

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

HENRIQUE MEIER DE OLIVEIRA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTO DE FLUIDO NEWTONIANO
GENERALIZADO DE LEI DE POTÊNCIA EM DUTOS DE SEÇÃO ANULAR**

PATO BRANCO

2023

HENRIQUE MEIER DE OLIVEIRA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTO DE FLUIDO NEWTONIANO
GENERALIZADO DE LEI DE POTÊNCIA EM DUTOS DE SEÇÃO ANULAR**

**Numerical simulation of generalized newtonian fluid flow of power law annular
ducts**

Trabalho de conclusão de curso de graduação,
apresentado como requisito para obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Mecânica, da
Universidade Tecnológica Federal do Paraná –
UTFPR, Campus Pato Branco.

Orientador: Prof. Dr. Joviano Janjar Casarin.

PATO BRANCO

2023



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

HENRIQUE MEIER DE OLIVEIRA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTO DE FLUIDO NEWTONIANO
GENERALIZADO DE LEI DE POTÊNCIA EM DUTOS DE SEÇÃO ANULAR**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Mecânica da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 15/junho/2023

Francisco Augusto Aparecido Gomes
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Pato Branco

Joviano Janjar Casarin
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Pato Branco

Marcio Tadayuki Nakaura
Mestrado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Pato Branco

PATO BRANCO

2023

AGRADECIMENTOS

A todos os professores, colegas de aula e familiares que exerceram papel fundamental em toda a trajetória da minha graduação, minha eterna gratidão ficará estampada em minhas memórias sobre todo o caminho que percorri até aqui.

Agradeço ao meu pai Claudio Petri de Oliveira e minha mãe Marlei Meier, por não negarem esforços em prover mais que o necessário para que minha graduação ocorresse da melhor maneira possível.

Ao meu orientador Prof. Dr. Joviano Janjar Casarin, por ter estimulado meu interesse na área de máquinas de fluxo e escoamento de fluidos, e não ter medido esforços em me amparar nessa trajetória.

Ao meu amigo e colega Vinícios Rodrigues, por ter me mostrado o lado cômico das situações mais difíceis.

A todos os professores do departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, que me inspiraram e fizeram parte dessa jornada.

RESUMO

Fluidos newtonianos generalizados de lei de potência estão presentes em inúmeros setores industriais, tais como o ramo de cosméticos, processamento de alimentos, injeção de polímeros e operações de exploração de petróleo. A complexidade associada à modelagem matemática do escoamento de fluido de lei de potência em tubos de seção anular excêntrica dificulta a obtenção de soluções analíticas. A proposta do presente trabalho é desenvolver simulações numéricas, através do programa Ansys, com o intuito de avaliar a influência de parâmetros operacionais sobre a queda da pressão dos escoamentos de fluidos de lei de potência em dutos de seção transversal circular, anular concêntrico e excêntricos, com rotação de parede para o caso excêntrico. A solução das equações de balanço de massa e quantidade de movimento é baseada no método dos volumes finitos. O escoamento é considerado permanente e laminar, sendo aplicado em tubos de seção anular concêntrica e excêntrica e com rotação da parede interna. Os resultados obtidos indicam que há influência significativa do índice de lei de potência sobre a queda de pressão. Além disso, a excentricidade do tubo anular também influencia o comportamento do escoamento e diminuindo significativamente a queda de pressão gerada.

Palavras-chave: fluido não newtoniano; simulação numérica; fluido lei de potência; Ansys.

ABSTRACT

Generalized Newtonian fluids are present in multiple industrial areas such as cosmetics, food processing, polymer injection and wellbore oil exploration operations. The complexity associated with the mathematical modeling of power-law fluid flow in tubes with eccentric annular sections and with internal wall rotation makes it difficult to obtain analytical solutions. The purpose of this work is to develop numerical simulations to evaluate the influence of operational parameters on the pressure drop of power-law fluid flows in circular, concentric and eccentric annular ducts, and rotating inner wall for the eccentric case. The solution of the mass and momentum balance equations is based on the finite volume method. The flow is steady laminar, and through the circular, eccentric annular pipe section. The results indicate a significant influence of the power-law index on the pressure drop. Furthermore, the eccentricity of the annular tube also influences the flow behavior and generated pressure drop. Further more, the eccentricity of the annular tube also influences the flow behavior and significantly decreases the generated pressure drop.

Keywords: Non-Newtonian fluid; numerical simulation; power law fluid; Ansys.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – (a) tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação, (b) viscosidade aparente em função da taxa de deformação.	14
Figura 2 – Esquema de um conjunto de perfuração de poços de petróleo.	16
Figura 3 – Volume e controle diferencial em coordenadas retangulares.....	18
Figura 4 – Forças que atuam em um plano (∂F) e tensões geradas pelas forças atuantes (T).	20
Figura 5 – Esquemática de uma célula da malha formada por três células e seus respectivos pontos de referência.	23
Figura 6 – Esquema do escoamento em tubo de seção transversal circular.....	26
Figura 7 –Esquema do escoamento da seção transversal anular concêntrica..	28
Figura 8 – Esquema do escoamento em dutos de seção anular excêntrica.....	29
Figura 9 – Diferentes configurações de malha: (a) malha de geração padrão Ansys, (b) malha padrão com refino nas bordas e (c) malha dividida em quadrantes.	30
Figura 10 – Modelagem da geometria do fluido (a) e configuração de malha utilizada para a seção transversal anular concêntrica (b).	32
Figura 11 – Modelagem da geometria do fluido (a) e configuração da malha utilizada para a seção transversal anular excêntrica (b).	32
Figura 12 – Queda de pressão em função do índice de lei de potência.....	35
Figura 13 –Erro do resultado numérico em função do índice de lei de potência..	46
Figura 14 – Perfil de velocidade para diferentes índices de lei de potência para escoamento em tubo de seção transversal circular.	36
Figura 15 – Queda de pressão em função do índice de consistência.	37
Figura 16 –Erro do resultado numérico em função do índice de consistência..	37
Figura 17 – Queda de pressão por metro, em função do índice de consistência do fluido.	38
Figura 18 – Influência do índice de consistência na variação do resultado numérico em relação ao resultado analítico.....	39
Figura 19 – Influência do índice de lei de potência na queda de pressão.....	39
Figura 20 – Influência do índice de lei de potência na variação do resultado numérico em relação ao resultado analítico.....	40
Figura 21 – Perfil de velocidade em seção transversal anular concêntrica.....	40

Figura 22 – Perfil de velocidade do escoamento em seções anulares com diferentes níveis de excentricidade.....	42
Figura 23 – Queda de pressão em função do índice de lei de potência de diferentes seções anulares.	44
Figura 24 – Queda de pressão em função do índice de consistência de seções anulares.....	44
Figura 25 – Influência da excentricidade em função da queda de pressão para um fluido lei de potência.	45
Figura 26 –Influência da velocidade de rotação na queda de pressão em seções transversais anulares com e sem excentricidade.....	46

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores de λ em função de σ e índice de lei de potência.....	24
Tabela 2 – Comparativo de características construtivas dos três tipos de malhas.....	32
Tabela 3 – Características dos três tipos de malha analisados e suas variações em relação a solução analítica.....	34
Tabela 4 – Comparação do erro encontrado entre as duas configurações estudadas.....	43

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	Objetivos	11
1.1.1	Objetivo principal.....	11
1.1.2	Objetivos específicos	11
1.2	Justificativa	11
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1	Fluidos não newtonianos independentes do tempo	13
2.2	Número de reynolds	14
2.3	Aplicação de fluidos não newtonianos em perfuração de poços de petróleo	16
3	MODELAGEM MATEMÁTICA	18
3.1	Balanco de massa e quantidade de movimento	18
3.2	Tensor tensão	20
4	MODELAGEM NUMÉRICA	22
4.1	Método de volumes finitos	22
4.2	Caracterização dos erros e critério de convergência	24
5	METODOLOGIA	26
5.1	Condições de contorno para solução numérica	26
5.2	Seção transversal circular	27
5.3	Seção transversal anular	27
5.4	Algoritmo de solução e análise de erros	29
5.5	Configuração da malha de volumes finitos	30
5.6	Parâmetros da simulação numérica	32
6	RESULTADOS	34
6.1	Configuração de malha e validação em tubo de seção transversal circular	34
6.2	Escoamento em tubo de seção transversal anular concêntrico	38
6.3	Escoamento em tubo de seção transversal anular excêntrico	42
6.4	Escoamento em tubo de seção transversal anular excêntrico com rotação de parede.	45
7	CONCLUSÃO	47
	REFERÊNCIAS	49

1 INTRODUÇÃO

O deslocamento de fluidos pode ser encontrado em diferentes aplicações de setores industriais. Para isso, o estudo voltado ao comportamento do fluido em função das condições de escoamento permite que o processo seja realizado de maneira adequada e sem desperdício de energia. Os estudos clássicos voltados ao escoamento de fluidos foram elaborados considerando um material ideal sem viscosidade ou elasticidade, no entanto, fluidos amplamente utilizados na indústria – como os fluidos denominados newtonianos e não Newtonianos – possuem comportamento diferente do fluido considerado nos estudos clássicos, tendo a viscosidade e elasticidade como suas características principais (JOÃO, 2001).

Inseridos em grande quantidade na fabricação de produtos que cercam o nosso dia a dia, os fluidos não newtonianos estão presentes não somente na área de materiais – como na injeção de plástico – mas também no setor de alimentos, cosméticos e produtos químicos. Além disso, sendo característico principalmente de compostos poliméricos, determinado produto pode vir a adquirir comportamento de fluido não newtoniano, uma vez que passe a receber esse tipo de material, como é o caso dos espessantes alimentícios e soluções poliméricas. (ESCUDIER *et al.*, 2002).

Em aplicações industriais que envolvem custos e complexidades maiores de operação - como por exemplo a perfuração de poços petrolíferos –, o estudo voltado ao comportamento desses fluidos requer a descrição de vários cenários para que se determine as condições operacionais mais eficientes a serem adotadas. A modelagem matemática da função viscosidade de fluidos de perfuração apresenta complexidade relativamente elevada, e isso acarreta maior dificuldade na obtenção de soluções analíticas a fim de se alcançar resultados que propiciem condições ótimas de trabalho. Dessa forma, simulações numéricas auxiliam no projeto de sistemas de escoamentos de fluidos não newtonianos.

Tratando-se de fluidos não newtonianos, a análise se torna mais complexa, uma vez que a relação entre a tensão de cisalhamento é diretamente proporcional a taxa de deformação elevada a uma potência não unitária. Isso faz com que o fluido apresente comportamento não linear quando comparado a fluidos newtoniano. Modelos como lei de potência e plástico Bingham são utilizados, na caracterização do comportamento de escoamentos de diferentes configurações de forma bastante fidedigna. (FOX *et al.*, 2014).

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo principal

O objetivo principal desse trabalho é realizar a simulação numérica de escoamento de fluidos de lei de potência em tubos de seção anular por meio do programa *Ansys Fluent*[®]. Os resultados numéricos serão confrontados com as soluções analíticas para a queda de pressão em função da vazão de escoamento e das propriedades do fluido. A solução das equações de balanço de massa e quantidade de movimento serão desenvolvidas através do método de volumes finitos.

1.1.2 Objetivos específicos

Para atingir o objetivo principal, os seguintes objetivos específicos devem ser alcançados:

- Modelar a geometria da tubulação no programa *Ansys Design Modeler* e gerar a malha de volumes finitos no *Ansys Meshing*.
- Empregar o programa *Ansys Fluent*[®] para realizar as simulações numéricas e solucionar as equações de balanço de massa e quantidade de movimento, por meio do método de volumes finitos, para o escoamento de fluidos de lei de potência em tubos de seção circular e anular concêntrica e excêntrica.
- Aplicar a solução analítica para a queda de pressão em função da vazão do escoamento de fluido de lei de potência para seções transversais circulares e anulares concêntricas.
- Comparar os resultados numéricos obtidos nas simulações numéricas com as soluções analíticas para geometrias de seção transversal circular e anular concêntrica.

1.2 Justificativa

A modelagem numérica do comportamento de fluidos não newtonianos é importante para que se possa estimar os efeitos das condições de escoamento sobre a queda de pressão, principalmente em geometrias complexas. A determinação da

perda de carga gerada pelo atrito entre o fluido e as paredes da tubulação é indispensável para a seleção do sistema de bombeamento utilizado na operação.

Além disso, sabendo o tipo de influência das características do fluido sobre o escoamento, é possível relacionar os resultados obtidos com situações mais complexas e próximas a realidade, como é o caso de transporte de partículas em perfurações de poços petrolíferos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Fluidos não newtonianos independentes do tempo

Os fluidos não newtonianos como sendo aqueles que apresentam comportamento não linear do diagrama tensão-deformação (ou curva de escoamento. Além disso, o conceito de viscosidade aparente pode ser empregado para esse tipo de fluido – definida como a razão entre a tensão de cisalhamento e a taxa e deformação – o qual não deverá ser constante em determinada temperatura e pressão para fluido não newtoniano (CHABRA E RICHARDSON, 1999).

A chamada equação de lei de potência permite analisar analiticamente a relação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação do fluido. Para o escoamento unidimensional, a equação lei de potência é definida pela Eq. (1) (FOX et al., 2014).

$$\mathbf{T} = k(\dot{\gamma})^n \quad (1)$$

em que \mathbf{T} representa o tensor tensão [Pa], k representa o índice de consistência [Pa.sⁿ], n o índice de lei de potência ou índice de comportamento não newtoniano do fluido e $\dot{\gamma}$ o tensor de taxa de deformação [s⁻¹].

Para um fluido de lei de potência, diferentes valores de n são capazes de representar diferentes comportamentos de fluidos; para valores de n igual a 1, a equação se torna idêntica ao modelo utilizado para fluidos newtonianos, para valores menores que 1 o modelo é capaz de representar o comportamento dos fluidos pseudoplásticos, já para valores acima de 1 a equação define o comportamento dos chamados fluidos dilatantes (CHABBRA E RICHARDSON, 1999).

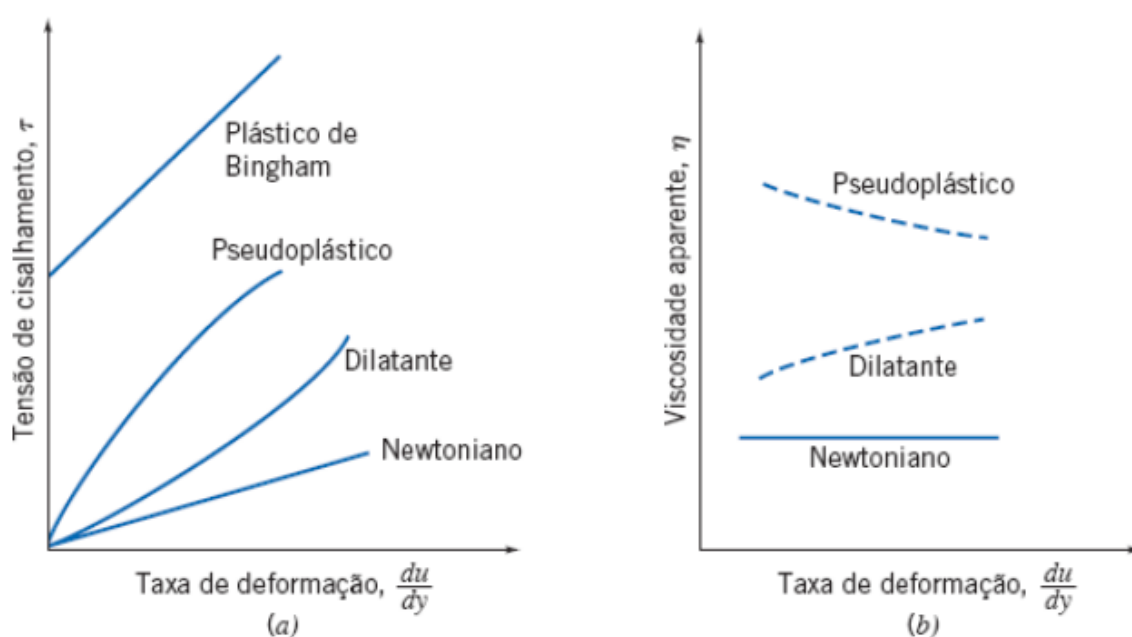
Os fluidos pseudoplásticos são aqueles em que a tensão de cisalhamento decresce com o aumento da taxa de deformação, como por exemplo tinta, alguns tipos de vernizes e muitas classes de polímeros fundidos. Em contrapartida, os fluidos dilatantes apresentam um aumento da tensão de cisalhamento conforme o aumento da taxa de deformação, como por exemplo a mistura de água-amido e fluidos de coletes à prova de balas.

Outro grupo de fluidos não newtonianos são os chamados fluidos tipo plástico de Bingham. A principal característica que diferencia esses fluidos dos newtonianos é

o seu comportamento semelhante a um sólido até determinada tensão. Em outras palavras, há uma tensão mínima para que o fluido possa começar a escoar (FOX et al., 2014).

Uma representação gráfica do comportamento desses fluidos é ilustrada através da Fig. 1, de como a curva tensão-deformação de cada um dos tipos de fluidos citados anteriormente se comportam.

Figura 1 – (a) tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação, (b) viscosidade aparente em função da taxa de deformação.



Fonte: Fox et al. (2014).

2.2 Número de Reynolds

Trabalhos experimentais e simulações numéricas têm ganhado espaço na averiguação da influência do número de Reynolds no escoamento de fluidos não newtonianos durante a extração de petróleo. Pesquisas nessa área têm fornecido um entendimento mais preciso de como o fluido se comporta durante o escoamento, e auxiliado no desenvolvimento de metodologias de controle e otimização dos processos de extração de óleo (MEWES et al., 2017).

Para situações em que haja um escoamento ocorrendo a velocidades muito altas, ou para fluidos com uma viscosidade muito baixa, há grande dificuldade em determinar as principais causas de fenômenos do escoamento, como é o caso do

arrasto. Essa dificuldade é devida a dificuldade de definir a origem desse fenômeno, em outras palavras, se ele é gerado a partir do atrito oriundo das forças viscosas ou da pressão gerada pelo deslocamento do corpo através do fluido (FOX et al., 2014).

Para descrever esse fenômeno, é utilizado como parâmetro o número de Reynolds, que pode ser encontrado através da Eq. (2); para altos valores de Reynolds os efeitos viscosos podem ser desprezíveis na maior parte do escoamento. Em contrapartida, para números de Reynolds baixos, os efeitos viscosos serão dominantes (FOX et al., 2014).

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad (2)$$

em que V é a velocidade do escoamento [m/s], L é o comprimento característico [m] do elemento estudado e ν é a viscosidade cinemática [m²/s].

Para um fluido não newtoniano lei de potência, a definição do número de Reynolds necessita de uma análise mais aprofundada, já que sua viscosidade depende da taxa de deformação do escoamento. O conceito de viscosidade aparente, serve para relacionar o número de Reynolds com o escoamento de um fluido não newtoniano; a Eq. (3) fornece o cálculo da viscosidade aparente para um fluido lei de potência, a qual se utilizada na Eq. (2), fornecerá o cálculo do número de Reynolds generalizado, conforme Eq. (4) (BIRD et al., 2006).

$$\mu_{aparente} = k \cdot \dot{\gamma}^{(n-1)} \quad (3)$$

$$Re_{GR} = \frac{V \cdot L}{k \cdot \dot{\gamma}^{(n-1)}} \quad (4)$$

em que k e n , são o índice de consistência e de lei de potência do fluido, respectivamente, $\dot{\gamma}$ é a taxa de deformação e Re_{GR} é o número de Reynolds generalizado para fluidos lei de potência.

O número de Reynolds também pode ser encontrado de maneira mais direta em função da velocidade do escoamento e das propriedades do fluido, como mostra a Eq. (5) (CHABBRA E RICHARDSON, 2008).

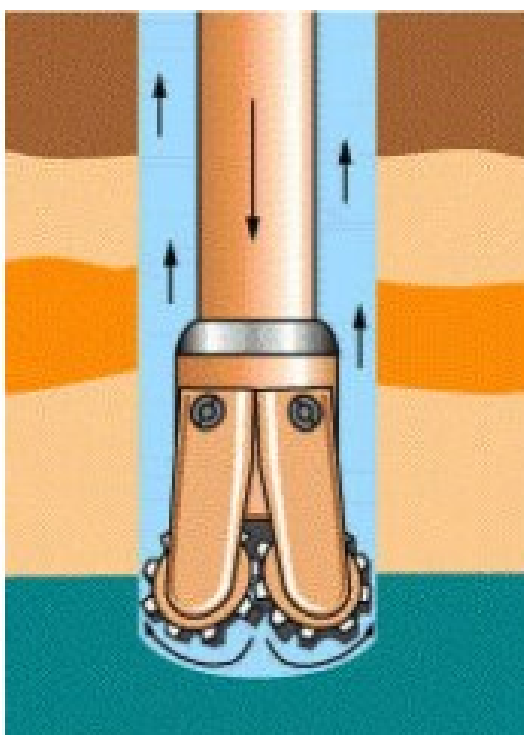
$$Re_{PL} = \frac{\rho V^{2-n} D^n}{8^{n-1} m \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n} \quad (5)$$

em que D é o diâmetro da tubulação [m], e ρ a densidade do fluido [kg/m³].

2.3 Aplicação de fluidos não newtonianos em perfuração de poços de petróleo

A broca responsável pelo processo de perfuração de um poço de petróleo é utilizada dentro de um tubo de grande comprimento, denominado coluna de perfuração. Essa metodologia de extração de petróleo, permite que o fluido de perfuração seja bombeado por um canal interno da broca e retorne pela coluna de perfuração, trazendo os sedimentos oriundos do processo, como cascalho e argila (THOMAS, 2004). O fluido de perfuração possui importância fundamental na manutenção da região de trabalho, evitando superaquecimento da broca, limpando a região de corte e reduzindo o esforço necessário para realizar a perfuração (PEREIRA, 2006). O funcionamento da broca de perfuração e o sentido do fluxo de fluido de perfuração, podem ser observados na Fig. 2.

Figura 2 – Esquema de um conjunto de perfuração de poços de petróleo.



Fonte: Pereira (2006).

Grande parte dos fluidos de perfuração utilizados possuem características reológicas não-newtonianas, fato esse que facilita a suspensão de partículas sólidas ao longo do escoamento. Em contrapartida, para fluidos visco plásticos, que possuem grande viscosidade a baixas deformações, a queda de pressão se torna muito elevada, gerando assim um aumento exacerbado na potência necessária do sistema de bombeamento (DUTRA, 2005).

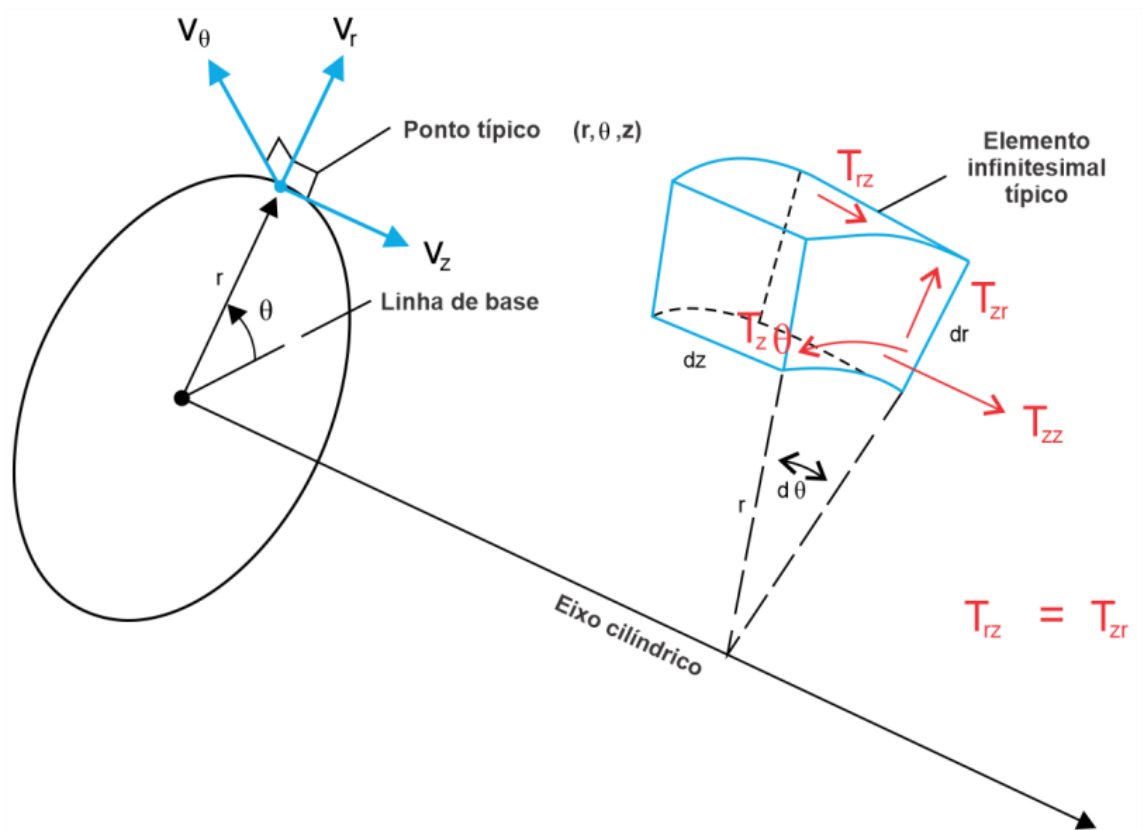
Em operações de perfuração de poços petrolíferos é preciso controlar as condições de escoamento do fluido na região anular tais como pressão e velocidade MACHADO (2002). Baixas velocidades de escoamento reduzem a eficiência do transporte de partículas sólidas, enquanto velocidades elevadas aceleram o processo de erosão das paredes do poço. Além disso, altas pressões podem acarretar na invasão do fluido de perfuração na formação rochosa e danos as paredes do poço. Quando a operações ocorre com pressões muito baixas, o processo de escoamento e movimentação de partículas pode ser dificultado.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

3.1 Balanço de massa e quantidade de movimento

Aplicando a segunda lei de Newton em uma partícula de fluido infinitesimal é possível chegar na equação de quantidade de movimento. Nessa análise, apenas as tensões que atuam na direção x darão origem a forças de superfície nessa direção. Desta forma, é possível considerar as tensões no centro do elemento diferencial como T_{zz} , T_{rz} , e $T_{\theta z}$, com isso as tensões presentes na direção x em cada face do elemento podem ser representadas conforme a Fig. 3 (FOX et al., 2014).

Figura 3 – Volume e controle diferencial em coordenadas retangulares.



Fonte: Adaptado de White (2010).

Partindo desse ponto, através da soma das forças atuantes em uma mesma componente (direções x , y ou z) é possível encontrar a equação para determinar o valor da força resultante em cada componente e a partir disso, utilizá-la para relacionar com a Eq. 1, a fim de determinar as chamadas equações diferenciais da quantidade de movimento, representadas pelas Eqs. 6(a) a 6(c).

$$\rho g_r - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial T_{rr}}{r \partial r} + \frac{\partial T_{r\theta}}{r \partial \theta} + \frac{\partial T_{rz}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} \right) \quad (6a)$$

$$\rho g_\theta - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial T_{\theta r}}{r \partial r} + \frac{\partial T_{\theta\theta}}{r \partial \theta} + \frac{\partial T_{\theta z}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \right) \quad (6b)$$

$$\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial T_{zr}}{r \partial r} + \frac{\partial T_{z\theta}}{r \partial \theta} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \quad (6c)$$

em que g_r , g_θ , g_z são, respectivamente, a componente r , θ e z da gravidade [m/s^2]; ρ é a densidade do fluido em estudo [kg/m^3] e $\tau_{r\theta}$ é a tensão de cisalhamento [Pa] na superfície perpendicular de r no sentido j ; V_r , V_θ e V_z representam as componentes de velocidade [m/s] nos sentidos r , θ e z .

Realizando a análise tridimensional de escoamento de fluido newtoniano, através das Eqs. (6), é possível obter as equações de Navier-Stokes, as quais são representadas pelas Eqs. (7a) a (7c).

$$\rho \left(\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} \right) = \rho g_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 V_r}{r \partial r^2} + \frac{\partial^2 V_r}{r \partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} \right) \quad (7a)$$

$$\rho \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \right) = \rho g_\theta - \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left(\frac{\partial^2 V_\theta}{r \partial r^2} + \frac{\partial^2 V_\theta}{r \partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial z^2} \right) \quad (7b)$$

$$\rho \left(\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 V_z}{r \partial r^2} + \frac{\partial^2 V_z}{r \partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right) \quad (7c)$$

em que p é a pressão termodinâmica local [Pa] e v é o vetor de velocidade do fluido.

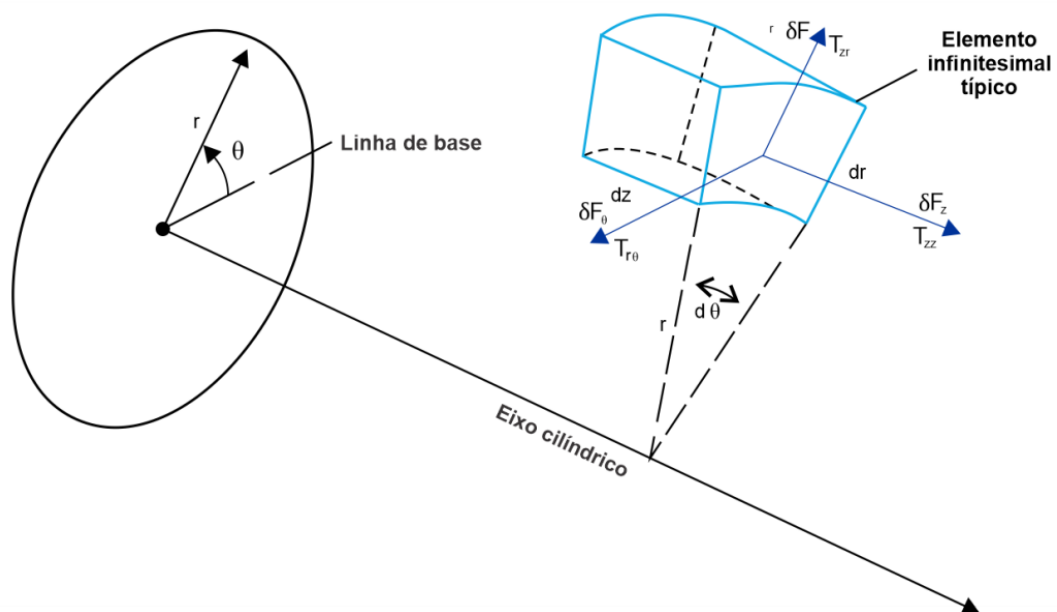
Já para o balanço de massa, a equação diferencial da lei de conservação da massa, em coordenadas cilíndricas, de um elemento infinitesimal de dimensões dr , $d\theta$, dz , pode ser expressa pela Eq. (8) (FOX et al., 2014).

$$\frac{\partial r \rho V_r}{r \partial r} + \frac{\partial \rho V_\theta}{r \partial \theta} + \frac{\partial \rho V_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

3.2 Tensor tensão

As forças de superfície que atuam sobre partículas são constituídas pelo contato dela com outra partícula ou superfície sólida. Essas forças de superfícies geram não somente tensões de cisalhamento – tangente a um elemento de área – mas também tensões normais – normal a um elemento de volume –, como ilustra a Fig. 4 (FOX et al., 2014).

Figura 4 – Forças que atuam em um plano (δF) e tensões geradas pelas forças atuantes (T).



Fonte: Adaptado de White (2010).

A notação presente na Fig. 4, para os termos de tensão normal (T) e cisalhamento (T), indica o primeiro índice sendo o eixo em que o plano se encontra ortogonal, e o segundo índice em que direção a tensão está atuando.

Analisando um elemento cúbico infinitesimal. Como esse elemento possui três pares de duas faces simétricas em um plano tridimensional, e cada face possui três tensões distintas – sendo duas de cisalhamento e uma de tensão normal – uma matriz de tensões denominada de tensor tensão pode ser escrita conforme a Eq. (9).

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{rr} & T_{r\theta} & T_{rz} \\ T_{\theta r} & T_{\theta\theta} & T_{\theta z} \\ T_{zr} & T_{z\theta} & T_{zz} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Onde T_{rr} , $T_{r\theta}$ e T_{rz} são as tensões [Pa] atuante no plano normal a direção radial (r) ao longo das direções radiais r , θ e z , respectivamente; $T_{\theta r}$, $T_{\theta\theta}$, $T_{\theta z}$ as tensões [Pa] atuantes no plano normal a direção radial θ ao longo das direções radiais (θ), θ e z , respectivamente; T_{zr} , $T_{z\theta}$, T_{zz} as tensões [Pa] atuantes no plano normal a direção radial (z) ao longo das direções radiais r , θ e z , respectivamente.

4 MODELAGEM NUMÉRICA

4.1 Método de volumes finitos

O método dos volumes finitos é uma discretização sistemática de uma equação analítica. Essa discretização, permite a elaboração de métodos que realizam integrações sobre um volume de controle, analisando o fluxo de entrada e saída de determinada propriedade para cada célula do domínio discretizado. Para um caso unidimensional genérico a Eq. (10) pode ser utilizada, desde que atenda a equação de continuidade, demonstrada pela Eq. (11). (MALALASEKERA E VERSTEEG, 1996).

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) \quad (10)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho u) = 0 \quad (11)$$

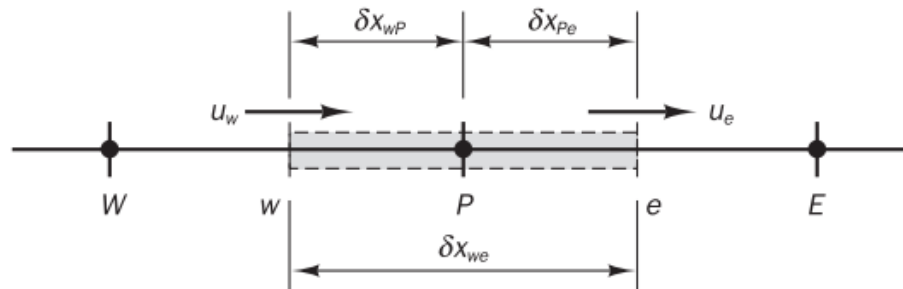
em que Γ é a chamada constante de difusividade e ϕ é a propriedade genérica.

Além disso, por ser genérica, a Eq. (10) permite determinar quem são os índices ϕ e Γ por comparação direta com equações que regem determinadas leis, como por exemplo, a de escoamento de fluido, em que elas são, respectivamente, velocidade e viscosidade.

Para a discretização da equação obtida pela Eq. (10), é realizado a separação de uma seção em um número finito de células, como mostrado na Fig. 5 cada célula pode ser referenciada como um ponto, assim como suas faces que fazem fronteira com outras subseções; assim sendo, temos que a célula unitária P faz fronteira com as células W e E , através dos faces w e e , respectivamente. (MALALASEKERA E VERSTEEG, 1996).

O esquema utilizado é chamado de *UpWind*, o qual considera que a informação é propagada na direção do fluxo. Esse esquema conceitua a contribuição predominante do valor vindo da direção da corrente, ao invés de considerar valores médios da propriedade estudada em cada célula; para isso o termo convectivo é aproximado usando diferenças finitas que dependem da direção do fluxo do fluido (MALALASEKERA E VERSTEEG, 1996).

Figura 5 – Esquematização de uma célula da malha formada por três células e seus respectivos pontos de referência.



Fonte: Malalasekera e Versteeg (1996).

Após determinar as fronteiras do volume de controle finito, é realizado a integração da Eq. (10) e da Eq. (11) para a célula P , chegando respectivamente nas Eqs. (12) e (13).

$$(\rho u A \phi)_e - (\rho u A \phi)_w = \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w \quad (12)$$

$$(\rho u A)_e - (\rho u A)_w = 0 \quad (13)$$

em que A representa a área da face fronteira da célula.

As variáveis denominadas F e D representando, respectivamente, o fluxo convectivo de massa por unidade de área e o coeficiente de difusão da face da célula para cada região fronteira, como mostra as Eqs. (14) e (15) (MALALASEKERA E VERSTEEG, 1996).

$$\vec{F}_w = (\rho \vec{u})_w \quad \vec{F}_e = (\rho \vec{u})_e \quad (14)$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{\delta_{xWP}} \quad D_e = \frac{\Gamma_e}{\delta_{xPE}} \quad (15)$$

em que δ_{xWP} e δ_{xPE} representam, respectivamente, a distâncias entre os centros da célula W e P e entre P e E .

Por fim, os autores chegam nas Eqs. (16) e (17) que são utilizadas como base para os esquemas de diferenciação.

$$\vec{F}_e \phi_e - \vec{F}_w \phi_w = D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W) \quad (16)$$

$$\vec{F}_e - \vec{F}_w = 0 \quad (17)$$

Além disso, uma vez que o resultado de uma modelagem numérica é gerado a partir de integrações, o conceito de malha é extremamente importante. Ela pode ser definida como o agrupamento das várias células unitárias; com isso, ao utilizar uma malha com grande quantidade de células, uma quantidade maior de pontos para a integração do resultado é fornecida, aumentando a acurácia do resultado.

Para as células posicionadas nas extremidades da malha, valores de ϕ serão condições de contorno do problema. O método de volumes finitos consiste na aplicação dessas condições de contorno, e na aplicação cíclica da Eq. (16) e (17), através de integrações para obter diferentes valores de ϕ para cada face e para cada ponto das células (MALALASEKERA E VERSTEEG, 1996).

4.2 Caracterização dos erros e critério de convergência

Os erros gerados a partir da aplicação do método dos volumes finitos são gerados por três principais fontes. A primeira origem dos erros é devido ao arredondamento, uma vez em que a quantidade de algarismos significativos utilizado nas expressões varia de acordo com a precisão da máquina a qual está rodando as iterações. Para amenizar os erros de arredondamento, é aconselhável evitar operações de subtração de pontos de valores muito próximos e adições de pontos cuja diferença de valores seja muito elevada.

Já a segunda fonte de geração de erros, são devidos aos erros de convergência iterativas uma vez que a série convergente vai se aproximando de seu valor exato conforme maior for o número de iterações realizadas. Desse modo, o valor exato gerado pela série convergente satisfaz a Eq. (18) (MALALASEKERA E VERSTEEG, 1996).

$$(a_p \phi_p)_i = \left(\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} \right)_i + b_i \quad (18)$$

onde i representa o índice de uma célula.

No entanto, como as iterações reais são realizadas uma quantidade, k , finita de vezes, haverá uma diferença entre os termos da Eq. (18). Essa diferença é denominada resíduo local e é representada por R_i^ϕ , segundo a Eq. (19).

$$(R_i^\phi)^k = \left| \left(\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} \right)_i + b_i - (a_p \phi_p)_i \right| \quad (19)$$

A partir disso, é descrito o chamado resíduo local global, o qual é calculado através da somatória de todos os resíduos locais durante todas as iterações, como mostrado na Eq. (20).

$$(\hat{R}_i^\phi)^k = \sum_{i=1}^M \left| \left(\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} \right)_i^k + b_i^k - (a_p \phi_p)_i^k \right| \quad (20)$$

em que M representa o número de células geradas na malha.

Por fim, os erros de discretização são a terceira principal fonte de erros do método numérico, devido as simplificações dos perfis de fluxo da variável ϕ , as quais correspondem a um truncamento da série de Taylor (MALALASEKERA E VERSTEEG, 1996).

O critério de convergência de resíduo normalizado (Φ_{norm}) – que é representado pela Eq. (21) – calculado a partir do método dos mínimos quadrados e o resíduo de cada iteração. Esse método consiste na definição de um valor máximo para a raiz quadrada média do resíduo para todas as células contidas na malha, conforme mostra a Eq. (22).

$$\Phi_{norm} = \frac{\Phi_{rms}}{\Phi_{it}} \quad (21)$$

$$\Phi_{rms} = \left(\frac{1}{n_{cel}} * \sum r_{sol}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

onde, Φ_{rms} é a raiz quadrada média da soma dos resíduos de cada célula da malha, Φ_{it} é o resíduo de cada iteração, n_{cel} o número de células da malha e r_{sol} o erro absoluto da solução.

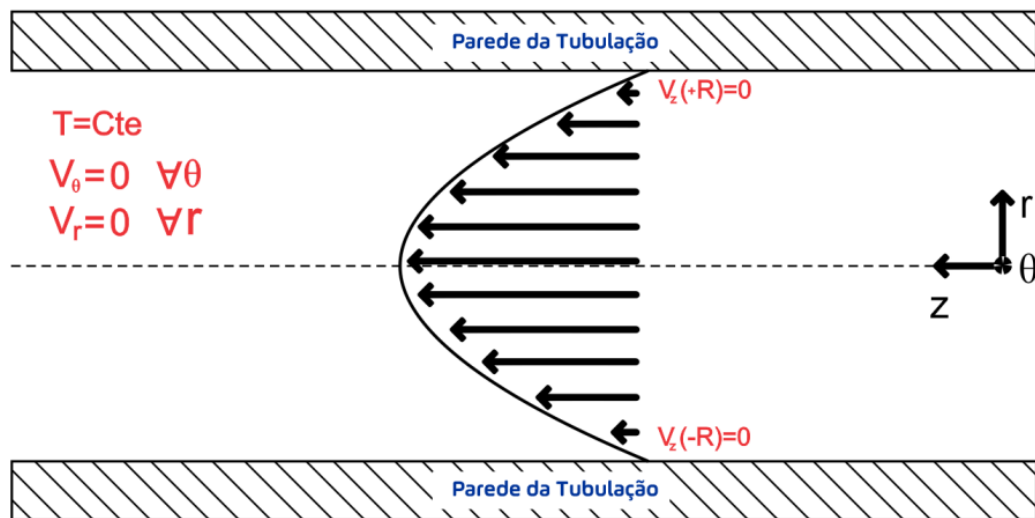
5 METODOLOGIA

5.1 Condições de contorno para solução numérica

Para realizar as simulações numéricas de todas as seções estudadas, as seguintes considerações sobre o escoamento foram adotadas:

- Escoamento em regime permanente;
- Escoamento em regime laminar;
- Escoamento unidimensional na direção z ;
- Fluido incompressível.
- Condição de não escorregamento na parede do tubo.

Figura 6 – Esquema do escoamento em tubo de seção transversal circular.



Fonte: Autoria própria (2023).

Os resultados numéricos serão confrontados com os resultados analíticos e sua diferença será avaliada quantitativamente através da Eq. (23).

$$\% \text{Erro} = \left(\frac{\text{Resultado Numérico}}{\text{Resultado Analítico}} - 1 \right) * 100 \quad (23)$$

5.2 Seção transversal circular

O esquema ilustrado pela Fig. 6, também representa as condições consideradas na determinação da solução analítica da queda de pressão em tubos de seção transversal circular. Considerando um escoamento unidimensional ao longo do eixo Z, incompressível, em regime permanente e com condição de não escorregamento na parede da tubulação, é possível reduzir a Eq. (6c), a fim de obter a queda de pressão ao longo do comprimento do tubo, conforme Eq. (24), a qual foi utilizada para comparação com os resultados numéricos.

$$\frac{\Delta P}{L} = 2m \left(\frac{Q}{\pi R} \frac{3n+1}{n} \right)^n \quad (24)$$

onde $\frac{\Delta P}{L}$ é a queda de pressão por metro de tubulação [Pa/m], D o diâmetro da tubulação [m] e Q a vazão do escoamento [m³/s].

5.3 Seção transversal anular

Para desenvolver a equação analítica que descreve a queda de pressão em função da vazão do escoamento em dutos de seção transversal anular concêntrica, as mesmas hipóteses sobre o escoamento da seção 5.2 foram determinadas, exceto pela condição de não escorregamento na parede da tubulação. O esquema do escoamento é ilustrado pela Fig. 7 e a diferenciação da condição de contorno de não escorregamento é devido a adição do tubo interno da seção anular.

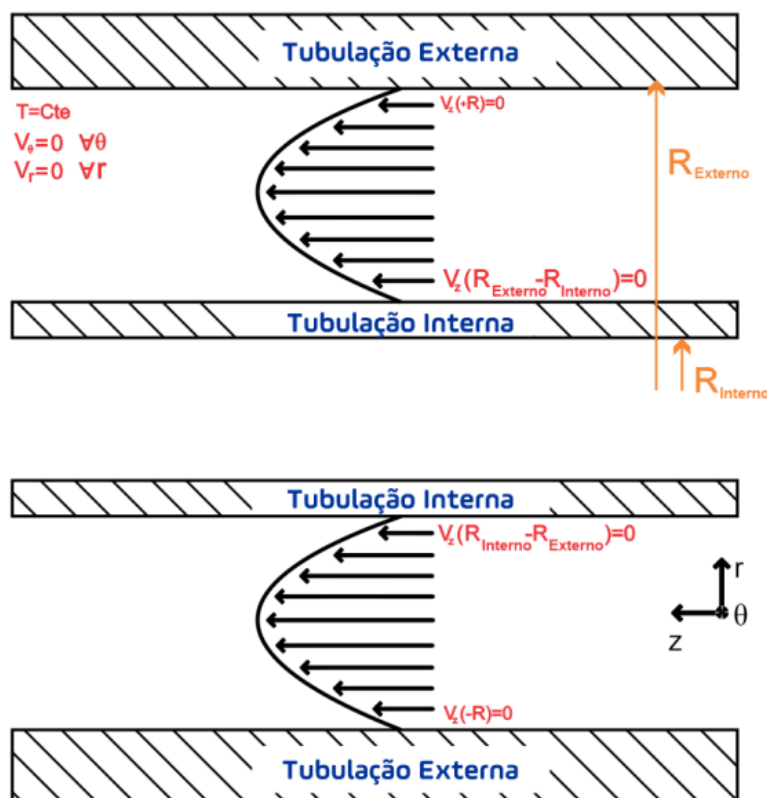
A aplicação das hipóteses reduz a Eq. (6c) na Eq. (25), através dela é possível relaciona-la com a Eq. (1) e através das condições de contorno, obter a Eq. (26) a qual fornece a queda de pressão em função da vazão do escoamento.

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial T_{zr}}{r \partial r} = 0 \quad (25)$$

$$\Delta p = \frac{2mL}{R} \left(\frac{Q(3n+1)}{\left[\left((1-\lambda^2) \frac{n+1}{n} \right) - \left(\sigma \frac{n-1}{n} * (\lambda^2 - \sigma^2) \frac{n+1}{n} \right) \right] * n \pi R^3} \right)^n \quad (26)$$

onde, λ pode ser encontrado na tabela 1 através dos valores de índice de lei de potência e sigma.

Figura 7 – Esquema do escoamento da seção transversal anular concêntrica.



Fonte: Autoria própria (2023).

onde, λ pode ser encontrado na tabela 1 através dos valores de índice de lei de potência e sigma.

Tabela 1 – Valores de λ em função de σ e índice de lei de potência.

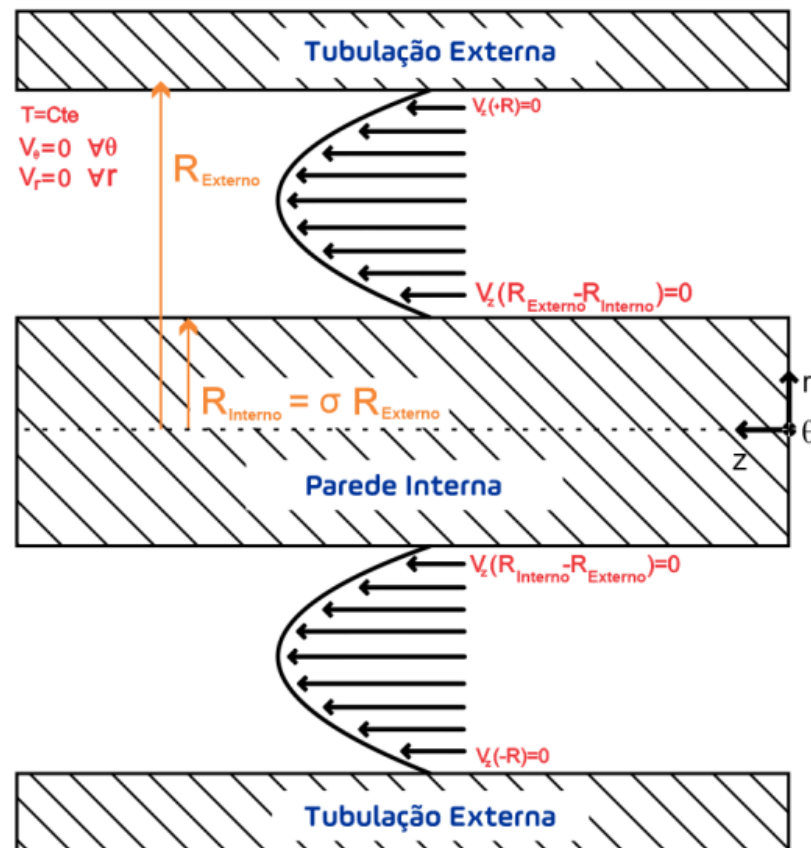
n	Valor de σ								
	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
0,10	0,344	0,468	0,556	0,643	0,714	0,778	0,838	0,895	0,948
0,20	0,368	0,485	0,574	0,650	0,719	0,781	0,840	0,896	0,949
0,30	0,388	0,499	0,584	0,657	0,722	0,784	0,841	0,896	0,949
0,40	0,405	0,510	0,591	0,661	0,725	0,785	0,842	0,896	0,949
0,50	0,419	0,518	0,597	0,665	0,728	0,787	0,843	0,896	0,949
0,60	0,431	0,526	0,601	0,668	0,730	0,788	0,843	0,897	0,949
0,70	0,441	0,532	0,605	0,671	0,731	0,789	0,814	0,897	0,949
0,80	0,449	0,537	0,609	0,673	0,733	0,790	0,844	0,897	0,949
0,90	0,457	0,542	0,612	0,675	0,734	0,790	0,845	0,898	0,940
1,00	0,463	0,546	0,614	0,677	0,735	0,791	0,845	0,898	0,949

Fonte: Chhabra e Richardson (2008).

Para os resultados obtidos na solução numérica para dutos de seção transversal anular excêntrica não há solução analítica para ser comparado. Por conta

disso, os efeitos da excentricidade na queda de pressão e nos perfis de velocidade encontrados foram comparados com os resultados numéricos obtidos para seção transversal anular concêntrica. O esquema considerado para o escoamento do caso excêntrico está ilustrado na Fig. 8.

Figura 8 – Esquema do escoamento em dutos de seção anular excêntrica



Fonte: Autoria própria (2023).

5.4 Algoritmo de solução e análise de erros

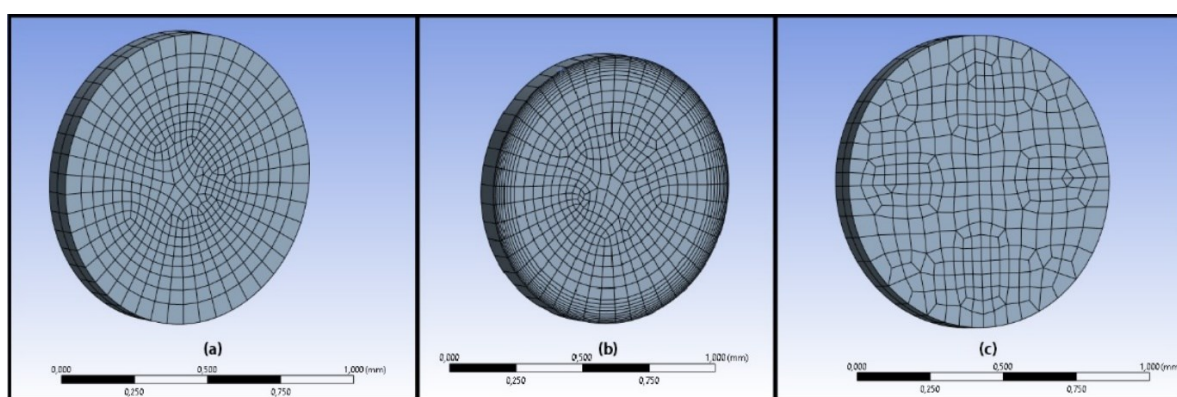
O algoritmo utilizado para realizar a discretização das equações, assim como as iterações, será o SIMPLE. Esse código já consta no solver *Ansys*, fato esse que retira a necessidade de escrever um programa específico para a validação.

Para determinar a convergência da solução, foi utilizado o critério de convergência de resíduo normalizado, conforme a Eq. (21). O valor adotado para esse critério variou entre $1e-6$ e $1e-12$ para as três componentes de velocidade e para equação da continuidade, a fim de analisar sua influência no resultado obtido.

5.5 Configuração da malha de volumes finitos

Com o objetivo de determinar a melhor configuração de células de malha e obter resultados com maior acurácia, três malhas distintas foram testadas, conforme a Fig. 9. A geometria escolhida para o estudo foi a seção de um tubo circular de 1 mm de diâmetro e 0,1 mm de comprimento, com condição de contorno periódica de fluxo de massa. Para a geometria anular, será adicionado uma seção circular de 0,25mm de diâmetro, visando uma razão de diâmetros de 4.

Figura 9 – Diferentes configurações de malha: (a) malha de geração padrão Ansys, (b) malha padrão com refino nas bordas e (c) malha dividida em quadrantes.



Fonte: Autoria própria (2023).

A escolha de dimensões pequenas para ambos os diâmetros visou reduzir o número de elementos de malha, uma vez que a versão *Ansys* utilizada possui restrição de número de elementos gerados. Contudo, como os resultados para queda de pressão são obtidos na forma de gradiente ao longo do escoamento, é possível utilizá-los e compará-los com geometrias maiores.

A malha, apresentada na Fig. 9(a), foi gerada automaticamente pelo software *Ansys Meshing* com base na dimensão máxima e mínima para o tamanho do elemento de malha, conforme a tabela 2. Na segunda configuração, Fig. 9(b), foram utilizados os mesmos parâmetros da primeira malha, porém com refinamentos concentrados na parede da geometria, a fim de garantir melhor caracterização da condição de não escorregamento na parede do tubo. Na terceira estrutura, Fig. 9(c), a geometria foi dividida em quatro quadrantes simétricos, com o número de divisões determinado pelo autor, visando a melhor organização dos elementos de malha. Além disso, a fim de comparação, a quantidade de nós e elementos criados também foi coletada e está descrita na tabela 2.

Tabela 2 – Comparativo de características construtivas dos três tipos de malhas.

Configuração	Dimensão mínima do elemento	Dimensão máxima do elemento	Número de volumes	Número de nós
Malha 1	0,07 mm	0,8 mm	918	5198
Malha 2	0,07 mm	0,8 mm	2579	5932
Malha 3	0,5 mm	0,8 mm	656	3773

Fonte: Autoria própria (2023).

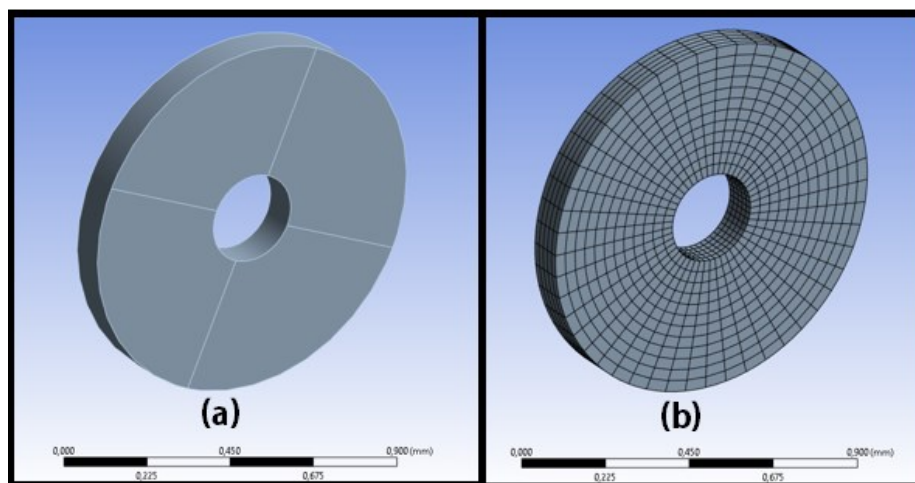
Os dados obtidos nesta análise prévia reforçam a influência do tamanho das células de malha no número de elementos e nós que compõem o volume de estudo. Essa variação de quantidade de células pode ter grande influência não só na acurácia dos resultados obtidos, mas também no tempo computacional necessário para o estudo atingir os parâmetros de convergência desejados.

Para as seções transversais anulares concêntrica e excêntrica também foi utilizado a construção de malha demonstrada na Fig. 9(c). Essa metodologia tornou sua construção mais prática e fácil, não somente para aplicar refinamentos pontuais, mas também para construir os gráficos de perfis de velocidade, uma vez que as linhas de divisão da geometria estão alinhadas com os eixos X e Y. As malhas das seções transversais anulares concêntrica e excêntrica estão dispostas, respectivamente, pelas Fig. 10 e 11. A excentricidade foi calculada conforme a Eq. (27).

$$\%e = \frac{D_c}{R_E} * 100 \quad (27)$$

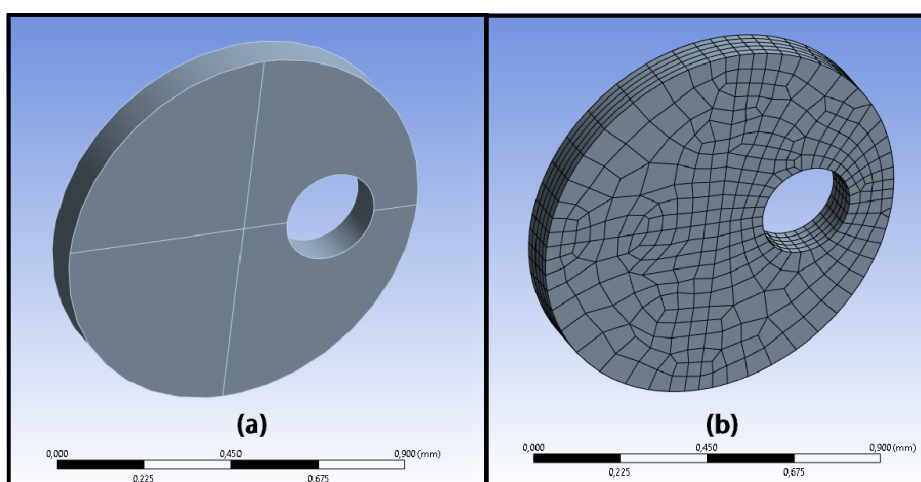
Onde, D_c é a distância entre centros [m] e R_E o raio da tubulação externa [m].

Figura 10 – Modelagem da geometria do fluido (a) e configuração de malha utilizada para a seção transversal anular concêntrica (b).



Fonte: Autoria própria (2023).

Figura 11 – Modelagem da geometria do fluido (a) e configuração da malha utilizada para a seção transversal anular excêntrica (b).



Fonte: Autoria própria (2023).

5.6 Parâmetros da simulação numérica

Para a configuração dos parâmetros de escoamento foram desligados todos os recursos da aba “modelos” do software e deixado apenas o modo de escoamento definido como laminar. Nas propriedades do fluido utilizou-se densidade constante e modelo “Não newtoniano lei de potência” para a viscosidade, considerando-a dependente apenas da taxa de cisalhamento. Na aba “monitores” foram definidos

valores de $1e-6$ para as condições de convergência de velocidade e continuidade, assim como o número de iterações fixados em 1000.

Já para evitar possíveis problemas com as equações de continuidade e evitar a necessidade de um comprimento mínimo de tubulação – devido ao comprimento de desenvolvimento de escoamento – foi utilizado a condição de periodicidade de fluxo de massa, estabelecendo uma única iteração por elemento e um fator de relaxamento padrão igual a 0,5.

A condição de periodicidade de fluxo de massa adotada pelo solver é a de fluxo de massa médio nulo. Esse modelo garante que a média do fluxo de massa das faces opostas ao domínio seja igual a zero. A Eq. (28) representa a condição adotada por esse modelo.

$$\oint (\rho \mathbf{u} \cdot \vec{n}) dA = 0 \quad (28)$$

onde \oint é a integral de superfície, ρ é a densidade do fluido, \mathbf{u} é a velocidade do fluido [m/s] e \vec{n} é o vetor normal a superfície.

6 RESULTADOS

6.1 Configuração de malha e validação em tubo de seção transversal circular

Os resultados obtidos para escoamento em tubo de seção transversal circular, estão descritos na tabela 3, onde nota-se a influência da quantidade de elementos de malha sobre a acurácia dos resultados quando comparados com a solução analítica. É possível concluir que a diferença na acurácia entre as malhas 1 e 3, se demonstra pequena quando comparada a diferença de quantidade de células e nós. Além disso, apesar de representar a menor acurácia entre as configurações analisadas, a terceira malha possui configuração que possibilita a divisão do domínio computacional em quatro regiões com boa simetria entre eles.

Tabela 3 – Características dos três tipos de malha analisados e suas respectivas variações em relação a solução analítica.

Malha	Tamanho de elemento	Tamanho máximo admitido	Número de células	Número de nós	Resultado numérico	Erro na simulação
1	0,07 mm	0,8 mm	918	5198	1521539,3 Pa/m	0,3%
2	0,07 mm	0,8 mm	2579	5932	1519146,1 Pa/m	0,2%
3	0,5 mm	0,8 mm	656	3773	1524284,8 Pa/m	0,5%

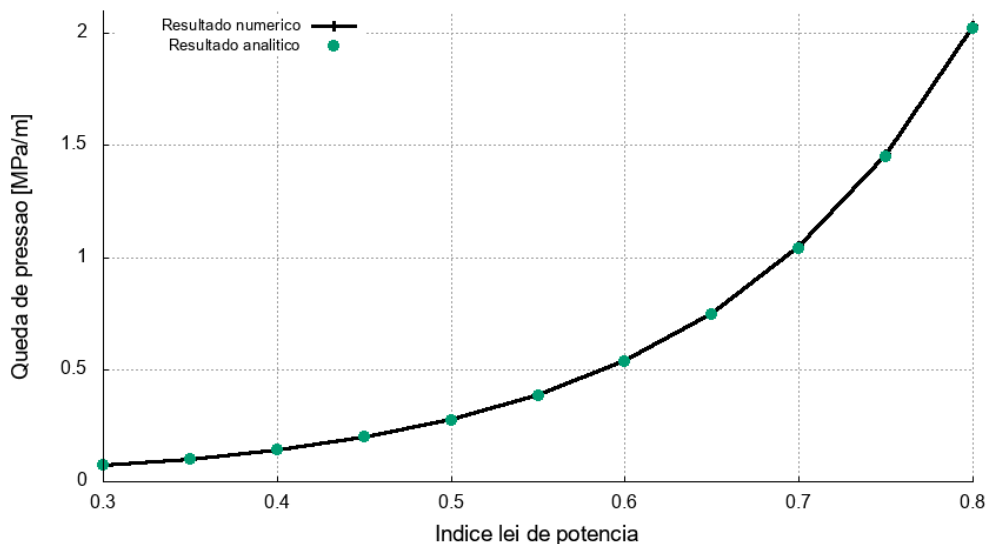
Fonte: Autoria própria (2023).

O erro absoluto foi calculado a partir da razão entre o resultado numérico e o analítico, conforme demonstra a Eq. (23). A terceira malha gerou um erro muito próximo as demais configurações, com 3,9 vezes menos volumes e uma diferença de 1,5 vezes menos números de nós que a segunda malha, foi decidido conduzir os estudos utilizando-a.

Antecedendo as simulações com geometria de maior complexidade, como no caso de tubo anular concêntrico e excêntrico, realizou-se testes de validação dos parâmetros utilizados através da análise preliminar no estudo de tubo de seção transversal circular.

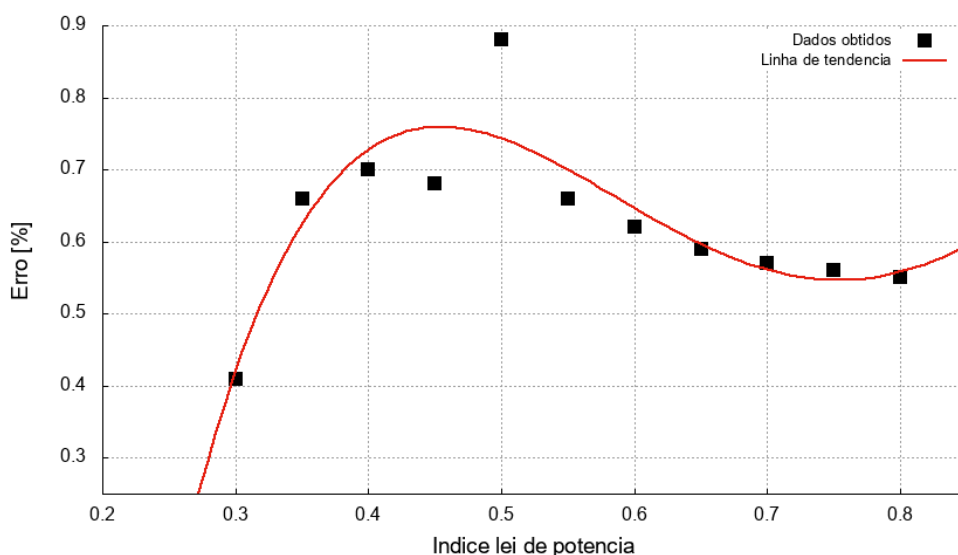
A simulação de escoamento interno de fluido lei de potência foi realizada supondo regime laminar. A Fig. 12 traz os resultados obtidos a partir da variação do índice de lei de potência do fluido de 0,3 a 0,8, e como eles influenciam na queda de pressão ao longo da tubulação. Está ilustrado na Fig. 13 a análise dos erros gerados em função do índice de lei de potência.

Figura 12 – Queda de pressão em função do índice de lei de potência.



Fonte: Autoria própria (2023).

Figura 13 – Erro do resultado numérico em função do índice de lei de potência.



Fonte: Autoria própria (2023).

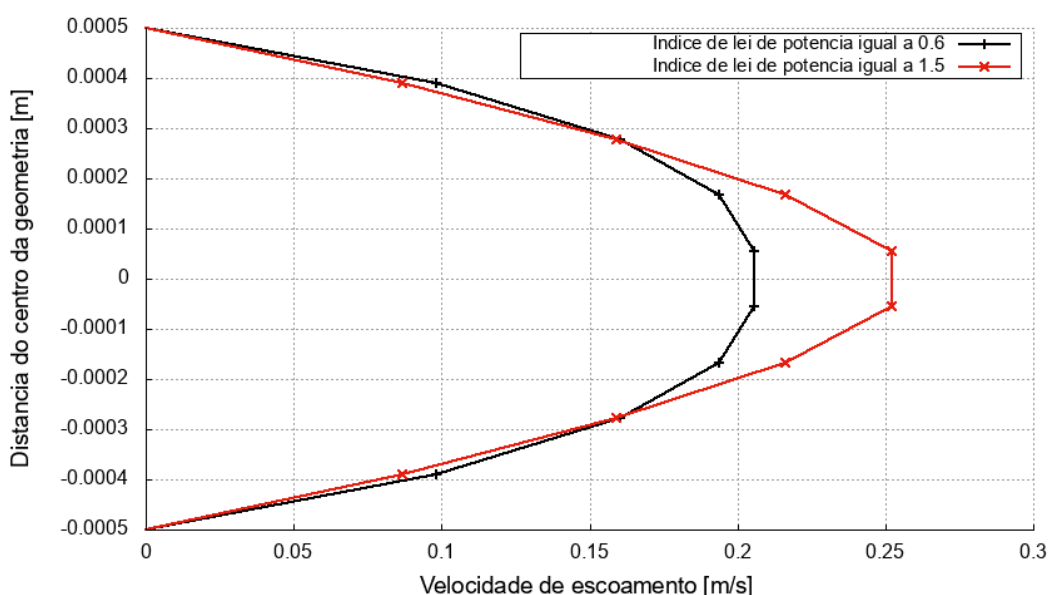
O resultado numérico obtido para queda de pressão em função do índice de lei de potência apresentou boa acurácia se comparado aos valores encontrados na solução analítica. Os resultados numéricos alcançaram o critério de convergência de

1e-6 com menos de 1000 iterações para todos os valores de índice de lei de potência.

Nota-se que o índice de lei de potência possui grande influência não somente sobre a queda de pressão gerada, mas também na acurácia do resultado, tendendo a manter uma menor variação conforme o índice de lei de potência tende a 1.

A Fig. 14 ilustra os perfis de velocidade obtidos, numericamente, para diferentes valores de índice de lei de potência. Percebe-se que fluidos com índice abaixo de 1 tendem a possuir um perfil de velocidade mais arredondado, e fluidos com índice acima de 1 tendem a possuir perfis mais cônicos. Esse fenômeno pode ser explicado através da Eq. (1), onde o índice de lei de potência está relacionado com a tensão de cisalhamento de maneira exponencial, fazendo com que para fluidos de índice de lei de potência mais alto, apresentem maior resistência ao escoamento em regiões mais próximas a parede da tubulação. Além disso, também é possível notar a influência que o índice de lei de potência tem sobre a velocidade máxima do escoamento.

Figura 14 – Perfil de velocidade para diferentes índices de lei de potência para escoamento em tubo de seção transversal circular.



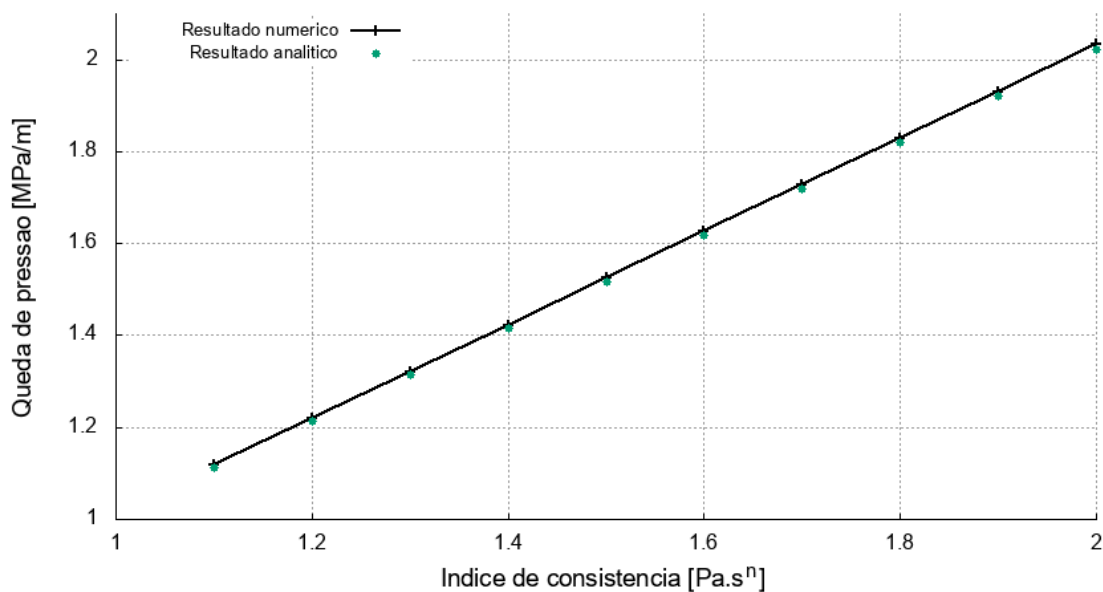
Fonte: Autoria própria (2023).

Já as Fig. 15 e 16 ilustram a influência do índice de consistência sobre a queda de pressão e o erro gerado, respectivamente. Através delas, é possível notar que o índice de consistência possui uma influência linear com a queda de pressão e sua variação pouco interfere no erro numérico obtido.

A relação linear entre o índice de consistência e a queda de pressão, pode ser analisada através da Eq. (1), a qual também descreve a relação linear entre essas

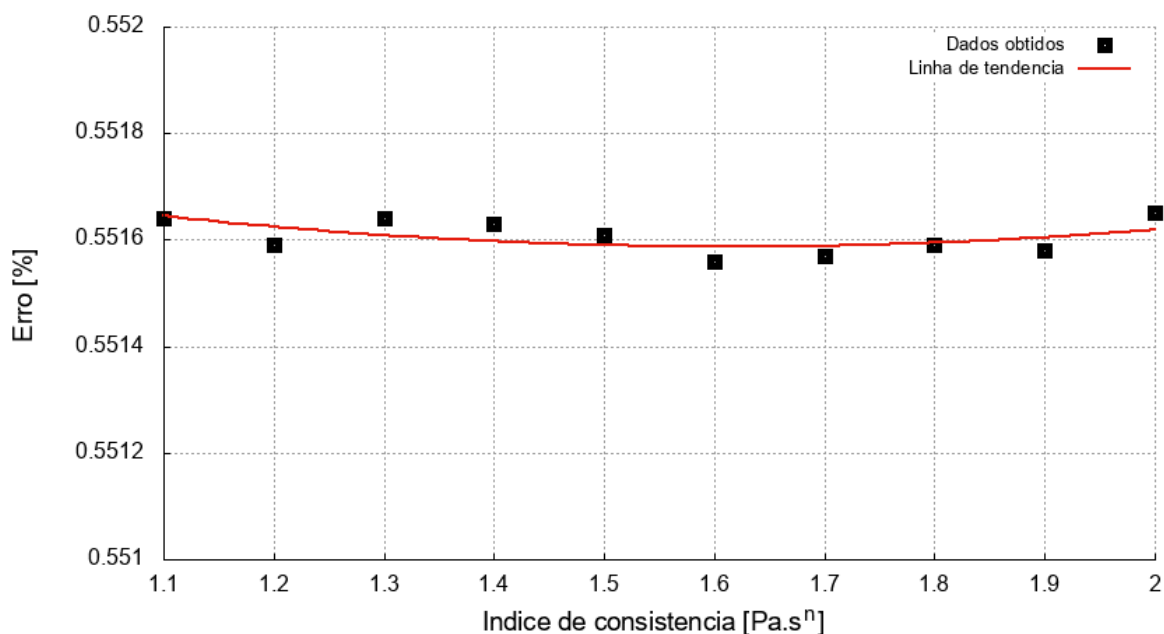
duas variáveis. Ainda assim, a pouca influência do índice de consistência sobre o erro obtido, pode ser caracterizada devido a essa mesma relação, visto que se comparada ao índice de lei de potência, sua variação não produz grandes alterações na tensão de cisalhamento. O critério de convergência de $1e-6$ também foi atingido para todas as simulações variando o índice de consistência, em menos de 1000 iterações.

Figura 15 – Queda de pressão em função do índice de consistência.



Fonte: Autoria própria (2023).

Figura 16 – Erro do resultado numérico em função do índice de consistência.



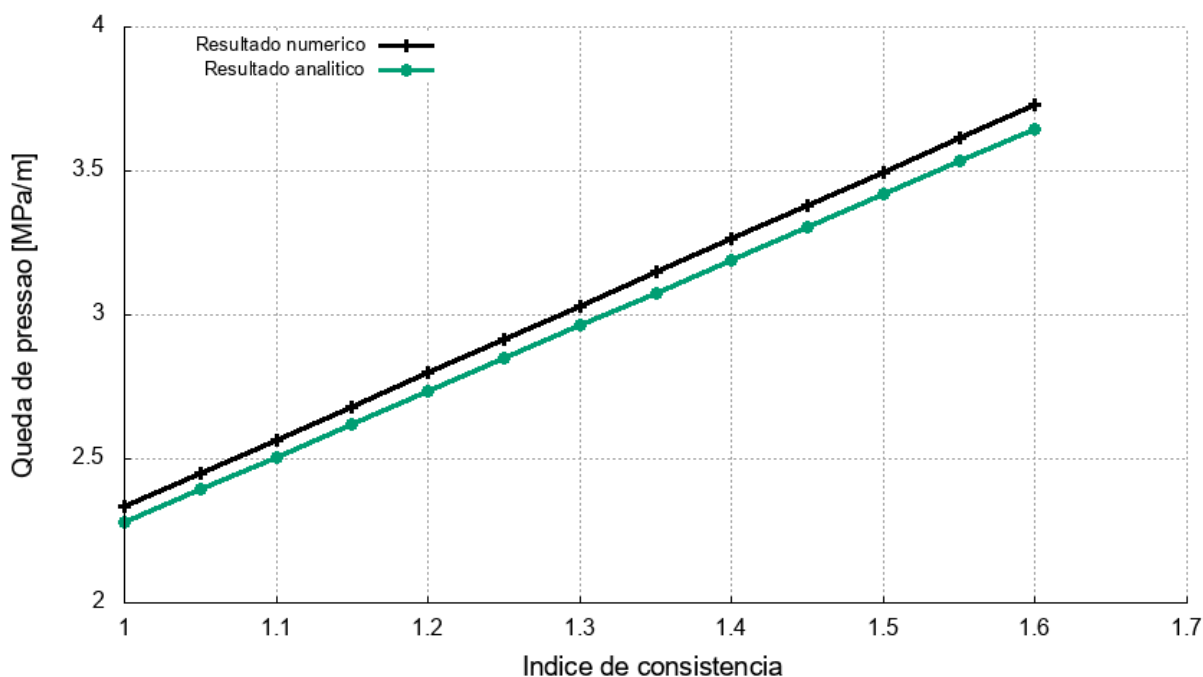
Fonte: Autoria própria (2023).

6.2 Escoamento em tubo de seção transversal anular concêntrico.

A Fig. 17 demonstra o comportamento da queda de pressão em função do índice de consistência. É possível observar a relação linear entre o aumento do índice de consistência e a queda de pressão obtida.

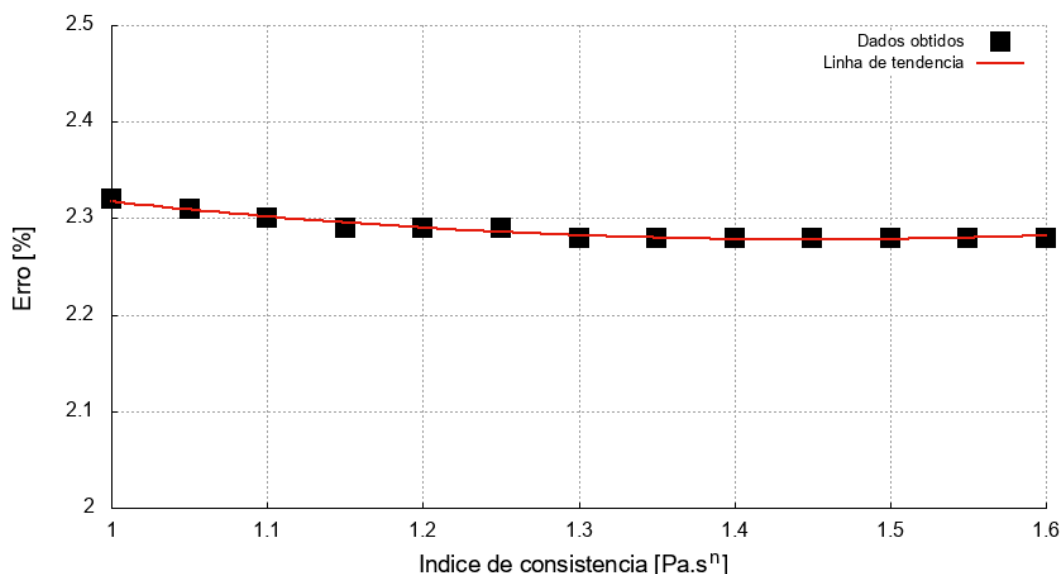
Além disso, a configuração utilizada na simulação demonstrou boa acurácia nos resultados se comparado aos valores encontrados no estudo analítico. O erro obtido entre os resultados numéricos e analíticos estão dispostos na Fig. 18, onde é possível notar a obtenção de pequenas variações de erro com grandes variações do índice de consistência. Os resultados numéricos atingiram o critério de convergência de $1e-6$ com 1000 iterações para todos os valores de índice de lei de potência e índice de consistência simulados.

Figura 17 – Queda de pressão por metro, em função do índice de consistência do fluido.



Fonte: Autoria própria (2023).

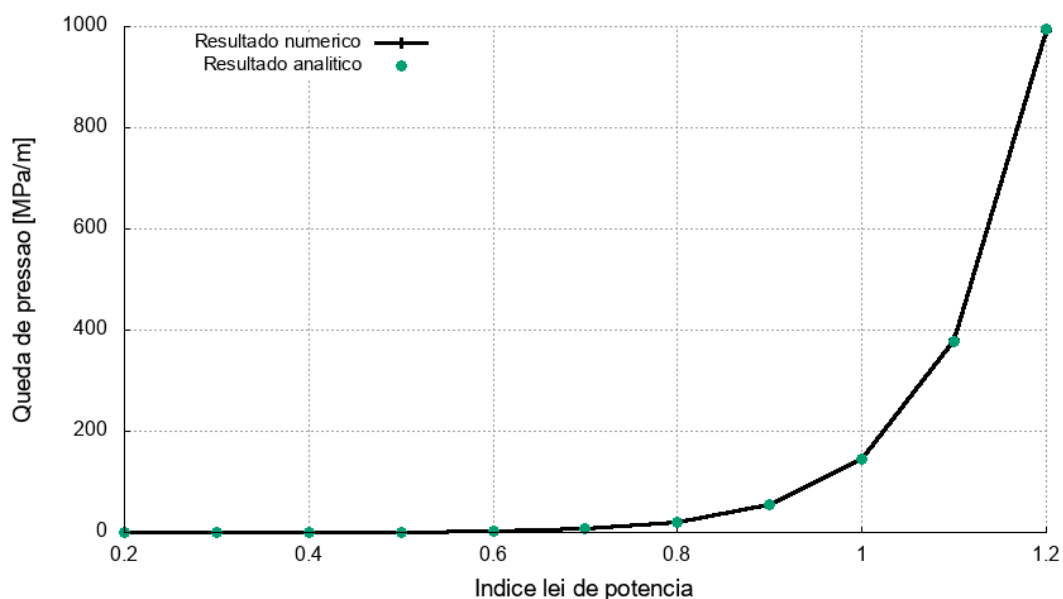
Figura 18 – Influência do índice de consistência na variação do resultado numérico em relação ao resultado analítico.



Fonte: Autoria própria (2023).

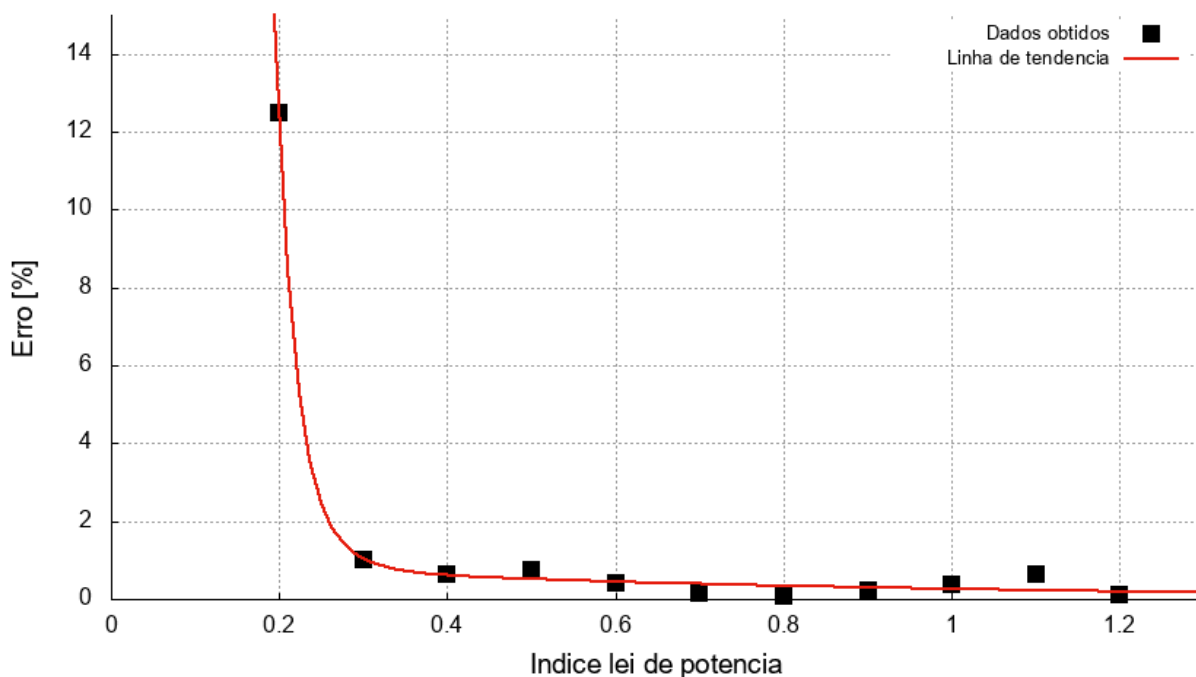
Já os resultados sobre a influência do índice de lei de potência na queda de pressão e a sua influência no erro gerado, estão dispostos, respectivamente, nas Fig. 19 e 20. É possível concluir que a configuração utilizada gerou um perfil de queda de pressão muito fiel ao encontrado na resolução analítica. Todavia, a variação do índice de lei de potência demonstrou possuir grande influência no erro encontrado, indicando uma tendência de erro estável para valores maiores que 0,3, e uma tendência de extrapolação do erro para valores menores que 0,3.

Figura 19 – Influência do índice de lei de potência na queda de pressão.



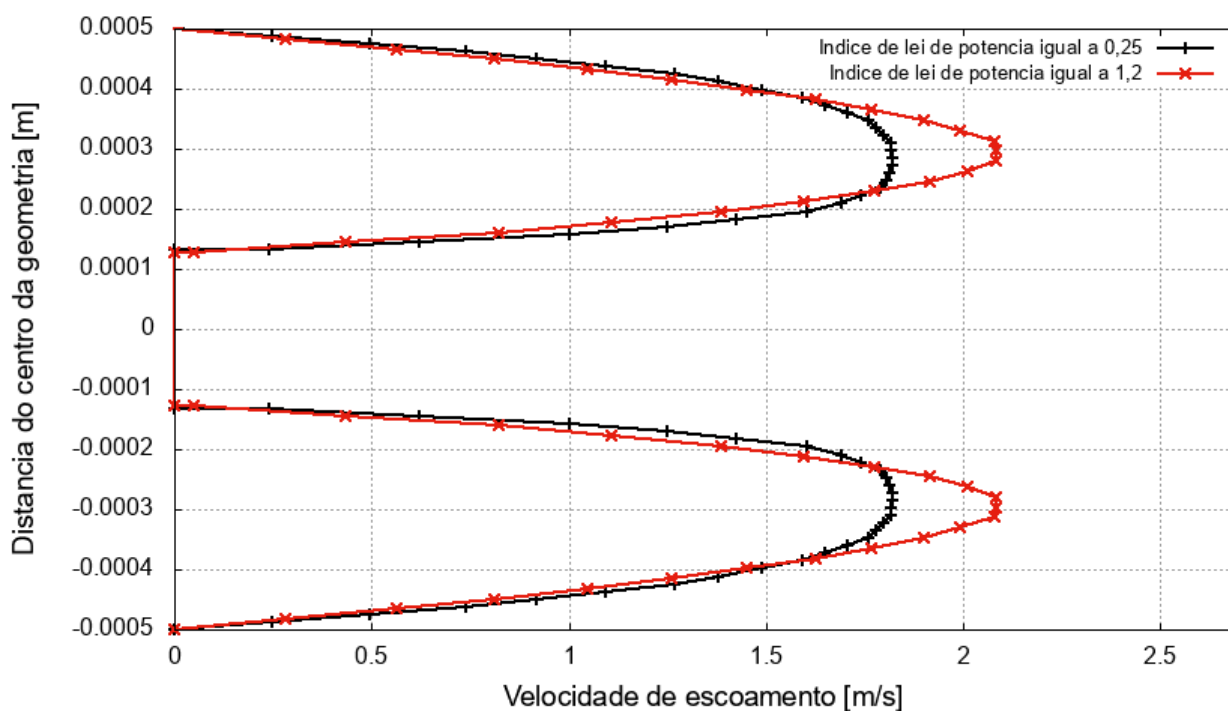
Fonte: Autoria própria (2023).

Figura 20 – Influência do índice de lei de potência na variação do resultado numérico em relação ao resultado analítico.



Fonte: Autoria própria (2023).

Figura 21 – Perfil de velocidade em seção transversal anular concêntrica.



Fonte: Autoria própria (2023).

O perfil de velocidade encontrado para a seção transversal anular concêntrica para diferentes índices de lei de potência, exposto na Fig. 21, demonstra que há uma

distribuição simétrica do fluido na região livre, gerando dois perfis de velocidade idênticos.

Analisando a Fig. 20, é possível observar que a acurácia encontrada para índices de lei de potência menores que 0,3 tendem a ser maiores que 10%, tornando-os pouco acurados para uma comparação com um caso real.

Buscando aprimorar os resultados obtidos, sem a necessidade de alteração na malha, foi realizado a alteração das condições de convergência. Alterando o requisito do resíduo das componentes X, Y e Z de velocidade e da equação de continuidade, de $1e-6$ para $1e-12$, solicitando 10.000 iterações ao invés de 1.000. Os novos resultados estão dispostos na tabela 4, e nela é possível notar uma melhora significativa na acurácia dos resultados para índices de lei de potência menores ou iguais a 0,2. Contudo, o aumento de iterações e do critério de convergência resultaram em melhora pouco significativa e, em alguns casos, até diminuição da acurácia em índices de lei de potência acima de 0,2.

Tabela 4 – Comparação do erro encontrado entre as duas configurações estudadas.

Índice de lei de potência	Erro (%) – Configuração 1	Erro (%) – Configuração 2
0,20	12	1,5
0,30	1	2,1
0,40	0,64	0,9
0,50	0,73	0,58
0,60	0,40	0,35
0,70	0,15	0,13
0,80	0,07	0,08
0,9	0,23	0,24
1	0,37	0,37
1,1	0,62	0,63
1,2	0,10	0,10

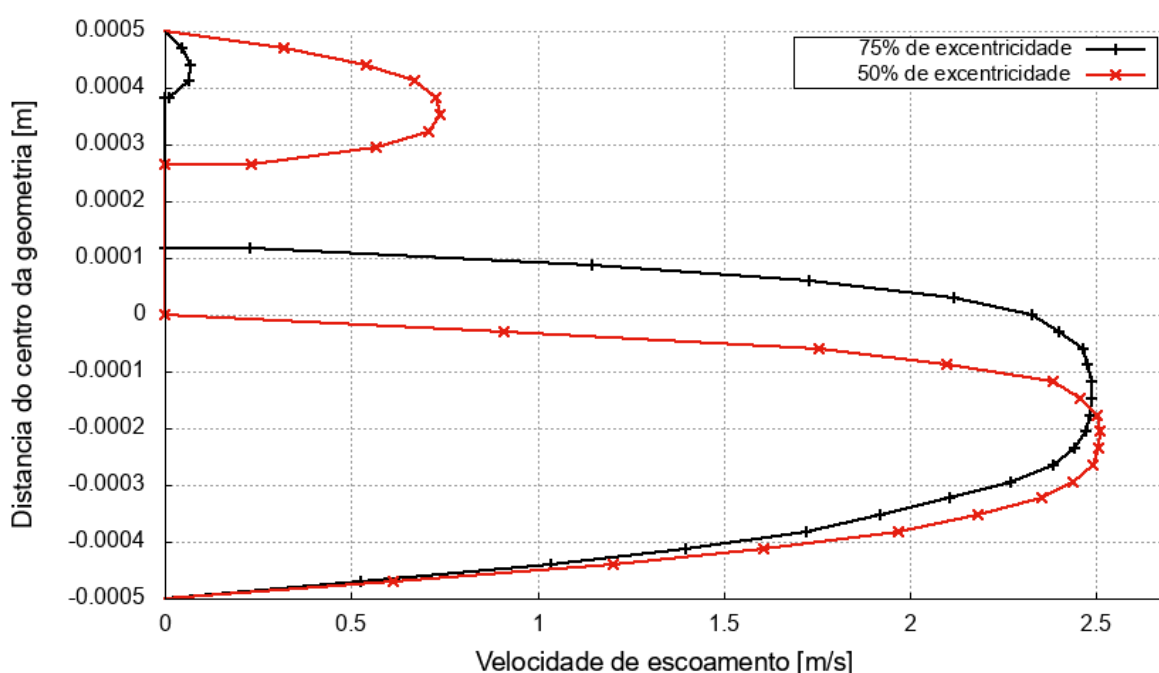
Fonte: Autoria própria (2023).

6.3 Escoamento em tubo de seção transversal anular excêntrica.

O objetivo de se avaliar o comportamento do escoamento em dutos de seção anular excêntrica é compreender a influência da excentricidade sobre a queda de pressão ao longo do comprimento do tubo. Porém, para essas seções não há bibliografias de modelagens analíticas que descrevam o comportamento da queda de pressão em função da excentricidade. Por conta disso, os resultados obtidos foram comparados com os obtidos para tubo de seção anular concêntricos

O nível de excentricidade da seção foi calculado sendo igual a razão entre a distância entre centros sobre o raio do cilindro externo, conforme exposto pela Eq. 27. Na Fig. 22, é possível observar a influência da excentricidade no perfil de velocidade do escoamento. Através dela pode-se notar que o aumento da excentricidade provoca o deslocamento do fluido para a região de maior área livre, tendendo não somente a um escoamento nulo conforme o seu aumento, mas também há um achatamento do perfil de velocidade conforme sua diminuição. Além disso, é possível perceber que um incremento de 25% na excentricidade gera uma grande influência na velocidade máxima e média obtida na seção de maior estricção, mas pouca influência na velocidade máxima da seção mais livre.

Figura 22 – Perfil de velocidade do escoamento em seções transversais anulares com diferentes níveis de excentricidade.



Fonte: Autoria própria (2023).

Os perfis de velocidade obtidos, indicam que o gradiente de velocidade gerado ao longo do raio da tubulação se torna maior conforme a diminuição do nível de excentricidade. O aumento do gradiente de velocidade implicará no aumento da tensão de cisalhamento, conforme a Eq. (1), e conseqüentemente no aumento da viscosidade aparente do fluido. Esse fenômeno, indica que o aumento da excentricidade diminui a queda de pressão obtida, uma vez que a viscosidade aparente está diretamente relacionada com a queda de pressão gerada.

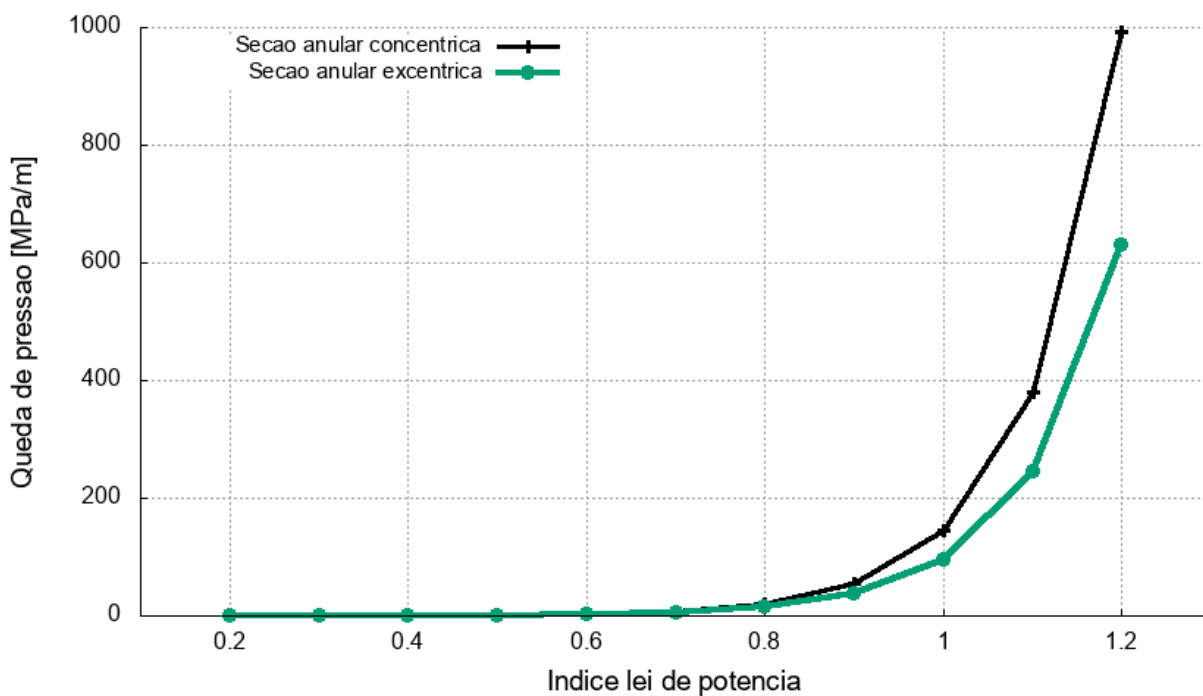
As Fig. 23 e 24 ilustram, respectivamente, o comparativo da influência do índice de lei de potência e do índice de consistência na queda de pressão em seções transversais anulares concêntricas e excêntricas. Através delas, é possível confirmar a relação entre a excentricidade da seção e a queda de pressão obtida, onde o afastamento do centro dos dois cilindros provoca diminuição significativa na queda de pressão, a qual é mais evidente em fluidos com índice de lei de potência maiores que 1 devido ao achatamento do perfil de velocidade para esses valores, os quais geram maiores gradientes de velocidade e conseqüentemente maiores viscosidade aparente.

Embora a variação do índice de lei de potência em seções anulares excêntricas cause reduções consideráveis na queda de pressão, a curva gerada segue o mesmo comportamento característico observados em seções sem excentricidade.

Contudo, é possível notar que a reta obtida pela variação do índice de consistência no regime excêntrico não é paralela à reta obtida em seções anulares concêntricas, demonstrando que a adição da excentricidade na seção anular reduz a influência do índice de consistência na queda de pressão, ponto esse que, apesar de pouco significativo, torna-se mais evidente para índices de consistência acima de 1,4.

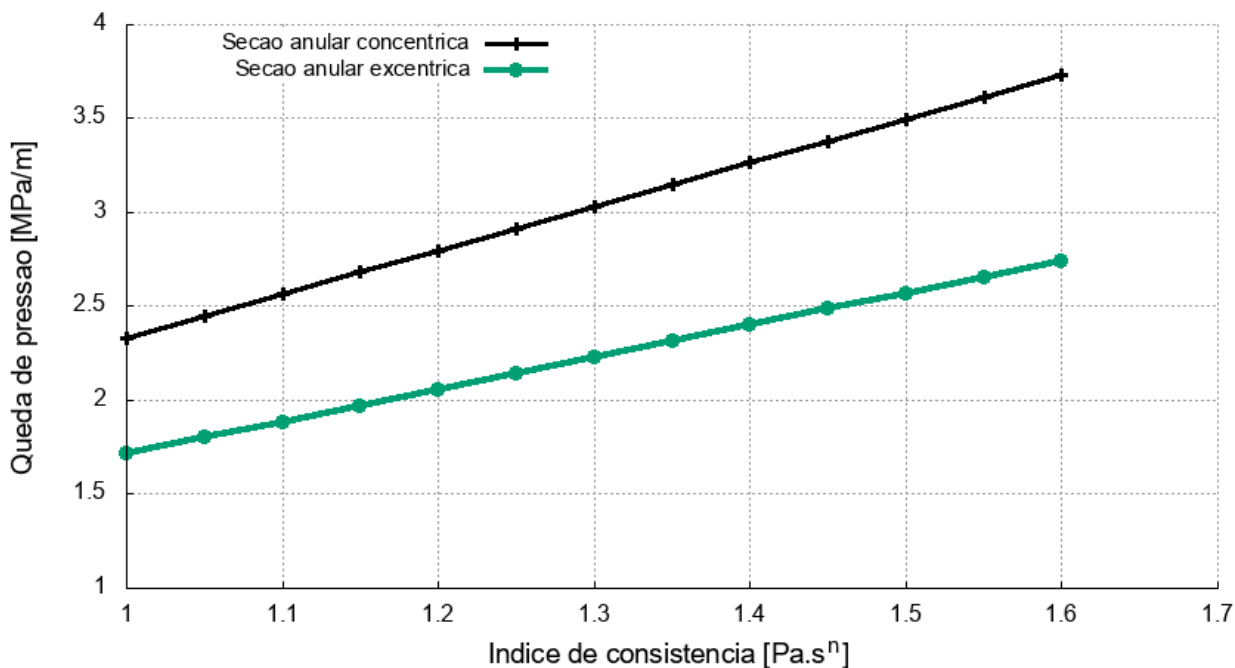
A Fig. 25 ilustra a influência da excentricidade na queda de pressão do escoamento, onde é possível identificar relação linear e inversamente proporcional entre elas.

Figura 23 – Queda de pressão em função do índice de lei de potência de diferentes seções anulares.



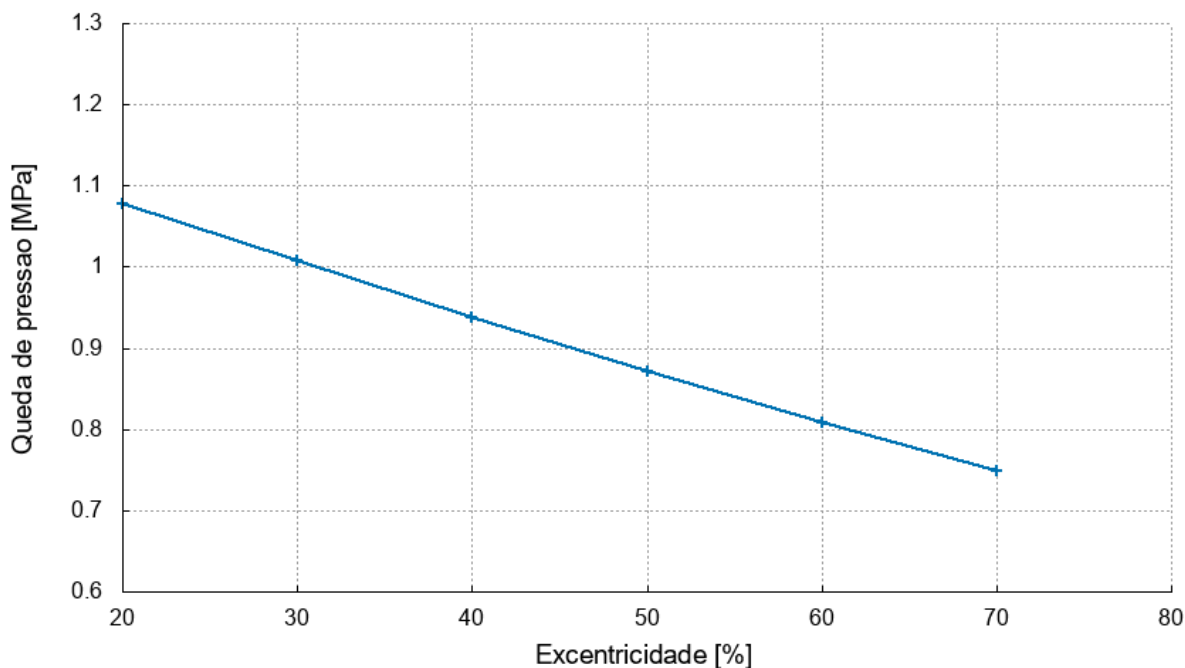
Fonte: Autoria própria (2023)

Figura 24 – Queda de pressão em função do índice de consistência de diferentes seções anulares



Fonte: Autoria própria (2023).

Figura 25 – Influência da excentricidade em função da queda de pressão para um fluido lei de potência.



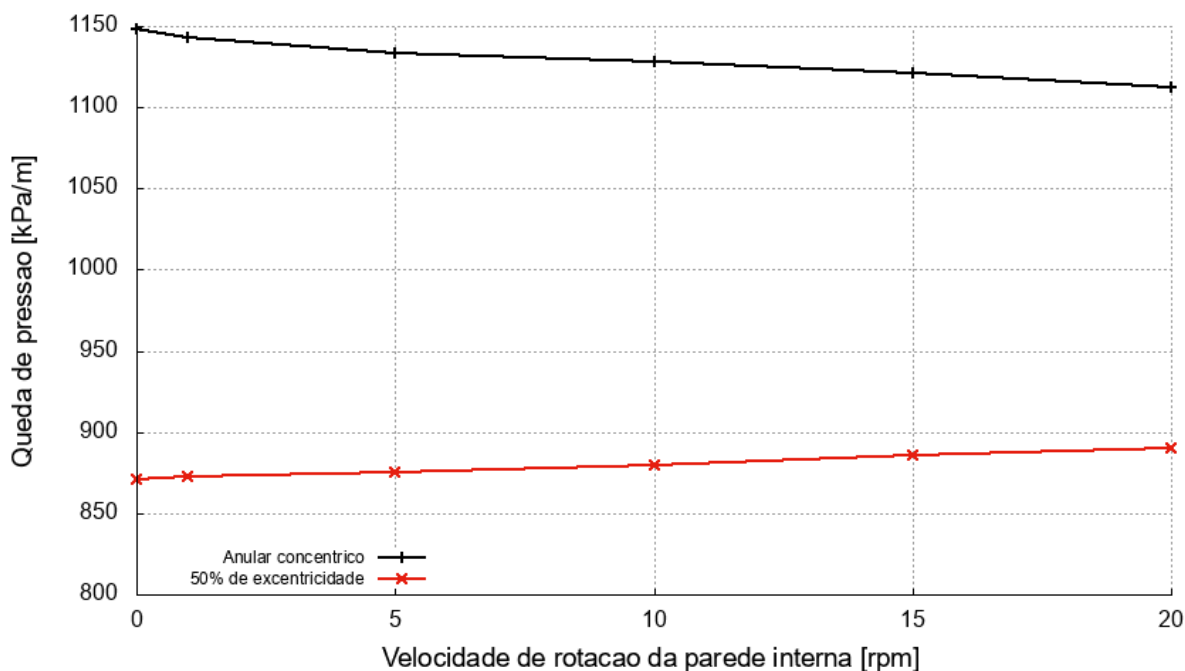
Fonte: Autoria própria (2023).

6.4 Escoamento em tubo de seção transversal anular excêntrico com rotação de parede.

Os efeitos da rotação de parede interna nas seções anulares estudadas estão dispostos na Fig. 26. Através dela, é possível observar que baixas rotações do cilindro interno pouco interferem na queda de pressão obtida, revelando um acréscimo de cerca de 2% na seção excêntrica e 3% na seção concêntrica.

Além disso, foi possível notar que a presença de excentricidade altera a forma como a rotação influencia na queda de pressão. A curva gerada para seções transversais excêntricas demonstrou possuir um comportamento inverso à aquela gerada pela geometria concêntrica. Sendo assim, os dados anunciam uma relação inversamente proporcional entre a queda de pressão e a rotação do cilindro interno para seções concêntricas, e diretamente proporcionais para seções excêntricas.

Figura 26 – Influência da velocidade de rotação na queda de pressão em seções transversais anulares com e sem excentricidade.



Fonte: Autoria própria (2023).

Apesar dos resultados obtidos possuírem pouca variação entre eles, e não haver bibliografia que fornecesse base analítica para validação dos dados obtidos, foi possível comparar o comportamento das curvas com o estudos anteriores para comparação.

O estudo realizado por VIEIRA NETO et al. (2014) sobre os efeitos da rotação de parede de seções transversais anulares concêntricas e excêntricas sobre a queda de pressão, foram analisados de maneira experimental e numérica. Através desse trabalho, os autores concluíram que a queda de pressão era inversamente proporcional a rotação da parede interna de seções concêntricas e diretamente proporcional para seções concêntricas, conclusão essa, coerente com os resultados obtidos. Além disso, o estudo dos autores concluiu que os dados numéricos entregaram boa acurácia se comparado aos dados experimentais.

7 CONCLUSÃO

Através dos dados simulados e das comparações realizadas entre os resultados numéricos e analíticos, conclui-se que o software *Ansys Fluent* é capaz de gerar resultados com boa acurácia nos estudos de escoamento de fluidos lei de potência em seções transversais circulares e anulares.

A influência do tamanho da malha nos resultados obtidos demonstrou possuir comportamento inversamente proporcional ao desvio gerado da solução analítica. No entanto, pode-se observar que essa influência ocorre de maneira sutil, gerando a necessidade de aumentar significativamente a quantidade de elementos de malha para obter-se pouca melhora nos resultados. O modo como os elementos são arranjados também demonstrou possuir grande influência na divergência entre os resultados numéricos e analíticos, possibilitando assim a geração de malhas com menor quantidade de elementos e maior acurácia.

Os dados numéricos obtidos, para seções transversais circulares, indicam relação exponencial diretamente proporcional entre a variação do índice de lei de potência e a queda de pressão obtida. Contudo, o índice de consistência demonstrou influenciar a queda de pressão de maneira diretamente proporcional de modo linear. A variação de ambos os parâmetros gerou resultados fidedignos aos dados analíticos. Todavia, a variação do índice de lei de potência - diferentemente do índice de consistência - produziu erros dispersos que tendem a um comportamento não linear.

Nas seções transversais anulares concêntricas foi possível notar não somente um deslocamento simétrico do fluido em torno da região anular, mas também que a velocidade máxima de escoamento não sofreu alteração.

Para as curvas características de queda de pressão em função do índice de consistência e índice de lei de potência, notou-se que para seções transversais anulares o seu comportamento é muito semelhante ao encontrado em seções transversais circulares. Todavia, o índice de lei de potência demonstrou possuir significativa relação com a acurácia do resultado encontrado, gerando erros consideravelmente grandes para índices de lei de potência menores que 0,3 e boa acurácia para valores maiores que 0,4, aumentando conforme o comportamento do fluido se aproxima de um newtoniano. Fenômeno esse, indicando que a acurácia da solução numérica para baixas tensões de cisalhamento é comprometida.

Já para seções anulares excêntricas, notou-se relação linear muito significativa entre a queda de pressão obtida e o nível de excentricidade aplicado na seção. Através dos dados gerados foi possível notar que a adição de excentricidade gera uma redução na queda de pressão obtida no escoamento. Esse comportamento deve-se ao deslocamento do fluido para a região de menor estricção, gerando menores taxas de deformação e conseqüentemente reduzindo a viscosidade aparente.

O comportamento das curvas de queda de pressão em função do índice de lei de potência na análise de tubos de seção anular concêntrica e excêntrica se demonstraram muito similares, indicando que a adição de excentricidade na geometria não altera o modo que essa característica reológica afeta a queda de pressão. Em contrapartida, mesmo que sutil, para regimes excêntricos notou-se inclinação menor da reta queda de pressão em função do índice de consistência, se comparado a seções concêntricas.

Para seções transversais anulares concêntricas com rotação de parede interna, os resultados obtidos demonstraram redução na queda de pressão gerada conforme o aumento da rotação. Por outro lado, o efeito oposto foi observado em seções munidas de excentricidade, gerando um aumento na queda de pressão conforme o aumento da rotação.

Os dados obtidos na análise de adição de rotação de parede demonstraram baixa variação entre eles, chegando a variar o resultado em apenas 2% para a seção excêntrica e 3% para a concêntrica. No entanto, bibliografias anteriores encontraram de maneira experimental, como o estudo de Viera Neto et al., relações entre nível de excentricidade e queda de pressão semelhantes ao encontrando pela presente análise.

REFERÊNCIAS

- Anslys Inc. **Anslys Workbench**, Versão de estudante R22. Canonsburg: Anslys Inc., 2023.
- Bird, R. B., Stewart, W. E., & Lightfoot, E. N. **Transport Phenomena**. John Wiley & Sons. (2002).
- CHABBRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. **Non-Newtonian Flow in the Process Industries**. (2008).
- DUTRA, E.S.S, **Deslocamento de Líquidos não Newtonianos em Tubos Anulares Excêntricos**, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC, Departamento de Engenharia Mecânica, Rio de Janeiro (dissertação de mestrado), 104p., 2005.
- ESCUDIER, M.O., OLIVEIRA, P.J., PINHO, F.T., **Fully developed laminar flow of purely viscous non-Newtonian liquids through an annuli, including the effects of eccentricity and inner-cylinder rotation**. International Journal of Heat and Fluid Flow 20 (2002).
- FOX, R. W. et al. **Introdução à Mecânica dos Fluidos** - Fox - McDonald - Pritchard - 8ª Edição.pdf. (2014)
- JOÃO, A.M.R. **ESCOAMENTO ANULARES DE FLUIDOS NÃO NEWTONIANOS**, Universidade do Porto, Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Ambiental, Porto (dissertação).
- MACHADO, J.C.V., **Reologia e escoamento de fluidos: Ênfase na Indústria do Petróleo**. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 2002.
- MALALASEKERA, W.; VERSTEEG, H. K. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method**. 2 edição ed. (1996)
- Mewes, K., Craster, R. V., & Matar, O. K. (2017). **Flow of Non-Newtonian Fluids**. **Annual Review of Fluid Mechanics**, 49, 341-367
- PEREIRA, F.A.R, **Escoamento Laminar de Líquidos Não Newtonianos em Seções Anulares: Estudos de CFD e Abordagem Experimental**. Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química - PPGEQ/UFU, Uberlândia - MG, (tese de doutorado) 229p., 2006.
- VIEIRA NETO, J. L. et al. **The effect of the inner cylinder rotation on the fluid dynamics of non-Newtonian fluids in concentric and eccentric annuli**. Brazilian Journal of Chemical Engineering, v. 31, n. 4, p. 829–838.
- WHITE, Frank M. **Fluid Mechanics**. 7th Edition. McGray-Hill, 2010.