

MARIA JOSÉ FAGUNDES BARBOSA

**TAREFAS PARA REVISAR PRE-REQUISITOS E ESTUDAR O
TEOREMA DE TALES**

Produto Educacional apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Claudete Cargin

LONDRINA

2018

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA - PPGMAT
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

MARIA JOSÉ FAGUNDES BARBOSA

**TAREFAS PARA REVISAR PRE-REQUISITOS E ESTUDAR O
TEOREMA DE TALES**

PRODUTO EDUCACIONAL

LONDRINA

2018

TERMO DE LICENCIAMENTO

Esta Dissertação e o seu respectivo Produto Educacional estão licenciados sob uma Licença Creative Commons *atribuição uso não-comercial/compartilhamento sob a mesma licença 4.0 Brasil*. Para ver uma cópia desta licença, visite o endereço <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> ou envie uma carta para Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, Califórnia 94105, USA.



APRESENTAÇÃO

Caros Professores

É com prazer que compartilhamos o resultado de uma rica experiência de sala de aula para trabalhar o Teorema de Tales. A versão inicial deste conjunto de tarefas está apresentada na dissertação intitulada “Uma Sequência Didática para o Teorema de Tales”, cujas tarefas foram testadas em uma turma de 9º ano de uma escola estadual do município de Curiúva- PR, no período de agosto a setembro de 2017. Após esta implementação inicial, foram realizadas diversas alterações, e uma nova versão está apresentada neste produto educacional, que foi submetido a uma banca composta pelas professoras Dra. Claudete Cargnin (UTFPR), Dra. Veridiana Rezende (UNESPAR), Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman (UTFPR) e Dra. Silvia Terezinha Frizzarini (UDESC) e julgada aprovada.

Nessa proposta, levamos em conta, ao fazer o planejamento da sequência didática, que o estudante pudesse usar recursos com os quais estivesse constantemente em contato, como a *internet* e celulares, mas que não fossem corriqueiramente utilizados em sala de aula. O resultado foi uma sequência que despertou o interesse dos estudantes e envolveu-os no estudo do Teorema de Tales.

Apresentamos as atividades com comentários sobre os cuidados e as ações a serem tomados em sala de aula para obter melhores resultados.

Vale a pena ressaltar que essa é uma proposta que se mostrou frutífera, entretanto pode (e deve) ser adequada às realidades e necessidades dos professores que forem utilizá-la.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	04
2 DESCRIÇÃO DAS TAREFAS	06
3 CONSIDERAÇÕES FINAIS	27
REFERÊNCIAS.....	28

1 INTRODUÇÃO

Procurando contribuir para a dinamização da ação docente, com uma ressignificação da prática escolar, este material apresenta uma sequência didática que aborda o Teorema de Tales contendo tarefas que permitem ao professor inovar e aperfeiçoar as suas ações em sala de aula, utilizando os recursos disponíveis em seu cotidiano escolar e favorecendo a aprendizagem dos alunos em relação ao conteúdo citado.

As tarefas propostas encontram-se fundamentadas na Teoria das Situações Didáticas (TSD), que procura compreender as interações que ocorrem entre o professor, o aluno e o saber, presentes na sala de aula, e modelizá-las. Tais interações didáticas ocorrem em diferentes níveis, mas dois merecem destaque: o nível das situações adidáticas e o nível das situações didáticas.

É no nível das situações adidáticas que o estudante aceita o desafio de se responsabilizar pela aquisição do saber, mediante interações entre o estudante, o meio (*milieu*) e o próprio saber matemático.

Dentro da TSD, o *milieu* é um sistema antagônico, produtor de desequilíbrios, mas favorece a aquisição do saber, por meio de adaptações, sendo necessário que o professor crie e organize situações de ensino que proporcione aos alunos a apreensão dos saberes matemáticos. Nesse processo, ocupa importante papel as dialéticas de ação, formulação e validação, sendo as relações entre saber e conhecimentos governados por dois processos antagônicos: o de devolução e a institucionalização, os quais são responsabilidade do professor.

As tarefas presentes nesta Sequência Didática privilegiam as situações citadas, sempre tendo como foco as ações dos alunos em relação ao Teorema de Tales, valorizando os seus conhecimentos prévios e incentivando a sua participação ativa no processo de aprendizagem. As tarefas utilizam instrumentos acessíveis ao professor e recursos tecnológicos que, embora estejam presentes no cotidiano dos alunos, ainda não fazem parte da sala de aula, como os celulares e computadores. Destaca-se também a presença de tarefas contextualizadas, que abordam situações do dia a dia dos alunos, levando-os a perceber a aplicabilidade dos conhecimentos matemáticos em situações concretas e inseridas em sua vivência.

A sequência é formada por três partes que estão interligadas entre si. Na primeira delas (tarefas de 1 a 5), estão as tarefas que abordam retas, semirretas, retas paralelas e transversais, feixe de paralelas – considerados conceitos que são pré-requisitos para a adequada compreensão do Teorema de Tales. Na segunda parte, estão inseridos os conteúdos de ampliação e redução de figuras, razão e proporção (tarefas 6 a 11), finalizando com o Teorema de Tales, propriamente dito (tarefas 12 a 20).

As tarefas apresentadas visam a oportunizar aos alunos condições de apropriar-se do conhecimento matemático relativo ao Teorema de Tales, por meio de um processo significativo, no qual eles compreendam sua importância e aplicação em diferentes situações do cotidiano.

Elas foram inicialmente aplicadas em uma turma de nono ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Município de Curiúva- PR, remodeladas, reavaliadas e, agora, estão sendo apresentadas neste texto. Na aplicação inicial, foram usadas 25 aulas de 50 minutos.

Optamos por apresentar as tarefas com comentários relativos a cada uma delas, no intuito de fornecer elementos norteadores (e por que não facilitadores) ao professor que pretender usar essa sequência didática em sala de aula.

2 DESCRIÇÃO DAS TAREFAS

Sugerimos que as tarefas sejam acessadas de uma em uma, e sejam realizadas em grupos de 2 ou 3 alunos, para incentivar a discussão coletiva e a reflexão proposta em cada questão.

As tarefas serão apresentadas dentro de retângulos, e os comentários sobre a aplicação serão dados logo na sequência.

1. Olhe ao seu redor e observe se há entes geométricos chamados de retas, segmentos de reta ou semirreta. Em caso positivo, indique onde e porque você identificou esses entes.

O objetivo desta questão é fazer o estudante refletir sobre a matemática no seu cotidiano, saber diferenciar e relacionar os entes matemáticos dos objetos palpáveis de sua realidade. Para esse confronto, é preciso que o aluno busque os conceitos matemáticos para associá-los ao seu ambiente. Escrever sobre as observações contribui para o desenvolvimento cognitivo discente, pois como afirma Nacarato (2013, p.66): “Se pensar matematicamente é ser capaz de analisar, estabelecer relações e generalizar, a palavra é constituidora desse pensamento.”

Sendo assim, professor, incentive seus alunos a escreverem e debaterem sobre os conceitos matemáticos. Além disso, fique atento e busque esclarecer, se for o caso, que, no mundo físico, há apenas segmentos de reta, mesmo que possamos estabelecer associações com as retas e semirretas.

Esta é uma tarefa de ação, pois incentiva o estudante a pensar sobre o que são os entes mencionados.

2. Pesquise a definição matemática de retas, segmentos de reta e semirreta e verifique se as correspondências que você fez na questão 1 estão adequadas.

Nessa tarefa, busca-se contribuir com a significação de conceitos matemáticos por parte dos alunos. Nessa tarefa, não basta apenas ver o que o dicionário diz sobre os conceitos em discussão, mas é preciso fazer correspondências com o mundo real, quando isso for possível. Esse processo pode ajudar na materialização da matemática, importante nessa fase de estudo.

Escrever sobre as observações matemáticas, principalmente tentando vinculá-las à realidade, não é uma tarefa fácil. É um processo longo, no qual “a mediação do professor e dos próprios colegas em sala de aula é central, pois é a partir da relação com o outro que o sujeito se reorganiza e transforma os sentidos e os significados das palavras e, portanto, suas significações” (NACARATO, 2013, p. 66).

Podemos classificar esse tipo de tarefa como envolvendo as dialéticas de ação-formulação–validação, porque, ao mesmo tempo, o estudante pesquisa a definição, confronta e discute as versões pessoal e do dicionário, argumentando sobre as possíveis diferenças.

Para concluir a tarefa 2, os alunos terão que rever as respostas dadas na tarefa 1. É importante, professor, observar se os alunos estão trabalhando em equipe e dirimir as possíveis dúvidas existentes.

3. Observe as seguintes definições¹:

1) Duas retas são denominadas de paralelas quando elas estão no mesmo plano e não se cruzam, ou seja, quando elas têm a mesma inclinação.

2) Duas retas são chamadas de transversais se estão em um mesmo plano e apresentam apenas um ponto em comum.

3) Um conjunto de três ou mais retas paralelas num plano é chamado de feixe de retas paralelas.

4) Uma reta transversal a um feixe de retas paralelas é uma reta que intercepta todas as retas do feixe.

De acordo com essas definições, desenhe:

- a) Duas retas paralelas entre si.
- b) Duas retas transversais entre si.
- c) Um feixe de retas paralelas.
- d) Duas retas paralelas a uma reta t dada.
- e) Uma reta transversal ao feixe de retas paralelas desenhadas no item c.
- f) Duas retas transversais a uma reta t dada.

¹ Definições 1 e 2 são baseadas em Gerônimo e Franco (2010), respectivamente, páginas 71, 84.

O intuito da tarefa 3 é verificar a compreensão de definições matemáticas. Aqui, o professor tem a oportunidade de investigar se os conceitos envolvidos estão claros para todos os estudantes e fazer revisões, se for o caso. Considera-se que, nesta tarefa, os alunos terão a oportunidade de apresentar as suas respostas por meio de desenhos, expondo as suas concepções das definições apresentadas, tendo acesso a uma forma diferenciada de responder a uma questão. A Matemática oferece diversas formas para se resolver uma tarefa, e essa diversificação deve ser incentivada pelos professores, uma vez que nem sempre todos conseguem compreender da mesma forma os conceitos apresentados.

Portanto, professor, ao aplicar esta tarefa aos alunos, destaque as diversas formas de se “resolver” uma questão em Matemática, orientando-os a sempre procurar explicar os procedimentos que utilizaram para realizar as tarefas que lhe foram propostas. E se você, professor, precisar de maiores informações sobre retas paralelas e transversais, sugerimos consultar o capítulo 5 – axioma das paralelas, do livro Gerônimo e Franco (2010).

4. Observe o ambiente ao seu redor (sala de aula, quadra, etc.). Identifique situações que possam representar ou estar associadas a:

- a) Duas retas paralelas entre si.
- b) Duas retas transversais entre si.
- c) Um feixe de retas paralelas.
- d) Duas retas paralelas a uma reta t dada.
- e) Uma reta transversal ao feixe de retas paralelas do item c.
- f) Duas retas transversais a uma reta t dada.

Represente sua associação por meio de desenhos ou explicações escritas.

Basicamente associadas à dialética da ação, mais uma vez, o objetivo é verificar se os alunos compreenderam os conceitos abordados e se conseguem identificá-los em espaços inseridos em seu cotidiano, haja vista que os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p.38) salientam a importância da aplicabilidade prática da Matemática, para que os estudantes possam atuar decisivamente em sua vida.

As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam capacidades de natureza prática para lidar com a atividade matemática, o que lhes permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado (BRASIL, 1998, p.38).

A tarefa 4 proposta oportuniza aos alunos condições de compreender e visualizar que os conhecimentos matemáticos fazem parte de seu dia a dia, mesmo com adaptações, e não estão restritos a situações abstratas e sem ligação com a vida real.

Sugere-se que você, professor, estimule seus alunos a procurar ao seu redor situações que possam estar associadas às retas solicitadas, mesmo que essas retas só existam no mundo das ideias – pois assim desenvolve-se, a nosso ver, o senso crítico e a capacidade de observação. Neste momento, deve-se dar oportunidade aos alunos de se expressarem e perguntarem ou promoverem a troca de ideias entre os colegas, sendo importante o professor intervir apenas quando solicitado.

5. Observe os mapas que representam alguns bairros de sua cidade e responda aos questionamentos abaixo:



Figura 1: Mapa do Bairro Verd's Campos
Fonte: as autoras

- a) Na Morada Verd's Campos há ruas paralelas entre si? E ruas transversais entre si? Explique.
- b) Quais ruas são paralelas à Rua Otacílio Luiz Pereira?
- c) Quais ruas são paralelas à rua Vicente Pinto Ribeiro?
- d) Cite pelo menos uma rua que seja paralela à rua Vicente Pinto Ribeiro.

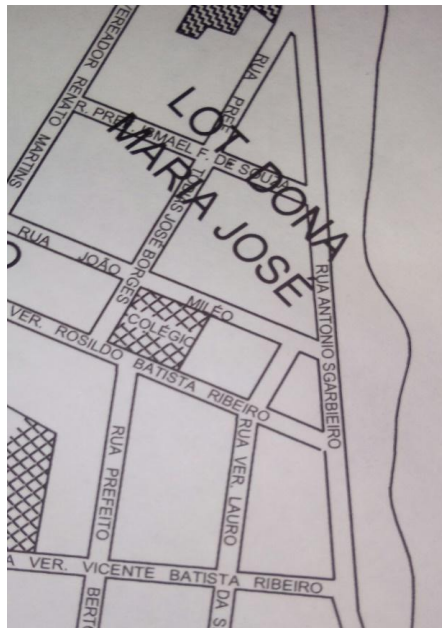


Figura 2: Mapa da Vila Maria José
Fonte: as autoras

No Loteamento Maria José considere que cada rua represente uma reta.

- e) Classifique (como paralela ou transversal) a Rua Antonio Sgarbiero em relação à rua Pref. Tobias José Borges.
- f) Classifique a rua Vereador Renato Martins em relação à rua Vereador Rosildo Batista Ribeiro. E em relação à rua Pref. Tobias José Borges, como fica a classificação?
- g) Cite o nome de duas ruas transversais à Rua João Miléo.

O objetivo desta tarefa é verificar se os alunos conseguem identificar a presença de ruas paralelas e transversais em mapas de ruas que fazem parte da sua cidade. Esta tarefa 5 também contém aspectos que proporcionam ao aluno a compreensão de que os conceitos matemáticos estão inseridos em diversos contextos de seu cotidiano e eles podem aplicá-los concretamente. Ela evidencia a importância

de tornar a Matemática uma disciplina mais presente na vida dos alunos, e não apenas composta por conteúdos abstratos, sem nenhum vínculo com a sua realidade.

Sugere-se que nesta tarefa você, professor, estimule seus alunos a conversar sobre o local em que residem, dando-lhes condições para que possam expressar-se e trocar ideias sobre diversos assuntos “matemáticos” que possam surgir de acordo com a realidade de cada um. Responder aos questionamentos do próprio grupo é também uma forma de aprender. Utilize um mapa de sua cidade ou do seu bairro.

6. Escolha uma imagem de uma revista (essa imagem será chamada de imagem original).

a) Amplie-a, a seu critério em relação à imagem original.

b) Observe seu desenho e a imagem. Você diria que elas são semelhantes, matematicamente falando? Explique.

Considere a seguinte definição: **Duas figuras A e B são ditas semelhantes (ou proporcionais) quando a razão entre os lados da figura A é a mesma razão entre os lados correspondentes da figura B. Essa razão de semelhança é chamada de constante de proporcionalidade.**

c) Volte novamente à imagem da revista e ao seu desenho e verifique a semelhança das duas figuras de acordo com a definição apresentada. Para isso, inscreva-as num retângulo e calcule a razão entre os lados do retângulo $\left(\frac{\text{base}}{\text{altura}}\right)$ para as duas figuras (ampliada e original). Analise a definição e compare seus cálculos de razão. Explique como você pode garantir que as figuras são semelhantes, matematicamente falando.

Levar os alunos a compreender o conceito de semelhança entre figuras, por meio da ampliação e redução e analisando os aspectos geométricos que possuem em comum, é objetivo da tarefa 6, a qual possibilita ao aluno realizar uma análise das ações que efetivou, pois, ao aumentar ou diminuir a imagem, ele terá que argumentar sobre as operações efetuadas e as conclusões que obteve. Novamente, temos uma tarefa que está associada às dialéticas de ação, formulação e validação, sendo que a apresentação da definição pode ser associada à dialética da institucionalização.

Professor, atente-se para o fato de que, na matemática, duas figuras são semelhantes se tiverem lados correspondentes proporcionais, entretanto não é bem dessa forma que usamos o conceito de “semelhante” no nosso dia a dia. Se preferir,

você pode usar imagens dos próprios alunos, mas aumentadas em apenas uma das dimensões, para incentivar a discussão sobre o que é ser semelhante, num contexto matemático.

Professor, caso seu aluno insista em afirmar a dificuldade em justificar as escolhas e procedimentos utilizados na resolução, estimule-o, afinal, tudo é uma questão de prática. Pode ser que eles não estejam habituados a esse modo de agir na matemática, mas, como afirmam Martinho e Gil (2014, p.314): “A argumentação é uma dimensão da aprendizagem da Matemática. De facto, uma cultura de aula em que se promove a argumentação suscita a participação dos alunos na sua própria aprendizagem”.

7. Observe a imagem:

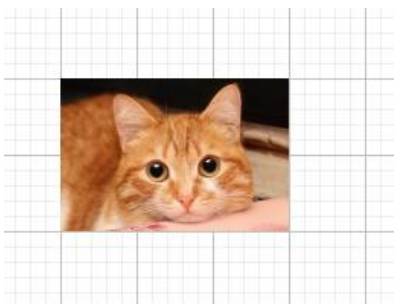


Figura 4: representação de um gato

Fonte: <https://meusanimais.com.br/como-possou-saber-se-meu-gato-esta-doente/>

A representação do gato está inscrita num retângulo de medidas da base igual a 15 unidades e 10 unidades como medida da altura. Maria fez uma redução dessa figura, que ficou inscrita num retângulo onde a medida da largura é 12 unidades. Maria insiste em dizer que as figuras são semelhantes. Se a afirmação é verdadeira, quanto deve ser a medida da altura do retângulo da figura reduzida?

Nesta tarefa 7, pretende-se que o estudante articule a proporcionalidade tratada na questão 6 com o cálculo que deve ser realizado aqui. Com isso, o professor pode verificar a compreensão dos alunos referente à redução e ampliação de figuras e a noção de figuras semelhantes. Ao realizarem esta tarefa em duplas, eles poderão trocar ideias e compreensões individuais sobre os conteúdos abordados. Aproveite o momento para explorar as concepções individuais acerca dos temas de estudo e sanar possíveis dúvidas.

8. Para compreender melhor as definições da razão e proporção, assista aos vídeos da série Matemática na Vida: Razão e Proporção, disponíveis nos *links*:

- A: <http://www.dominiopublico.gov.br/download/video/me001056.mp4>

- B: <https://www.youtube.com/watch?v=wkjips0B3Jc>

Assista os pontos que achar interessante e apresente aos colegas.

Mesmo que os conceitos de razão e proporção tenham sido estudados em anos anteriores, objetiva-se, nesta tarefa 8, ampliar e consolidar tais conceitos, sendo que o vídeo apresenta uma linguagem acessível aos alunos e, também, exemplos práticos. Ao assistir aos vídeos, os alunos poderão relacionar seu conteúdo aos conceitos apresentados nas tarefas anteriores.

Professor, a utilização de recursos como vídeos em sala de aula motiva os alunos, porém alertamos que todas as suas ações devem ter um objetivo pedagógico. Ao disponibilizar um vídeo para seus alunos, deve solicitar que apresentem um retorno, como na tarefa 8, para que o objetivo pretendido com o vídeo seja atingido.

9. Considerando que “Razão é o quociente entre duas grandezas.” Determine a razão entre as alturas das árvores:

- a) 1 e 2
- b) 1 e 3
- c) 1 e 4
- d) 3 e 1
- e) 4 e 1
- f) 5 e 3

Obs: Considere cada quadradinho como unidade de altura.

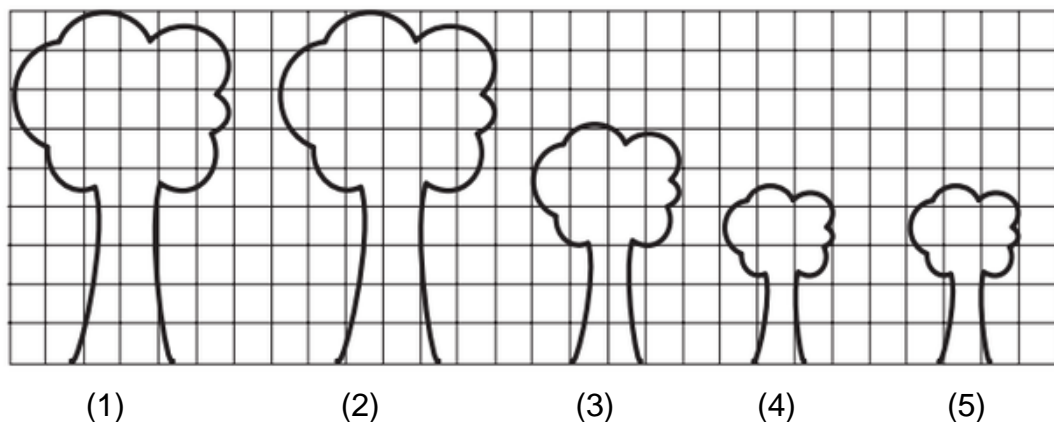


Figura 5: representação de 05 árvores

Fonte: http://questoes_casa.s3.amazonaws.com/24137.jpg

O objetivo desta questão é a aplicação de conceitos referentes à razão que vêm sendo abordados em questões anteriores, ao mesmo tempo que prepara os alunos para tarefas mais práticas, que serão apresentadas mais adiante nessa sequência didática. Com as definições e exemplos apresentados nos vídeos e nas tarefas anteriores, estima-se que os alunos tenham condições de realizar os cálculos solicitados sem dificuldade.

Vale destacar a importância de você, professor, discutir com seus alunos o significado da palavra “razão”. Na pesquisa realizada em minha dissertação (BARBOSA, 2018), muitos estudantes associaram a palavra razão a um “porquê” ou a “estar certo”. A não compreensão do termo no sentido matemático (que também pode assumir outras conotações) pode acarretar dificuldades na compreensão das resoluções das tarefas e, conseqüentemente, do Teorema de Tales.

10. Vamos aprender um pouco mais sobre os conceitos matemáticos acessando os Objetos de Aprendizagem presentes nos *links* abaixo:

Proporcionalidade e Semelhança:

<http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/proporcionalidde/AtividadeMat.html>

Semelhança de Figuras:

http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/semelhanca_atraves_da_ampliacao/index2.html

a) As informações e atividades presentes nestes Objetos de Aprendizagem abordaram conceitos que vocês já conheciam? Quais? Explique.

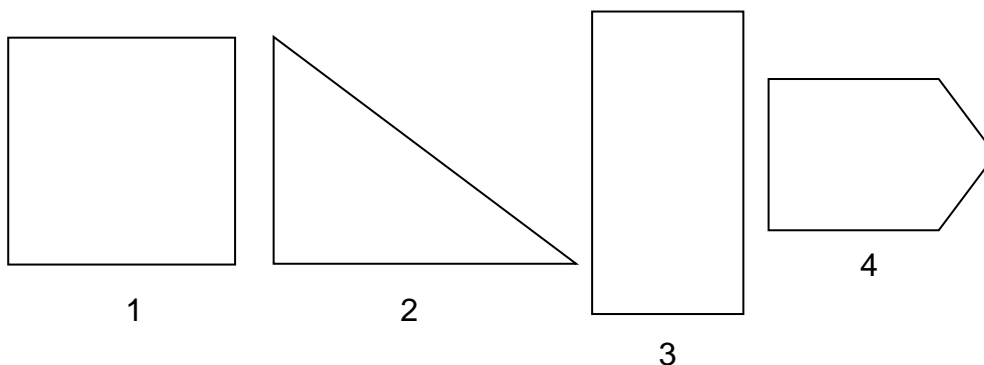
b) O que mais chamou atenção nos *links* apresentados? Por quê?

Buscando diversificar os recursos utilizados para proporcionar a aprendizagem de noções importantes para a compreensão do Teorema de Tales – objeto fim dessa sequência didática, esta tarefa visa proporcionar aos alunos a aplicação dos conhecimentos referentes à semelhança de figuras, razão e proporção num ambiente virtual. Espera-se que durante a realização desta tarefa os alunos troquem ideias entre si e associem o conteúdo em estudo àqueles apresentados em tarefas anteriores. Esta tarefa disponibiliza aos alunos o acesso aos recursos tecnológicos que causam grande motivação, justamente por não estarem presentes no cotidiano escolar tão frequentemente. Os Objetos de Aprendizagem (OA) abordam os conceitos trabalhados nesta etapa da Sequência Didática e podem ser realizados

individualmente ou em duplas. A realização da tarefa em dupla pode ampliar o conhecimento dos alunos, ao compartilharem e trocarem ideias sobre os procedimentos de realização de cada etapa dos OA.

Destacamos, professor, a necessidade de estar sempre preparado para as dificuldades que podem surgir quando for utilizar recursos tecnológicos como o indicado nessa tarefa, por exemplo a falta de *internet*. Os OA mencionados podem ser inseridos previamente nos computadores, não necessitando de acesso à *internet* para a sua utilização.

11. Inscreva cada uma das figuras abaixo em um retângulo.



a) Meça as dimensões dos retângulos em cada figura e anote na tabela abaixo:

Figura	Medidas (base X altura)
1	
2	
3	
4	

b) Amplie cada figura duas vezes em relação à medida inicial e realize as medidas dessas figuras ampliadas. Anote-as.

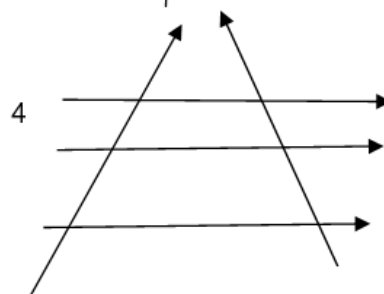
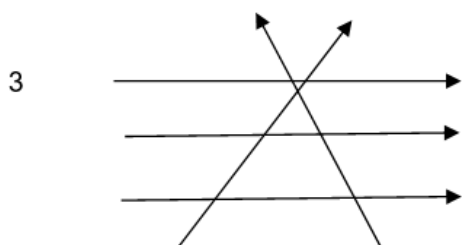
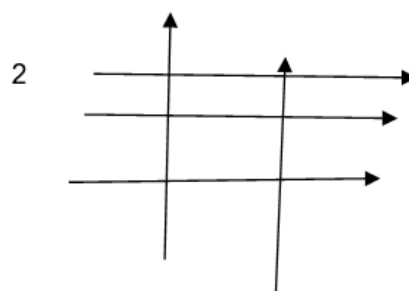
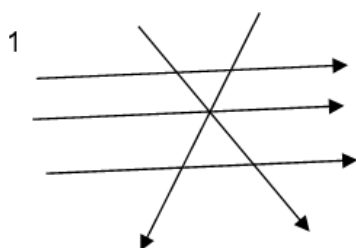
c) Calcule a razão entre as medidas dos lados de cada figura original (obtida no item a) com a medida dos lados correspondentes na ampliação (obtida no item b). Como você pode interpretar essa razão? Explique.

d) O que você considera que ocorreu entre as figuras originais e aumentadas? Com qual conceito (ou quais conceitos) já estudado ao longo dessa sequência didática você pode relacionar o que você fez nessa tarefa 11? Explique.

O objetivo desta tarefa é a aplicação do conceito de razão em figuras geométricas, utilizando a ampliação e redução de figuras, consolidando os conceitos abordados. A etapa da TSD presente nesta tarefa é a formulação e validação, sendo que ao realizar os procedimentos solicitados os alunos estão confrontando os saberes adquiridos e, ao explicar o que ocorreu com as figuras, estão demonstrando o seu próprio conhecimento, oriundo das informações que recebeu durante a realização das tarefas anteriores.

Professor, atente-se para as respostas dos seus alunos e, se for o caso, oriente para que as conexões que estão sendo formadas na mente dos estudantes estejam corretamente interligadas aos conceitos matemáticos.

12. Observe as posições das retas abaixo:



a) Considerando o que já foi estudado nessa sequência didática, quais são as posições ocupadas pelas retas em 1, 2, 3 e 4?

b) Ao analisar as posições das retas no item a, de quais assuntos abordados ao longo dessa sequência você se lembrou? Por quê?

c) Desenhe duas outras posições (diferentes das apresentadas no enunciado dessa tarefa) entre retas paralelas e retas transversais.

Com essa tarefa 12, pretende-se incentivar os alunos a desenhar posições não habituais para retas paralelas e transversais, o que, a nosso ver, aumenta as possibilidades de uso do Teorema de Tales em tarefas seguintes.

Professor, durante a resolução desta tarefa poderá perceber se os seus alunos estão conseguindo compreender os conceitos que estão sendo abordados e, se necessário, realizar uma revisão deles, enfatizando sempre a interligação entre eles. São nesses momentos de revisão que os processos de devolução e institucionalização ocorrem. Ao questionar seus estudantes sobre o desenvolvimento das tarefas, sobre os modos de pensar, sem lhes dar respostas prontas, você está usando a dialética da devolução de Brousseau, enquanto que nos momentos em que você retoma os conteúdos em sala de aula, para mostrar a sua sistematização, você está usando a dialética da institucionalização. Para Brousseau (2008), esses processos são fundamentais para garantir a aquisição do saber matemático sistematizado.

13. Você já ouviu falar em teorema?

a) Explique com suas palavras o que é um teorema.

b) Em um dicionário, pesquise a definição de teorema e anote.

c) Na *internet*, pesquise e enuncie algum teorema que esteja relacionado com as atividades que você está desenvolvendo.

d) Converse com seus colegas e descubra quais os teoremas encontrados nessa busca. Para que serve um teorema? Explique.

Além de compreender o significado da palavra teorema, inclusive mediante o confronto dicionário-conhecimento pessoal, essa tarefa 13 busca incentivar o estudante a elaborar pesquisas e questionar resultados, uma vez que pode acontecer de ter alunos que encontrem outros resultados, que não seja o Teorema de Tales, ou ainda, encontrem enunciados diferentes para o mesmo teorema. Se isto acontecer, professor, aproveite a oportunidade de discutir com seus alunos essa variação de possibilidades de resposta, e procure mostrar o que todas as versões têm em comum.

Ao se propor a busca por um teorema que esteja relacionado com as atividades desenvolvidas, pretende-se que os alunos comecem a ter conhecimento do Teorema de Tales e a inserção dos diversos conceitos em sua estrutura.

Professor, aproveite a oportunidade para tratar de outros termos não usuais no cotidiano dos estudantes, como os axiomas, corolários, etc.

14. Vamos fazer a representação de um teorema?

- Desenhe três retas paralelas entre si e escolha distâncias diferentes entre elas, duas a duas.
- Nomeie essas retas por r , s e t .
- Trace duas retas transversais e nomeie-as por m e n .
- Nomeie os pontos de intersecção pertencentes a m por A , B e C e os pontos de intersecção pertencentes a n por D , E e F ;
- Meça os segmentos AB , BC , DE e EF ;
- Registre essas medidas em uma tabela semelhante a seguinte:

Segmento	Medida
\overline{AB}	
\overline{BC}	
\overline{DE}	
\overline{EF}	

- a) Calcule as razões $\overline{AB}/\overline{BC}$ e $\overline{DE}/\overline{EF}$ (pode utilizar a calculadora). Anote os valores encontrados.
- b) Compare os resultados que você obteve para as duas razões. Qual é a relação entre essas medidas? Explique
- c) Analise o que você fez nessa tarefa e compare com o teorema pesquisado na tarefa 13. Você percebe alguma relação? Comente.

O objetivo desta tarefa é levar os alunos a compreender um teorema matemático por meio das etapas que serão realizadas. Espera-se que, ao longo dessa tarefa, os estudantes associem os passos ao Teorema de Tales, e que não tenham dificuldade de desenhar retas paralelas ou transversais e calcular as razões solicitadas. É importante destacar a necessidade do professor estar atento e, se for o caso, indagar os alunos se eles reconhecem esse procedimento, sem no entanto dizer que se trata do Teorema de Tales - o momento de descoberta é importante para o estudante.

Esperamos, professor, que você tenha percebido nossa construção paulatina de conhecimentos sobre o Teorema de Tales, sem, no entanto, deixar claro o objeto de estudo. Isto faz parte do processo de descoberta. Pretende-se que quando o estudante for ler o enunciado do Teorema de Tales, isso não lhe cause surpresa.

15. Observe o enunciado para o Teorema de Tales:

Teorema de Tales²: *Se um feixe de retas paralelas é cortado por duas retas transversais, os segmentos determinados nas duas transversais são proporcionais.*

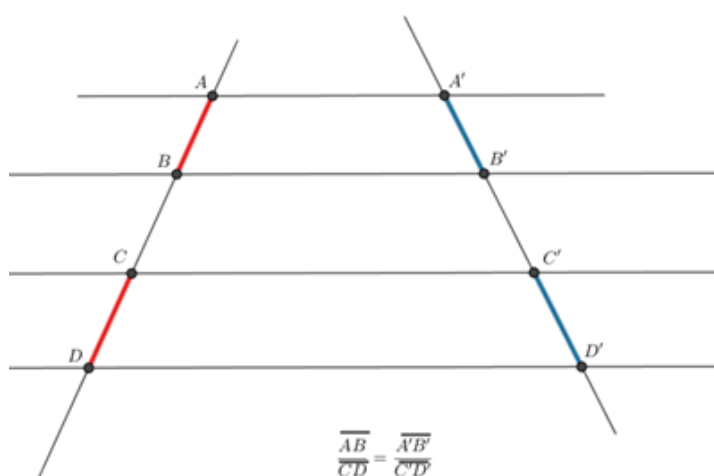


Figura 6: retas paralelas cortadas por duas retas transversais
Fonte: as autoras

- a) Analise o enunciado do Teorema de Tales e explique, com suas palavras, em que ele pode ser usado.
- b) Dentre os conceitos já revisados nesta sequência didática, quais você consegue perceber no enunciado do Teorema? Explique.

Nesta tarefa 15, desvela-se o assunto principal de toda sequência didática. Pretende-se que os estudantes observem e concluam que todas as tarefas anteriores buscavam, em última instância, consolidar conhecimentos utilizados no enunciado do Teorema de Tales. Essa é uma tarefa diretamente ligada à dialética da institucionalização, porque o Teorema de Tales é oficialmente apresentado.

² Definição retirada de Gerônimo e Franco (2010, p.122).

A partir de agora, estimula-se os estudantes a pensarem em possibilidades para a utilização desse teorema. É importante deixar um momento para que os estudantes, em grupos, discutam tais possibilidades.

16. Veja os vídeos que abordam o Teorema de Tales em algumas situações:

- A: <https://www.youtube.com/watch?v=oQly4aClog8&t=11s>
- B :<https://www.youtube.com/watch?v=kmemd29j7hA>

a) Anote as ideias centrais de cada vídeo apresentado.

b) A partir dos vídeos, quais outras situações podem ser resolvidas com o uso desse teorema, na sua opinião? Por quê?

O objetivo desta tarefa é levar os alunos a conhecer o Teorema de Tales em aplicações cotidianas. Ao assistir os vídeos, os alunos poderão visualizar a grande aplicabilidade prática do Teorema de Tales e estabelecer uma compreensão de diversos detalhes que permeiam o Teorema, desde o seu processo histórico de construção como a sua aplicabilidade.

Professor, novamente, nesta tarefa, os vídeos apresentados possuem um caráter pedagógico e de grande importância para que os alunos compreendam a importância deste teorema em situações concretas de seu dia a dia.

17. O Teorema de Tales originou-se, segundo a História da Matemática, por meio da medida da altura da Pirâmide de Quéops no antigo Egito. Pesquise como isso ocorreu e descreva os procedimentos realizados por Tales. Represente em desenhos.

Com a pesquisa solicitada na tarefa 17, espera-se que os alunos compreendam como ocorreu o processo realizado por Tales para calcular a medida da altura da Pirâmide e posterior relação com o Teorema de Tales. A História da Matemática é uma fonte na qual os alunos podem identificar e imaginar como tal conhecimento se originou. Durante a investigação e a realização da tarefa, os alunos podem perceber que a Matemática é uma ciência cujas descobertas e inovações são frutos de um processo histórico, bem como a importância de Tales de Mileto. Os alunos podem participar ativamente de todo o processo, interagindo entre si, trocando ideias, confrontando opiniões e conhecimentos para atingir o objetivo que é a utilização da situação descrita por Tales.

Professor, durante esta tarefa, atue apenas no sentido de esclarecer algumas dúvidas que forem surgindo no decorrer da pesquisa e do desenho. Os alunos terão condições de serem agentes ativos na construção de seu conhecimento.

18. Em grupos vamos utilizar o processo descrito por Tales e o seu Teorema para o cálculo da altura da pirâmide? Para cada um dos itens seguintes, calcule a altura. Mostre seu processo de resolução, apresentando:

i) um desenho que represente a situação
ii) os procedimentos realizados para obtenção das medidas. (Não esqueça de inserir os cálculos):

a) Poste da Praça



Figura 7: Poste da praça
Fonte: as autoras

b) Prédio



Figura 8: Prédio
Fonte: as autoras

c) Árvore



Figura 9: Árvore
Fonte: as autoras

d) Ginásio de Esportes



Figura 10: Ginásio de esportes
Fonte: as autoras

e) Hotel



Figura 11: Hotel
Fonte: as autoras

f) Poste da Rede de Transmissão



Figura 12: Poste de rede de transmissão
Fonte: as autoras

O objetivo desta tarefa é levar os alunos a aplicar o Teorema de Tales no cálculo de distâncias inacessíveis em locais presentes em seu cotidiano, ou seja, poderão ver na prática a utilização de algo estudado na escola. Para isso, professor, adapte os itens conforme sua realidade. Lembre-se de verificar, antecipadamente, as condições necessárias para a realização da tarefa. Por exemplo, certificar-se se será possível calcular a sombra do monumento, se não há riscos de acidentes com os estudantes enquanto estiverem distraídos com as medidas, etc.

Professor, nesta tarefa, destaca-se a presença de espaços físicos que estão presentes no cotidiano do aluno e a realização de ações fora do espaço escolar que serão realizadas em equipe. Essas ações motivam e ampliam os interesses dos alunos, pois são situações diferentes do dia a dia em sala de aula e proporcionam excelentes resultados.

19. A figura abaixo indica três lotes de terreno com frente para a rua A e para a rua B. As divisas dos lotes são perpendiculares à rua A. As frentes dos lotes 1, 2 e 3 para a rua A medem, respectivamente, 15m, 20m e 25m. A frente do lote 2 para a rua B mede 28 m.

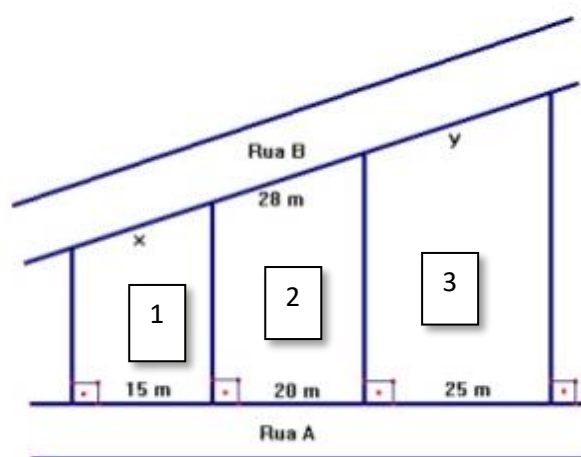


Figura 13: representação de 03 lotes

Fonte: <https://pt.slideshare.net/valtergomes10/lista-de-exercicios-teorema-de-tales>

a) Qual a medida da frente para a rua B dos lotes 1 e 3? Apresente os cálculos realizados ou explique seu raciocínio para determinar essas medidas.

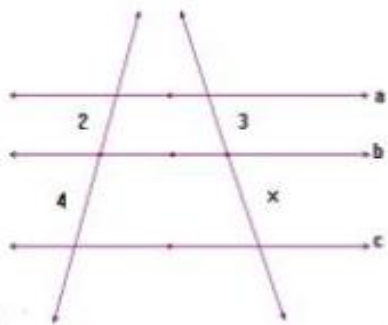
b) Na figura apresentada no enunciado, existem ruas paralelas e/ou transversais? Se sim, quais? Explique seu posicionamento.

A situação da tarefa 19 é levar os alunos a aplicar o Teorema de Tales em cálculos de dimensões que não se conhecem suas medidas. Nesta tarefa, os alunos deverão interpretar a situação-problema proposta e aplicar os conceitos referentes ao Teorema de Tales para solucioná-la.

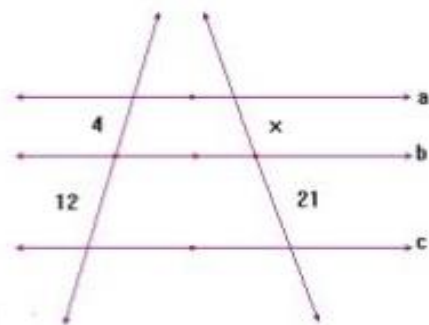
Sugere-se, professor, que ao realizar esta atividade proponha aos alunos a realização de outras situações semelhantes, utilizando o Teorema de Tales para realizá-la, para que os alunos percebam a utilização do Teorema em diversos momentos do cotidiano. Com isso, você, professor, estará estimulando o desenvolvimento da criatividade nos seus estudantes.

20. Determine o valor das incógnitas (x e y) em cada um dos casos seguintes. Apresente os cálculos realizados e/ou explique como chegou aos cálculos.³

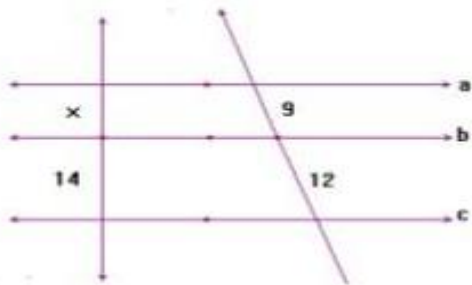
³ Lista de Exercícios referentes ao Teorema de Tales. Disponível em: < <https://matematicaressucat.files.wordpress.com/2009/07/9.doc>.> Acesso em jan. 2018.



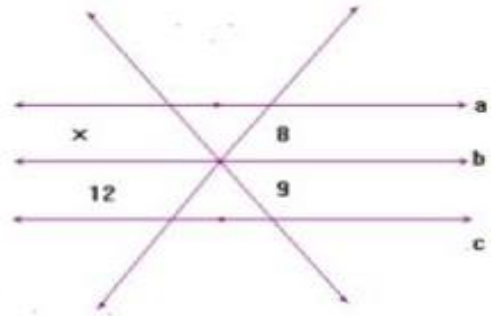
a)



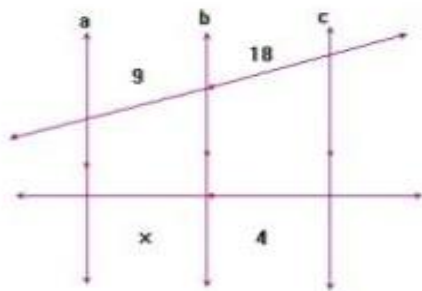
b)



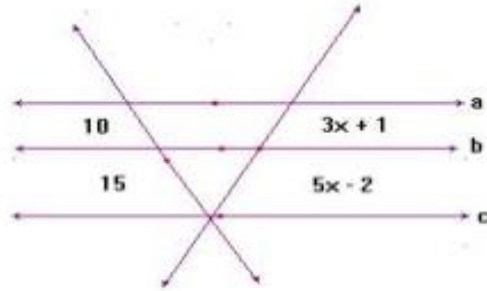
c)



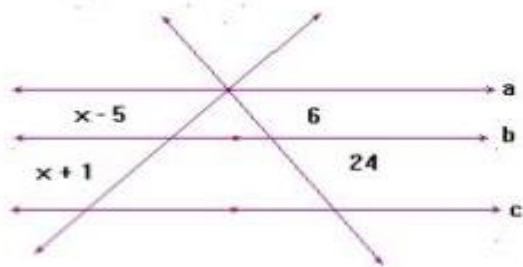
d)



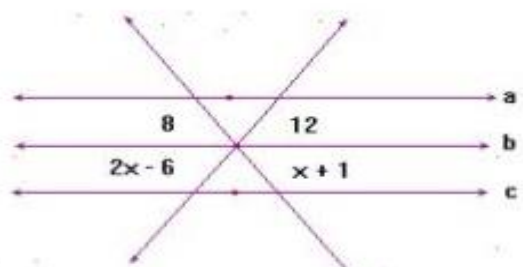
e)



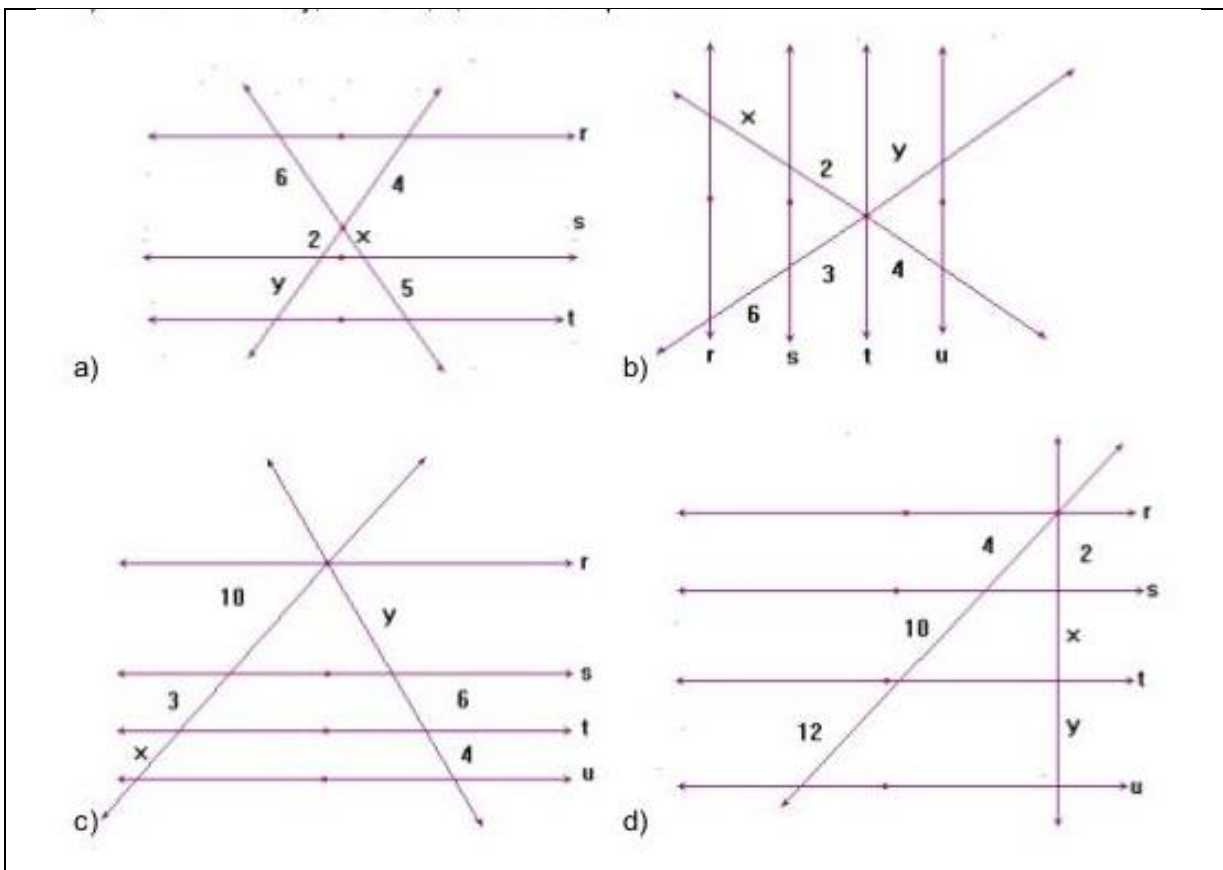
f)



g)



h)



A tarefa 20 apresenta uma situação típica de livro didático. Seu objetivo é levar os alunos a aplicar o Teorema de Tales em feixes de retas paralelas, numa situação mais abstrata. As situações propostas proporcionam aos alunos a oportunidade de aplicar o Teorema de Tales para o cálculo da incógnita X .

Professor, as questões presentes na tarefa são aquelas que normalmente são utilizadas para aprendizagem dos conteúdos referentes ao Teorema de Tales. Ao realizarem esta tarefa, os alunos já terão tido acesso ao teorema propriamente dito, em situações reais e concretas. Espera-se que eles consigam utilizar todo o conhecimento adquirido ao longo dessa sequência didática na resolução dessa tarefa.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O intuito ao se elaborar o presente material consiste na disponibilização de um suporte ao professor, que lhe permita proporcionar uma aprendizagem mais ampla do Teorema de Tales mediante uma abordagem diferenciada, na qual o estudante seja o agente principal neste processo de aquisição do conhecimento e o professor o sujeito que oferece condições adequadas para esta finalidade.

A Teoria das Situações Didáticas ofereceu o embasamento teórico para que esta Sequência Didática fosse elaborada, pois ela destaca a importância de se propor aos alunos situações nas quais ele desenvolva sua autonomia no processo de aprendizagem ao mesmo tempo que adquire o conhecimento pretendido.

Inicialmente, foi elaborada uma Sequência Didática com a mesma proposta, porém com uma quantidade maior de tarefas (38 – disponível em Barbosa, 2018). Durante a sua aplicação em uma turma, verificou-se que, embora ela tenha trazido resultados satisfatórios, algumas tarefas eram repetitivas, pois os alunos tinham que realizar os mesmos procedimentos, além de ser extensa, o que levou os alunos a demorarem um bom tempo para concluí-la e, aos poucos, diminuiu o interesse pelas resoluções.

Diante disso, compreendeu-se a necessidade de uma reelaboração da Sequência Didática, visando a uma agilidade na sua resolução, porém com o mesmo aprendizado.

O presente Produto Educacional é, portanto, uma reformulação da sequência didática anterior com um número menor de atividades, porém com a mesma estrutura e enfoque. Destaca-se, Professor, que ao utilizá-lo em sua prática pode (e deve) realizar as adaptações que considerar necessárias, de acordo com a sua realidade e clientela. Espera-se que esta sequência traga bons resultados em sua prática cotidiana.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Maria José Fagundes. CARGNIN, Claudete. **Uma Sequência Didática para o Teorema de Tales**. Londrina, 2018. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 5ª a 8ª séries**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

GERÔNIMO, J.R.; FRANCO, V.S. **Geometria plana e espacial: um estudo axiomático**. 2ª ed. Maringá: EDUEM, 2010.

MARTINHO, M.H. GIL, P.D.B. **O professor e o desenvolvimento da capacidade de argumentação: equações do 2. Grau na antiga Babilônia com alunos do 9º ano**. In: PONTE, J.P. (org). **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014, 1ª edição (Projeto P3M).

NACARATO, A.M. **A escrita nas aulas de matemática: diversidade de registros e suas potencialidades**. *Leitura: Teoria & Prática*, Campinas, v.31, n.61, pp.63-79, 2013