

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

GABRIEL RODRIGUES GARCIA

**MODELO MATEMÁTICO DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA PARA OTIMIZAÇÃO
DE CUSTOS ELÉTRICOS**

CURITIBA

2022

GABRIEL RODRIGUES GARCIA

**MODELO MATEMÁTICO DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA PARA OTIMIZAÇÃO
DE CUSTOS ELÉTRICOS**

**MATHEMATICAL MODEL OF WATER DISTRIBUTION FOR OPTIMIZATION OF
ELECTRICAL COSTS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Computação do Curso de Bacharelado em Engenharia de Computação da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr^a. Keiko V. Ono Fonseca

Coorientador: Prof. Dr. Leandro Magatão

CURITIBA

2022



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

GABRIEL RODRIGUES GARCIA

**MODELO MATEMÁTICO DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA PARA OTIMIZAÇÃO
DE CUSTOS ELÉTRICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Computação do Curso de Bacharelado em Engenharia de Computação da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Data de aprovação: 10/maio/2022

Keiko Verônica Ono Fonseca, Dra.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Leandro Magatão, Dr.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Tânia Lúcia Monteiro, Dra.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Gustavo Rafael Collere Possetti, Dr.
Companhia de Saneamento do Paraná - SANEPAR

CURITIBA
2022

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os professores que me forneceram o conhecimento necessário para que eu pudesse chegar até aqui, à minha família e amigos que acreditaram em mim e me deram forças para seguir até o fim e à Sanepar pelo apoio para que esse trabalho pudesse ser desenvolvido.

RESUMO

Nos dias de hoje, uma das grandes preocupações da sociedade é o meio ambiente e o impacto das ações humanas sobre este. Neste contexto, um dos bens mais preciosos do meio ambiente é a água, crucial para a sobrevivência humana. Um dos principais meios de acesso à água no meio urbano é através das estações de tratamento que realizam a distribuição da água para a população utilizando bombas e encanamentos. Este processo usado pelas estações de tratamento de água, do ponto de vista dos custos com energia elétrica, atualmente, figura como o maior e principal gasto de diversas companhias de saneamento. O presente projeto apresenta o desenvolvimento de um modelo matemático em Programação Linear Inteira Mista que representa um sistema de transposição real de águas de uma empresa de tratamento de água. O referido modelo é comparado com dados reais visando sua validação para possibilitar seu uso como uma ferramenta de auxílio na tomada de decisões. Neste sentido busca-se a redução dos custos de energia elétrica do sistema de bombeamento a partir do desligamento das bombas no horário de pico e quando a demanda for baixa. As pressões geradas pelo sistema de distribuição de água também são uma variável importante para as companhias de saneamento sendo necessário manter o seu nível em uma faixa delimitada. Para tanto, os valores de saída do modelo (pressões geradas) são verificadas por um algoritmo, também desenvolvido no projeto.

Palavras-chave: modelo matemático; sistema de distribuição de água; redução de custos.

ABSTRACT

Nowadays, one of the great concerns of society is the environment and the impact of human actions on it. In this context, one of the most precious assets of the environment is water, which is crucial for human survival. One main means of water access in the urban environment is through water treatment plants that transpose the stored water to distribute it to the population using pumps and pipelines. Electricity cost is currently the largest and the most important expense of several sanitation companies when treating water. This project develops a mathematical model in Mixed Integer Linear Programming that represents a real water transposition system of a water treatment company. This model is compared with real operation data for validation and possible application as a tool for the decision-making process. In this sense, it seeks to reduce the energy costs of the pumping system by shutting down the pumps at peak and low demand times. The pressures generated by the water distribution system are also an essential variable for the sanitation companies. It is necessary to keep their level in a limited range; therefore, the output values of the model should generate bounded pressures checked by an algorithm also developed in the project.

Keywords: mathematical model; water distribution system; costs reduction.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tradução contextual de um objeto.	16
Figura 2 – Etapas para o estabelecimento de um modelo.	16
Figura 3 – Tradução contextual de um objeto.	23
Figura 4 – Representação do sistema de distribuição de águas	25
Figura 5 – Rede ramificada	30
Figura 6 – Fluxograma do algoritmo desenvolvido	31
Figura 7 – Representação do sistema analisado como um todo	36
Figura 8 – Períodos de atividade da bomba 1 do modelo para o primeiro cenário	39
Figura 9 – Períodos de atividade da bomba 2 do modelo para o primeiro cenário	39
Figura 10 – Períodos de atividade da bomba 3 do modelo para o primeiro cenário	41
Figura 11 – Períodos de atividade da bomba 4 do modelo para o primeiro cenário	41
Figura 12 – Períodos de atividade da bomba 5 do modelo para o primeiro cenário	43
Figura 13 – Períodos de atividade da bomba 1 do modelo para o segundo cenário	44
Figura 14 – Períodos de atividade da bomba 2 do modelo para o segundo cenário	45
Figura 15 – Períodos de atividade da bomba 3 do modelo para o segundo cenário	45
Figura 16 – Períodos de atividade da bomba 4 do modelo para o segundo cenário	47
Figura 17 – Períodos de atividade da bomba 5 do modelo para o segundo cenário	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Exemplo de dados utilizados no trabalho que foram pré-processados	23
Tabela 2 – Terminologia: Nome dos conjuntos e parâmetros, seus significados e [unidades dimensionais ou domínio]	26
Tabela 3 – Terminologia: Definição das variáveis e índices do modelo	26
Tabela 4 – Parte dos dados históricos utilizados no primeiro cenário	37
Tabela 5 – Parâmetros de níveis e capacidade dos tanques	37
Tabela 6 – Parâmetro fluxo das bombas	37
Tabela 7 – Dados de saída do modelo para o primeiro cenário	38
Tabela 8 – Níveis máximos e mínimos dos tanques	38
Tabela 9 – Níveis máximos e mínimos dos tanques	38
Tabela 10 – Pressões a jusante, tanque 1, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia	40
Tabela 11 – Pressões a montante, tanque 1, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia	40
Tabela 12 – Pressões a jusante, tanque 1, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia	42
Tabela 13 – Pressões a montante, tanque 1, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia	42
Tabela 14 – Dados de saída do modelo para o segundo cenário	43
Tabela 15 – Níveis máximos e mínimos dos tanques	44
Tabela 16 – Níveis máximos e mínimos dos tanques	44
Tabela 17 – Pressões a jusante, tanque 1, para o segundo cenário considerando a vazão	46
Tabela 18 – Pressões a montante, tanque 1, para o segundo cenário considerando a vazão	46
Tabela 19 – Pressões a jusante, tanque 1, para o segundo cenário desconsiderando a vazão	48
Tabela 20 – Pressões a montante, tanque 1, para o segundo cenário desconsiderando a vazão	48
Tabela 21 – Valores aproximados de consumo de energia elétrica para os dois cenários .	49
Tabela 22 – Pressões a jusante, tanque 2, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia	55

Tabela 23 – Pressões a montante, tanque 2, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia	55
Tabela 24 – Pressões a jusante, tanque 3, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia	56
Tabela 25 – Pressões a montante, tanque 3, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia	56
Tabela 26 – Pressões a jusante, tanque 4, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia	57
Tabela 27 – Pressões a montante, tanque 4, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia	57
Tabela 28 – Pressões a jusante, tanque 2, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia	58
Tabela 29 – Pressões a montante, tanque 2, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia	58
Tabela 30 – Pressões a jusante, tanque 3, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia	59
Tabela 31 – Pressões a montante, tanque 3, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia	59
Tabela 32 – Pressões a jusante, tanque 4, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia	60
Tabela 33 – Pressões a montante, tanque 4, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia	60
Tabela 34 – Pressões a jusante, tanque 2, para o segundo cenário considerando a vazão	61
Tabela 35 – Pressões a montante, tanque 2, para o segundo cenário considerando a vazão	61
Tabela 36 – Pressões a jusante, tanque 3, para o segundo cenário considerando a vazão	62
Tabela 37 – Pressões a montante, tanque 3, para o segundo cenário considerando a vazão	62
Tabela 38 – Pressões a jusante, tanque 4, para o segundo cenário considerando a vazão	63
Tabela 39 – Pressões a montante, tanque 4, para o segundo cenário considerando a vazão	63
Tabela 40 – Pressões a jusante, tanque 2, para o segundo cenário desconsiderando a vazão	64
Tabela 41 – Pressões a montante, tanque 2, para o segundo cenário desconsiderando a vazão	64

Tabela 42 – Pressões a jusante, tanque 3, para o segundo cenário desconsiderando a vazão	65
Tabela 43 – Pressões a montante, tanque 3, para o segundo cenário desconsiderando a vazão	65
Tabela 44 – Pressões a jusante, tanque 4, para o segundo cenário desconsiderando a vazão	66
Tabela 45 – Pressões a montante, tanque 4, para o segundo cenário desconsiderando a vazão	66

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA	13
1.1	Objetivos	14
1.1.1	Objetivo Geral	14
1.1.2	Objetivos específicos	14
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1	Modelo	15
2.2	Modelagem Matemática	17
2.3	MILP - <i>Mixed Integer Linear Programming</i>	17
2.4	<i>Solver</i>	18
2.5	Custos com Energia Elétrica	18
2.6	Trabalhos Similares	19
3	METODOLOGIA	21
3.1	Pré-processamento de dados	22
3.1.1	Imputação de valores ausentes	23
3.1.2	Tratamento de ruído	24
3.1.3	Aplicação no projeto	24
3.2	Sistema modelado	25
3.3	Notações dos conjuntos e parâmetros	26
3.4	Notações das variáveis e índices	26
3.5	Função objetivo	27
3.6	Restrições	27
3.7	Algoritmo para Validação	30
3.7.1	Dados da Figura e diâmetros iniciais	31
3.7.2	Cálculo da altura da água e da vazão em litros por segundo	32
3.7.3	Cálculo da vazão em marcha	32
3.7.4	Cálculo da vazão de montante	32
3.7.5	Cálculo da vazão de jusante	33
3.7.6	Cálculo da vazão fictícia	33
3.7.7	Cálculo da velocidade real inicial	33
3.7.8	Cálculo da velocidade máxima inicial	33

3.7.9	Cálculo do diâmetro	33
3.7.10	Cálculo da perda de carga unitária	34
3.7.11	Cálculo da perda de carga no trecho	34
3.7.12	Cálculo da cota piezométrica a montante	34
3.7.13	Cálculo da cota piezométrica a jusante	35
3.7.14	Cálculo da pressão a montante	35
3.7.15	Cálculo da pressão a jusante	35
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	36
4.1	Cenário 1 - período de análise de uma semana	38
4.2	Cenário 2 - período de análise de um mês	43
4.3	Análise de custos com energia elétrica	49
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
	REFERÊNCIAS	52
	APÊNDICE A TABELAS	55
	APÊNDICE B CÓDIGO <i>validador.py</i>	68

1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

Água tratada é um bem fundamental para a sobrevivência de qualquer pessoa, e, portanto, o acesso a esta deve ser facilitado de todas as maneiras possíveis. O principal meio de acesso à água tratada em cidades é através das empresas de saneamento. Estas coletam as águas dos mananciais ou nascentes e a tratam para que a mesma esteja em condições adequadas para a utilização e consumo de forma a distribuir este bem para a população. Este processo gera custos que são pagos, posteriormente, pelos consumidores que utilizam-se do serviço. Infelizmente nem toda a população mundial, ou sequer a brasileira, tem acesso à água tratada. Um dos fatores que corroboram para esse fato é o suprarreferido custo para o acesso ao bem. Para que o número de pessoas com acesso à água tratada aumente, é necessário, além dos investimentos para que a infraestrutura sanitária alcance todos, também que o custo da água seja acessível àquela população. Uma das formas de se alcançar isto é por meio da redução dos custos intrínsecos ao processo de distribuição de água. Neste sentido, cabe-se observar que, como bem destacam James, Campbell e Godlove (2002), do consumo energético mundial, 7% é gasto em atividades relacionadas à questões sanitárias.

Diante dos fatos expostos, importante se observar que um dos custos mais impactantes, se não o maior, para empresas de saneamento é o custo energético relacionado à distribuição da água da estação de tratamento até as residências, como reforçado por Ormsbee e Lansley (1994). Neste contexto, minimizar o custo para a distribuição da água significa aumentar o acesso à água tratada pelas pessoas mais carentes, além de possibilitar às empresas destinar recursos antes vinculados à energia para outras atividades, por exemplo, a expansão da sua cobertura para atender regiões não atendidas. Assim, a criação de sistemas capazes de otimizar a utilização da energia elétrica (utilização preferencialmente em horários de baixo custos e evitando horários sobretaxados) serviria como um meio para se alcançar as pretensões anteriormente apresentadas.

Neste sentido, o presente trabalho busca o desenvolvimento de um modelo matemático em uma técnica denominada *Mixed Integer Linear Programming* (MILP), o qual representará de modo simplificado o sistema de distribuição de águas, mas levando em conta, por exemplo, os custos energéticos de acionamentos de bombas e limites de armazenagem de tanques. Este modelo será utilizado em conjunto com um *Solver*, ou seja, um algoritmo que resolve o modelo matemático gerado, para obtenção de pontos otimizados de operação, considerando as restrições intrínsecas do sistema, como tarifas de energia elétrica (que possuem custos diferenciados em diferentes horários).

Espera-se proporcionar impacto social com os resultados deste projeto, uma vez que a ferramenta poderá ser utilizada para auxiliar no controle de custos da empresa de saneamento. Se possível relacionar com dados abertos existentes fornecidos por cidades e seus órgãos, há potencial para trabalhos acadêmicos que tragam melhorias para a comunidade e as pessoas.

É a Universidade Pública em um de seus mais importantes papéis, o de construção de um conhecimento que traga benefícios diretos para a sociedade.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é modelar analiticamente um sistema de distribuição de águas, considerando componentes físicos do referido sistema como a estação de tratamento, bombas, tanques e os canos (dutos) que fazem a interligação física entre estes.

1.1.2 Objetivos específicos

- Reduzir o custo monetário da operação de uma rede de distribuição de água em uma região limitada por meio de um modelo matemático.
- Desenvolver um algoritmo para calcular as pressões geradas pelos dados resultantes do modelo.
- Manter a pressão gerada pelo modelo entre uma faixa pré estabelecida.

O presente trabalho está estruturado do seguinte modo: o Capítulo 2 traz uma breve revisão bibliográfica acerca dos principais tópicos para a realização do trabalho; no Capítulo 3 a metodologia utilizada para a solução do problema é detalhada, com destaque ao modelo matemático desenvolvido; no Capítulo 4 são detalhados e discutidos os resultados alcançados; por fim, o Capítulo 5 traz as considerações finais do trabalho e perspectivas para futuros desenvolvimentos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Modelo

Paul Williams em sua obra “*Construção de Modelos em Programação Matemática*” afirma que, o termo modelo é geralmente usado para uma estrutura que foi construída com o intuito de exibir características e recursos de algum objeto que ele representa. Entretanto, nem todas as características e recursos serão mantidos no modelo dependendo de qual for a finalidade do seu uso. Os modelos podem representar algo concreto, como por exemplo um modelo de aeronave, mas frequentemente, os modelos podem representar algo mais abstrato (WILLIAMS, 2013, p.3 - tradução do autor).

Para Goldbarg e Luna (2005) um exemplo de modelo abstrato seria “a geometria Euclidiana, que satisfaz um conjunto de axiomas, ou a um modelo de contexto axiomático” (GOLDBARG; LUNA, 2005, p.1).

A palavra modelo pode ter diversos significados. Modelo como representação substitutiva da realidade distingue-se do verbo modelar. O verbo introduz a ideia de simulação da realidade, que é mais ampla que a simples representação. Um modelo é um veículo para uma visão bem estruturada da realidade. Um modelo pode também ser visto, com os devidos cuidados, como uma representação substitutiva da realidade (GOLDBARG; LUNA, 2005, p.1).

Os modelos geralmente são criados no intuito de solucionar um problema ao qual o objeto em questão ou sistema está envolvido. Tendo construído um modelo, geralmente é possível analisá-lo matematicamente para ajudar a sugerir cursos de ações que de outra forma não seriam percebidos. Através de um modelo é possível realizar experimentos que não seriam viáveis ou desejáveis de serem realizados com o objeto ou sistema que está sendo modelado, por exemplo, se uma nova medida econômica será implementada em um país e não se sabe se o resultado será produtivo ou desastroso, é conveniente que seja utilizado um modelo para fazer a verificação antes de aplicá-lo no mundo real (WILLIAMS, 2013, p.3 - tradução do autor).

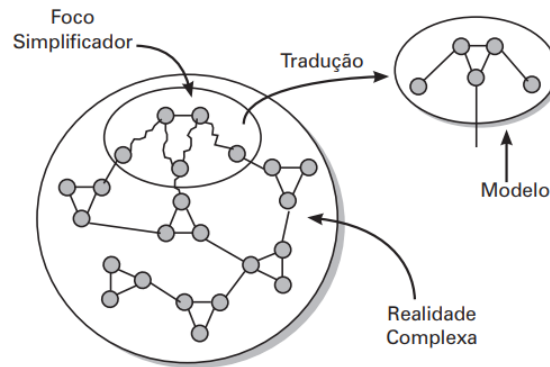
Outro aspecto importante que os modelos têm como objetivo é a eficiência no resultado final. Para conquistar tal objetivo é necessário uma tradução contextual adequada do objeto. “Uma boa tradução contextual pode ser expressa através de um correto isomorfismo entre o fenômeno e seu modelo” (GOLDBARG; LUNA, 2005, p.2).

A Figura 1 é uma representação de como um modelo é traduzido contextualmente da realidade. Percebe-se como na Figura 1 que um modelo não necessariamente engloba toda a realidade, pois às vezes busca-se apenas resolver uma parte do problema.

A Figura 2 demonstra através de um fluxograma as etapas para o estabelecimento de um modelo.

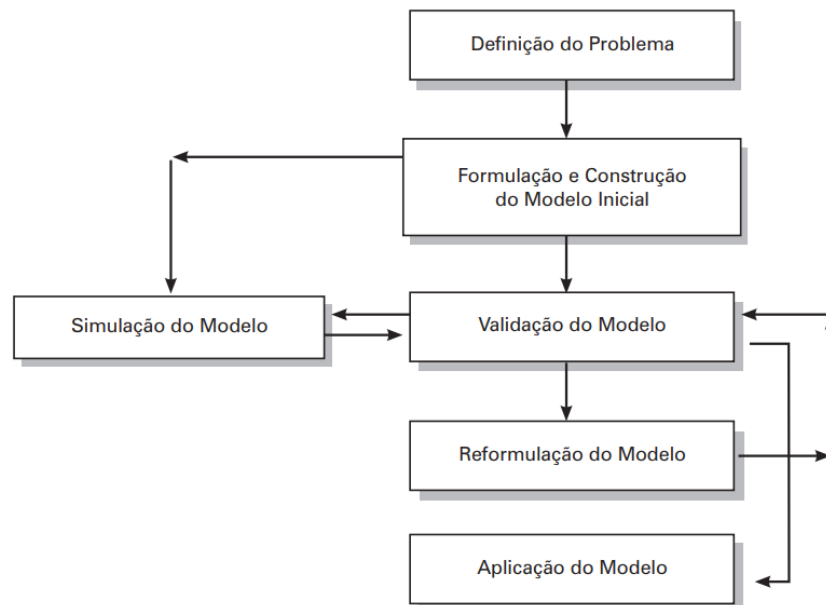
Goldbarg e Luna explanam que definir o problema é o início do desafio de criar um modelo, sendo assim uma das etapas mais importantes: caso o problema seja mal interpretado

Figura 1 – Tradução contextual de um objeto.



Fonte: Goldberg e Luna (2005).

Figura 2 – Etapas para o estabelecimento de um modelo.



Fonte: Goldberg e Luna (2005).

os resultados finais podem não ser os esperados. A formulação e construção do modelo é a etapa onde, como o nome já diz, o modelo é construído, equações e fórmulas então são identificadas ou criadas para representar o objeto a ser modelado.

A fase de validação tem como finalidade comparar se os resultados gerados pelo modelo são condizentes com os da realidade. Para se chegar a essa etapa, após a fase de formulação, o modelo deve passar por simulações para gerar os resultados, caso esses resultados gerados não sejam os esperados o modelo então é passado por uma fase de reformulação ou refinamento, e esse fluxo então é repetido até que os resultados esperados sejam alcançados. Por fim, após a validação, o modelo então pode ser aplicado (GOLDBARG; LUNA, 2005, p.8).

2.2 Modelagem Matemática

Sobre modelagem matemática é necessário antes enfatizar a respeito de Pesquisa Operacional (*PO*), uma das áreas que abrange diversas das técnicas para a modelagem matemática.

A *PO* é uma ciência aplicada que utiliza técnicas científicas conhecidas (ou as desenvolve quando necessário), tendo como ponto de referência a aplicação do método científico. A *PO* tem a ver, portanto, com a pesquisa científica criativa em aspectos fundamentais das operações de uma organização. Pelo apresentado, podem-se resumir os principais aspectos da *PO* como se segue:

- Possui um amplo espectro de utilização, no governo e suas agências, indústrias e empresas comerciais e de serviço;
- É aplicada a problemas associados à condução e a coordenação de operações ou atividades numa organização;
- Adota um enfoque sistêmico para os problemas;
- Busca a solução “ótima” para o problema;
- Usa uma metodologia de trabalho em equipe (engenharia, computação, economia, estatística, administração, matemática, ciências comportamentais) (MARINS, 2011, p. 13).

Goldberg e Luna complementam que os modelos de *PO* são, via de regra, desenvolvidos tendo por base a técnica denominada de Programação Matemática. A representação da programação matemática de um determinado sistema é geralmente realizada por um conjunto de equações ou expressões matemáticas. Se um problema apresenta n decisões quantificáveis, elas serão representadas por n variáveis de decisão ou de “controle”. As relações e limitações que as variáveis de decisão estão sujeitas são expressas por meio de equações e inequações e são denominadas restrições. A característica comum que todos estes modelos possuem são que todos envolvem o objetivo de otimização de maximizar ou minimizar um critério. A função que se deseja maximizar ou minimizar é conhecida como função objetivo. O processo de modelagem matemática pouco varia, porém, as técnicas de solução podem ser divididas em grupos, que são:

Programação Linear (PL) - Onde as variáveis são contínuas e apresentam comportamento linear em relação às restrições e à função objetivo.

Programação Não Linear (PNL) - Onde o modelo não apresenta nenhum comportamento de linearidade em relação às restrições e à função objetivo.

Programação Inteira (PI) - Onde as variáveis não podem assumir valores contínuos assumindo assim valores discretos. (GOLDBARG; LUNA, 2005, p.11)

2.3 MILP - *Mixed Integer Linear Programming*

John W. Chinneck em sua obra “*Otimização Prática: Uma Introdução Suave*” descreve que um problema do tipo MIP (*Mixed Integer Programming*) ocorre quando algumas das variá-

veis do modelo são do tipo contínuas, algumas do tipo inteiro, e às vezes, até mesmo binárias, caracterizando um modelo misto. As variáveis binárias geralmente representam variáveis de decisão no sistema, elas podem significar, por exemplo, ativado ou desativado e isso permite delinear condições lógicas ao modelo. As variáveis inteiras restringem grandezas consideradas indivisíveis, como por exemplo, o número de pessoas que devem ser alocadas para a realização de uma atividade em uma fábrica. As variáveis contínuas têm teoricamente um número infinito de valores entre dois valores limitantes quaisquer, como por exemplo o diâmetro de uma tubulação.

Quando a função objetivo e as restrições são todas lineares, então o problema é do tipo MILP (*Mixed Integer Linear Programming*). É comum na literatura a abreviatura MIP ser utilizada referindo-se a MILP, assim como também é confundido com MINLP (*Mixed Integer Nonlinear Programming*), que diferente da MILP se refere à programação não linear. As técnicas para resolução de problemas MILP tendem a ser efetivas não apenas para problemas mistos, mas também para problemas inteiros puros, problemas binários puros e para qualquer combinação de variáveis reais, inteiras e binárias (CHINNECK, 2006, ch.13 p.6 - tradução do autor).

2.4 Solver

Solver é um *software* matemático, na forma de um algoritmo ou como uma biblioteca de algoritmos que, “resolve” um problema matemático, comumente chamado de problema de programação linear. Para a modelagem do sistema no *solver* é utilizado linguagem de programação declarativa que varia de acordo com o *solver* escolhido.

A programação declarativa é um método para abstrair o fluxo de controle da lógica necessária para que um programa execute uma ação e, em vez disso, envolve declarar qual é a tarefa ou o resultado desejado. É um conceito de programação de alto nível, que é o oposto da programação imperativa. A programação declarativa se concentra no resultado final, enquanto a programação imperativa se concentra em como chegar ao resultado. (LLOYD, 1994, p.3 e p.4 - tradução do autor)

Para o presente trabalho foi utilizado o ambiente de modelagem e otimização *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 20.1*, o qual pode chamar nativamente o *solver* denominado CPLEX. Este é um *solver* de estado-da-arte e que realiza de modo automático a paralelização de uso dos núcleos computacionais disponíveis no ambiente computacional (IBM, 2021).

2.5 Custos com Energia Elétrica

Dentre os maiores gastos econômicos gerados por uma empresa de distribuição de água estão os relacionados com a energia elétrica. Tsutiya (2004) cita alguma das possíveis

formas para se contornar esta questão nas etapas dos sistemas de abastecimento de água, sendo elas:

- Utilizar as bombas de água fora do horário de pico de consumo de energia elétrica: Os reservatórios permitem com que se faça o bombeamento de água fora do horário de pico, diminuindo assim os custos de energia elétrica.
- Aumento no rendimento dos conjuntos elevatórios: Com valores de altura manométrica e vazão aproximadamente constante, os conjuntos de bombas podem operar próximos ao ponto de máximo rendimento.

Dentre os componentes de um sistema de distribuição de águas, o conjunto motobomba é o maior consumidor de energia elétrica. As motobombas têm como principal papel transferir água de um ponto a outro quando o nível dos reservatórios está abaixo ou no mesmo nível dos pontos de distribuição (residências, indústrias e outros reservatórios).

2.6 Trabalhos Similares

Com o intuito de seguir uma certa linha de raciocínio foi procurado na literatura outros trabalhos que tivessem como foco o mesmo problema relatado nesse. A seguir discorre-se sobre alguns encontrados e sobre os métodos utilizado na tratativa do problema.

O trabalho de Eleotero (2008) tem como proposta alternativas onde busca-se a diminuição dos custos de energia elétrica, por meio de sistemas de bombeamento a partir do desligamento de estações elevatórias no horário de pico favorecendo-se assim das tarifas horosazonais. Dessa forma foram realizadas experiências no sistema de abastecimento de água dos Municípios de Capinzal/Ouro – Santa Catarina, cujos resultados mostraram-se satisfatórios apresentando reduções significativas dos custos de energia elétrica.

Toledo *et al.* (2008) têm como proposta em seu trabalho minimizar o custo de energia elétrica necessário para a operação de bombas hidráulicas, que captam água de poços artesianos para os reservatórios distribuídos em bairros da cidade, de onde a população é atendida. Um modelo de otimização linear inteira é proposto para o problema, considerando um custo de partida das bombas.

Menke *et al.* (2016) em seu artigo mostra que as companhias de saneamento básico podem economizar significativamente nos custos operacionais otimizando a programação de acionamento das bombas para melhorar a eficiência e mudar o consumo de eletricidade para períodos de baixas tarifas. O seu trabalho investiga a formulação do problema de programação das bombas usando o método *branch-and-bound*.

O trabalho de Miquelin (2019) propôs um modelo matemático de otimização linear inteira mista para o problema de planejamento de estoque de água em reservatórios proposto na literatura. Testes numéricos realizados com o modelo demonstraram que além do planejamento de

ligar e desligar das bombas hidráulicas, investimentos para se reduzir os vazamentos na rede de distribuição e a utilização de bombas hidráulicas mais eficientes apresentam um grande retorno financeiro no que diz respeito aos custos com energia elétrica em sistemas de abastecimento de água.

O trabalho de Vieira *et al.* (2020) apresenta uma modelagem em MINLP e uma estratégia de relaxação para a obtenção de uma solução otimizada da operação de um sistema de distribuição de águas (WDS - *Water Distribution System*). Especial atenção foi dada ao estudo de caso da cidade de Florianópolis, no sul do Brasil. A modelagem dos autores inclui diferentes aspectos relacionados ao estado do sistema, em especial quando os tanques envolvidos encontram-se cheios. A estratégia de linearização proposta considera um número variável de *breakpoints*, possibilitando a redução do número de variáveis binárias envolvidas, contribuindo para a redução do espaço de busca. Os resultados obtidos superaram três *benchmarks* de situações correlatas. Os autores destacam a importância da redução do custo energético associado à operação do WDS.

No Capítulo 3 a seguir é apresentada a metodologia utilizada para sugerir a forma otimizada de uso das (moto)bombas em um sistema de distribuição de água, de modo que ganhos operacionais sejam observados.

3 METODOLOGIA

O presente projeto foi desenvolvido em uma série de grandes grupos de atividades ao longo do tempo. Parte destas atividades puderam ser realizadas em paralelo, mas em geral, serão apresentadas aqui de maneira sequencial.

A primeira etapa do projeto envolveu um estudo bibliográfico dos temas envolvidos no projeto, em especial sobre pré-processamento de dados, técnicas para garantir base de dados íntegras, modelagens matemáticas de sistemas de transposição de águas já existentes, como ponto de partida para desenvolvimento do modelo específico para o caso. Foram estudados também artigos relacionados à modelagem de bombas e reservatórios de forma geral. Nesta etapa do projeto também foram analisados outros possíveis temas necessários para o seu desenvolvimento.

Em seguida focou-se na obtenção dos dados, obtidos por meio de sensores e armazenados em um arquivo histórico, dados de uma parte de um sistema real. Estes dados referem-se à caracterização do sistema e incluem, por ordem temporal, o fluxo de água entre a estação de tratamento com os tanques, o fluxo de água entre os tanques, o fluxo de água de saída dos tanques, a capacidade máxima dos tanques, a altura dos tanques e o nível de água nos tanques. Uma vez obtidos, fez-se uma análise prévia dos dados para determinar quais tratamentos eram necessários para sua utilização. Em conjunto com a análise dos dados se fez o seu pré-processamento para tratar problemas como dados faltantes e outros observados.

Com os dados devidamente processados, o modelo matemático em MILP referente à rede de distribuição de águas foi criado, bem como a implementação do mesmo em linguagem compatível para ser utilizado com o *solver*. O desenvolvimento do modelo MILP para o presente trabalho teve como premissas:

- Estado inicial do sistema: a entrada do modelo são os níveis de água em todos os reservatórios, assim como suas ligações entre tanques, a localização das bombas e as informações do fluxo de entrada do tanque principal com a estação de tratamento de águas.
- Valores para entrada e saída de água do sistema: O sistema modelado é uma representação parcial de um sistema maior, entradas e saídas de recursos podem acontecer a partir de elementos externos ao modelo e estas devem ser providenciadas de forma externa ao modelo, sendo apenas consideradas quando da execução para otimização.
- Regras Matemáticas para representação de elementos físicos modelados de forma a criar regras para que o comportamento do sistema seja adequado, por exemplo, a ativação de uma bomba ocasiona o fluxo de água entre dutos e esta ação é definida dentro das regras.

- **Variáveis de Decisão:** O modelo possui uma série de variáveis que podem ter seus valores determinados de modo otimizado pelo *solver*; estas são atreladas entre si por meio das regras anteriormente mencionadas (como os níveis dos reservatórios a cada ciclo ou se uma bomba deve estar ativada ou desativada em um certo horário).
- **Função de Minimização:** O modelo desenvolvido converge para um função de minimização, que é vinculada ao custo da energia necessária para operação do sistema, de modo a minimizar o custo para transporte de água para todo o sistema, minimizando a utilização das bombas, bem como o uso destas em horários de elevado custo energético.

Uma vez obtido o modelo em MILP relativo ao sistema de distribuição de águas, como estudo de caso, foi desenvolvido um algoritmo para a validação dos dados gerados pelo modelo. O algoritmo calcula a pressão gerada no sistema nas suas saídas a partir dos dados do fluxo e nível de água dos tanques. A validação dos dados se fez através de testes, um com o período de análise referente aos dados gerados de uma semana de referência e o outro com dados gerados no período de análise de um mês, o qual engloba a semana de referência do primeiro teste.

Por fim, em paralelo com todas estas atividades, foi elaborado o relatório relacionado ao projeto para registro acadêmico e científico dos progressos e desenvolvimentos realizados no projeto, de forma a tornar a informação acessível para que outras pessoas possam utilizar as ideias e conceitos implementados para desenvolvimento de outros projetos, ou mesmo para expansão do presente.

Os próximos subtópicos descreveram com detalhes o pré-processamento dos dados, o modelo matemático e o desenvolvido do *validador.py*.

3.1 Pré-processamento de dados

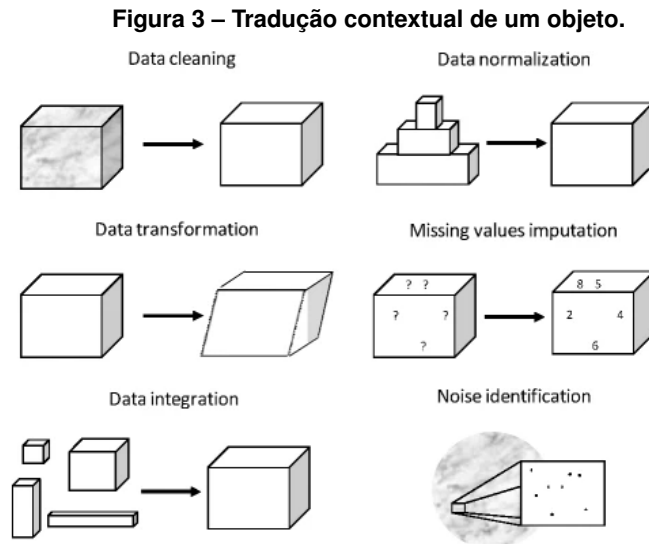
Pré-processamento de dados pode ser definido como uma série de atividades onde se prepara, organiza e estruturam os dados para que possam posteriormente ser utilizados. De acordo com Fayyad *et al.* (1996) as operações básicas do pré-processamento de dados são a coleta da informação necessária para o modelo, a remoção de ruídos e desvios ou a adequação dos mesmos, estratégias para lidar com campos incompletos, normalização ou indexação, etc.

Métodos de redução ou transformação são utilizados no pré-processamento de dados. Goldschmidt e Passos (2005) descrevem algumas das seguintes opções para os métodos supracitados:

- **Remoção de informações ausentes:** envolve a remoção de valores ausentes no conjunto de dados;

- Remoção de inconsistências: compreende a identificação e a remoção de valores inconsistentes em conjunto de dados;
- Remoção de valores não pertencentes ao domínio: abrange a identificação e a remoção de valores que não pertençam ao domínio dos atributos do problema.

A Figura 3 é uma representação de alguns métodos que compreendem o pré-processamento de dados.



Fonte: García *et al.* (2016).

No contexto do presente trabalho opta-se em explicar apenas os métodos de imputação (ou inserção) de valores ausentes e de tratamento de ruídos, pois foram as técnicas de fato utilizadas no trabalho. Os dados disponíveis para este trabalho foram as vazões dos tanques, conforme ilustrado na Tabela 1, onde *Timestamp* é o instante de tempo no qual o dado foi coletado pelos sensores, *FT02/ENTCAPTAÇÃO* a vazão entre a estação de tratamento e o primeiro tanque com água tratada e *RAP2 – FT02/RAP3* a vazão entre o segundo tanque e o terceiro tanque com água tratada, coletados em um ambiente real por um período de tempo determinado.

Tabela 1 – Exemplo de dados utilizados no trabalho que foram pré-processados

<i>Timestamp</i>	FT02 / ENT CAPTAÇÃO (m^3/h)	RAP2 - FT02 / RAP3 (m^3/h)
26-Mar-18 00:00:00	395.4144897	1491.90625

Fonte: Autoria própria (2022).

3.1.1 Imputação de valores ausentes

A presença de valores ausentes na aquisição de dados é muito comum. Um valor ausente é um dado que não foi armazenado ou coletado devido a um processo de amostragem

defeituoso, restrições de custo ou limitações no processo de aquisição. Valores ausentes não podem ser evitados na análise de dados e tendem a criar sérias dificuldades para os profissionais.

O tratamento de valores ausentes é difícil. Manipular inadequadamente os valores ausentes levará facilmente a um conhecimento precário extraído e também a conclusões erradas (WANG; WANG, 2010). Foi relatado que valores ausentes causam perda de eficiência no processo de extração de conhecimento, fortes vieses se o mecanismo de introdução de falhas for inadequado e complicações graves no manuseio de dados.

Muitas abordagens estão disponíveis para lidar com a problemática imposta pelos valores ausentes no pré-processamento de dados. A primeira opção geralmente é descartar as instâncias que podem conter um valor ausente. Os trabalhos sobre a imputação de dados têm por base técnicas estatísticas. Eles modelam as funções de probabilidade dos dados e levam em consideração os mecanismos que induzem a falta (GARCÍA *et al.*, 2016, p.6 e p.5 - tradução do autor).

3.1.2 Tratamento de ruído

A coleta de dados raramente é perfeita e frequentemente aparecem ruídos. Em problemas supervisionados, o ruído pode afetar os recursos de entrada, os valores de saída ou ambos. Quando o ruído está presente nos atributos de entrada, geralmente é referido como ruído de atributo. Quando o ruído afeta o atributo de saída, ele costuma ser conhecido como ruído de classe.

Para tratar o ruído duas abordagens principais são comumente usadas na literatura de pré-processamento de dados. O primeiro é corrigir o ruído usando métodos de polimento de dados, principalmente se afetar a rotulagem de uma instância. Mesmo a correção parcial do ruído é considerada benéfica (ZHU; WU, 2004), mas é uma tarefa difícil e geralmente limitada a pequenas quantidades de ruído. A segunda é usar filtros de ruído, que identificam e removem as instâncias ruidosas nos dados (GARCÍA *et al.*, 2016, p.5 e p.6 - tradução do autor).

3.1.3 Aplicação no projeto

Os dados obtidos por terem sido gerados através de sensores possuíam dados faltantes assim como ruídos, sendo assim necessária uma etapa de pré-processamento dos dados para que pudessem posteriormente ser utilizados no modelo. Como exemplo, o fluxo de água entre tanques, vez ou outra estava com o valor negativo, ou zero, para um horário, sendo que para uma hora antes o seu valor era positivo e acima de três ou quatro Algarismos significativos.

Para realizar o pré-processamento foi utilizado como método a média aritmética entre os valores que apresentavam ruídos, a Equação 1 foi utilizada para fazer os cálculos desses

valores, onde a_i é o conjunto de dados não ruidosos, n o número de valores e A o resultado aritmético. Para aqueles que possuíam valores consecutivos com ruído, foi utilizada a média histórica, considerando-se o valor de um outro dia, de características similares à do dia com valores com ruído e calculada a média utilizando a mesma Equação 1.

$$A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i \quad (1)$$

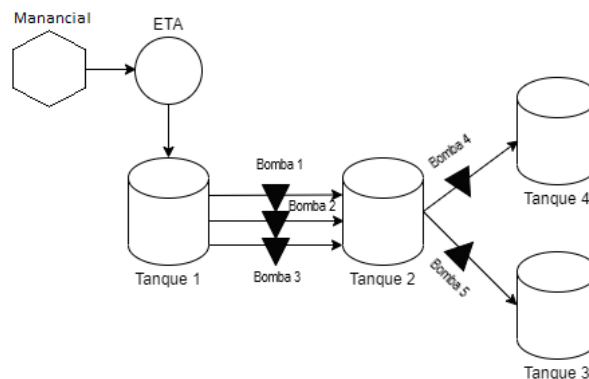
Foi feito também a imputação de valores que não se enquadravam nos dados fornecidos, sendo que esses dados foram removidos e substituídos pelo mesmo método das médias de valores ou feito a média histórica, caso ocorresse o mesmo caso supracitado.

Como os dados utilizados no trabalho não eram dados abertos, algumas informações como os sensores utilizados não foram divulgadas para a realização do mesmo. Assim, não foi possível estabelecer a exatidão da leitura dos sensor, a acurácia do sensor e suas outras características. Os dados foram fornecidos na forma de planilha e consistiam de um arquivo de 1159876 bytes. O pré-processamento descrito na seção 3.1 foi feito no desktop do autor (CPU RYZEN 5 2600, Geforce GTX 1660 ti, 16Gb de RAM, HD Crusial SSD com leitura de 540MB/s e gravação 500MB/s).

3.2 Sistema modelado

O sistema que foi utilizado como parâmetro para a criação do modelo possui quatro tanques, 5 bombas e uma estação de tratamento. A Figura 4 é a representação simplificada do sistema, onde os triângulos representam as bombas, os cilindros os tanques e o círculo a ETA (*Estação de Tratamento*). As setas representam o fluxo que a água segue no sistema, sendo que esse foi considerado unidirecional, sem refluxo (ou seja, sem possibilidade de reversão no sentido do fluxo), iniciando-se na ETA para o tanque 1 até seu seu destino final nos tanques 3 e 4.

Figura 4 – Representação do sistema de distribuição de águas



Fonte: Autoria própria (2022).

3.3 Notações dos conjuntos e parâmetros

A Tabela 2 detalha a notação dos conjuntos e parâmetros utilizados para formular o modelo matemático.

Tabela 2 – Terminologia: Nome dos conjuntos e parâmetros, seus significados e [unidades dimensionais ou domínio]

Conjunto	Significado
H	Conjunto do número de horas ($H = \{1 \dots NH\}$)
B	Conjunto do número de bombas ($B = \{1 \dots NB\}$)
T	Conjunto do número de tanques ($T = \{1 \dots NT\}$)
TBH	Conjunto auxiliar que envolve os conjuntos T , B e H
Parâmetro	Significado
$Et_{t,h}$	Entrada dos tanques em cada hora [m^3/h]
Fb_b	Fluxo das bombas [m^3/h]
Nit_t	Nível inicial dos tanques [m^3]
$Ntmin_t$	Níveis mínimos dos tanques [%]
$Ntmax_t$	Níveis máximos dos tanques [%]
Ct_t	Capacidade máxima dos tanques [m^3]
$Vt_{t,h}$	Vazão dos tanques em cada hora [m^3/h]
Ceh_h	Custo da energia elétrica em cada hora [\mathbb{R}_+]
$Cbb_{b,h}$	Consumo de energia elétrica das bombas por hora [\mathbb{R}_+]
k	Ponderação para evitar violações do nível do tanque ao final do período de análise [\mathbb{Z}_+]
$Alfa$	Porcentagem do nível mínimo final [%]
$Beta$	Porcentagem do nível máximo final [%]
$Bat_{b,t}$	Matriz das ligações das bombas que abastecem os tanques
$But_{b,t}$	Matriz das bombas que os tanques estão utilizando

Fonte: Autoria própria (2022).

3.4 Notações das variáveis e índices

A Tabela 3 detalha a notação das variáveis e índices utilizados para formular o modelo matemático. Os domínios das variáveis também são especificados na referida tabela.

Tabela 3 – Terminologia: Definição das variáveis e índices do modelo

Variável	Conjunto	Domínio	Significado
$Hb_{b,h}$	$b \in B, h \in H$	$\{0,1\}$	Bombas ligadas: definido para 1 quando a bomba b está ligada no horário h
$Nt_{t,h}$	$t \in T, h \in H$	\mathbb{R}_+	Nível do tanque t no horário h
$Pfd_{t,b,h}$	$(t,b,h) \in TBH$	\mathbb{R}_+	Porcentagem do fluxo do tanque t que chegará ao seu destino final com a ligação da bomba b no horário h
$Vmint_t$	$t \in T$	\mathbb{R}_+	Violação do nível mínimo do tanque t ao final do período
$Vmax_t$	$t \in T$	\mathbb{R}_+	Violação do nível máximo do tanque t ao final do período
$Lnt_{t,b,h}$	$(t,b,h) \in TBH$	\mathbb{R}_+	Linearização do nível do tanque t utilizando a bomba b quando ligada no horário h

Fonte: Autoria própria (2022).

3.5 Função objetivo

Em linhas gerais, o objetivo principal do modelo é minimizar o custo monetário da operação de uma estação de distribuição de água, custo este que engloba, entre outros, a energia elétrica necessária para acionar as bombas, custos de deslocamento de equipes para manutenção, reposição de peças, custo de colaborador/hora. Neste trabalho a análise deste custo prioriza o impacto do custo de energia elétrica (horário e uso de bombas).

A Equação 2 é a função objetivo do modelo. Esta função é composta por 2 termos principais: Termo 1 e Termo 2. O primeiro, prioriza o custo total gasto com energia elétrica, dependendo do horário de ligação de cada uma das bombas b em cada hora h , ligações estas determinadas pela variável binária $Hb_{b,h}$. O segundo termo tem o objetivo de evitar violações de nível dos tanques ao final do horizonte de análise, ou seja na hora $h = NH$. No Termo 2, há a presença de um fator de ponderação k ; a cada violação ocorrida, que está associada às variáveis de relaxação $Vmint_t$ e $Vmaxt_t$, é adicionado um valor multiplicado por k à função objetivo. O valor de k foi escolhido com uma ordem de grandeza relativamente elevada em relação ao primeiro termo da função objetivo e, com isso, busca-se priorizar uma solução sem nenhuma violação de tancagem.

$$\text{Minimize } z = \underbrace{\sum_{b \in B} \sum_{h \in H} Ceh_h * Cbh_{b,h} * Hb_{b,h}}_{\text{Termo 1}} + k * \underbrace{\sum_{t \in T} (Vmint_t + Vmaxt_t)}_{\text{Termo 2}} \quad (2)$$

3.6 Restrições

O modelo matemático está sujeito às Restrições 3 a 15 a seguir especificadas:

1. O nível do tanque deve ser menor ou igual ao produto do seu nível máximo pela sua capacidade, conforme definido na Inequação 3. Salieta-se que o quantificador adotado impõe que a restrição ocorra para todo tanque t dentro do conjunto de tanques T e toda hora h no conjunto de horas H . Quantificadores similares podem ser observados nas restrições subsequentes.

$$Nt_{t,h} \leq Ntmax_t * Ct_t \quad \forall h \in H, \forall t \in T \quad (3)$$

2. O nível do tanque deve ser maior ou igual ao produto do seu nível mínimo pela sua capacidade, conforme definido na Inequação 4:

$$Nt_{t,h} \geq Ntmin_t * Ct_t \quad \forall h \in H, \forall t \in T \quad (4)$$

3. Restrições para determinação do nível do tanque em cada hora h . A obtenção do nível de um tanque t deve levar em consideração as bombas e ligações para saber se esta fornecendo ou recebendo água, a variável de linearização para as variáveis binárias, a entrada do tanque (no caso o tanque que é abastecido pela fonte), a sua vazão, e se as bombas estão ligadas. Se $h = 1$, ou seja, para o primeiro horário do conjunto horas, utiliza-se a Restrição 5, caso contrário, a Restrição 6

$$Nt_{t,h} = Nit_t + \sum_{b \in B} Fb_b * Bat_{b,h} * Lnt_{t,b,h} + Et_{t,h} - Vt_{t,h} - \sum_{b \in B} Fb_b * But_{b,t} * Hb_{b,h} \quad \forall h \in H, \forall t \in T \mid h = 1 \quad (5)$$

$$Nt_{t,h} = Nt_{t,h-1} + \sum_{b \in B} Fb_b * Bat_{b,h} * Lnt_{t,b,h} + Et_{t,h} - Vt_{t,h} - \sum_{b \in B} Fb_b * But_{b,t} * Hb_{b,h} \quad \forall h \in H, \forall t \in T \mid h > 1 \quad (6)$$

4. A porcentagem do fluxo de entrada e saída entre os tanques deve ser igual a um, pressupondo que não ocorreu perda de massa nessas ligações, conforme Equação 7.

$$\sum_{t \in T} Pfd_{t,b,h} = 1 \quad \forall b \in B, \forall h \in H \quad (7)$$

5. A porcentagem do fluxo, quando uma bomba não está fazendo ligação entre um tanque e o outro, deve ser igual a zero, conforme Implicação 8. Fisicamente isso indica que não existe uma bomba entre os dois tanques, pressupondo que não existe fluxo de água entre os mesmos.

$$Bat_{b,t} = 0 \rightarrow Pfd_{t,b,h} = 0 \quad \forall (t,b,h) \in TBH \quad (8)$$

6. A linearização do nível do tanque será igual a zero quando variável binária for igual a zero (Inequação 9), e será limitada ao percentual quando a variável for igual a um, conforme efeito combinado das Inequações 10 e 11.

$$Lnt_{t,b,h} \leq Hb_{b,h} \quad \forall (t,b,h) \in TBH \quad (9)$$

7. A linearização do nível do tanque será menor ou igual à porcentagem do fluxo do tanque até seu destino final, conforme Inequação 10.

$$Lnt_{t,b,h} \leq Pfd_{t,b,h} \quad \forall (t,b,h) \in TBH \quad (10)$$

8. A linearização do nível do tanque será igual à porcentagem do fluxo do tanque até seu destino final, quando a variável binária for igual a um e não necessariamente zero quando a binária for zero, conforme Inequação 11. A atuação em conjunto com a Restrição 10 impõe que o produto seja zero.

$$Lnt_{t,b,h} \geq Pfd_{t,b,h} - 1 * (1 - Hb_{b,h}) \quad \forall (t,b,h) \in TBH \quad (11)$$

9. O nível do tanque deve ser maior ou igual ao produto da porcentagem do nível mínimo final do tanque pela sua capacidade, menos sua variável de violação mínima ao final do período, conforme Inequação 12.

$$Nt_{t,NH} \geq Alfa * Ct_t - Vmint_t \quad \forall t \in T \quad (12)$$

10. O nível do tanque deve ser menor ou igual ao produto da porcentagem do nível máximo final do tanque pela sua capacidade, mais sua variável de violação máxima ao final do período, conforme Inequação 13.

$$Nt_{t,NH} \leq Beta * Ct_t + Vmaxt_t \quad \forall t \in T \quad (13)$$

11. A violação mínima do tanque deve ser menor ou igual ao produto da porcentagem final mínima ao final do período pela sua capacidade, conforme Inequação 14.

$$Vmint_t \leq Alfa * Ct_t \quad \forall t \in T \quad (14)$$

12. A violação máxima do tanque deve ser menor ou igual ao produto da diferença de 1 menos a porcentagem final máxima ao final do período pela sua capacidade, conforme Inequação 15.

$$Vmaxt_t \leq (1 - Beta) * Ct_t \quad \forall t \in T \quad (15)$$

Desta forma, a Equação 2 à Inequação 15 definem o modelo matemático elaborado em Programação Linear Inteira Mista para o contexto em análise. A seção 3.7 a seguir define um algoritmo a ser utilizado de modo colaborativo com o modelo proposto, conforme detalhado na sequência.

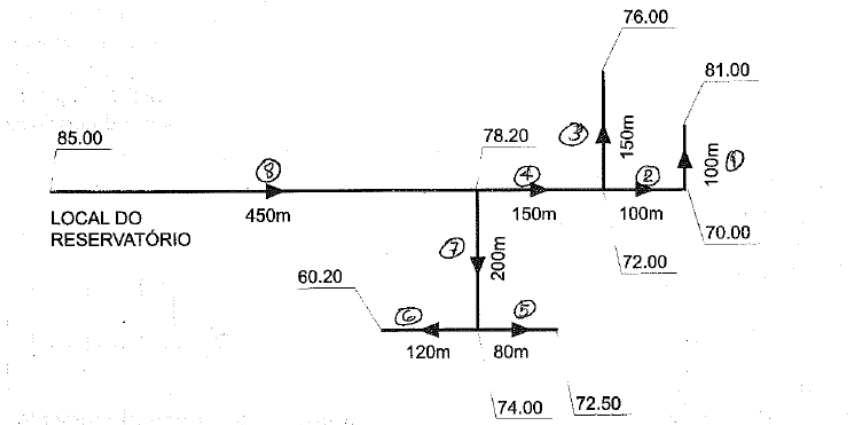
3.7 Algoritmo para Validação

Para fazer a validação dos dados gerados pelo modelo foi criado um algoritmo para verificar se as vazões dos tanques e os níveis dos mesmos conseguiram proporcionar uma pressão estática máxima de 50 mca e pressão dinâmica mínima de 10 mca, que são valores sugeridos pela norma NBR 12218/1994 (TSUTIYA, 2004). O algoritmo foi criado usando como base um exercício do livro “Abastecimento de água” de Tsutiya (2004). Foi considerada a mesma rede ramificada para os quatro tanques que foram usados para a criação do modelo. O algoritmo denominado *validador.py* está disponível no *github* e o link esta disponível no Apêndice B.

Exercício 9.1

Dimensionar a rede ramificada da Figura 5

Figura 5 – Rede ramificada



Fonte: Tsutiya (2004).

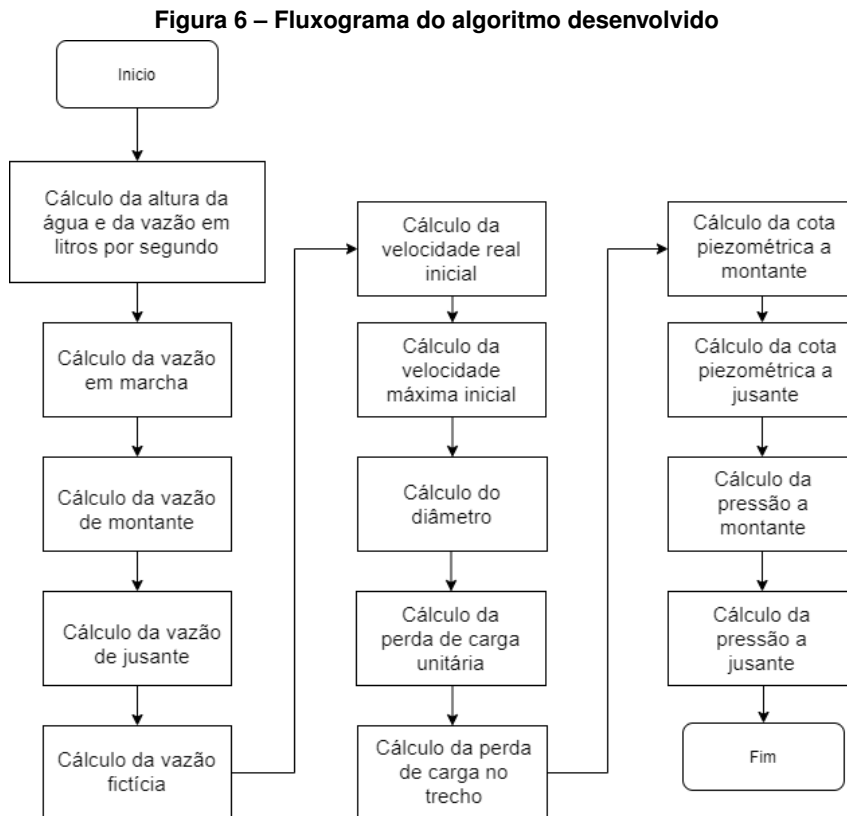
Sendo conhecidos:

- População atendida: 5000 habitantes
- Consumo *per capita*: 200 L/hab.dia;
- Coeficiente do dia de maior consumo: $K_1=1,20$;
- Coeficiente da hora de maior consumo: $K_2=1,50$;
- Cota do terreno;
- Comprimento dos trechos da rede

Determinar:

- Diâmetro da rede;
- Pressões;
- Cotas piezométricas;
- Cota do nível mínimo d'água do reservatório, de modo que a pressão dinâmica mínima seja de 10 mH_2O e a pressão máxima estática de 50 mH_2O .

Alguns dados como a população atendida, consumo *per capita*, coeficiente do dia de maior consumo e coeficiente da hora de maior consumo não foram utilizados para a criação do algoritmo, uma vez que esses dados são utilizados para calcular a vazão total da rede, dado obtido por meio do histórico armazenado para o caso em análise. O algoritmo foi desenvolvido em *Python* na forma de *script* e os próximos subtópicos descreveram cada passo do *script*. A Figura 6 representa o fluxograma das etapas do algoritmo.



Fonte: Autoria própria (2022).

3.7.1 Dados da Figura e diâmetros iniciais

Algumas das informações foram obtidas por meio da Figura 5, por exemplo: as alturas a jusante H_{j_i} , alturas a montante H_{m_i} e o comprimento dos trechos L_i . Inicialmente, o diâmetro D_i dos dutos da rede foram todos considerados com o valor de 50 mm , onde i representa os trechos da rede que vão de um a oito; para fins de simplificação T representa o conjunto de trechos.

3.7.2 Cálculo da altura da água e da vazão em litros por segundo

Considerando o formato do tanque como cilíndrico, para calcular a altura da água na Equação 17 foi utilizado o nível da mesma gerada pelo modelo e a fórmula do volume do cilindro, dada pela Equação 16.

$$V = \pi * r^2 * h \quad (16)$$

$$h = \frac{V}{\pi * r^2} \quad (17)$$

Os dados históricos armazenados possuíam os valores de vazão dos tanques em metros cúbicos por hora. Foi necessário converter esse valor em litros por segundo; para isso a Equação 18 foi utilizada.

$$Q_{max} = \frac{q_i * 1000}{60 * 60} \quad (18)$$

3.7.3 Cálculo da vazão em marcha

O valor da vazão em marcha é necessário para calcular a vazão de montante e a vazão de jusante. Ela representa a vazão consumida em cada um dos trechos da rede. Sua obtenção é realizada por meio da Equação 19, onde L_i representa o comprimento do trecho i , qm_i a vazão do trecho i e L_T a soma total dos comprimentos dos trechos.

$$qm_i = \frac{Q_{max} * L_i}{L_T} \quad \forall i \in T \quad (19)$$

3.7.4 Cálculo da vazão de montante

Os valores das vazões a montante dependem do formato da rede analisada. Todo o trecho que não estiver alimentando nenhum outro trecho (no caso da Figura 5 seriam os trechos 1, 3, 5 e 6) tem o valor de vazão a montante igual a sua vazão de marcha. Os trechos que alimentam outros trechos tem sua vazão a montante igual à soma da vazão a montante dos trechos alimentados mais sua vazão de marcha. Na Equação 21 i representa o trecho atual e j representa os trechos alimentados pelo trecho atual. De modo complementar, Qm_i indica a vazão a montante.

$$Qm_i = qm_i + \sum Qm_j \quad \forall i = \text{trecho atual} \mid j = \text{trecho alimentado} \quad (20)$$

$$Qm_i = qm_i \quad \forall i = \text{trecho atual} \mid j = 0 \quad (21)$$

3.7.5 Cálculo da vazão de jusante

A vazão a jusante é igual à subtração da vazão a montante pela vazão de marcha, conforme indicado pela Equação 22.

$$Qj_i = Qm_i - qm_i \quad \forall i \in T \quad (22)$$

3.7.6 Cálculo da vazão fictícia

A vazão fictícia é igual à média da soma da vazão a montante com a vazão a jusante, conforme Equação 23.

$$Qt_i = \frac{Qm_i + Qj_i}{2} \quad \forall i \in T \quad (23)$$

3.7.7 Cálculo da velocidade real inicial

O cálculo da velocidade real inicial é necessário para que possamos estipular o valor do diâmetro da tubulação da rede. Na Equação 24, o diâmetro D considerado é o de valor mínimo, no caso 50 mm .

$$Vr_i = \frac{\frac{4 * Qt_i}{1000}}{\pi * \frac{D_i}{1000}} \quad \forall i \in T \quad (24)$$

3.7.8 Cálculo da velocidade máxima inicial

O cálculo da velocidade máxima inicial é necessário para que possamos estipular o valor do diâmetro das tubulações da rede. Na Equação 25, o diâmetro D considerado é o de valor mínimo, no caso 50 mm .

$$Vmax_i = \frac{600 + 1.5 * D_i}{1000} \quad \forall i \in T \quad (25)$$

3.7.9 Cálculo do diâmetro

Para realizar o cálculo do diâmetro utiliza-se uma estratégia na qual adota-se o valor de 50 mm como valor inicial para as tubulações que serão utilizadas da rede. Na sequência, enquanto o valor da velocidade máxima inicial for menor que velocidade real inicial avaliada por meio das Equações 29 e 30, e por meio das Equações 28, 27 e 26, é feita a mudança dos valores do diâmetro, obedecendo suas restrições.

$$D_i = D_i + 100 \quad \forall i \in T \mid D_i \geq 400, Vmax_i \leq Vr_i \quad (26)$$

$$D_i = D_i + 50 \quad \forall i \in T \mid D_i \geq 100, Vmax_i \leq Vr_i \quad (27)$$

$$D_i = D_i + 25 \quad \forall i \in T \mid Vmax_i \leq Vr_i \quad (28)$$

$$Vr_i = \frac{\frac{4 * Vf_i}{1000}}{\pi * \frac{D_i}{1000}^2} \quad \forall i \in T \mid Vmax_i \leq Vr_i \quad (29)$$

$$Vmax_i = \frac{600 + 1.5 * D_i}{1000} \quad \forall i \in T \mid Vmax_i \leq Vr_i \quad (30)$$

3.7.10 Cálculo da perda de carga unitária

Para calcular a perda de carga é utilizada a fórmula de Hazen-Williams, conforme Equação 31, onde C é o coeficiente de perda de carga Hazen-Williams.

$$J_i = \frac{10.65 * \frac{Qt_i^{1.85}}{1000}}{C^{1.85} * \frac{D_i^{4.87}}{1000}} \quad \forall i \in T \quad (31)$$

3.7.11 Cálculo da perda de carga no trecho

A fórmula da perda de carga no trecho envolve o produto da perda carga unitária pelo comprimento do trecho, conforme Equação 33.

$$\Delta H_i = L_i * J_i \quad \forall i \in T \quad (32)$$

3.7.12 Cálculo da cota piezométrica a montante

Para o cálculo da cota piezométrica a montante adota-se a seguinte estratégia: primeiro propõem-se uma pressão para o reservatório e faz-se a soma da altura do trecho, nesse caso foi sugerido 15 *mca*, conforme Equação 33; para os outros trechos é feita a subtração da perda de carga pela cota do trecho anterior a ele, conforme Equação 34.

$$Cm_i = Hc + 15 \quad \forall i \mid i = 8 \quad (33)$$

$$Cm_i = Cm_{i+1} - \Delta H_{i+1} \quad \forall i \mid i < 8 \quad (34)$$

3.7.13 Cálculo da cota piezométrica a jusante

O cálculo da cota piezométrica a jusante é a diferença entre a cota piezométrica a montante pela perda de carga no trecho, conforme Equação 35.

$$Cj_i = Cm_i - \Delta H_i \quad \forall i \in T \quad (35)$$

3.7.14 Cálculo da pressão a montante

O cálculo da pressão a montante é a diferença entre a cota piezométrica a montante pela altura a montante, conforme Equação 36.

$$Pm_i = Cm_i - Hm_i \quad \forall i \in T \quad (36)$$

3.7.15 Cálculo da pressão a jusante

O cálculo da pressão a jusante é a diferença entre a cota piezométrica a jusante pela altura a jusante, conforme Equação 37.

$$Pj_i = Cj_i - Hj_i \quad \forall i \in T \quad (37)$$

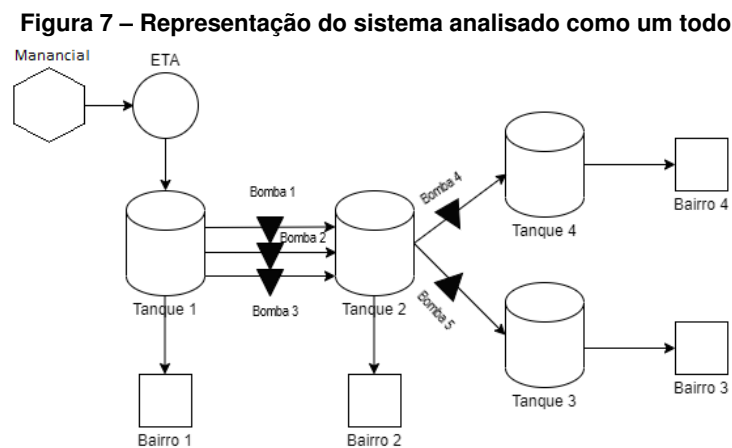
O Capítulo 4 a seguir toma por base a metodologia proposta no presente capítulo e traz os principais resultados obtidos para o sistema de distribuição de águas ilustrado na Figura 4.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

No presente capítulo são mostrados os resultados das execuções do modelo matemático proposto com os dados disponíveis. Também são utilizados os dados de saída do modelo para validar se os mesmos se encontram em conformidade com as restrições físicas do problema, por exemplo, limites de tancagem e vazão. Para finalizar, são mostrados os resultados do algoritmo *validador.py*, desenvolvido no projeto para validar se os dados de saída do modelo geram resultados entre uma faixa de 10 a 50 mca de pressão. Ressalta-se que o modelo matemático não contempla de modo direto a modelagem de pressões e, assim, o algoritmo *validador.py* complementa a verificação das respostas propostas.

Foram elaborados dois cenários para a execução do modelo e do algoritmo *validador.py*. O primeiro abrange um período de análise de uma semana e o segundo cenário abrange um período de análise de um mês. O primeiro cenário está contido dentro do período do segundo cenário para que pudesse ser feita uma comparação entre as saídas dos resultados finais.

A Figura 7 é uma representação do cenário como um todo, onde o modelo matemático representa o sistema de distribuição de água igual à Figura 4 e os bairros seriam a representação do problema sugerido na literatura, similar à Figura 5. As bombas 1, 2 e 3 são as que fazem a ligação entre o tanque 1 e o tanque 2, a bomba 5 é a que faz ligação entre o tanque 2 e o tanque 3 e a bomba 4 entre o tanque 2 e o tanque 4.



Fonte: Autoria própria (2022).

Como foram utilizados muitos dados, a representação na Tabela 4 é referente a apenas um dia, uma segunda-feira. Estes dados foram utilizados tanto no cenário 1 quanto no cenário 2. O dia em questão foi escolhido por ter chovido quase o triplo da média do mês em análise na cidade na qual os dados foram colhidos. As informações aproximadas sobre precipitações ocorridas no período em análise foram obtidas por meio do site Meteored¹.

¹ <https://www.tempo.com/>

Na Tabela 4, a coluna *CAP* representa a capacidade dos tanques, mais precisamente do tanque 1, que recebe as águas da estação de tratamento e distribui para os outros tanques, as colunas *Q T1*, *Q T2*, *Q T3* e *Q T4* representam as vazões de cada tanque, a coluna custo é o valor do custo monetário da energia elétrica, dependendo do horário e a coluna *CB* é o custo pela ligação de uma bomba (os dois cenários utilizaram o mesmo valor para o custo da ligação de todas bombas).

Tabela 4 – Parte dos dados históricos utilizados no primeiro cenário

Horas	CAP	Q T1	Q T2	Q T3	Q T4	Custo	CB
1	1700.57	980.03	243.72	82.35	70.55	1.00	1.00
2	1509.49	520.38	202.21	87.20	51.52	1.00	1.00
3	1507.84	841.19	174.60	78.60	46.79	1.00	1.00
4	1505.07	373.26	166.07	75.74	45.56	1.00	1.00
5	1315.34	503.16	162.20	80.08	45.39	1.00	1.00
6	1134.73	830.50	163.91	88.11	67.05	1.00	1.00
7	1132.20	584.44	246.88	115.43	103.28	1.00	1.00
8	1138.14	952.97	354.35	157.65	149.17	1.00	1.00
9	1383.76	1271.38	389.20	184.47	157.03	1.00	1.00
10	1902.95	1138.70	430.94	189.45	161.83	1.00	1.00
11	1899.98	1231.59	430.33	191.80	162.86	1.00	1.00
12	1901.16	1346.43	450.76	201.76	170.58	1.00	1.00
13	1897.85	1108.25	447.18	193.81	167.10	1.00	1.00
14	1897.78	1321.91	436.87	186.10	160.93	1.00	1.00
15	1899.44	1187.07	415.33	177.67	153.79	1.00	1.00
16	1897.06	1073.72	413.22	163.81	141.66	1.00	1.00
17	1903.35	1209.28	421.53	156.14	131.78	1.00	1.00
18	1903.86	1058.64	403.13	154.78	128.21	1.00	1.00
19	900.65	643.219	377.47	162.40	141.87	2.00	1.00
20	926.47	487.10	400.99	173.05	152.20	2.00	1.00
21	939.38	563.13	404.81	175.85	154.92	2.00	1.00
22	952.29	879.27	442.05	169.45	148.17	1.00	1.00
23	1902.78	1161.96	406.16	148.41	120.21	1.00	1.00
24	1899.65	1147.95	349.94	136.36	106.90	1.00	1.00

Fonte: Autoria própria (2022).

Alguns dos dados utilizados foram extraídos dos arquivos de simulação do EPANET, um *software* que permite executar simulações estáticas e dinâmicas do comportamento hidráulico e de qualidade da água em redes de distribuição pressurizada (LENHS, 2008), para que fosse possível fazer os cálculos das pressões do sistema. A Tabela 5 e a Tabela 6 mostram os valores utilizados nos parâmetros dos tanques e das bombas respectivamente. Alguns parâmetros foram utilizados com os mesmos valores nos dois cenários, conforme adequação de uso.

Tabela 5 – Parâmetros de níveis e capacidade dos tanques

Tanque	Nível inicial (m^3)	Nível mínimo (%)	Nível máximo (%)	Capacidade (m^3)
1	9000.0	10	90	18000.0
2	5000.0	10	90	10000.0
3	3000.0	10	90	6000.0
4	1625.0	10	90	3250.0

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 6 – Parâmetro fluxo das bombas

Bomba	Fluxo (m^3/h)
1	210.0
2	210.0
3	210.0
4	219.0
5	219.0

Fonte: Autoria própria (2022).

4.1 Cenário 1 - período de análise de uma semana

O primeiro cenário analisou 168 horas e para cada hora foram atribuídos dados correlatos aos mencionados na Tabela 4. Assim como na Tabela 4, os dados de saída do modelo foram muitos, então será apenas representado os dados referentes ao dia mencionado acima. Os dados então presentes na Tabela 7.

Tabela 7 – Dados de saída do modelo para o primeiro cenário

HORAS	NÍVEL1	NÍVEL2	NÍVEL3	NÍVEL4
1	9090.54	5386.27	2917.64	1554.44
2	9449.65	5814.05	2830.43	1502.92
3	9486.29	6269.44	2751.83	1456.12
4	9988.09	6733.37	2676.08	1410.55
5	10170.28	6763.16	2814.99	1584.16
6	9844.50	6791.25	3164.88	1517.10
7	9762.26	6736.37	3268.45	1632.82
8	9317.43	6574.01	3548.79	1483.65
9	8799.80	6595.81	3364.32	1545.61
10	8934.06	6356.86	3612.86	1383.77
11	8972.45	6118.52	3859.05	1220.90
12	8897.18	5859.76	4095.29	1050.32
13	9056.79	5604.57	3901.48	1321.22
14	9002.66	5359.70	3934.38	1379.29
15	9085.03	5136.37	3975.70	1444.49
16	9278.37	5134.14	4030.88	1302.82
17	9342.44	4904.61	4312.74	1171.04
18	9557.66	4912.47	4376.96	1042.82
19	9395.09	4954.99	4214.55	900.943
20	8908.29	4553.99	4041.50	748.742
21	8345.46	4149.18	3865.64	593.812
22	7788.48	4118.12	3696.19	664.637
23	7899.30	4122.96	3547.77	763.427
24	8020.99	3965.02	3630.41	875.525

Fonte: Autoria própria (2022).

Os resultados da Tabela 7 indicam que os valores dos níveis dos tanques encontram-se dentro da faixa de níveis mínimo e máximo, conforme as restrições 3 e 4. Os valores obtidos são sumarizados na Tabela 8. A Tabela 9 indica os níveis dos tanques no último horário simulado e, dessa forma, é possível observar que ele também obedece as restrições 12, 13, 14 e 15.

Tabela 8 – Níveis máximos e mínimos dos tanques

	TANQUE1	TANQUE2	TANQUE3	TANQUE4
$Ntmax_t$	16200 m^3	9000 m^3	5400 m^3	2925 m^3
$Ntmin_t$	1800 m^3	1000 m^3	600 m^3	325 m^3

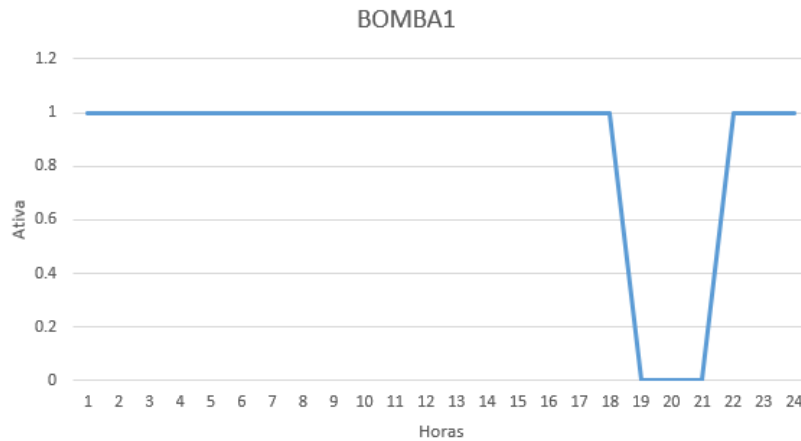
Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 9 – Níveis máximos e mínimos dos tanques

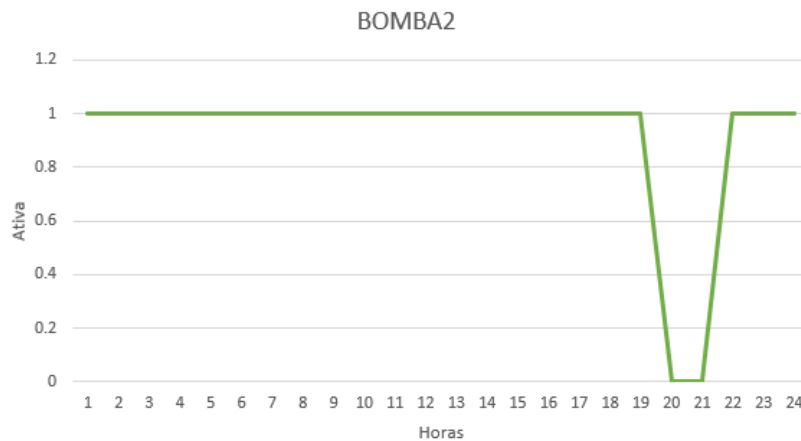
	TANQUE1	TANQUE2	TANQUE3	TANQUE4
Nível final	13311.84 m^3	4018.10 m^3	1628.56 m^3	812.5 m^3
$Vmax_t$	13500 m^3	7500 m^3	4500 m^3	2437.5 m^3
$Vmin_t$	4500 m^3	2500 m^3	1500 m^3	812.5 m^3

Fonte: Autoria própria (2022).

Os próximos cinco gráficos: BOMBA1, BOMBA2, BOMBA3, BOMBA4 e BOMBA5 apresentados nas Figuras 8, 9, 10, 11 e 12 representam os horários em que as bombas foram ativadas ou que ficaram inativas, de acordo com a solução determinada pelo modelo matemático.

Figura 8 – Períodos de atividade da bomba 1 do modelo para o primeiro cenário

Fonte: Autoria própria (2022).

Figura 9 – Períodos de atividade da bomba 2 do modelo para o primeiro cenário

Fonte: Autoria própria (2022).

Por meio dos gráficos é possível observar que a maioria das bombas tenderam a ficar inativas nos períodos entre os horários das 19 horas e 21 horas, devido ao custo de acionamento para esse período ser maior que para os outros horários e devido à função objetivo tentar minimizar o custo monetário da operação de uma estação de distribuição de água.

A Tabela 10 e a Tabela 11 indicam os resultados das pressões de jusante e de montante para o primeiro tanque do sistema, calculadas através do algoritmo *validador.py* desenvolvido no projeto. Assim como nas tabelas anteriores, foram representados os dados referentes ao dia já supracitado.

Como é possível observar na Tabela 10 e na Tabela 11, tanto as pressões a montante quanto a jusante estão com os resultados dentro do valor máximo de 50 mca e mínimo de 10 mca. Estes valores calculados foram para a pressão dinâmica, onde considera-se a vazão fictícia. Os resultados para os outros três tanques se encontram na Tabela 22, Tabela 23, Tabela 24,

Tabela 10 – Pressões a jusante, tanque 1, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	21.69	32.97	26.93	31.14	30.51	42.84	29.16	25.12
2	22.59	33.68	27.67	31.73	31.19	43.50	29.74	25.59
3	23.01	34.22	28.19	32.35	31.76	44.08	30.36	26.29
4	23.78	34.83	28.82	32.86	32.33	44.64	30.86	26.69
5	23.62	34.70	28.69	32.75	32.21	44.52	30.75	26.60
6	23.03	34.24	28.21	32.36	31.77	44.10	30.38	26.30
7	23.50	34.60	28.59	32.67	32.11	44.43	30.68	26.54
8	21.76	33.02	26.98	31.18	30.56	42.89	29.20	25.16
9	20.89	32.33	26.27	30.61	29.90	42.25	28.64	24.70
10	21.28	32.64	26.59	30.87	30.2	42.54	28.89	24.91
11	21.01	32.43	26.36	30.69	29.99	42.34	28.71	24.77
12	20.65	32.14	26.07	30.45	29.72	42.08	28.48	24.58
13	21.36	32.71	26.65	30.92	30.26	42.60	28.94	24.95
14	20.73	32.21	26.14	30.51	29.78	42.14	28.53	24.62
15	21.14	32.53	26.47	30.78	30.09	42.44	28.80	24.83
16	21.46	32.78	26.73	30.98	30.33	42.67	29.00	25.00
17	21.08	32.47	26.42	30.73	30.04	42.39	28.76	24.80
18	22.50	33.81	27.76	32.01	31.36	43.70	30.03	26.02
19	22.40	33.53	27.51	31.61	31.05	43.36	29.61	25.49
20	22.64	33.72	27.71	31.76	31.23	43.54	29.77	25.61
21	22.53	33.63	27.62	31.69	31.15	43.46	29.70	25.56
22	21.93	33.15	27.12	31.30	30.69	43.02	29.31	25.25
23	21.21	32.59	26.53	30.82	30.15	42.49	28.85	24.87
24	21.25	32.61	26.56	30.85	30.18	42.52	28.87	24.89

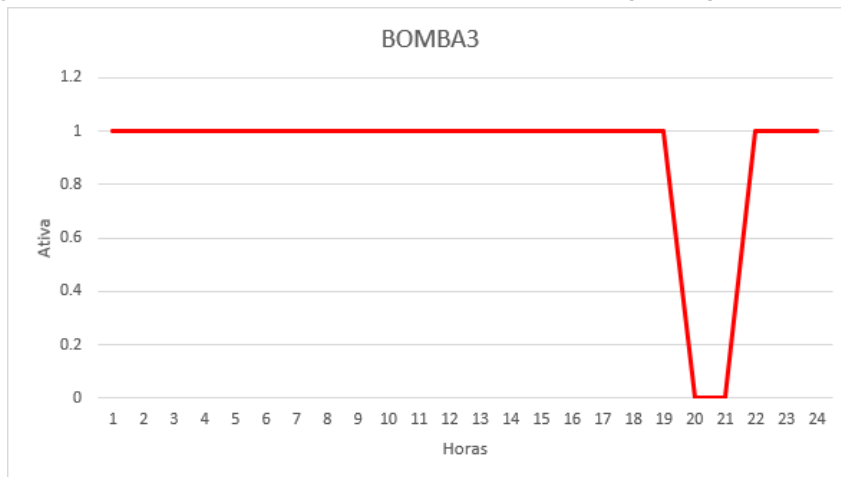
Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 11 – Pressões a montante, tanque 1, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	32.97	31.14	31.14	25.12	29.16	29.16	25.12	19.00
2	33.68	31.73	31.73	25.59	29.74	29.74	25.59	19.00
3	34.22	32.35	32.35	26.29	30.36	30.36	26.29	20.00
4	34.83	32.86	32.86	26.69	30.86	30.86	26.69	20.00
5	34.70	32.75	32.75	26.60	30.75	30.75	26.60	20.00
6	34.24	32.36	32.36	26.30	30.38	30.38	26.30	20.00
7	34.60	32.67	32.67	26.54	30.68	30.68	26.54	20.00
8	33.02	31.18	31.18	25.16	29.20	29.20	25.16	19.00
9	32.33	30.61	30.61	24.70	28.64	28.64	24.70	19.00
10	32.64	30.87	30.87	24.91	28.89	28.89	24.91	19.00
11	32.43	30.69	30.69	24.77	28.71	28.71	24.77	19.00
12	32.14	30.45	30.45	24.58	28.48	28.48	24.58	19.00
13	32.71	30.92	30.92	24.95	28.94	28.94	24.95	19.00
14	32.21	30.51	30.51	24.62	28.53	28.53	24.62	19.00
15	32.53	30.78	30.78	24.83	28.80	28.80	24.83	19.00
16	32.78	30.98	30.98	25.00	29.00	29.00	25.00	19.00
17	32.47	30.73	30.73	24.80	28.76	28.76	24.80	19.00
18	33.81	32.01	32.01	26.02	30.03	30.03	26.02	20.00
19	33.53	31.61	31.61	25.49	29.61	29.61	25.49	19.00
20	33.72	31.76	31.76	25.61	29.77	29.77	25.61	19.00
21	33.63	31.69	31.69	25.56	29.70	29.70	25.56	19.00
22	33.15	31.30	31.30	25.25	29.31	29.31	25.25	19.00
23	32.59	30.82	30.82	24.87	28.85	28.85	24.87	19.00
24	32.61	30.85	30.85	24.89	28.87	28.87	24.89	19.00

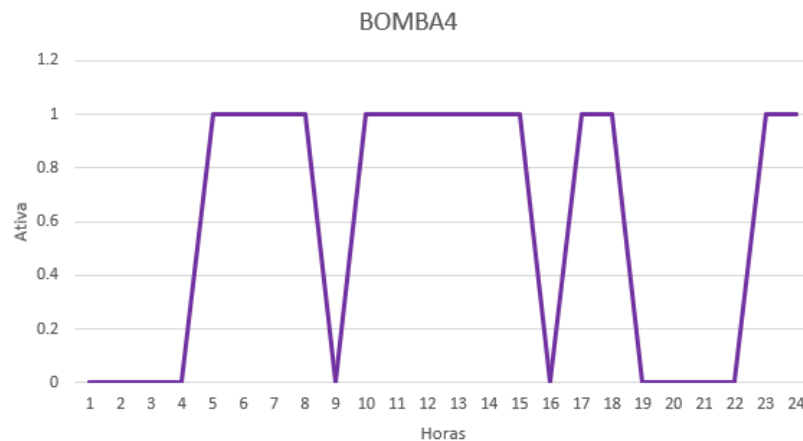
Fonte: Autoria própria (2022).

Figura 10 – Períodos de atividade da bomba 3 do modelo para o primeiro cenário



Fonte: Autoria própria (2022).

Figura 11 – Períodos de atividade da bomba 4 do modelo para o primeiro cenário



Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 25, Tabela 26 e na Tabela 27 e podem ser consultados no Apêndice A. Assim como os resultados para o tanque um, os resultados dos tanques dois, três e quatro encontram-se dentro do valor máximo de 50 mca e mínimo de 10 mca.

A Tabela 12 e a Tabela 13 demonstram os resultados para o primeiro tanque das pressões de jusante e de montante calculados considerando a vazão fictícia igual a zero. Dessa forma obtemos os valores das pressões estáticas do problema. Assim como a pressão dinâmica, nenhum valor ultrapassou 50 mca e nem ficou a baixo de 10 mca. Os resultados para os outros três tanques se encontram na Tabela 28, Tabela 29, Tabela 30, Tabela 31, Tabela 32 e na Tabela 33 e podem ser consultados no Apêndice A. Assim como os resultados para o tanque um, os resultados dos tanques dois, três e quatro encontram-se dentro do valor máximo de 50 mca e mínimo de 10 mca.

Tabela 12 – Pressões a jusante, tanque 1, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
2	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
3	24.00	35.00	29.00	33.00	32.5	44.80	31.00	26.79
4	24.00	35.00	29.00	33.00	32.5	44.80	31.00	26.79
5	24.00	35.00	29.00	33.00	32.5	44.80	31.00	26.79
6	24.00	35.00	29.00	33.00	32.5	44.80	31.00	26.79
7	24.00	35.00	29.00	33.00	32.5	44.80	31.00	26.79
8	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
9	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
10	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
11	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
12	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
13	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
14	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
15	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
16	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
17	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
18	24.00	35.00	29.00	33.00	32.5	44.80	31.00	26.79
19	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
20	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
21	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
22	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
23	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79
24	23.00	34.00	28.00	32.00	31.5	43.80	30.00	25.79

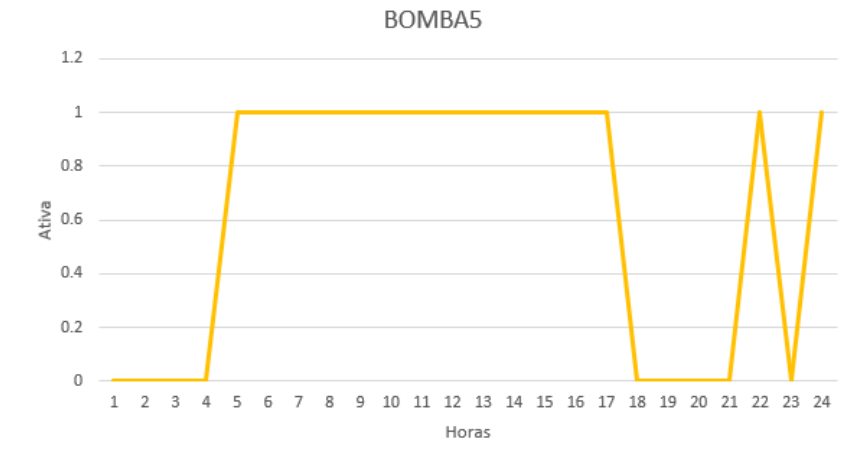
Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 13 – Pressões a montante, tanque 1, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
2	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
3	35.00	33.00	33.00	26.79	31.00	31.00	26.79	20.00
4	35.00	33.00	33.00	26.79	31.00	31.00	26.79	20.00
5	35.00	33.00	33.00	26.79	31.00	31.00	26.79	20.00
6	35.00	33.00	33.00	26.79	31.00	31.00	26.79	20.00
7	35.00	33.00	33.00	26.79	31.00	31.00	26.79	20.00
8	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
9	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
10	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
11	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
12	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
13	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
14	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
15	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
16	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
17	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
18	35.00	33.00	33.00	26.79	31.00	31.00	26.79	20.00
19	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
20	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
21	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
22	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
23	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00
24	34.00	32.00	32.00	25.79	30.00	30.00	25.79	19.00

Fonte: Autoria própria (2022).

Figura 12 – Períodos de atividade da bomba 5 do modelo para o primeiro cenário



Fonte: Autoria própria (2022).

4.2 Cenário 2 - período de análise de um mês

O segundo cenário analisou 744 horas e para cada hora foram atribuídos dados correlatos aos apresentados na Tabela 4. Assim como na Tabela 4, os dados de saída do modelo foram muitos, então será apenas representado os dados referentes ao do mesmo dia mencionado. Os dados então presentes na Tabela 14.

Tabela 14 – Dados de saída do modelo para o segundo cenário

HORAS	NÍVEL1	NÍVEL2	NÍVEL3	NÍVEL4
1	5659.91	2119.78	600	544
2	5620.36	2038.79	600	325
3	5584.73	1959.35	600	325
4	5550.71	1894.79	600	325
5	5526.27	1622.27	600	325
6	5526.50	1577.14	600	325
7	5575.64	1539.87	600	325
8	5663.13	1512.29	600	325
9	5765.76	1276.27	600	325
10	5817.78	1263.76	600	325
11	6023.05	1027.50	600	544
12	6095.58	1000.00	600	325
13	6053.90	1179.30	600	325
14	6233.68	1124.84	600	544
15	6411.20	1274.31	600	325
16	6616.05	1415.26	600	325
17	6844.81	1123.69	600	325
18	6794.66	1064.69	600	325
19	6645.80	1023.16	600	325
20	6684.76	1007.37	819	325
21	6750.53	1026.18	600	325
22	6854.12	1082.59	600	325
23	6995.61	1184.46	600	325
24	7174.37	1541.30	600	325

Fonte: Autoria própria (2022).

Os resultados da Tabela 14 indicam que os valores dos níveis dos tanques encontram-se dentro da faixa de níveis mínimo e máximo, conforme as restrições da Equação 3 e da Equação 4. Os valores resultantes são apresentados na Tabela 15. A Tabela 16 indica os níveis dos tanques no último horário simulado e, dessa forma, é possível observar que ele também obedece as restrições da Equação 12, Equação 13, Equação 14 e da Equação 15.

A observação da Tabela 15 e da Tabela 16 evidencia que o modelo optou em violar as recomendações de volume mínimo/máximo final dos tanques, valores que deveriam ficar entre os parâmetros *Beta* e *Alfa* da capacidade dos tanques. No caso dos tanques 1 a 3 as recomendações de volume foram respeitadas; no caso do tanque 4, um volume próximo da capacidade nominal foi o indicado pelo modelo. Ressalta-se que é uma condição permitida ao modelo, mas penalizada na função objetivo (Equação 2) por meio do Termo 2.

Tabela 15 – Níveis máximos e mínimos dos tanques

	TANQUE1	TANQUE2	TANQUE3	TANQUE4
Nt_{max_t}	16200 m^3	9000 m^3	5400 m^3	2925 m^3
Nt_{min_t}	1800 m^3	1000 m^3	600 m^3	325 m^3

Fonte: Autoria própria (2022).

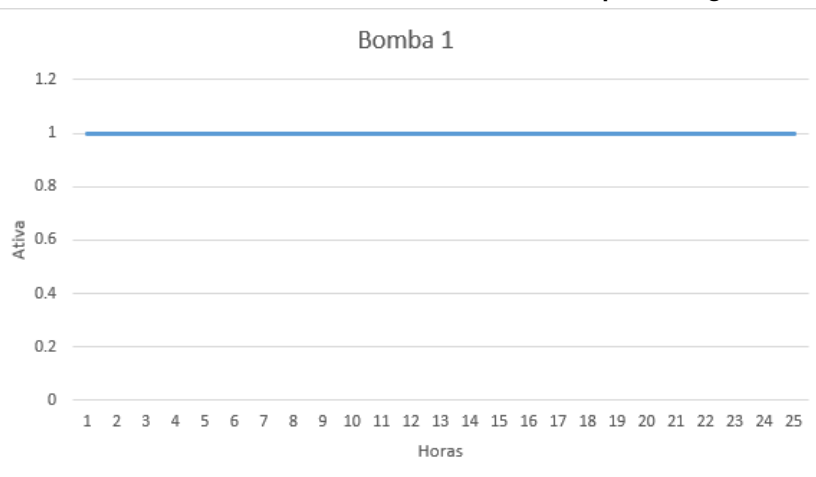
Tabela 16 – Níveis máximos e mínimos dos tanques

	TANQUE1	TANQUE2	TANQUE3	TANQUE4
Nível final	16000.47 m^3	9000 m^3	5400 m^3	2925 m^3
V_{max_t}	13500 m^3	7500 m^3	4500 m^3	2437.5 m^3
V_{min_t}	4500 m^3	2500 m^3	1500 m^3	812.5 m^3

Fonte: Autoria própria (2022).

Os próximos cinco gráficos: BOMBA1, BOMBA2, BOMBA3, BOMBA4 e BOMBA5, apresentados nas Figuras 13, 14, 15, 16 e 17 representam os horários em que as bombas foram ativadas, ou que ficaram inativas.

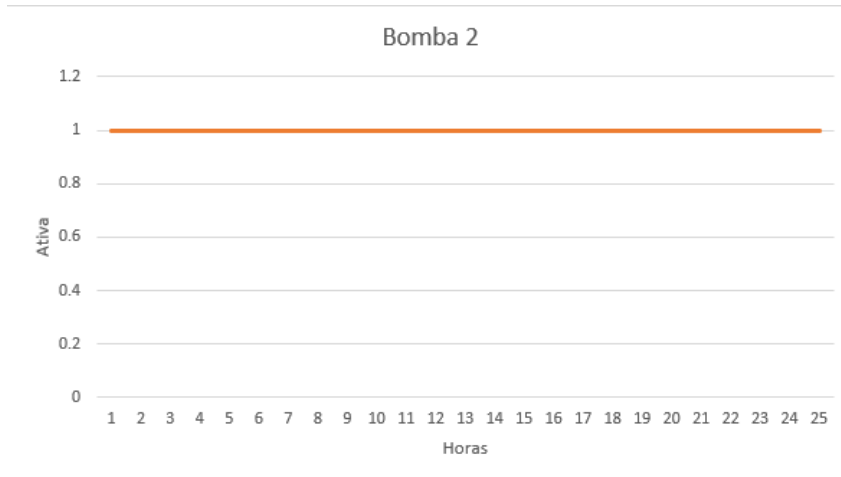
Figura 13 – Períodos de atividade da bomba 1 do modelo para o segundo cenário



Fonte: Autoria própria (2022).

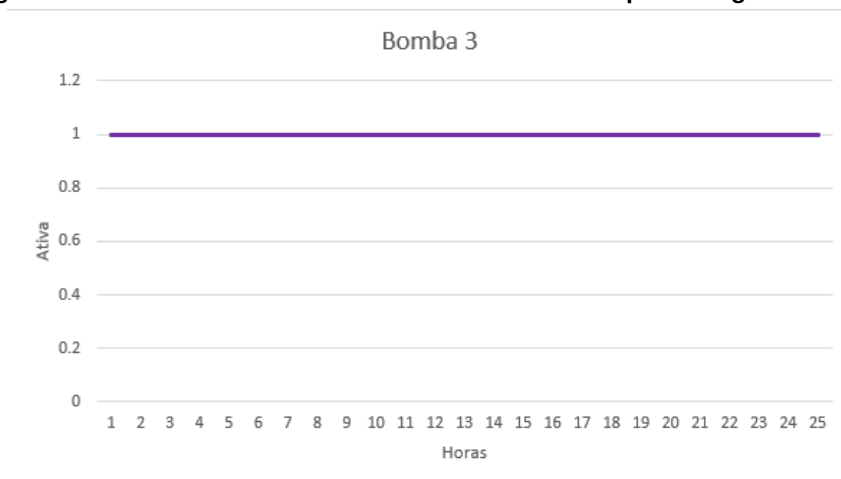
Diferente do primeiro cenário, por meio dos cinco gráficos, é possível observar que as bombas 1, 2 e 3 se mantiveram ativas por todo o período em questão. Isso se deve a dois fatores: o primeiro é que o período de horas analisado se encontra no meio do período do cenário como um todo; dessa forma o modelo tende a balancear o nível das águas nos 4 tanques para que não extrapole nenhuma restrição. Como as 3 primeiras bombas ligam o tanque 1 para o tanque 2 e o tanque 2 distribui as águas para os tanques 3 e 4, o modelo entende que essa é a melhor

Figura 14 – Períodos de atividade da bomba 2 do modelo para o segundo cenário



Fonte: Autoria própria (2022).

Figura 15 – Períodos de atividade da bomba 3 do modelo para o segundo cenário



Fonte: Autoria própria (2022).

forma de distribuir as águas para o tanque 2 e, dessa forma, ele ainda está economizando monetariamente segundo a função objetivo. O segundo fator desse comportamento se deve a que os tanques 3 e 4 possuem um volume menor que os tanques 1 e 2 e o fluxo das bombas 4 e 5 são maiores que as bombas 1, 2 e 3; sendo assim, estes tanques finais são mais rapidamente “nivelados”. É possível observar que os acionamentos das duas últimas bombas ocorrem em intervalos mais espaçados.

A Tabela 17 e a Tabela 18 indicam os resultados das pressões de jusante e de montante para o primeiro tanque, calculadas por meio do algoritmo desenvolvido no projeto. Assim como nas tabelas anteriores, foram representados os dados referentes ao dia já supracitado.

Como é possível observar na Tabela 17 e na Tabela 18, tanto as pressões a montante quanto a jusante estão com os resultados dentro do valor máximo de 50 mca e mínimo de 10 mca. Estes valores calculados foram para a pressão dinâmica, onde se é considerado a

Tabela 17 – Pressões a jusante, tanque 1, para o segundo cenário considerando a vazão

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	19.70	31.18	25.11	29.49	28.76	41.12	27.52	23.61
2	18.73	30.21	24.14	28.51	27.78	40.14	26.54	22.62
3	18.77	30.23	24.16	28.53	27.81	40.15	26.56	22.64
4	18.77	30.24	24.17	28.53	27.81	40.17	26.56	22.64
5	18.78	30.25	24.18	28.54	27.82	40.18	26.57	22.65
6	18.80	30.27	24.20	28.56	27.85	40.20	26.59	22.66
7	18.89	30.33	24.26	28.61	27.90	40.25	26.64	22.70
8	19.04	30.45	24.39	28.71	28.01	40.36	26.73	22.78
9	19.14	30.54	24.48	28.78	28.10	40.45	26.81	22.84
10	20.20	31.57	25.52	29.81	29.13	41.48	27.83	23.86
11	20.05	31.45	25.39	29.71	29.02	41.37	27.74	23.78
12	20.48	31.80	25.75	30.00	29.35	41.69	28.02	24.01
13	21.12	32.29	26.27	30.42	29.83	42.15	28.43	24.34
14	21.22	32.38	26.36	30.49	29.91	42.23	28.50	24.39
15	21.19	32.36	26.33	30.47	29.89	42.21	28.48	24.38
16	21.18	32.35	26.33	30.46	29.88	42.20	28.47	24.37
17	21.23	32.39	26.37	30.49	29.92	42.24	28.50	24.40
18	21.27	32.42	26.40	30.52	29.95	42.27	28.53	24.42
19	20.65	31.93	25.89	30.11	29.48	41.81	28.13	24.10
20	19.92	31.35	25.29	29.63	28.92	41.27	27.66	23.72
21	19.98	31.41	25.35	29.67	28.98	41.33	27.70	23.75
22	20.07	31.47	25.41	29.73	29.04	41.38	27.75	23.79
23	20.18	31.56	25.50	29.80	29.12	41.47	27.82	23.85
24	20.29	31.65	25.60	29.88	29.21	41.55	27.90	23.91

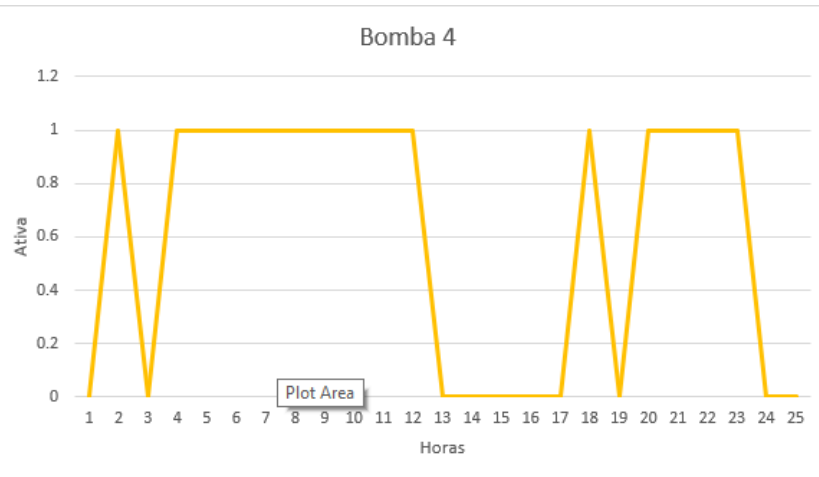
Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 18 – Pressões a montante, tanque 1, para o segundo cenário considerando a vazão

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	31.18	29.49	29.49	23.61	27.52	27.52	23.61	18.00
2	30.21	28.51	28.51	22.62	26.54	26.54	22.62	17.00
3	30.23	28.53	28.53	22.64	26.56	26.56	22.64	17.00
4	30.24	28.53	28.53	22.64	26.56	26.56	22.64	17.00
5	30.25	28.54	28.54	22.65	26.57	26.57	22.65	17.00
6	30.27	28.56	28.56	22.66	26.59	26.59	22.66	17.00
7	30.33	28.61	28.61	22.70	26.64	26.64	22.70	17.00
8	30.45	28.71	28.71	22.78	26.73	26.73	22.78	17.00
9	30.54	28.78	28.78	22.84	26.81	26.81	22.84	17.00
10	31.57	29.81	29.81	23.86	27.83	27.83	23.86	18.00
11	31.45	29.71	29.71	23.78	27.74	27.74	23.78	18.00
12	31.80	30.00	30.00	24.01	28.02	28.02	24.01	18.00
13	32.29	30.42	30.42	24.34	28.43	28.43	24.34	18.00
14	32.38	30.49	30.49	24.39	28.50	28.50	24.39	18.00
15	32.36	30.47	30.47	24.38	28.48	28.48	24.38	18.00
16	32.35	30.46	30.46	24.37	28.47	28.47	24.37	18.00
17	32.39	30.49	30.49	24.40	28.50	28.50	24.40	18.00
18	32.42	30.52	30.52	24.42	28.53	28.53	24.42	18.00
19	31.93	30.11	30.11	24.10	28.13	28.13	24.10	18.00
20	31.35	29.63	29.63	23.72	27.66	27.66	23.72	18.00
21	31.41	29.67	29.67	23.75	27.70	27.70	23.75	18.00
22	31.47	29.73	29.73	23.79	27.75	27.75	23.79	18.00
23	31.56	29.80	29.80	23.85	27.82	27.82	23.85	18.00
24	31.65	29.88	29.88	23.91	27.90	27.90	23.91	18.00

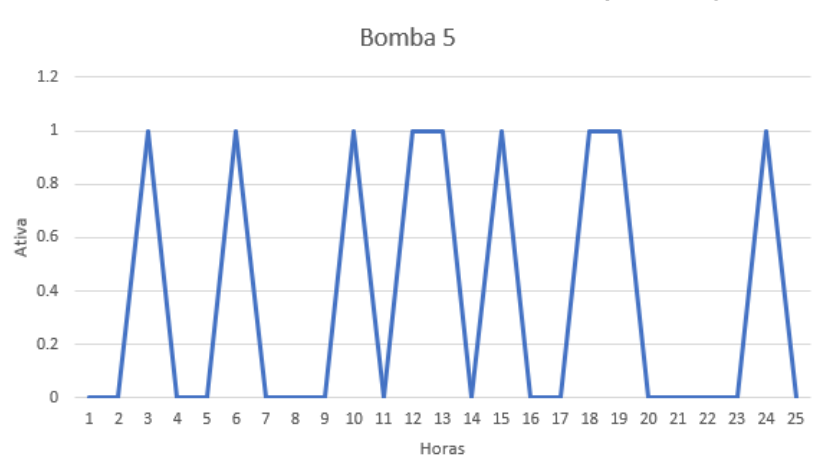
Fonte: Autoria própria (2022).

Figura 16 – Períodos de atividade da bomba 4 do modelo para o segundo cenário



Fonte: Autoria própria (2022).

Figura 17 – Períodos de atividade da bomba 5 do modelo para o segundo cenário



Fonte: Autoria própria (2022).

vazão fictícia. Os resultados para os outros três tanques se encontram na Tabela 34, Tabela 35, Tabela 36, Tabela 37, Tabela 38 e na Tabela 39 e podem ser consultados no Apêndice A. Assim como os resultados para o tanque um, os resultados dos tanques dois, três e quatro encontram-se dentro do valor máximo de 50 mca e mínimo de 10 mca.

A Tabela 19 e a Tabela 20 indicam os resultados das pressões de jusante e de montante para o primeiro tanque, calculados considerando a vazão fictícia igual a zero. Dessa forma, obtemos os valores das pressões estáticas do problema. Assim como a pressão dinâmica, nenhum valor ultrapassou 50 mca e nem ficou a baixo de 10 mca. Os resultados para os outros três tanques se encontram na Tabela 40, Tabela 41, Tabela 42, Tabela 43, Tabela 44 e na Tabela 45 e podem ser consultados no Apêndice A. Assim como os resultados para o tanque um, os resultados dos tanques dois, três e quatro encontram-se dentro do valor máximo de 50 mca e mínimo de 10 mca.

Tabela 19 – Pressões a jusante, tanque 1, para o segundo cenário desconsiderando a vazão

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
2	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
3	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
4	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
5	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
6	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
7	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
8	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
9	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
10	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
11	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
12	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
13	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
14	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
15	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
16	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
17	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
18	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
19	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
20	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
21	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
22	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
23	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
24	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 20 – Pressões a montante, tanque 1, para o segundo cenário desconsiderando a vazão

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
2	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
3	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
4	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
5	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
6	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
7	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
8	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
9	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
10	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
11	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
12	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
13	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
14	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
15	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
16	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
17	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
18	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
19	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
20	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
21	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
22	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
23	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
24	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00

Fonte: Autoria própria (2022).

4.3 Análise de custos com energia elétrica

Considerando uma empresa de saneamento como um cliente que se enquadra no sub grupo A1, grupo de maiores consumidores de energia elétrica, e utilizando a tabela de gastos disponibilizada pelo site da ANEEL²(Agência Nacional de Energia Elétrica) referente ao período de 2018, que é o mesmo ano dos dados utilizados no trabalho, o valor do *MWh* para o período de pico é de R\$436,34 e fora do horário de pico é de R\$274,72. Considerando esses dois valores, a Tabela 21 traz as tarifas aproximadas que seriam gastas. O referido cálculo foi realizado considerando-se, os períodos da ativação e desativação das bombas de acordo com o modelo e para o pior caso, no qual as bombas ficam ativadas por todo o período nos dois cenários.

Tabela 21 – Valores aproximados de consumo de energia elétrica para os dois cenários

	Cenário 1	Cenário 2	Pior Cenário 1	Pior Cenário 2
<i>MWh</i>	726	2994	840	3720
Custo monetário	R\$223528,10	R\$928534,40	R\$259856,40	R\$1154486,80

Fonte: Autoria própria (2022).

Através dos valores apresentados na Tabela 21 é possível chegar à conclusão de que, para o cenário 1, o modelo economizou aproximadamente 14% do valor que seria gasto em um caso onde todas as bombas ficassem ativadas por todo o período. Para o cenário 2, o modelo sugeriu uma condição de operação que economizou aproximadamente 20% do valor que seria gasto em um caso onde todas as bombas ficassem ativadas por todo o período.

Tendo por base os resultados obtidos no presente capítulo, o Capítulo 5 a seguir traz as principais conclusões acerca do trabalho e perspectivas para futuros desenvolvimentos.

² <http://www2.aneel.gov.br/cedoc/reh20182402ti.pdf>

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente projeto propôs um modelo matemático em Programação Linear Inteira Mista (MILP - *Mixed Integer Linear Programming*) com o intuito de representar um sistema de transposição de águas de uma empresa de tratamento de águas. A solução do referido modelo matemático por meio de um *solver* computacional permite obter respostas otimizadas para, por exemplo, as operações das bombas, buscando-se a diminuição de custos operacionais do sistema, ao mesmo tempo que restrições de operação são respeitadas.

A metodologia de solução proposta engloba uma etapa de pré-processamento dos dados práticos, a modelagem matemática em MILP do sistema de distribuição (desde a Estação de Tratamento (ETA) até os tanques de distribuição) e um algoritmo de validação das respostas do modelo matemático, o qual verifica restrições relativas a cálculos de pressão, os quais são tratados de modo indireto no modelo matemático de modo a manter a relativa simplicidade da modelagem matemática, evitando não-linearidades desnecessárias.

Os resultados obtidos por meio do modelo matemático, os quais são detalhados no Capítulo 4 e Apêndice A, respeitaram os limites mínimo e máximo de pressão, verificados pelo algoritmo *validador.py*. Esta constatação está alinhada aos objetivos do trabalho, destacados na subseção 1.1.1 e na subseção 1.1.2.

Por meio do desenvolvimento do presente trabalho foi possível utilizar diferentes técnicas de diferentes disciplinas estudadas no decorrer do curso de engenharia de computação. Por exemplo, para o pré-processamento dos dados foram utilizadas técnicas de probabilidade e estatística e fundamentos de programação, dessa forma foi possível validar se os dados eram concisos, se possuíam ruídos ou dados faltantes e se os mesmos eram condizentes para a necessidade do problema estudado.

Para a criação do modelo foram utilizadas técnicas de sistemas lineares, programação matemática, probabilidade e estatística, fundamentos de programação e fenômenos de transporte, sendo assim possível a interpretação de um sistema real para a elaboração do modelo, assim como a validação dos resultados gerados pelo mesmo ao final.

E, por fim, o algoritmo *validador.py*, desenvolvido para a validação dos resultados do modelo matemático, demandou técnicas de fundamentos de programação e fenômenos de transporte. O referido algoritmo foi fundamental para avaliar se os resultados do modelo geravam pressões entre 10 mca e 50 mca.

Para trabalhos futuros, uma forma de melhorar os resultados seria a utilização de *machine learning* no pré-processamento de dados para fazer a predição de dados faltantes. Utilizar os dados resultantes desse trabalho na operação dos desligamentos das bombas no intuito de economizar com a energia elétrica. Outra sugestão é modelagem de bombas com inversores de frequência, de modo que o modelo integre mais componentes que se encontram nos sistemas de distribuição de águas. De modo complementar, outra sugestão seria a inclusão de uma modelagem formal para a pressão no modelo, de forma que a mesma seja utilizada como,

por exemplo, um fator na função objetivo. Dessa forma, o algoritmo para validação de pressões poderia ser dispensado.

REFERÊNCIAS

- CHINNECK, J. W. Practical Optimization: a Gentle Introduction. **Systems and Computer Engineering**, Carleton University, Ottawa. <http://www.sce.carleton.ca/faculty/chinneck/po.html>, 2006. Acesso em: 19.5.2022.
- ELEOTERO, B. C. Redução dos custos com energia elétrica em sistemas de bombeamento - Estudo de caso sistema de abastecimento de água de Capinzal/Ouro, SC. 2008.
- FAYYAD, U. M. *et al.* Advances in knowledge discovery and data mining. In: AMERICAN ASSOCIATION FOR ARTIFICIAL INTELLIGENCE. [S.l.], 1996.
- GARCÍA, S. *et al.* Big data preprocessing: methods and prospects. **Big Data Analytics**, BioMed Central, v. 1, n. 1, p. 1–22, 2016.
- GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. [S.l.]: Elsevier, 2005.
- GOLDSCHMIDT, R.; PASSOS, E. **Data mining: um guia prático**. [S.l.]: Gulf Professional Publishing, 2005.
- IBM. **Por que o IBM CPLEX Optimization Studio é a melhor escolha para a tomada de decisões**. 2021. Disponível em: <https://www.ibm.com/br-pt/products/ilog-cplex-optimization-studio/details>. Acesso em: 19.5.2022.
- JAMES, K.; CAMPBELL, S.; GODLOVE, C. Água e Energia-Aproveitando as oportunidades de eficiência de água e energia não exploradas nos sistemas municipais. **Washington DC: Alliance to Save Energy**, 2002.
- LENHS. **O que é o EPANET BRASIL?** 2008. UFPB. Disponível em: <http://ct.ufpb.br/lenhs/contents/menu/epanet>. Acesso em: 19.5.2022.
- LLOYD, J. W. **Practical Advantages of Declarative Programming**. [S.l.]: Universidad Politécnica de Valencia, 1994.
- MARINS, F. A. S. Introdução a Pesquisa Operacional. **São Paulo: Cultura Acadêmica: Universidade Estadual Paulista**, 2011.
- MENKE, R. *et al.* Exploring optimal pump scheduling in water distribution networks with branch and bound methods. **Water Resources Management**, Springer, v. 30, n. 14, p. 5333–5349, 2016.
- MIQUELIN, L. M. Modelo matemático para minimização dos custos com energia elétrica na operação de bombas hidráulicas. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2019.
- ORMSBEE, L. E.; LANSEY, K. E. Optimal control of water supply pumping systems. **Journal of Water Resources Planning and Management**, American Society of Civil Engineers, v. 120, n. 2, p. 237–252, 1994.
- TOLEDO, F. *et al.* Logística de distribuição de água em redes urbanas: racionalização energética. **Pesquisa Operacional**, SciELO Brasil, v. 28, p. 75–91, 2008.
- TSUTIYA, M. T. **Abastecimento de água**. [S.l.]: Departamento de Engenharia Hidráulica e Sanitária da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2004. ISBN 85-900823-6-9.

VIEIRA, B. S. *et al.* Optimizing drinking water distribution system operations. **European Journal of Operational Research**, v. 280, n. 3, p. 1035–1050, 2020.

WANG, H.; WANG, S. Mining incomplete survey data through classification. **Knowledge and information systems**, Springer, v. 24, n. 2, p. 221–233, 2010.

WILLIAMS, H. P. **Model Building in Mathematical Programming**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013.

ZHU, X.; WU, X. Class noise vs. attribute noise: A quantitative study. **Artificial intelligence review**, Springer, v. 22, n. 3, p. 177–210, 2004.

APÊNDICE A – Tabelas

Tabela 22 – Pressões a jusante, tanque 2, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	20.90	31.92	25.92	29.93	29.42	41.73	27.94	23.75
2	21.93	32.94	26.94	30.95	30.45	42.75	28.95	24.76
3	21.95	32.96	26.96	30.96	30.46	42.76	28.97	24.77
4	21.95	32.96	26.96	30.97	30.46	42.76	28.97	24.77
5	21.95	32.96	26.96	30.97	30.46	42.77	28.97	24.78
6	21.95	32.96	26.96	30.97	30.46	42.77	28.97	24.78
7	21.90	32.92	26.92	30.93	30.42	42.73	28.93	24.75
8	21.80	32.84	26.84	30.87	30.35	42.65	28.87	24.70
9	21.76	32.81	26.81	30.84	30.32	42.63	28.85	24.68
10	21.71	32.77	26.77	30.81	30.28	42.59	28.82	24.65
11	21.72	32.77	26.77	30.81	30.28	42.59	28.82	24.65
12	21.69	32.75	26.75	30.80	30.27	42.57	28.80	24.64
13	20.69	31.76	25.75	29.80	29.27	41.58	27.80	23.64
14	20.71	31.77	25.76	29.81	29.28	41.59	27.81	23.65
15	20.73	31.79	25.78	29.82	29.30	41.60	27.83	23.66
16	20.74	31.79	25.78	29.83	29.30	41.61	27.83	23.66
17	20.73	31.78	25.77	29.82	29.29	41.60	27.82	23.66
18	20.75	31.80	25.79	29.83	29.31	41.62	27.84	23.67
19	20.78	31.82	25.82	29.85	29.33	41.64	27.86	23.68
20	20.75	31.80	25.79	29.84	29.31	41.62	27.84	23.67
21	20.75	31.80	25.79	29.83	29.31	41.61	27.84	23.67
22	20.70	31.76	25.75	29.80	29.27	41.58	27.81	23.64
23	20.74	31.80	25.79	29.83	29.31	41.61	27.83	23.67
24	20.81	31.85	25.84	29.87	29.35	41.66	27.87	23.70

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 23 – Pressões a montante, tanque 2, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	31.92	29.93	29.93	23.75	27.94	27.94	23.75	17.00
2	32.94	30.95	30.95	24.76	28.95	28.95	24.76	18.00
3	32.96	30.96	30.96	24.77	28.97	28.97	24.77	18.00
4	32.96	30.97	30.97	24.77	28.97	28.97	24.77	18.00
5	32.96	30.97	30.97	24.78	28.97	28.97	24.78	18.00
6	32.96	30.97	30.97	24.78	28.97	28.97	24.78	18.00
7	32.92	30.93	30.93	24.75	28.93	28.93	24.75	18.00
8	32.84	30.87	30.87	24.70	28.87	28.87	24.70	18.00
9	32.81	30.84	30.84	24.68	28.85	28.85	24.68	18.00
10	32.77	30.81	30.81	24.65	28.82	28.82	24.65	18.00
11	32.77	30.81	30.81	24.65	28.82	28.82	24.65	18.00
12	32.75	30.80	30.80	24.64	28.80	28.80	24.64	18.00
13	31.76	29.80	29.80	23.64	27.80	27.80	23.64	17.00
14	31.77	29.81	29.81	23.65	27.81	27.81	23.65	17.00
15	31.79	29.82	29.82	23.66	27.83	27.83	23.66	17.00
16	31.79	29.83	29.83	23.66	27.83	27.83	23.66	17.00
17	31.78	29.82	29.82	23.66	27.82	27.82	23.66	17.00
18	31.80	29.83	29.83	23.67	27.84	27.84	23.67	17.00
19	31.82	29.85	29.85	23.68	27.86	27.86	23.68	17.00
20	31.80	29.84	29.84	23.67	27.84	27.84	23.67	17.00
21	31.80	29.83	29.83	23.67	27.84	27.84	23.67	17.00
22	31.76	29.80	29.80	23.64	27.81	27.81	23.64	17.00
23	31.80	29.83	29.83	23.67	27.83	27.83	23.67	17.00
24	31.85	29.87	29.87	23.70	27.87	27.87	23.70	17.00

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 24 – Pressões a jusante, tanque 3, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	19.98	30.99	24.99	28.99	28.49	40.79	26.99	22.79
2	19.98	30.99	24.99	28.99	28.49	40.79	26.99	22.79
3	19.98	30.99	24.99	28.99	28.49	40.79	26.99	22.79
4	19.98	30.99	24.99	28.99	28.49	40.79	26.99	22.79
5	19.98	30.99	24.99	28.99	28.49	40.79	26.99	22.79
6	19.98	30.99	24.99	28.99	28.49	40.79	26.99	22.79
7	19.98	30.98	24.98	28.98	28.48	40.78	26.98	22.79
8	19.96	30.96	24.96	28.97	28.47	40.77	26.97	22.78
9	19.94	30.95	24.95	28.96	28.46	40.76	26.96	22.77
10	19.94	30.95	24.95	28.96	28.45	40.75	26.96	22.77
11	20.94	31.95	25.95	29.96	29.45	41.75	27.96	23.77
12	20.93	31.94	25.94	29.95	29.45	41.75	27.95	23.76
13	20.93	31.95	25.95	29.96	29.45	41.75	27.96	23.77
14	20.94	31.95	25.95	29.96	29.45	41.76	27.96	23.77
15	20.94	31.96	25.95	29.96	29.46	41.76	27.96	23.77
16	20.95	31.96	25.96	29.97	29.46	41.77	27.97	23.78
17	20.96	31.97	25.96	29.97	29.47	41.77	27.97	23.78
18	20.96	31.97	25.96	29.97	29.47	41.77	27.97	23.78
19	20.95	31.96	25.96	29.97	29.46	41.77	27.97	23.78
20	20.95	31.96	25.96	29.97	29.46	41.76	27.97	23.77
21	20.95	31.96	25.96	29.96	29.46	41.76	27.96	23.77
22	19.95	30.96	24.96	28.97	28.46	40.76	26.97	22.77
23	19.96	30.97	24.97	28.97	28.47	40.77	26.97	22.78
24	19.97	30.97	24.97	28.98	28.47	40.78	26.98	22.78

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 25 – Pressões a montante, tanque 3, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	30.99	28.99	28.99	22.79	26.99	26.99	22.79	16.00
2	30.99	28.99	28.99	22.79	26.99	26.99	22.79	16.00
3	30.99	28.99	28.99	22.79	26.99	26.99	22.79	16.00
4	30.99	28.99	28.99	22.79	26.99	26.99	22.79	16.00
5	30.99	28.99	28.99	22.79	26.99	26.99	22.79	16.00
6	30.99	28.99	28.99	22.79	26.99	26.99	22.79	16.00
7	30.98	28.98	28.98	22.79	26.98	26.98	22.79	16.00
8	30.96	28.97	28.97	22.78	26.97	26.97	22.78	16.00
9	30.95	28.96	28.96	22.77	26.96	26.96	22.77	16.00
10	30.95	28.96	28.96	22.77	26.96	26.96	22.77	16.00
11	31.95	29.96	29.96	23.77	27.96	27.96	23.77	17.00
12	31.94	29.95	29.95	23.76	27.95	27.95	23.76	17.00
13	31.95	29.96	29.96	23.77	27.96	27.96	23.77	17.00
14	31.95	29.96	29.96	23.77	27.96	27.96	23.77	17.00
15	31.96	29.96	29.96	23.77	27.96	27.96	23.77	17.00
16	31.96	29.97	29.97	23.78	27.97	27.97	23.78	17.00
17	31.97	29.97	29.97	23.78	27.97	27.97	23.78	17.00
18	31.97	29.97	29.97	23.78	27.97	27.97	23.78	17.00
19	31.96	29.97	29.97	23.78	27.97	27.97	23.78	17.00
20	31.96	29.97	29.97	23.77	27.97	27.97	23.77	17.00
21	31.96	29.96	29.96	23.77	27.96	27.96	23.77	17.00
22	30.96	28.97	28.97	22.77	26.97	26.97	22.77	16.00
23	30.97	28.97	28.97	22.78	26.97	26.97	22.78	16.00
24	30.97	28.98	28.98	22.78	26.98	26.98	22.78	16.00

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 26 – Pressões a jusante, tanque 4, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	18.98	29.99	23.99	27.99	27.49	39.79	25.99	21.79
2	18.98	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.80
3	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.80
4	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.80
5	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.80
6	18.98	29.99	23.99	27.99	27.49	39.79	25.99	21.80
7	18.98	29.98	23.98	27.99	27.48	39.79	25.99	21.79
8	18.96	29.97	23.97	27.97	27.47	39.77	25.97	21.78
9	18.96	29.97	23.96	27.97	27.47	39.77	25.97	21.78
10	18.95	29.96	23.96	27.97	27.46	39.77	25.97	21.78
11	18.95	29.96	23.96	27.97	27.46	39.77	25.97	21.78
12	18.95	29.96	23.96	27.97	27.46	39.76	25.97	21.77
13	18.95	29.96	23.96	27.97	27.46	39.76	25.97	21.77
14	18.95	29.96	23.96	27.97	27.47	39.77	25.97	21.78
15	18.96	29.97	23.97	27.97	27.47	39.77	25.97	21.78
16	18.96	29.97	23.97	27.98	27.47	39.77	25.98	21.78
17	18.97	29.97	23.97	27.98	27.48	39.78	25.98	21.78
18	18.97	29.98	23.98	27.98	27.48	39.78	25.98	21.78
19	18.96	29.97	23.97	27.98	27.47	39.77	25.98	21.78
20	18.96	29.97	23.97	27.97	27.47	39.77	25.97	21.78
21	18.96	29.97	23.96	27.97	27.47	39.77	25.97	21.78
22	18.96	29.97	23.97	27.97	27.47	39.77	25.97	21.78
23	18.97	29.98	23.98	27.98	27.48	39.78	25.98	21.79
24	18.98	29.98	23.98	27.99	27.48	39.78	25.99	21.79

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 27 – Pressões a montante, tanque 4, para o primeiro cenário considerando a vazão fictícia

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	29.99	27.99	27.99	21.79	25.99	25.99	21.79	15.00
2	30.00	28.00	28.00	21.80	26.00	26.00	21.80	15.00
3	30.00	28.00	28.00	21.80	26.00	26.00	21.80	15.00
4	30.00	28.00	28.00	21.80	26.00	26.00	21.80	15.00
5	30.00	28.00	28.00	21.80	26.00	26.00	21.80	15.00
6	29.99	27.99	27.99	21.80	25.99	25.99	21.80	15.00
7	29.98	27.99	27.99	21.79	25.99	25.99	21.79	15.00
8	29.97	27.97	27.97	21.78	25.97	25.97	21.78	15.00
9	29.97	27.97	27.97	21.78	25.97	25.97	21.78	15.00
10	29.96	27.97	27.97	21.78	25.97	25.97	21.78	15.00
11	29.96	27.97	27.97	21.78	25.97	25.97	21.78	15.00
12	29.96	27.97	27.97	21.77	25.97	25.97	21.77	15.00
13	29.96	27.97	27.97	21.77	25.97	25.97	21.77	15.00
14	29.96	27.97	27.97	21.78	25.97	25.97	21.78	15.00
15	29.97	27.97	27.97	21.78	25.97	25.97	21.78	15.00
16	29.97	27.98	27.98	21.78	25.98	25.98	21.78	15.00
17	29.97	27.98	27.98	21.78	25.98	25.98	21.78	15.00
18	29.98	27.98	27.98	21.78	25.98	25.98	21.78	15.00
19	29.97	27.98	27.98	21.78	25.98	25.98	21.78	15.00
20	29.97	27.97	27.97	21.78	25.97	25.97	21.78	15.00
21	29.97	27.97	27.97	21.78	25.97	25.97	21.78	15.00
22	29.97	27.97	27.97	21.78	25.97	25.97	21.78	15.00
23	29.98	27.98	27.98	21.79	25.98	25.98	21.79	15.00
24	29.98	27.99	27.99	21.79	25.99	25.99	21.79	15.00

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 28 – Pressões a jusante, tanque 2, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
2	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
3	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
4	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
5	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
6	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
7	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
8	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
9	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
10	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
11	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
12	22.00	33.00	27.00	31.00	30.50	42.80	29.00	24.79
13	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
14	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
15	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
16	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
17	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
18	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
19	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
20	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
21	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
22	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
23	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
24	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 29 – Pressões a montante, tanque 2, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
2	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
3	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
4	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
5	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
6	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
7	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
8	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
9	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
10	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
11	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
12	33.00	31.00	31.00	24.79	29.00	29.00	24.79	18.00
13	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
14	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
15	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
16	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
17	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
18	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
19	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
20	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
21	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
22	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
23	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
24	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 30 – Pressões a jusante, tanque 3, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
2	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
3	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
4	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
5	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
6	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
7	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
8	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
9	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
10	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
11	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
12	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
13	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
14	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
15	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
16	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
17	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
18	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
19	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
20	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
21	21.00	32.00	26.00	30.00	29.50	41.80	28.00	23.79
22	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
23	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
24	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 31 – Pressões a montante, tanque 3, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
2	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
3	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
4	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
5	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
6	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
7	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
8	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
9	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
10	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
11	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
12	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
13	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
14	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
15	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
16	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
17	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
18	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
19	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
20	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
21	32.00	30.00	30.00	23.79	28.00	28.00	23.79	17.00
22	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
23	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
24	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 32 – Pressões a jusante, tanque 4, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
2	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
3	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
4	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
5	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
6	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
7	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
8	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
9	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
10	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
11	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
12	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
13	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
14	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
15	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
16	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
17	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
18	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
19	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
20	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
21	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
22	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
23	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
24	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 33 – Pressões a montante, tanque 4, para o primeiro cenário desconsiderando a vazão fictícia

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
2	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
3	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
4	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
5	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
6	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
7	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
8	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
9	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
10	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
11	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
12	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
13	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
14	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
15	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
16	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
17	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
18	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
19	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
20	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
21	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
22	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
23	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
24	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 34 – Pressões a jusante, tanque 2, para o segundo cenário considerando a vazão

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	19.62	30.70	24.68	28.75	28.21	40.52	26.75	22.6
2	19.63	30.71	24.70	28.76	28.22	40.53	26.76	22.61
3	19.64	30.71	24.70	28.76	28.22	40.53	26.76	22.61
4	19.64	30.71	24.70	28.76	28.23	40.53	26.77	22.61
5	19.66	30.73	24.72	28.77	28.24	40.54	26.78	22.62
6	18.67	29.74	23.73	27.78	27.25	39.56	25.79	21.63
7	18.68	29.75	23.74	27.79	27.26	39.57	25.80	21.64
8	18.69	29.76	23.75	27.80	27.27	39.58	25.80	21.64
9	18.71	29.77	23.76	27.81	27.28	39.58	25.81	21.65
10	18.72	29.78	23.77	27.81	27.29	39.59	25.82	21.65
11	18.72	29.78	23.77	27.82	27.29	39.60	25.82	21.66
12	18.72	29.78	23.77	27.81	27.29	39.59	25.82	21.65
13	18.71	29.77	23.76	27.81	27.28	39.58	25.81	21.65
14	18.69	29.75	23.75	27.80	27.27	39.57	25.80	21.64
15	18.67	29.74	23.73	27.78	27.25	39.56	25.79	21.63
16	18.64	29.72	23.71	27.77	27.24	39.54	25.77	21.62
17	18.64	29.71	23.70	27.76	27.23	39.54	25.77	21.61
18	18.64	29.72	23.71	27.77	27.23	39.54	25.77	21.62
19	18.67	29.74	23.72	27.78	27.25	39.54	25.78	21.63
20	18.69	29.75	23.74	27.79	27.26	39.57	25.80	21.64
21	18.72	29.78	23.77	27.82	27.29	39.59	25.82	21.65
22	18.76	29.81	23.80	27.84	27.32	39.61	25.85	21.68
23	18.80	29.84	23.84	27.87	27.35	39.65	25.87	21.70
24	18.85	29.88	23.87	27.90	27.38	39.69	25.90	21.72

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 35 – Pressões a montante, tanque 2, para o segundo cenário considerando a vazão

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	30.70	28.75	28.75	22.60	26.75	26.75	22.60	16.00
2	30.71	28.76	28.76	22.61	26.76	26.76	22.61	16.00
3	30.71	28.76	28.76	22.61	26.76	26.76	22.61	16.00
4	30.71	28.76	28.76	22.61	26.77	26.77	22.61	16.00
5	30.73	28.77	28.77	22.62	26.78	26.78	22.62	16.00
6	29.74	27.78	27.78	21.63	25.79	25.79	21.63	15.00
7	29.75	27.79	27.79	21.64	25.80	25.80	21.64	15.00
8	29.76	27.80	27.80	21.64	25.80	25.80	21.64	15.00
9	29.77	27.81	27.81	21.65	25.81	25.81	21.65	15.00
10	29.78	27.81	27.81	21.65	25.82	25.82	21.65	15.00
11	29.78	27.82	27.82	21.66	25.82	25.82	21.66	15.00
12	29.78	27.81	27.81	21.65	25.82	25.82	21.65	15.00
13	29.77	27.81	27.81	21.65	25.81	25.81	21.65	15.00
14	29.75	27.80	27.80	21.64	25.80	25.80	21.64	15.00
15	29.74	27.78	27.78	21.63	25.79	25.79	21.63	15.00
16	29.72	27.77	27.77	21.62	25.77	25.77	21.62	15.00
17	29.71	27.76	27.76	21.61	25.77	25.77	21.61	15.00
18	29.72	27.77	27.77	21.62	25.77	25.77	21.62	15.00
19	29.74	27.78	27.78	21.63	25.78	25.78	21.63	15.00
20	29.75	27.79	27.79	21.64	25.80	25.80	21.64	15.00
21	29.78	27.82	27.82	21.65	25.82	25.82	21.65	15.00
22	29.81	27.84	27.84	21.68	25.85	25.85	21.68	15.00
23	29.84	27.87	27.87	21.70	25.87	25.87	21.70	15.00
24	29.88	27.90	27.90	21.72	25.90	25.90	21.72	15.00

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 36 – Pressões a jusante, tanque 3, para o segundo cenário considerando a vazão

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
2	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
3	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
4	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
5	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
6	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
7	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
8	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
9	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
10	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
11	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
12	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
13	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
14	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
15	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
16	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
17	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
18	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
19	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
20	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
21	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
22	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
23	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
24	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 37 – Pressões a montante, tanque 3, para o segundo cenário considerando a vazão

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
2	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
3	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
4	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
5	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
6	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
7	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
8	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
9	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
10	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
11	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
12	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
13	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
14	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
15	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
16	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
17	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
18	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
19	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
20	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
21	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
22	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
23	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
24	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 38 – Pressões a jusante, tanque 4, para o segundo cenário considerando a vazão

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
2	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
3	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
4	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
5	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
6	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
7	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
8	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
9	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
10	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
11	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
12	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
13	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
14	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
15	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
16	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
17	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
18	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
19	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
20	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
21	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
22	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
23	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
24	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 39 – Pressões a montante, tanque 4, para o segundo cenário considerando a vazão

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
2	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
3	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
4	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
5	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
6	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
7	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
8	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
9	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
10	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
11	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
12	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
13	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
14	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
15	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
16	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
17	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
18	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
19	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
20	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
21	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
22	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
23	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
24	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 40 – Pressões a jusante, tanque 2, para o segundo cenário desconsiderando a vazão

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
2	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
3	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
4	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
5	20.00	31.00	25.00	29.00	28.50	40.79	27.00	22.79
6	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
7	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
8	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
9	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
10	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
11	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
12	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
13	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
14	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
15	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
16	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
17	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
18	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
19	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
20	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
21	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
22	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
23	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
24	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 41 – Pressões a montante, tanque 2, para o segundo cenário desconsiderando a vazão

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
2	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
3	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
4	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
5	31.00	29.00	29.00	22.79	27.00	27.00	22.79	16.00
6	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
7	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
8	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
9	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
10	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
11	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
12	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
13	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
14	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
15	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
16	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
17	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
18	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
19	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
20	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
21	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
22	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
23	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
24	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 42 – Pressões a jusante, tanque 3, para o segundo cenário desconsiderando a vazão

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
2	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
3	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
4	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
5	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
6	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
7	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
8	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
9	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
10	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
11	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
12	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
13	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
14	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
15	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
16	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
17	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
18	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
19	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
20	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
21	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
22	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
23	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
24	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 43 – Pressões a montante, tanque 3, para o segundo cenário desconsiderando a vazão

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
2	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
3	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
4	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
5	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
6	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
7	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
8	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
9	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
10	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
11	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
12	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
13	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
14	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
15	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
16	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
17	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
18	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
19	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
20	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
21	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
22	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
23	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
24	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 44 – Pressões a jusante, tanque 4, para o segundo cenário desconsiderando a vazão

HORAS	Pj1	Pj2	Pj3	Pj4	Pj5	Pj6	Pj7	Pj8
1	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
2	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
3	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
4	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
5	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
6	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
7	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
8	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
9	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
10	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
11	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
12	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
13	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
14	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
15	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
16	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
17	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
18	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
19	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
20	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
21	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
22	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
23	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79
24	19.00	30.00	24.00	28.00	27.50	39.79	26.00	21.79

Fonte: Autoria própria (2022).

Tabela 45 – Pressões a montante, tanque 4, para o segundo cenário desconsiderando a vazão

HORAS	Pm1	Pm2	Pm3	Pm4	Pm5	Pm6	Pm7	Pm8
1	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
2	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
3	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
4	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
5	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
6	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
7	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
8	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
9	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
10	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
11	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
12	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
13	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
14	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
15	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
16	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
17	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
18	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
19	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
20	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
21	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
22	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
23	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00
24	30.00	28.00	28.00	21.79	26.00	26.00	21.79	15.00

Fonte: Autoria própria (2022).

APÊNDICE B – Código *validador.py*

O seguinte link redireciona para o repositório onde se encontra o código do algoritmo *validador.py*.

<https://github.com/B1zon200/TCC/blob/master/validador.py>