

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

GABRIELA BACK VIEIRA

**UM ESTUDO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DE UM ABSORVEDOR DINÂMICO
DE VIBRAÇÕES APLICADO A UM SISTEMA BARRA-MOLA AMORTECIDO**

PATO BRANCO

2023

GABRIELA BACK VIEIRA

**UM ESTUDO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DE UM ABSORVEDOR DINÂMICO
DE VIBRAÇÕES APLICADO A UM SISTEMA BARRA-MOLA AMORTECIDO**

**A numerical and experimental study of a dynamic vibration absorber applied to
a damped bar-spring system**

Trabalho de conclusão de curso de graduação
apresentado como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Mecânica da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

Orientador: Prof. Dr. Paulo Rogério Novak
Coorientadora: Prof. Ms. Nayane Lais Schran Garbin

PATO BRANCO

2023



4.0 Internacional

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

GABRIELA BACK VIEIRA

**UM ESTUDO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DE UM ABSORVEDOR DINÂMICO
DE VIBRAÇÕES APLICADO A UM SISTEMA BARRA-MOLA AMORTECIDO**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Mecânica da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 29 / novembro / 2023

Paulo Rogério Novak
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Giovanni Bratti
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Robson Gonçalves Trentin
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

PATO BRANCO

2023

Dedico este trabalho à minha família,
cujo apoio constante foi fundamental
ao longo de toda a minha trajetória.

AGRADECIMENTOS

Agradeço profundamente o suporte incondicional de meus pais e irmãs ao longo de toda minha jornada acadêmica. Seus esforços incansáveis, sempre oferecendo o melhor, foram fundamentais para que eu concluísse a graduação e realizasse este trabalho.

Ao Professor Paulo Novak, expresso minha gratidão pela orientação neste projeto. Sua disponibilidade constante, compartilhamento de conhecimentos e sugestões foram essenciais para o desenvolvimento desta pesquisa.

À Professora Nayane Garbin, meu agradecimento especial pela orientação inicial neste projeto. Seu tempo dedicado e conhecimento foram valiosos para os primeiros passos desta pesquisa.

Aos meus amigos, que sempre estiveram ao meu lado, oferecendo todo o apoio e incentivo ao longo desta trajetória, sua amizade foi fundamental em todo esse processo, meus mais sinceros agradecimentos a todos vocês.

Por fim, expresso minha gratidão à UTFPR, minha instituição de ensino, que foi meu lar durante muitos anos. Essa jornada foi essencial para minha formação profissional e pessoal, e sou grata por tudo que aprendi ao longo de todo o curso.

Our greatest weakness lies in giving up. The most certain way to succeed is always to try just one more time. (EDISON, Thomas).

Nossa maior fraqueza é a desistência. O caminho mais certo para o sucesso é sempre tentar apenas uma vez mais (EDISON, Thomas).

RESUMO

Este estudo aborda a problemática das vibrações indesejadas em estruturas, que são vistas como destrutivas, capazes de levar a colapsos catastróficos e falhas estruturais por fadiga. Nesse contexto, uma das formas de controlar essas vibrações é por meio do uso de absorvedores dinâmicos passivos de vibração, que são compostos por elementos de massa, rigidez e amortecimento. Esses absorvedores, quando acoplados ao sistema principal, têm a capacidade de atenuar as amplitudes de vibração. Neste trabalho foi realizado um estudo numérico e experimental de um absorvedor dinâmico de vibrações aplicado a um sistema amortecido barra-mola e determinar sua eficiência no controle de vibrações. Inicialmente, foram obtidas analiticamente as equações de movimento de um e dois graus de liberdade, sem e com o absorvedor, respectivamente. Essas equações foram implementadas em algoritmos no programa Matlab, permitindo a obtenção das respostas no domínio do tempo, com auxílio do método de Runge-Kutta, e da frequência, através da Transformada Rápida de Fourier. Simulações experimentais foram conduzidas para determinação do coeficiente de amortecimento e validação dos resultados obtidos numericamente. Os testes foram realizados tanto para vibração livre quanto para vibração forçada, demonstrando reduções satisfatórias nas amplitudes de até 100% numericamente e 93,5% experimentalmente. Esses resultados reforçam a eficácia do uso de absorvedores para o controle de vibrações em sistemas barra-mola amortecidos.

Palavras-chave: Absorvedores dinâmicos de vibrações. Controle de vibrações. Controle passivo.

ABSTRACT

This study addresses the issue of undesired vibration in structures, which is considered destructive and can lead to catastrophic collapses and structural failures due to fatigue. In this context, one of the ways to control these vibrations is through the use of passive dynamic vibration absorbers, composed of elements such as mass, rigidity, and damping. When integrated into the main system, these absorbers can attenuate vibration amplitudes. This work proposes a numerical and experimental study of a passive mass absorber in the form of a pendulum applied to a damped bar-spring system, aiming to determine its effectiveness in vibration control. Analytical expressions for the equations of motion were initially derived for one and two degrees of freedom, both without and with the pendulum absorber, respectively. These equations were implemented in algorithms using the Matlab software, allowing for the computation of responses in the time domain through the Runge-Kutta method and in the frequency domain through the Fast Fourier Transform. Experimental simulations were conducted to determine the damping coefficient and validate numerically obtained results. Tests were performed for both free and forced vibration, demonstrating satisfactory reductions in amplitudes of up to 100% numerically and 93,5% experimentally. These outcomes underscore the efficacy of using absorbers for vibration control in damped bar-spring systems.

Keywords: Dynamic vibration absorbers. Vibration control. Passive control.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Edifício Taipei 101	19
Figura 2 - Ponte de Tacoma durante o seu colapso.....	23
Figura 3 - Comparação entre movimentos com tipos diferentes de amortecimento.....	24
Figura 4 - Sistema massa-mola-amortecedor	25
Figura 5 - Embalagem de um instrumento	26
Figura 6 - Um sistema massa-mola amortecedor com dois graus de liberdade.	27
Figura 7 - Resposta de sistema subamortecido evidenciando amplitudes sucessivas.	28
Figura 8 - Edifício John Hancock Tower.	35
Figura 9 - Edifício Chiba Port Tower, Tóquio, Japão.....	36
Figura 10 - Passarela Millennium. Londres, Inglaterra.	37
Figura 11 - Plano de um trecho de 16 metros, com amortecedores viscofluidos e amortecedores de massa sintonizada.....	38
Figura 12 - Aspecto geral dos ADV usados no Estádio do Mineirão.	39
Figura 13 - Modelo analítico do sistema com ADV.....	40
Figura 14 - Representação do sistema barra-mola-amortecido.	41
Figura 15 - Representação do sistema barra-mola-amortecido com absorvedor dinâmico de vibrações (ADV).....	42
Figura 16 - Viga engastada com uma massa em sua extremidade.....	43
Figura 17 - Montagem da estrutura sem o ADV.....	45
Figura 18 – Montagem da estrutura com o ADV.....	46
Figura 19 - Elementos que compõem a massa do ADV.....	46
Figura 20 - ADV inserido na estrutura.	51
Figura 21 - Medição experimental da frequência natural do ADV.....	52
Figura 22 – Casos 1 e 2: sistema barra-mola-amortecido sem ADV.....	53
Figura 23 - Casos 3 e 4: Sistema barra-mola-amortecido com ADV.....	56
Figura 24 - Vibração livre sem ADV experimental.	66
Figura 25 - Vibração livre com ADV 1 experimental.....	67
Figura 26 - Vibração livre com ADV 2 experimental.....	68

Figura 27 - Vibração livre com ADV 3 experimental.....	69
Figura 28 - Comparativo em vibração livre experimental.	70
Figura 29 - Vibração forçada sem ADV experimental.	72
Figura 30 - Vibração forçada com ADV 1 experimental.	73
Figura 31 - Vibração forçada com ADV 2 experimental.	74
Figura 32 - Vibração forçada com ADV 3 experimental.	75
Figura 33 - Comparativo em vibração forçada experimental.....	76
Figura 34 - Gráfico da interferência da massa da haste no cálculo do comprimento.....	79
Figura 35 - Vibração livre sem ADV numérico.....	80
Figura 36 - Vibração livre com ADV 1 numérico.....	81
Figura 37 - Vibração livre com ADV 2 numérico.....	82
Figura 38 - Vibração livre com ADV 3 numérico.....	83
Figura 39 - Comparativo em vibração livre numérico.	84
Figura 40 - Vibração forçada sem ADV numérico.	86
Figura 41 - Vibração forçada com ADV 1 numérico.	87
Figura 42 - Vibração forçada com ADV 2 numérico.	88
Figura 43 - Vibração forçada com ADV 3 numérico.	89
Figura 44 - Comparativo em vibração forçada numérico.....	90

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Características, vantagens e desvantagens dos tipos de controle de vibrações.....	32
Tabela 2 - Materiais utilizados na medição experimental.	47
Tabela 3 - Propriedades e dimensões dos itens experimentais.....	47
Tabela 4 - Distâncias em relação ao eixo de rotação.....	48
Tabela 5 - Propriedades de massa e comprimento experimentais do ADV.	52
Tabela 6 - Parâmetros do ADV para as variáveis de entrada do algoritmo.....	59
Tabela 7 - Variáveis de entrada do algoritmo.	60
Tabela 8 - Fator de amortecimento obtido experimentalmente.....	63
Tabela 9 - Parâmetros dos ADVs experimentais.	64
Tabela 10 - Relação do deslocamento do ADV experimental com o deslocamento máximo.....	65
Tabela 11 - Resultados experimentais em vibração livre.	71
Tabela 12 - Resultados experimentais em vibração forçada.....	76
Tabela 13 - Relação do deslocamento projetado do ADV numérico com a deflexão máxima.	78
Tabela 14 - Parâmetros dos ADVs numéricos.	78
Tabela 15 - Resultados numéricos em vibração livre.	85
Tabela 16 - Resultados numéricos em vibração forçada na ressonância.....	91
Tabela 17 - Resultado do deslocamento do ADV.	92
Tabela 18 - Faixa de frequência de excitação de 20,5 Hz a 30,5 Hz sem ADV....	93
Tabela 19 - Faixa de frequência de excitação de 20,5 Hz a 30,5 Hz com ADV 1.	94
Tabela 20 - Faixa de frequência de excitação de 20,5 Hz a 30,5 Hz com ADV 2.	95
Tabela 21 - Faixa de frequência de excitação de 20,5 Hz a 30,5 Hz com ADV 3.	96
Tabela 22 - Relação do deslocamento do ADV nas simulações com a deflexão máxima.....	98

LISTAS DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADV	Absorvedor dinâmico de vibrações
Gdl	Grau de liberdade
x_2	Deslocamento transversal do absorvedor
\ddot{x}_2	Aceleração transversal do absorvedor
m	Massa da haste do absorvedor
c	Constante de amortecimento
k	Rigidez elástica da mola
δ	Decremento logarítmico
t	Tempo
ξ	Fator de amortecimento
W_n	Frequência natural do sistema principal
m_1	Massa da barra retangular
h_1	Comprimento total da barra retangular
d_1	Distância do centro de giro até o centro de massa da barra
d_m	Distância do centro de giro até o centro de massa do motor
m_m	Massa do motor
h_s	Distância do centro de giro até o centro do suporte
θ_1	Deslocamento angular da barra
h_m	Distância do centro de giro até o posicionamento da mola
h_a	Distância do centro de giro até o posicionamento do amortecimento
m_s	Massa do suporte
m_2	Massa da extremidade do absorvedor
k_{eq}	Rigidez equivalente do absorvedor
m_{eq}	Massa equivalente do absorvedor
m	Massa da haste do absorvedor
L	Comprimento da haste do absorvedor
e	Espessura da haste do absorvedor
l	Largura da haste do absorvedor
d	Densidade do material da haste do absorvedor
E	Módulo de elasticidade do material da haste o absorvedor
I	Momento de inércia da secção transversal da haste
w	Frequência de excitação

F_o	Amplitude da força harmônica de excitação
g	Aceleração da gravidade
$x_{m\acute{a}x}$	Deflexão máxima do absorvedor
μ	Razão de massas
M_1	Massa equivalente do sistema principal
I_T	Momento de inércia total
$\ddot{\theta}_1$	Aceleração angular do sistema principal
$\dot{\theta}_1$	Velocidade angular do sistema principal

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
1.2 Objetivos	19
1.2.1 Objetivo Principal	19
1.2.2 Objetivos Específicos	19
1.3 Justificativa	20
1.4 Estrutura do trabalho	20
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
2.1 Vibração	22
2.1.1 Definições de sistemas vibratórios	22
2.1.2 Vibração livre e vibração forçada	22
2.1.3 Vibração amortecida e vibração não amortecida	23
2.1.4 Sistemas com um grau de liberdade	24
2.1.5 Sistemas com dois graus de liberdade.....	26
2.2 Determinação experimental do fator de amortecimento	27
2.2.1 Decremento logarítmico	27
2.3 Método de Runge-Kutta de quarta ordem	29
2.4 Filtros digitais: Filtro FIR	29
2.5 Controle de vibrações	30
2.5.1 Absorvedores dinâmicos de vibrações	32
3 MATERIAIS E MÉTODOS	40
3.1 Otimização do absorvedor de vibrações	42
3.2 Análise experimental	44
3.3.1 Equipamentos	49
3.3.1.1 Acelerômetro	49
3.3.1.2 Analisador de vibrações	49
3.3.1.3 Motor de excitação	50

3.3.1.4 Inversor de frequência.....	50
3.3.2 Validação e otimização do ADV	50
3.3.3 Obtenção experimental do fator de amortecimento.....	52
3.3 Modelagem matemática: definição das equações de movimento	53
3.2.1 Caso 1: Sistema barra-mola-amortecido em vibração livre	53
3.2.2 Caso 2: Sistema barra-mola-amortecido em vibração forçada.....	55
3.2.3 Caso 3: Sistema barra-mola-amortecido com ADV em vibração livre	55
3.2.4 Caso 4: Sistema barra-mola-amortecido com ADV em vibração forçada	57
3.4 Metodologia numérica	58
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	63
4.1 Resultados experimentais	63
4.1.1 Determinação do fator de amortecimento	63
4.1.2 Parâmetros do ADV	63
4.1.3 Resposta em vibração livre	66
4.1.3.1 Caso 1: Sem ADV	66
4.1.3.2 Caso 3a: Com ADV 1	66
4.1.3.3 Caso 3b: Com ADV 2	67
4.1.3.4 Caso 3c: Com ADV 3	68
4.1.3.5 Comparação dos resultados.....	69
4.1.4 Resposta em vibração forçada.....	72
4.1.4.1 Caso 2: Sem ADV	72
4.1.4.2 Caso 4a: Com ADV 1	73
4.1.4.3 Caso 4b: Com ADV 2	73
4.1.4.4 Caso 4c: Com ADV 3	74
4.1.4.5 Comparação dos resultados.....	75
4.2 Resultados numéricos	77
4.2.1 Parâmetros do ADV	77

4.2.1 Resultados em vibração livre	80
4.2.1.1 Caso 1: Sem ADV	80
4.2.1.2 Caso 3a: Com ADV 1	80
4.2.1.3 Caso 3b: Com ADV 2	81
4.2.1.4 Caso 3c: Com ADV 3	82
4.2.1.5 Comparação dos resultados.....	83
4.2.2 Resultados em vibração forçada	85
4.2.2.1 Caso 2: Sem ADV	85
4.2.2.2 Caso 4a: Com ADV 1	86
4.2.2.3 Caso 4b: Com ADV 2	87
4.2.2.4 Caso 4c: Com ADV 3	88
4.2.2.5 Comparação dos resultados.....	89
4.2.2.6 Caso 4d: Faixa de frequências de 20,5 Hz a 30,5 Hz	92
4.3 Comparação dos resultados experimentais e numéricos	99
5 CONCLUSÕES	100
REFERÊNCIAS.....	101

1 INTRODUÇÃO

A vibração está presente no dia a dia através de diversas atividades humanas. Ela desempenha um papel fundamental em fenômenos naturais essenciais, como a capacidade de enxergar, escutar, andar e até mesmo respirar. Além disso, está associada a desastres naturais, como terremotos e maremotos, e tem seu papel em diversas áreas da engenharia, incluindo motores, turbinas, estruturas e projetos de máquinas (RAO, 2008).

No entanto, é importante destacar que na maioria dos sistemas mecânicos e estruturais, a vibração é indesejada e vista como destrutiva. Por exemplo, a vibração causada por abalos sísmicos ou pela ação do vento em um edifício pode levar ao colapso da estrutura. A vibração excessiva gerada por máquinas rotativas pode resultar em fadiga e desgaste prematuro de rolamentos, engrenagens e mancais, além de ser responsável por afrouxar elementos de fixação. A vibração em máquinas-ferramentas, também conhecida como “chatter”, pode levar a defeitos na peça usinada. Quando a frequência natural de uma estrutura, máquina ou equipamento coincide com a frequência de uma força excitadora externa, ocorre um fenômeno conhecido como ressonância, que pode levar a falhas estruturais (RAO, 2008).

Portanto, compreender e controlar a vibração indesejada é essencial para garantir a segurança, eficiência e confiabilidade de sistemas mecânicos e estruturais. É por isso que muitos esforços da engenharia atualmente se concentram em encontrar soluções para o controle de vibrações. Nesse contexto, surge o método passivo para atenuar essas vibrações, que é o objeto de estudo desta monografia. Esse método envolve o uso de dispositivos que, quando acoplados a uma estrutura vibratória primária, têm a capacidade de dissipar e absorver parte da energia transmitida pelo carregamento dinâmico, evitando que essa energia se disperse no sistema principal. Esse fenômeno ocorre porque a energia cinética é convertida em calor e ocorre a transição da energia entre os modos de vibração (AVILA, 2002).

O método passivo é amplamente empregado no controle de vibrações por ser um mecanismo extremamente confiável, econômico, simples e eficaz. Jurukovski et al. (1995) enumeraram uma série de benefícios do controle passivo em comparação com outras abordagens para atenuar vibrações:

- Não requer o uso de tecnologia avançada;

- Não demanda pessoal altamente especializado, uma vez que não exige manutenção contínua;
- Não depende de fontes externas de energia para seu funcionamento;
- Sua eficácia já foi constatada em situações de terremotos significativos, em aplicações conhecidas como “estrutura piloto”.

Uma das estratégias de controle passivo mais empregadas é o uso de absorvedores dinâmicos de vibrações (ADVs), também conhecidos como amortecedores de massa sintonizada (AMS). Esse método consiste na implementação de um sistema massa-mola-amortecedor na estrutura que se deseja controlar, o qual também é constituído por massa, mola e, por vezes, um elemento de amortecimento. O objetivo é absorver a energia vibratória do sistema principal. O projeto do ADV é realizado de modo que a frequência de excitação esteja distante das frequências naturais da estrutura (RAO, 2008).

Neste estudo, será examinada a utilização de um ADV em um sistema amortecido. O dispositivo passivo é acoplado à estrutura em análise, onde o movimento oscilatório desta excita o absorvedor, resultando na transferência de energia de um sistema para o outro, obtendo uma diminuição da amplitude da vibração e na redução da dissipação de energia (OLIVEIRA, 2012). As equações que melhor definem o comportamento do movimento oscilatório do ADV estudado são as não lineares completas (ORLANDO, 2006), porém em amplitudes de vibração reduzidas, o movimento do dispositivo pode ser aproximado por uma equação linear (OLIVEIRA, 2012).

Alguns exemplos que podem ser citados usando absorvedores dinâmicos de vibrações incluem o Park Tower, localizado nos Estados Unidos, com um absorvedor de 300 toneladas que é usado para reduzir as vibrações ocasionadas pelo vento, o Crystal Tower no Japão com um sistema pendular de 540 toneladas e o edifício Tapei 101 no Taiwan, que tem um pêndulo de 662 toneladas, demonstrado na Figura 1 (OSPINA, 2008).

Figura 1 - Edifício Taipei 101



Fonte: Oliveira (2012)

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Principal

Realizar um estudo numérico e experimental de um absorvedor dinâmico de vibrações aplicado a um sistema amortecido barra-mola e determinar sua eficiência na redução dos níveis de vibração.

1.2.2 Objetivos Específicos

Para atingir o objetivo principal os seguintes objetivos específicos devem ser alcançados:

- Desenvolver analiticamente as equações de movimento do sistema;
- Realizar análise experimental para definição do amortecimento do sistema e para determinação da eficiência do absorvedor;
- Realizar a análise numérica do sistema, por meio de um código desenvolvido no programa Matlab, para determinação da eficiência do absorvedor;
- Formar um parecer conclusivo fazendo um comparativo de cada sistema analisado para definir a eficiência do uso de absorvedores dinâmicos de vibrações, incluindo uma discussão aprofundada dos resultados obtidos.

1.3 Justificativa

Na engenharia, os efeitos da vibração podem se tornar um problema em diversas aplicações, como por exemplo:

- **Construção Civil:** Estruturas como edifícios, pontes, torres, estão sujeitas a vibrações excessivas devido a forças externas, como ventos, terremotos e cargas dinâmicas causadas pelo carregamento de pessoas nele. Essas vibrações podem resultar em falhas estruturais devido à fadiga, colocando em risco a segurança das pessoas.
- **Usinagem:** A vibração durante o processo de usinagem altera na qualidade do acabamento da peça usinada, comprometendo sua precisão.

Diante dos problemas apresentados, e de muitos outros, surge a necessidade de se controlar os efeitos da vibração estrutural afim de se garantir situações como conforto, bem-estar, segurança e desempenho adequados de operação (MARQUES, 2000).

Portanto, uma estratégia econômica e eficaz para amenizar os efeitos das vibrações em estruturas mecânicas consiste na utilização de absorvedores dinâmicos de vibrações (ADVs), que são o objeto de estudo deste trabalho. Os ADVs são compostos por elementos de massa, rigidez e amortecimento e ao ser acoplado na estrutura principal reduz a energia de vibração e, conseqüentemente, a amplitude do movimento.

1.4 Estrutura do trabalho

No Capítulo 1 deste trabalho, é apresentado o problema das vibrações encontrado no dia a dia e na engenharia, e destaca-se a importância do estudo do controle de vibrações. Nesse contexto, é introduzido o uso de absorvedores dinâmicos de vibrações como uma das abordagens para solucionar o problema da ressonância. Além disso, é apresentado os objetivos e a justificativa da realização desta monografia.

O Capítulo 2 fornece o embasamento teórico e fundamental para a construção deste trabalho. Neste capítulo são abordados tópicos sobre conceitos essenciais de vibração e sobre como determinar experimentalmente o coeficiente de amortecimento

de um sistema vibratório. É apresentado também o método de Runge-Kutta de quarta ordem, que vai ser fundamental para o entendimento da análise numérica do problema. Também é introduzido sobre filtros digitais do tipo FIR, que serão essenciais para a análise dos sinais obtidos experimentalmente. E por fim, é abordado sobre o controle de vibrações, principalmente o controle passivo ao qual consta os absorvedores dinâmicos de vibrações.

O Capítulo 3 descreve a metodologia aplicada para obter os resultados deste estudo, dividindo-se em quatro partes. No Capítulo 3.1, é apresentado o método para a determinação dos parâmetros otimizados de massa e de comprimento da haste do ADV. No Capítulo 3.2, são detalhados os materiais e o procedimento experimental empregados para determinar o coeficiente de amortecimento e avaliar a eficácia do absorvedor. No Capítulo 3.3, é demonstrado a metodologia usada para realizar a análise matemática do problema para a determinação das equações de movimento baseadas na segunda lei de Newton. O Capítulo 3.4 descreve passo a passo o processo para a análise numérica, bem como do algoritmo desenvolvido no software Matlab, que permite avaliar a eficácia do dispositivo e a comparação com os resultados da análise experimental.

O Capítulo 4 apresenta a análise dos resultados obtidos a partir da metodologia descrita no Capítulo 3. Este capítulo inclui os parâmetros selecionados para o absorvedor, o valor do coeficiente de amortecimento obtido e os resultados das análises experimental e numérica no domínio do tempo e da frequência, bem como a comparação entre os dados obtidos experimentalmente e numericamente.

O Capítulo 5 contém as conclusões deste estudo com base nos resultados obtidos. Em seguida, consta as referências bibliográficas que serviram como base para esta pesquisa e para a obtenção das informações utilizadas ao longo desta monografia.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Vibração

Segundo Rao (2008), vibração é qualquer movimento que se repita de forma oscilatória após um período, e o estudo desse tipo de movimento concentra-se nos padrões oscilatórios e nas forças associadas a ele. Rao ainda afirma que as vibrações podem ser classificadas de diversas maneiras, sendo as mais importantes: as vibrações livres e forçadas, vibrações amortecidas e não amortecidas, vibrações lineares e não-lineares, vibrações determinísticas e aleatórias.

2.1.1 Definições de sistemas vibratórios

Rao (2008) afirma que um sistema vibratório é composto por um elemento que armazena energia potencial (elasticidade) e a converte em energia cinética, gerando o movimento (vibração) de uma massa. A massa desempenha o papel de armazenar a energia cinética. Durante esse processo, a dissipação de energia ocorre por meio de um elemento de amortecimento.

2.1.2 Vibração livre e vibração forçada

Um sistema vibratório é considerado livre quando há uma perturbação inicial que desloca a massa de sua posição de equilíbrio, sem a aplicação de nenhuma força ou momento externo atuando sobre o sistema (INMAN, 2014). Um exemplo de vibração livre é o movimento oscilatório de um pêndulo após ser deslocado inicialmente e solto.

Um sistema vibratório é considerado forçado quando uma força externa atua sobre ele. Um exemplo de vibração forçada ocorre devido ao desbalanceamento de um motor em um sistema rotativo, o qual excita harmonicamente o sistema. Quando a frequência dessa força externa coincide com a frequência natural do sistema, ocorre um fenômeno conhecido como ressonância. Na ressonância, a amplitude das oscilações do sistema aumenta significativamente, o que pode ser perigoso e muitas vezes leva a falhas e colapsos da estrutura (RAO, 2008). Um exemplo famoso do efeito da ressonância é o colapso da Ponte de Tacoma, ocorrida em 1940 nos Estados

Unidos, conforme mostrado na Figura 2, que ocorreu devido a fortes rajadas de vento que a levou a oscilar próximo à uma de suas frequências naturais (HARTOG, 1956).

Figura 2 - Ponte de Tacoma durante o seu colapso.



Fonte: Hartog (1956)

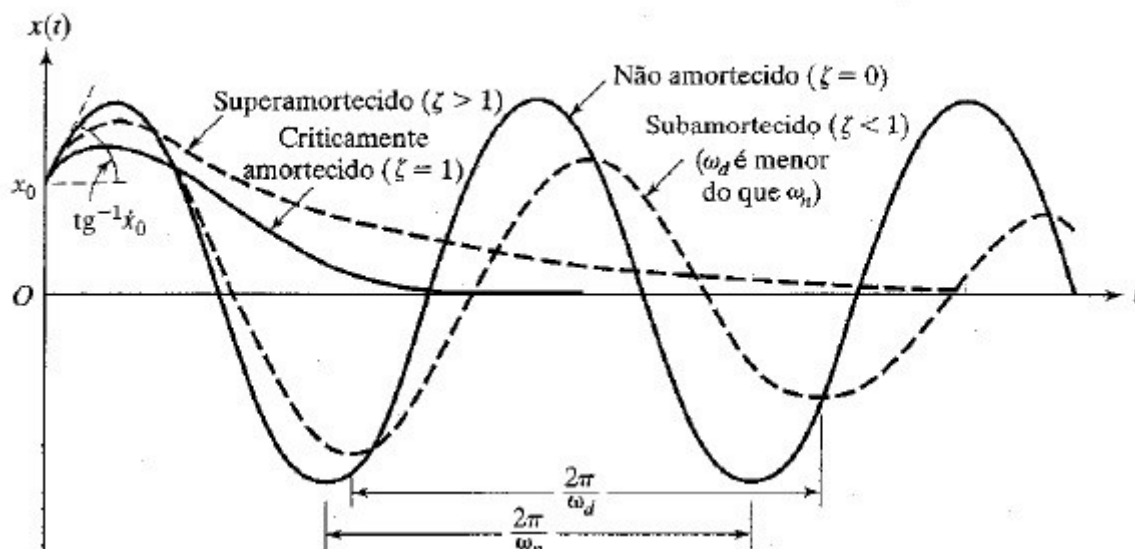
2.1.3 Vibração amortecida e vibração não amortecida

Uma vibração é dita não amortecida quando não há nenhuma energia sendo dissipada durante a oscilação, ou seja, os elementos dissipadores estão ausentes, como atrito e forças resistivas. Durante a oscilação não amortecida, toda a energia potencial é transformada em energia cinética e vice-versa (RAO, 2008).

Nas vibrações amortecidas, a energia é dissipada de alguma forma, fazendo com que a amplitude do movimento diminua. Geralmente, amortecimentos muito pequenos são desprezados em muitos sistemas físicos, porém é de extrema importância para a análise de sistemas que se aproximam ressonância (RAO, 2008).

A Figura 3 faz um comparativo dos movimentos com diferentes tipos de amortecimento:

Figura 3 - Comparação entre movimentos com tipos diferentes de amortecimento



Fonte: Rao (2008)

2.1.4 Sistemas com um grau de liberdade

De acordo com Inman (2014), sistemas com um grau de liberdade são caracterizados pela utilização de apenas uma coordenada de deslocamento para representar a posição da massa do sistema em qualquer instante de tempo, resultando assim em apenas uma equação de movimento.

Muitos sistemas mecânicos podem ser modelados como um sistema equivalente massa-mola-amortecedor com um grau de liberdade (gdl). Para resolver esse tipo de sistema, é necessário saber a equação de movimento que governa ele, e como resolvê-la. Uma forma de resolver esse tipo de problema é construir um diagrama de corpo livre (DCL) e descrever as forças atuantes externas e de inércia de acordo com os princípios da mecânica. Assim, temos as equações diferenciais ordinárias que descrevem o movimento (SILVA, 2009).

Conforme Silva (2009) afirma, o movimento oscilatório de um corpo rígido é descrito pelas equações de Newton-Euler:

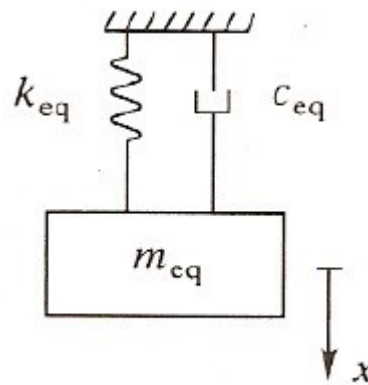
$$\sum F = ma, \quad (1)$$

$$\sum M_G = I\ddot{\theta}, \quad (2)$$

onde $\sum F$ é o somatório de forças externas, m é a massa, a é a aceleração translacional, $\sum M_G$ é o somatório de momentos no centro de gravidade G, I é o momento de inércia de massa e $\ddot{\theta}$ é a aceleração angular.

A Figura 4 representa um modelo de massa-mola-amortecedor com um grau de liberdade:

Figura 4 - Sistema massa-mola-amortecedor



Fonte: Silva (2009)

Considerando que a massa sofra a ação de uma força externa $F(t)$, a equação do movimento para o sistema é:

$$\sum F = ma, \quad (3)$$

$$F(t) - F_m(t) - F_a(t) = m\ddot{x}(t), \quad (4)$$

$$m\ddot{x}(t) + F_m(t) + F_a(t) = F(t), \quad (5)$$

onde $F_m(t)$ representa a força da mola e $F_a(t)$ representa a força do amortecimento, e são descritas como:

$$F_m(t) = kx(t), \quad (6)$$

$$F_a(t) = c\dot{x}(t), \quad (7)$$

sendo k a rigidez da mola, c o coeficiente de amortecimento, $x(t)$ o deslocamento, $\dot{x}(t)$ a velocidade e $\ddot{x}(t)$ a aceleração. Substituindo as Equações 6 e 7 em (5), temos que:

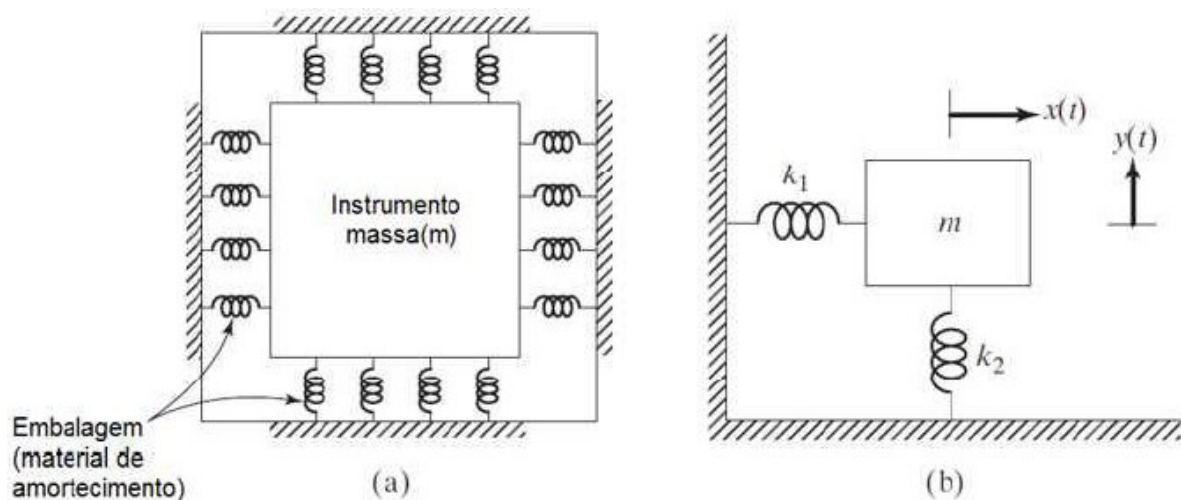
$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t). \quad (8)$$

A Equação 8 é uma equação diferencial ordinária (EDO) linear com coeficientes constantes.

2.1.5 Sistemas com dois graus de liberdade

De acordo com Rao (2008), sistemas que necessitam de duas coordenadas para determinar seu movimento são classificados como sistemas com dois graus de liberdade. Na Figura 5, é representado a embalagem de um instrumento de massa m . Essa massa m é sustentada por molas tanto na direção x quanto na y , permitindo que ela se movimente em ambas as direções. Dessa forma, o sistema possui dois graus de liberdade, pois a massa pode ter dois tipos diferentes de movimento (translações nas direções x e em y).

Figura 5 - Embalagem de um instrumento

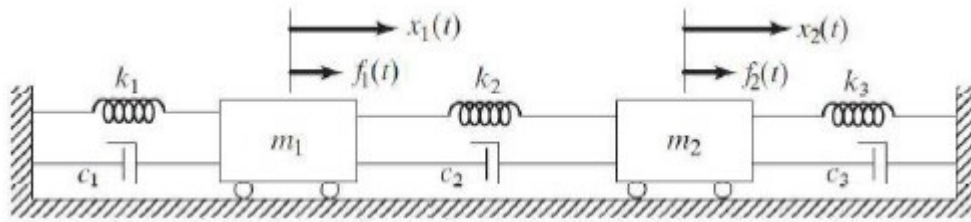


Fonte: Rao (2008)

Para um sistema de dois graus de liberdade, há duas equações que descrevem o movimento, uma para cada massa do sistema (RAO, 2008).

A Figura 6, representa um sistema massa-mola amortecido, com $x_1(t)$ descrevendo o movimento da massa m_1 e $x_2(t)$ descrevendo o movimento da massa m_2 em qualquer instante de tempo t . O sistema sofre a ação das forças externas $F_1(t)$ e $F_2(t)$.

Figura 6 - Um sistema massa-mola amortecedor com dois graus de liberdade.



Fonte: Rao (2008)

Aplicando a segunda lei de Newton em cada uma das massas, obtemos:

$$m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = F_1, \quad (9)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + (c_2 + c_3) \dot{x}_2 - c_2 \dot{x}_1 + (k_2 + k_3)x_2 - k_2 x_1 = F_2. \quad (10)$$

As Equações 9 e 10 podem ser reescritas na forma de matrizes, como é descrito abaixo:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 + c_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

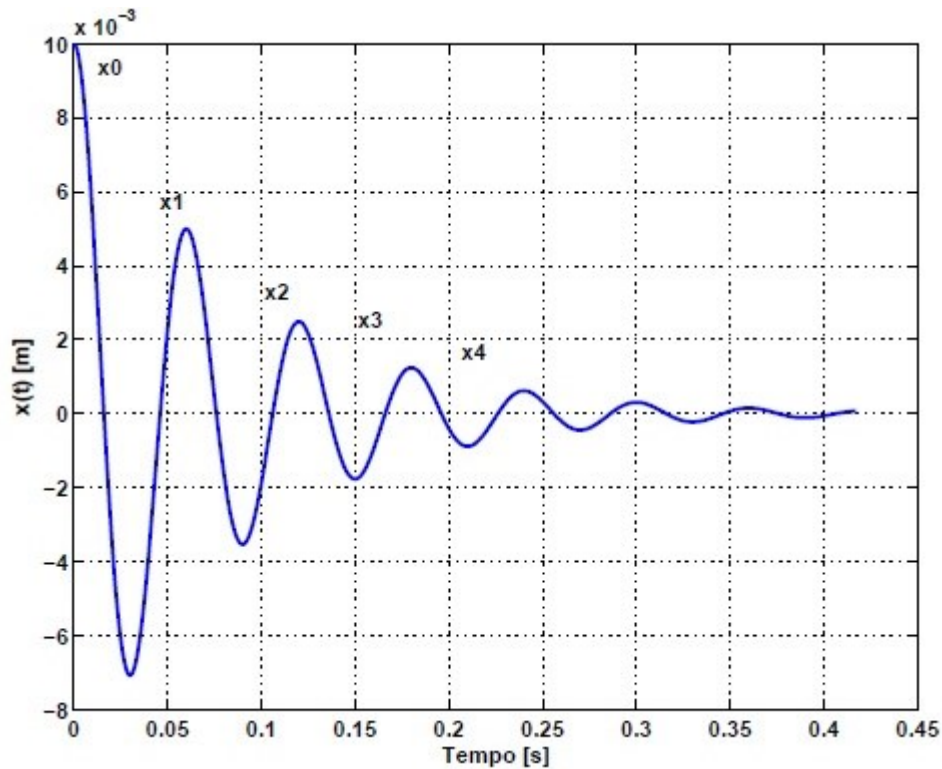
Que descreve o movimento para dois graus de liberdade do sistema massa-mola amortecido.

2.2 Determinação experimental do fator de amortecimento

2.2.1 Decremento logarítmico

Quando se realiza uma análise em uma estrutura que já existe, é comum que não se conheça os valores da rigidez e do coeficiente de amortecimento do sistema. Nesses casos, o método do decremento logarítmico é frequentemente empregado para determinar o fator de amortecimento (ξ) por meio da análise de vibrações livres após uma perturbação inicial. Esse método envolve o cálculo do logaritmo natural das amplitudes sucessivas, conforme descrito por Silva (2009). Na Figura 7, é apresentada a resposta das vibrações livres de um sistema subamortecido, destacando-se a redução da taxa das amplitudes.

Figura 7 - Resposta de sistema subamortecido evidenciando amplitudes sucessivas.



Fonte: Silva (2009)

De acordo com Silva (2009), o decremento logarítmico δ considerando a resposta $x(t)$ de um sistema subamortecido ($0 < \xi < 1$) é descrito como:

$$\delta = \ln\left(\frac{x(t)}{x(t + t_d)}\right), \quad (12)$$

sendo que t_d representa o período amortecido entre duas oscilações sucessivas. Para um caso geral, tem-se que:

$$\delta = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{x_0}{x_n}\right), \quad (13)$$

que representa o decremento logarítmico em função do número de ciclos n , onde n representa o número de oscilações executadas.

Realizando manipulações algébricas com base na resposta de um sistema subamortecido, a expressão que descreve o decremento logarítmico em termos do fator de amortecimento (ξ) é dado por:

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}. \quad (14)$$

2.3 Método de Runge-Kutta de quarta ordem

O método de Runge-Kutta de quarta ordem é um método de integração numérica utilizado na solução de problemas de vibração que frequentemente são difíceis de serem resolvidos analiticamente em sua forma fechada (INMAN, 2014). Este método de integração lida com intervalos de tempo discretos, separados por Δt , e não para as equações diferenciais em todos os instantes de tempo t . Dentro de cada intervalo de tempo Δt , ocorrem variações no deslocamento, na velocidade e na aceleração. Para empregar esse método, é necessário especificar o valor de Δt e fornecer as condições iniciais para o deslocamento e a velocidade. As equações resultantes são usadas para calcular o deslocamento no instante de tempo desejado (RAO, 2008).

2.4 Filtros digitais: Filtro FIR

Um filtro digital é empregado para eliminar ou aprimorar determinadas faixas de frequência em um sinal digital. Sua função é suprimir componentes indesejados do sinal, focando nas operações numéricas desejadas e, assim, reduzindo o ruído de fundo e a interferência de sinais indesejados. O filtro FIR é conhecido por ter uma estabilidade constante e pela preservação de uma fase linear. Conseqüentemente, um filtro FIR eficaz é um sistema que permite a passagem de sinais em frequências específicas escolhidas, bloqueando todas as demais. Os filtros são categorizados como passa baixo (*lowpass*), passa alto (*highpass*), passa banda (*bandpass*), rejeita banda (*bandstop*) e passa tudo (*allpass*) (NETO, 2019).

Um filtro *bandpass* é projetado para permitir a passagem de sinais contidos em uma faixa de frequências específicas, chamada de largura de banda (*bandwidth*), enquanto bloqueia ou atenua todos os sinais que estejam fora dessa faixa. A largura de banda é definida por uma frequência de corte inferior e outra superior, que delimitam a faixa desejada. Esse filtro também possui uma frequência central que corresponde à frequência central da faixa de passagem.

2.5 Controle de vibrações

As vibrações indesejadas podem causar vários danos em estruturas, reduzir a vida útil de máquinas e equipamentos, além de afetar a segurança e o conforto das pessoas. O fenômeno da ressonância, em que a frequência de excitação externa coincide com a frequência natural de um sistema estrutural, é um tópico fundamental quando se trata de controle de vibrações. Esse fenômeno se caracteriza por provocar grandes amplitudes de deslocamento na estrutura, resultando em um comportamento descontrolado que pode levar a falhas graves no sistema devido a deformações e tensões indesejadas.

Existem várias maneiras de realizar o controle de vibrações, das quais as mais importantes, conforme listado por Rao (2008), são:

- Controle das frequências naturais do sistema: Envolve a modificação dos parâmetros de massa e rigidez de um sistema para evitar a ressonância. Na prática, a alteração da massa nem sempre é viável, uma vez que geralmente é projetado de forma fundamental para o funcionamento do sistema. Portanto, é comumente alterado os valores da rigidez da estrutura.
- Introdução de amortecimento: A presença de amortecimento reduz a amplitude de vibração de um sistema por meio da dissipação de energia, especialmente quando a estrutura opera em uma ampla faixa de frequências e não é possível evitar e prever sempre a ressonância.
- Isoladores de vibração: Dispositivos que diminuem a transmissão das forças de excitação de uma parte da máquina para outra, ao introduzir um isolador entre a massa vibratória e a fonte de vibração. Os isoladores podem ser passivos, compostos por rigidez e amortecimento, ou ativos, ao incluir um sensor, processador de sinais e um atuador.
- Absorvedor de vibrações ou neutralizador de massa: Consiste na introdução de um sistema massa-mola no sistema principal, projetado de forma que a frequência natural do sistema principal esteja longe da frequência de excitação, resultando na redução da amplitude da vibração.

Resumidamente, o controle estrutural envolve modificações nos parâmetros de rigidez e amortecimento da estrutura, seja por meio da adição de dispositivos externos ou pela aplicação de forças externas (AVILA, 2002). O controle de vibrações é classificado em: passivo, ativo, híbrido e semi-ativo. Na Tabela 1, são apresentadas as características, vantagens e desvantagens de cada tipo de controle, conforme descrito por Avila (2002), Carneiro (2009), Song e Spencer Jr. (2002), Jurukovski *et al.* (1995).

Tabela 1 - Características, vantagens e desvantagens dos tipos de controle de vibrações.

	Características	Vantagens	Desvantagens
Controle Passivo	Instalação de dispositivos que absorvem ou dissipam uma parcela da energia transferida pelo carregamento dinâmico, sem introduzir energia adicional no sistema principal	Simple e confiável; Não necessita de alta tecnologia; Não requer manutenção permanente; Eficiente e independe de fontes externas de energia; Baixo custo	Funciona apenas para uma determinada faixa de frequências; Ineficaz em carregamentos aleatórios, fora da faixa estipulada no projeto
Controle Ativo	Aplicação de uma força de controle computada na estrutura através de um atuador alimentado por fontes de energia externas, enquanto a resposta da estrutura é monitorada em tempo real por sensores	Ampla faixa de frequências; Maior eficácia no controle da resposta; Insensibilidade às condições locais e movimentos do solo; Aplicação em múltiplas situações de risco, como ventos fortes e terremotos	Quantidade de energia excessiva para gerar as forças de controle; Alto custo; Não funciona sem energia, fato que geralmente ocorre durante terremotos e desastres naturais; Requer manutenção
Controle Híbrido	Combinação de controle passivo e ativo, quando perde a eficiência do controle passivo em excitações fora da faixa de frequências projetada, o controle ativo entra em funcionamento e assume o papel no controle das vibrações	Forças de magnitudes menores nos atuadores; Redução no custo; Em queda de energia, o controle passivo ainda oferece proteção à estrutura; Ampla faixa de frequências	Maior custo quando comparado ao controle passivo, porém a maior eficiência compensa
Controle Semi-ativo	Não adicionam energia ao sistema estrutural e possuem propriedades de amortecimento e rigidez que podem ser modificadas, conhecido como dispositivo passivo controlável	Possuem a adaptabilidade do controle ativo sem demandar grandes quantias de energia; Pode operar com bateria; Alia a simplicidade do sistema passivo com a versatilidade do sistema ativo; Controle das propriedades do dispositivo	Maior custo quando comparado ao controle unicamente passivo

Fonte: Autoria Própria (2023)

2.5.1 Absorvedores dinâmicos de vibrações

Os absorvedores dinâmicos de vibrações (ADVs) são dispositivos de controle de vibrações compostos por massa, rigidez e, em alguns casos, elementos de

amortecimento. Quando conectados a um sistema sujeito a forças harmônicas externas, os ADVs têm a capacidade de absorver a energia vibratória no ponto de conexão, resultando na redução da amplitude de vibração da estrutura principal (INMAN, 2014). Ao absorver a energia de vibração do sistema principal, o absorvedor amplia suas próprias oscilações devido à redistribuição da energia vibratória no sistema (OLIVEIRA, 2014).

Esses absorvedores são frequentemente empregados em máquinas sujeitas a excitações de frequência constante, como lixadeiras, compactadores, ferramentas alternativas e barbeadores elétricos (INMAN, 2014). Isso se deve ao princípio de funcionamento dos ADVs, que consiste em ajustar a frequência natural do dispositivo de absorção de forma a reduzir a amplitude do sistema principal quando submetido a uma determinada frequência de excitação harmônica (OLIVEIRA, 2014). Normalmente, a frequência natural do ADV é sintonizada com a frequência de ressonância do sistema principal, o que ocorre quando o sistema atinge o seu estado mais crítico, caracterizado por altas e descontroladas amplitudes de vibração. A faixa de frequências em que o ADV é eficaz depende do projeto dos parâmetros de massa, rigidez e amortecimento do dispositivo.

Os absorvedores dinâmicos de vibrações são classificados em três tipos principais: passivos, ativos e adaptativos.

Os ADVs passivos são constituídos por elementos de massa e rigidez, como uma mola, bem como um elemento de amortecimento, em alguns casos. Eles são integrados à estrutura que se deseja controlar as amplitudes de oscilação, sendo sua frequência natural ajustada para sintonizar com a frequência da excitação. Os parâmetros de massa e rigidez desses ADVs são fixos, o que significa que eles são eficazes no funcionamento somente para a faixa de frequência para a qual foram projetados. Os ADVs passivos são caracterizados por serem dispositivos simples, econômicos, práticos e eficientes (HARTOG, 1956). No entanto, em situações em que a força de excitação é alterada, esses absorvedores podem perder a sua capacidade de controlar as vibrações e, em casos mais extremos, se tornarem o causador das vibrações.

Um absorvedor dinâmico de vibrações ativo é formado por uma massa e um atuador que são inseridos no sistema principal, e por vezes é incluído também uma mola e um amortecedor que funcionam em paralelo com o atuador. O atuador é responsável por aplicar uma força de controle computada no sistema. Esse tipo de

dispositivo é equipado com um sensor e um controlador que monitoram as vibrações da estrutura e enviam os sinais para o atuador. Diferentemente dos dispositivos passivos, nos quais a eficácia é determinada pela relação da massa do absorvedor com a massa do sistema principal, nos ADVs ativos, a força aplicada pelo atuador é o que determina a sua eficiência. A principal vantagem desse tipo de dispositivo é a sua capacidade de atenuar as vibrações em uma ampla faixa de frequências, sem precisar modificar os componentes de massa, rigidez e amortecimento que compõem o absorvedor (CUNHA Jr., 2004).

Os absorvedores dinâmicos de vibrações adaptativos apresentam a capacidade de ajustar os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento do sistema de forma que esses dispositivos operem em uma ampla faixa de frequências, assegurando que estejam sempre sintonizados com a frequência de excitação do sistema. Essas modificações nos parâmetros podem ser realizadas manualmente por um operador ou automaticamente, de forma contínua e em tempo real (CUNHA Jr., 2004). Os ADVs adaptativo combinam as vantagens dos ADVs passivos e ativos, sendo caracterizados pela sua estabilidade e pela capacidade de atuação em uma faixa de frequências mais amplas quando comparados com os absorvedores passivos.

Conforme destacado por Mollica (2017), os ADVs possuem uma ampla gama de aplicações em diversas áreas, abrangendo desde a engenharia civil e mecânica até a indústria aeronáutica. Ao longo dos anos, foram realizadas diversas abordagens e formas de ADVs, resultando em aplicações extremamente variadas. Os ADVs passivos, por seu baixo custo, encontram utilização em uma variedade de cenários, desde máquinas de cortar cabelo, turbogeradores, estruturas metálicas e edifícios, aeronaves e até mesmo em aplicações médicas, onde Monteiro (2013) desenvolveu uma pulseira constituída por molas e uma massa específica que, colocadas no braço do paciente, tem a capacidade de reduzir as vibrações ocasionadas pela doença de Parkinson. Já os ADVs ativos, devido ao seu alto custo, acabam tendo restrições para sua aplicação, porém são muito vistos na construção civil, em sistemas de tubulações, suspensões automotivas e diversas outras aplicações. Por fim, os ADVs adaptativos são observados em aplicações onde a capacidade de ajustar continuamente seus parâmetros os torna adequados em uma variedade de cenários, como em estruturas metálicas, vigas engastadas, dutos e treliças.

A implementação de absorvedores dinâmicos de vibrações na área da construção civil começou a partir dos anos 60, onde se tornou comum, sendo instalados em edifícios altos, pontes, torres e chaminés com o propósito de controlar as vibrações causadas pelo vento. Um dos edifícios pioneiros a ter esse tipo de dispositivo instalado foi o John Hancock Tower, localizado em Boston, EUA, o qual foi equipado com amortecedores em 1977 (Figura 8). Foi realizado a instalação de dois amortecedores de aço e chumbo com 2700 kN no sexagésimo andar com a intenção de diminuir as respostas do edifício causadas pelo vento, em até 40% (OLIVEIRA, 2012).

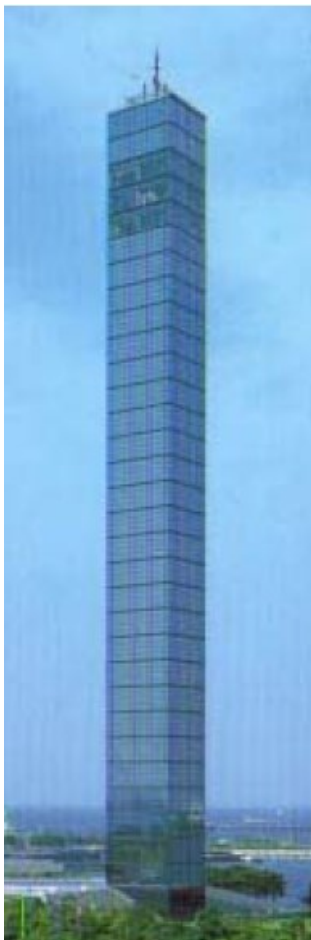
Figura 8 - Edifício John Hancock Tower.



Fonte: Oliveira (2012)

Muitas estruturas equipadas com ADV foram construídas no Japão, entre elas o Chiba Port Tower, ilustrado na Figura 9, que contém um sistema de absorvedor de 15 toneladas instalado no topo da torre, com o propósito de reduzir os movimentos causados pelo vento e pelos abalos sísmicos entre 30% e 40%. Além disso, também no Japão, tem-se o Fukuoka Tower, uma equipada com um dispositivo absorvedor de 30 toneladas que também foi projetado para diminuir as vibrações provocadas por rajadas de vento (OSPINA, 2008).

Figura 9 - Edifício Chiba Port Tower, Tóquio, Japão.



Fonte: Adaptado de Carneiro (2009)

Um caso que atraiu a atenção ocorreu em 2000, durante a inauguração da Millennium Bridge em Londres (ilustrada na Figura 10). À medida que centenas de pessoas começaram a atravessá-la, surgiram vibrações laterais intensas, com uma amplitude de deslocamento que atingiu 70 mm, muito além dos limites mencionados na literatura. Esse problema levou à interdição da estrutura ao público apenas dois dias após sua inauguração (GOMES, 2006). Conforme observado por Dallard *et al.* (2001), o deslocamento foi ocasionado pelo carregamento lateral provocado pelos pedestres, decorrente da sincronização das forças laterais geradas pelo movimento de caminhar da multidão, o que não foi previsto no projeto da passarela.

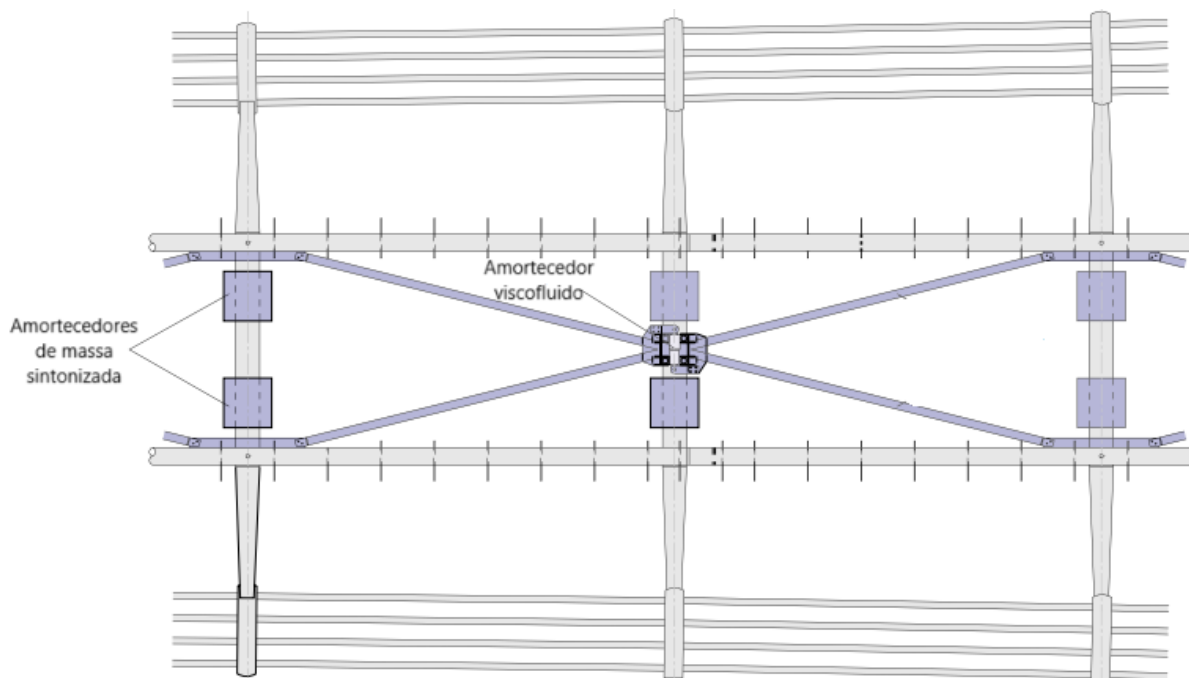
Figura 10 - Passarela Millennium. Londres, Inglaterra.



Fonte: Gomes (2006)

A solução adotada para resolver o problema das vibrações na Millennium Bridge, conforme Dallard *et al.* (2001), envolveu a instalação de 37 amortecedores viscofluidos, além de 4 conjuntos de amortecedores de massa sintonizada (ADV) para o controle das vibrações horizontais, juntamente com 26 conjuntos de amortecedores de massa sintonizada destinados a controlar as vibrações verticais. Na Figura 11 mostra uma vista inferior aproximada da disposição dos ADV e dos amortecedores viscofluidos para o controle das vibrações.

Figura 11 - Plano de um trecho de 16 metros, com amortecedores viscofluidos e amortecedores de massa sintonizada.



Fonte: Adaptado de Dallard et al. (2001)

Um exemplo no Brasil da utilização de amortecedores de massa sintonizada para controlar vibrações na construção civil é a Ponte Rio-Niterói. Esta ponte é equipada com 32 ADV instalados dentro de suas vigas, com o intuito de reduzir as oscilações da estrutura em até 80%. Quando a ponte começa a balançar devido à ação do vento, os amortecedores entram em ação imediatamente, gerando forças de inércia que contrabalançam as forças da estrutura, proporcionando estabilidade da ponte e segurança para os motoristas trafegando nela (OLIVEIRA, 2012).

Outro exemplo da aplicação de amortecedores de massa sintonizada no Brasil, como relatado por Silva (2012), é o Estádio Mineirão em Belo Horizonte. O estádio enfrentou problemas devido as vibrações causadas pelas comemorações dos torcedores nas arquibancadas desde o momento de sua construção. Para atender aos padrões exigidos pela FIFA para a Copa do Mundo de 2014, que exige que os níveis de vibração estejam entre 4% e 7%, sendo que o estádio apresentava níveis de até 9,7%, foram tomadas medidas para resolver o problema e reduzir esses níveis de vibração. Como solução, foram instalados 166 amortecedores de massa sintonizada, com uma massa total de 630kg, representando cerca de 2% da massa da estrutura do estádio. Dessa forma, os níveis de vibração foram reduzidos, atendendo aos

requisitos da FIFA, e fornecendo segurança ao torcedor. Na Figura 12, está representado os ADV utilizados no estádio.

Figura 12 - Aspecto geral dos ADV usados no Estádio do Mineirão.

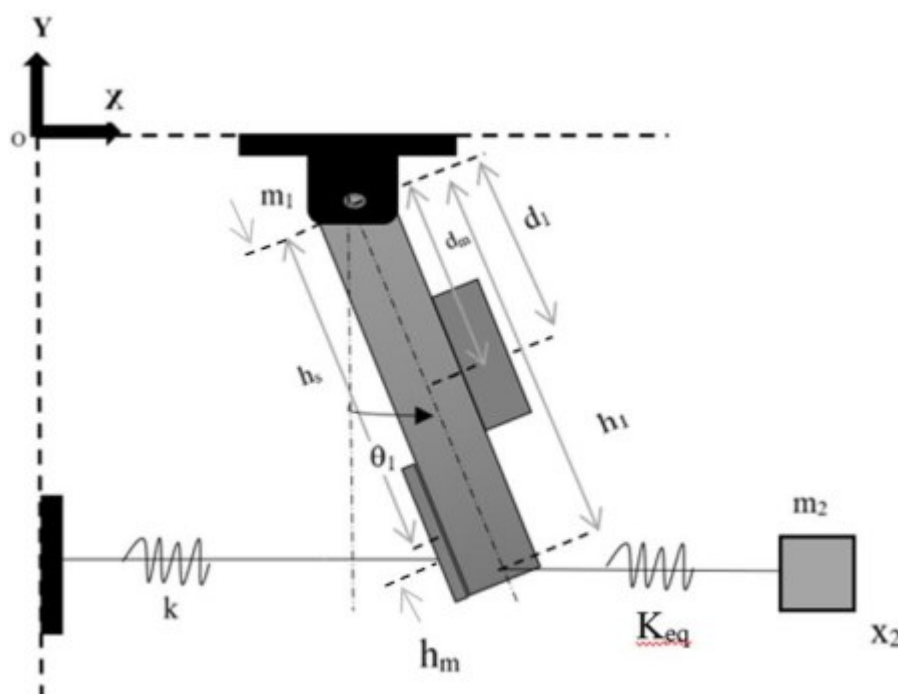


Fonte: Silva (2012)

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Este presente trabalho tem como referência a dissertação de mestrado de Nayane Garbin (2018), onde o comportamento de uma estrutura barra-mola foi avaliado de forma numérica e experimental, com a utilização de um absorvedor dinâmico de vibrações (ADV), representado também como um sistema massa e mola, conforme demonstra a Figura 13. O ADV foi configurado como uma viga cantilever com uma massa na extremidade livre.

Figura 13 - Modelo analítico do sistema com ADV.



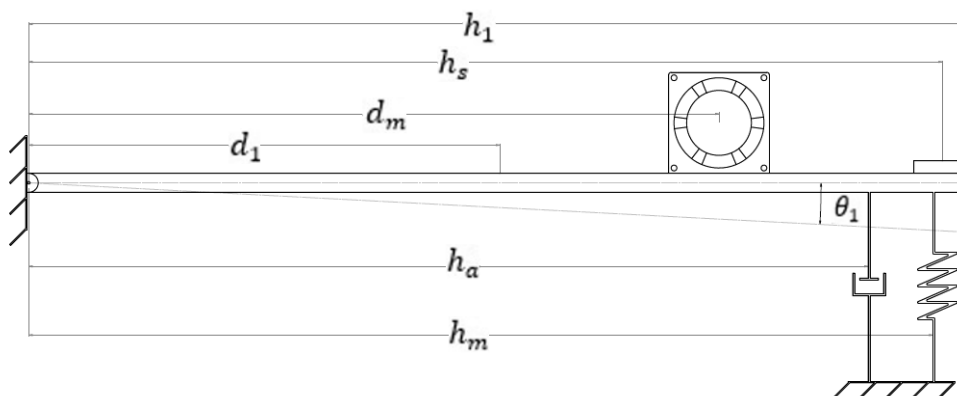
Fonte: Garbin (2018)

Garbin (2018) sugeriu que fossem considerados os efeitos do amortecimento do sistema na análise e no equacionamento, realizando a medição do amortecimento do sistema por largura de banda ou decremento logarítmico e a inserção do amortecimento no modelo numérico.

Posto isto, a presente monografia concentrou-se na avaliação da eficiência de um absorvedor dinâmico de vibrações acoplado a uma estrutura barra-mola amortecida. O amortecimento, como proposto por Garbin (2018), foi determinado experimentalmente, originando-se do atrito nos mancais e da resistência do ar. Posteriormente, esse amortecimento foi incorporado ao algoritmo da análise

numérica. A Figura 14 representa a estrutura que foi analisada, composta por barra, mola e amortecimento.

Figura 14 - Representação do sistema barra-mola-amortecido.

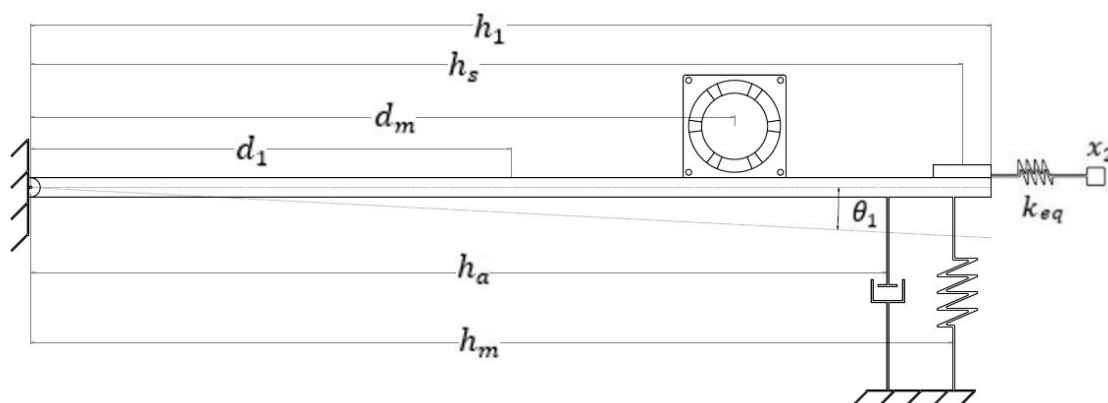


Fonte: Autoria própria (2023)

Na Figura 14, o sistema barra-mola-amortecido é composto por uma barra com massa (m_1) e comprimento total (h_1), com o centro de massa localizado a uma distância (d_1) do ponto de rotação e um deslocamento angular (θ_1). Uma mola com uma constante elástica (k) que é fixada tanto na bancada de vibrações quanto na barra, com uma distância (h_m) do centro de giro da estrutura. O amortecimento do sistema é representado pela constante de amortecimento (c), localizado a uma distância de (h_a) do ponto de rotação da barra. A distância (d_m) até o centro de massa do motor com massa (m_m). A distância (h_s) até o centro de massa do suporte da mola com massa (m_s).

Na Figura 15 é representada a inserção de um ADV no sistema barra-mola-amortecido, projetado para absorver as vibrações do sistema principal. O absorvedor é modelado como uma viga cantilever com uma massa na extremidade livre. Dessa forma, o ADV é transformado em um sistema massa-mola, tendo seu deslocamento angular convertido em um deslocamento de translação. Os parâmetros do dispositivo passivo incluem a rigidez equivalente (k_{eq}) e uma massa (m_2) associada a ela.

Figura 15 - Representação do sistema barra-mola-amortecido com absorvedor dinâmico de vibrações (ADV).



Fonte: Autoria própria (2023)

O suporte mencionado e representado na Figura 14 e na Figura 15 foi composto por uma placa de madeira retangular, sendo usado para a fixação para a haste do absorvedor. O motor tem a função de excitar o sistema de forma harmônica.

3.1 Otimização do absorvedor de vibrações

O absorvedor de vibrações foi projetado com base no modelo de Brasil e Silva (2015), ajustando sua frequência natural, quando isolado, para coincidir com a frequência da excitação gerada pela força harmônica externa. Ao sintonizar a frequência do ADV com a excitação do sistema principal, o deslocamento da barra do sistema principal é anulado. Assim, a massa equivalente (m_{eq}) do absorvedor foi determinada por:

$$m_{eq} = \frac{k_{eq}}{\omega^2}, \quad (15)$$

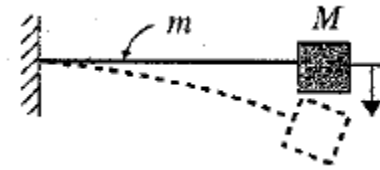
em que a rigidez do ADV é dada por (k_{eq}), e a frequência de excitação por (ω). Portanto, diz-se que o sistema secundário está em sintonia com o sistema principal, e a sua amplitude de vibração é expressa por:

$$x_2 = \frac{F_o}{k_{eq}}, \quad (16)$$

onde (x_2) é a amplitude máxima do deslocamento do absorvedor e (F_o) é a amplitude da força harmônica de excitação. A amplitude (x_2) foi selecionada de maneira arbitrária, levando em consideração a sua capacidade de controlar as vibrações do sistema principal sem sofrer possíveis deformações.

Neste trabalho, o ADV foi modelado como uma viga cantilever com uma massa na extremidade livre, conforme ilustrado na Figura 16.

Figura 16 - Viga engastada com uma massa em sua extremidade.



Fonte: Rao (2008)

Portanto, a massa equivalente (m_{eq}) da viga foi obtida em termos da massa da haste (m) e da massa da extremidade (m_2) como:

$$m_{eq} = m_2 + 0.23m. \quad (17)$$

A massa da haste (m) do absorvedor foi determinada de acordo com a seguinte expressão:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{m}{eLl}, \quad (18)$$

onde (d) é a densidade do material da haste, (V) , (e) , (l) e (L) são, respectivamente, o volume, a espessura, a largura e o comprimento da haste. A determinação da rigidez equivalente (k_{eq}) do ADV foi dada pela expressão:

$$k_{eq} = \frac{3EI}{L^3}, \quad (19)$$

em que (E) representa o módulo de elasticidade do material e (I) o momento de inércia da secção transversal.

O deslocamento máximo ($x_{m\acute{a}x}$) que o absorvedor de vibrações pode ter, a fim de se evitar deformações em sua estrutura, foi determinado pela expressão que calcula a deflexão máxima de uma viga cantiléver com uma massa em sua extremidade livre, dado por:

$$x_{m\acute{a}x} = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{(m_2g)L^3}{3EI}. \quad (20)$$

A razão entre as massas do ADV e do sistema principal foi determinada por:

$$\mu = \frac{m_{eq}}{M_1}, \quad (21)$$

em que massa da estrutura principal (M_1) foi dada pelo somatório da massa da barra (m_1), da massa do motor de excitação (m_m) e da massa do suporte (m_s), conforme a expressão:

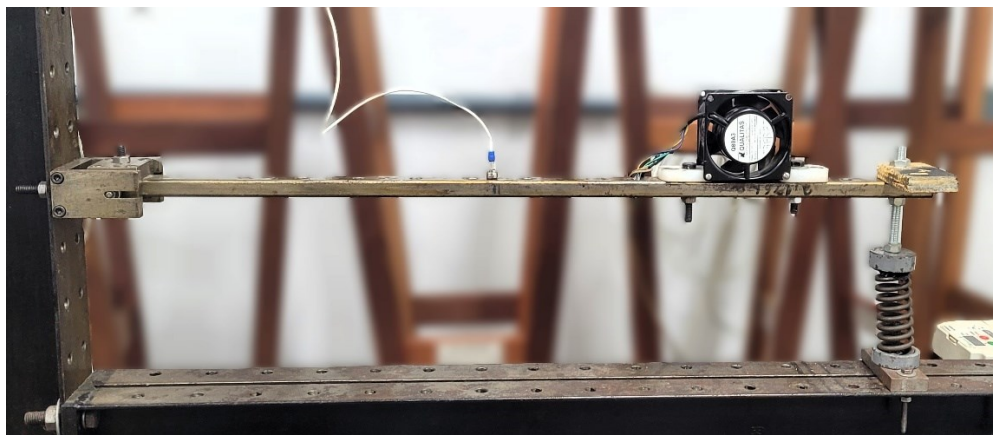
$$M_1 = m_1 + m_m + m_s. \quad (22)$$

3.2 Análise experimental

Os experimentos apresentados nesta seção foram realizados no laboratório de vibrações da Universidade Tecnológica Federal do Paraná de Pato Branco.

O experimento envolve a fixação de uma barra na bancada de ensaios, conforme ilustrado na imagem da Figura 17, juntamente com uma mola de rigidez conhecida, também fixada na bancada e conectada à barra. Além disso, um microventilador é posicionado próximo à mola, o qual irá ser responsável pelo papel de excitar a estrutura posteriormente.

Figura 17 - Montagem da estrutura sem o ADV.

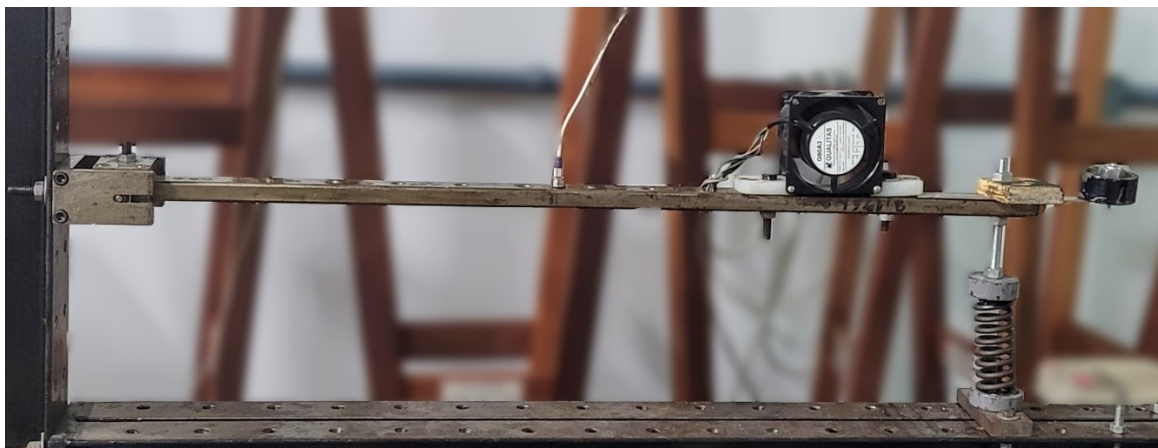


Fonte: Autoria Própria (2023)

O procedimento começa com a medição da vibração livre após um deslocamento inicial aleatório, dado por um pulso, a fim de retirar a barra de seu estado de repouso e de velocidade nula. Após a etapa de medição da vibração livre, a frequência de excitação do microventilador é ajustada para se aproximar da frequência natural medida do sistema principal e, em seguida, são realizadas as medições durante a vibração forçada.

O dispositivo absorvedor é então incorporado ao sistema experimental, conforme representado na Figura 18. O suporte de madeira localizado na fixação da mola é o responsável por prender a haste do ADV na barra, permitindo que a haste seja ajustada de acordo com o comprimento desejado do ADV. Com o dispositivo passivo inserido no sistema barra-mola, as medições do sistema em vibração livre são feitas após um deslocamento inicial aleatório, dado por um pulso. Posteriormente, realizam-se as medições durante a vibração forçada gerada pela excitação do microventilador de massa desbalanceada.

Figura 18 – Montagem da estrutura com o ADV.



Fonte: A autoria Própria (2023)

Uma vez que o ADV modifica a inércia da estrutura, influenciando nos valores de suas frequências naturais, o dispositivo absorvedor é projetado de forma a minimizar essas modificações. Para alcançar isso, são adotadas dimensões mínimas para a largura e a espessura da haste, além de ser escolhido o alumínio como material para a haste, devido à sua massa específica ser significativamente menor quando comparada com o aço da barra. A massa do ADV é constituída por arruelas de aço, porcas, parafusos e suporte de mola, conforme mostra a Figura 19, e são fixados na extremidade da haste. Dessa forma, o absorvedor se comporta como uma viga cantilever com uma massa em sua extremidade.

Figura 19 - Elementos que compõem a massa do ADV.



Fonte: A autoria própria (2023)

Para a fixação dos elementos, como a barra, a mola, o microventilador e as arruelas de aço na haste do ADV, foram utilizadas parafusos e porcas variados. Embora a massa dos componentes de fixação seja pequena, ela foi levada em consideração ao calcular as massas totais de cada componente do experimento. Isso foi feito para garantir maior precisão na simulação numérica posterior.

Na Tabela 2, estão relacionados todos os materiais e equipamentos, bem como suas respectivas quantidades, que foram empregados para a realização do experimento.

Tabela 2 - Materiais utilizados na medição experimental.

ITEM	QUANTIDADE
Mola de ensaios	01
Barra retangular de aço 1020	01
Arruelas de aço	-
Haste de alumínio	01
Suporte de madeira	01
Porcas e parafusos para fixação	-
Suporte do microventilador	01
Bancada de ensaios de vibrações	01
Microventilador Q80A3	01
Acelerômetro Endveco 256-100	02
Inversor de frequência Moeller DF51 322-075	01
Analizador 01DB dB4	01

Fonte: Autoria Própria (2023)

As dimensões e propriedades dos elementos utilizados estão registrados na Tabela 3.

Tabela 3 - Propriedades e dimensões dos itens experimentais.

	Descrição	Propriedade [unidade de medida]
Barra	Material da barra	Aço 1020
	Comprimento total	0,75 [m]
	Massa	2,156 [kg]
ADV	Material da haste	Alumínio
	Espessura da haste	2,25 [mm]
	Largura da haste	10 [mm]
	Densidade do material da haste	2700 [kg/m ³]
	Módulo de elasticidade do material da haste	6,9e10 [Pa]
Mola	Rigidez da mola	27040 [N/m]
Microventilador	Massa	0,387 [kg]
Suporte	Massa	0,027 [kg]

Fonte: Autoria Própria (2023)

Foram realizadas as medições para três parâmetros de ADV, e os valores de massa e comprimento serão abordados com mais detalhes posteriormente.

A Tabela 4 apresenta as distâncias dos itens em relação ao eixo de rotação da estrutura:

Tabela 4 - Distâncias em relação ao eixo de rotação.

Descrição	Distância [m]
Centro de massa da barra	0,375
Centro de massa do microventilador	0,55
Centro de massa do suporte	0,7275
Mola	0,70
ADV	0,75

Fonte: Autoria Própria (2023)

As medições de vibração do sistema foram realizadas utilizando um acelerômetro piezoelétrico que foi posicionado a uma distância de 0,325 m do centro de rotação da barra, para medir a aceleração proveniente do sistema principal a ser analisado.

Os dados coletados pelos acelerômetros foram analisados e interpretados pelo analisador de dados 01DB dB4, que também efetuou a transferência dos dados para o software dbFA Suite.

A excitação da estrutura foi realizada por um microventilador com uma massa desbalanceada. A frequência de excitação foi ajustada utilizando um inversor de frequência, de modo a se aproximar da frequência natural da estrutura, conforme medida experimentalmente, para análise do sistema na condição próxima da ressonância.

Os testes foram realizados com um período de amostragem de 0,005 segundos. Para as medições em vibração livre, o tempo de duração dos testes foi fixado em 13 segundos, o que nos dá uma resposta em regime transiente. Para uma análise e interpretação mais precisa dos resultados, a resposta obtida foi filtrada computacionalmente, no software Matlab, com um filtro FIR do tipo *bandpass*. Isso permite que apenas a resposta na frequência natural do sistema seja plotada, ignorando as altas frequências de interferência. Para realizar essa filtragem, foca-se especificamente na frequência de interesse para reduzir o ruído ou interferência de outras frequências que não são relevantes para a análise. Nas medições em vibração

forçada, os testes foram conduzidos com uma duração fixa de 40 segundos, e a resposta foi registrada durante o regime permanente da vibração.

3.3.1 Equipamentos

3.3.1.1 Acelerômetro

Para realizar o experimento, foram utilizados acelerômetros Endevco modelo 256-100 para as medições dos sinais de vibração. Esses acelerômetros são projetados para análise modal em estruturas pequenas e podem ser montados no sistema estrutural através de uma montagem adesiva. Eles contam com uma camada dielétrica que isola a base da superfície de montagem.

O modelo 256-100 apresenta o elemento Piezite® tipo P-8, operando no modo de cisalhamento anular, com excelente estabilidade térmica transitória. Com um peso leve de apenas 3,5 g, minimiza os efeitos de carga de massa no sistema a ser medido. Esses acelerômetros são calibrados para operar em uma ampla faixa de frequência, de 20 Hz a 50 kHz, e podem ser utilizados em temperaturas variando de -55 °C a 125 °C. O modelo 256-100 possui uma sensibilidade de saída de 100 mV/g.

3.3.1.2 Analisador de vibrações

O 01Db dB4, um analisador portátil de ruídos e vibrações, é utilizado em conjunto com os acelerômetros. O dB4 é composto por uma caixa de aquisição de 4 canais USB 2.0 e está associado ao software dBFA Suite, fornecido pela Acoustic1. Ele oferece um desempenho excelente tanto para medições em campo, quanto para medições fixas.

O sistema dB4 é conectado ao computador através de uma porta USB e é capaz de adquirir os sinais analógicos de sensores de vibração, no caso os acelerômetros piezoelétricos, em 4 modos de entrada ICP. A aquisição de sinais ocorre com uma resolução de 24 bits e uma frequência de amostragem que é ajustável até 51,2 kHz.

Além disso, o dB4 é capaz de gerar sinais analógicos usando 1 canal de saída com uma frequência de amostragem de 46,875 kHz, sendo a geração de sinais do tipo senoidal. Esta função é compatível com o conjunto de software dBFA Suite. O software dBFA Suite conectado ao sistema dB4 oferece recursos para o

processamento, monitoramento, interpretação e análise em tempo real dos dados medidos, além de gerar relatórios pós-processamento.

3.3.1.3 Motor de excitação

A excitação do sistema irá ocorrer por meio do desequilíbrio rotativo de um microventilador de corrente contínua Q80A3 de seis pás, que contém uma frequência de operação de até 60 Hz. O desbalanceamento é provocado pela adição de uma massa em uma de suas pás, o que resulta na vibração forçada através da geração de uma excitação de forma harmônica na estrutura. A massa desequilibrada é conhecida e pesa 1,8 g, estando posicionada a uma distância de 30 mm a partir do centro de rotação do microventilador.

3.3.1.4 Inversor de frequência

Um inversor de frequência é um dispositivo eletrônico que permite controlar a velocidade de rotação de um motor. No experimento, foi utilizado o modelo Moeller DF51 322-075, que é adequado para motores com uma potência máxima de 0,75 kW e uma tensão nominal de 220V. Esse inversor de frequência foi conectado ao microventilador de massa desbalanceada para determinar a frequência de excitação na barra, sendo configurado para uma frequência de 23,38 Hz.

3.3.2 Validação e otimização do ADV

Para verificar e otimizar a massa e o comprimento ideal da haste do ADV, foram realizados experimentos contendo diferentes valores de massa, juntamente com seus correspondentes comprimentos de cabo otimizados. A Figura 20 apresenta o método usado para acoplar o dispositivo ao sistema principal.

Figura 20 - ADV inserido na estrutura.

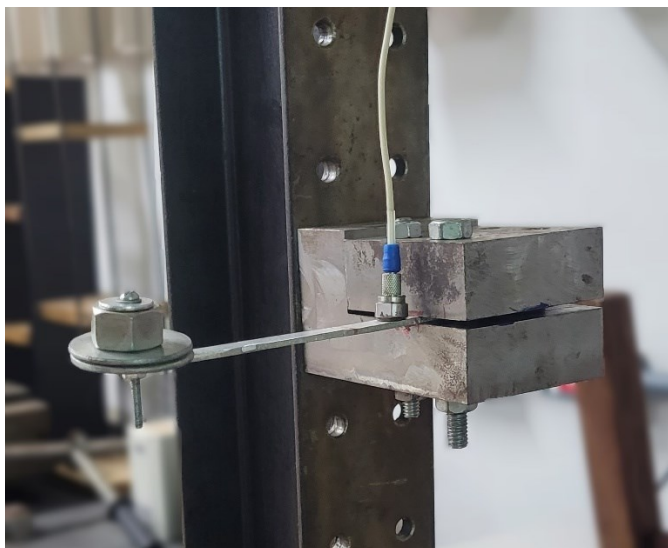


Fonte: Autoria Própria (2023)

Observa-se na Figura 20 que a haste possui um comprimento ajustável, permitindo uma fácil alteração de acordo com a necessidade, assim como a massa do absorvedor também pode ser facilmente alterada.

Para selecionar os parâmetros do ADV, a frequência natural do absorvedor foi ajustada para ser igual à frequência de excitação do sistema. Nesse processo do projeto, foram arbitrados valores máximos para o deslocamento (x_2) desejado do absorvedor. A partir desses valores, foram obtidos analiticamente as propriedades de massa, comprimento e rigidez do ADV. A frequência natural do ADV foi medida isoladamente, e ajustes experimentais no comprimento da haste do dispositivo foram feitos para coincidir com a frequência de excitação medida experimentalmente. O acelerômetro foi posicionado o mais distante possível da extremidade do ADV, como ilustrado na Figura 21, para evitar a interferência de sua massa nas medições da frequência natural. Após os ajustes experimentais, o ADV foi acoplado à estrutura principal para realizar as medições e determinar sua eficiência no controle das vibrações.

Figura 21 - Medição experimental da frequência natural do ADV.



Fonte: Autoria própria (2023)

Os valores do deslocamento (x_2) arbitrado do projeto do dispositivo passivo, bem como da massa na extremidade (m_2) e do comprimento da haste (L) estão listados na Tabela 5.

Tabela 5 - Propriedades de massa e comprimento experimentais do ADV.

	x_2 [mm]	m_2 [kg]	L experimental [mm]
ADV 1	0,453	0,118	0,078
ADV 2	1,180	0,044	0,108
ADV 3	0,231	0,233	0,063

Fonte: Autoria própria (2023)

Em seguida, utilizando os valores de massa e comprimento obtidos, foram calculados os deslocamentos máximos permitidos pelo absorvedor e comparadas com os valores de x_2 projetados, a fim de avaliar se os dispositivos projetados estarão sujeitos a qualquer tipo de deformação.

3.3.3 Obtenção experimental do fator de amortecimento

Após feito as medições da estrutura sem o dispositivo passivo acoplado e durante a ocorrência de vibração livre, um gráfico de resposta da amplitude da aceleração no domínio do tempo foi gerado. Com a aplicação de um filtro FIR do tipo *bandpass*, retirando as frequências de ruído que causam interferência na plotagem da

resposta no domínio do tempo, o valor do fator de amortecimento (ξ), causado pela resistência do ar e pelo atrito nas fixações dos elementos, é determinado por meio do método de decremento logarítmico (δ), conforme descrito no capítulo 2. Para realizar o cálculo, foram feitas 10 medições com 40 ciclos cada, e então realizada a média dos valores obtidos. Posteriormente, esse valor foi utilizado como uma das variáveis de entrada no processo de obtenção da resposta numérica.

3.3 Modelagem matemática: definição das equações de movimento

As análises dos sistemas barra-mola-amortecimento com ADV foram divididas em quatro casos:

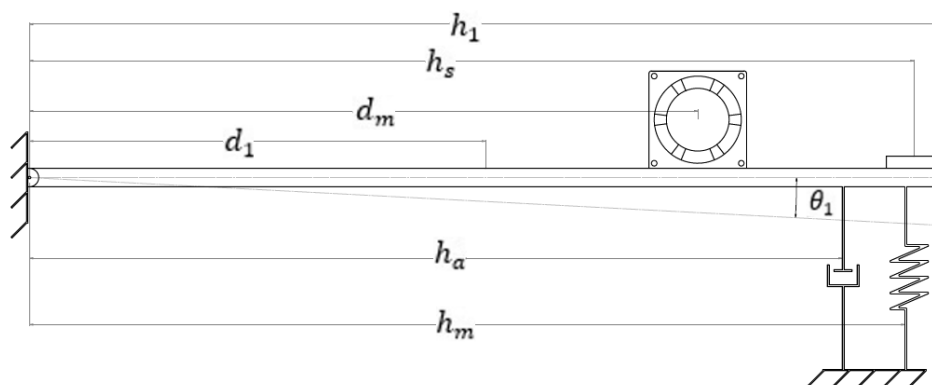
- Caso 1: sistema barra-mola amortecido em vibração livre.
- Caso 2: sistema barra-mola-amortecido em vibração forçada.
- Caso 3: sistema barra-mola-amortecido com ADV em vibração livre.
- Caso 4: sistema barra-mola-amortecido com ADV em vibração forçada.

A seguir é apresentado o equacionamento das equações utilizadas neste trabalho, que se basearam nas equações apresentadas no capítulo 2.

3.2.1 Caso 1: Sistema barra-mola-amortecido em vibração livre

A Figura 22 representa o sistema amortecido sem a inclusão do dispositivo absorvedor e será utilizada tanto na análise do caso 1 quanto do caso 2.

Figura 22 – Casos 1 e 2: sistema barra-mola-amortecido sem ADV.



Fonte: Autoria própria (2023)

Aplicando a Segunda Lei de Newton para movimento rotacional, tem-se que:

$$\sum M_G = I\ddot{\theta}, \quad (23)$$

$$-P_m d_m - P_s h_s - P_1 d_1 - F_m h_m - F_a h_a = I_T \ddot{\theta}_1, \quad (24)$$

onde P_m indica o peso do motor, P_s é o peso do suporte, P_1 corresponde ao peso da barra, F_m representa a força de deformação da mola e F_a a força do amortecimento.

O momento de inércia total (I_T) é dado pelo somatório do momento de inércia da barra (I_b), do motor (I_m) e do suporte (I_s), conforme dado a seguir:

$$I_T = I_b + I_m + I_s = \frac{m_1 h_1^2}{3} + m_m d_m^2 + m_s h_s^2. \quad (25)$$

Considerando a hipótese de pequenos deslocamentos, onde $\cos(\theta) \approx 1$ e $\sin(\theta) \approx \theta$, a Eq. 25 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} -(m_m g \theta_1) d_m - (m_s g \theta_1) h_s - (m_1 g \theta_1) d_1 - (k h_m \theta_1) h_m \\ - (c h_a \dot{\theta}_1) h_a = I_T \ddot{\theta}_1, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{1}{I_T} [(-m_m g d_m - m_s g h_s - m_1 g d_1 - k h_m^2) \theta_1 - c h_a^2 \dot{\theta}_1]. \quad (27)$$

A equação (27) é reescrita com o amortecimento expresso em termos adimensionais, utilizando o valor do fator de amortecimento (ξ). Dessa forma, tem-se que:

$$\xi = \frac{c}{c_c}, \quad (28)$$

$$c_c = \frac{2I_T W_n}{h_a^2}. \quad (29)$$

Substituindo o valor de (c_c) na Eq. 28, a força de amortecimento em termos do fator de amortecimento (ξ), é dado por:

$$c h_a^2 = 2\xi I_T W_n. \quad (30)$$

Portanto, a equação que governa o movimento do sistema barra-mola-amortecido em vibração livre é expressa por:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{1}{I_T} [(-m_m g d_m - m_s g h_s - m_1 g d_1 - k h_m^2) \theta_1 - 2\xi I_T W_n \dot{\theta}_1]. \quad (31)$$

3.2.2 Caso 2: Sistema barra-mola-amortecido em vibração forçada

O modelo analisado foi o mesmo da Figura 22 da seção anterior, porém incluindo uma força de excitação harmônica. Essa força externa é adicionada por meio do desbalanceamento rotativo de um microventilador, que ocorre devido ao acréscimo de massa em uma de suas pás. A amplitude da força centrífuga (F_o) resultante que a massa desbalanceada exerce sobre a barra é dada por:

$$F_o = m_{dr} r_{dr} w^2, \quad (32)$$

em que m_{dr} representa a massa desbalanceada, r_{dr} indica a distância da massa até o centro de giro do rotor, também conhecido como excentricidade da massa desbalanceada, e w é a velocidade angular.

A excitação harmônica da estrutura barra-mola-amortecida é dada pela resultante da força centrífuga do desbalanceamento rotativo, variando com o tempo e atuando na barra na forma de:

$$F = F_o \cos(wt). \quad (33)$$

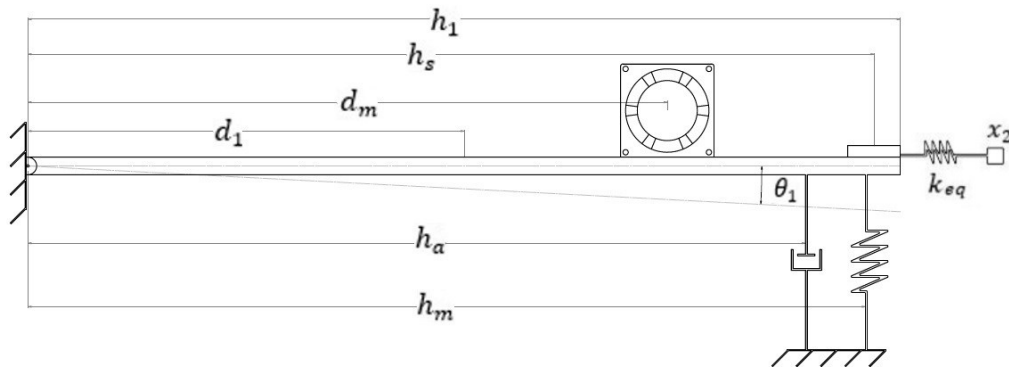
A equação de movimento que governa o sistema barra-mola-amortecido em vibração forçada, expressada na Eq. 34, é similar ao caso 1, mas conta com a inclusão da força harmônica definida na Eq. 33.

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{1}{I_T} [(-m_m g d_m - m_s g h_s - m_1 g d_1 - k h_m^2) \theta_1 - 2\xi I_T W_n \dot{\theta}_1 + F_o \cos(wt) d_m]. \quad (34)$$

3.2.3 Caso 3: Sistema barra-mola-amortecido com ADV em vibração livre

O absorvedor, configurado como um sistema massa e mola, foi incorporado ao sistema barra-mola-amortecido, conforme demonstrado no desenho analítico apresentado na Figura 23. Este modelo foi utilizado tanto no caso 3 quanto no caso 4.

Figura 23 - Casos 3 e 4: Sistema barra-mola-amortecido com ADV.



Fonte: Autoria própria (2023)

Na Figura 23, é apresentado um sistema com dois graus de liberdade, com rotação para o sistema principal e translação para o dispositivo absorvedor. Para cada elemento, foi necessário elaborar um diagrama de corpo livre.

Para o diagrama de corpo livre do sistema principal, as considerações em relação ao movimento de rotação e a aplicação da Segunda Lei de Newton para momentos angulares são as seguintes:

$$-P_m d_m - P_1 d_1 - P_s h_s - F_{m1} h_m - F_{m2} h_1 - F_a h_a = I_T \ddot{\theta}_1, \quad (35)$$

em que P_m , P_1 e P_s representam, respectivamente, os pesos do motor, da barra e do suporte. A força de deformação da mola do sistema principal é expressa como F_{m1} , a força de amortecimento é representada por F_a , e a força de deformação elástica, em termos da rigidez equivalente da haste do ADV, é expressa como F_{m2} . Substituindo esses termos na equação e considerando o princípio para pequenos deslocamentos em que $\cos\theta \approx 1$ e $\sin\theta \approx \theta$, tem-se que:

$$\begin{aligned} -(m_m g \theta_1) d_m - (m_1 g \theta_1) d_1 - (m_s g \theta_1) h_s - (k h_m \theta_1) h_m - k_{eq} (h_1 \theta_1 - x_2) h_1 \\ - (c h_a \dot{\theta}_1) h_a = I_T \ddot{\theta}_1, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{1}{I_T} [(-m_m g d_m - m_1 g d_1 - m_s g h_s - k h_m^2 - k_{eq} h_1^2) \theta_1 + k_{eq} h_1 x_2 - 2\xi I_T W_n \dot{\theta}_1]. \quad (37)$$

A Equação 37 representa a equação de movimento que governa o sistema principal.

Para o ADV, ao considerar o segundo diagrama de corpo livre e aplicando a Segunda Lei de Newton para movimentos de translação, a equação do movimento é expressa em:

$$-F_{m2} = m_{eq} \ddot{x}_2, \quad (38)$$

$$-k_{eq}(x_2 - h_1 \theta_1) = m_{eq} \ddot{x}_2, \quad (39)$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{1}{m_{eq}} [k_{eq} h_1 \theta_1 - k_{eq} x_2]. \quad (40)$$

A expressão que descreve o movimento de translação do dispositivo passivo é determinada pela Equação 40. Reescrevendo as Equações 37 e 40 em forma matricial, determina-se o movimento do sistema com dois graus de liberdade sujeito a vibração livre:

$$\begin{bmatrix} I_T & 0 \\ 0 & m_{eq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_m g d_m - m_1 g d_1 - m_s g h_s - k h_m^2 - k_{eq} h_1^2 & k_{eq} h_1 \\ k_{eq} h_1 & -k_{eq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -2\xi I_T W_n & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix}. \quad (41)$$

3.2.4 Caso 4: Sistema barra-mola-amortecido com ADV em vibração forçada

Neste último caso, foi incorporado ao sistema apresentado na seção anterior uma força harmônica, localizada a uma distância d_m do centro de rotação da barra.

Portanto, a equação que descreve o movimento rotacional que governa o sistema principal massa-mola-amortecido é definida por:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{1}{I_T} [(-m_m g d_m - m_1 g d_1 - m_s g h_s - k h_m^2 - k_{eq} h_1^2) \theta_1 + k_{eq} h_1 x_2 - 2\xi I_T W_n \dot{\theta}_1 + F_o \cos(\omega t) d_m]. \quad (42)$$

A expressão que descreve o movimento translacional do ADV é dada por:

$$\ddot{x}_2 = \frac{1}{m_{eq}} [k_{eq} h_1 \theta_1 - k_{eq} x_2]. \quad (43)$$

Reescrevendo as Equações 42 e 43 na forma matricial, obtém-se a equação que representa o sistema de dois graus de liberdade sujeito a vibração forçada:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_T & 0 \\ 0 & m_{eq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} -m_m g d_m - m_1 g d_1 - m_s g h_s - k h_m^2 - k_{eq} h_1^2 & k_{eq} h_1 \\ k_{eq} h_1 & -k_{eq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -2\xi I_T W_n & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_0 \cos(wt) d_m \\ 0 \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (44)$$

3.4 Metodologia numérica

A metodologia numérica adotada para realizar o estudo do absorvedor dinâmico de vibrações aplicado a uma estrutura barra-mola-amortecido constituiu na implementação de algoritmos no software MatLab, cujo principal objetivo foi o de obter graficamente as respostas da aceleração da estrutura tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. O estudo resultou na criação de algoritmos distintos, cada um representando um caso a seguir:

1. Sistema barra-mola-amortecido em vibração livre.
2. Sistema barra-mola-amortecido em vibração forçada: condição de ressonância.
3. Sistema barra-mola-amortecido com ADV em vibração livre:
 - 3a. Sistema barra-mola-amortecido com ADV 1 em vibração livre.
 - 3b. Sistema barra-mola-amortecido com ADV 2 em vibração livre.
 - 3c. Sistema barra-mola-amortecido com ADV 3 em vibração livre.
4. Sistema barra-mola-amortecido com ADV em vibração forçada:
 - 4a. Sistema barra-mola-amortecido com ADV 1 em vibração forçada: condição de ressonância.

4b. Sistema barra-mola-amortecido com ADV 2 em vibração forçada: condição de ressonância.

4c. Sistema barra-mola-amortecido com ADV 3 em vibração forçada: condição de ressonância.

4d. Sistema barra-mola-amortecido com ADV na faixa de frequências de 20,5 Hz a 30,5 Hz.

Para o projeto dos absorvedores de vibração, a frequência natural do dispositivo passivo foi ajustada para que coincidissem com a frequência de excitação do sistema, que está vibrando em condição de ressonância, na qual a frequência natural da estrutura é igual a frequência excitadora. Os valores máximos arbitrários do deslocamento do absorvedor (x_2) para a seleção dos parâmetros do ADV das simulações numéricas foram determinados de forma proporcional aos valores experimentais de x_2 . No entanto, devido às diferenças nas frequências de excitação, os parâmetros dos ADVs numéricos são diferentes dos parâmetros experimentais. A Tabela 6 descreve os valores de deslocamentos máximos arbitrados (x_2), bem como as variáveis de entrada do algoritmo relacionadas aos parâmetros do dispositivo absorvedor de vibração, como a massa da extremidade (m_2), a massa da haste (m), a massa equivalente (m_{eq}), a rigidez equivalente (k_{eq}) e o comprimento da haste (L).

Tabela 6 - Parâmetros do ADV para as variáveis de entrada do algoritmo.

	x_2 projetado [mm]	m_2 [kg]	m [kg]	m_{eq} [kg]	k_{eq} [N/m]	L [m]
ADV 1	0,391	0,1370	0,0051	0,1382	3420,4078	0,0831
ADV 2	1,056	0,0500	0,0070	0,0516	1277,7559	0,1154
ADV 3	0,199	0,2700	0,0040	0,2709	6707,2523	0,0664

Fonte: Autoria própria (2023)

Após obter os parâmetros do ADV, realizaram-se simulações para os casos 3 e 4 com o intuito de avaliar a eficácia do dispositivo na redução da amplitude das vibrações do sistema principal, comparando-os com os casos 1 e 2, respectivamente. No caso 4, também se conduziu simulações numéricas do deslocamento (x_2) do absorvedor, em regime permanente, a fim de comparar com os valores do deslocamento máximo permitido ($x_{m\acute{a}x}$) calculado modelando o ADV como uma viga cantiléver com uma massa na sua extremidade livre, com o objetivo de garantir a segurança e evitar deformações no ADV. No caso 4d, estabeleceu-se uma faixa de

frequências de 20,5 Hz a 30,5 Hz e conduziram-se simulações com os absorvedores de vibração. O objetivo é analisar a eficiência do ADV no controle de vibrações quando o sistema vibra com uma força de excitação fora da ressonância, a qual ele foi projetado. Em seguida, os valores de deslocamento do ADV (x_2) para cada frequência foi verificado para avaliar a possibilidade de ocorrer deformações no ADV devido às vibrações causada pela força harmônica de excitação.

No Matlab, os algoritmos são implementados com base nas equações de movimento obtidas matematicamente no capítulo 3.3, os quais forneceram equações diferenciais ordinárias de segunda ordem. Inicia-se o programa definindo todas as variáveis de entrada, conforme mostra a Tabela 7. Essas variáveis correspondem às propriedades dos elementos medidos experimentalmente, para uma posterior comparação dos resultados.

Tabela 7 - Variáveis de entrada do algoritmo.

Elemento	Descrição	Variável de entrada	Característica física [unidade de medida]
Barra	Distância até o centro de massa	d_1	0,375 [m]
	Comprimento total	h_1	0,75 [m]
	Massa	m_1	2,156 [kg]
	Momento de inércia	I_b	0,4042 [kg m ²]
	Aceleração da gravidade	g	9,81 [m/s ²]
ADV	Distância até o ADV	h_1	0,75 [m]
	Espessura da haste	e_p	0,00225 [m]
	Largura da haste	l_c	0,01 [m]
	Densidade do material da haste	d	2700 [kg/m ³]
	Módulo de elasticidade do material da haste	E	6,9e10 [Pa]
Mola	Rigidez da mola	k	27040 [N/m]
	Distância até a mola	h_m	0,70 [m]
Amortecimento	Fator de amortecimento	ξ	0,00134
Microventilador	Massa	m_m	0,387 [kg]
	Distância até o centro de massa	d_m	0,55 [m]
	Momento de inércia	I_m	0,1171 [kg m ²]
	Frequência de excitação	w	157,34 [rad/s]
	Massa desbalanceada	m_{dr}	0,0018 [kg]
	Distância do centro de giro até a massa desbalanceada	r_{dr}	0,03 [m]
Suporte	Massa	m_s	0,027 [kg]
	Distância até o centro de massa	h_s	0,7275 [m]
	Momento de inércia	I_s	0,0143 [kg m ²]

Fonte: Autoria Própria (2023)

Para resolver o sistema de equações diferenciais de segunda ordem, a função `ode45` do MatLab é empregada. Essa função é comumente utilizada para resolver

sistemas de EDOs de primeira ordem com o método de integração numérica de Runge-Kutta de quarta ordem e, portanto, foi necessário transformar as expressões das equações de movimento para um sistema de primeira ordem. Ao empregar a função *ode45*, é fornecido como entrada um vetor que representa o intervalo de tempo desejado, juntamente com as condições de contorno iniciais, que correspondem às variáveis dependentes do tempo, neste caso, o deslocamento inicial e a velocidade inicial. A saída da função *ode45* inclui um vetor que contém os pontos de tempo em que a solução foi calculada e uma matriz em que cada coluna representa a solução das variáveis dependentes para cada ponto de tempo correspondente. Após a obtenção da solução, foi realizado a plotagem de gráficos que representam a aceleração no domínio do tempo.

A resposta no domínio da frequência se dá pela aplicação da Transformada Rápida de Fourier (FFT) nos pontos da resposta em função do tempo, obtidos por meio da *ode45*. A FFT é uma ferramenta amplamente utilizada em diversas aplicações, como processamento de sinais, processamento de imagens, análises de áudio entre muitas outras. Ela transforma os sinais no domínio do tempo em componentes senoidais de diferentes frequências, calculando a amplitude e a fase de cada componente senoidal. Dessa forma, obtém-se a representação da resposta no domínio da frequência. No MatLab, a função utilizada para realizar essa transformada é a *fft*. Após a aplicação da FFT, foi gerado um gráfico que representa a aceleração no domínio da frequência.

Para a simulação numérica da vibração livre em todos os casos, foi estabelecido um tempo total de 25 segundos, mantendo as mesmas condições iniciais para possibilitar a comparação dos resultados. Em relação às condições iniciais, o deslocamento da barra foi definido como 0,0004 m/s, com uma velocidade inicial nula. Com a introdução do ADV na simulação, tanto o deslocamento quanto a velocidade inicial do absorvedor foram considerados nulos. Todas as respostas foram obtidas no regime transiente de vibração.

A simulação do sistema sob vibração forçada foi conduzida nas condições de ressonância, onde, em todos os casos, foi adotado um tempo total de 40 segundos, mantendo as mesmas condições iniciais para possibilitar a comparação dos resultados. O deslocamento inicial da barra foi estabelecido em 0,5 μm , com velocidade inicial nula. Posteriormente, o absorvedor foi incorporado, apresentando

deslocamento e velocidades iniciais nulas. As respostas obtidas abrangem tanto o regime transiente quanto o permanente de vibrações.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Resultados experimentais

4.1.1 Determinação do fator de amortecimento

Após a obtenção dos gráficos das acelerações do sistema em vibração livre no domínio do tempo e a aplicação de um filtro FIR do tipo *bandpass* para remover ruídos de alta frequência interferiam na análise dos sinais, o experimento procedeu à medição do fator de amortecimento. O método do decremento logarítmico foi utilizado, realizando 10 medições com um número fixo de ciclos, igual a 40 para cada medição. Em seguida, calculou-se a média desses valores para obter o fator de amortecimento do sistema. A Tabela 8 apresenta os valores do decremento logarítmico (δ) e do fator de amortecimento (ξ) obtidos.

Tabela 8 - Fator de amortecimento obtido experimentalmente.

Medição	δ	ξ
1	0,0170	0,0027
2	0,0145	0,0023
3	0,0082	0,0013
4	0,0063	0,0010
5	0,0066	0,0010
6	0,0085	0,0014
7	0,0043	0,0007
8	0,0073	0,0012
9	0,0066	0,0011
10	0,0051	0,0008
Média	0,0084	0,0013

Fonte: Autoria Própria (2023)

O valor de 0,0013 representa o fator de amortecimento do sistema, refletindo o amortecimento causado pelo atrito nos mancais de deslizamento, nos acoplamentos e pela resistência do ar. Esse valor foi incorporado ao algoritmo do Matlab para conduzir a análise numérica do sistema.

4.1.2 Parâmetros do ADV

A frequência de projeto para determinação dos parâmetros dos absorvedores foi de 23,38 Hz, medida experimentalmente com o sistema principal em vibração

forçada. Esses parâmetros incluem a massa da haste (m), a massa equivalente (m_{eq}), o coeficiente de massa em relação ao sistema principal (μ), a rigidez equivalente (k_{eq}) e o comprimento analítico da haste do dispositivo de absorção de vibração (L). Todos esses resultados estão apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 - Parâmetros dos ADVs experimentais.

	m_2 [kg]	m [kg]	m_{eq} [kg]	μ	k_{eq} [N/m]	L analítico [m]	L experimental [m]	Percentual de erro [%]
ADV 1	0,1180	0,0056	0,1193	0,0464	2543,4925	0,0917	0,0780	14,94
ADV 2	0,0440	0,0077	0,0458	0,0178	975,9636	0,1263	0,1080	14,49
ADV 3	0,2330	0,0045	0,2340	0,0910	4990,7666	0,0733	0,0630	14,04

Fonte: Aatoria Própria (2023)

Ao analisar os resultados e considerando que a massa do sistema principal é de 2,57 kg, observa-se que o ADV 2 possui o menor valor de coeficiente de massa, com 0,0178. O ADV 3 apresenta o maior valor, com 0,0910, enquanto o ADV 1 possui um valor intermediário, com 0,0464. É importante destacar que em todos os três casos, o valor do coeficiente de massa é bastante baixo. Isso indica que o dispositivo de atenuação de vibrações não causa uma alteração significativa no momento de inércia do sistema principal, o que garante que não haverá sobrecarga na estrutura. Nas análises subsequentes, será avaliado qual dos ADVs foi o mais eficiente na redução das vibrações e qual a importância da razão de massas na determinação dessa eficiência.

A haste do absorvedor experimental é facilmente ajustável para igualar a sua frequência natural, medida isoladamente, à frequência de excitação de operação na estrutura. Para alcançar essa igualdade, foi necessário realizar ajustes no comprimento da haste nos três casos. No ADV 1, o comprimento analítico calculado para a massa na extremidade de 118 g foi de 0,0917 m, mas foi necessário um ajuste experimental para reduzi-lo a 0,078 m, a fim de obter a frequência natural de 23,38 Hz, referente ao projeto do dispositivo. Isso resultou em uma redução de 14,94% no comprimento da haste. No ADV 2, com a massa de 44 g em sua extremidade, o comprimento calculado foi de 0,1263 m, mas precisou ser reduzido em 14,49% para corresponder às medições experimentais, resultando em um comprimento de 0,108 m. Quanto ao ADV 3, que possui uma massa de 233 g na extremidade, o comprimento

calculado de 0,0733 m foi reduzido para 0,063 m experimentalmente, apresentando um erro percentual de 14,04%.

Para projetar um absorvedor de vibrações, é essencial assegurar que, além de ser eficiente na redução das vibrações e não sobrecarregar a estrutura principal, a vibração ocorrendo no dispositivo não resulte em deformações na sua estrutura. Portanto, ao modelar o absorvedor como uma viga cantilever com uma massa em sua extremidade livre, foi calculado a deflexão máxima permitida pela viga, conforme apresentado no Capítulo 3. Esse cálculo delimita o máximo deslocamento que o dispositivo pode ter, garantindo que não ocorram deformações em sua estrutura. Os resultados desse cálculo para os ADVs experimentais estão apresentados na Tabela 10, que inclui o deslocamento projetado (x_2), o deslocamento máximo permitido ($x_{m\acute{a}x}$) e a relação entre esses dois valores.

Tabela 10 - Relação do deslocamento do ADV experimental com o deslocamento máximo.

	x_2 [mm]	$x_{m\acute{a}x}$ [mm]	Relação
ADV 1	0,453	0,455	0,99
ADV 2	1,180	0,442	2,67
ADV 3	0,231	0,458	0,50

Fonte: Autoria Própria (2023)

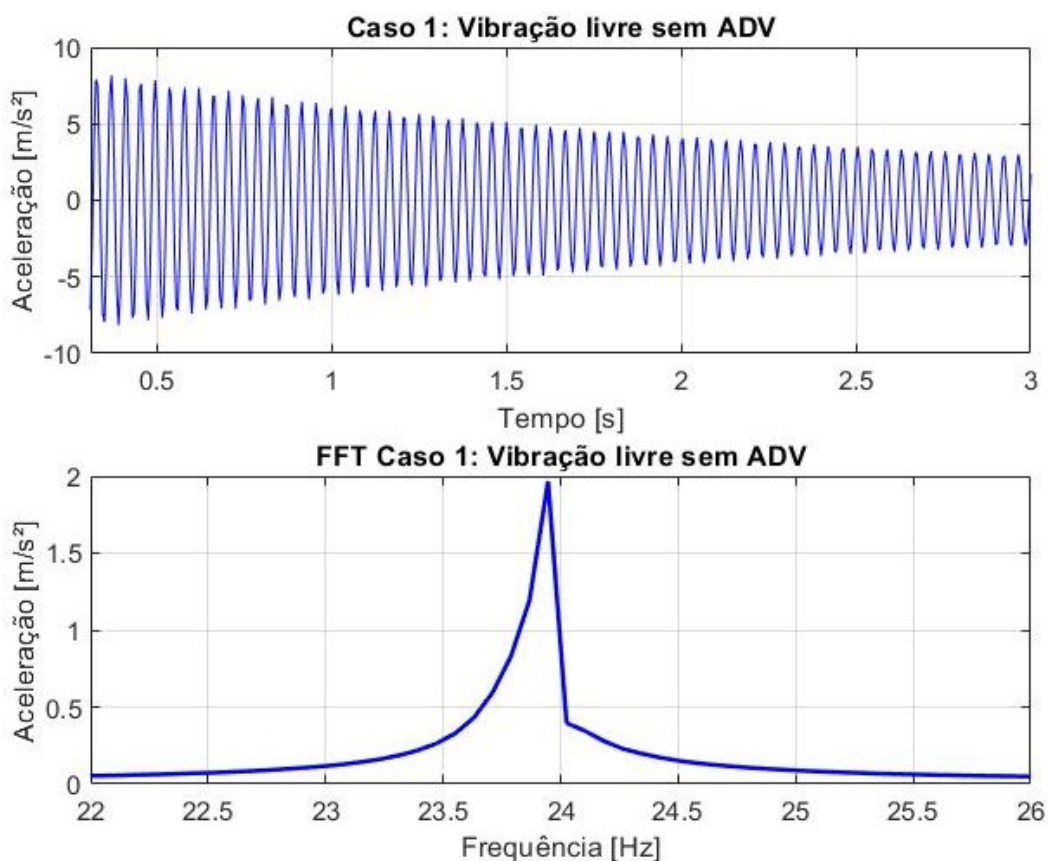
Ao analisar os dados apresentados na Tabela 10, observa-se que o ADV 1 possui um valor de deslocamento máximo aceitável de 0,455 mm, enquanto o projeto previa um deslocamento de até 0,453 mm. Essa diferença é mínima, representando 0,99 do valor aceitável, o que indica que o dispositivo, apesar de próximo ao limite, está dentro das margens permitidas, garantindo que não ocorram deformações quando o sistema estiver operando com a frequência de excitação do projeto. Por outro lado, o ADV 2, com um deslocamento projetado de 1,18 mm, excede consideravelmente a deflexão máxima permitida pela viga, que é de 0,442 mm. Essa diferença significa que o absorvedor sofrerá deformações, uma vez que seu deslocamento é 2,67 vezes maior do que o permitido. O ADV 3 é o dispositivo mais seguro em termos de atenuação de vibrações já que seu deslocamento máximo permitido é de 0,458 mm, enquanto vibra com uma amplitude máxima de 0,231 mm, equivalendo a 0,5 do valor aceitável, garantindo uma operação segura e sem deformações para a força harmônica do projeto.

4.1.3 Resposta em vibração livre

4.1.3.1 Caso 1: Sem ADV

A Figura 24 exibe as respostas adquiridas experimentalmente no domínio do tempo e da frequência quando o sistema vibra livremente após um deslocamento inicial. Nota-se que a amplitude da aceleração diminui gradualmente em decorrência do tempo, começando com um pico de $8,57 \text{ m/s}^2$, resultado do amortecimento da barra do sistema. A frequência natural da estrutura foi medida em $23,91 \text{ Hz}$ com uma amplitude de aceleração de $1,997 \text{ m/s}^2$.

Figura 24 - Vibração livre sem ADV experimental.



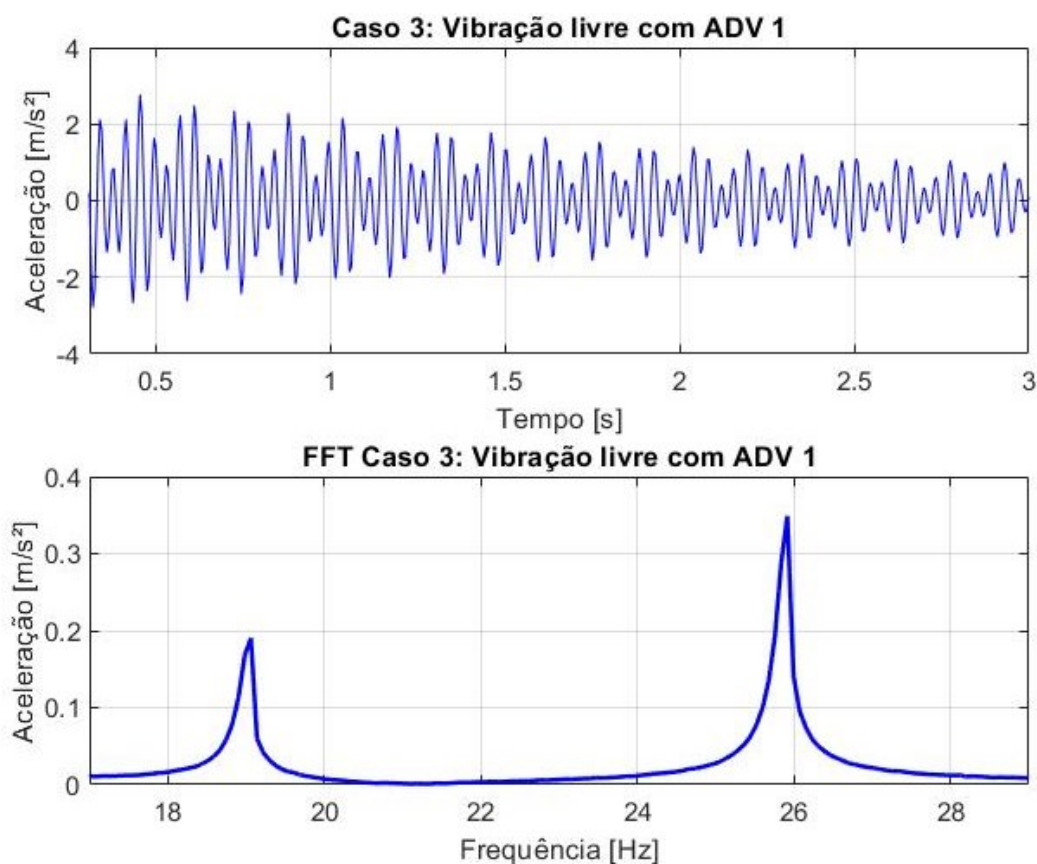
Fonte: Autoria Própria (2023)

4.1.3.2 Caso 3a: Com ADV 1

Introduzindo um absorvedor com uma massa de 118g em sua extremidade, a resposta no domínio do tempo e da frequência é apresentada na Figura 25. Nesse cenário, o sistema, agora com dois graus de liberdade, inicia sua vibração livre após

um deslocamento inicial aleatório. Nota-se que a amplitude da aceleração diminui gradualmente, revelando uma sobreposição de dois modos de vibração distintos. A introdução do ADV 1 ocasiona na redução e divisão em duas partes da frequência natural. A primeira apresenta uma frequência de 19 Hz com uma amplitude de 0,191 m/s², enquanto a segunda tem uma frequência de 25,92 Hz com uma aceleração de 0,349 m/s².

Figura 25 - Vibração livre com ADV 1 experimental.

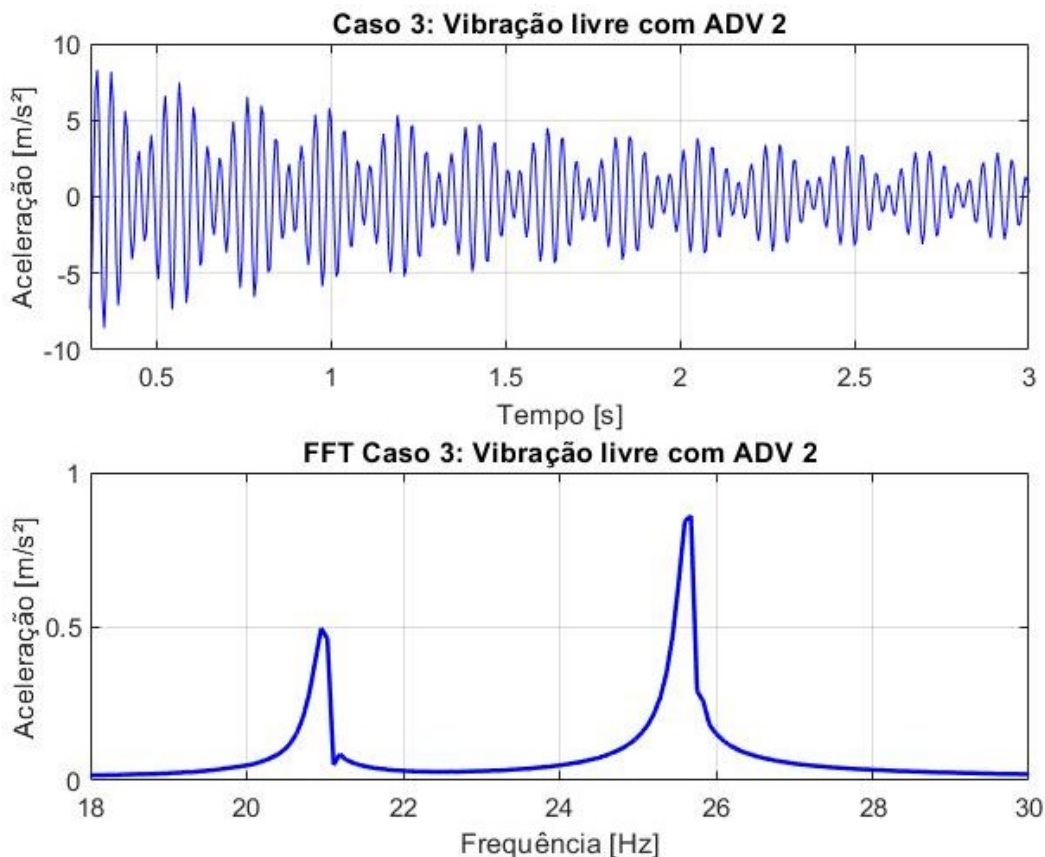


Fonte: Autoria Própria (2023)

4.1.3.3 Caso 3b: Com ADV 2

Com a inserção de um ADV com massa de 44g em sua extremidade, o sistema de dois graus de liberdade vibra livremente, e suas respostas estão representadas na Figura 26. Observa-se que os picos de aceleração diminuem ao longo do tempo, e que o sistema apresenta duas frequências naturais distintas. A primeira é medida em 21 Hz com uma amplitude de 0,495 m/s², enquanto a segunda alcança um pico de 0,86 m/s² com uma frequência de 25,65 Hz.

Figura 26 - Vibração livre com ADV 2 experimental.

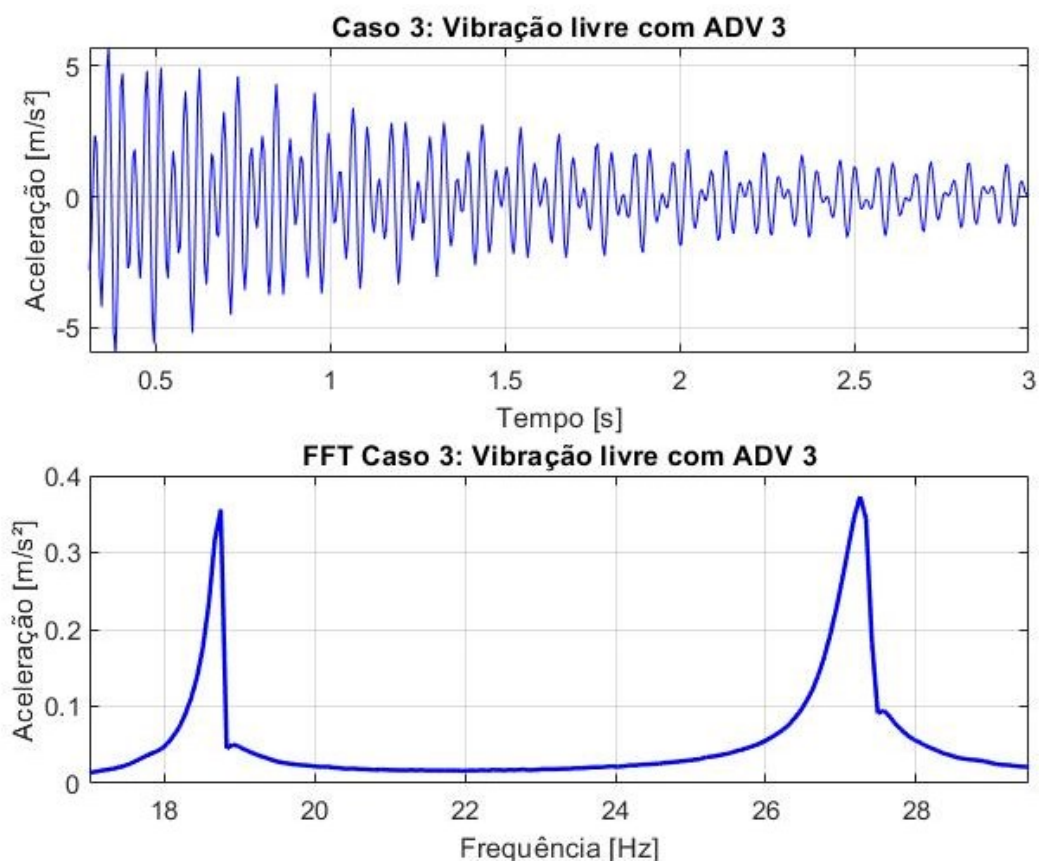


Fonte: Autoria Própria (2023)

4.1.3.4 Caso 3c: Com ADV 3

De maneira similar aos casos 3a e 4b, a inserção do ADV 3 na estrutura, que contém uma massa de 233 g em sua extremidade, resulta na redução e divisão da frequência natural em duas, conforme ilustrado nas respostas no domínio do tempo e da frequência mostradas na Figura 27. A primeira frequência apresenta 18,71 Hz com uma amplitude de aceleração de 0,356 m/s^2 , enquanto a segunda é medida em 27,21 Hz com uma amplitude de 0,373 m/s^2 .

Figura 27 - Vibração livre com ADV 3 experimental.

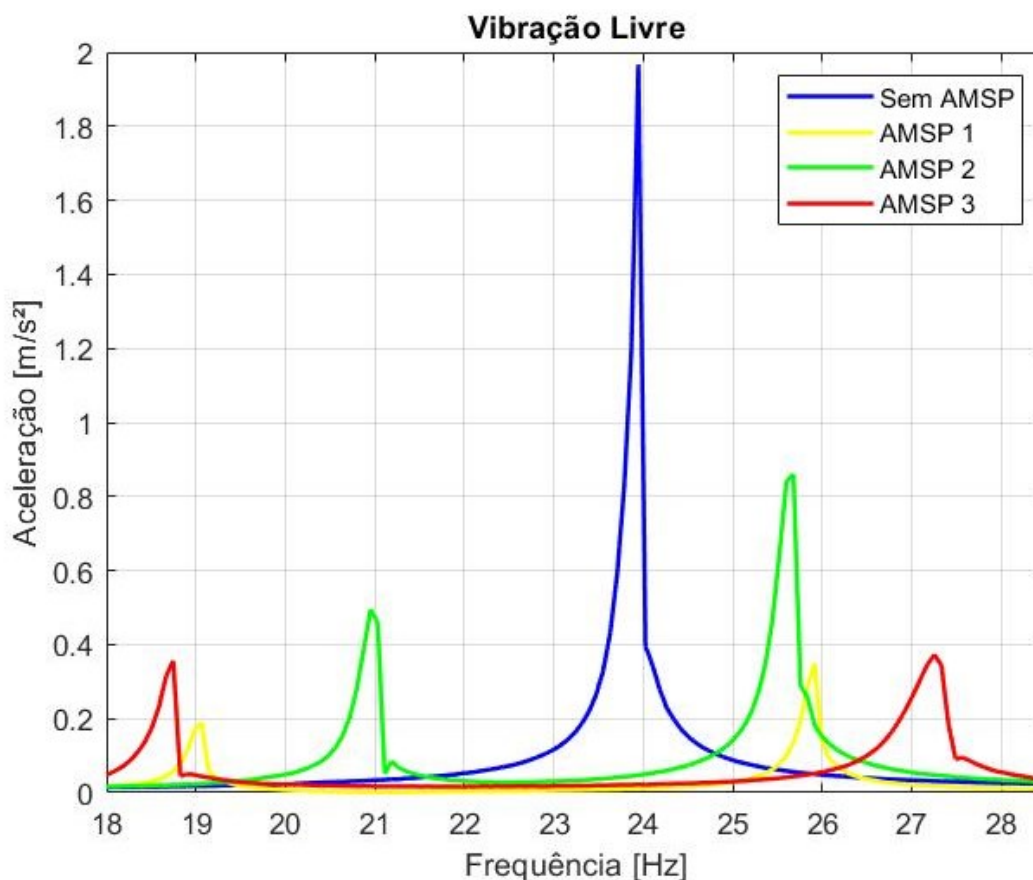


Fonte: Autoria Própria (2023)

4.1.3.5 Comparação dos resultados

A Figura 28 oferece uma comparação no domínio da frequência das respostas experimentais de vibração livre do sistema sem um absorvedor de vibrações e com a inclusão dos ADV 1, ADV 2 e ADV 3. A curva em azul representa a resposta do sistema sem absorvedor, a curva amarela ilustra a resposta com o ADV 1, a curva verde exibe as respostas com o ADV 2 e, por fim, a curva vermelha retrata a resposta do ADV 3.

Figura 28 - Comparativo em vibração livre experimental.



Fonte: Autoria Própria (2023)

Observa-se que, ao introduzir um ADV na estrutura, a frequência natural do sistema se divide em duas, refletindo a presença dos dois graus de liberdade no sistema, resultando em dois modos de vibração. O gráfico revela que, em todos os casos que o absorvedor é aplicado, a amplitude do pico de aceleração diminui em comparação com o pico de frequência do sistema sem o absorvedor. Além disso, nota-se que a diferença entre os picos de frequência aumenta à medida que a razão de massas do ADV em relação ao sistema principal aumenta. Isso é evidenciado pelo ADV 3, que possui o maior valor de coeficiente de massas e apresenta uma diferença de 8,5 Hz entre os picos, enquanto o ADV 1, com uma razão de massas intermediária, tem uma diferença de 6,92 Hz, e o ADV 2, o menor dos ADVs avaliados, apresenta uma diferença de 4,65 Hz entre os picos de frequência.

É importante ressaltar que o propósito ao projetar um ADV é reduzir a amplitude de vibração na frequência específica que se deseja diminuir. Nesse contexto, a eficácia de um ADV na vibração livre é medida pela redução da amplitude

na frequência natural do sistema, que foi medida como 23,91 Hz. Para uma análise e interpretação mais clara dos dados do gráfico, a Tabela 11 fornece os valores da frequência e amplitude de vibração do sistema sem a presença de um absorvedor de vibrações, bem como os valores dos picos resultantes da divisão da frequência natural ao acoplar um ADV à estrutura. Além disso, a tabela inclui a amplitude no ponto da frequência natural da estrutura principal na resposta com o dispositivo. A tabela também apresenta a relação entre os valores de frequência e aceleração sem e com o dispositivo passivo de dissipação de energia.

Tabela 11 - Resultados experimentais em vibração livre.

	SEM ADV	ADV 1	ADV 2	ADV 3	Relação		
					ADV 1	ADV 2	ADV 3
Frequência [Hz]	23,91	19,00	21,00	18,71	0,795	0,878	0,783
		23,91	23,91	23,91	1,000	1,000	1,000
		25,92	25,65	27,21	1,084	1,073	1,138
Amplitude [m/s ²]	1,997	0,191	0,495	0,356	0,095	0,248	0,178
		0,011	0,048	0,022	0,005	0,024	0,011
		0,349	0,860	0,373	0,175	0,431	0,187

Fonte: Autoria Própria (2023)

Analisando os dados fornecidos na Tabela 11, observamos que a frequência natural da barra é de 23,91 Hz, com uma amplitude de vibração de 1,997 m/s². Ao acoplar o ADV 1 à estrutura, a frequência se divide em duas, com valores de 19 Hz e 25,92 Hz, e amplitudes de 0,191 m/s² e 0,349 m/s², respectivamente. A amplitude na frequência de 23,91 Hz é de 0,011 m/s², o que representa apenas 0,005 da amplitude de vibração do sistema sem o dispositivo. Isso significa que a introdução do ADV 1 resultou em uma redução de 99,5% da vibração no sistema. Ao introduzir o ADV 2, a frequência se divide em 21 Hz e 25,65 Hz, com amplitudes de 0,495 m/s² e 0,860 m/s², respectivamente. A amplitude na frequência de 23,91 Hz é de 0,048 m/s², o que representa 0,024 da amplitude do sistema sem o dispositivo, indicando uma eficácia na redução das vibrações de 97,6%. Quanto ao ADV 3, ao ser incorporado à estrutura, gera dois picos de frequência a 18,71 Hz e 27,21 Hz, com amplitudes de 0,095 m/s² e 0,175 m/s², respectivamente. Além disso, apresenta uma amplitude de 0,022 m/s² na frequência de 23,91 Hz, representando apenas 0,011 do valor sem o ADV, resultando em uma redução de 98,9% na amplitude das vibrações.

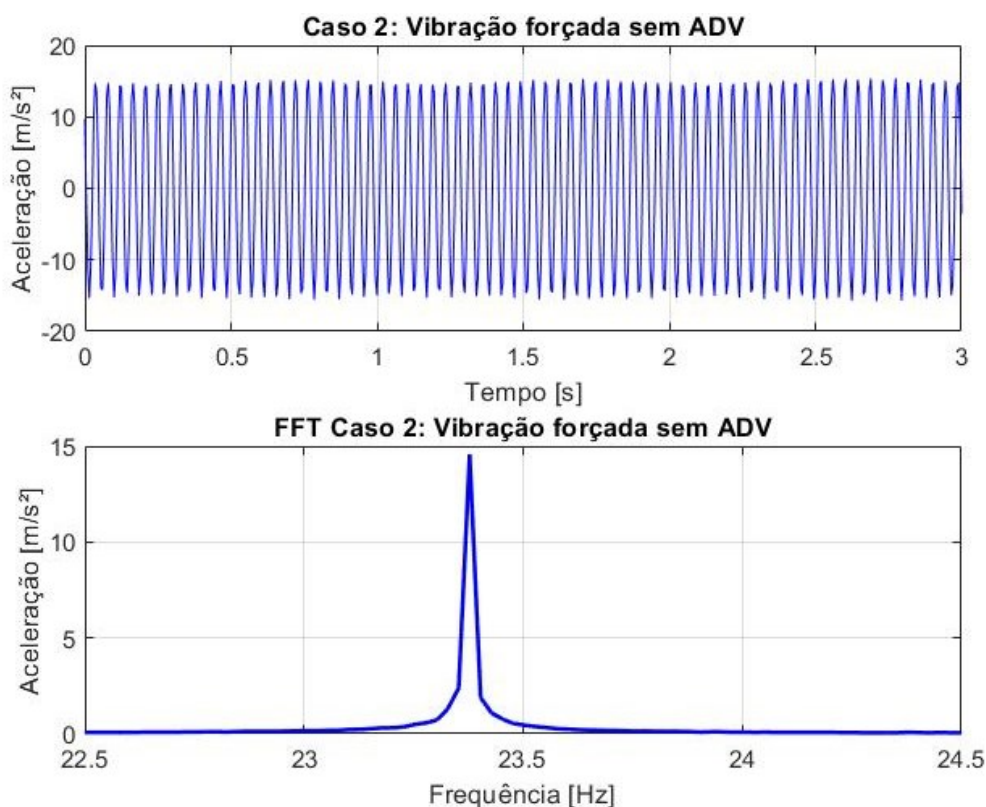
Nesse contexto, todos os dispositivos passivos avaliados foram eficazes na redução da amplitude de vibração do sistema. No entanto, uma análise precisa da eficácia requer que os valores de deslocamento e velocidade iniciais sejam iguais em todos os casos, já que a resposta de um sistema em vibração livre depende das condições iniciais aplicadas a ele. No experimento, esses valores são aleatórios e diferentes para cada teste. Portanto, a variação dos valores iniciais impede a determinação de qual ADV é mais eficaz para redução de amplitudes durante uma vibração livre.

4.1.4 Resposta em vibração forçada

4.1.4.1 Caso 2: Sem ADV

A Figura 29 mostra a resposta experimental no domínio do tempo e da frequência quando o sistema vibra forçadamente em regime permanente. A frequência natural da barra sob excitação foi medida em 23,38 Hz, com uma amplitude de aceleração de 14,57 m/s².

Figura 29 - Vibração forçada sem ADV experimental.

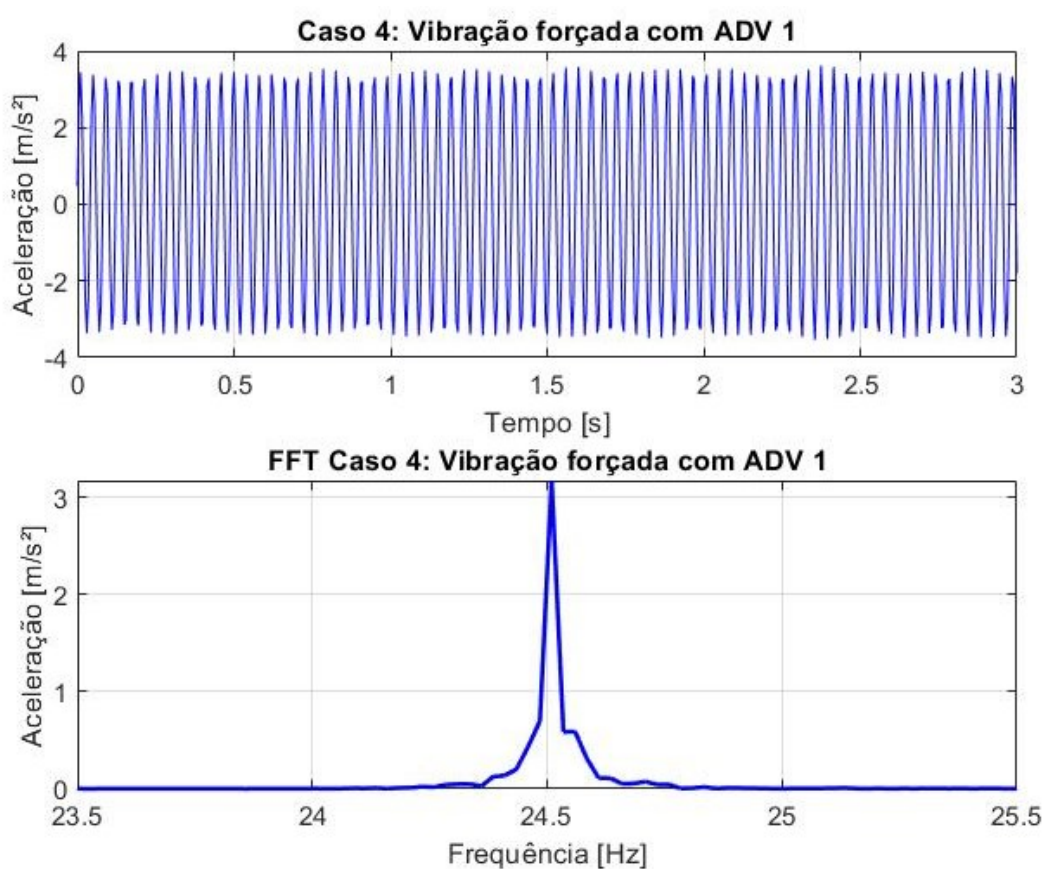


Fonte: Autoria Própria (2023)

4.1.4.2 Caso 4a: Com ADV 1

Em seguida, o ADV 1, projetado especificamente para reduzir as vibrações quando o sistema opera na frequência excitadora de 23,38 Hz, é incorporado ao sistema principal. Como resultado, o sistema apresenta uma amplitude de vibração de 3,178 m/s² na frequência de 24,51 Hz, conforme ilustrado nos gráficos do domínio do tempo e da frequência da Figura 30.

Figura 30 - Vibração forçada com ADV 1 experimental.

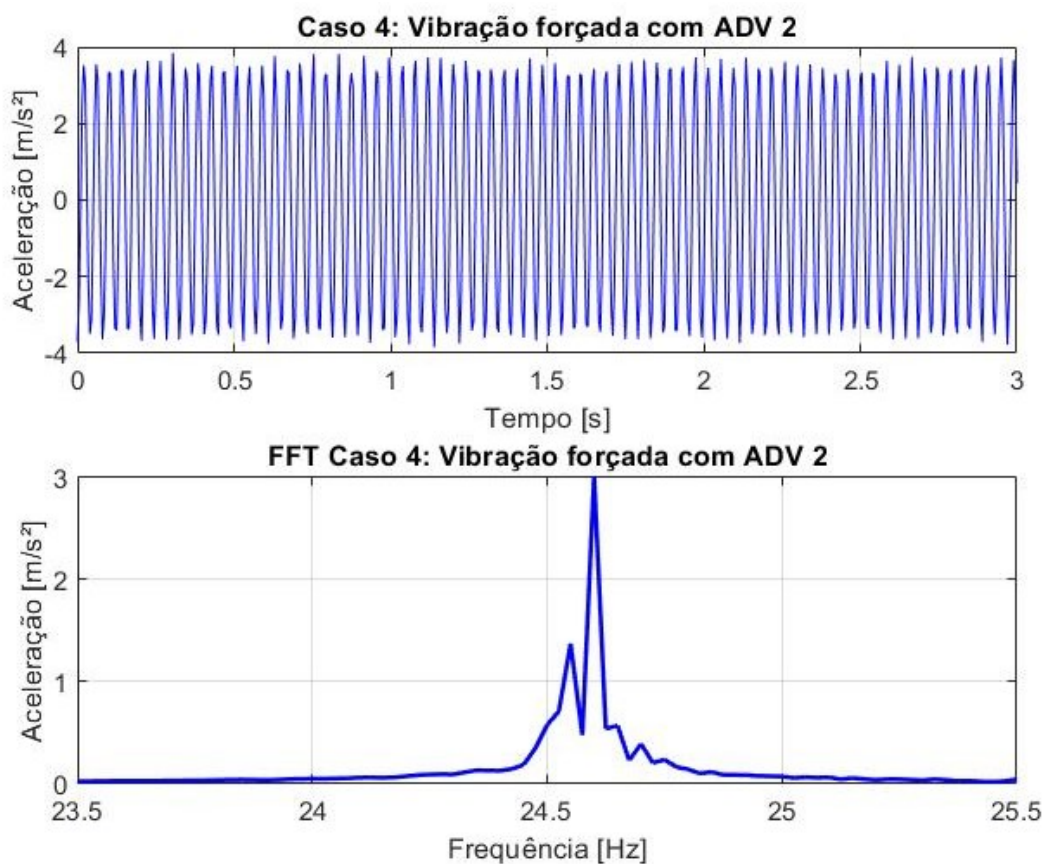


Fonte: Autoria Própria (2023)

4.1.4.3 Caso 4b: Com ADV 2

Da mesma forma que no caso 4a, o ADV 2 é introduzido na estrutura principal, enquanto o sistema vibra sob excitação harmônica. A Figura 31 exibe a resposta no domínio do tempo, em regime permanente, e no domínio da frequência, onde apresenta um pico de 3,01 m/s² na frequência de 24,6 Hz.

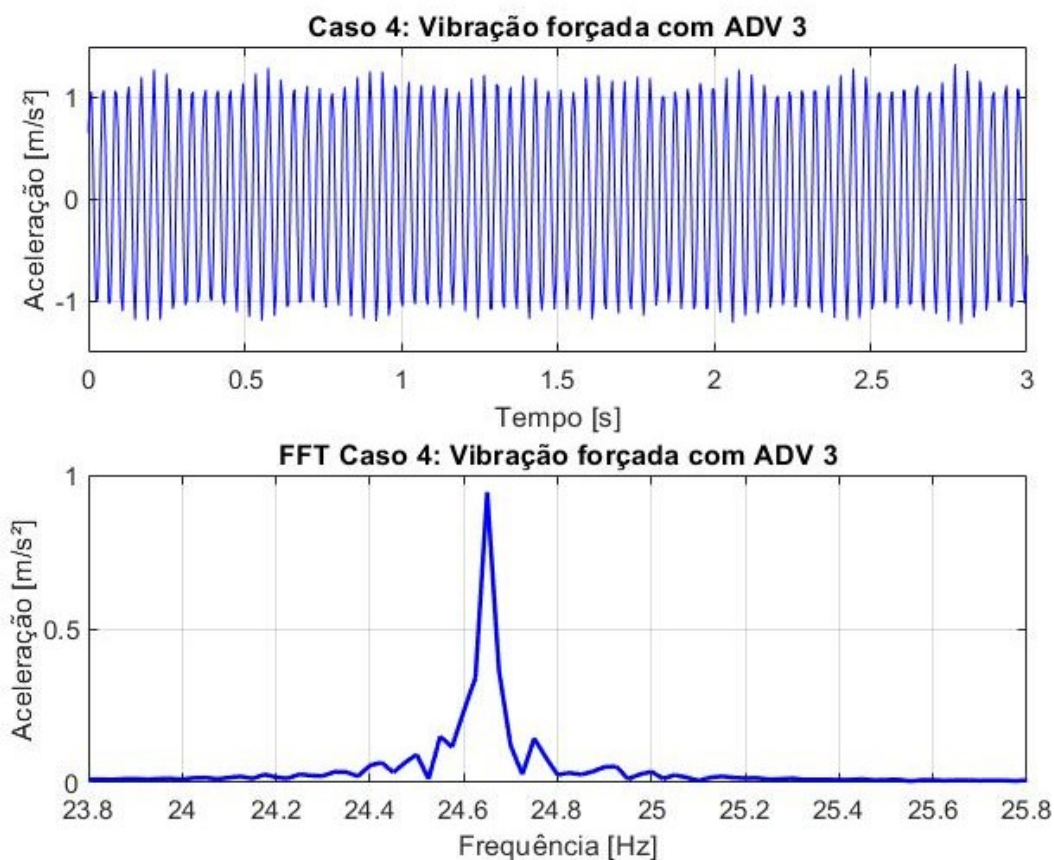
Figura 31 - Vibração forçada com ADV 2 experimental.



Fonte: Autoria própria (2023)

4.1.4.4 Caso 4c: Com ADV 3

A Figura 32 mostra a resposta no domínio do tempo e da frequência quando o ADV 3 é integrado ao sistema. Pode-se observar que o sistema vibra em regime permanente com uma frequência de 24,65 Hz e uma amplitude de aceleração de 0,945 m/s^2 .

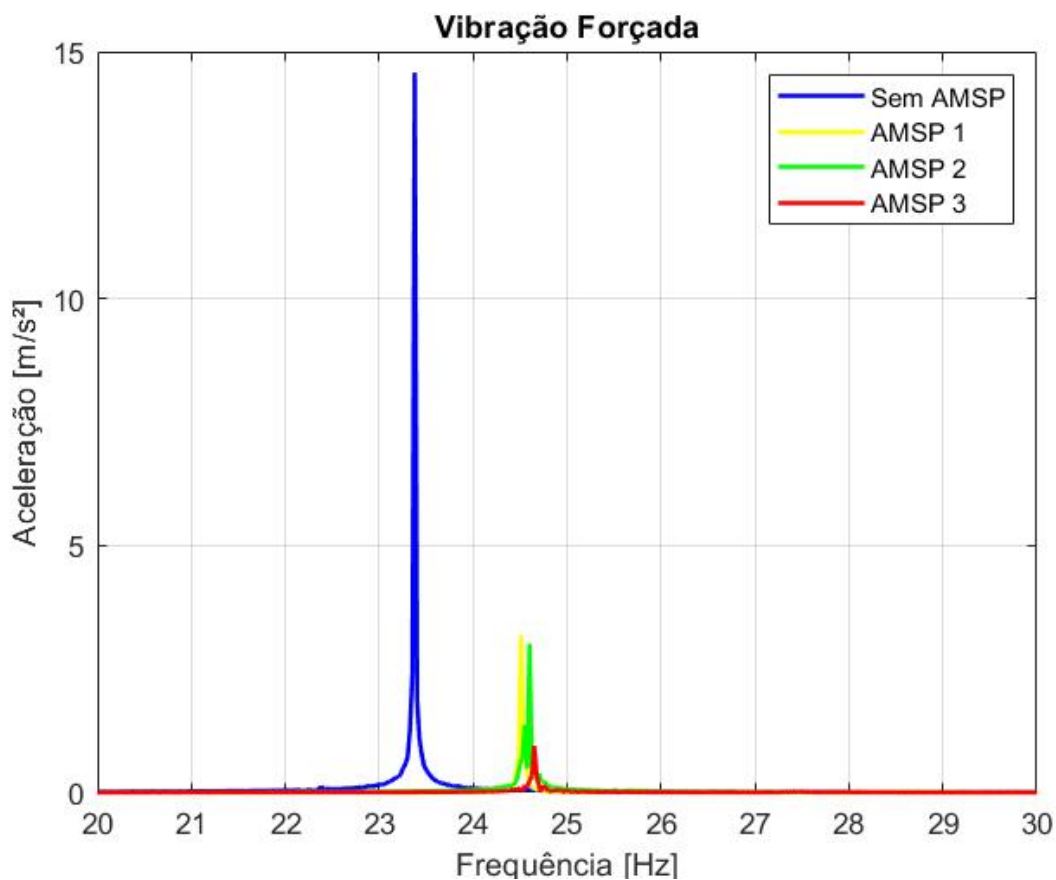
Figura 32 - Vibração forçada com ADV 3 experimental.

Fonte: Autoria Própria (2023)

4.1.4.5 Comparação dos resultados

A Figura 33 exibe uma comparação no domínio da frequência das respostas experimentais de vibração forçada do sistema, sujeito a uma frequência de excitação. Na imagem há as respostas do sistema sem um absorvedor de vibrações (curva azul), e as respostas quando incorpora o ADV 1 na estrutura (curva amarela), o ADV 2 (curva verde) e o ADV 3 (curva vermelha).

Figura 33 - Comparativo em vibração forçada experimental.



Fonte: Autoria Própria (2023)

Ao examinar o gráfico do domínio da frequência apresentado na Figura 33, nota-se prontamente a redução nos picos de amplitude quando um absorvedor é integrado à estrutura que está sendo analisada no regime permanente. Para uma análise mais clara dos resultados obtidos, a Tabela 12 lista as frequências e suas respectivas amplitudes, tanto com quanto sem os ADVs introduzidos. Ela também exhibe a relação entre os valores do sistema com ADV em comparação com os valores obtidos sem qualquer dispositivo de dissipação de vibração.

Tabela 12 - Resultados experimentais em vibração forçada.

	SEM ADV	ADV 1	ADV 2	ADV 3	Relação		
					ADV 1	ADV 2	ADV 3
Frequência [Hz]	23,38	24,51	24,60	24,65	1,048	1,052	1,054
Amplitude [m/s ²]	14,570	3,178	3,010	0,945	0,218	0,207	0,065

Fonte: Autoria Própria (2023)

Os dados tabelados revelam que a frequência natural excitada da estrutura, sem nenhum controle, é medida em 23,38 Hz, com uma amplitude de aceleração de 14,57 m/s². Ao introduzir o ADV 1 no sistema, a nova frequência atinge 24,51 Hz, representando 1,048 vezes do valor sem ADV, com um pico de amplitude de 3,178 m/s², que equivale a 0,218 do valor sem o dispositivo, indicando uma redução de 78,2% na amplitude de vibração. Com o ADV 2, a frequência é 1,052 vezes maior, atingindo 24,6 Hz, com uma aceleração de 3,01 m/s², representando 0,207 do sistema sem controle passivo, o que indica uma redução de 79,3% nas vibrações da estrutura. Ao introduzir o ADV 3, o sistema passa a vibrar na frequência de 24,65 Hz, sendo 1,054 vezes maior que sem o dispositivo, com uma amplitude de vibração de 0,945 m/s², representando 0,065 da amplitude do sistema sem absorvedor, indicando uma redução nas amplitudes de vibração de 93,5%.

Dessa forma, todos os ADVs são eficazes para o controle de vibrações da estrutura barra-mola-amortecido, sendo que o ADV 3 indica o maior índice de redução, com 93,5%. No entanto, conforme os dados de deslocamento do projeto analisado anteriormente, o ADV 2, apesar de eficaz em reduzir as amplitudes vibratórias, apresenta riscos de deformações, indicando a sua inviabilidade de uso. Já o ADV 1, além de reduzir as vibrações, está dentro do limite permitido de deslocamento máximo, porém tem uma menor margem de segurança quando comparado ao ADV 3, que além de controlar de maneira mais eficaz as amplitudes de vibração, o dispositivo vibra de forma mais segura com uma grande margem de segurança para evitar deformações, tornando-o o dispositivo mais indicado para o controle de vibrações da estrutura analisada.

4.2 Resultados numéricos

4.2.1 Parâmetros do ADV

A frequência de projeto dos absorvedores numéricos foi de 25,05 Hz, sendo a frequência na condição de ressonância. Dessa forma, a Tabela 13 apresenta o deslocamento do ADV (x_2) do projeto, o deslocamento máximo permitido pelo absorvedor ($x_{máx}$), a fim de evitar deformações, e a relação entre esses valores para os absorvedores numéricos.

Tabela 13 - Relação do deslocamento projetado do ADV numérico com a deflexão máxima.

	x_2 projetado [mm]	$x_{m\acute{a}x}$ [mm]	Relação
ADV 1	0,391	0,393	0,99
ADV 2	1,056	0,384	2,75
ADV 3	0,199	0,395	0,50

Fonte: Autoria Própria (2023)

O deslocamento (x_2) projetado representa a amplitude máxima que o dispositivo pode atingir durante as vibrações. Esse valor foi comparado com os deslocamentos (x_2) nas simulações do regime permanente. O objetivo foi determinar se existe uma margem de segurança no projeto para garantir que não ocorram deformações não previstas e indesejadas no ADV. Ao analisar os resultados encontrados na Tabela 13, no projeto, o ADV 1 opera muito próximo do limite da deflexão máxima permitida, com uma relação de 0,99, encontrando-se dentro do limite aceitável. Já o ADV 2 possui uma amplitude 2,75 vezes maior do que o valor aceitável em suas condições, o que significa que ele pode sofrer deformações. O ADV 3, por sua vez, vibra com segurança, com um deslocamento máximo que corresponde a apenas metade do valor permitido.

Aplicando as formulações e as propriedades do material da haste dispostos no Capítulo 3, tendo os valores de x_2 arbitrados, os demais parâmetros otimizados dos absorvedor são obtidos, como a massa na extremidade (m_2), a massa da haste (m), a massa equivalente (m_{eq}), a rigidez equivalente (k_{eq}) e o comprimento da haste (L), cujos valores são apresentados na Tabela 14.

Tabela 14 - Parâmetros dos ADVs numéricos.

	m_2 [kg]	m [kg]	m_{eq} [kg]	μ	k_{eq} [N/m]	L [m]
ADV 1	0,1370	0,0051	0,1382	0,0537	3420,4078	0,0831
ADV 2	0,0500	0,0070	0,0516	0,0201	1277,7559	0,1154
ADV 3	0,2700	0,0040	0,2710	0,1054	6707,2523	0,0664

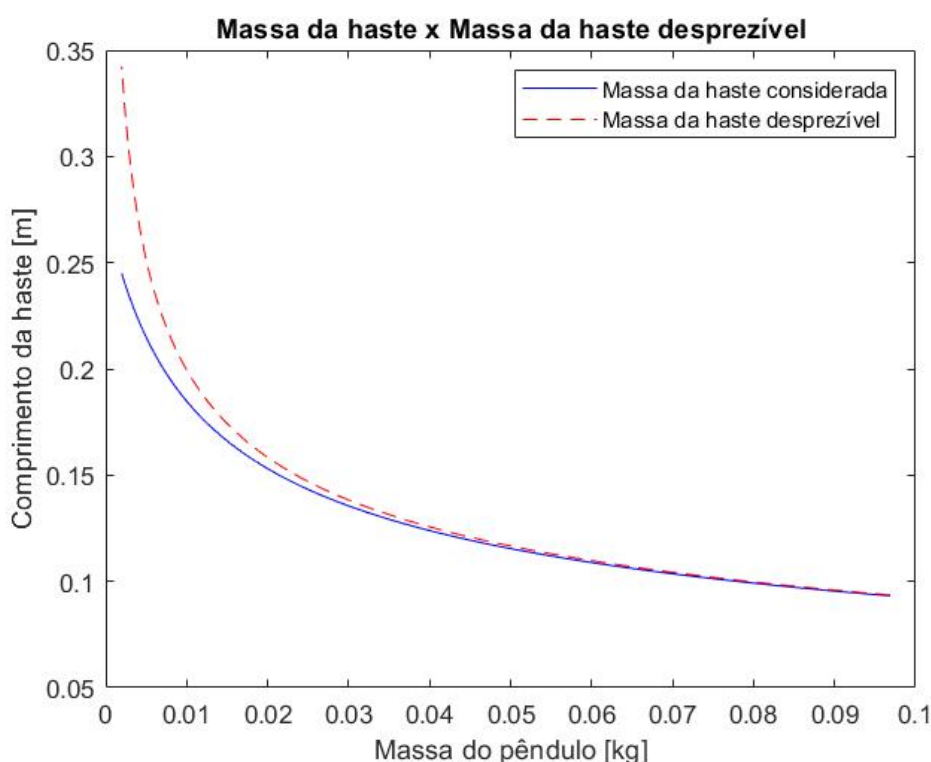
Fonte: Autoria Própria (2023)

Analisando os resultados apresentados na Tabela 14, considerando a massa equivalente da estrutura principal de 2,57 kg, observa-se que o ADV 3 possui o maior valor de coeficiente de massa, com 0,1054. Em seguida, o ADV 1 apresenta uma razão de massas de 0,0537, e o ADV 2 tem o menor coeficiente de massa, com

0,0201. Todos esses valores são relativamente baixos, o que assegura que ao acoplar o dispositivo para atenuar as vibrações, ele não irá sobrecarregar a estrutura principal, e a inércia do sistema principal não será significativamente modificada. Nas análises subsequentes, será examinada a relação entre o coeficiente de massa e a eficácia de cada ADV.

Observa-se que as massas das hastes dos ADVs, consideradas para realizar os cálculos dos parâmetros dos dispositivos absorvedores com maior precisão, são muito pequenas e têm um impacto mínimo no valor total da massa equivalente do ADV. Em muitos casos na literatura, o valor da massa da haste é tratado como desprezível nos cálculos para a determinação dos parâmetros. Tendo isso em mente, a Figura 34 ilustra como a massa da haste influencia na obtenção do valor do comprimento do cabo. Analisando o gráfico, é perceptível que, para valores da massa da extremidade do dispositivo superiores a 0,05 kg, o comprimento da haste praticamente não sofre alterações significativas, com as linhas do gráfico praticamente se sobrepondo. No entanto, quando as massas são inferiores a 0,05 kg, o comprimento, desconsiderando o valor da massa da haste, tende a aumentar à medida que a massa diminui.

Figura 34 - Gráfico da interferência da massa da haste no cálculo do comprimento.



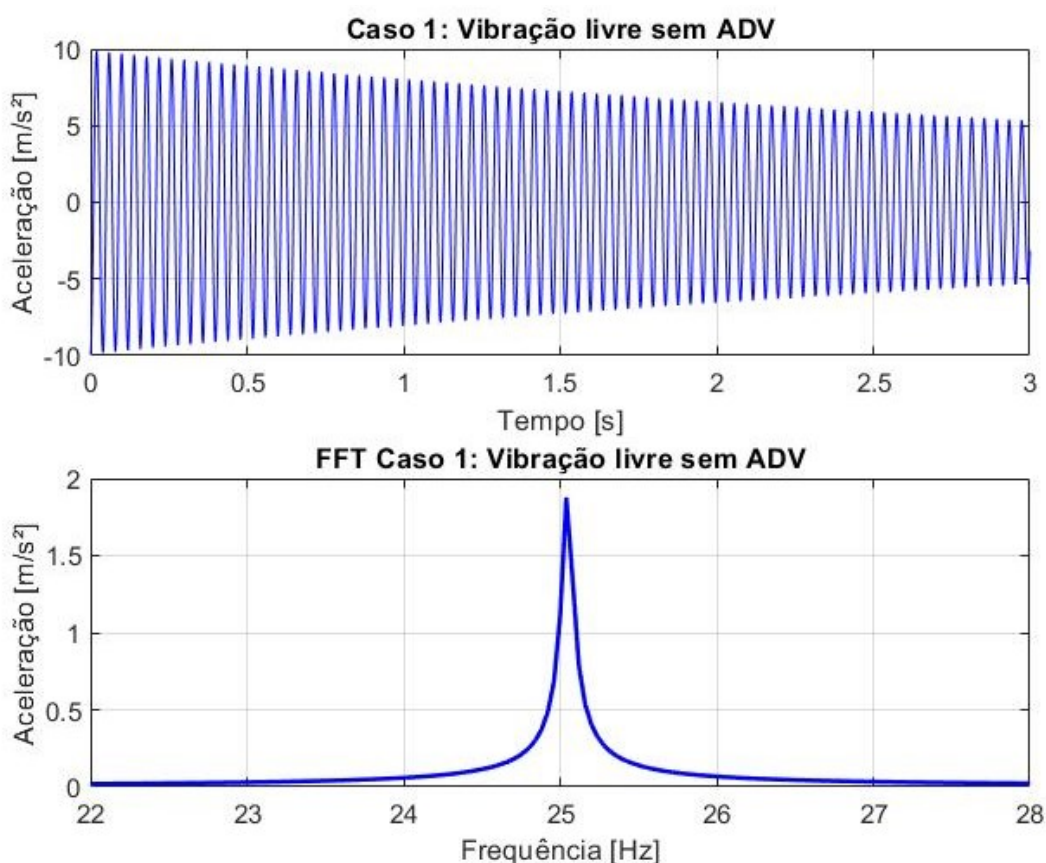
Fonte: Autoria Própria (2023)

4.2.1 Resultados em vibração livre

4.2.1.1 Caso 1: Sem ADV

A Figura 35 exibe a resposta da estrutura principal vibrando livremente nos domínios do tempo e da frequência. A resposta ao longo do tempo mostra um pico inicial de amplitude de $9,902 \text{ m/s}^2$, que diminui gradualmente devido ao amortecimento presente no sistema. A frequência natural da estrutura foi definida com um valor de $25,05 \text{ Hz}$ e uma amplitude de $1,877 \text{ m/s}^2$.

Figura 35 - Vibração livre sem ADV numérico.



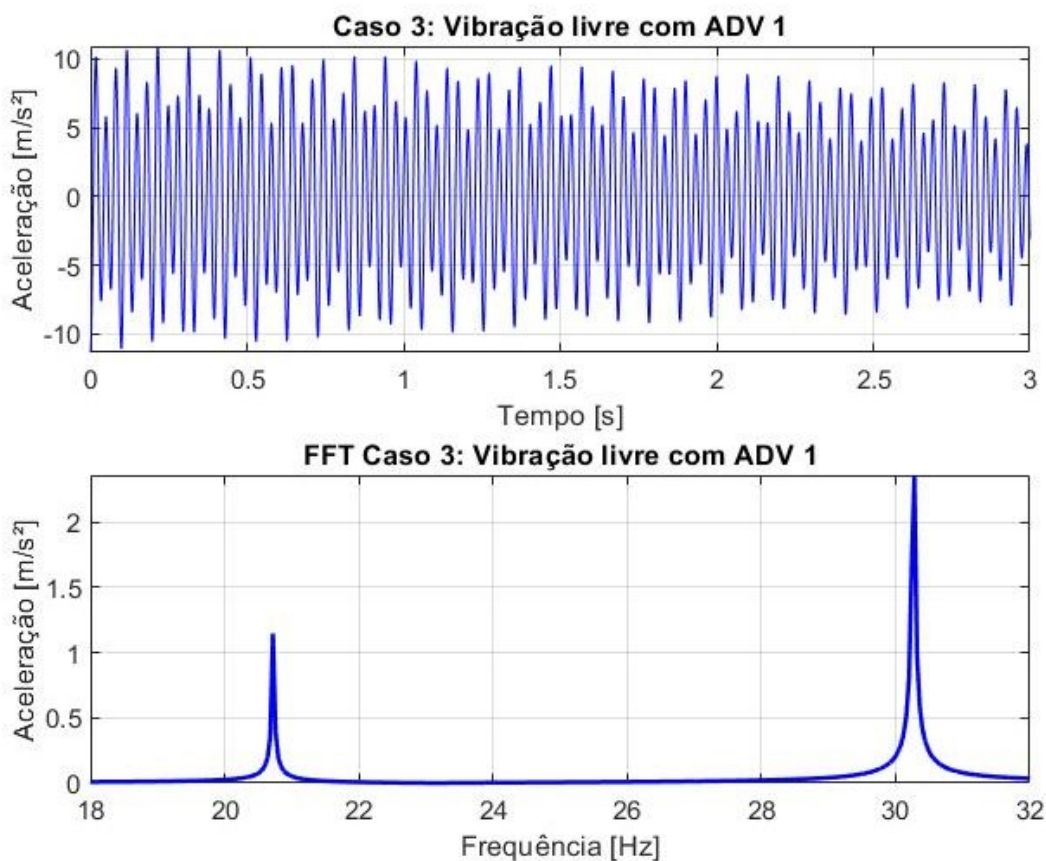
Fonte: Autoria Própria (2023)

4.2.1.2 Caso 3a: Com ADV 1

Com a incorporação do ADV 1, que possui uma massa na extremidade de 137g e uma haste de comprimento de $0,0831 \text{ m}$, o sistema começa a vibrar com dois modos distintos, conforme ilustrado na Figura 36. A frequência natural do sistema se

divide em duas partes: a primeira tem um valor de 20,72 Hz com uma amplitude de 1,146 m/s², e a segunda é de 30,28 Hz com uma aceleração de 2,36 m/s².

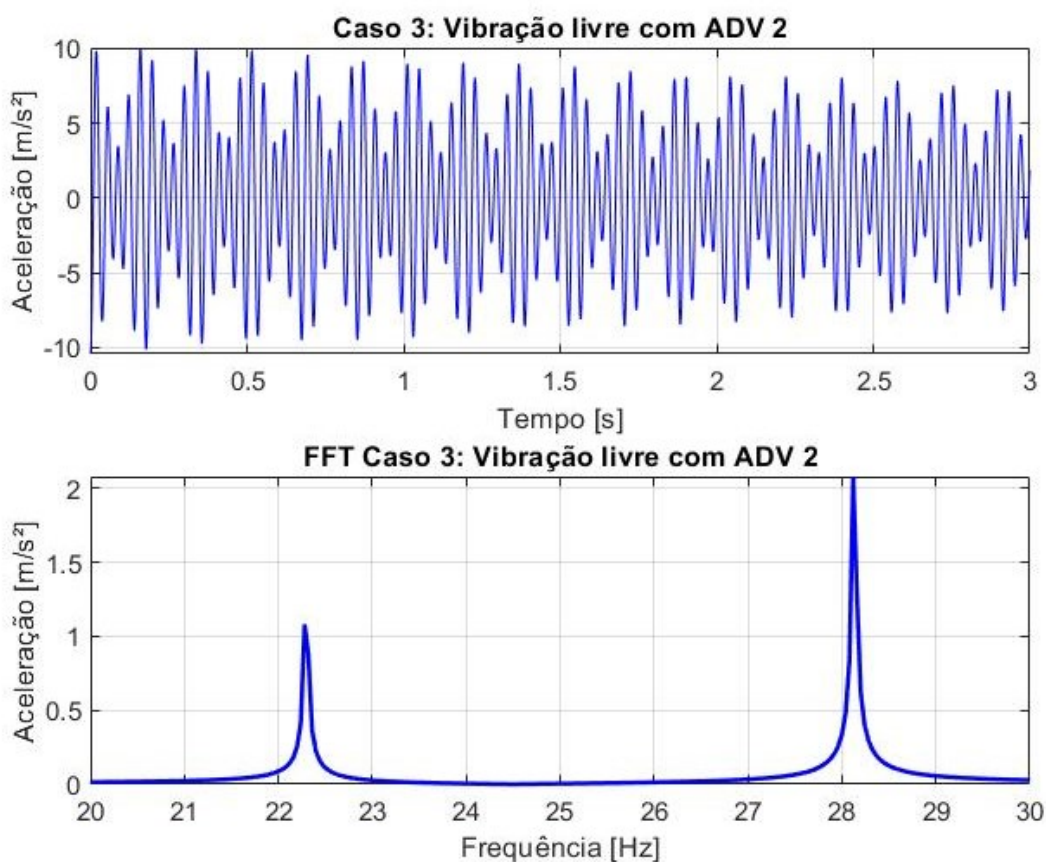
Figura 36 - Vibração livre com ADV 1 numérico.



Fonte: Autoria Própria (2023)

4.2.1.3 Caso 3b: Com ADV 2

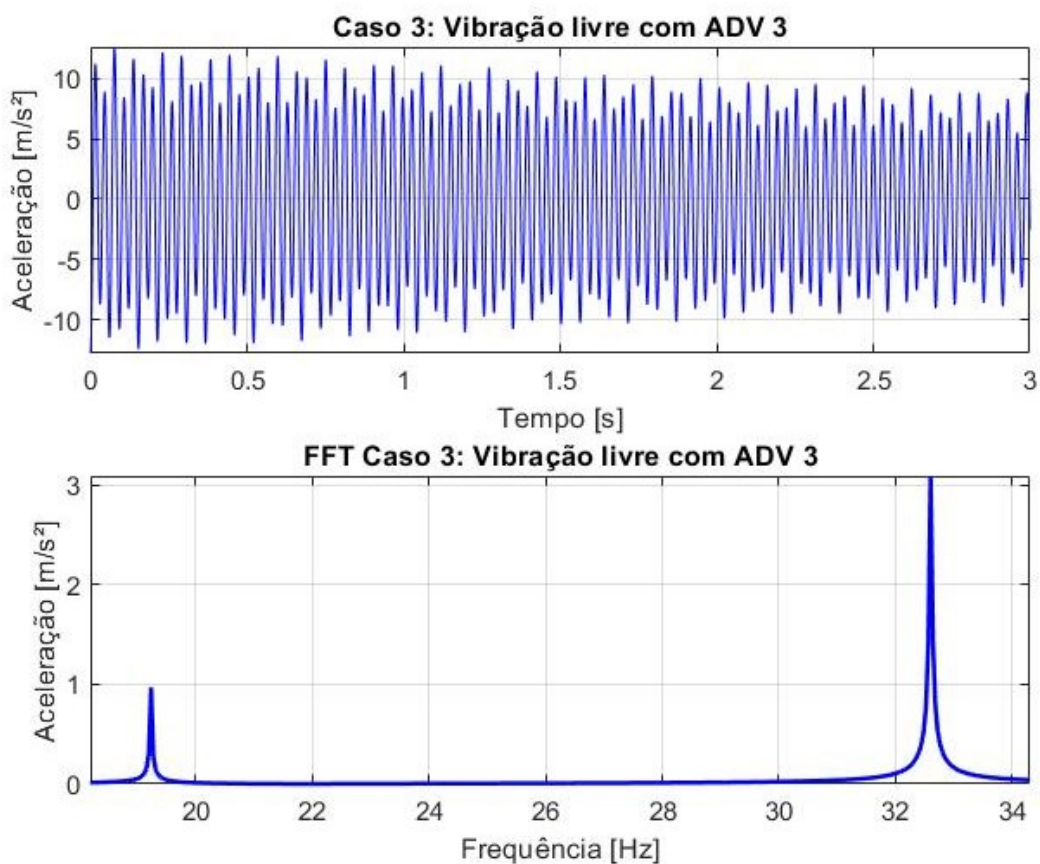
Da mesma forma que no caso anterior, a adição do ADV 2, que tem uma massa de 50 g em sua extremidade e uma haste de 0,1154 m de comprimento, resulta na obtenção de duas frequências, como ilustrado nas respostas da Figura 37. A primeira frequência tem um pico de aceleração de 1,08 m/s² a 22,28 Hz, e a segunda apresenta um valor de 2,079 m/s² a 28,12 Hz.

Figura 37 - Vibração livre com ADV 2 numérico.

Fonte: Autoria Própria (2023)

4.2.1.4 Caso 3c: Com ADV 3

A resposta do sistema vibrando livremente com o ADV 3, que possui uma massa de 270g na extremidade e um comprimento de haste de 0,0664 m, é ilustrada na Figura 38. Observa-se que o sistema apresenta dois picos de frequência: o primeiro a 19,24 Hz, com uma aceleração de 0,97 m/s², e o segundo a 32,6 Hz, com um pico de aceleração de 3,095 m/s².

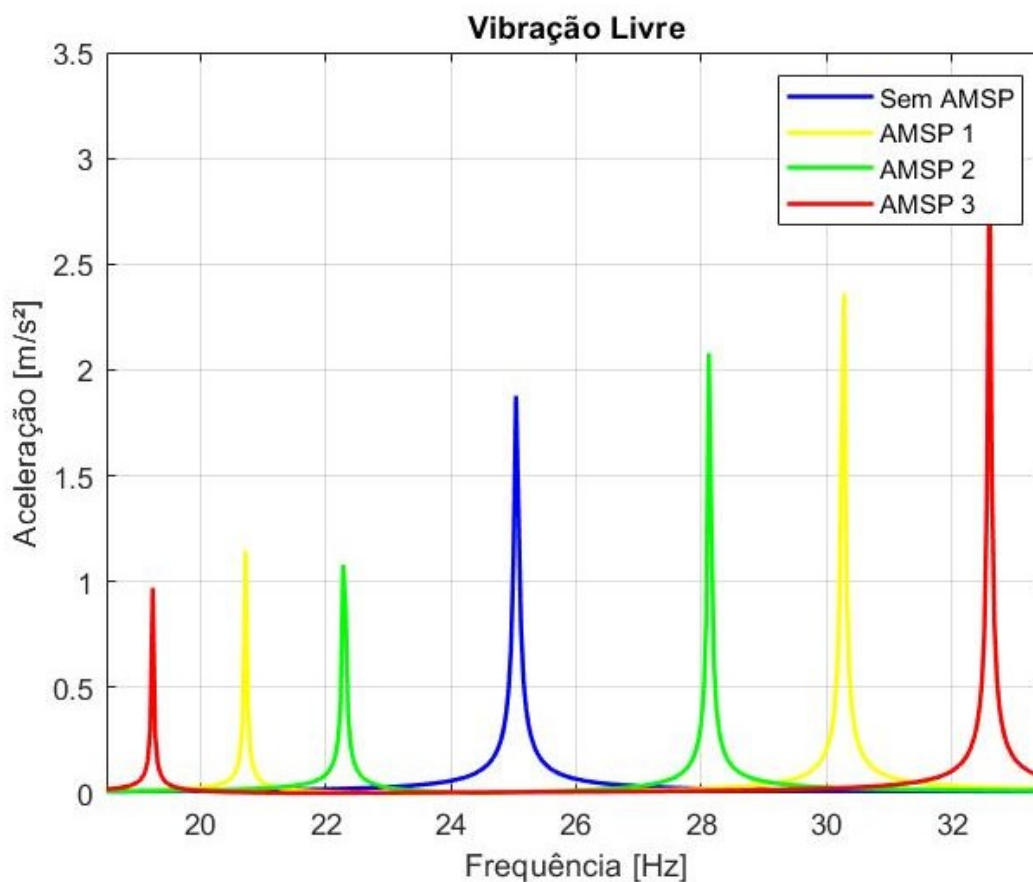
Figura 38 - Vibração livre com ADV 3 numérico.

Fonte: Autoria Própria (2023)

4.2.1.5 Comparação dos resultados

A Figura 39 apresenta uma comparação das respostas no domínio da frequência quando o sistema vibra livremente em quatro cenários: sem nenhum controle de vibrações (linha azul), com o dispositivo ADV 1 (linha amarela), com o ADV 2 (linha verde) e, por último, com o ADV 3 (linha vermelha).

Figura 39 - Comparativo em vibração livre numérico.



Fonte: Autoria Própria (2023)

Na análise da Figura 39, destaca-se a redução na amplitude de vibração na frequência de projeto de 25,05 Hz, onde ocorre a quebra do pico para as duas novas frequências. Essa frequência será a referência para avaliar a eficiência de cada absorvedor. Além disso, observa-se que a distância entre os dois novos picos de frequência aumenta com o aumento da razão de massa do ADV. O ADV 3, com o maior coeficiente de massa, apresenta uma diferença de 13,36 Hz entre os picos. O ADV 1, com uma razão de massas intermediária, tem uma diferença de 9,56 Hz. Já o ADV 2, o menor dos três casos, mostra uma diferença de 5,84 Hz. Essas observações serão essenciais para a análise posterior da eficiência na faixa de frequências de 20,5 Hz a 30,5 Hz.

Os dados da Tabela 15 fornecem os valores de frequência e amplitude para cada cenário, além de apresentar a relação entre cada configuração com ADV para controle de vibrações com a condição sem nenhum dispositivo acoplado.

Tabela 15 - Resultados numéricos em vibração livre.

	SEM ADV	ADV 1	ADV 2	ADV 3	Relação		
					ADV 1	ADV 2	ADV 3
Frequência [Hz]		20,72	22,28	19,24	0,827	0,889	0,768
	25,05	25,05	25,05	25,05	1,000	1,000	1,000
		30,28	28,12	32,60	1,209	1,123	1,301
Amplitude [m/s ²]		1,146	1,080	0,970	0,611	0,575	0,517
	1,877	0,006	0,005	0,005	0,003	0,003	0,003
		2,360	2,079	3,095	1,257	1,108	1,649

Fonte: Autoria Própria (2023)

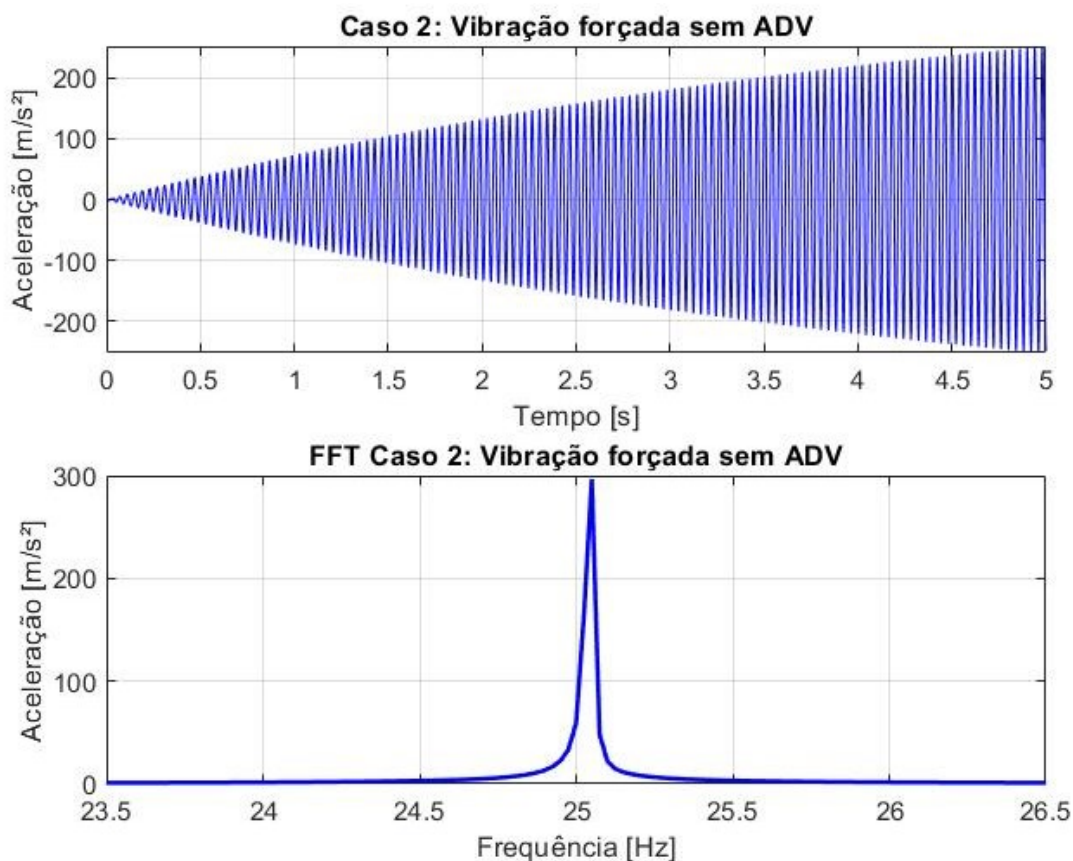
A frequência natural da barra sem nenhum controle de vibrações é de 25,05 Hz, com uma aceleração de 1,877 m/s². Ao introduzir o ADV 1 nessa estrutura, ocorre a quebra da frequência para duas novas frequências, 20,72 Hz e 30,28 Hz. O valor do pico na frequência de 25,05 Hz é de 0,006 m/s², representando 0,003 da amplitude sem nenhum tipo de controle, o que indica uma redução percentual de vibrações de 99,7%. Com o ADV 2, as duas novas frequências formadas têm valores de 22,28 Hz e 28,12 Hz, com uma amplitude de 0,005 m/s² na frequência de 25,05 Hz, resultando em uma redução de 99,7% da amplitude vibratória do sistema. O ADV 3 apresenta duas novas frequências naturais, 19,24 Hz e 32,6 Hz, com uma amplitude de 0,005 m/s² em 25,05 Hz, representando 0,003 do valor do pico de aceleração sem o ADV, indicando uma eficiência de 99,7%. Em todos os três cenários de controle de vibrações para o sistema vibrando livremente, os três dispositivos analisados foram igualmente eficazes na redução da amplitude vibratória para o valor do projeto, de 25,05 Hz, demonstrando uma redução da aceleração do sistema em 99,7%.

4.2.2 Resultados em vibração forçada

4.2.2.1 Caso 2: Sem ADV

A Figura 40 exibe a resposta no domínio do tempo e da frequência quando o sistema está operando na condição crítica de ressonância, sem nenhum dispositivo de dissipação atuando. Ao observar o gráfico, que está no regime transiente, nota-se que o sistema vibra de forma descontrolada, atingindo rapidamente elevados valores de aceleração, apresentando um pico de 296,6 m/s² na frequência excitada de 25,05 Hz.

Figura 40 - Vibração forçada sem ADV numérico.

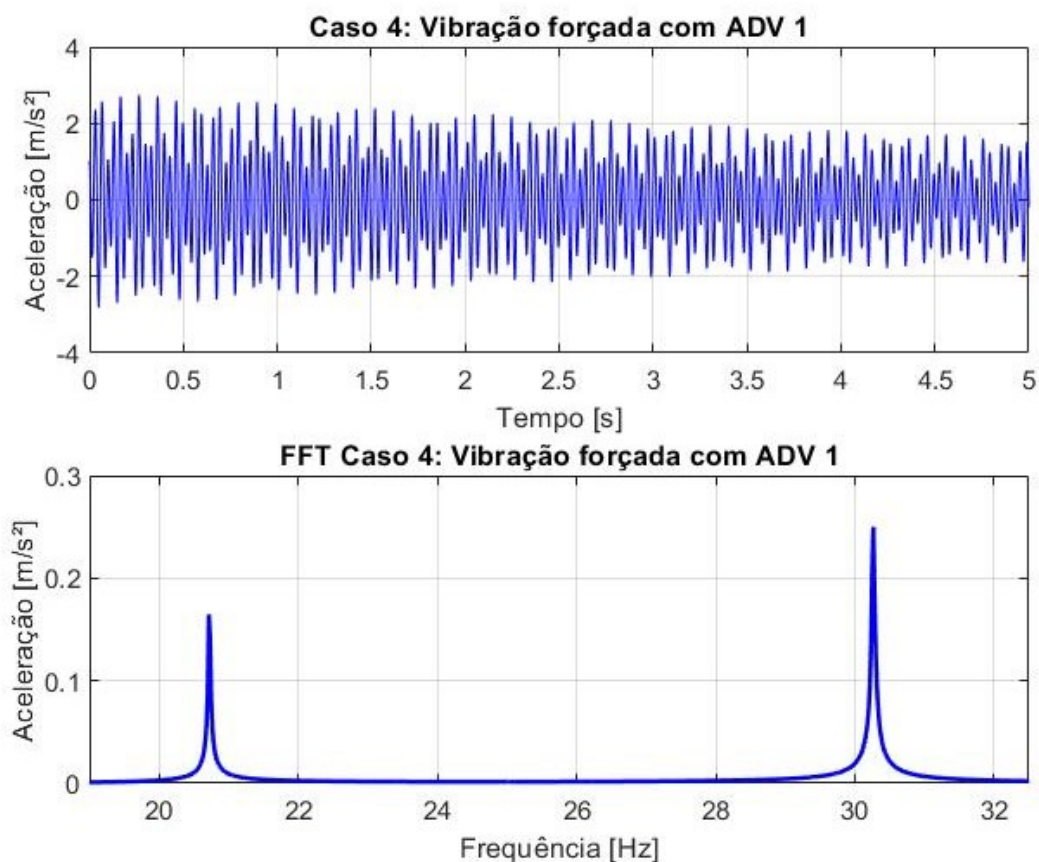


Fonte: Autoria Própria (2023)

4.2.2.2 Caso 4a: Com ADV 1

A Figura 41 ilustra a resposta do sistema quando o ADV 1 é adicionado para atenuar as vibrações do sistema na condição de ressonância. Nota-se que as amplitudes de aceleração diminuem gradualmente com o passar do tempo, até praticamente se anularem. Esse efeito ocorre devido à presença do dispositivo passivo agindo na estrutura. Devido à resposta do sistema estar no regime transiente de vibração, observa-se a presença de dois picos de frequência, que correspondem às frequências naturais da estrutura com dois graus de liberdade. A primeira frequência tem um valor de 20,72 Hz, com uma aceleração de 0,261 m/s^2 , e a segunda é de 30,28 Hz, com 0,332 m/s^2 .

Figura 41 - Vibração forçada com ADV 1 numérico.

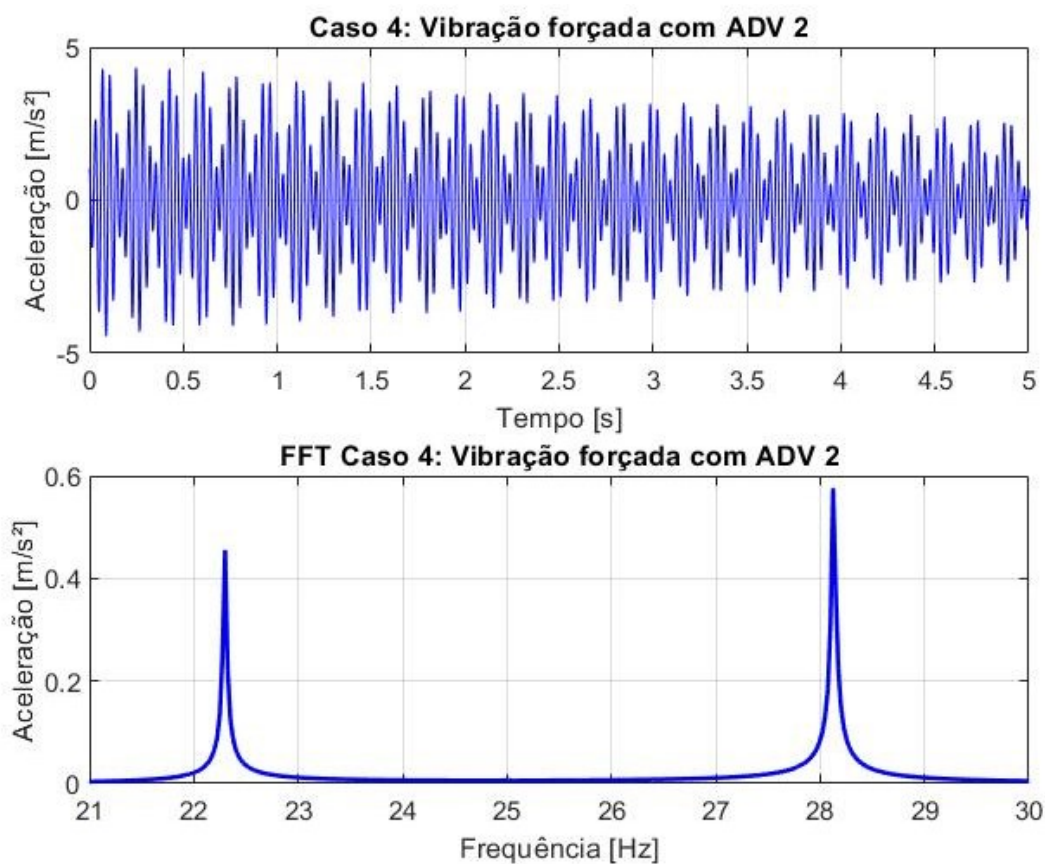


Fonte: Autoria Própria (2023)

4.2.2.3 Caso 4b: Com ADV 2

Com a incorporação do ADV 2 na estrutura, o sistema exibe uma resposta semelhante à do caso anterior, onde o dispositivo atua dissipando a energia do sistema principal, reduzindo gradualmente a vibração até praticamente eliminá-la, como ilustrado na Figura 42. A resposta no domínio a frequência mostra os dois picos correspondentes às frequências naturais do sistema, que apresenta dois modos de vibração no regime transiente. O primeiro pico tem uma amplitude de 0,455 m/s² a 22,28 Hz, e o segundo pico possui 0,576 m/s² a 28,12 Hz.

Figura 42 - Vibração forçada com ADV 2 numérico.

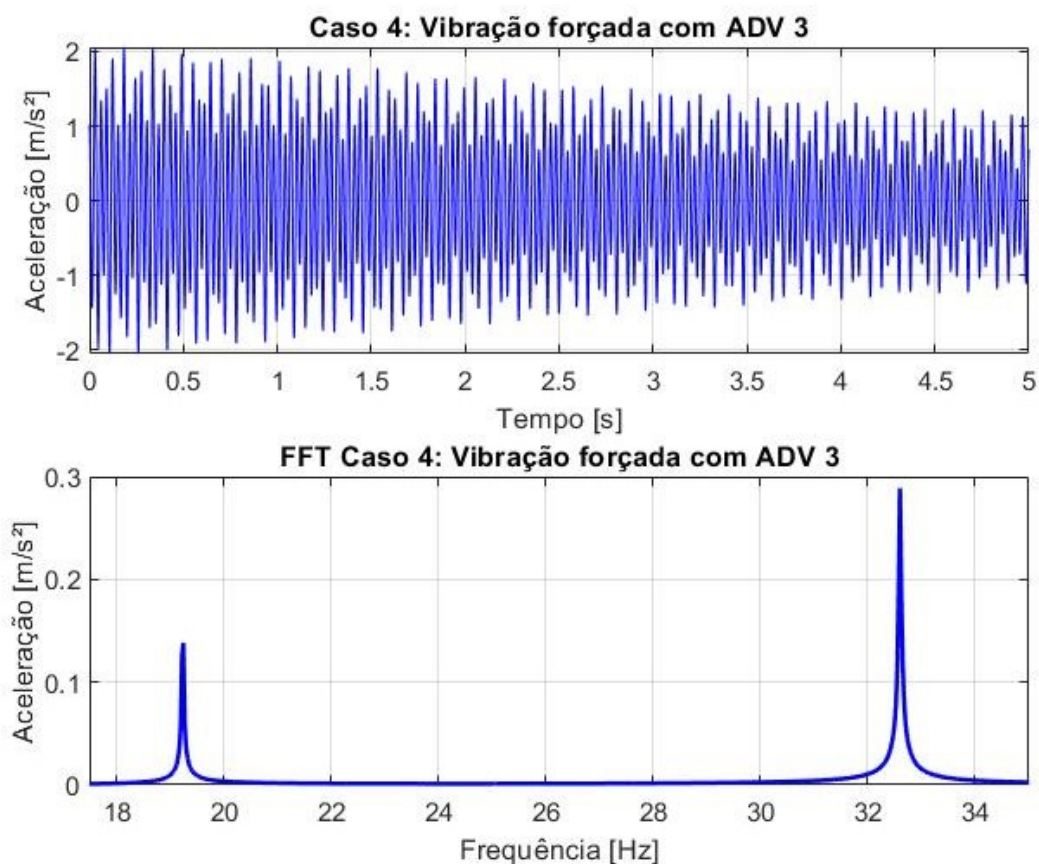


Fonte: Autoria Própria (2023)

4.2.2.4 Caso 4c: Com ADV 3

A resposta do sistema com a introdução do ADV 3 na estrutura exibe um comportamento e análise semelhantes aos casos anteriores, conforme ilustra a Figura 43. Nesse caso, a primeira frequência apresenta 19,24 Hz com amplitude de 0,138 m/s^2 , enquanto a segunda frequência é de 32,5 Hz com 0,289 m/s^2 de aceleração.

Figura 43 - Vibração forçada com ADV 3 numérico.

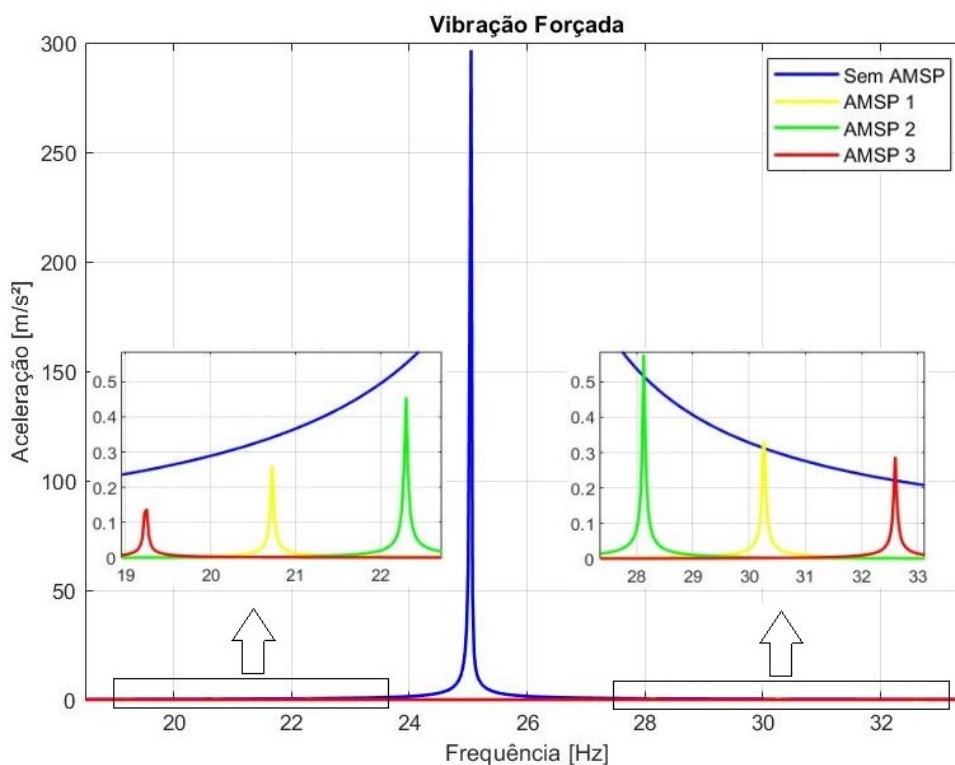


Fonte: Autoria Própria (2023)

4.2.2.5 Comparação dos resultados

Na Figura 44, apresenta-se o gráfico no domínio da frequência para a análise numérica quando o sistema vibra forçadamente na condição de ressonância, com uma frequência de 25,05 Hz. A curva em azul representa a resposta com o dispositivo ADV 1 introduzido ao sistema, a curva em verde representa a resposta com o ADV 2, e a curva em vermelho representa a resposta com o ADV 3 atuando como absorvedor de vibrações.

Figura 44 - Comparativo em vibração forçada numérico.



Fonte: Autoria Própria (2023)

As respostas numéricas para a vibração forçada também apresentam o regime transiente da vibração, o que explica o surgimento dos picos das frequências naturais representando o sistema de dois graus de liberdade quando ADV é introduzido na estrutura. Para a análise de eficiência dos absorvedores, a redução de pico analisada será na frequência de 25,05 Hz, a frequência de excitação. Ao observar o gráfico, fica evidente que, quando o sistema vibra sem nenhum dispositivo, na ressonância, ele vibra de forma completamente descontrolada, com amplitudes de aceleração de vibração altíssimas. Ao introduzir um ADV no sistema, esse pico praticamente se anula, atendendo ao objetivo e premissa inicial do projeto do absorvedor dinâmico de vibrações.

A Tabela 16 apresenta os valores das frequências e amplitudes tanto sem quanto com o ADV no sistema, além da relação entre os valores obtidos com o ADV introduzido na estrutura em comparação com o sistema sem o dispositivo.

Tabela 16 - Resultados numéricos em vibração forçada na ressonância.

	SEM ADV	ADV 1	ADV 2	ADV 3	Relação		
					ADV 1	ADV 2	ADV 3
Frequência [Hz]		20,72	22,28	19,24	0,827	0,889	0,768
	25,05	25,05	25,05	25,05	1,000	1,000	1,000
		30,28	28,12	32,60	1,209	1,123	1,301
Amplitude [m/s ²]		0,261	0,455	0,138	0,001	0,002	0,000
	296,6	0,002	0,005	0,002	0,000	0,000	0,000
		0,332	0,576	0,289	0,001	0,002	0,001

Fonte: Autoria Própria (2023)

Analisando os dados tabelados, observamos que a frequência natural excitada na barra é de 25,05 Hz, com uma amplitude de vibração de 296,6 m/s². Ao incorporar o ADV 1 no sistema, obtém-se uma aceleração de 0,002 m/s² em 25,05 Hz, indicando uma redução de 100% na amplitude de vibração. O ADV 2 apresenta uma amplitude de 0,005 m/s², também representando uma redução de 100%. Por sua vez, o ADV 3 exibe uma amplitude de aceleração de 0,002 m/s², confirmando uma redução de 100%. Todos os três dispositivos, projetados para diminuir o pico da amplitude na condição de ressonância do sistema, cumpriram com o propósito do projeto, praticamente eliminando a vibração da barra e destacando sua eficiência para o controle em 100%.

Entretanto, um dispositivo verdadeiramente eficaz não apenas atende ao projeto para o controle de vibrações, mas também realiza esse controle sem sofrer falhas ou deformações durante o processo. Nesse contexto, a Tabela 17 apresenta os valores da amplitude de deslocamento de cada absorvedor durante o regime permanente na simulação numérica, o valor máximo de deslocamento que o dispositivo suporta sem deformações e a relação 1, que exibe a proporção entre esses dois valores. A relação 2 indica a proporção entre o deslocamento projetado pelo dispositivo e o deslocamento obtido nas simulações, fornecendo informações sobre a margem de segurança tida com o projeto.

Tabela 17 - Resultado do deslocamento do ADV.

	x_2 simulação [mm]	$x_{m\acute{a}x}$ [mm]	Relação 1	x_2 projetado [mm]	Relação 2
ADV 1	0,293	0,393	0,75	0,391	0,75
ADV 2	0,775	0,384	2,02	1,056	0,73
ADV 3	0,148	0,395	0,37	0,199	0,74

Fonte: Autoria Própria (2023)

Ao analisar os dados tabelados, observa-se que em média, o valor do deslocamento dos absorvedores nas simulações representa 0,74 do valor estipulado como o deslocamento máximo no projeto, indicando uma margem de segurança de 26% em relação ao valor numérico obtido. O deslocamento do ADV 1 nas simulações é de 0,293 mm, representando 0,75 do valor máximo permitido. O ADV 2, por outro lado, apresenta um deslocamento de 0,775 mm, sendo este 2,02 vezes maior que o valor máximo aceitável. Enquanto isso, o ADV 3 exibe um deslocamento de 0,148 mm, representando 0,37 do valor máximo permitido para o deslocamento. Portanto, o ADV 2 apresenta riscos de sofrer deformações em sua estrutura durante o controle das vibrações, tornando o dispositivo inviável para o uso, não atendendo ao pré-requisito do projeto. Tanto o ADV 1 quanto o ADV 3 são capazes de reduzir as amplitudes de vibração da barra na ressonância sem sofrer deformações no processo, demonstrando margens de segurança de 25% e 63%, respectivamente. Nesse contexto, o ADV 3 se destaca como mais indicado para o uso, pois apresenta uma maior margem de segurança para realizar as vibrações, sem correr riscos de deformações.

4.2.2.6 Caso 4d: Faixa de frequências de 20,5 Hz a 30,5 Hz

Para o estudo realizado na faixa de frequências de 20,5 Hz a 30,5 Hz, é importante destacar que as respostas das simulações apresentam regime transiente, o que justifica o surgimento de picos de amplitude em suas frequências naturais, além do pico na frequência de operação. A análise se concentra nas amplitudes dos picos na frequência em que o sistema está sendo excitado. Na Tabela 18, estão listados os valores de frequências e amplitudes de aceleração para a faixa de 20,5 Hz a 30,5 Hz, sem nenhum dispositivo de controle atuando. A primeira coluna refere-se a valores relacionados à resposta na frequência natural, enquanto a segunda coluna diz respeito aos picos associados à frequência operante.

Tabela 18 - Faixa de frequência de excitação de 20,5 Hz a 30,5 Hz sem ADV.

w [Hz]		SEM ADV	
20,5	Frequência [Hz]	25,05	20,5
	Amplitude [m/s ²]	0,249	1,4
21,5	Frequência [Hz]	25,05	21,5
	Amplitude [m/s ²]	0,3416	2,125
22,5	Frequência [Hz]	25,05	22,5
	Amplitude [m/s ²]	0,5074	3,477
23,5	Frequência [Hz]	25,05	23,5
	Amplitude [m/s ²]	0,904	6,674
24,5	Frequência [Hz]	25,05	24,5
	Amplitude [m/s ²]	2,713	21,87
25,5	Frequência [Hz]	25,05	25,5
	Amplitude [m/s ²]	3,46	30,06
26,5	Frequência [Hz]	25,05	26,5
	Amplitude [m/s ²]	1,156	10,8
27,5	Frequência [Hz]	25,05	27,5
	Amplitude [m/s ²]	0,749	7,286
28,5	Frequência [Hz]	25,05	28,5
	Amplitude [m/s ²]	0,563	5,858
29,5	Frequência [Hz]	25,05	29,5
	Amplitude [m/s ²]	0,457	5,119
30,5	Frequência [Hz]	25,05	30,5
	Amplitude [m/s ²]	0,327	4,692

Fonte: Autoria Própria (2023)

Analisando os dados tabelados, uma observação interessante é a extensão dos danos causados pela ressonância à estrutura. Nessa condição, a barra atinge uma amplitude de 296,6 m/s², indicando que o sistema vibra de maneira descontrolada. Essa amplitude é aproximadamente 10 vezes maior que a maior amplitude da faixa de frequências analisada, que ocorre em 25,5 Hz com 30,06 m/s². Além disso, à medida que a frequência de operação se aproxima da frequência natural do sistema de 25,05 Hz, as amplitudes de aceleração aumentam, atingindo valores significativamente elevados. Por outro lado, à medida que a frequência de operação se distancia da frequência natural da estrutura, as amplitudes vão reduzindo.

A Tabela 19 apresenta os resultados quando o ADV 1 atua como absorvedor de vibrações. A primeira e a segunda coluna referem-se aos valores nas frequências naturais do sistema com dois graus de liberdade. Nas colunas quatro e cinco, estão registradas as relações desses valores com os da frequência natural do sistema de um grau de liberdade, ou seja, sem o ADV. A terceira coluna contém os valores na

frequência de operação, enquanto a sexta coluna relaciona esses valores com os valores da frequência de operação sem controle de vibrações atuando.

Tabela 19 - Faixa de frequência de excitação de 20,5 Hz a 30,5 Hz com ADV 1.

w [Hz]		ADV 1				Relação	
20,5	Frequência [Hz]	20,72	30,28	20,5	0,83	1,21	1,00
	Amplitude [m/s ²]	3,647	0,173	13,041	14,65	0,69	9,32
21,5	Frequência [Hz]	20,72	30,28	21,5	0,83	1,21	1,00
	Amplitude [m/s ²]	1,141	0,198	3,898	3,34	0,58	1,83
22,5	Frequência [Hz]	20,72	30,28	22,5	0,83	1,21	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,537	0,231	1,62	1,06	0,46	0,47
23,5	Frequência [Hz]	20,72	30,28	23,5	0,83	1,21	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,366	0,262	0,841	0,40	0,29	0,13
24,5	Frequência [Hz]	20,72	30,28	24,5	0,83	1,21	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,287	0,284	0,295	0,11	0,10	0,01
25,5	Frequência [Hz]	20,72	30,28	25,5	0,83	1,21	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,246	0,383	0,273	0,07	0,11	0,01
26,5	Frequência [Hz]	20,72	30,28	26,5	0,83	1,21	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,213	0,535	1,043	0,18	0,46	0,10
27,5	Frequência [Hz]	20,72	30,28	27,5	0,83	1,21	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,191	0,774	2,321	0,26	1,03	0,32
28,5	Frequência [Hz]	20,72	30,28	28,5	0,83	1,21	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,175	1,253	5,046	0,31	2,23	0,86
29,5	Frequência [Hz]	20,72	30,28	29,5	0,83	1,21	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,164	3,003	14,990	0,36	6,57	2,93
30,5	Frequência [Hz]	20,72	30,28	30,5	0,83	1,21	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,150	10,190	59,710	0,46	31,16	12,73

Fonte: Autoria Própria (2023)

As frequências naturais com o dispositivo 1 introduzido na estrutura tem os valores de 20,73 Hz e 30,28 Hz. Observa-se que o dispositivo demonstrou eficácia nas frequências de 22,5 Hz, 23,5 Hz, 24,5 Hz, 25,5 Hz, 26,5 Hz, 27,5 Hz e 28,5 Hz, com reduções nas amplitudes de vibração da barra de 53%, 87%, 99%, 99%, 90%, 68% e 14%, respectivamente. Por outro lado, nas frequências de 20,5 Hz, 21,5 Hz, 29,5 Hz e 30,5 Hz, houve um aumento nas amplitudes de vibração em 832%, 83%, 193% e 1273%, respectivamente. Portanto, o ADV 1 é capaz de reduzir as amplitudes de aceleração da estrutura quando esta opera na faixa de 22,5 Hz a 28,5 Hz.

Na Tabela 20, os resultados relacionados à introdução do ADV 2 no sistema avaliado estão organizados de acordo com a mesma lógica mencionada anteriormente para a Tabela 19 para a disposição dos valores nas colunas.

Tabela 20 - Faixa de frequência de excitação de 20,5 Hz a 30,5 Hz com ADV 2.

w [Hz]		ADV 2				Relação	
20,5	Frequência [Hz]	22,28	28,12	20,5	0,89	1,12	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,511	0,160	2,101	2,05	0,64	1,50
21,5	Frequência [Hz]	22,28	28,12	21,5	0,89	1,12	1,00
	Amplitude [m/s ²]	1,227	0,197	5,029	3,59	0,58	2,37
22,5	Frequência [Hz]	22,28	28,12	22,5	0,89	1,12	1,00
	Amplitude [m/s ²]	5,233	0,253	19,660	10,31	0,50	5,65
23,5	Frequência [Hz]	22,28	28,12	23,5	0,89	1,12	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,943	0,312	2,855	1,04	0,35	0,43
24,5	Frequência [Hz]	22,28	28,12	24,5	0,89	1,12	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,547	0,465	0,812	0,20	0,17	0,04
25,5	Frequência [Hz]	22,28	28,12	25,5	0,89	1,12	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,401	0,678	0,742	0,12	0,20	0,02
26,5	Frequência [Hz]	22,28	28,12	26,5	0,89	1,12	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,324	1,164	3,328	0,28	1,01	0,31
27,5	Frequência [Hz]	22,28	28,12	27,5	0,89	1,12	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,277	3,225	13,36	0,37	4,31	1,83
28,5	Frequência [Hz]	22,28	28,12	28,5	0,89	1,12	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,241	5,801	30,200	0,43	10,30	5,16
29,5	Frequência [Hz]	22,28	28,12	29,5	0,89	1,12	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,219	1,665	10,26	0,48	3,64	2,00
30,5	Frequência [Hz]	22,28	28,12	30,5	0,89	1,12	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,202	1,010	7,155	0,62	3,09	1,52

Fonte: Aatoria Própria (2023)

As novas frequências naturais que surgem ao introduzir o ADV 2 na estrutura principal são de 22,28 Hz e 28,12 Hz. Nas frequências operantes de 23,5 Hz, 24,5 Hz, 25,5 Hz e 26,5 Hz, o absorvedor conseguiu reduzir as amplitudes de aceleração de vibração em 57%, 96%, 98% e 69%, respectivamente. Para as frequências de excitação de 20,5 Hz, 21,5 Hz, 22,5 Hz, 27,5 Hz, 28,5 Hz, 29,5 Hz e 30,5 Hz, as amplitudes vibratórias na barra aumentam em 50%, 137%, 465%, 83%, 416%, 100% e 52%, respectivamente. Portanto, o ADV 2 demonstra a capacidade de reduzir as amplitudes de acelerações da estrutura na faixa de frequências de 23,5 Hz a 26,5 Hz.

A Tabela 21 apresenta os resultados obtidos com o ADV 3 atuando como absorvedor de vibrações, seguindo a mesma lógica de organização das tabelas anteriores.

Tabela 21 – Faixa de frequência de excitação de 20,5 Hz a 30,5 Hz com ADV 3.

W [Hz]		ADV 3				Relação	
20,5	Frequência [Hz]	19,24	32,6	20,5	0,77	1,30	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,494	0,249	1,866	1,98	1,00	1,33
21,5	Frequência [Hz]	19,24	32,6	21,5	0,77	1,30	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,296	0,219	1,047	0,87	0,64	0,49
22,5	Frequência [Hz]	19,24	32,6	22,5	0,77	1,30	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,217	0,177	0,672	0,43	0,35	0,19
23,5	Frequência [Hz]	19,24	32,6	23,5	0,77	1,30	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,175	0,211	0,404	0,19	0,23	0,06
24,5	Frequência [Hz]	19,24	32,6	24,5	0,77	1,30	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,149	0,257	0,149	0,05	0,09	0,01
25,5	Frequência [Hz]	19,24	32,6	25,5	0,77	1,30	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,132	0,317	0,139	0,04	0,09	0,00
26,5	Frequência [Hz]	19,24	32,6	26,5	0,77	1,30	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,119	0,394	0,508	0,10	0,34	0,05
27,5	Frequência [Hz]	19,24	32,6	27,5	0,77	1,30	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,111	0,498	1,024	0,15	0,66	0,14
28,5	Frequência [Hz]	19,24	32,6	28,5	0,77	1,30	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,104	0,654	1,810	0,19	1,16	0,31
29,5	Frequência [Hz]	19,24	32,6	29,5	0,77	1,30	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,099	0,916	3,138	0,22	2,00	0,61
30,5	Frequência [Hz]	19,24	32,6	30,5	0,77	1,30	1,00
	Amplitude [m/s ²]	0,095	1,424	5,801	0,29	4,35	1,24

Fonte: Autoria Própria (2023)

Com o ADV 3 atuando na estrutura, as novas frequências naturais são de 19,24 Hz e 32,6 Hz. O dispositivo demonstra eficácia no controle das vibrações para frequências de 21,5 Hz, 22,5 Hz, 23,5 Hz, 24,5 Hz, 25,5 Hz, 26,5 Hz, 27,5 Hz, 28,5 Hz e 29,5 Hz, apresentando percentuais de redução na amplitude de 51%, 81%, 94%, 99%, 100%, 95%, 86%, 69% e 39%, respectivamente. Entretanto, para as frequências de 20,5 Hz e 30,5 Hz, observa-se um aumento de 33% e 24%, respectivamente, nos valores das acelerações. Conclui-se que o ADV 3, quando acoplado à barra, é capaz de reduzir as amplitudes vibratórias na faixa de operação de 21,5 Hz a 29,5 Hz.

Os resultados obtidos revelam algumas observações significativas. Primeiramente, é evidente que quanto maior a massa do dispositivo passivo de vibrações, maior é o coeficiente de massas, resultando em uma maior diferença nos novos picos de frequências naturais que surgem devido ao sistema agora ter dois graus de liberdade. Além disso, observa-se que a eficácia do dispositivo é maior quando a frequência operante se aproxima da frequência do projeto do ADV, ou seja, 25,05 Hz, que é a frequência de ressonância do sistema principal de um grau de liberdade.

À medida que a frequência operante se afasta de 25,05 Hz e se aproxima dos valores das frequências naturais do sistema de dois graus de liberdade, a eficácia do dispositivo diminui. Quando a frequência de excitação está muito próxima ou passa pela nova frequência natural, as amplitudes de vibração aumentam em relação ao sistema sem ADV. Isso ocorre porque quando a frequência de operação se iguala à nova frequência natural que surge, ocorre uma nova condição de ressonância. Nessas circunstâncias, o ADV acoplado à estrutura se torna o responsável pelas altas amplitudes de vibração na barra.

Desta forma, torna-se evidente que o ADV 2, por possuir a menor massa, é também o dispositivo que apresenta eficácia na redução de amplitudes de vibração na faixa de frequências mais estreita, que vai de 23,5 Hz a 26,5 Hz. Já o ADV 1, por possuir um valor de massa intermediário, demonstra eficácia na faixa de frequências de 22,5 Hz a 28,5 Hz. Enquanto o ADV 3, devido à sua maior massa, exibe a maior eficácia na redução das vibrações da barra numa faixa de frequências mais ampla, de 21,5 Hz a 29,5 Hz. Isso se deve ao maior coeficiente de massa e à maior diferença entre os valores de frequência naturais que surgem no sistema de dois graus de liberdade.

Entretanto, mesmo alcançando sucesso na redução das amplitudes vibratórias, um absorvedor verdadeiramente eficaz deve ser capaz de absorver a energia sem sofrer falhas estruturais. Assim, a Tabela 22 apresenta a relação entre o deslocamento do dispositivo nas simulações numéricas, durante o regime permanente de vibração, e a deslocamento máximo permitido para cada caso avaliado.

Tabela 22 - Relação do deslocamento do ADV nas simulações com a deflexão máxima.

w [Hz]	$x_{máx}$ [mm]	ADV 1	ADV 2	ADV 3	Relação		
20,5		0,393	0,384	0,395	1,01	1,03	0,92
21,5		0,836	1,070	0,227	2,13	2,79	0,57
22,5		0,433	5,242	0,182	1,10	13,27	0,46
23,5		0,327	1,116	0,160	0,83	2,83	0,41
24,5		0,296	0,806	0,152	0,75	2,04	0,38
25,5	x_2 [mm]	0,294	0,795	0,150	0,75	2,01	0,38
26,5		0,320	1,004	0,157	0,81	2,54	0,40
27,5		0,383	2,166	0,170	0,97	5,48	0,43
28,5		0,539	3,207	0,193	1,37	8,12	0,49
29,5		1,135	0,782	0,238	2,89	1,98	0,60
30,5		3,386	0,414	0,331	8,62	1,05	0,84

Fonte: Autoria Própria (2023)

Com base nos valores apresentados, observa-se que o ADV 1 suporta as vibrações ocasionadas pelas frequências operantes na faixa de 23,5 Hz a 27,5 Hz. No entanto, isso indica que, embora seja capaz de controlar vibrações nas frequências de 22,5 Hz e de 28,5 Hz, ao fazê-lo, estará sujeito a riscos de sofrer deformações estruturais. Portanto, a faixa operante eficaz para esse dispositivo reduz-se para 23,5 Hz a 27,5 Hz.

Quanto ao ADV 2, apesar de sua capacidade de reduzir as amplitudes da barra na faixa de 23,5 Hz a 26,5 Hz, seu uso é completamente inviável, pois corre o risco de sofrer deformações em absolutamente todos os casos.

Por outro lado, o ADV 3 está dentro do limite aceitável para o deslocamento em todos os cenários, mantendo sua eficácia na faixa de 21,5 Hz a 29,5 Hz. Sendo assim, ele se apresenta como o absorvedor mais indicado para o uso no projeto, pois atende não apenas à frequência do projeto, mas também a uma faixa mais ampla de frequências, sem comprometer a integridade estrutural do dispositivo.

Portanto, destaca-se que a razão de massas no momento de projetar um absorvedor deve ser cuidadosamente considerada. Um absorvedor com um coeficiente de massa muito baixo, está propenso a sofrer deformações, reduzindo sua vida útil. Por outro lado, uma massa muito alta para um ADV pode sobrecarregar a estrutura principal. O projeto do absorvedor avaliado neste estudo, que obteve os resultados mais satisfatórios, apresenta um valor de coeficiente de 0,1054.

4.3 Comparação dos resultados experimentais e numéricos

Para construir o modelo numérico, os mesmos valores medidos experimentalmente de massas, comprimentos e distâncias foram implementados no algoritmo. Contudo, a frequência natural resultante para o sistema principal no modelo numérico foi de 25,05 Hz, enquanto a medição experimental indicou 23,91 Hz, resultando em uma diferença percentual de 4,55%. Essa diferença nos resultados era prevista, pois o modelo analítico pode não conter todos os detalhes do sistema real. No caso, a presença não considerada analiticamente dos furos na barra pode influenciar na rigidez e na distribuição de massa. Da mesma forma, a presença do mancal de deslizamento na extremidade do modelo experimental pode introduzir condições distintas das consideradas analiticamente. Também pode-se considerar pequenos erros de tolerância nas medições experimentais, atribuídos à precisão dos instrumentos de medição, como o acelerômetro piezoelétrico, a balança e a régua.

Para a obtenção do valor do comprimento da haste do absorvedor, a obtenção experimental envolveu a medição da frequência natural do absorvedor isoladamente, ajustando seu comprimento para coincidir com a frequência operante no sistema principal. Assim, os valores experimentais para o ADV 1, ADV 2 e ADV 3 foram 14,94%, 14,49% e 14,04%, respectivamente, menores do que os valores calculados analiticamente. Acredita-se que essa diferença se dá ao fato de que, no modelo matemático, o absorvedor foi modelado como uma viga cantilever com uma massa pontual em sua extremidade livre. No entanto, na realidade, a massa na extremidade não é pontual e possui uma área sobre a haste, comportando-se como uma viga cantilever com um carregamento em sua extremidade livre.

5 CONCLUSÕES

Em todos os casos analisados, tanto o ADV 1 quanto o ADV 3 apresentaram resultados satisfatórios no controle da resposta estrutural do sistema estudado. O ADV 2, apesar de demonstrar resultados positivos na atenuação das amplitudes de vibração da estrutura principal, não atendeu às demandas para suportar o processo sem sofrer deformações estruturais. Entre todos, o ADV 3 ofereceu os resultados mais apropriados, sendo eficaz no controle de vibrações e mantendo sua integridade estrutural ao vibrar com segurança. Portanto, o ADV 3 é considerado o dispositivo mais indicado para uso no sistema analisado.

Com base nas respostas obtidas neste estudo, tanto experimentalmente quanto numericamente, foi comprovada a eficácia do uso de um absorvedor dinâmico de vibrações na redução da resposta estrutural de um sistema barra-mola-amortecido. Essa eficácia foi constatada tanto em situações submetidas a vibração livre quanto em vibração forçada, demonstrando a capacidade do absorvedor em atender a uma ampla faixa de frequências de operação.

Como sugestão para trabalhos futuros, propõe-se a modelagem numérica do dispositivo de maneira a representá-lo como uma viga cantilever com um carregamento em sua extremidade livre. Isso permitiria a comparação dos resultados experimentais do comprimento da haste com os obtidos analiticamente. Além disso, sugere-se a realização de medições experimentais para avaliar o comportamento do absorvedor de vibrações, visando obter dados sobre o deslocamento em sua extremidade, para comparar os valores encontrados com os valores obtidos numericamente, a fim de avaliar possíveis falhas em sua estrutura.

REFERÊNCIAS

ACOUSTIC1. **Manuel d'utilisation dB4**. Acoem Group, (N. D.).

AVILA, S. M. **Controle híbrido para atenuação de vibrações em edifícios**. 2002. Tese de doutorado - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

BRASIL, R. M. L. R. da F.; SILVA, M. A. da. **Introdução à dinâmica das estruturas para a engenharia civil**. 2015. 2ª edição. Editora Blucher, São Paulo.

CARNEIRO, R. B. **Controle semi-ativo de vibrações em estruturas utilizando amortecedor magnetorreológico**. 2009. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD-005A/09, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 135p.

CUNHA Jr., S. S. **Avaliação Numérica e Experimental de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos**. 2004. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, Uberlândia, MG.

DALLARD, P.; FITZPATRICK, A. J.; FLINT, A.; LEBOURVA, S.; LOW, A.; RIDSDILL-SMITH, R. M.; WILLFORD, M. **The London Millennium Footbridge, Structural Engineer**. 2001. v. 79, n. 22, p. 17-33.

ENDEVCO. **Isotron accelerometer. Model 256-10-100**. Endevco Corporation, (N. D).

GARBIN, N. L. S. **Análise da resposta dinâmica de um sistema mecânico com amortecedor de massa passivo: um estudo experimental e numérico**. 2018. Dissertação de Mestrado, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, PR.

GOMES, D. H. M. **Controle da resposta dinâmica de uma passarela de pedestres da cidade de Brasília com a utilização de amortecedores de massa sintonizados**. 2006. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF.

GOMEZ, A. L. Z. **Controle de vibrações em edifícios submetidos à ação de cargas dinâmicas utilizando amortecedor de massa sintonizado na forma de pêndulo**. 2007. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF.

HARTOG, J. P. D., **Mechanical vibrations**. Book. 4th ed. Published by McGraw-Hill Book Company, INC. New York, Toronto, London, 1956. ISBN 10: 0070163898 ISBN 13: 9780070163898.

INMAN, D. J. **Engineering Vibration**. 2014. 4. ed, New Jersey: Ed. Pearson. 720p.

JURUKOVSKI *et al*, **Energy absorbing elements in regular composite steel frame structures**. 1995. Engineering Structures, v. 17, No. 5, p. 319- 333.

MARQUES, R. **Estudo teórico e numérico de absorvedores dinâmicos de vibrações ativos e adaptativos**. 2000. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2000.

MOELLER. **Guia para consulta rápida. DF51- Inversor de Frequência**. Moeller GmbH, Bonn, (N. D.).

MOLLICA, G. H. G. **Estudo teórico e aplicações dos absorvedores dinâmicos de vibrações**. 2017. Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Guaratinguetá, SP.

MONTEIRO, V. L. **Uso de absorvedor dinâmico de vibrações para mitigação de dificuldades causadas pela doença de Parkinson**. 2013. Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ.

MOUTINHO, C. M. R. **Controlo de vibrações em estruturas de engenharia civil**. 2007. Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Universidade do Porto, Porto, Portugal.

NETO, R. V. de C. **Implementação de um Filtro FIR numa FPGA para processamento de imagem**. 2019. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

OLIVEIRA, F. S. **Critérios de Projeto para Amortecedor Tipo Pêndulo para Controle de Vibrações em Edifícios Altos**. 2012. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF.

OLIVEIRA, H. S. **Análise de um Absorvedor Dinâmico de Vibrações Pseudoelástico**. 2014. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Programa de Pós-Graduação em Ciências Mecânicas, Universidade de Brasília – Faculdade de Tecnologia, Brasília, DF.

OSPINA, C. S. **Otimização de amortecedores de massa sintonizados, múltiplos e interligados, para controle de vibrações em edifícios altos**. 2008. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF.

QUALITAS. **Ficha técnica: Microventilador Q80A3 (6P)**. Qualitas Indústria Eletromecânica Ltda, Itapira, SP.

RAO, S. S. **Vibrações mecânicas**. 2008. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall. 424 p.

RESENDE, D. V. **Estudo numérico experimental de controle via um sistema de pêndulo invertido**. 2018. Dissertação de Mestrado em Integridade de Materiais da Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Integridade de Materiais da Engenharia, Faculdade UnB Gama, Universidade de Brasília, Brasília, DF.

SILVA, C. A. A. S. **Análise de vibrações em elementos pré-fabricados de bancadas de estádios**. 2012. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, Portugal.

SILVA, S. **Vibrações mecânicas**. 2009. Notas de aula. Centro de Engenharias e Exatas, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, PR.

SOONG, T. T.; SPENCER Jr., B.F. **Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice**. 2002. Engineering Structures, v. 24, p. 243-259.