam o furo e se transformaram em uma geometria nova, alterando os contornos do furo da placa. Nesse exemplo houve uma redução da tensão máxima de 130,35 MPa para 70,34 MPa (redução de 46,03%).

Figura 5 - Exemplo de otimização estrutural de forma⁴



Fonte: Simões (2012)

A proposta de otimização de forma é de grande complexidade, pois existem muitos ótimos locais (ACHTZIGER, 1997; ROZVANY, 1997). Para realizar esse tipo de otimização é necessário definir os limites nodais a serem variados no processo de otimização. Existem dois tipos de abordagem para definir tais limites. Na primeira cada variável de projeto é definida localmente, apresentando seu próprio limite, ou seja, existe uma região viável (ACHTZIGER, 1997).

A segunda forma é definir limites para todas as variáveis de projeto de uma vez só. Dessa forma, todas as variáveis apresentam o mesmo limite, e a região viável é a mesma para todos os nós.

⁴ Escala de cores varia do azul (tensões menores) ao vermelho (tensões maiores) em MPa.

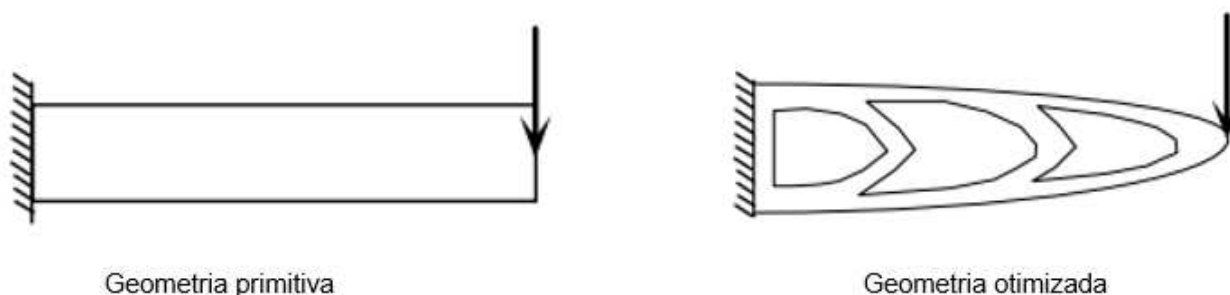
Essas duas abordagens podem levar a resultados distintos, visto que as regiões viáveis para ambos os casos são diferentes entre si. No primeiro caso a região viável é menor, entretanto a segunda abordagem evita problemas de superposição de nós se os limites forem ajustados adequadamente.

4.3.4 Métodos de otimização estrutural de topologia

A otimização estrutural topológica, segundo Bendsøe (1999), são problemas definidos com um domínio fixo de referência (estrutura-base), podendo ser definido tanto unidimensional como em um plano ou no espaço. Huang e Xie (2010a) consideram a otimização topológica como um grande desafio técnico, já que permite uma maior alteração de dimensões dos componentes estruturais, proporciona mais liberdade e permite projetos conceituais altamente eficientes.

Segundo Stump (2006) a topologia de uma estrutura não é definida somente pelos seus contornos, mas também pelas suas conectividades e furos internos, por isso a otimização topológica de estruturas contínuas consiste em definir simultaneamente as formas dos contornos (internos e externos), e também a quantidade e posições de seus furos por meio da redistribuição de material dentro do domínio, sem violar as restrições de projeto. Para Stump (2006) a grande vantagem desse tipo de otimização em relação as outras é que esse método é capaz de alterar a topologia da estrutura primitiva, por isso pode ser utilizado em projetos conceituais de estruturas.

Basicamente a otimização de estruturas mecânicas busca a melhor forma possível de atender a função objetivo (LIMA, 2002). A Figura 6 ilustra um exemplo de otimização topológica em que a função objetivo era reduzir a massa da estrutura, as variáveis de projeto são as densidades que indicam a distribuição de material em cada ponto do domínio e a restrição do projeto é a tensão máxima de von Mises. Pode se observar que nesse tipo de otimização a continuidade da estrutura nem sempre é preservada, pois o aparecimento de furos mostra isso.

Figura 6 - Exemplo de otimização topológica

Fonte: Adaptado do Lima (2002)

Segundo Lima (2002), otimização topológica distribui o material no interior do domínio com o intuito de atender à função objetivo. O material em cada ponto do domínio pode variar, podendo ser vazio (sem a presença de material) ou cheio (com a presença total de material). Geralmente se utiliza um algoritmo de otimização para encontrar (de forma iterativa) a distribuição ótima do material, esse método é conhecido como SIMP (*solid isotropic Microstructure with penalization*). Segundo Eschenauer e Olhof (2001), existem dois tipos de abordagem para otimização topológica, sendo uma abordagem de microestruturas, baseada no material ou uma abordagem de macroestruturas baseada na geometria. É importante ressaltar que nesse tipo de otimização o número de variáveis de projeto é alto, pois geralmente são associados ao número de elementos ou nos da malha considerada no modelo de elementos finitos (FEM).

Pacheco *et al* (2020) utilizam o método SIMP para analisar dois métodos de problemas de otimização estrutural com o intuito de minimizar o cumprimento de uma restrição de volume. Simulações numéricas foram planejadas para avaliar a energia funcional, a dependência da malha, o fenômeno do tabuleiro de xadrez, a extensão das zonas de transição do material e a complexidade da topologia ótima. Rezende *et al* (2021) também utilizam método SIMP para comparar uma abordagem de um problema de otimização estrutural topológica utilizada a abordagem elementar com o mesmo problema utilizando uma abordagem nodal com minimização de flexibilidade tendo restrição sobre o volume material.

4.4 Otimização estrutural utilizando programas de otimização

Atualmente existem muitos programas de otimização estrutural no mercado, cada um com uma metodologia diferente para abordar o problema. Alguns exemplos de programas são, o ANSYS® com sua *toolbox Direct Optimization*, o Abaqus *topology optimization module* (ATOM), o Optistruct® e o *Tool for Optimisation in Structural and Civil Engineering Analysis* (TOSCA®), entre outros.

O **Abaqus®** é um programa utilizado para otimizações topológicas e otimizações de forma, e utiliza um solucionador não linear. Segundo o desenvolvedor a otimização de forma do programa utiliza elementos finitos para encontrar tensões e os resultados dessa análise para modificar a geometria do componente até que o nível de tensão almejado seja alcançado. Assim o programa tenta posicionar os nós de uma região selecionada até que a tensão seja constante. Rocha (2017) utilizou o Abaqus 6.14 para encontrar uma nova topologia para os furos da alma de uma viga. Nesse estudo foram utilizados como parâmetros a energia de deformação, função objetivo, e o volume da estrutura, a restrição. Missio (2019) utilizou o programa para otimizar um pistão em suspensão a ar, a função objetivo foi definida como a minimização da energia de deformação e a restrição do projeto foi o volume.

O programa **Optistruct®** faz análises lineares e não lineares e geralmente é utilizado para otimização de forma e topológica. Na literatura, Vasconcelos (2015) utilizou o programa para otimizar uma travessa de um chassi de caminhão, a função objetivo escolhida foi a minimização da massa e a restrição foi de cinco quilos como parâmetro máximo. Walker (2015) otimizou uma asa de aeronave acrobática RV-4 com perfil longarina, cuja função objetivo foi a redução do peso e a restrição foi o volume e a integridade estrutural da linha de base da asa. Sousa (2019) utilizou para otimizar uma roda do trem de pouso de uma aeronave de *aerodesgin*, onde a função objetivo era a redução da massa e a restrição foi composta por alguns parâmetros da geometria, visando a fabricação.

Já o **TOSCA®** é um programa que abrange os três tipos de otimização estrutural já mencionados nesse trabalho. Silva et al. (2009) otimizam o desgaste de uma pá de uma turbina hidráulica utilizando o programa, a função objetivo foi a maximização da rigidez e a restrição foi quantidade de material a ser removida. Vendramin (2016) otimizou um chassi de um carro autônomo com a função objetivo

de maximizar a rigidez com restrição de volume. Somacal (2018) utilizou o programa para otimizar um sistema coluna e braço principal de um guindaste articulado, sua função objetivo foi a redução da massa e as restrições do projeto foram o volume e a simetria.

Por fim o **ANSYS®** é uma ferramenta que permite a utilização do MEF nos mais diversos problemas de engenharia. O programa incorpora dois métodos de otimização: o método de aproximação por subproblema e o método de primeira ordem. O primeiro (*Subproblem Approximation Method*) utiliza aproximações (curva de ajuste) para todas as variáveis dependentes, é um método geral e eficiente para vários problemas. O segundo (*First Order Method - FOM*) usa a informação de derivada da função objetivo, ou seja, o gradiente das variáveis dependentes, sem violar as variáveis de projeto. É um método preciso e funciona muito bem para problemas onde as variáveis dependentes obedecem a uma faixa previamente pré-estabelecida.

Segundo Lee (2017), o FOM pode ser dividido em seis métodos que se baseiam em gradientes da função objetivo:

- Programação não linear por Lagrangiana quadrática (*Nonlinear Programming by quadratic Lagrangian*) ou NLPQL: é um método baseado em gradiente para fornecer um resultado de otimização local. Suporta um único objetivo, sendo limitado a parâmetros de entrada do tipo contínuos.
- Objetivo único adaptativo (*Adaptive Single-Objective*): é um método baseado em gradiente, fornecendo um resultado de otimização global. Suporta uma única função objetivo e está limitado a parâmetros contínuos.
- Multiobjetivo adaptativo (*Adaptive Multiple-Objective*) é um método que suporta múltiplas funções objetivos e visa encontrar o resultado de otimização global. Também é limitado a parâmetros de entrada contínuos.
- Programação quadrática sequencial mista inteira (*Mixed-Integer Sequential Quadratic Programming*): é um método que resolve problemas de programação não linear de inteiro misto por um método

de programação quadrática sequencial modificado. Sob a suposição de que variáveis inteiras têm uma influência suave nas funções do modelo.

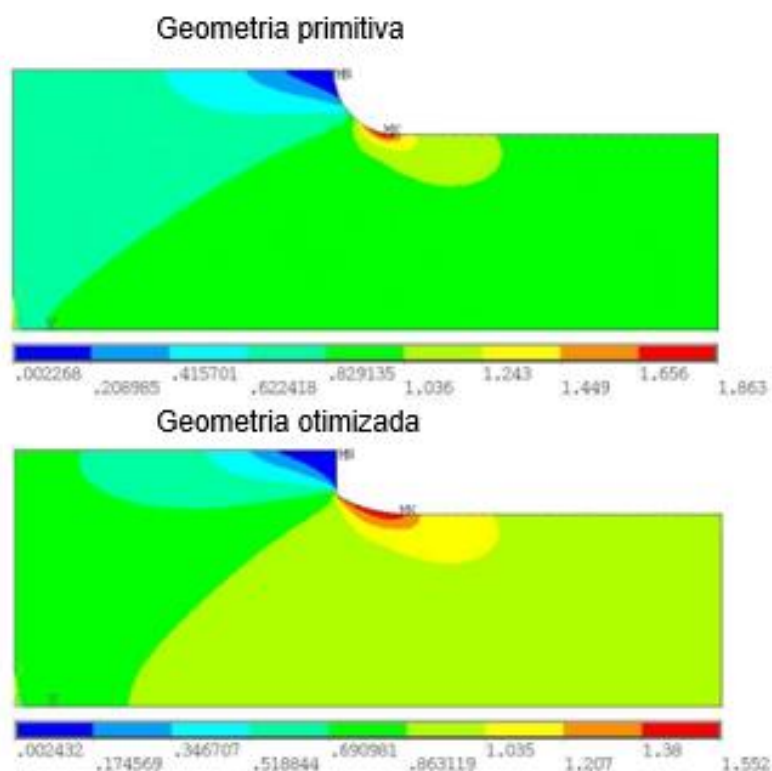
- Triagem (*Screening*): é um método que usa uma abordagem simples baseada em amostragem e classificação. Ele suporta várias funções objetivos, bem como todos os tipos de parâmetros de entrada (contínuos ou discretos). Geralmente é usado em projetos preliminares.
- Algoritmo Genético Multiobjetivo (*Multi-Objective Genetic Algorithm*): é um método que suporta várias funções objetivo e visa encontrar a otimização global.

O programa permite também que o usuário implemente seu método de otimização. O APDL (*Ansys Parametric Design Language*) possibilita implementar um algoritmo de otimização externo, utilizando da linguagem de programação.

A otimização estrutural utilizando programa é utilizada para integrar a modelagem geométrica, a análise estrutural e a otimização em um processo automatizado. O projeto ótimo é obtido se a função objetivo puder ser minimizada ou se o custo computacional for apropriado (SIMÕES, 2012). Torres e Silva (2001), utilizaram o programa ANSYS® para otimizar seu projeto de pórticos planos de concreto armado com seções transversais retangulares. A função objetivo do projeto estudado foi a diminuição da massa da armadura, as variáveis de projeto foram as dimensões da seção transversal das vigas e pilares que compõem o pórtico. Para as restrições foram considerado capacidade de resistência a flexão, armadura máxima e capacidade de resistência ao cisalhamento.

Simões (2012) estudou como minimizar a concentração de tensão de entalhes submetidos a tensão ou flexão, de placa com furo submetido a um campo biaxial de tensões, filetes com carregamentos de tração puro e de corpos de prova de fadiga. Ele utilizou uma rotina numérica desenvolvida no programa ANSYS® APDL®, no qual se utilizou pontos de controle para discretizar o raio do filete e alterar sua geometria. A Figura 7 ilustra a tensão de von Mises na geometria otimizada de um filete com carregamento de tração.

Figura 7 - Otimização de filete em tração pura⁵



Fonte: Adaptado do Simões (2012)

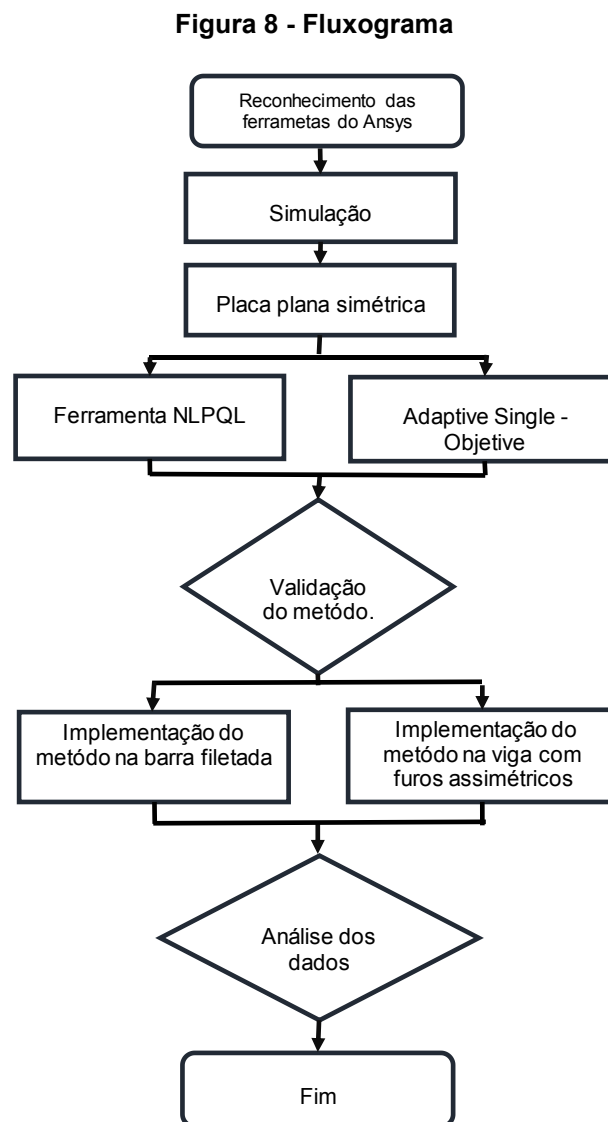
Nuñez (2014) propõe um procedimento para síntese estrutural e a otimização dimensional de mecanismos de direção, na qual considerou cadeias cinemáticas de quatro, seis e oito elos, com juntas simples, e com a função objetivo de determinar as dimensões do mecanismo de modo que cumpra as restrições impostas.

Mendonça (2017) otimiza uma estrutura de uma torre eólica, com a função objetivo de minimizar o volume da torre. Ele utiliza uma técnica de otimização com base em algoritmo genético por meio da interface ANSYS® e MATLAB®. O volume foi otimizado a partir das espessuras da parede da torre e respeitou as restrições relativas ao comportamento estrutural (deslocamento máximo, tensão máxima e frequência natural), tendo um resultado que minimizou o volume em 30 %.

⁵ Escala de cores varia do azul (tensões menores) ao vermelho (tensões maiores) em MPa.

5 METODOLOGIA

Este Capítulo apresenta a metodologia aplicada para alcançar os objetivos propostos. A Figura 8 apresenta um fluxograma que ilustra como foi realizado o presente trabalho. Este foi dividido em duas etapas, o reconhecimento das ferramentas do ANSYS® até a validação do método e a conclusão dos objetivos e análise dos resultados.



Fonte: Autoria própria (2023)

Conforme exposto no fluxograma da Figura 8, primeiramente foi realizado o reconhecimento das ferramentas do *software* ANSYS®, sendo a licença de uso disponibilizada pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Londrina.

Posteriormente, foram propostos três problemas de engenharia formulados e apresentados na seção 5.1. Ademais, desenvolveram-se quatro ensaios para o primeiro problema utilizando uma placa plana simétrica para testar a metodologia da palheta *Direct Optimization* (NLPQL e *Adaptive Single-Objective*. A validação de metodologia tornou-se imprescindível para a escolha do método aplicado nas demais simulações. Essa análise decorreu apenas considerando um problema 2D com um carregamento uniaxial de tração. Após validada a utilização da ferramenta, no segundo problema aconteceram nove ensaios com uma barra filetada, além de três ensaios usando uma viga com furos assimétricos, para compor o terceiro problema.

Por fim, com as simulações foram analisadas as potencialidades e as limitações do programa, avalia-se a influência dos carregamentos impostos para o processo de otimização e nas geometrias e o impacto da quantidade de variáveis de projeto nas funções objetivos analisadas.

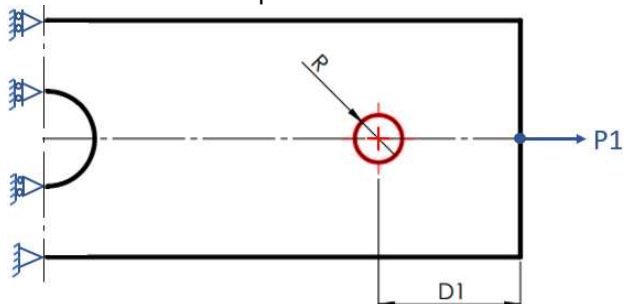
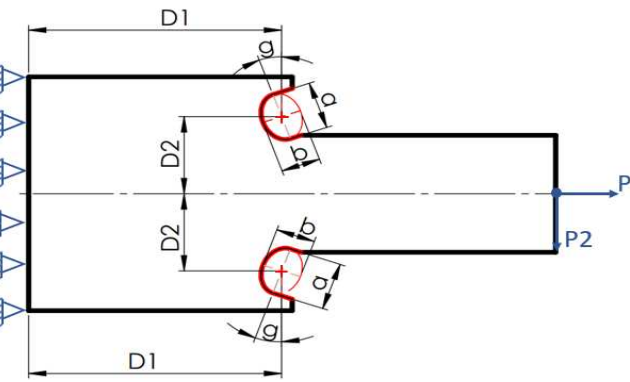
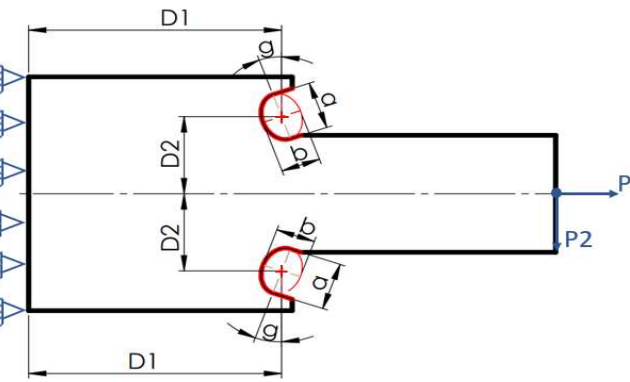
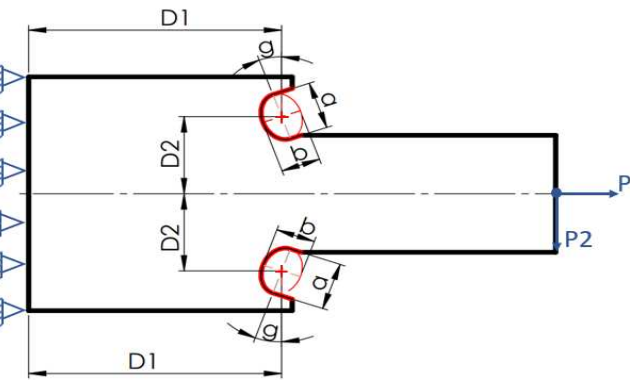
5.1 Definição dos problemas de otimização estrutural

As geometrias primitivas de estudo são uma placa plana, com um furo central e com um aliviador de tensão, uma barra filetada e uma viga sustentada por dois parafusos e com furos assimétricos. As dimensões das geometrias primitivas estão localizadas no apêndice A.

A Tabela 1 sumariza os dados gerais dos problemas propostos, contendo a geometria dos problemas, as variáveis de projeto e os carregamentos aplicados. Para a modelagem dos problemas temos: as condições de contorno, as variáveis de projeto, tendo em vista as dimensões, e as forças aplicadas P1 e P2. Vale ressaltar que para as condições de contorno do primeiro problema o local de aplicação dos vínculos foi definido como uma região de continuidade do material. Para o segundo problema uma região de engaste e para o terceiro problema um dos furos como vínculo para exemplificar uma fixação por parafusos. Para as variáveis de projetos, temos o número de variáveis de projeto, as variáveis e seus valores iniciais e as restrições laterais propostas. Para o carregamento temos os valores das forças utilizados.

Tabela 1 - Dados gerais dos problemas propostos

(continua)

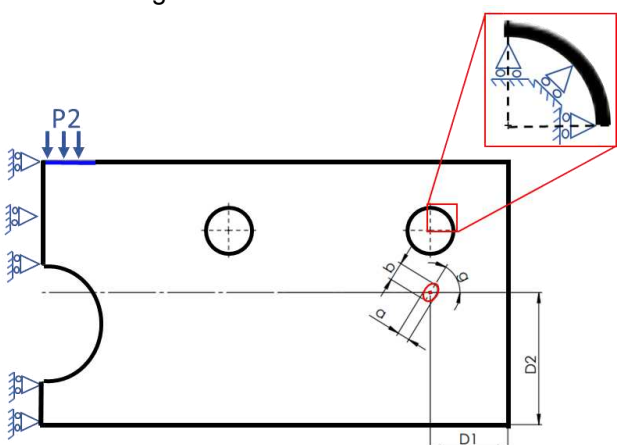
Problemas propostos ⁶	Variáveis de projeto		Problema de otimização	Carregamento	
	NVP	Variáveis			Valor inicial
Placa plana simétrica 	02	D1	30	$\min[k_t(D_1, R)]$ Sujeito a: $\begin{cases} 10 \leq D_1 \leq 80 \\ 5 \leq R \leq 40 \end{cases}$	P1 [N] = 30000,00
		R	10		
Barra filetada ⁷ 	03	D1 [mm]	102	$\min[k_t(D_1, D_2, a)]$ Sujeito a: $\begin{cases} 50 \leq D_1 \leq 105 \\ 05 \leq D_2 \leq 35 \\ 02 \leq a \leq 20 \end{cases}$	P1 [N] = 50000,00 P2 [N] = 4166,67
		D2[mm]	27		
Barra filetada ⁷ 	04	D1 [mm]	102	$\min[k_t(D_1, D_2, a, b)]$ Sujeito a: $\begin{cases} 50 \leq D_1 \leq 105 \\ 05 \leq D_2 \leq 35 \\ 02 \leq a \leq 20 \\ 02 \leq b \leq 20 \end{cases}$	P1 [N] = 50000,00 P2 [N] = 4166,67
		D2 [mm]	27		
Barra filetada ⁷ 	05	a [mm]	02	$\min[k_t(D_1, D_2, a, b, g)]$ Sujeito a: $\begin{cases} 50 \leq D_1 \leq 105 \\ 05 \leq D_2 \leq 35 \\ 02 \leq a \leq 20 \\ 02 \leq b \leq 20 \\ 0 \leq g \leq 180 \end{cases}$	P1 [N] = 50000,00 P2 [N] = 4166,67
		b [mm]	02		
			g [°]	0	

⁶ Região em vermelho mostra os contornos que variam ao longo da otimização.

⁷ O segundo problema por questão didática foi exemplificado fora da condição inicial.

Tabela 1 - Dados gerais dos problemas propostos

(conclusão)

Problemas propostos	Variáveis de projeto			Problema de otimização	Carregamento
	NVP	Variáveis	Valor inicial		
Viga com furos assimétricos ⁸ 	03	D1 [mm]	50	$\min[\sigma'(D_1, D_2, a)]$ Sujeito a: $\begin{cases} 05 \leq D_1 \leq 265 \\ 05 \leq D_2 \leq 165 \\ 02 \leq a \leq 30 \end{cases}$	P2 [N] = 25000
		D2 [mm]	85		
		a = b [mm]	04		
04	D1 [mm]	50	$\min[\sigma'(D_1, D_2, a, b)]$ Sujeito a: $\begin{cases} 05 \leq D_1 \leq 265 \\ 05 \leq D_2 \leq 165 \\ 02 \leq a \leq 30 \\ 02 \leq b \leq 30 \end{cases}$	P2 [N] = 25000	
	D2 [mm]	85			
	a [mm]	04			
	b [mm]	04			
05	D1 [mm]	50	$\min[\sigma'(D_1, D_2, a, b, g)]$ Sujeito a: $\begin{cases} 05 \leq D_1 \leq 265 \\ 05 \leq D_2 \leq 165 \\ 02 \leq a \leq 30 \\ 02 \leq b \leq 30 \\ 0 \leq g \leq 180 \end{cases}$	P2 [N] = 25000	
	D2 [mm]	85			
	a [mm]	04			
	b [mm]	04			
	g [°]	0			

Fonte: Autoria própria (2023)

⁸ O terceiro problema por questão didática foi exemplificado fora da condição inicial.

Para testar a metodologia foram feitas quatro simulações de ensaios de tração com uma placa plana simétrica. Duas destas simulações foram realizadas utilizando o método NLPQL e duas simulações utilizando o *Adaptive Single-Objective*. O objetivo destas simulações é avaliar os métodos e determinar qual será aplicado nos demais problemas propostos.

Para validar o método, foi necessário testar a placa plana simétrica com duas configurações diferentes, com o objetivo de minimizar o k_t através da minimização da tensão normal na direção x máxima (convertendo a $\sigma_{xM\acute{a}x}$ para k_t utilizando a Equação 1), como mostra a Tabela 1, uma mudança na distância do aliviador de tensão ao furo central foi proposta para verificar a sensibilidade dos métodos a condição inicial ($D_1=10$ e $D_1=80$), já que o NLPQL encontra o mínimo local e o *Adaptive Single-Objective* retorna o mínimo global. Como existe simetria nesse problema, foi simulado somente metade da placa, para reduzir o custo computacional.

Por motivos didáticos e para um maior entendimento do processo de otimização foi feito um mapeamento fatorial, utilizando as variáveis de projeto (D_1 e R) como eixos do plano cartesiano, ao longo da região viável para levantar a função objetivo e suas curvas de nível. Essa abordagem facilitou o entendimento de como os métodos funcionam, o comportamento do processo de otimização ao longo de toda a função, além de permitir observar onde se encontra o mínimo da função objetivo.

Para o segundo problema (barra filetada), a função objetivo é reduzir a tensão normal ao eixo x máxima $\sigma_{x_{max}}$ (consequentemente o fator de concentração de tensão - Equação 1).

Como um dos objetivos do trabalho é verificar a influência dos carregamentos e do número de variáveis de projeto no k_t , foi proposto um ensaio em tração (utilizando P1), um ensaio em flexão (utilizando P2) e um ensaio combinado (utilizando P1 e P2). Isso aconteceu para cada conjunto de variáveis de projeto dos problemas da barra filetada. As forças P1 e P2, apresentadas na Tabela 1, foram calculadas utilizando a Equação 6 para tração e a 7 e 8 para flexão

$$\sigma_{nom} = \frac{P_1}{A_{nom}}, \quad (6)$$

sendo σ_{nom} a tensão normal, A_{nom} a área da menor seção transversal e P_1 a força de tração aplicada ao longo do eixo x.

Para flexão, a tensão se dá ao longo do eixo de coordenadas x como mostra a Equação 7

$$\sigma_{nom} = \frac{M_z c}{I}, \quad (7)$$

sendo M_z o momento fletor interno em relação ao eixo de coordenadas z, I momento de inércia da seção transversal para área nominal em relação ao eixo z e c a maior distância medida na seção transversal perpendicularmente ao eixo centroidal horizontal (eixo z).

O momento fletor pode ser escrito segundo a Equação 8

$$M_z = P_2 d, \quad (8)$$

na qual, P_2 é a força de flexão aplicada ao longo do eixo y e d a distância perpendicular do ponto de aplicação da força até a seção transversal em análise (seção transversal do concentrador de tensão).

Os carregamentos utilizados nas simulações do primeiro e do segundo problema foram estipulados com uma tensão nominal (σ_{nom}) de 100 MPa na região de menor seção transversal, como proposto por Hibbeler (2010). Tal abordagem facilita o cálculo para obtenção do fator de concentração de tensão, para esses casos através da Equação 1.

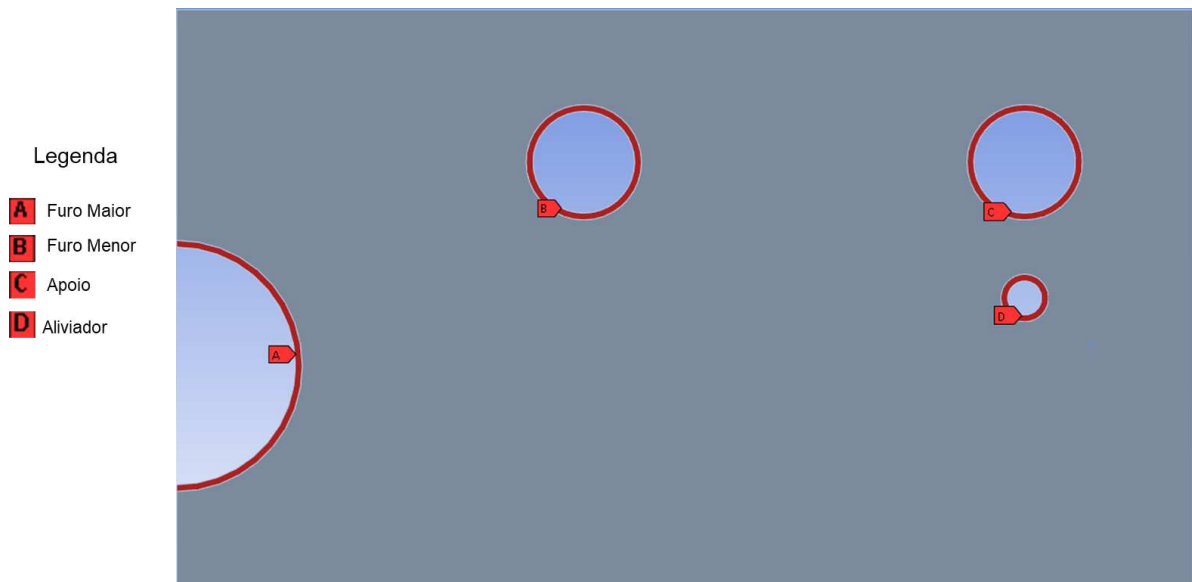
Para o problema 3 (viga com furos assimétricos), a função objetivo é otimizar a tensão máxima de von Mises (σ'). Nesta análise será considerado apenas um carregamento, provocando a flexão da viga, para cada conjunto de VDP (Variáveis de projeto). Esse caso é mais complexo devido a presença de furos assimétricos e ter mais de um concentrador de tensão ao longo do componente.

Para esse problema não é viável a análise do fator de concentração de tensão igual os outros problemas, pois a tensão normal máxima intercala entre os furos ao longo do processo de otimização e conseqüentemente altera a área de seção transversal, deste modo, a análise do k_t fica inviável devido ao mesmo estar atrelado

a tensão normal máxima e a área da seção transversal, por este motivo foi usado uma abordagem utilizando a tensão máxima de von Mises. Como a proposta deste problema é o projeto de um componente mecânico, utilizando a teoria de falha estática para materiais dúcteis, foi utilizado uma abordagem na qual se delimitou regiões ao redor dos furos com o intuito de acompanhar o comportamento da tensão nessa região. É importante ressaltar que para o processo de otimização foi considerado o domínio completo.

A Figura 9 mostra as regiões de interesse de análise das tensões ao longo do processo de otimização, sendo essa região 2 mm maior do que o tamanho do furo.

Figura 9 - Regiões de acompanhamento das tensões ao longo do processo de otimização



Fonte: Autoria própria (2023)

Visto que nesse caso existe simetria na vertical e com o intuito de reduzir custo computacional a simulação realizou-se em metade da viga. Para o processo de otimização foi utilizado o mesmo raciocínio do primeiro problema colocou um furo como aliviador de tensão.

As propriedades do material comuns a todas as geometrias estão descritas na Tabela 2.

Tabela 2 - Propriedades do material

	Parâmetros	Valor
Propriedades mecânicas do material	Módulo de elasticidade longitudinal [GPa]	200
	Coeficiente de Poisson [-]	0,3
	Densidade [g/cm^3]	7,85
	Espessura [mm]	10

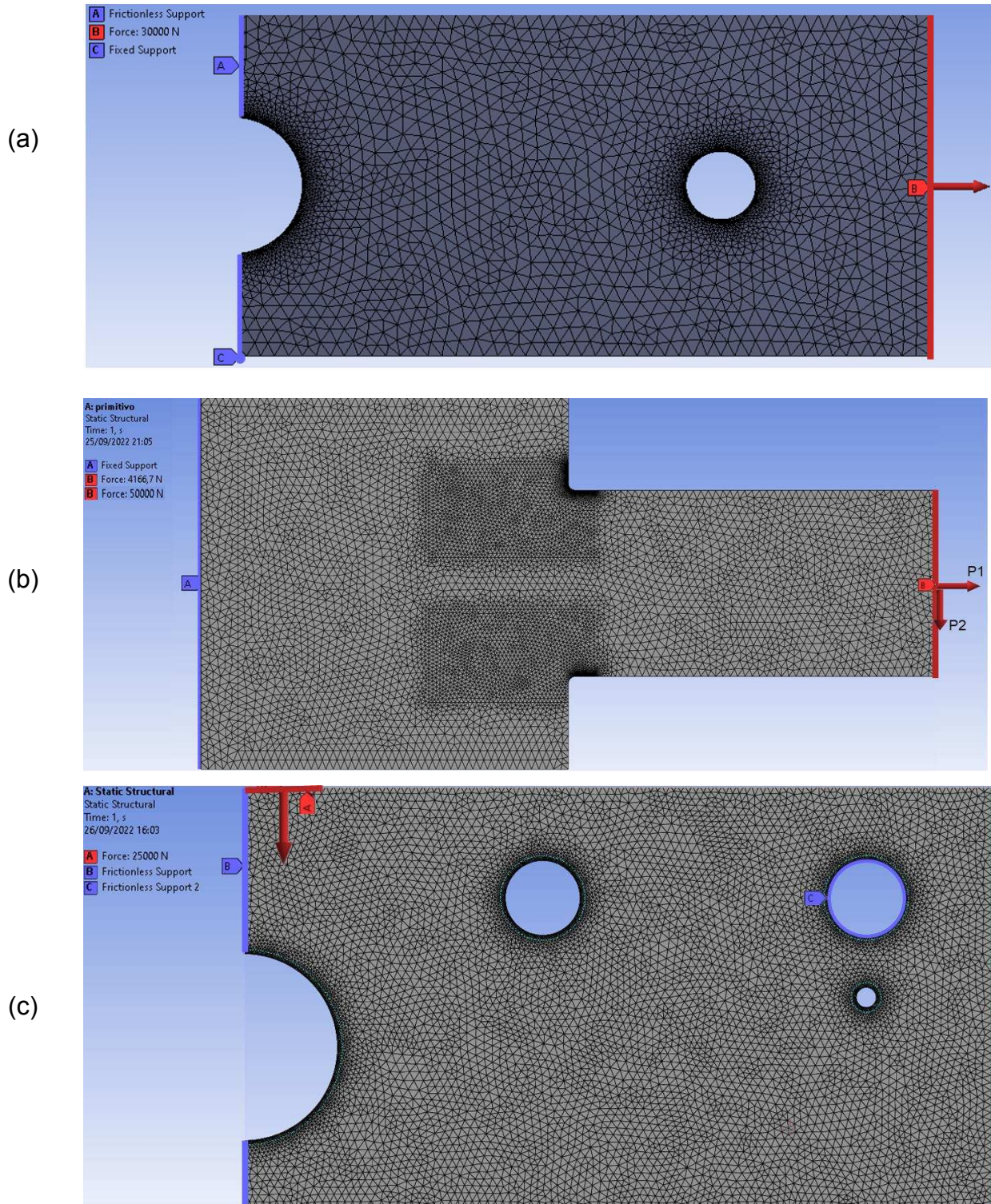
Fonte: Autoria própria (2023)

Por fim, com todos os parâmetros definidos no ANSYS®, foram modeladas as três geometrias com as dimensões primitivas usando a palheta *Static Structural (Geometry)*. Logo após, foi utilizado o *Model* da palheta para definir a malha, as condições de contorno, o local de aplicação de força, conforme mostrado na Tabela 1.

A Figura 10 apresenta as características das malhas. Foram usados elementos triangulares quadráticos com seis nós (T6) com 2 mm de tamanho, tendo o polinômio interpolador de segundo grau, por necessidade de discretizar contornos curvos, como furos e entalhes. Utilizando uma função de grau maior é possível descrever melhor essas regiões do que uma função de primeiro grau, como discutido na seção 4.2, e foi aplicado refino de modo a fazer a dimensão característica média dos elementos igual 0,2 mm em volta do contorno dos furos e do raio do entalhe, pois existe uma tendência a maiores gradientes para os campos de tensão nestas regiões.

Para um dado critério de aceitação dos resultados utilizou-se um método de convergência com refino h-adaptativo na malha original até alcançar mudanças na tensão máxima avaliada no problema de no máximo 1%. Cabe destacar que o cálculo das tensões, através do MEF, utilizando uma malha discretizada com elementos de segundo grau (G2) demanda um processamento maior comparado ao elemento do primeiro grau. Porém, como o polinômio interpolador do elemento G2 tem um grau maior o processo de convergência de malha atinge o grau de exatidão definido com menos iterações.

Figura 10 - Característica das malhas dos problemas simulados: (a) Placa plana simetria; 6403 elementos e 13275 nós; (b) barra filetada: 13629 elementos e 27710 nós; (c) viga assimétrica: 18111 elementos e 37155 nós.



Os locais de aplicação da força (indicada em vermelho) e a fixação (indicada em roxo), representados na Figura 10, estão distribuídos ao longo dos nós das arestas para evitar ocorrência de tensões altas nestas regiões de aplicação das condições de contorno. Na Figura 10 (a), a restrição do ponto C foi empregada para que não houvesse deslocamento de corpo rígido na direção y. Outro ponto que vale ressaltar é que o método de convergência provoca um refino localizado onde são encontrados os maiores gradientes. Isso é feito para garantir que o erro da aproximação do MEF seja menor do que o estipulado.

Para a realização do processo de otimização, é essencial estabelecer corretamente os parâmetros, a função objetivo e as variáveis de projeto. No ANSYS®, as variáveis de projeto foram atribuídas na palheta *Geometry* e, em seguida, a tensão máxima (tensão normal para o caso 1 e 2 e tensão de von Mises para o caso 3) é definida como um parâmetro na aba *Mechanical*. Isso permite que a função objetivo seja estabelecida como a minimização da tensão máxima no *Direct Optimization*. Com a função objetivo e as variáveis de projeto adequadamente definidas, ainda nessa última aba, foram colocadas as restrições laterais e escolhido o método de otimização. O estabelecimento cuidadoso das restrições laterais é importante para garantir que a solução encontrada seja viável e satisfatória vide Tabela 1. Ademais, utilizou-se parâmetro de convergência de 0,1% para o método NLPQL e uma tolerância de convergência de 10^{-6} para o método *Adaptive Single-Objective*. Especificamente para o método NLPQL, aplicou-se o método das diferenças finitas definido com a opção a frente.

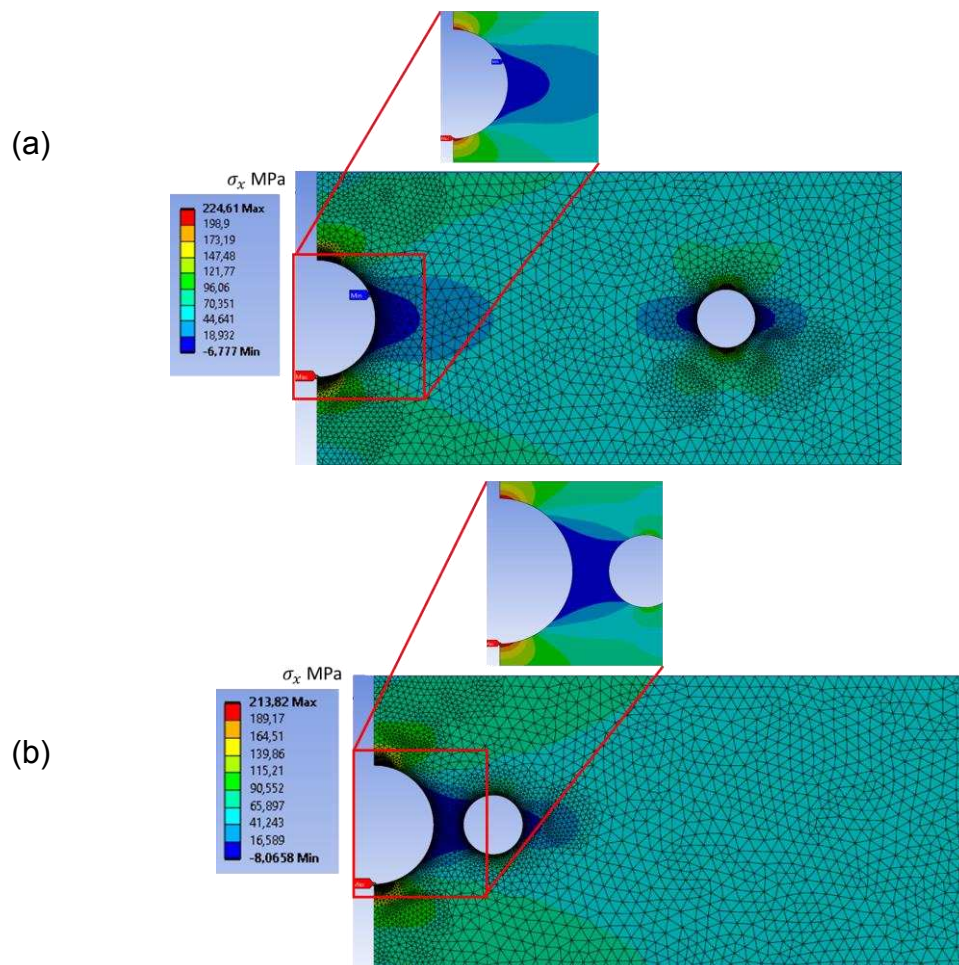
6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo serão apresentados os resultados e a discussão sobre os dados obtidos através das simulações utilizando o programa ANSYS®.

6.1 PLACA PLANA SIMÉTRICA

Para validar e definir a metodologia utilizada que será aplicada nos demais problemas foram realizadas quatro simulações na placa plana simétrica, como já citado na seção 5.1 (Tabela 1). A Figura 11 mostra o campo de tensão normal na direção x obtido para a geometria primitiva em duas configurações simuladas.

Figura 11 - Distribuição do campo de tensão σ_x na placa simétrica: (a) Placa plana com aliviador de tensão longe; (b) placa plana com aliviador de tensão perto.



Fonte: Autoria própria (2023)

Nota-se na Figura 11 que o programa usa uma escala de cores para apresentar os valores de tensão utilizando as cores azul e vermelho, respectivamente, para representar os valores mais baixos e mais altos. Além disso, colocou-se um marcador a fim de localizar o ponto de maior tensão. Ademais, cabe ressaltar que apenas aproximar o aliviador de tensão do furo se mostrou suficiente para promover uma redução em 4,80% do valor k_t .

Visto isso, como já mencionado na seção 5.1, foi realizada uma varredura ao longo de toda região viável com o intuito de compreender melhor os métodos utilizados, dado que a função objetivo é dependente das variáveis de projeto. Foi estipulado um passo para cada uma (5 mm para D_1 e 3 mm para R) e colocado no ANSYS® como valores das variáveis de projeto e obtido o valor da tensão normal na direção x máxima, como mostra a Tabela 3.

Tabela 3 - Mapeamento fatorial ⁹ da região viável da placa plana

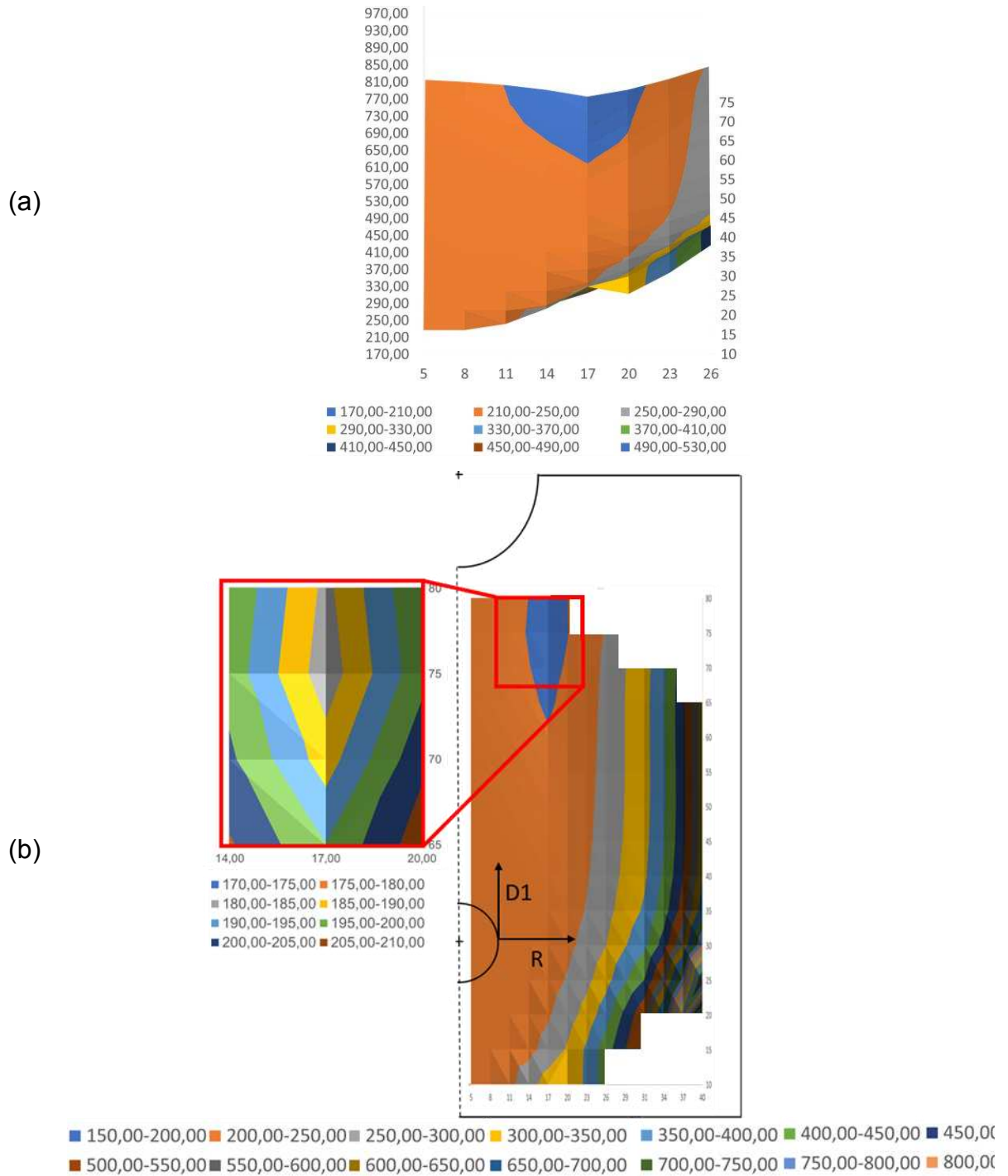
		D1														
		10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
R	5	224,8	224,8	224,8	224,8	224,8	224,7	224,6	224,4	224,1	223,7	223,1	222,6	222,1	221,9	222,5
	8	224,9	224,9	224,8	224,8	224,7	224,5	224,2	223,6	222,9	221,8	220,5	219,0	217,7	217,1	218,3
	11	239,2	224,9	224,9	224,8	224,5	224,2	223,5	222,5	221,0	218,9	216,4	213,5	210,8	209,4	211,0
	14	275,5	236,5	224,8	224,7	224,3	223,7	222,6	220,9	218,3	214,9	210,6	205,7	201,0	198,1	199,6
	17	326,8	266,2	244,5	229,4	223,9	222,9	221,2	218,6	214,8	209,5	202,8	195,2	187,6	182,1	183,7
	20	310,0	305,5	275,8	253,6	238,8	230,2	225,2	221,8	218,7	215,5	212,0	208,1	203,8	198,5	*
	23	360,0	357,7	318,8	286,2	264,7	252,6	246,1	242,1	239,2	236,5	234,0	231,6	228,7	223,7	*
	26	425,0	425,8	378,6	331,1	299,3	282,3	273,7	269,0	266,1	264,1	262,7	261,7	259,6	253,7	*
	29	*	498,5	463,9	394,1	346,5	322,2	310,6	304,9	301,9	300,6	300,5	300,7	298,4	290,3	*
	31	*	*	542,0	451,1	387,8	356,4	342,3	335,7	332,7	331,8	332,5	333,2	330,2	*	*
	34	*	*	709,1	572,4	471,8	424,8	405,1	396,8	393,7	393,5	395,4	396,3	391,0	*	*
	37	*	*	974,9	769,1	598,4	524,7	497,0	486,4	482,9	483,6	486,3	486,2	477,7	*	*
	40	*	*	*	1125,3	805,6	682,3	642,5	628,8	625,0	626,3	629,1	626,7	*	*	*

Fonte: Autoria própria (2023)

Com isso, a Figura 12 mostra o gráfico com os valores de tensão normal na direção x máxima obtidos através da Tabela 3 e suas curvas de nível enquadrada nas variáveis de projeto para exemplificar onde se encontra a condição inicial. Está representado apenas um quarto da geometria devido a simetria.

⁹ Os valores que apresentam * são pontos que não pertencem ao domínio da função por não apresentarem uma construção contínua da geometria.

Figura 12 - (a¹⁰) Mapa da função objetivo da placa plana obtido mediante varredura; (b) Curva de nível da função objetivo da placa plana.



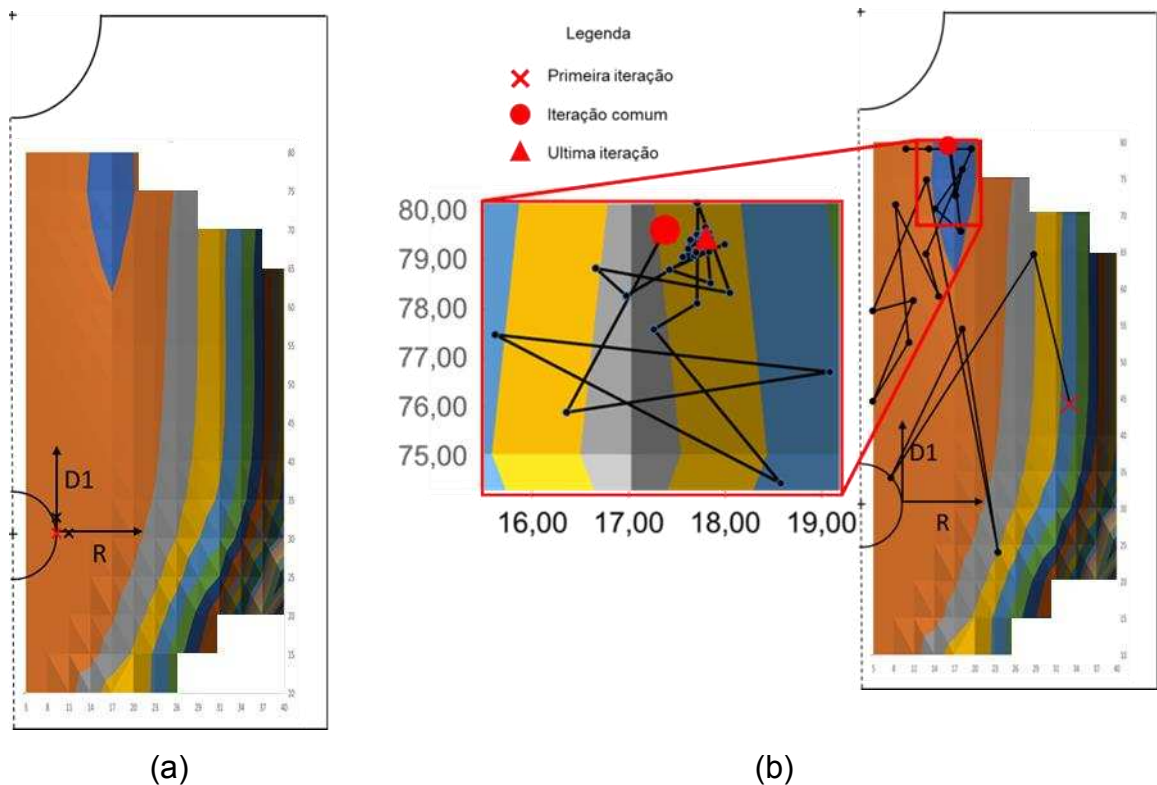
Com a Figura 12 (a) é possível observar que existe uma região de tensão constante perto da condição inicial do aliviador de tensão. Com a Figura 12 (b) nota-

¹⁰ O domínio da função objetivo foi restringido devido aos pontos fora do domínio da função.

se que o mínimo da função se encontra na região de destaque. Vale acentuar que como se trata de um problema mais simples e com apenas duas variáveis é possível utilizar dessa abordagem como meio de visualizar a função objetivo e comparar com os dados obtidos através da aplicação dos métodos utilizados pelo ANSYS®. Entretanto, para problemas mais complexos e com mais variáveis de projeto esse tipo de abordagem se torna inviável devido ao domínio da função objetivo ser um hiperespaço de dimensão n , cujo valor de n é a quantidade de variáveis de projeto.

Após isso, foram executadas as simulações para os 4 casos e com as tensões calculadas no processo de otimização foram traçadas as trajetórias para cada caso. A Figura 13 mostra os caminhos percorridos pelas simulações 1 e 2 com o aliviador distante do furo central sobreposta as curvas de nível da função.

Figura 13 - Mapa de caminhos das simulações: (a) simulação 1 utilizando o método NLPQL; (b) simulação 2 utilizando o método *Adaptive Single-Objective*.



Fonte: Autoria própria (2023)

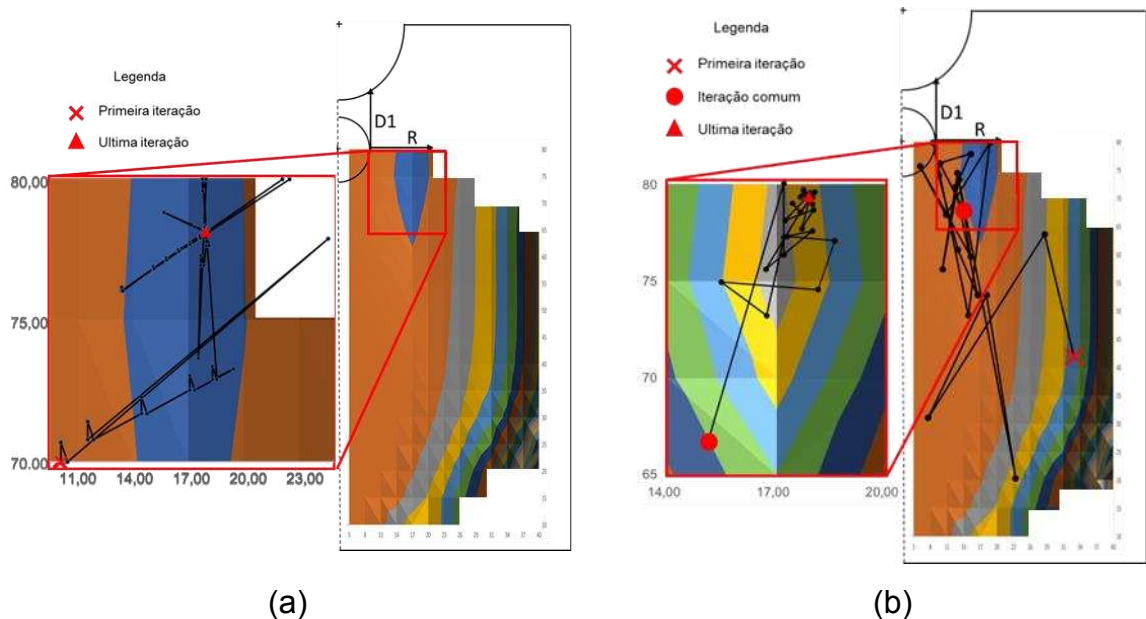
Como observado na Figura 13, para a primeira simulação não houve variação das variáveis de projeto, e da função objetivo, pois o método NLPQL recai em um

ótimo local, e como as variáveis de projeto se encontravam em uma região de platô, o gradiente da função é praticamente zero. Então o método aponta a condição inicial como uma região de mínimo, por isso não há alteração significativa das variáveis de projeto e do k_t .

Por outro lado, na segunda simulação é possível observar na Figura 13 (b), que o método pode ser dividido em duas etapas, uma etapa de varredura (mostrado pela curva de nível completa) e uma etapa de busca pelo mínimo (mostrado pela ampliação). O *Adaptive Single-Objective* se utiliza dessas duas etapas para poder verificar possíveis regiões com mínimos locais, e assim encontrar o mínimo global.

A Figura 14 mostra os caminhos percorridos pelas simulações 3 e 4 com o aliviador próximo do furo central.

Figura 14 - Mapa de caminhos das simulações: (a) simulação 3 utilizando o método NLPQL; (b) simulação 4 utilizando o método *Adaptive Single-Objective*.



Fonte: Autoria própria (2023)

É possível notar na Figura 14 que para a terceira simulação, como a distância do aliviador de tensão mudou, o método NLPQL encontrou o mínimo, pois a região de análise saiu de uma região de platô e foi para uma região em que o gradiente não é nulo, ou seja, foi para próximo de uma região de mínimo, que para esse caso coincide com o mínimo global. É importante ressaltar que embora esse método tenha encontrado um mínimo, a Figura 14 (a) mostra que o NLPQL apenas seguiu a direção

contrária do gradiente, não foi feita uma varredura similar àquela efetuada no segundo método.

Já a quarta simulação, apresentou o mesmo comportamento que o da simulação 2, como visto na Figura 14 (b), uma etapa de varredura e uma etapa de minimização mesmo ele estando mais perto do furo central, isso mostra que o método Adaptive Single-Objective não está atrelado a condição inicial para seu processo de otimização.

Após isso, foram sintetizados os dados obtidos pelo ANSYS®. A Tabela 4 apresenta os valores das variáveis de projeto e o k_t calculado pela Equação 1.

Tabela 4 - Resultados das simulações da placa plana simétrica

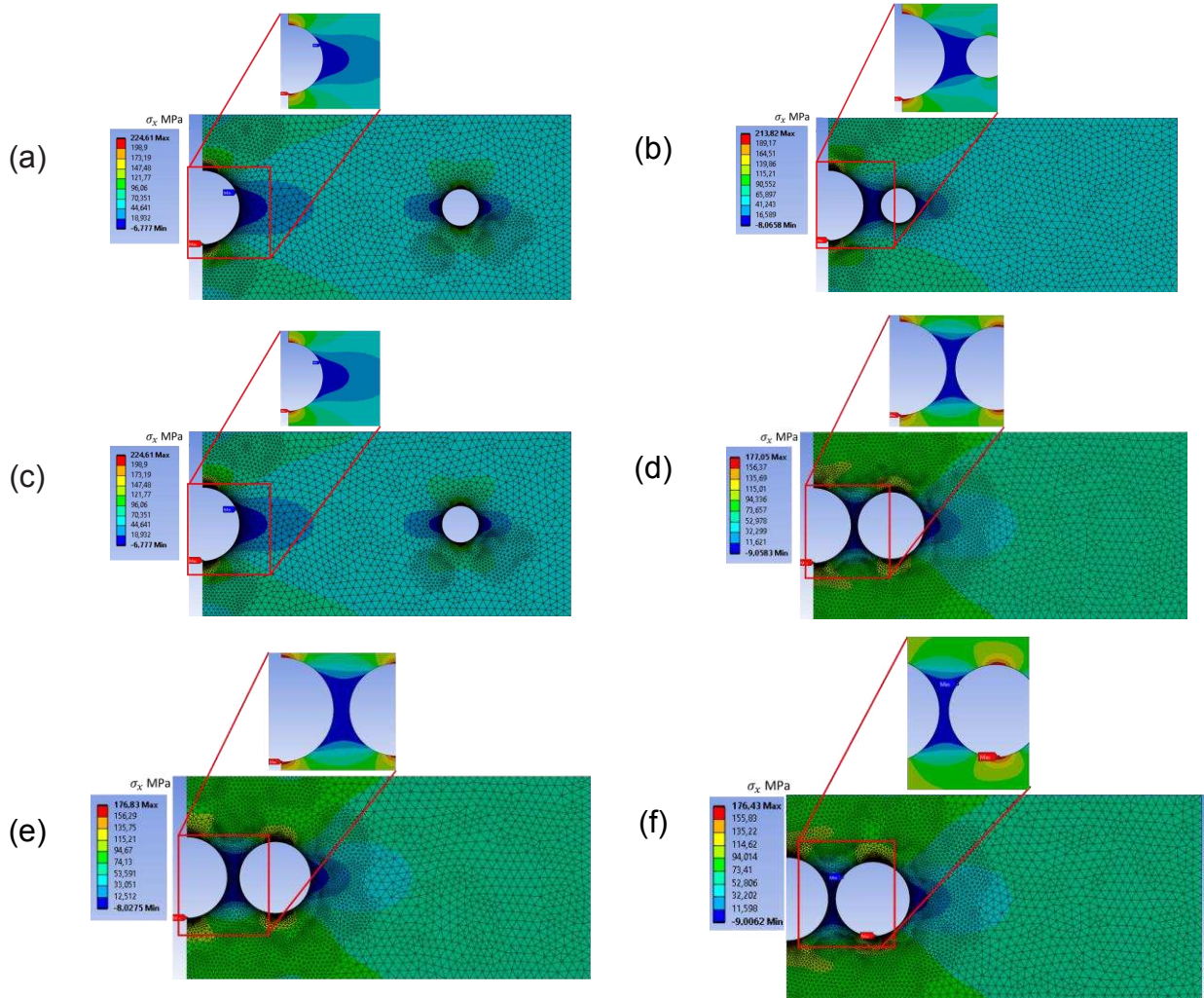
	k_t	D1 [mm]	R [mm]
Simulação 1	2,25	30,7	10
Simulação 2	1,76	78,82	17,77
Simulação 3	1,76	78,13	17,66
Simulação 4	1,76	79,29	17,88

Fonte: Autoria própria (2023)

Analisando a Tabela 4 é possível notar que a primeira simulação ficou estagnada na condição inicial devido a dependência do método com relação à condição inicial das variáveis de projeto, enquanto as simulações 2, 3, 4 encontraram o mínimo global da função objetivo em uma região próxima. Assim, é possível afirmar que os dois métodos chegaram aproximadamente na mesma solução quando o a D_1 e R do aliviador de tensão se encontrava perto do mínimo global.

A Figura 15 mostra os campos de tensões normais na direção x da placa plana simétrica.

Figura 15 - Comparação dos campos de tensões σ_x da placa plana simétrica da: (a) placa plana primitiva com aliviador distante do furo; (b) placa plana primitiva com aliviador próximo ao furo; (c) placa plana otimizada simulação 1, redução de 0% no k_t ; (d) placa plana otimizada simulação 2, redução de 21,77% no k_t ; (e) placa plana otimizada simulação 3, redução de 17,33% no k_t ; (f) placa plana otimizada simulação 4, redução de 17,33% no k_t .



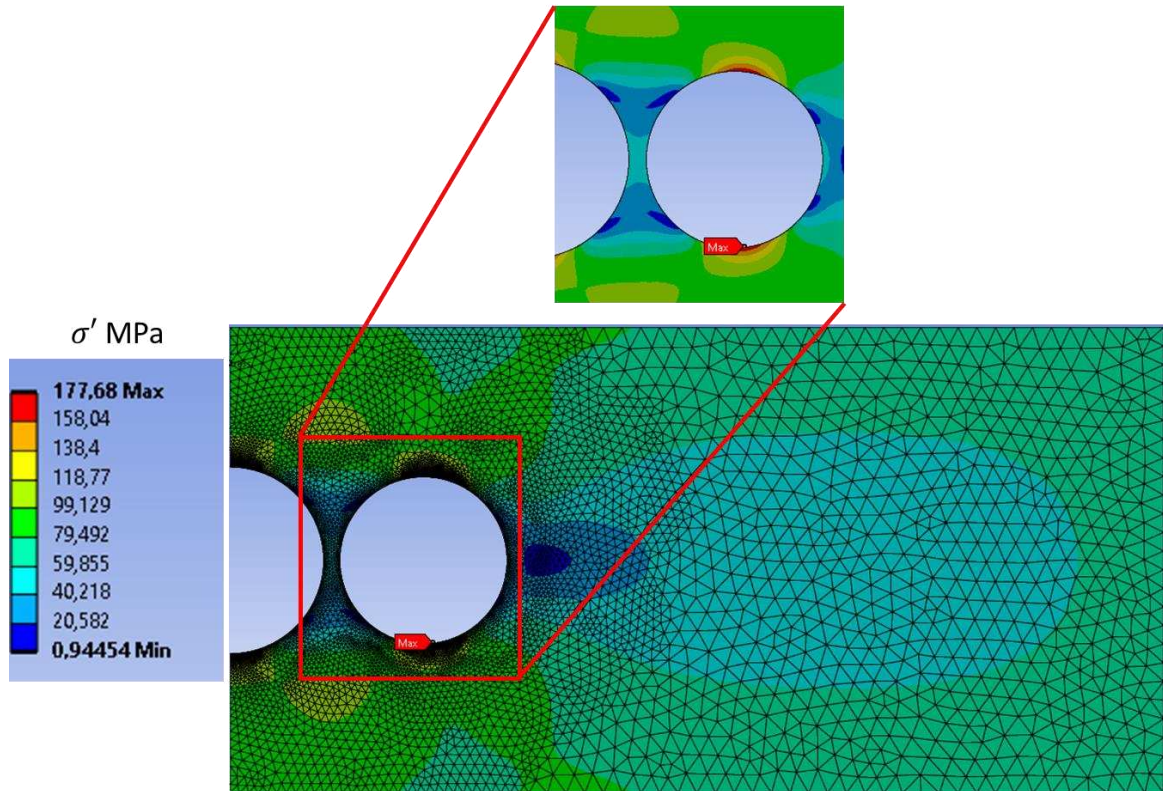
Fonte: Autoria própria (2023)

As simulações serviram para verificar a teoria de otimização aplicando em um problema e com os dados obtidos foi possível observar que os métodos de otimização chegaram ao mesmo mínimo da função objetivo, porém o método *Adaptive Single-Objective* foi escolhido como método para as simulações da barra filetada e da viga com furos assimétricos, devido ao fato de ser capaz de verificar todo o domínio da função e não ficar atrelado à condição inicial do problema para se obter o ótimo global.

Feito isso, é importante fazer algumas considerações sobre a metodologia utilizada, como foi feito uma análise para esse problema considerando apenas a tensão

σ_x , a Figura 16 mostra o campo de tensão de von Mises, para verificar se as outras componentes influenciam na região analisada.

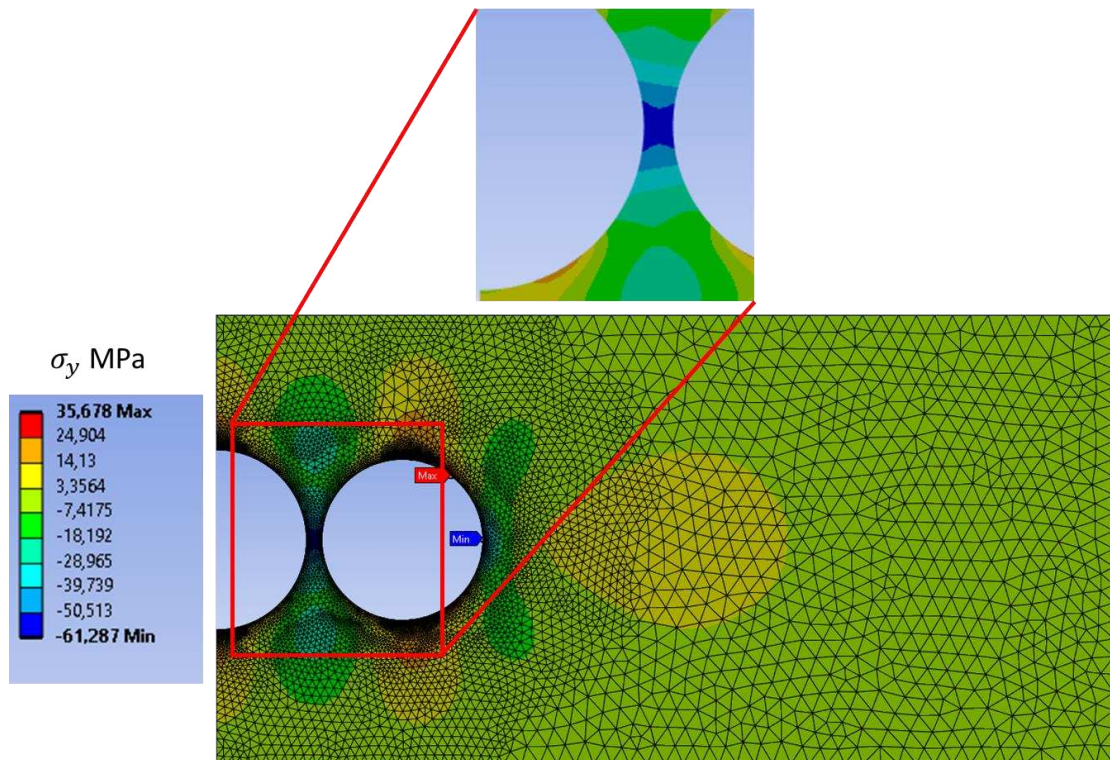
Figura 16 - Distribuição do campo de tensão de von Mises na placa simétrica.



Fonte: Autoria própria (2023)

É possível observar na Figura 16 que a tensão máxima de von Mises, apresenta valor próximo da tensão σ_x , mostrando que para esse carregamento as outras tensões (σ_y e τ_{xy}) não apresentam valores significativos na região de máxima tensão. Entretanto, a solução aproximou o aliviador do furo central e ao analisar a tensão σ_y foi observado o aparecimento de um septo em compressão como mostra a Figura 17.

Figura 17 - Distribuição do campo de tensão σ_y na placa simétrica.



Fonte: Autoria própria (2023)

A Figura 17, mostra que a região entre o furo central e o aliviador forma um septo (o qual se assemelha a uma coluna em compressão na ordem de 60 MPa), esse tipo de carregamento pode gerar flambagem, e como a metodologia abordada no presente trabalho não considera esse tipo de situação, em um projeto mecânico com essa abordagem é preciso definir o σ_y como uma restrição do projeto e/ou fazer uma análise considerando a flambagem dessa região. Ainda uma alternativa, seria restringir a área viável do problema de otimização de modo a não se permitir uma espessura tão diminuta do septo. Frente a este contexto, chama-se a atenção da necessidade de uma avaliação cuidadosa dos resultados obtidos em otimização antes de uma tomada de decisão para aplicação em um componente que será efetivamente fabricado.

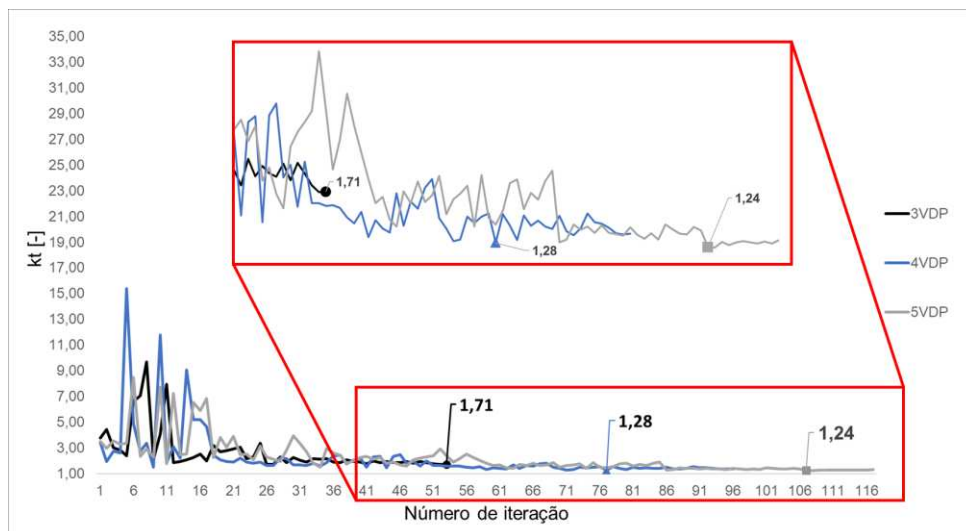
6.2 BARRA FILETADA

Após o método testado e validado foram realizadas nove simulações como proposto na seção 5.1. As Figuras 18, 19 e 20 mostram a convergência do processo

de otimização das simulações para cada tipo de carregamento aplicado para as 3 condições de NVP (número de variáveis de projeto) propostas.

A Figura 18 mostra o histórico do fator de concentração de tensão do processo de otimização utilizando a força em tração (P1). Foram utilizadas as tensões do processo de otimização convertidas em k_t conforme a Equação 1. Para esses casos foi observado que conforme o aumento das variáveis de projeto o número de iterações demandadas para atingimento da convergência cresceu em 52%, comparando as situações 3 VDP e 5 VDP. Embora, o aumento de graus de liberdade foi imprescindível para minimizar a tensão normal na direção x máxima, o custo computacional para esse caso aumentou, visto o aumento de números de iterações.

Figura 18 - Histórico do fator de concentração de tensão do processo de otimização para barra filetada submetida a tração pura.

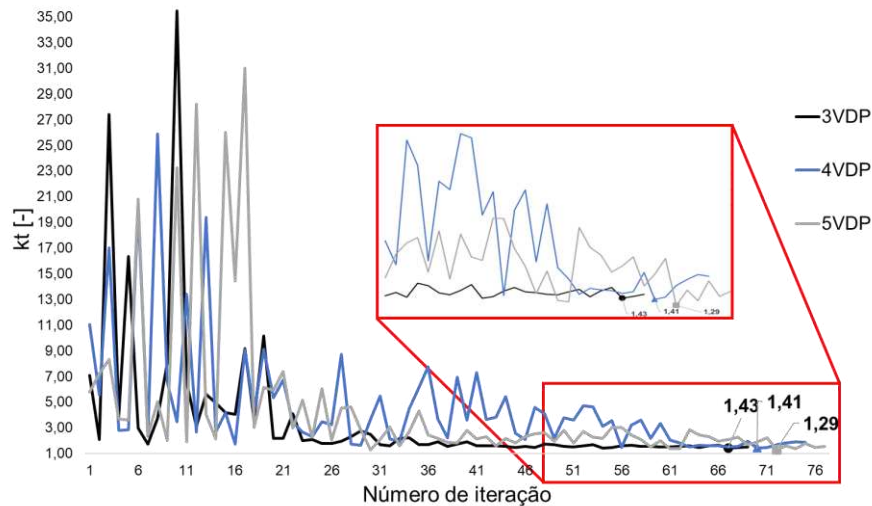


Fonte: Autoria própria (2023)

A Figura 19 mostra o histórico do fator de concentração de tensão do processo de otimização utilizando a força de flexão (P2). Para estes casos foram observados uma diferença menor entre o número de iterações até a convergência em comparação com o observado na Figura 18. Apenas 7% de aumento, comparando o caso com 5 VDP em relação ao caso com 3 VDP. Assim, o aumento do custo computacional não foi significativamente maior e o aumento de variáveis de projeto foi viável, visto que

houve uma redução do k_t de 46% para 3VDP, de 60% para 4VDP e de 61 % para 5 VDP quando comparados com o k_t primitivo.

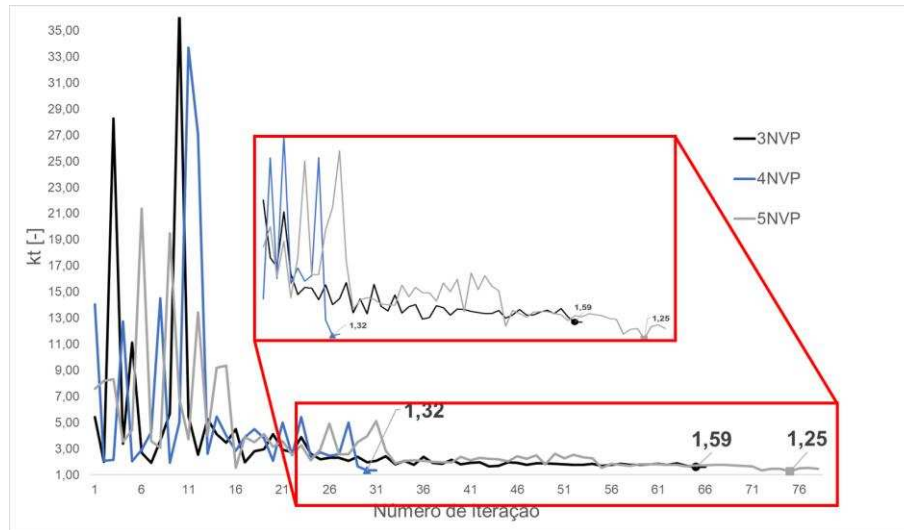
Figura 19 - Histórico do fator de concentração de tensão do processo de otimização para barra filetada submetida flexão pura



Fonte: Autoria própria (2023)

A Figura 20 mostra o histórico do fator de concentração de tensão do processo de otimização utilizando carregamento combinada (P1 e P2). Nesse caso foi observado uma diferença maior entre o número de iterações até a convergência em comparação com o observado no gráfico de convergência para o carregamento trativo (Figura 18), sendo 60% maior quando comparado com o caso com menos iterações (4VDP), e 12% maior comparando 3 VDP com 5 VDP. Para esse tipo de carregamento o custo computacional aumentou com o aumento de variáveis de projeto.

Figura 20 – Histórico do fator de concentração de tensão do processo de otimização para barra filetada submetida a forças combinadas



Fonte: Autoria própria (2023)

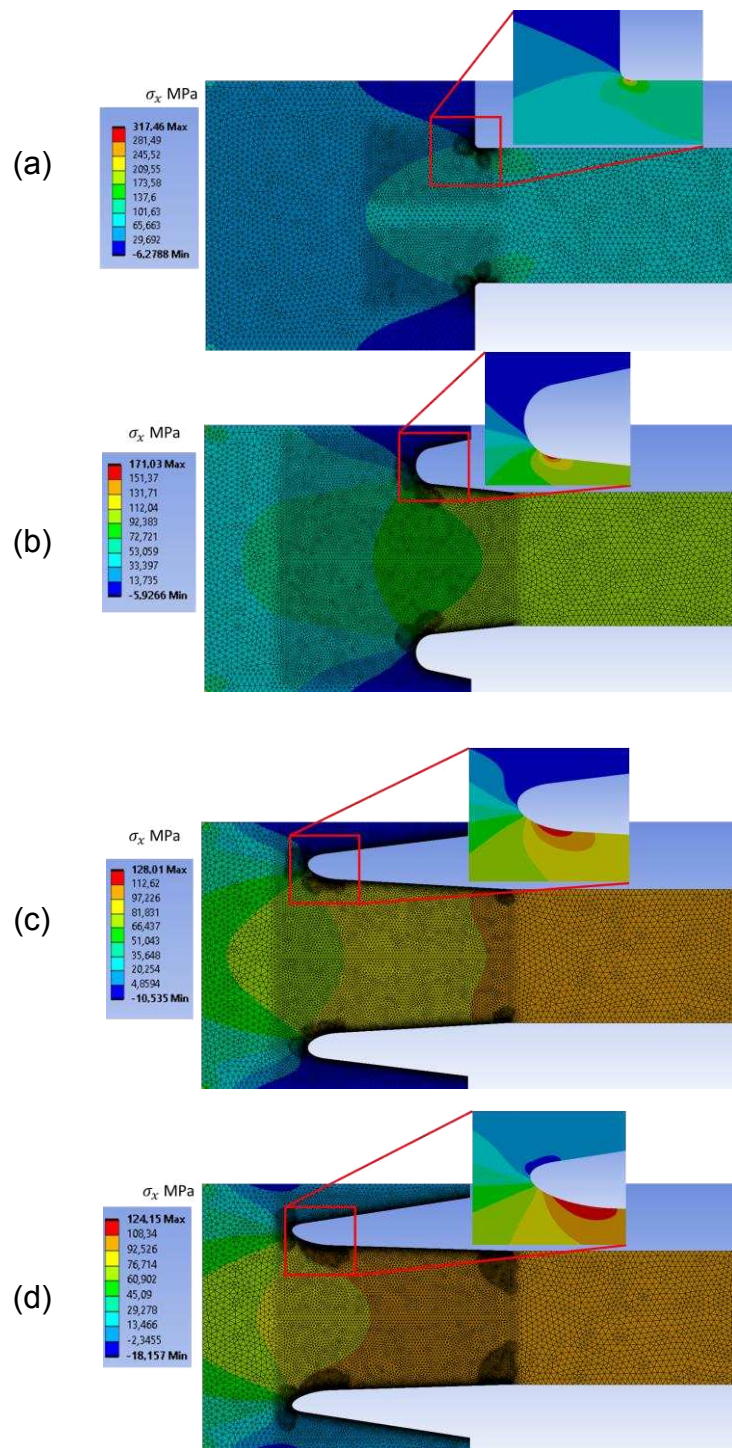
De maneira geral o número de iterações foi maior para o caso em tração, sendo cerca de 35% maior comparado com o caso de menor número de iteração (caso em flexão pura). Isso implica que a variável D_2 tem mais relevância para esse tipo de carregamento. Ademais, foi observado que o aumento de variáveis de projetos aumentou o número de iterações para convergência. Outro ponto comum para todos os casos foi a presença de uma varredura nas primeiras iterações, como já discutida na seção 6.1, o método se utiliza de um mapeamento de todo o domínio, como observado nas figuras existe uma grande variação do valor concentração de tensão no começo da otimização.

Em relação à quantidade de variáveis de projeto, o terceiro caso, carregamento combinado (Figura 18), apresentou o maior aumento percentual (60%) no número de iterações necessárias para a convergência. Isso evidencia que, para este caso específico, a alteração do número de variáveis de projeto é mais significativa para o processo de convergência. Já o segundo caso (Figura 19) apresentou o menor percentual (7%), sendo menos significativo o aumento de variáveis de projeto.

A Figura 21 expõe os campos de tensões normal na direção x encontrados através da simulação em tração (P1) da barra filetada. O aumento de variáveis de projeto mostra que existe uma predisposição do entalhe de se aproximar do engaste de maneira a aumentar a seção transversal e da elipse ter uma razão de aspecto alta. Sendo a razão de aspecto a relação dos polos, ou seja, a razão entre o polo maior e

o polo menor da elipse. É usada para descrever a forma e proporção da elipse, quanto maior essa razão maior a diferença entre os polos.

Figura 21 - Geometria primitiva e otimizadas em tração: (a) geometria primitiva; (b) geometria com 3 variáveis; (c) geometria com 4 variáveis; (d) geometria com 5 variáveis.



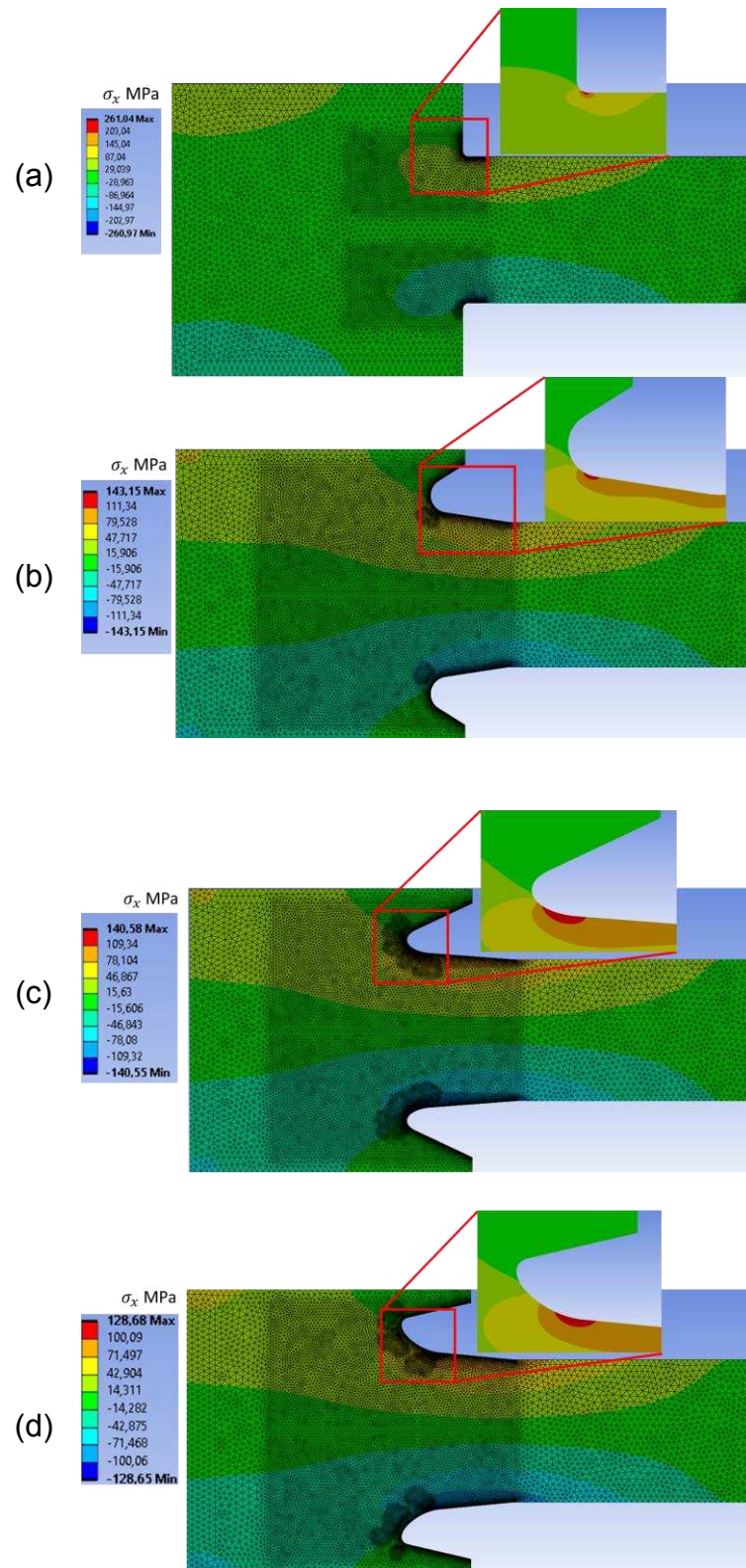
Fonte: Autoria própria (2023)

É possível observar na Figura 21 que para o primeiro caso (Figura 21 (b)) como as variáveis “*a*” e “*b*” da elipse são iguais o entalhe se afastou o máximo possível do centro da barra. Já para o segundo caso (Figura 21 (c)) como existe uma maior liberdade, uma vez que “*a*” e “*b*” podem assumir valores distintos, a elipse apresentou uma razão de aspecto de 2,21, para o terceiro caso (Figura 19 (d)), além do aumento da razão de aspecto para 2,93, a elipse apresentou se um pequeno giro (7°) no sentido de aumentar a seção transversal.

Esse fato de a elipse ter uma razão de aspecto alto mostra uma tendência da geometria ótima estar buscando um aumento de seção transversal, uma vez que a esta é inversamente proporcional a tensão normal, ou seja, quanto maior a seção menor a tensão.

A Figura 22 mostra os resultados para a simulação com o carregamento em flexão (P2). Para este caso houve também uma tendência do entalhe se distanciar da linha neutra, entretanto, não houve uma aproximação do engaste, como no primeiro caso. Isso ocorre porque embora haja um aumento da seção transversal para diminuir a tensão, quanto mais perto o entalhe do engaste maior o momento fletor interno consequentemente, maior a tensão normal atuante na direção *x*.

Figura 22 - Geometria primitiva e otimizadas em flexão: (a) geometria primitiva; (b) geometria com 3 variáveis; (c) geometria com 4 variáveis; (d) geometria com 5 variáveis.

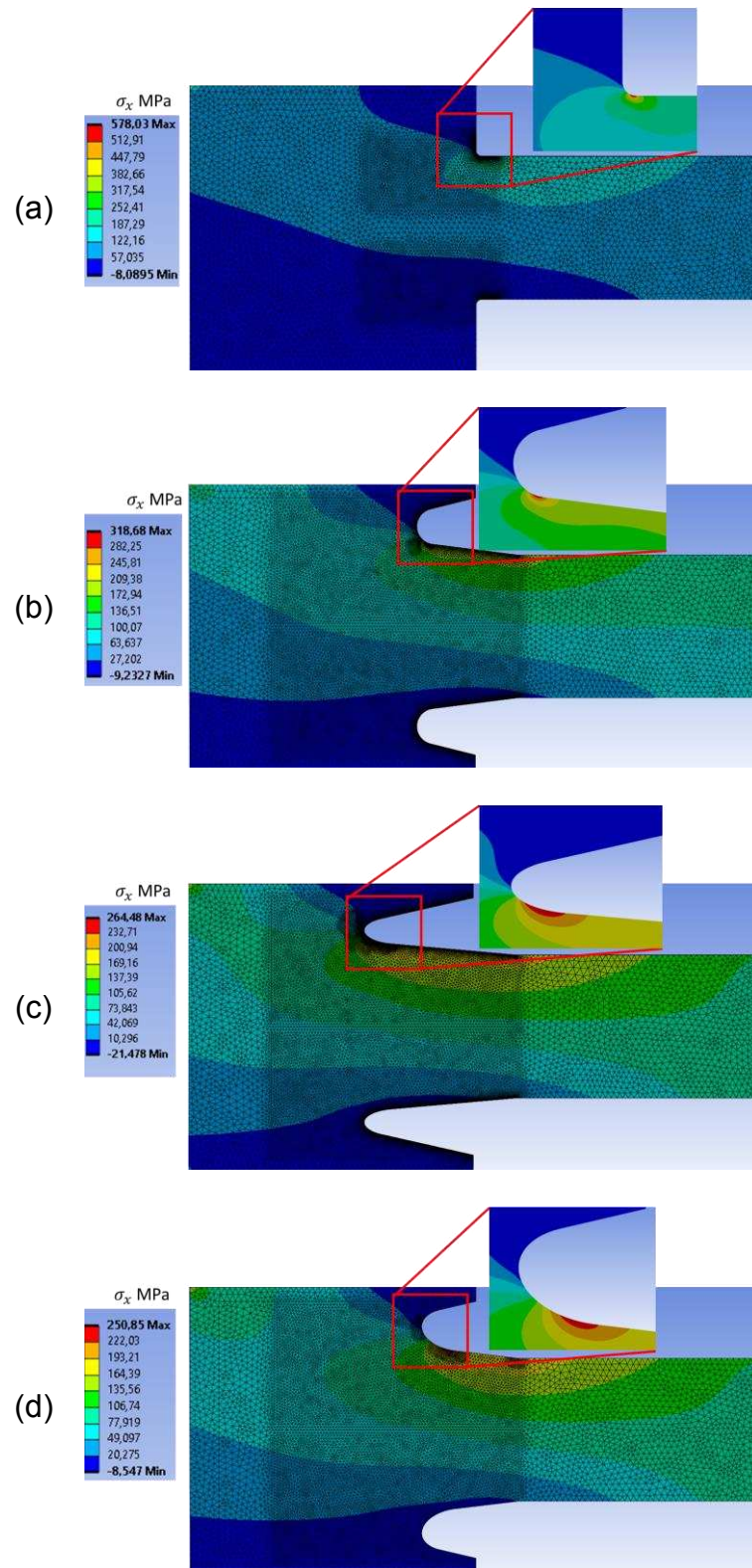


Fonte: Autoria própria (2023)

Foi observado na Figura 22 que houve uma tendência de aumento da seção transversal, pelo afastamento do entalhe em relação a linha neutra e com o aumento de variáveis houve aumento da razão de aspecto da elipse, sendo aproximadamente 2 para 4VDP e 5VDP, e apresentou uma tendência de giro mais expressiva (28°) para o caso com 5VDP, como o entalhe não consegue se aproximar do engaste o giro é uma forma de aumentar a seção transversal, ainda mais com a elipse tendendo a ter uma razão de aspecto elevado.

A Figura 23 apresenta os resultados obtidos da simulação com carregamento combinado (P1 e P2). Para esse caso, assim como nos outros, houve uma predisposição a ter um aumento da seção transversal com o distanciamento do entalhe do centro da barra com valores próximos ao máximo.

Figura 23 - Geometria primitiva e otimizadas em combinado: (a) geometria primitiva; (b) geometria com 3 variáveis; (c) geometria com 4 variáveis; (d) geometria com 5 variáveis.



Fonte: Autoria própria (2023)

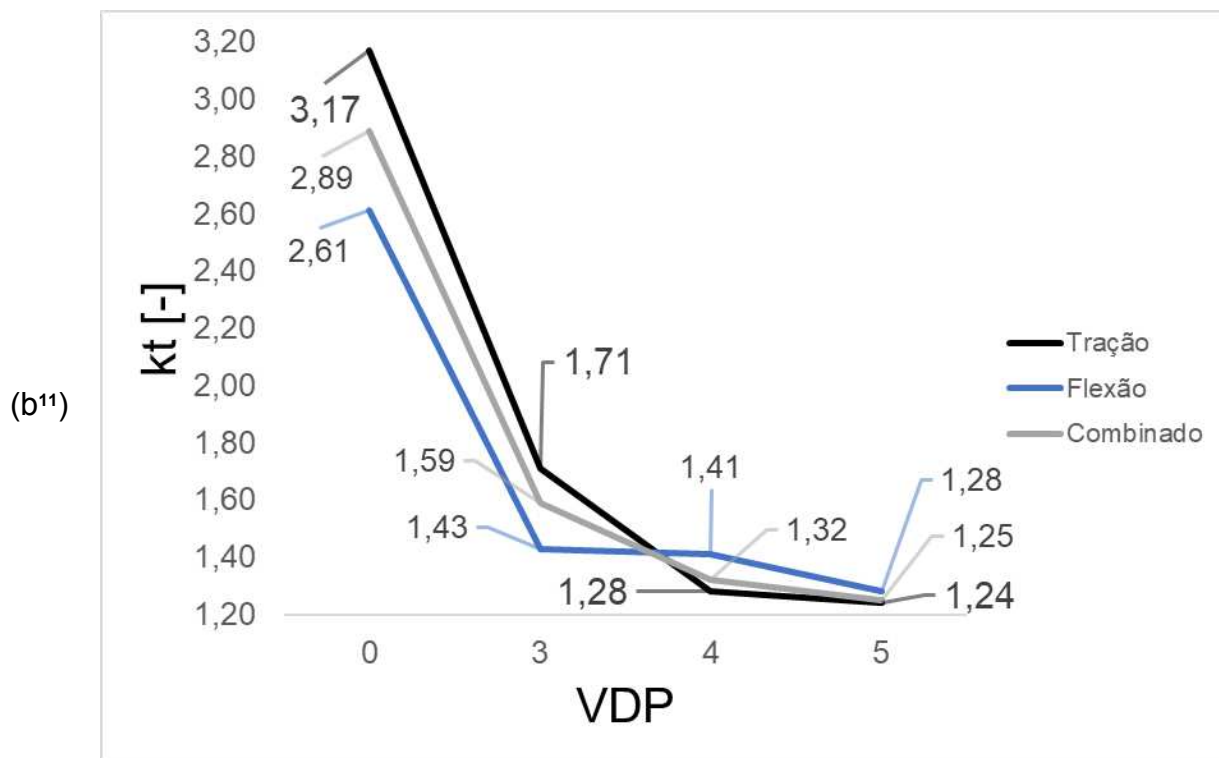
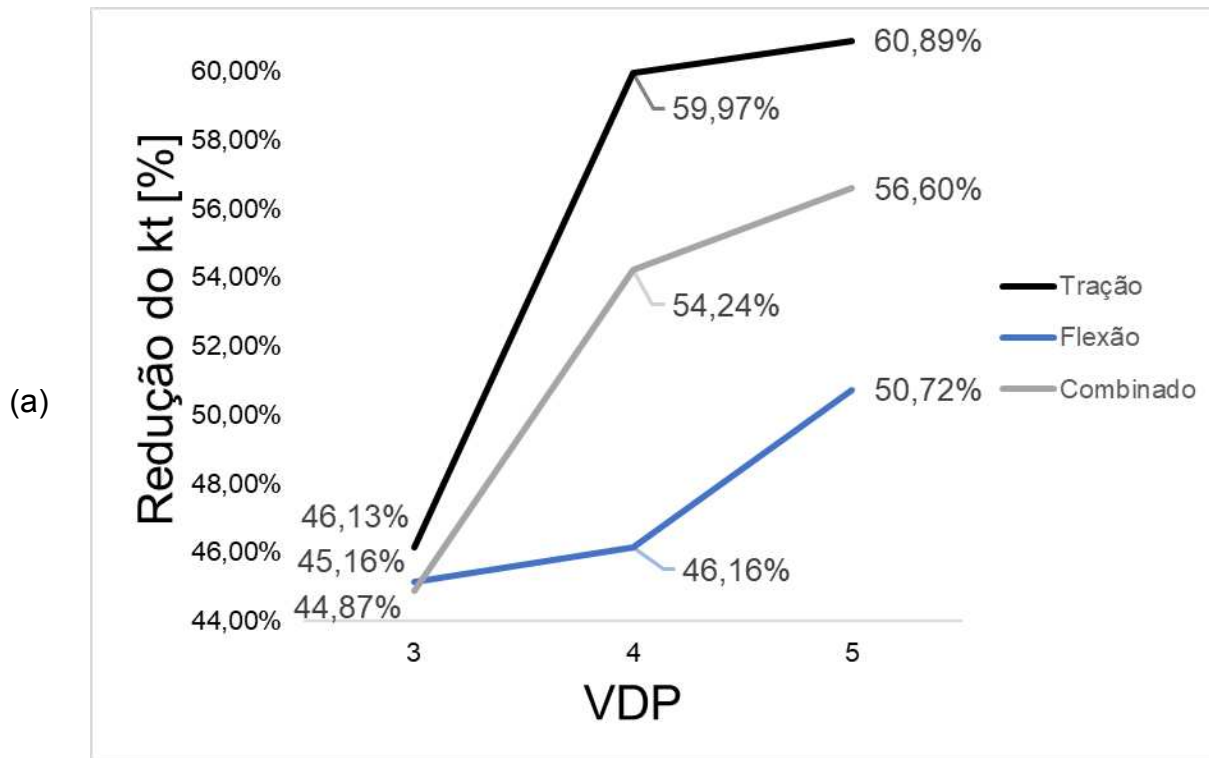
Neste último conjunto de simulações a situação com 4 variáveis de projeto apresentou um leve deslocamento do entalhe em direção ao engaste, porém a com 5 variáveis voltou a ter valores próximos ao inicial. Isto ocorreu devido ao avanço do entalhe aumentar o momento causado pela força P2, uma vez que aumenta a distância do concentrador de tensão em relação ao local de aplicação da carga e isso aumenta o momento, e embora para tração, como visto na Figura 21, tenha sido vantajoso, para o caso combinado foi preciso encontrar uma solução intermediária de equilíbrio para o entalhe.

Para os resultados desse ensaio, houve o mesmo padrão quanto a razão de aspecto da elipse, sendo 2,5 para 4VDP e 1,65 para 5VDP, para a o último caso o giro da elipse foi pequeno (9°), expondo a tendência de aumentar a seção transversal.

As geometrias encontradas através das simulações obtiveram resultados satisfatórios, pois houve uma redução significativa do fator de concentração de tensão em todos os casos, sendo o caso em tração o que mais apresentou redução de k_t . Quanto a fabricação desse tipo de geometria pode haver complicações devido à falta de simetria do entalhe. Com isso, para um projeto em que se visa a otimização de uma barra filetada com o intuito de aplicação mecânica, cabe ao projetista analisar a viabilidade da fabricação e escolher a geometria que melhor atente ao projeto.

A Figura 24 expõe a redução percentual do k_t e seus valores obtidos através da otimização.

Figura 24 - Fator de concentração de tensão: (a) Percentual de redução; (b) Valores otimizados.



Fonte: Autoria própria (2023)

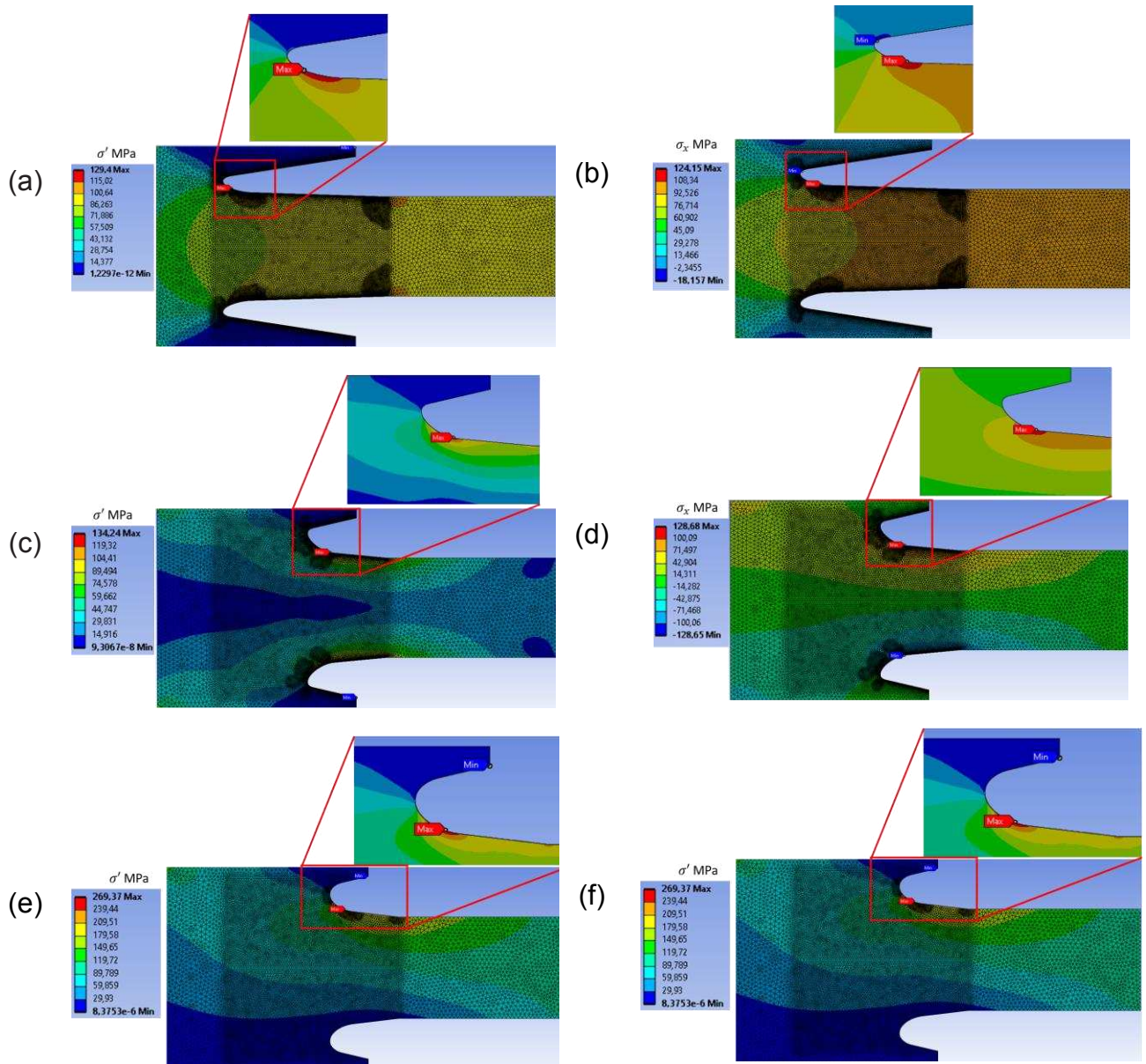
¹¹ Valor 0 no eixo horizontal da Figura 24 (b) representa os valores primitivos do k_t .

Ao analisar a Figura 24, podemos observar que a redução do valor do fator de concentração de tensão tende a ser um valor próximo para todos os tipos de carregamento. No entanto, a partir da análise do percentual é possível observar que os ensaios de tração obtiveram uma redução percentual maior, isso porque a variável D_1 é mais significativa para esse carregamento do que para os outros. Enquanto, o caso em flexão apresenta o menor percentual de redução visto que D_1 é menos significativa para esse tipo de carregamento, uma vez que ela está atrelada à distância da aplicação da força.

Analisando cada cenário de carregamento, foi possível observar que o aumento de variáveis de projeto de 3 para 4 em tração pura foi bastante relevante para o processo, entretanto, de 4 VDP para 5VDP não apresentou tanta relevância. Já para o caso em flexão o aumento de variáveis de projeto foi relevante em todos os casos, sendo o mais relevante de todos os carregamentos. Para o carregamento combinado apresentou o mesmo comportamento de tração, uma vez que o aumento de 3 VDP por 4 VDP foi relevante, mas o de 4 VDP para 5 VDP não foi. É importante ressaltar que para todos os casos houve uma redução significativa do valor do k_t .

Visto isso, foram analisadas as tensões de von Mises, para verificar se as outras tensões influenciam na região de análise. As regiões de onde ocorreram a tensão σ_x máxima apresentaram um comportamento típico para 3VDP, 4VDP e 5VDP para todos os carregamentos, P1 (tração), P2 (flexão) e P1 e P2 (carregamento combinado). A figura 25 apresenta as tensões de von Mises e as tensões normal na direção x para as simulações com 5 VDP para cada carregamento.

Figura 25 - Comparação dos campos de tensões na barra filetada com 5VDP: (a) tensão σ' em tração pura; (b) tensão σ_x em tração pura; (c) tensão σ' em flexão pura; (d) tensão σ_x em flexão pura; (e) tensão σ' carregamento combinado; (f) tensão σ_x carregamento combinado.



Fonte: Autoria própria (2023)

Na Figura 25, é possível observar que a região onde ocorreram a tensão normal máxima, cujo valor é utilizado para obtenção do k_t , tiveram valores de σ' relativamente maiores (aproximadamente 2,4%, 4,6% e 7,6%, respectivamente para os casos P1, P2 e P1 P2 para as geometrias ótimas com 5VDP). Mostrando que nessa região de concentração de tensão as demais componentes (σ_y e τ_{xy}) são de fatos menores, mas ainda assim podem ser significativas. Além disso, constatou-se

uma diferença de posicionamento do $\sigma_{x \max}$ e σ'_{\max} sendo a maior distância verificada para o caso de tração pura (a qual pode estar relacionada ao entalhe mais alongado obtido com o processo de otimização).

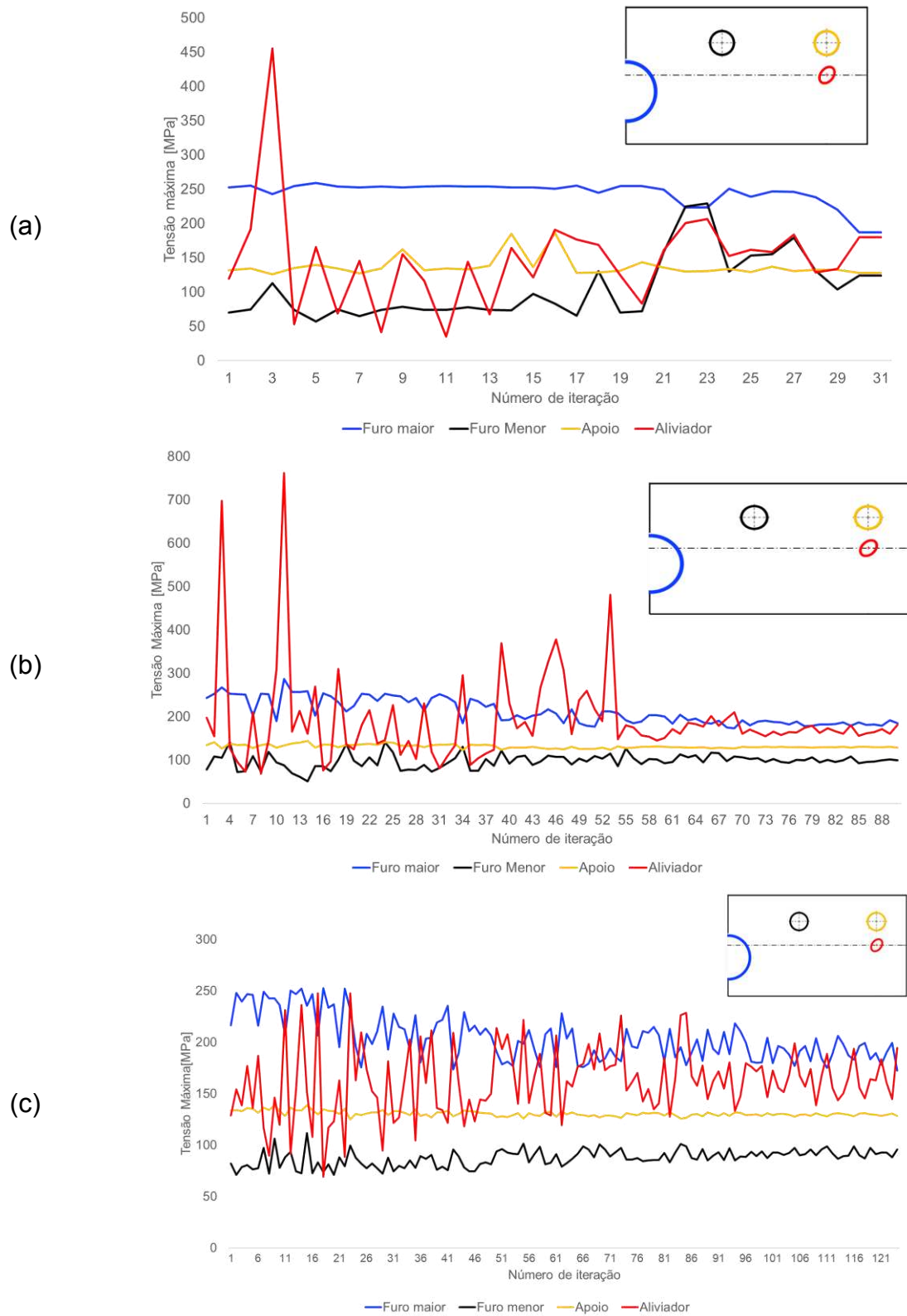
Deste modo, verifica-se uma necessidade de avaliar a concentração de tensão utilizando um parâmetro de tensão que transcreva de modo mais adequada a concentração de tensão. A abordagem deste trabalho, que considera apenas a tensão na direção, σ_x para o caso avaliado, revela-se deficiente (ressaltando que esta formulação é comumente apresentada na literatura clássica Norton (2013) e Hibbeler (2010)). Neste contexto, vale destacar que a norma DIN 743-1(2012) sugere a utilização de σ_1 ¹² e τ_{xy} , respectivamente, para avaliação de tensões normais e cisalhantes em esforços puros para rebaixo em eixos. Já Pedersen (2018) sugere a utilização de σ'_{\max} para esforços combinados. Diante deste cenário, aponta-se necessidade de avaliação destes aspectos em trabalhos futuros.

6.3 Viga com furos assimétricos

Neste problema a tensão máxima de von Mises tem sua posição de ocorrência alterada ao longo do processo de otimização, por isso, houve um acompanhamento do comportamento da tensão ao longo das vizinhanças dos furos. A Figura 26 apresenta os gráficos das tensões máximas de von Mises nessas regiões.

¹² σ_1 é a tensão principal máxima.

Figura 26 - Monitoramento das tensões máximas de von Mises ao longo do processo de otimização da viga com furos assimétricos: (a) 3 variáveis de projeto; (b) 4 variáveis de projeto; (c) 5 variáveis de projeto.



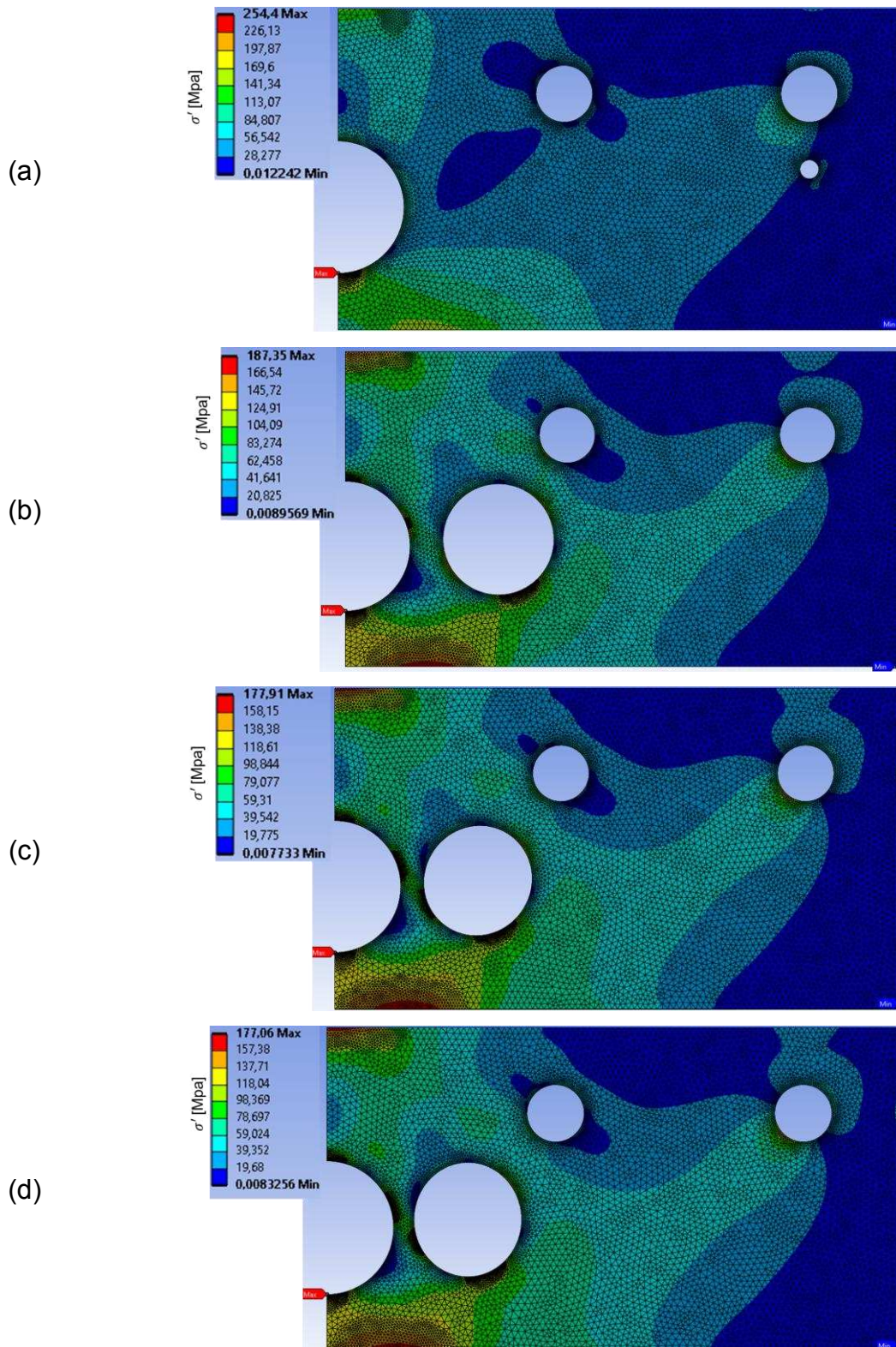
Na Figura 26 observa-se que há uma mudança da localização da tensão máxima como já comentado. Para a Figura 25 (a), caso com 3 VDP, a tensão máxima majoritariamente se encontra no furo maior (furo marcado em azul na Figura 26), entretanto, o aliviador (furo marcado em vermelho Figura 26) e o furo menor (furo marcado em preto Figura 25) apresentam a maior tensão ao longo do processo de otimização. Esse caso foi o único que o furo menor (em preto na Figura 26) apresentou a tensão máxima.

Nas Figura 26 (b) e 26 (c) pode-se observar que apenas o aliviador e o furo maior alternam a tensão máxima de von Mises ao logo da otimização. Assim, expondo que com o aumento de variáveis de projetos os valores das tensões do furo maior e do aliviador se distanciam das tensões do furo menor e do apoio. Reconheceu-se também que as tensões do furo menor e do apoio se mantiveram em um mesmo intervalo de tensões nas três simulações, indicando que o furo maior e o aliviador tendem a serem os causadores de tensões elevadas. Para os três casos a tensão máxima da geometria ótima se encontra no furo maior e a tensão máxima do aliviador é próxima da tensão máxima do furo maior.

Quanto ao custo computacional, houve um aumento de 75% de iterações comparando com o caso de 3VP e com o de 5VDP, mostrando um aumento significativo no tempo de processamento.

A Figura 27 apresenta o campo de tensão da geometria primitiva e as geometrias ótimas encontradas após a simulação das 3 configurações para variáveis de projeto.

Figura 27 - Campo de tensões nas geométricas primitiva e otimizadas: (a) geometria primitiva; (b) geometria com 3 variáveis; (c) geometria com 4 variáveis; (d) geometria com 5 variáveis.



Fonte: Autoria própria (2023)

Como observado na Figura 27 as simulações apresentaram uma redução do valor da tensão máxima de von Mises, entretanto o aumento de variáveis de projeto não se mostrou vantajoso para este tipo de problema, visto que a redução da tensão foi de 5,33% comparando a simulação de 3 variáveis com a de 4 e de 0,5% comparando a de 4 com a de 5 variáveis. Houve uma tendência de alinhamento horizontal do aliviador de tensão com o furo maior, além de que a razão de aspecto do aliviador é próximo de um para todos os casos (condição que mostra pouca vantagem de utilizar uma elipse neste caso).

A Tabela 5, sintetiza os dados encontrados para o caso da viga com furos assimétricos, são apresentados os valores de cada variável de projeto para cada conjunto de variáveis de projeto, a tensão de von Mises máxima obtida pelo processo de otimização, a redução percentual da tensão máxima comparada com a geometria primitiva e o número de iteração de cada processo de otimização.

Tabela 5 - Resultados obtidos do problema da viga com furos assimétricos.

Variáveis de projeto			Tensão Máxima [Mpa]	Redução de tensão [%]	Número de iterações
NVP	Variáveis	Valor			
03	D1 [mm]	217,19	187,35	26,38	31
	D2 [mm]	68,69			
	a = b [mm]	30			
04	D1 [mm]	224,05	177,91	29,92	88
	D2 [mm]	68,18			
	a [mm]	29,50			
	b [mm]	29,62			
05	D1 [mm]	226,08	177,06	30,31	124
	D2 [mm]	69,28			
	a [mm]	30			
	b [mm]	28,25			
	g [°]	0,75			

Fonte: Autoria própria (2023)

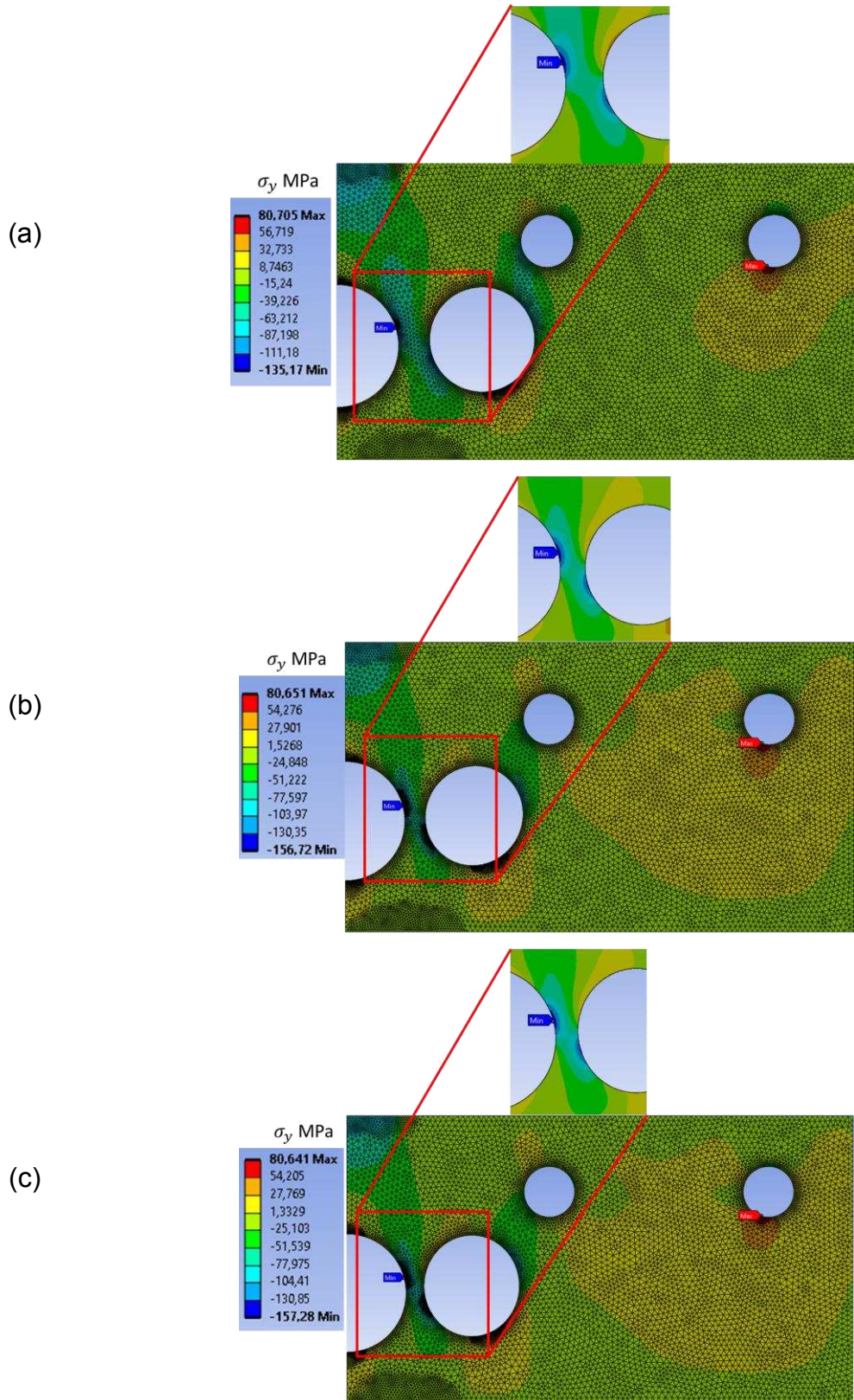
É possível observar na Tabela 5 que o aumento de variáveis de projeto não é favorável para esse problema, a variável “ g ” é praticamente irrelevante para esse caso, o raio aliviador de tensão para as 3 condições é próximo de 30 mm, e a razão de aspecto da elipse é próximo de 1 e tão pouco apresentou tendência de giro, a diferença da redução da tensão máxima de von Mises de 4 VDP para 5 VDP também mostra que o aumento de variável não é propício para essa condição ainda mais se considerar que houve um aumento do iterações de 30% no processamento.

O fato de a elipse apresentar uma razão de aspecto próxima de um(ou seja, de um furo circular), favorece o processo de fabricação do aliviador, entretanto como a redução percentual da tensão não é significativa, a produção do projeto com 3 VDP ou com 4 VDP são as opções com melhor custo benefício.

As geometrias encontradas através das simulações obtiveram resultados satisfatórios, embora para esse projeto o aumento de variáveis não seja interessante. Uma restrição da região viável, principalmente para D_2 , pode ser interessante para a diminuição do custo computacional.

Visto isso, esse problema gera um septo assim como discutido no problema da placa plana simétrica e por isso, foi analisado as tensões σ_y , como mostra a Figura 28.

Figura 28 - Campo de tensões σ_y nas geométricas primitiva e otimizadas: (a) geometria com 3 variáveis; (b) geometria com 4 variáveis; (c) geometria com 5 variáveis.



Fonte: Autoria própria (2023)

É possível observar pela figura 28 a mesma problemática do problema da placa plana simétrica, a região entre o furo central e o aliviador forma um septo em compressão, esse carregamento pode gerar falha por flambagem. Para esse caso o aumento de variável de projeto aproxima o aliviador do furo central, diminuindo a área da seção transversal do septo, o que agrava a situação de flambagem. Como a abordagem no presente trabalho não considera esse tipo de situação, em um projeto mecânico com essa metodologia é preciso fazer uma análise considerando a flambagem dessa região e/ou definir o σ_y como uma restrição do projeto.

7 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como principal objetivo a minimização de concentrações de tensão de componentes mecânicos, utilizando o programa ANSYS®.

Em síntese, este trabalho pode ser dividido em duas principais etapas: A primeira sendo à análise dos métodos NLPQL e *Adaptive Single-Objective* minimizando a concentrações de tensão em um problema plano com um carregamento uniaxial de tração. Com o intuito de verificar a sensibilidade dos métodos à condição inicial e escolher o método que melhor se adequa para resolver os outros 2 problemas propostos. Por sua vez, a segunda etapa se dedicou à aplicação do método escolhido em dois problemas, sendo o primeiro a minimização do fator de concentração de tensão e o outro a minimização da tensão máxima de von Mises.

As simulações para testar os métodos serviram para verificar a teoria de otimização aplicada em um problema. Os dados obtidos apresentaram um bom desempenho para resolver o problema proposto, porém o método *Adaptive Single-Objective* foi escolhido como método para as simulações da barra filetada e da viga com furos assimétricos, devido ao fato de ser capaz de verificar todo o domínio da função e não ficar atrelado a condição inicial do problema para atingir o ótimo global.

Na aplicação da metodologia foi observado que nem sempre o aumento de variáveis de projeto é vantajoso, principalmente quando se avalia o aumento de custo computacional que isso gera no processo de otimização. No problema 2 houve uma redução significativa do fator de concentração de tensão, sendo maior que 40% para todos os tipos de carregamento. Entretanto para o problema 3 a redução da concentração de tensão máxima só foi significativa da geometria primitiva para 3 VDP, mostrando que para esse caso não é interessante aumentar as variáveis de projeto. Isto demonstra, que uma avaliação da relevância das variáveis de projeto, ainda na fase de formulação do problema de otimização, deve ser endereçada pelo projetista, e feita caso a caso, pois embora haja redução das tensões com o aumento das variáveis de projeto, elas podem ser pouco significativas levando a maior custo computacional e eventualmente impondo maior dificuldade de convergência do método de otimização.

Uma ressalva importante a ser feita é o surgimento de um septo no problema da placa plana simétrica e no problema da placa plana assimétrica devido à aproximação do aliviador do furo central, então para esses casos é necessário utilizar uma metodologia que analise essa região considerando as tensões compressivas no septo, o que permitiu um cenário de flambagem que não deve ser negligenciado. Ou ainda, adequar a região viável, associada as variáveis de projeto, evitando espessuras diminutas de septo. Enfatiza-se, que uma avaliação cuidadosa dos resultados obtidos em otimização deve ser realizada antes do projeto executivo do componente mecânico, haja visto que este fenômeno não foi cogitado na fase de formulação do problema de otimização.

Para uma melhoria do trabalho, seria interessante uma análise com a região viável mais restrita, para isso um grande desafio seria uma qualificação prévia de quais variáveis. Com isso, no problema da barra filetada a qualificação das variáveis de projeto, principalmente a D_1 , pode reduzir tempo de processamento uma vez que, foi observado que dependendo carregamento a variável citada pode ser significativa ou não. Ademais, no problema da viga com furos assimétricos há uma tendência de alinhamento horizontal do aliviador com o furo central, assim, sendo possível restringir o deslocamento do aliviador nessa direção.

Outro ponto, seria a utilização de uma metodologia que engloba a tensões principais no estudo, mesmo que a literatura clássica comumente utiliza a tensão normal na direção x , foi observado no presente trabalho que essa abordagem pode não contemplar todas as problemáticas de um projeto mecânico.

REFERÊNCIAS

- ACHTZIGER, W. Topology optimization of discrete structures: In introduction in view of computational and non-smooth aspects. In ROZVANY, G. I. N. editor, *Topology Optimization in Structural Mechanics*, CISM Courses and Lectures, No 374, **Springer-Verlag, Vienna, Austria**, p. 57-100, 1997.
- ANDRADE, C. D. *Sentimentos do mundo*. ed. **José Olympio**, Rio de Janeiro, 1940.
- ANSYS MANUAL, HELP SYSTEM. **Advanced. Analysis Techniques. Guide - Design Optimization**. ANSYS, Inc, USA, 2017.
- ARORA, J. S. *Introduction to Optimum Design*. 2. ed. **Elsevier**, San Diego, 2004.
- BENDSØE, M. P. *Optimization of Structural Topology, Shape and Material*. **Springer**, 1995.
- BENDSØE, M. P.; SIGMUND, O. Material interpolation schemes in topology optimization. **Archive of Applied Mechanics**, v. 69, p. 635–654, 1999.
- BENDSØE, M. P.; SIGMUND, O. *Topology Optimization: Theory, Method and Application*. Berlin: **Springer**, 2003.
- CASCINI, G et al. *Systematic Design Through the Integration of TRIZ and Optimization Tools*. **Elsevier**, 2011.
- COUTINHO, K. D. **Método de Otimização Topológica em Estruturas Tridimensionais**. 2006. 96 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa 72 de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.
- Dassault systemes. **Folha de dados do softwares Abaqus topology optimization module**. Disponível em: <https://www.3ds.com/fileadmin/PRODUCTS-SERVICES/SIMULIA/RESOURCES/SIMULIA-Abaqus-Topology-Optimization-Module.pdf>. Acesso em: 11 mar. 2022.
- DIN 743-1:2012. **Designação dos tipos de rasgos e rebaixos**. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2012.
- ESCHENAUER, H. A.; OLHOF, N. Topology optimization of continuum structures. **Applied mechanic review**, v. 54, n. 4, p. 331-390, 2011.
- FE-DESIGN. **SIMULIA Tosca Structure Documentation 8.1**. Karlsruhe: Fe-design GmbH, 2014.
- FRANQUETTO, P. R. **Otimização paramétrica de concentradores de tensões clássicos**. Monografia. Engenharia industrial mecânica, Universidade tecnológica federal do Paraná, Capuns Curitiba, Curitiba, 2007.
- HAFTKA R.T.; GURDAL Z. *Elements of structural optimization*. 3. Ed **Kluwer**, Dordrecht, 1992

HIBBELER, R. C. *Mechanics of Materials*. 8. Ed. **Pearson**, 2010.

HUANG, X.; XIE, Y. M. *Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures - Methods and Applications*. 1. ed. **Wiley**, 2010a.

Lee, H.H. *Finite element simulations with ANSYS Workbench 17. Mission (KS): Schroff Development Corporation*, 2017.

LIMA, C. R. **Projeto de mecanismos Flexíveis usando o método de otimização topológica**. Dissertação (Mestrado em engenharia mecânica) – Escola politécnica da universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

MARTÍNEZ, J. M; SANTOS, S. A. **Métodos computacionais de otimização**. Departamento de Matemática Aplicada IMECC-UNICAMP, 1995.

MENDONÇA, F. G. **Otimização estrutural de torres de aço para suporte de turbinas eólicas utilizando a interface MATLAB-ANSYS**. 2017. 116 f. Dissertação (Mestrado em Fenômenos de transporte; mecânica dos sólidos) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

MISSIO, L. H. Dal C. **Otimização Topológica de Pistão em Suspensão a Ar**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade de Brasília, Brasília, 2019.

OSB software. **Folha de dados do software Optistruct**. Disponível em: <https://osbsoftware.com.br/produto/altair-optistruct>. Acesso em: 11 mar. 2022.

NORTON, R. L. *Projeto de Máquinas uma abordagem integrada*. 4. ed. **Bookman**, 2013.

NUÑEZ, N. N. R. **Síntese estrutural e otimização dimensional de mecanismos de direção**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2014.

PACHECO, J. P. F. R.; SILVA, J.; VALE, J. L. **Assessment of penalty parameters in density-based topology optimization**. Proceedings of the XLI Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC, Foz do Iguaçu-PR, Brazil, p. 2, 2020.

PEDERSON, N. L. **Aspects of stress in optimal shaft shoulder fillet**. Journal of Strain Analysis for Engineering Design. Fevereiro, 2018.

PERINI, G. **Otimização paramétrica de um suporte do estepe objetivando a minimização da massa utilizando software pro/Mechanica**. 2008. 81f. Dissertação (Graduação em Engenharia Mecânica), Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2008.

Pilkey, W. D., 1997, "Peterson's Stress Concentration Factors". 2a ed. **New York: John Wiley & Sons, Inc.**,

REZENDE, G. C. et al. **Uma discussão sobre a definição da distribuição de densidades relativas em otimização estrutural topológica via SIMP**. Encontro Nacional de Modelagem Computacional, 9° MECSUL, 2022.

ROZVANY, G. I. N. *Shape and Layout Optimization of Structural Systems and Optimality Criteria Methods*. Springer – Verlag, Wien – New York, 1992.

ROZVANY, G. I. N. *Topology Optimization Structural Mechanics*. New York: Springer, 1997.

ROCHA, Fábio Krug. **Desenvolvimento de uma metodologia para análise de estrutura veicular**. 2004. 161 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004. Cap. 1.

ROCHA, K. M. **Otimização topológica de vigas metálicas com aberturas na alma**. 2017. 107 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas; Geotecnia; Construção Civil) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

SIGMUND, O.; MAUTE, K. **Topology optimization approaches**. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 48, pp. 1031–1055, 2013.

SILVA, E. C. N. **Técnicas de Otimização Aplicadas no Projeto de Peças Mecânicas**. São Paulo, 2002.

SILVA, F. E. C. **OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL, DE FORMA E TOPOLÓGICA DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS UTILIZANDO UM ALGORITMO HÍBRIDO**. Dissertação (Título de mestre em engenharia Mecânica), Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2015.

SILVA, E. C. N. et al **Desenvolvimento de Metodologia para Modelagem e Avaliação Estrutural de Componentes de Hidrogerador para Diagnóstico de Defeitos e Extensão de Vida Útil**. Seminário nacional de produção e transmissão de energia elétrica. Pernambuco, 2009

SIMÕES, D. A. **Entalhes melhorados e otimizados**. Dissertação (Título de mestre em engenharia Mecânica), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2012.

STAINKO, R. **Advanced Multilevel Techniques to Topology Optimization**. Dissertation (Mestrado) – Johannes Kepler Universitat, Linz, 2006a

STOLPE, M. **On Models and Methods for Global Optimization of Structural Topology**. Thesis (Doctoral) – Department of Mathematics, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2003.

STUMP, F. V. **Otimização topológica aplicada ao projeto de estruturas tradicionais e estruturas com gradação funcional sujeitas a restrições de tensão**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Escola politécnica da universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

SOMACAL, P. B. **Otimização estrutural do sistema coluna e braço principal de um guindaste articulado**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2018.

SOUSA, K. D. **Método de otimização topológica aplicada a uma roda do trem de pouso de uma aeronave de aerodesgin**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2019.

TORII, A. J. **Análise dinâmica de estruturas com o método dos elementos finitos generalizado**. Tese de pós-graduação (pós-graduação em métodos numéricos) Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012

Torres, J. V. S., Silva, S. M. B. A. **Otimização de pórticos de concreto armado utilizando o sistema computacional ANSYS. 2001**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2001.

VARGAS, D.E.C et al. **Um algoritmo baseado em evolução diferencial para problemas de otimização estrutural multiobjetivo com restrições**. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, vol. 32, p. 91-99, abr – jun. 2016.

VASCONCELOS, F. O. **Otimização estrutural da travessa de um chassi de caminhão através da simulação pelo método de elementos finitos**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade estadual paulista, Guaratinguetá, 2015

VASILIEV, V. V.; GÜRDAL, Z. **Optimal Design: Theory and Applications to Materials and Structures**. Lancaster. Technomic Publishing Company, 1999.

VENDRAMIN, R. **Otimização estrutural de chassi de um veículo guiado automaticamente**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2016.

WALKER, David L. **TOPOLOGY OPTIMIZATION OF AN AIRCRAFT WING**. 2015. 148 f. Tese (Doutorado) - Curso de Aerospace Engineering, Department of The Air Force Air University, Air Force Institute Of Technology, Ohio, 2015.

YOUNG, Warren C.; BUDYNAS, Richard G. **Roark's Fórmulas for Stress and Strain**. 7a ed. **McGraw-Hill**, 2002.

ZAHAVI, E., 1996, "Fatigue Design: Life Expectancy of Machine Parts". 1ª ed. **Boca Raton: CRC**,

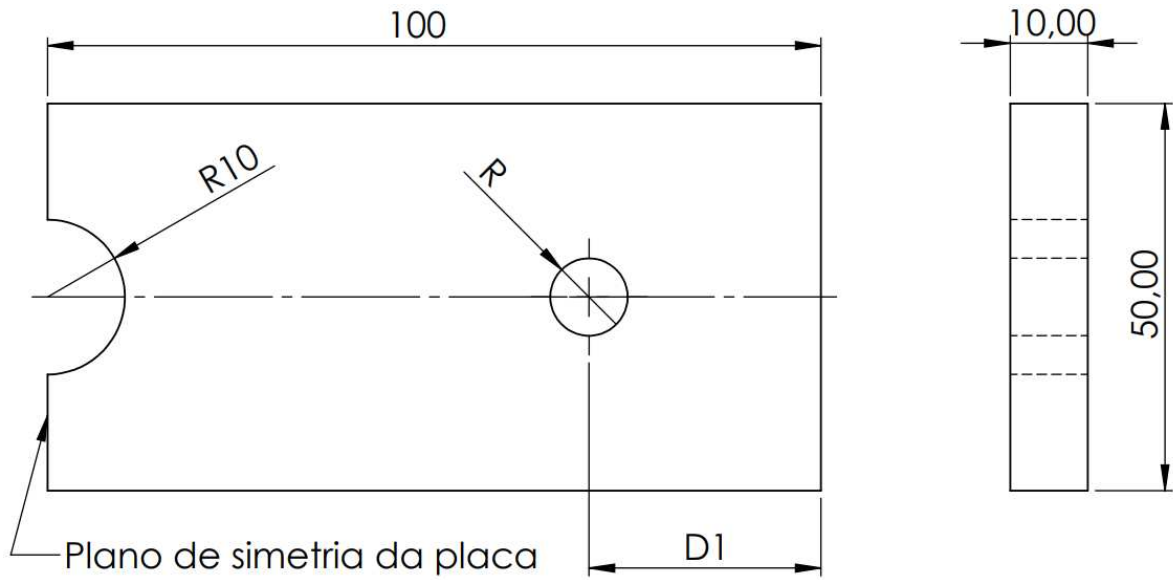
ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The Finite Element Method – Volume 1: The Basis**. Oxford: 5. ed. Butterworth Heinemann, 2000.

ZIENKIEWICZ, O. C.; ZHU, J. Z. The superconvergent patch recovery (SPR) and adaptive finite element refinement. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**. v. 101, p. 207–224, 1992.

APÊNDICE A

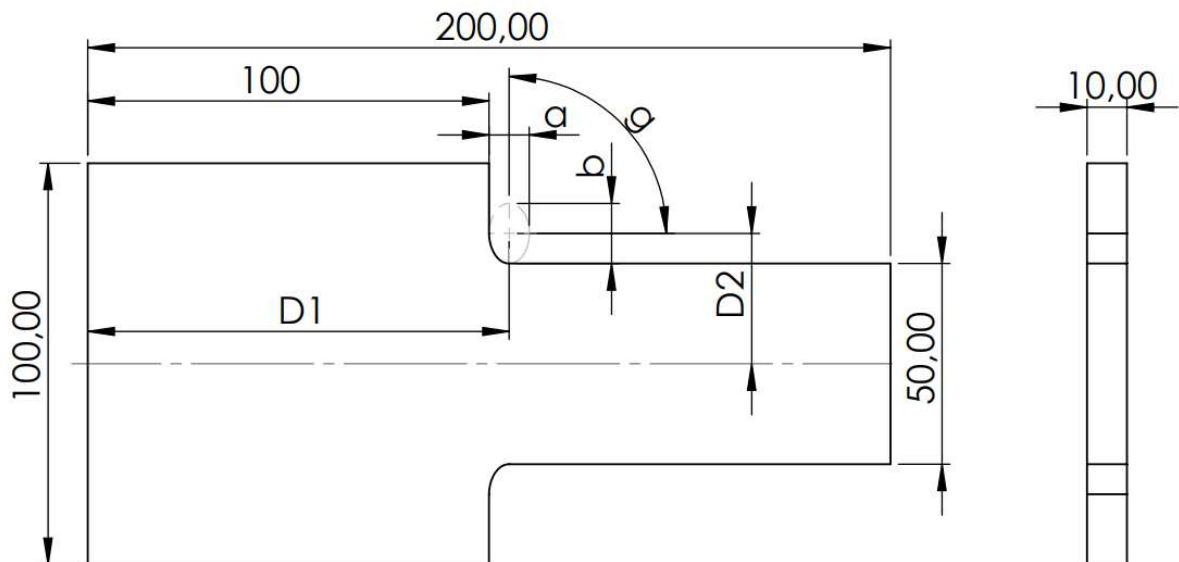
Geometrias primitivas

Figura 29 - Placa plana simétrica



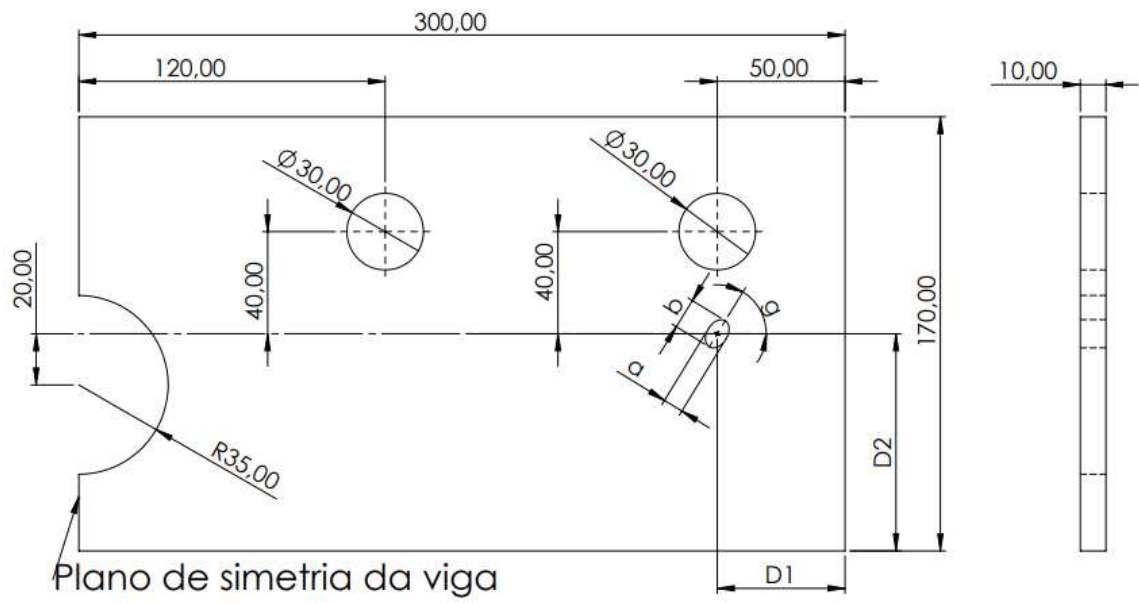
Fonte: Autoria própria (2022)

Figura 30 - Barra filetada



Fonte: Autoria própria (2022)

Figura 31 - Viga com furos assimétricos



Fonte: Autoria própria (2022)