

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

MARCOS ROBERTO BOMBACINI

**APLICAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO ROBUSTA COM CONJUNTO INCERTO  
CORRELACIONADO NO PROBLEMA DA DESIGNAÇÃO DE  
GERADORES COM GERAÇÃO EÓLICA**

CURITIBA

2017



MARCOS ROBERTO BOMBACINI

**APLICAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO ROBUSTA COM CONJUNTO INCERTO  
CORRELACIONADO NO PROBLEMA DA DESIGNAÇÃO DE  
GERADORES COM GERAÇÃO EÓLICA**

Tese apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Doutor em Métodos Numéricos em Engenharia, no Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setor de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Ademir Alves Ribeiro

CURITIBA

2017

B695a Bombacini, Marcos Roberto

Aplicação da Otimização Robusta com Conjunto Incerto  
Correlacionado no Problema da Designação de Geradores com  
Geração Eólica - Curitiba - PR. / Marcos Roberto Bombacini. -  
Curitiba/PR, 2017.

160 f.

Orientador: Prof. Dr<sup>o</sup> Ademir Alves Ribeiro.

Tese (Doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia) -  
Universidade Federal do Paraná.

1. Otimização matemática. 2. Sistemas de potência.  
3. Programação (Matemática). I. Ribeiro, Ademir Alves.  
II. UFPR. III. Título.

CDD: 519.6

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária  
Carla Rech Ribeiro CRB 9/1685



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
Setor CIÊNCIAS EXATAS  
Programa de Pós-Graduação MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA

### TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **MARCOS ROBERTO BOMBACINI** intitulada: **APLICAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO ROBUSTA COM CONJUNTO INCERTO CORRELACIONADO NO PROBLEMA DA DESIGNAÇÃO DE GERADORES COM ENERGIA SÓLICA**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 27 de Outubro de 2017.

**ADEMIR ALVES RIBEIRO**  
Presidente da Banca Examinadora

**ROMEU REGINATTO**  
Avaliador Externo

**NEIDE MARIA PATIAS VOLPI**  
Avaliador Interno

**PAULO CÍCERO FRITZEN**  
Avaliador Externo

**SOLANGE REGINA DOS SANTOS**  
Avaliador Externo

*A minha família.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus, por tudo permitir e possibilitar.

À minha família, que soube compreender minha ausência e sempre me incentivou.

Ao Prof. Dr. Ademir Alves Ribeiro, pela orientação, paciência e amizade, que foram fundamentais na elaboração deste trabalho.

Agradeço especialmente a Prof. Dra. Liliana Madalena Gramani, pela colaboração, apoio, incentivo e amizade que sempre teve comigo nos momentos mais difíceis.

Ao Prof. Dr. Anselmo Chaves Neto, pelo exemplo, confiança e respeito.

Agradeço a todos aos servidores deste programa, que direta ou indiretamente contribuíram na realização deste trabalho. Especialmente ao Jair, sempre disposto a atender-me com atenção e afinco.

Aos amigos: Roddny, Dione, Suellen, Geraldo, Aureo, Loreci e tantos outros que tornaram estes anos de dedicação mais alegres.

À Sandra, pelo carinho, companhia, apoio, pela compreensão e principalmente por ser uma pessoa tão especial. Sem ela nada disso seria possível.

## RESUMO

A intermitência e a aleatoriedade dos recursos renováveis trazem desafios significativos para a robustez e operação econômica dos sistemas de energia. A otimização robusta permite a modelagem inferida através de um conjunto incerto e garante que a solução encontrada possa lidar com qualquer ocorrência possível, tendo como base esse conjunto. Estudos têm demonstrado que uma grande disseminação geográfica da capacidade instalada pode reduzir a variabilidade da energia eólica e tornar sua geração mais previsível. Atualmente, as pesquisas raramente consideram a correlação temporal e espacial entre diferentes localizações dos parques eólicos. Motivados por esses desafios, foi implementado um modelo de otimização robusta para o problema de designação de geradores, que utiliza um novo tipo de conjunto incerto correlacionado para inferir a incerteza e capturar as correlações temporais e espaciais entre os parques eólicos. Os resultados na aplicação do modelo proposto revelaram que no caso da existência de correlações consideráveis entre a geração de potência eólica, isto leva a soluções melhores comparado ao modelo convencional com prevenção contra perturbações não correlacionadas. Além disso, os resultados revelaram um desempenho superior a medida em que os valores das correlações entre os parques eólicos aumentam. Como uma conclusão, o modelo de otimização robusta proposto pode ser considerado um modelo eficaz para um ambiente contendo dados correlacionados sujeitos a incerteza.

**Palavras-chave:** Otimização Robusta. Designação de Geradores. Incerteza. Programação Matemática.



## ABSTRACT

The intermittency and stochasticity of the renewable resources bring significant challenges to the robustness and economic operation of power systems. Robust optimization allows for the modeling of an uncertainty set and ensures that the chosen solution can handle any possible realization based on this uncertainty set. Studies have shown that a large geographic spread of installed capacity can reduce wind power variability and the production more predictable. Current research work rarely considers the temporal and spatial correlation among different positions in wind farms. Motivated by these challenges, we present a robust optimization model for the unit commitment (UC) problem, which models the nature of the dispatch process and utilizes a new type of correlated uncertainty sets to capture the temporal and spatial correlations of wind farms. The results of applying the proposed model revealed that in the case of existing considerable correlation among wind power generation, it leads a superior solutions compared with that of conventional model by preventing protection against uncorrelated perturbations. In addition, the results revealed that the proposed model obtains superior performance as the values of correlations among the wind farms increases. As a conclusion, the proposed robust optimization model can be considered as an effective model for an environment containing correlated uncertain data.

**Keywords:** Robust Optimization. Unit Commitment. Uncertainty. Mathematical Programming.

# Lista de Figuras

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 2.1 | Padrão Simples de Picos e Vales . . . . .   | 15 |
| 2.2 | Função Custo de Produção Linear por Partes . . . . .  | 27 |
| 2.3 | Incertezas Presentes em Sistemas de Potência Distribuídos . . . . .   | 32 |
| 2.4 | Classificação Geral dos Parâmetros Sujeitos a Incerteza em<br>Sistemas de Potência . . . . .                                  | 33 |
| 2.5 | Métodos para Modelar a Incerteza . . . . .  | 35 |
| 2.6 | Representação da Incerteza: (a) Aproximação Determinística;<br>(b) Programação Estocástica; e (c) Otimização Robusta. . . . . | 37 |
| 2.7 | Processo para Formulação de Problemas em Otimização Ro-<br>busta. . . . .   | 41 |
| 2.8 | Custo da Geração no Ponto Base e Valor Previsto para o Custo<br>da Geração. . . . .   | 49 |
| 3.1 | Ilustração do Conjunto Incerto do Tipo Caixa . . . . .  | 69 |
| 3.2 | Ilustração do Conjunto Incerto do Tipo Elipsoidal . . . . .   | 70 |
| 3.3 | Ilustração do Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico . . . . .   | 71 |
| 3.4 | Visualização do Conjunto Incerto do tipo Caixa para Distribui-<br>ção Não Limitada de Incerteza . . . . .                     | 82 |

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 3.5 | Visualização do Conjunto Incerto do tipo Elipsoidal para Distribuição Não Limitada de Incerteza . . . . .                         | 82  |
| 3.6 | Visualização do Conjunto Incerto do tipo Poliédrico para Distribuição Não Limitada de Incerteza . . . . .                         | 83  |
| 4.1 | Gráficos de Dispersão das Perturbações com Diferentes Valores para o Coeficiente de Correlação $\rho$ . . . . .                   | 85  |
| 4.2 | Utilização do Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico para Coeficientes não Correlacionados . . . . .                                 | 86  |
| 4.3 | Utilização do Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico para Coeficientes Fortemente Correlacionados . . . . .                          | 87  |
| 4.4 | Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico Correlacionado Versus Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico . . . . .                           | 88  |
| 4.5 | Arestas do Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico Correlacionado no Primeiro Quadrante do Sistema de Coordenadas . . . . .           | 90  |
| 4.6 | Arestas do Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico Correlacionado com Relação a Diferentes Correlações e Níveis de Proteção . . . . . | 94  |
| 5.1 | Sistema Interconectado de 12 Barramentos . . . . .  | 103 |
| 5.2 | Demanda Elétrica da Carga L . . . . .   | 104 |
| 5.3 | Geração de Energia Eólica Prevista para o Parque Eólico W1 na Região 1 . . . . .  | 105 |
| 5.4 | Geração de Energia Eólica Prevista para o Parque Eólico W2 na Região 2 . . . . .  | 105 |
| 5.5 | Potência Termelétrica, em MW, fornecida pelo Gerador 2 no Pior Caso. . . . .  | 108 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 5.6  | Potência Termelétrica, em MW, fornecida pelo Gerador 5 no<br>Pior Caso. . . . .                                 | 108 |
| 5.7  | Curva $\Gamma$ do Valor da Função Objetivo com Forte Covariância<br>Espacial. . . . .                           | 110 |
| 5.8  | Curva $\Gamma$ do Valor da Função Objetivo com Moderada Covariân-<br>cia Espacial. . . . .                      | 110 |
| 5.9  | Curva $\Gamma$ do Valor da Função Objetivo com Fraca Covariância<br>Espacial. . . . .                           | 111 |
| 5.10 | Curva $\Gamma$ do Valor da Função Objetivo com Covariância Espacial<br>Negativa. . . . .                        | 111 |
| 5.11 | Curva $\rho$ do Grau de Conservadorismo da Solução com Forte<br>Covariância Espacial. . . . .                   | 112 |
| 5.12 | Curva $\rho$ do Grau de Conservadorismo da Solução com Mode-<br>rada Covariância Espacial. . . . .              | 112 |
| 5.13 | Curva $\rho$ do Grau de Conservadorismo da Solução com Fraca<br>Covariância Espacial. . . . .                   | 113 |
| 5.14 | Curva $\rho$ do Grau de Conservadorismo da Solução com Covari-<br>ância Espacial Negativa. . . . .              | 113 |
| 5.15 | Diagrama Unifilar do Sistema com Seis Barramentos . . . . .   | 114 |
| 5.16 | Demanda da Carga . . . . .  | 115 |
| 5.17 | Geração de Energia Eólica Prevista para os Três Parques Eólicos. . . . .  | 116 |
| 5.18 | Curva $\Gamma$ dos Valores Ótimos da Função Objetivo sem Correla-<br>ção Temporal $\rho = 0$ . . . . .          | 117 |
| 5.19 | Curva $\Gamma$ dos Valores Ótimos da Função Objetivo com Correla-<br>ção Temporal Perfeita $\rho = 1$ . . . . . | 117 |

|  |     |
|--|-----|
| 5.20 Curva $\Gamma$ do Grau de Conservadorismo sem Correlação Temporal $\rho = 0$ . . . . .          | 118 |
| 5.21 Curva $\Gamma$ do Grau de Conservadorismo com Correlação Temporal Perfeita $\rho = 1$ . . . . . | 119 |
| 5.22 Potência Fornecida pelo Gerador Termelétrico 1. . . . .   | 120 |
| 5.23 Potência Fornecida pelo Gerador Termelétrico 2. . . . .   | 120 |
| 5.24 Potência Fornecida pelo Gerador Termelétrico 3. . . . .   | 121 |
| 5.25 Comportamento do Fator de Participação $\beta$ do Gerador Termelétrico 1. . . . .               | 121 |
| 5.26 Comportamento do Fator de Participação $\beta$ do Gerador Termelétrico 2. . . . .               | 122 |
| 5.27 Comportamento do Fator de Participação $\beta$ do Gerador Termelétrico 3. . . . .               | 122 |

# Lista de Tabelas

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 5.1 | Características dos Geradores Termelétricos . . . . .                                     | 104 |
| 5.2 | Potência Gerada pela Termelétrica no Caso Determinístico em<br>MW. . . . .                | 107 |
| 5.3 | Potência Termelétrica, em MW, fornecida pelos Geradores 1, 3<br>e 4 no Pior Caso. . . . . | 107 |
| 5.4 | Características dos Geradores Termelétricos . . . . .                                     | 115 |

# Sumário

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introdução</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1      | Breve Revisão de Literatura . . . . .   | 4         |
| 1.2      | Evolução e Produção desta Pesquisa . . . . .                                      | 6         |
| 1.3      | Objeto da Pesquisa . . . . .  | 8         |
| 1.4      | Organização dos Capítulos . . . . .   | 10        |
| 1.5      | Contribuição Científica . . . . .   | 11        |
| <b>2</b> | <b>Designação de Geradores</b>  | <b>13</b> |
| 2.1      | Introdução . . . . .  | 14        |
| 2.2      | Descrição do Problema . . . . .   | 17        |
| 2.3      | Revisão de Literatura . . . . .   | 19        |
| 2.4      | Formulação do Problema da Designação de Geradores . . . . .                       | 24        |
| 2.4.1    | Custos . . . . .  | 26        |
| 2.4.2    | Função Objetivo . . . . .   | 28        |
| 2.4.3    | Restrições . . . . .  | 29        |
| 2.5      | Estado da Arte para Tratamento de Incertezas em Sistemas de<br>Potência . . . . . | 30        |
| 2.6      | Gestão de Incertezas em Sistemas Elétricos de Potência . . . . .                  | 37        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 2.7      | Modelagem da Incerteza na Energia Eólica . . . . .   | 42        |
| 2.8      | Formulação Robusta para Designação de Geradores . . . . .                                      | 44        |
| 2.9      | Formulação Robusta para Designação de Geradores Considerando a Provisão da Incerteza . . . . . | 51        |
| <b>3</b> | <b>Otimização Robusta</b>  | <b>54</b> |
| 3.1      | Introdução . . . . .   | 54        |
| 3.2      | Otimização Robusta Inferida por Conjuntos Incertos . . . . .                                   | 61        |
| 3.2.1    | Otimização Linear Robusta . . . . .  | 61        |
| 3.2.2    | Otimização Linear Inteira Mista Robusta . . . . .  | 65        |
| 3.3      | Conjuntos Incertos . . . . .   | 68        |
| 3.3.1    | Conjunto Incerto do Tipo Caixa . . . . .   | 68        |
| 3.3.2    | Conjunto Incerto do Tipo Elipsoidal . . . . .  | 70        |
| 3.3.3    | Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico . . . . .  | 71        |
| 3.3.4    | Formulação da Contraparte Robusta para uma Restrição Linear . . . . .                          | 72        |
| 3.4      | Formulações para a Contraparte Robusta sujeita a Incerteza Correlacionada . . . . .            | 76        |
| 3.4.1    | Formulações Robustas para Incertezas com Distribuições Não Limitadas . . . . .                 | 78        |
| 3.4.2    | Ilustração dos Conjuntos Incertos Correlacionados . . . . .                                    | 81        |
| <b>4</b> | <b>Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico Correlacionado</b>                                      | <b>84</b> |
| 4.1      | Formulação Matemática do Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico Correlacionado . . . . .          | 89        |



|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 4.2      | Contraparte Robusta Baseada no Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico Correlacionado . . . . . | 96         |
| <b>5</b> | <b>Resultados Numéricos</b>   | <b>101</b> |
| 5.1      | Sistema Interconectado com 12 Barramentos . . . . .   | 103        |
| 5.2      | Sistema Interconectado com 6 Barramentos . . . . .  | 114        |
| <b>6</b> | <b>Conclusões</b>   | <b>123</b> |
| 6.1      | Trabalhos Futuros . . . . .   | 124        |
|          | <b>Referências Bibliográficas</b>   | <b>125</b> |
| <b>A</b> | <b>Sistema Interconectado com 12 Barramentos</b>  | <b>144</b> |
| <b>B</b> | <b>Sistema Interconectado com 6 Barramentos</b>   | <b>153</b> |

# Capítulo 1

## Introdução

A Academia Nacional de Engenharia classifica a eletrificação como a maior conquista do século XX [1]. No ano de 2013, a indústria da energia elétrica relatou um faturamento de US\$ 840 bilhões de dólares nos Estados Unidos, o que representa aproximadamente 3% do seu produto interno bruto real [2]. Todos os anos, as concessionárias de energia elétrica destinam cerca de US\$ 200 bilhões de dólares a seu planejamento e a sua operação [3].

Especificamente, este trabalho aborda um problema de designação de geradores<sup>1</sup> (*Unit Commitment* - UC) sujeito a incerteza advinda da inserção de geradores eólicos. O problema desperta o interesse de duas maneiras: primeiro, a indústria da energia elétrica constitui um dos maiores setores no mercado global [4], e uma ligeira melhoria na tomada de decisão pode levar a enormes contribuições para o bem estar social. Segundo, teoricamente, o problema UC sujeito a incerteza é formulado como um problema de programação inteira mista (*Mixed Integer Programming* - MIP), de grande escala,

---

<sup>1</sup>em sistemas de potência, o termo adotado é despacho de máquinas

que é um dos mais desafiadores problemas de otimização para ser resolvido.

Como a base no planejamento em curto prazo dos sistemas de potência, o problema da designação de geradores desempenha um papel vital na configuração do mesmo [5] e tem recebido muita atenção ao longo dos anos. Para garantir a confiabilidade no fornecimento de energia, as incertezas presentes no sistema devem ser consideradas durante o processo de solução do problema. Uma reserva deve ser destinada explicitamente ou implicitamente para lidar com as incertezas [6].

A incerteza pode ser classificada em incerteza estocástica e incerteza epistêmica baseada em conhecimento. A principal diferença entre elas é que a incerteza baseada em conhecimento pode ser reduzida em contraste com a incerteza estocástica, que é por definição irreduzível. Os três principais grupos de incerteza podem ser definidos segundo Abrahamsson [7] por:

- Incerteza do modelo: O modelo aplicado é uma simplificação da realidade.
- Incerteza incompleta: Nem todas as situações de risco podem ser tratadas. Por exemplo, é inviável tratar todos os estados do sistema em sistemas de grande escala.
- Incerteza das variáveis: As variáveis no modelo podem não ser precisamente conhecidas, sujeitas a uma variabilidade natural e de natureza estocástica, como no caso da geração eólica.

A Pesquisa Operacional é conhecida como uma ferramenta matemática e analítica que auxilia a tomada de decisões mais eficazes. Nesta tese, uma

das técnicas do estado da arte baseada em Pesquisa Operacional é aplicada na área de sistemas de potência, por intermédio do problema de designação de geradores, considerando a incerteza presente da geração eólica.

Os sistemas de potência são uma das infraestruturas mais críticas para a sociedade moderna e requerem um nível de confiabilidade adequado. Atualmente, a confiabilidade dos sistemas de potência é gerido de acordo com um critério determinístico N-1, que possui várias deficiências na gestão das incertezas, tais como considerar apenas N-1 contingências com igual probabilidade e severidade, além de negligenciar os erros na previsão da demanda elétrica e da geração eólica. A otimização robusta considera as incertezas de uma maneira mais conveniente e pode superar as deficiências do critério determinístico.

Em um estágio de decisão preventiva do processo de tomada de decisão em curto prazo para na operação do sistema elétrico de potência precisa considerar a incerteza em tempo real, tais como ocorrências em tempo real da demanda elétrica, geração proveniente de fontes de energia renovável e possíveis contingências, ou seja falhas inesperadas ou outages de um componente do sistema, tal como um gerador, uma linha de transmissão, um interruptor de circuito, uma chave ou outro elemento elétrico [8]. Critérios diferentes para confiabilidade induzem os operadores a tratar a incerteza de diferentes maneiras.

O desempenho do critério de confiabilidade depende do nível de incerteza do sistema, que é determinado pela precisão na previsão da demanda elétrica e das fontes de energia renováveis, além das possíveis contingências no sistema, e quanto melhor o sistema esteja preparado para as incertezas, melhor

será a confiabilidade da gestão. Para incentivar os stakeholders do sistemas de potência a mudarem a maneira de gerir a confiabilidade na direção de uma abordagem mais eficaz, é crucial quantificar mudanças sócio-econômicas e o desempenho da confiabilidade utilizando abordagens mais complexas e mais computacionalmente intensivas [9], [10].

Estudos ilustraram o impacto da incerteza na demanda elétrica nos índices de confiabilidade do barramento e do sistema [11],[12], [13]. Gerir a confiabilidade de acordo em relação a vários critérios de confiabilidade não foram considerados nesses estudos. A maneira mais comum para definir a incerteza é em termos das matrizes de correlação e dos desvios padrão na literatura, assumindo distribuições normais para as variáveis sujeitas a incerteza.

## 1.1 Breve Revisão de Literatura

Atualmente, os sistemas de potência de grande escala já possuem geradores eólicos integrados a suas redes, em muitos países. Devido a natureza intermitente e estocástica da energia eólica, embora muitos trabalhos tenham sido publicados na previsão do vento, tais como Lobo e Sanchez [14], Mahoney *et al.* [15] e Babu e Arulmozhivarman [16], ainda não existe um método de previsão consideravelmente preciso. Não obstante, esta integração dos geradores eólicos aos sistemas de potência de grande escala tem sido um problema desafiador para o UC.

Estudos para o desenvolvimento de métodos para quantificar os requisitos de reserva, na modelagem dos problemas de UC, bem como nas estratégias mais apropriadas foram empregados para lidar com o advento da incerteza

causada pelo vento.

Em 1993, Soeder [17] apresentou um método para estimar os requisitos para as reservas, considerando-se os erros de previsão no fornecimento de energia eólica e na demanda elétrica, bem como as incertezas oriundas dos geradores termelétricos convencionais, definindo uma probabilidade a priori com frequência muito baixa e uma taxa para limitar a carga.

Em 2005, Doherty e O'Malley [18] propuseram uma abordagem incremental na qual o número de requisitos da Reserva Girante (*Spinning Reserve* - SR) em cada hora é calculado definindo-se metas de confiabilidade e baseando-se na expectativa anual dos incidentes de corte de carga, (*Load Shedding Incidents* - LSI) .

Em 2009, Ortega-Vazquez e Kirschen [19] propuseram um método de otimização para determinar os requisitos ótimos para SR considerando-se as incertezas oriundas dos erros de previsão da energia eólica e os erros de previsão para a demanda elétrica do sistema, com o objetivo de minimizar a soma do custo esperado das interrupções e os custos operacionais, e uma conclusão incomum foi obtida sendo que o aumento da inserção de energia eólica não implica necessariamente em maiores quantidades de SR. No entanto, o nível de confiabilidade do sistema pode ficar comprometido.

A programação matemática sujeita a incerteza foi amplamente empregada na modelagem do UC para tratar as elevadas incertezas da energia eólica. Carpentier *et al.* [20], Wang *et al.* [21], Sturt e Strbac [22], Liu [23], desenvolveram modelos UC estocásticos para obter as decisões ótimas no problema da designação de geradores.

As vantagens em favor da modelagem estocástica em problemas UC para

os sistemas com elevada inserção de geradores eólicos foram analisadas nos trabalhos de Tuohy *et al.* [24], [25]. Um modelo UC de dois estágios, no qual as decisões para o UC são determinadas pelo primeiro estágio e as decisões de despacho econômico são determinadas pelo segundo estágio foi amplamente utilizado na formulação UC estocástica como pode ser visto nos trabalhos de Ruiz *et al.* [26], Eldin *et al.* [27], Jiang *et al.* [28].

No trabalho de Wang *et al.* [29], uma programação estocástica com restrição de chances de dois estágios, que pode assegurar a uma grande quantidade de energia eólica ser utilizada com elevada probabilidade com a premissa de manter a confiabilidade do sistema mesmo no caso de flutuações repentinas ocasionadas pelos geradores eólicos, foi formulada.

O modelo UC robusto, no qual pode-se obter as decisões do UC a priori na ocorrência do pior cenário também foi estudado, e este problema foi resolvido em dois estágios nos trabalhos de Jiang *et al.* [28], [30] e Bertsimas *et al.* [31]. A otimização difusa oferece uma outra maneira de modelar o UC baseando-se na falta de informação exata sobre erros na previsão para o comportamento do vento [32].

## 1.2 Evolução e Produção desta Pesquisa

A proposta foi apresentada por Bombacini e Ribeiro em 2015 [33] no XVIII Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha adotando uma formulação matemática computacionalmente tratável para o problema, além de elencar os problemas e as possíveis vantagens na adoção da otimização robusta para resolver o problema da Designação Robusta de Geradores com a

inserção da energia eólica com incerteza.

No XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Bombacini e Ribeiro [34] adotaram conjuntos incertos dinâmicos como uma alternativa na modelagem da incerteza do problema de Designação de Geradores considerando as correlações temporais e espaciais presentes na energia gerada por parques eólicos.

Na revista SODEBRAS, ISSN 1809-3957 Qualis B5, Bombacini e Ribeiro [35], adotaram conjuntos incertos correlacionados para modelar a incerteza da geração eólica considerando apenas a correlação temporal em um parque eólico. As curvas de custos da função objetivo e o grau de conservadorismo da solução, obtidas através de simulações numéricas, revelaram aumento nos custos com combustíveis fósseis a medida que a correlação temporal diminui e a redução do grau de conservadorismo da solução a medida em que o grau de incerteza diminui.

No artigo aceito pelo *International Journal of Advanced Engineering Research and Science (IJAERS)*, Bombacini e Ribeiro [36] adotaram o conjunto poliédrico correlacionado, proposto por Jalilvand-Nejad *et al.* [37], para modelar a incerteza da geração eólica considerando as correlações espacial e temporal presentes em três parques eólicos.

As curvas de custos da função objetivo, do grau de conservadorismo da solução e do fator de participação dos geradores termelétricos, obtidas através de simulações numéricas, revelaram aumento nos custos com combustíveis fósseis a medida que a correlação temporal diminui, a redução do grau de conservadorismo da solução a medida em que o grau de incerteza diminui, estes resultados já verificados anteriormente, além de um aumento do fator de



participação da geração termelétrica a medida em que a correlação espacial diminui.

### 1.3 Objeto da Pesquisa

Este trabalho realiza um estudo interdisciplinar em pesquisa operacional, engenharia de sistemas de potência e economia. Especificamente, aborda-se um problema particular de designação de geradores termelétricos e eólicos sujeitos a incerteza que envolve dois estágios. No primeiro, o operador do sistema determina o estado binário ligado/desligado dos geradores. No segundo estágio, depois da ocorrência da incerteza nos valores de potência fornecidos pelos geradores eólicos, o operador do sistema determina os valores de potência a serem fornecidos pelos geradores termelétricos.

Em geral, o sistema de potência pode ser representado através de um grafo onde os nós representam os barramentos <sup>2</sup> e os arcos representam as linhas de transmissão. Entretanto, a eletricidade difere de uma rede na distribuição de produtos em diferentes maneiras: a demanda elétrica é quase inelástica; os geradores e as cargas devem estar em equilíbrio para manter a frequência do sistema continuamente sujeita a alta incerteza; a eletricidade flui pelas redes elétricas segundo as leis de Kirchhoff; a armazenagem de energia é considerada de custo demasiado alto com as tecnologias atuais. Portanto, os desafios na programação de sistemas elétricos de potência é maior do que em outros problemas padrões em redes ou em cadeias de suprimentos.

---

<sup>2</sup>barramento em sistemas elétricos de potência realiza a função de um condutor elétrico

Se o sistema não estiver sujeito a incertezas, então o problema UC pode ser formulado como um programa inteiro misto determinístico. Este problema pode ser resolvido eficientemente por intermédio de algum software comercial, mesmo para sistemas de potência reais de grande escala. Todavia, a inserção da incerteza no sistema pode resultar em uma solução ineficiente pelos modelos determinísticos. A incerteza complica a tomada de decisão na designação dos geradores, dessa maneira, metodologias e ferramentas mais avançadas são necessárias para as tomadas de decisões.

Atualmente, existem três metodologias predominantes para resolver o problema UC sujeito a incertezas: Programação Estocástica, Otimização Robusta e aproximação determinística modelando reservas. As duas primeiras são limitadas devido aos desafios computacionais suscitando desconfiança nos operadores dos sistemas de potência para adotar estes modelos.

A prática na indústria adota modelar reservas, ou seja, capacidades extras que os geradores podem fornecer, para limitar a incerteza em sistemas de potência. Todavia, as reservas disponíveis podem não ser utilizadas devido ao congestionamento do sistema após uma contingência. Muitas regras *ad-hoc* para a determinação das reservas têm sido aplicadas, porém existe uma carência de abordagens sistemáticas e matemáticas para determinar as reservas para o sistema [38].

Na primeira parte desta tese, descreve-se o problema da designação de geradores, na qual se inclui uma revisão de literatura dos métodos empregados para encontrar soluções viáveis. Também encontra-se a formulação matemática para o modelo empregado nas simulações e na obtenção dos resultados. Na segunda parte, o foco está no método da otimização robusta,

no qual se inclui a descrição dos tipos de conjuntos incertos utilizados para modelar a incerteza. Na terceira parte, o conjunto incerto do tipo polidédrico correlacionado é detalhado e como a correlação temporal e espacial para a potência nos geradores eólicos podem ser modeladas por este conjunto.

Na última parte, encontram-se os resultados das simulações e os parâmetros de medida, pelos quais demonstra-se que a correlação temporal e espacial entre os geradores eólicos influencia positiva ou negativamente os custos da geração dependendo do seu valor. Além disso, através da otimização robusta é possível estabelecer uma relação configurável de custo/benefício entre a viabilidade e a robustez da solução para o problema da designação de geradores termelétricos e eólicos.

## **1.4 Organização dos Capítulos**

O Capítulo 2 apresenta o problema da designação de geradores em sistemas elétricos de potência, além de proporcionar uma revisão de literatura sobre os métodos utilizados para encontrar soluções para este problema. Evidencia o estado da arte na tomada de decisões sujeitas a incertezas, na área de sistemas elétricos de potência e os aspectos relativos à formulação matemática utilizada, implementada, simulada e utilizada para gerar os resultados.

O Capítulo 3 aborda o método da otimização robusta citando os trabalhos já realizados com base neste método para a solução de problemas na área de programação matemática. Também explica como a incerteza pode ser inferida através de diferentes tipos de conjuntos incertos e como a correlação entre as variáveis sujeitas a incerteza pode modificar o formato do conjunto

incerto.

O Capítulo 4 descreve a teoria sobre o conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado e mostra como o coeficiente de correlação entre as variáveis sujeitas a incerteza pode moldar o seu formato. Também mostra como este pode ser formulado e inserido em um modelo de otimização.

O Capítulo 5 revela os resultados obtidos na simulação do problema da designação robusta de geradores sujeito a incerteza, inferida através do conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado pela inclusão de geradores eólicos. Demonstra a relação custo/benefício entre a economia e a robustez, considerada a correlação temporal e espacial entre a potência fornecida pelos parques eólicos.

Finalmente, o Capítulo 6 conclui este trabalho e propõe orientações para pesquisas futuras.

## **1.5 Contribuição Científica**

Nesta Tese, empregou-se a otimização robusta para tratar as incertezas presentes na potência eólica gerada por parques eólicos no problema da designação de geradores.

O modelo empregado permite encontrar soluções robustas para um problema de otimização real onde existem correlações significativas entre a potência eólica gerada por diferentes parques eólicos os coeficientes e significativas correlações.

Um novo conjunto incerto foi empregado para considerar as correlações espaço-temporais entre as potências geradas por diferentes parques eólicos.

A otimização robusta se mostrou um método viável para considerar a incerteza presente na potência eólica quando o problema de designação de geradores envolver unidades termelétricas e eólicas.

A partir dos resultados obtidos através da simulação numérica, pode-se observar que a técnica da otimização robusta permite estabelecer uma relação de custo/benefício entre a otimalidade e a robustez das soluções para o problema da designação de geradores.

Outra constatação foi que o conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado permitiu considerar diretamente a correlação espacial e temporal das incertezas entre parques eólicos.

A partir dos resultados é possível afirmar que a contribuição desta Tese é demonstrar que a otimização robusta pode ser uma boa alternativa para a solução do problema da designação de geradores com inserção de energia eólica.

# Capítulo 2

## Designação de Geradores

O problema da designação de geradores é de fundamental importância para a operação de sistemas elétricos de potência. O propósito deste problema é o de minimizar o custo operacional para o fornecimento de energia e definir um cronograma de funcionamento para cada gerador pertencente ao sistema elétrico de potência, o que irá garantir que a demanda elétrica seja satisfeita e que o sistema funcione de maneira segura e confiável. Este problema pode ser formulado como um problema de otimização não linear inteira-misto, e encontrar soluções globais ótimas; é importante não apenas devido aos custos operacionais significativos, mas também devido à competição no mercado.

Portanto, diferentes soluções quase ótimas podem produzir dividendos financeiros consideravelmente diferentes. Paralelamente, o tempo destinado para resolver este problema é bastante restrito na prática. Consequentemente, a designação de geradores é um problema de otimização importante e desafiador. Este Capítulo 2 proporciona uma introdução ao problema básico

do ponto de vista de otimização e resume vários avanços na modelagem que constam na literatura.

## 2.1 Introdução

Muitos usuários possuem padrões de consumo de energia diários com variações extremas dentro e fora do chamado horário de pico. Isto ocorre porque utilizam menos eletricidade no sábado do que nos dias úteis, menos eletricidade nos domingos do que nos sábados, e um gasto menor entre a meia noite e a madrugada do que durante o dia, segundo consta nos trabalhos de Wood e Wollenberg [6], Pang e Chen [39], Ayoub e Patton [40], Hara *et al.* [41], Kerr *et al.* [42].

Se a geração de energia para atender o período de pico fosse mantida ao longo do dia, é possível que algumas das unidades geradoras estivessem constantemente funcionando próximas do seu limite máximo, acarretando um gasto excessivo e desnecessário. Cabe ao Operador do Sistema Elétrico designar quais geradores devem ser ligados ou desligados, por quanto tempo devem permanecer assim e uma vez ligados, quanto de energia deve ser fornecida.

Supondo que o comportamento de consumo siga um simples padrão de picos e vales, conforme mostrado na Figura 2.1, se o sistema elétrico de potência estiver com sua operação otimizada, os geradores devem ser desligados a medida em que a demanda elétrica diminui e, posteriormente, os geradores devem ser religados quando a demanda elétrica aumentar.

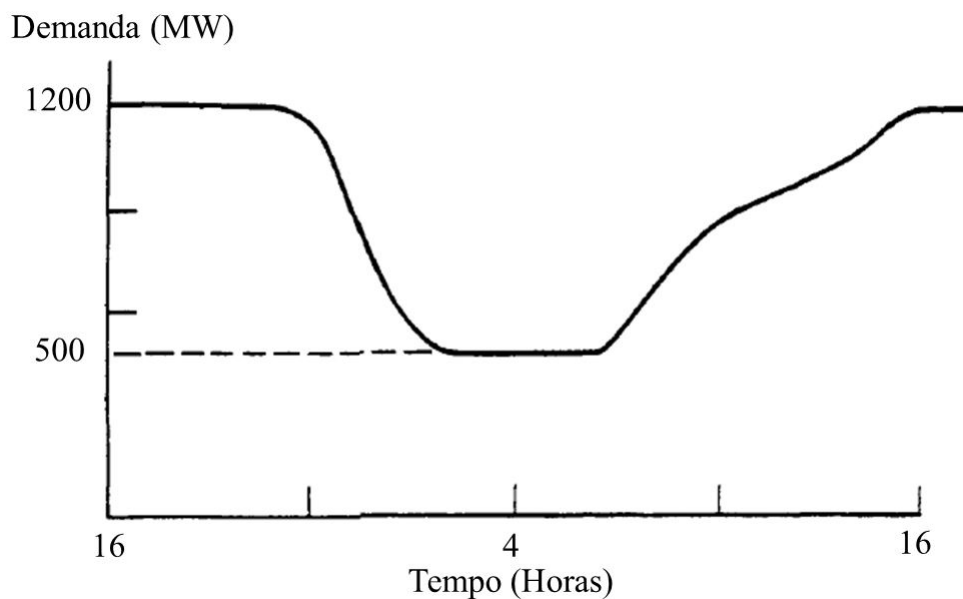


Figura 2.1: Padrão Simples de Picos e Vales [6].

Deseja-se saber quais geradores serão ligados ou desligados e quando isto deve ocorrer. Este problema não é trivial quando unidades geradoras reais forem consideradas.

Na maioria dos sistemas de potência interconectados, a demanda elétrica é normalmente suprida pela geração termelétrica. Várias estratégias para a sua operação são possíveis de modo a satisfazer a demanda elétrica variável de hora em hora ao longo do dia.

É preferível utilizar uma estratégia de operação ótima ou subótima baseada no critério econômico. Em outras palavras, um importante critério na operação de sistemas de potência é satisfazer a demanda elétrica minimizando a utilização de combustíveis fósseis e empregando geradores com diferentes capacidades de geração de energia. Além disso, para suprir o consumo de energia dos consumidores de uma maneira segura e com custo reduzido, a



designação de geradores termelétricos ainda é bastante utilizada.

É, dessa maneira, reconhecido que a solução para o problema da designação ótima de geradores para sistemas termelétricos seja determinar o cronograma de funcionamento para os diferentes geradores dentro de um sistema elétrico de potência, sujeito a restrições nas capacidades das unidades geradoras e das restrições operacionais, o que resulta em uma grande economia para os consumidores de energia [43], [44], [45].

Este capítulo 2 aborda diferentes métodos usados na solução do problema da designação de geradores e também apresenta um roteiro para o qual novos métodos de solução evoluem com o tempo.

As publicações foram extraídas dos seguintes *journals* e *proceedings*:

- *IEEE Transactions on Power Systems*;
- *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*;
- *IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*;
- *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*;
- *International Journal of Electrical Power Systems Research*;
- *International Journal of Power and Energy Systems*;
- *International Journal of Electric Power Components and Systems*, anteriormente chamado de *Electrical Machines and Power Systems*;
- *IEEE Power System Review*;
- *Proceedings of IEEE Power Engineering Society Summer/Winter Meetings, PICA*, etc.

## 2.2 Descrição do Problema

Na moderna operação dos sistemas de potência, um dos mais estimulantes interesses é o de decidir quais unidades de geração elétrica devem funcionar em cada período de tempo, de maneira a satisfazer uma demanda elétrica variável.

O problema é relevante porque em um sistema elétrico típico existe uma enorme variedade de geradores disponíveis para gerar eletricidade, e cada gerador possui suas próprias características [46]. Decisões e ações como estas são tomadas sob a ótica da designação de geradores.

O problema da designação de geradores estabelece a tarefa de determinar um cronograma ótimo, e um nível de produção, para cada unidade geradora ao longo de um determinado período de tempo. A decisão de designação de geradores indica quais unidades geradoras estarão em uso em cada instante de tempo ao longo de um horizonte de planejamento [47], [48]. Um critério importante para a operação do sistema de potência é suprir a demanda elétrica minimizando o custo com combustíveis fósseis usando diferentes usinas de energia.

Para tais tipos de problemas, os requisitos de carga, os requisitos de reserva girante e as restrições das unidades geradoras devem ser levadas em consideração. Resolver este tipo de problema pode ser computacionalmente dispendioso em grandes sistemas de energia elétrica [48], [49]. Mesmo assim, para fornecer energia elétrica de alta qualidade para consumidores de maneira segura e com redução de custo, a designação de geradores termelétricos ainda é bastante utilizada.

A tomada de decisão no planejamento do cronograma para as unidades geradoras, geralmente, é definida para um horizonte de planejamento de 1 ou 2 dias até 2 semanas divididos em períodos de 1 hora. Os geradores designados devem atender à carga prevista do sistema e satisfazer aos requisitos de reserva girante, a um custo operacional mínimo, sujeito a várias outras restrições, tais como: tecnológicas e ambientais [49]. Além disto, os geradores disponíveis e designados devem ser capazes de suprir a demanda elétrica de pico bem como a demanda elétrica sazonal.

Em um dos extremos, um gerador elétrico nuclear pode fornecer eletricidade a um custo incremental bastante baixo para cada megawatt hora extra de energia, mas possui um elevado custo tanto em uma situação de parada quanto no caso de uma nova partida, além de algum tempo ser necessário para retornar a sua capacidade total de geração. Um gerador nuclear típico pode ser desligado apenas na primavera ou no outono, quando há pouca demanda elétrica por aquecimento ou ar-condicionado, quando o consumo fica reduzido. No outro extremo, em um gerador de turbina a gás, a partida pode ocorrer em poucos minutos.

Entretanto, seu custo incremental por *megawatt* hora é muito mais dispendioso [6], [46]. Semelhantemente, a quantidade de energia hidrelétrica armazenada nas barragens e os reservatórios do sistema podem não responder de forma eficiente para demandas elétricas elevadas. Neste caso, as unidades geradoras termelétricas são geralmente empregadas para compensar a escassez de oferta [50]. Uma vez que este tipo de gerador não consegue atingir a sua capacidade máxima de operação instantaneamente, o cronograma precisa ser planejado com antecedência de maneira que a energia suficiente

esteja sempre disponível para atender a demanda elétrica do sistema, com uma margem de reserva girante adequada no caso de outros tipos de geradores ou as próprias linhas de transmissão falhem ou no caso do aumento do consumo [51].

Os procedimentos para partida e parada são considerados em uma etapa de cálculo posterior àquela da designação de geradores [52]. Na ocorrência da pior carga prevista, o desvio entre a solução calculada pode ser compensado empregando-se reserva girante horária [53]. Vários métodos convencionais estão disponíveis para resolver o problema da designação de geradores, mas todos esses métodos dependem da precisão de um modelo matemático para o sistema evitando a estagnação em um ótimo local [54].

## 2.3 Revisão de Literatura

A designação ótima de geradores em curto prazo, para atender a demanda elétrica com baixo risco, tem sido motivo de preocupação para os operadores dos sistemas elétricos de potência nas últimas cinco décadas. Por esta razão tem sido amplamente tratado na literatura como pode ser verificado nos trabalhos de Cohen *et al.* [55], Sheble *et al.* [56], Padhy [57], Bhardwaj *et al.* [58], Tahanan *et al.* [59].

Este problema é conhecido por Designação de Geradores, ou *Unit Commitment*, em inglês. Um modelo detalhado para a designação de geradores corresponde a um problema em larga escala, que envolve programação não linear inteira mista, em que o custo operacional de todos os geradores, sujeito ao equilíbrio de potência e as restrições técnicas em cada intervalo de

tempo, no período de otimização, é minimizado. Entretanto, com o passar do tempo diferentes modelos aproximados foram usados e métodos intuitivos, tais como: Enumeração Exaustiva [42] e Lista Prioritária [60], foram inicialmente aplicados a pequenos sistemas elétricos de potência. Mais tarde, o aumento simultâneo da infraestrutura elétrica e do poderio computacional levaram à aplicação de técnicas formais de otimização, tal como a abordagem da Programação Dinâmica [61], para resolver o problema da designação de geradores.

Desde as primeiras aplicações em Programação Dinâmica, a formulação matemática do problema da designação não parou de evoluir e várias revisões de literatura foram publicadas. Algumas dessas principais revisões serão descritas com o propósito de obter uma progressão histórica Cohen *et al.* [55], Sheble *et al.* [56], Padhy [57], Bhardwaj *et al.* [58], Tahanan *et al.* [59]. Até o ano 2000 duas principais tendências da evolução puderam ser identificadas: a modelagem de novas restrições operacionais e a aplicação de diferentes técnicas de otimização.

Em 1987, Cohen *et al.* [55] estudaram 76 referências e discutiram o escopo do problema da designação de geradores em curto prazo, com ênfase nas restrições hidro termelétricas. Os métodos de solução disponíveis naquela época para o problema da designação de geradores eram: Programação Dinâmica, Relaxação Lagrangeana, Método *Branch-and-Bound* e decomposição Benders.

Em 1994, Sheble *et al.* [56] apresentaram uma lista de 80 referências disponíveis para a solução do problema da designação de geradores termelétricos e concluíram que a Relaxação Lagrangiana seria a técnica mais pro-

missora para resolver o problema em curto prazo. Os inconvenientes para as abordagens da Programação Dinâmica foram o tratamento sub ótimo das restrições intertemporais dos geradores e a necessidade de limitar as designações consideradas em cada hora para envolver a natureza combinatória do problema. Além disso, o princípio da otimalidade pode ser violado quando as restrições de tempo mínimo ligado/desligado são consideradas, o que implica em um tempo de permanência mínimo ligado/desligado, uma vez que um gerador tem de estar ligado/desligado [62].

Em 2004, Padhy [57] reuniu 35 anos de pesquisas da designação de geradores, incluindo cerca de 150 artigos publicados. Três tópicos foram discutidos: o primeiro foi o da minimização do custo para a designação de geradores em relação as primeiras formulações de maximização de lucro, o segundo foi a inclusão das restrições relativas a rede e a segurança na designação de geradores, e o terceiro foram as técnicas de otimização.

Naquela época, uma nova tendência foi identificada em relação a uma abordagem de otimização mais adequada para problemas de designação de geradores: os modelos híbridos baseados em uma combinação de técnicas consideradas clássicas e das técnicas mais inovadoras, empregando métodos heurísticos. O artigo de Padhy foi atualizado em 2012 por Bhardwaj *et al.* [58], mas comentários com relação às tendências para pesquisa foram evitados. Finalmente, um resumo de literatura exaustivo, com mais de 400 referências, em métodos de otimização aplicados à designação de geradores em larga escala, com atenção especial dada para considerações sobre incerteza, foi publicado por Tahanan *et al.* [59] em 2014.

Após o processo de desregulamentação ocorrido nos Estados Unidos,

uma nova perspectiva surgiu na área de otimização de recursos para produção. Em um sistema de energia baseado no mercado financeiro, o objetivo das concessionárias de energia é a maximização do lucro, o que apontou para o desenvolvimento de várias estratégias de oferta [63], enquanto o equilíbrio de energia e a responsabilidade pela segurança da rede ficaram a cargo do Operador do Sistema Elétrico. Assim, o custo para a compra de energia será minimizado, e o bem estar social será maximizado, através de mecanismos claros de mercado, seja pelo operador do sistema elétrico [64], seja pelo comércio de energia. Todavia, essas questões representam tópicos de pesquisa atuais por si só e fogem do escopo deste trabalho.

Além disso, os sistemas de potência vêm enfrentando transformações operacionais devido à integração da geração de energia renovável. A variabilidade adicional e a incerteza deste tipo de geração tem possibilitado uma nova linha de pesquisa, relacionando a sua incorporação ao problema da designação de geradores com a demanda elétrica da geração. Este acréscimo adicional da geração renovável incide sobre a capacidade do sistema de potência, preservando economicamente o equilíbrio de energia sem o aumento do risco operacional.

O uso do critério clássico de segurança na formulação da designação de geradores, em particular o requisito de reserva girante N-1 determinístico, tem sido questionado em publicações científicas, tanto por razões econômicas quanto por razões de segurança [65]. Assim, diferentes alternativas têm sido propostas, principalmente nos últimos 10 anos, com a ênfase recente na representação explícita das incertezas dentro do modelo da designação de geradores.

Nesse sentido, um consenso em favor das formulações da Programação Linear Inteira Mista parece emergir. Argumentos para esta escolha têm sido apresentados na literatura, mas uma compreensiva discussão nas técnicas de otimização aplicadas na designação de geradores sob incertezas poderia ser prematuro, por exemplo, as abordagens da Otimização Robusta e da Otimização com Restrição de Chances ainda precisam ser exploradas com maior profundidade. Alternativamente, uma visão geral sob as considerações da incerteza em modelos da designação de geradores poderia auxiliar os pesquisadores e a indústria a manter o foco dos desenvolvimentos recentes no tópico.

O objetivo deste capítulo não é fornecer um exaustivo resumo da literatura, mas discutir a evolução dos modelos de designação de geradores com uma representação probabilística de certos aspectos que impactam na segurança do sistema. Vários métodos para a tomada de decisão já foram utilizados para resolver o problema da designação de geradores determinístico, tais como: Método da Lista Prioritária, Programação Dinâmica, Relaxação Lagrangiana, Algoritmos Genéticos, *Simulated Annealing*, Otimização *Particle Swarm*, Busca Tabu, Lógica *Fuzzy* e Programação Evolutiva. O foco está em descrever as formulações de Programação Linear Inteira Mista e a representação baseada em cenários da incerteza.



## 2.4 Formulação do Problema da Designação de Geradores

A designação de geradores é definida como o processo de otimizar recursos da produção dentro de um certo período, por exemplo 24 horas. O resultado deste processo é o estado de cada gerador, ligado ou desligado, em cada intervalo de tempo do período definido. Esta otimização está sujeita a três tipos de restrições: equilíbrio de energia, reserva girante, e restrições técnicas dos geradores, enquanto que a função objetivo é a minimização do custo operacional. Por motivos de clareza, um sistema envolvendo apenas geradores termelétricos é apresentado como um exemplo. Neste tipo de sistema, os componentes do custo operacional são a geração de energia, os custos de partida e, algumas vezes, os custos de desligamento. O problema determinístico supõe um conhecimento preciso sobre o perfil de geração e sobre o perfil de demanda elétrica onde toda a incerteza será compensada acrescentando-se uma restrição para a reserva girante. Esta restrição garante que a solução obtida permita satisfazer a demanda elétrica e manter um volume pré definido da capacidade sobressalente, que pode ser usada para manipular as incertezas.

A reserva girante é um requisito para o sistema. Esta pode ser fixa ou variável e é calculada fora do problema de otimização. Dado um conjunto de geradores termelétricos e a demanda elétrica, o problema básico para a designação de geradores é minimizar o custo total da energia produzida de maneira que:

- a demanda elétrica seja garantida;
- as reservas girantes suficientes estejam disponíveis no caso de contingências; e
- os geradores operem dentro de suas capacidades nominais:
  - o nível de energia produzida por um gerador fique dentro de uma faixa de operação admissível,
  - quando um gerador estiver ligado ou desligado, deve permanecer assim por um período mínimo de tempo; e,
  - o gerador não pode alterar seu estado de ligado para desligado bruscamente.

O problema de designação é usualmente definido ao longo de um horizonte de planejamento de um dia, ou 24h, até uma semana, ou 168 h. Do ponto de vista do operador do sistema elétrico, é estabelecida uma previsão para a demanda elétrica horária e um período de planejamento, então há necessidade de decidir quais unidades de geração serão designadas, ou estarão em funcionamento, e quais não serão, ou não designadas durante cada hora.

Este planejamento é necessário porque a demanda elétrica varia continuamente a cada hora e de um dia para outro, e uma vez que diferentes unidades de geração possuem diferentes custos de geração, ligar e desligar estas unidades adequadamente constitui um problema de otimização, cujo objetivo é o de minimizar o custo de geração. Além disso, a inclusão de geradores eólicos ao problema inicial também tem contribuído para o aumento do número de partidas e de paradas sofrido pelas unidades geradoras termelétricas [66].

O restante desta Sessão 2.4 descreve uma formulação básica para o problema da designação determinística de geradores. Esta formulação fornece uma boa descrição inicial do problema e foi fundamentada nos trabalhos de Bhattacharya *et al.* [67] e de Arroyo e Conejo [68].

### 2.4.1 Custos

**Custos com Combustíveis Fósseis:** A função quadrática de custo da produção tipicamente usada em problemas de planejamento [6] pode ser formulada como:

$$c_j^p(k) = a_j v_j(k) + b_j p_j(k) + c_j p_j^2(k), \forall j \in J, \forall k \in K. \quad (2.1)$$

onde  $c_j^p(k)$  é o custo de produção do gerador  $j$  no período  $k$ .  $a_j$ ,  $b_j$ ,  $c_j$  são os coeficientes da função custo quadrático do gerador  $j$ .  $v_j(k)$  é uma variável binária que é igual a 1 se o gerador  $j$  estiver ligado no período  $k$  e 0 caso contrário.  $p_j(k)$  potência designada do gerador  $j$  no período de tempo  $k$ .  $J$  conjunto de índices das unidades de geração.  $K$  conjunto de índices dos períodos de tempo.

Conforme mostrado na Figura 2.2, a função custo em (2.1) pode ser precisamente aproximada por um conjunto de partições [69].

Para propósitos práticos, a função linear por partes da Figura 2.2 é indistinguível do modelo não linear caso segmentos suficientes sejam usados.

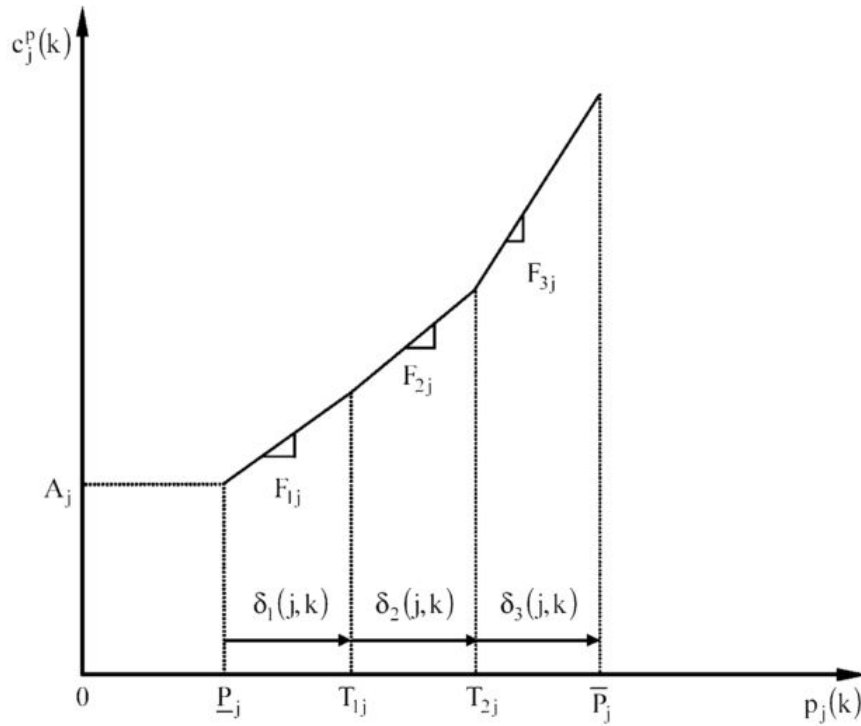


Figura 2.2: Função Custo de Produção Linear por Partes [70].

onde  $A_j$  é o coeficiente da função custo de produção linear por partes do gerador  $j$ ,  $\bar{P}_j$  é a capacidade máxima do gerador  $j$ ,  $\underline{P}_j$  é a potência de saída mínima do gerador  $j$ ,  $T_{\ell j}$  é o limite superior da partição  $\ell$  para a função custo de produção linear por partes do gerador  $j$ ,  $F_{\ell j}$  é a inclinação da partição  $\ell$  para a função custo de produção linear por partes do gerador  $j$  e  $\delta_\ell(j,k)$  potência fornecida na partição  $\ell$  para a função custo de produção linear por partes do gerador  $j$  no período de tempo  $k$ .

A representação analítica desta aproximação linear é:

$$c_j^p(k) = A_j v_j(k) + \sum_{\ell=1}^{NL_j} F_{\ell j} \delta_\ell(j,k), \forall j \in J, \forall k \in K \quad (2.2)$$

$$p_j(k) = \sum_{\ell=1}^{NL_j} \delta_\ell(j,k) + \underline{P}_j v_j(k), \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad (2.3)$$

$$\delta_1(j,k) \leq T_{1j} - \underline{P}_j, \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad (2.4)$$

$$\delta_\ell(j,k) \leq T_{\ell j} - T_{\ell-1j}, \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall \ell = 2, \dots, NL_j - 1 \quad (2.5)$$

$$\delta_{NL_j}(j,k) \leq \bar{P}_j - T_{NL_j-1j}, \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad (2.6)$$

$$\delta_\ell(j,k) \geq 0, \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall \ell = 1, \dots, NL_j \quad (2.7)$$

onde  $A_j = a_j + b_j \underline{P}_j + c_j \underline{P}_j^2$ ,  $NL_j$  é o número de segmentos da função custo de produção linear por partes do gerador  $j$ .

## 2.4.2 Função Objetivo

Com base nas informações apresentadas na Subseção 2.4.1, a função objetivo para minimizar o custo operacional do problema UC é:

$$\min F = \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} F_{i,t} + \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} U_{i,t} (1 - U_{i,t-1}) S_{i,t}^u \quad (2.8)$$

onde  $F$  é o custo total,  $t$  é o índice do período de tempo em horas,  $N_t$  é o horizonte de planejamento,  $i$  é o índice dos geradores termelétricos,  $N_g$  representa o número de geradores termelétricos,  $F_{i,t}$  é o custo de combustível do gerador  $i$  no período de tempo  $t$  que pode ser expresso em uma forma linear se uma quantia suficiente de segmentos forem adotados [70],  $U_{i,t}$  é o status do gerador  $i$  no período de tempo  $t$ , e  $S_{i,t}^u$  é o custo de partida do gerador  $i$ .

### 2.4.3 Restrições

**Equilíbrio de Potência:** A restrição para garantir uma geração de potência suficiente é estabelecida de maneira a satisfazer a demanda elétrica total:

$$\sum_{i=1}^{N_t} Pg_{i,t} + \sum_{w=1}^{N_w} R_{w,t}^k = \sum_{t=1}^{N_t} Pd_t, \quad \forall t \quad (2.9)$$

onde  $Pd_t$  e  $R_{w,t}^k$  são respectivamente a demanda elétrica MW no período de tempo  $t$  e a geração de potência eólica em MW do parque eólico  $w$  no período de tempo  $t$  e  $N_w$  é o número de parques eólicos.

**Limites para a Geração Termelétrica:** A saída de potência de um gerador  $i$  em funcionamento durante o período de tempo  $t$ , deve permanecer dentro dos limites superior e inferior da sua capacidade operacional permissível:

$$\underline{P}_i \leq p_{i,t} \leq \bar{P}_i, \quad \forall i, \forall t \quad (2.10)$$

onde  $\underline{P}_i$  e  $\bar{P}_i$  denotam respectivamente as capacidades de geração, em MW, mínima e máxima do gerador termelétrico  $i$ .

Se o gerador  $i$  ficar fora de operação durante o período de tempo  $t$ , a essas restrições  $p_i(t)$  é atribuído zero.

**Taxas de Rampa:** A saída de potência de um gerador, particularmente aquela proveniente de um gerador termelétrico, não pode variar bruscamente. Assim, a mudança no valor de  $p_i(t)$  precisa ser restrita especificando-se as taxas de rampa para subida, para descida, para partida e para parada.

A restrição (2.11) limita o aumento da saída de energia permissível entre períodos de tempo consecutivos. Em um determinado período de tempo  $t$ , se

o gerador estiver em funcionamento no período de tempo anterior,  $s_i(t-1) = 1$ , então o aumento na saída de potência não pode exceder a taxa máxima para rampa de subida  $RU_i$ , em MW/h. Além disso, se o gerador estiver ligado no período de tempo  $t$ , isto é, se  $s_i(t) = 1$ , então  $s_i(t-1) = 0$  e o gerador pode produzir no máximo uma potência igual a  $SU_i$  no período de tempo  $t$ , onde  $SU_i$  é a taxa máxima para rampa de partida do gerador  $i$  em MW/h. Isto determina a restrição para a rampa de subida:

$$P_{i,t+1} \leq P_{i,t} + RU_i, \quad \forall i, \forall t \quad (2.11)$$

onde  $RU_i$  é a taxa máxima para rampa de subida, em MW/h, do gerador  $i$ .

Um argumento similar fornece a restrição para a rampa de descida:

$$P_{i,t+1} \geq P_{i,t} - RD_i, \quad \forall i, \forall t \quad (2.12)$$

onde  $RD_i$  é a taxa máxima para rampa de descida, em MW/h, do gerador  $i$ .

## 2.5 Estado da Arte para Tratamento de Incertezas em Sistemas de Potência

O tratamento da incerteza tem sido por muitos anos uma das principais preocupações para os tomadores de decisão, incluindo governantes, engenheiros, gerentes e cientistas [71]. A maioria das decisões a serem tomadas no setor de energia está sujeita a um nível significativo de incerteza nos dados [72].

As fontes renováveis de energia tais como a eólica e a solar de energia renováveis possuem vários benefícios incluindo baixo custo e reduzido impacto ambiental. Estes benefícios motivam o aumento da sua implementação em muitos países ao redor do mundo [73]. Todavia o nível de incertezas associadas com a operação das fontes intermitentes de energia renováveis é alto. Além disso, as incertezas existem em outras partes e componentes dos sistemas de potência incluindo os consumidores através da demanda elétrica, os geradores através das interrupções no funcionamento, e nas linhas de transmissão através das falhas ou perdas.

As incertezas na previsão da potência fornecida pelas fontes renováveis de energia tais como a geração eólica e solar, bem como a demanda elétrica do sistema, ainda não estão incorporadas aos sistemas de gestão energética e nas ferramentas usadas para as operações de designação, de despacho e de mercado [74].

Com o aumento da penetração de fontes intermitentes, essas incertezas poderiam provocar ocorrências inesperadas e significativas para a demanda elétrica e para problemas de despacho acarretando sérios riscos para controle e operação o sistema de potência e sua confiabilidade. Sem quantificar os riscos vigentes, os operadores do sistema possuem meios limitados para avaliar a probabilidade da ocorrência de problemas e tomar ações para resolvê-los [75]. Assim, existe a necessidade de desenvolver e implementar uma estrutura computacional para integrar essas incertezas e prevenir os riscos para o sistema de potência.

Conforme mostrado na Figura 2.3, as operações dos sistemas de potência distribuídos estão sujeitos principalmente a quatro tipos de incerteza: in-



certezas na geração, incertezas na transmissão, incertezas na distribuição e incertezas na demanda elétrica.

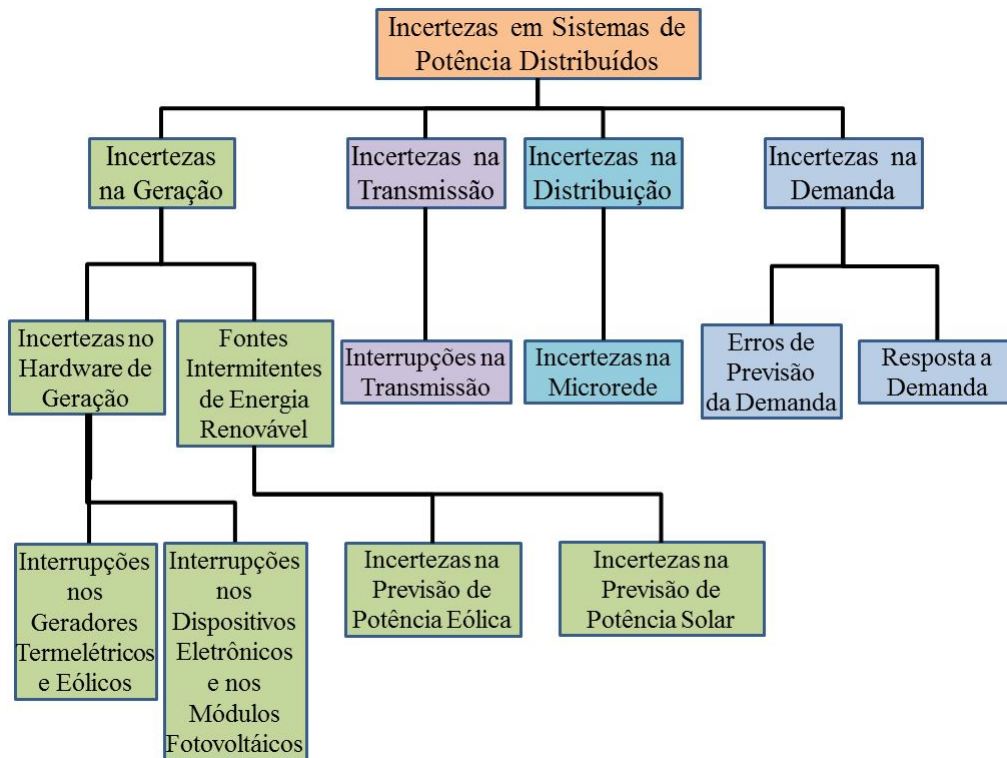


Figura 2.3: Incertezas Presentes em Sistemas de Potência Distribuídos [74].

As incertezas na geração incluem as incertezas no hardware e as incertezas das fontes intermitentes de energia renovável. As incertezas na transmissão e na distribuição incluem interrupção nas linhas de transmissão e incertezas no sistema de distribuição, etc. As incertezas na demanda elétrica têm principal origem nos erros de previsão e na resposta a demanda.

Os estudos dos parâmetros sujeitos a incerteza podem ser técnicos ou econômicos, conforme ilustrado pelo diagrama da Figura 2.4:

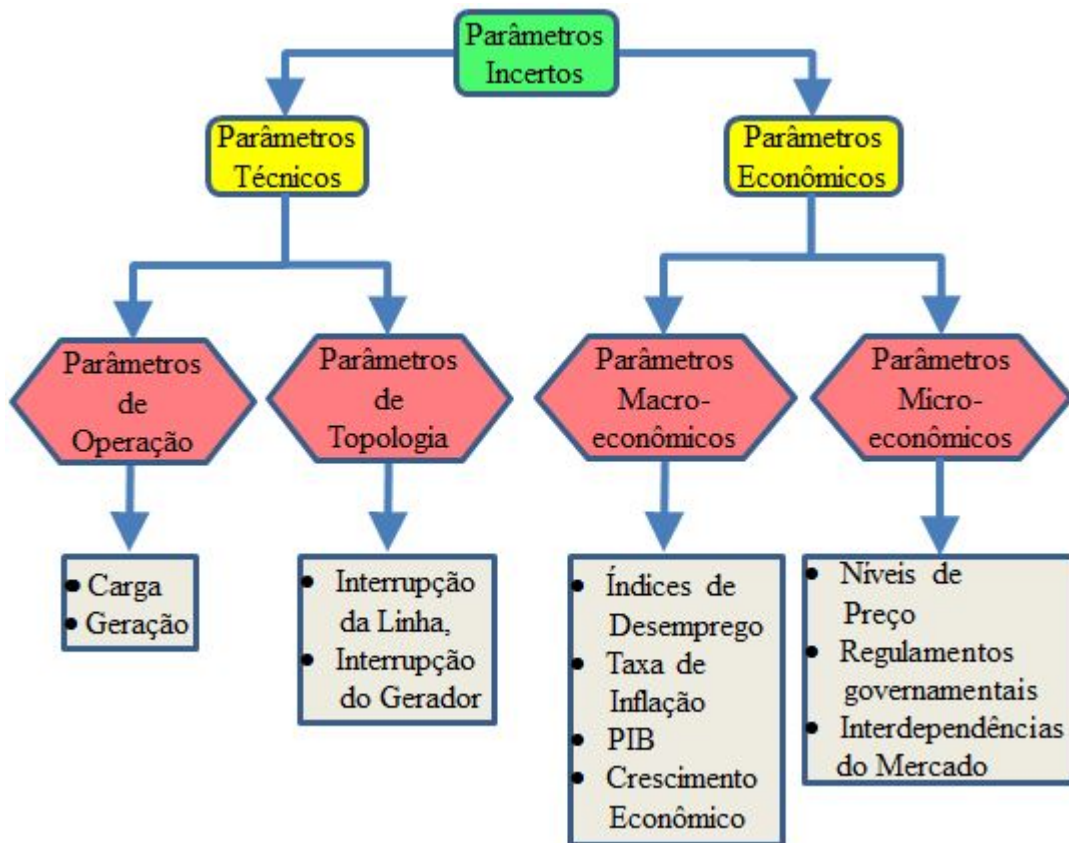


Figura 2.4: Classificação Geral dos Parâmetros Sujeitos a Incerteza em Sistemas de Potência [76].

- **Parâmetros Técnicos:** Esses parâmetros são geralmente categorizados em duas classes principais, denominadas parâmetros topológicos e parâmetros operacionais. Os parâmetros topológicos são aqueles relativos a topologia das redes tais como falha ou interrupção forçada de linhas, dos geradores, dos dispositivos de medição, etc. Os parâmetros operacionais estão ligados a decisões operacionais tais como valores de demanda elétrica ou de geração em sistemas de potência.
- **Parâmetros Econômicos:** Os parâmetros que afetam os índices econômicos estão nesta categoria. A microeconomia investiga as decisões em

setores de negócios de menor porte tais como: prestadores de serviço, consumidores domésticos ou industriais enquanto a macroeconomia se concentra na indústria da energia como um todo [77]. Por exemplo, a incerteza no fornecimento de combustível, nos custos de produção, nos impostos sobre as empresas, na mão de obra e nas matérias-primas são analisados pela microeconomia. Por outro lado, as questões como regulação ou desregulamentação, políticas ambientais, crescimento econômico, taxas de desemprego, produto interno bruto (PIB) e taxas de juros são analisadas pela macroeconomia. Todos esses parâmetros estão sujeitos a incertezas e devem ser adequadamente abordados em estudos econômicos.

Existem vários métodos desenvolvidos para manipular a incerteza como por exemplo, o método *fuzzy* que utiliza funções de pertinência para descrever os parâmetros sujeitos a incerteza, enquanto que, os métodos estocásticos usam funções densidade de probabilidade.

A maior similaridade exibida por eles está na tentativa de quantificar o efeito que a incerteza nos parâmetros de entrada provoca na saída dos modelos e a principal diferença está nas diferentes maneiras utilizadas para modelar a incerteza dos parâmetros de entrada conforme ilustrado no diagrama da Figura 2.5:

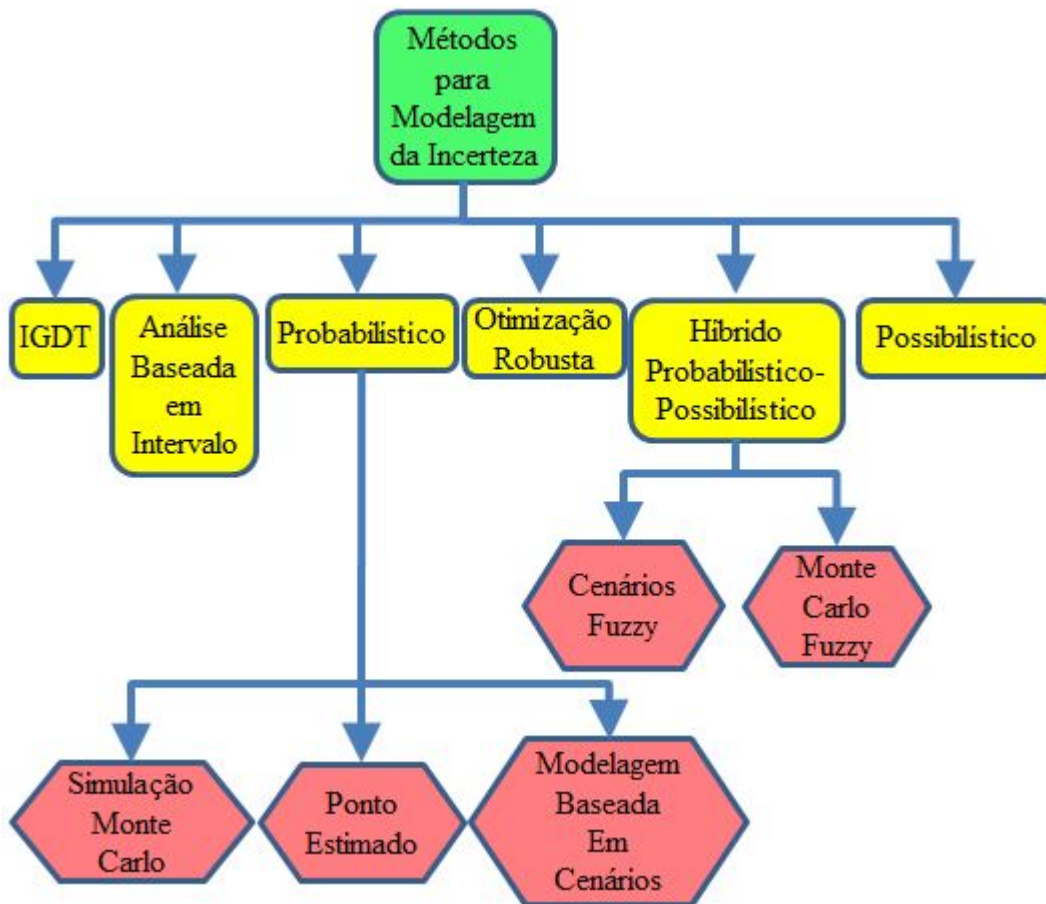


Figura 2.5: Métodos para Modelar a Incerteza [76].

Esses métodos e a maneira de modelar a incerteza, estão descritos a seguir:

- Abordagem Probabilística: Um dos primeiros trabalhos em programação estocástica foi realizado por Dantzig em 1955 [78] assumindo os parâmetros de entrada do modelo como variáveis aleatórias tendo uma função densidade de probabilidade (FDP) conhecida.
- Abordagem Possibilística: A lógica *fuzzy* foi apresentada por Zadeh in 1965 [79]. Os parâmetros de entrada do modelo são descritos utilizando-

se uma função de pertinência (*Membership Function* - MF).

- Abordagens Possibilísticas-Probabilísticas Híbridas: Parâmetros tanto aleatórios como possibilísticos estão presentes nos modelos.
- Teoria da Decisão com Lacuna de Informação (*Information Gap Decision Theory* - IGDT): Foi proposta primeiramente por Ben-Haim em 1980 [80]. Neste método, nenhuma FDP ou MF está disponível para os parâmetros de entrada. Este método está baseado na diferença do que é de conhecimento e do que é vital para ser conhecido, através da quantificação, para a falta de informação no processo de tomada de decisão.
- Otimização Robusta: Foi primeiramente proposta pelo trabalho de Soyster em 1973 [81]. Os conjuntos incertos são usados para descrever a incerteza dos parâmetros de entrada. Usando esta técnica, as decisões obtidas permanecem ótimas mesmo na ocorrência do pior caso para o parâmetro sujeito a incerteza dentro de um determinado conjunto.
- Análise Intervalar: Foi introduzida por Moore em 1966 [82]. Supõe-se que os parâmetros sujeitos a incerteza assumem valores em um intervalo conhecido. Assemelha-se de alguma forma à modelagem probabilística com uma FDP uniforme. Este método encontra os limites para as variáveis de saída.

## 2.6 Gestão de Incertezas em Sistemas Elétricos de Potência

### de Potência

A inclusão da energia eólica em sistemas elétricos de potência visa diminuir a utilização de geradores termelétricos reduzindo os custos de operação. Todavia, a natureza intermitente e volátil da geração eólica apresenta desafios para quantificar as incertezas inseridas pela mesma no sistema de potência [83]. A aproximação determinística por um valor médio é uma das maneiras utilizadas para modelar a geração eólica como mostrada na Figura 2.6(a), negligenciando os erros de previsão.

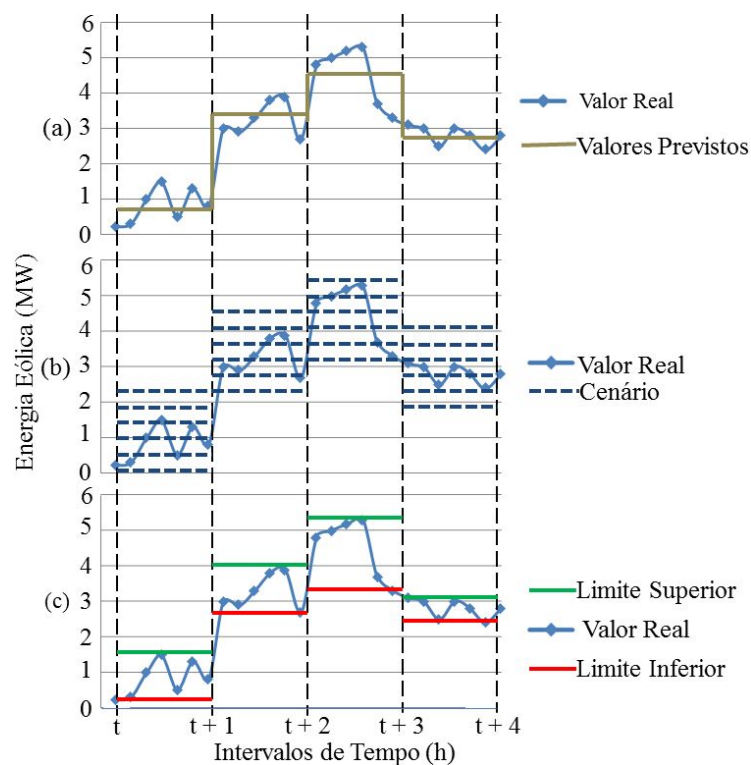


Figura 2.6: Representação da Incerteza: (a) Aproximação Determinística; (b) Programação Estocástica; e (c) Otimização Robusta [84].

A programação estocástica tem sido amplamente utilizada em designações de geradores sujeitas a incerteza. Todavia, devido a suas várias limitações e inúmeras vantagens, a otimização robusta vem atraindo uma popularidade significativa na designação de geradores [31]. A Figura 2.6(b) mostra uma abordagem para a programação estocástica e a Figura 2.6(c) uma abordagem para a otimização robusta.

Convencionalmente, as incertezas em sistemas de potência vem sendo tratadas impondo-se restrições conservadoras para reservas girantes. Estes requisitos são fáceis de serem implementados na prática. Todavia, pode ser uma maneira economicamente ineficiente comprometer recursos extras como no caso das reservas girantes para tratar a incerteza [31]. Além disso, sistemas com múltiplos geradores conectados podem sofrer deficit de capacidade quando as condições em tempo real sofrerem um desvio significativo nos valores esperados.

Uma análise de sensibilidade pode ser empregada para avaliar o impacto de erros na previsão das operações e na segurança do sistema de potência [85]. Entretanto, esta é uma técnica de análise realizada após a otimização e, portanto, incapaz de identificar uma estratégia ótima para a designação dos geradores de maneira a minimizar a incerteza e garantir a imunidade apesar de quaisquer discrepâncias em tempo real.

A otimização *Fuzzy* também emergiu como uma candidata para tratar incertezas na designação dos geradores em sistemas de potência. Por meio desta técnica, os erros de previsão para a demanda elétrica, velocidade do vento e irradiação solar podem ser considerados através de funções de pertinência [86]. Entretanto, a seleção dessas funções de pertinência são deter-

minadas baseando-se na experiência adquirida, sendo livre e subjetiva [87].

Observa-se que a otimização robusta necessita apenas da informação a respeito dos limites superior e inferior da incerteza. As principais desvantagens associadas com a programação estocástica e os méritos da otimização robusta podem ser resumidos da seguinte forma:

- A Programação Estocástica proporciona somente garantias probabilísticas para a viabilidade da solução, enquanto a otimização robusta proporciona imunidade contra todas as possíveis ocorrências das incertezas dos dados no interior de um conjunto incerto determinístico [31].
- Na Programação Estocástica é necessário um grande número de cenários para garantir a qualidade da solução designada o que resulta no crescimento do tamanho do problema e para os requisitos computacionais, enquanto a otimização robusta coloca todos os parâmetros aleatórios do problema em um conjunto incerto determinístico, inclusive o cenário do pior caso e, mesmo assim, o modelo robusto permanece computacionalmente tratável em todos os casos [88].
- No caso da Programação Estocástica, é necessária uma informação precisa para construir funções de distribuição de probabilidade, enquanto que a otimização robusta descreve as incertezas por intermédio de conjuntos, ou seja, limites superior e inferior, sem a necessidade de suportar distribuições de probabilidade [89].
- A precisão da solução é sensível à técnica utilizada para a geração de cenários na Programação Estocástica, mas a otimização robusta neces-



sita apenas da informação a respeito dos limites superior e inferior [89].

Em 1973, Soyster [81] utilizou a otimização robusta linear pela primeira vez. Devido ao conservadorismo das restrições no pior caso, esta técnica não ganhou muita popularidade [89]. Os problemas decorrentes do excesso de conservadorismo foram resolvidos por Ben-Tal *et. al.* [90] em 2004, que propôs o conceito de otimização robusta ajustável. Entretanto, a complexidade para obter-se a contraparte robusta ainda era um problema. O problema de complexidade foi resolvido por Bertsimas e Sim [91] em 2004 quando introduziram um parâmetro ajustável chamado de provisão da incerteza (*Budget of Uncertainty* -  $\Gamma$ ) com o seu valor definido pelo tomador de decisão. A relação custo/benefício entre a robustez e a economia da solução é garantida por meio desse parâmetro.

Primeiramente, uma estimativa dos limites superior e inferior para a incerteza pode ser obtida por meio de dados históricos [92] ou intervalos de confiança [93]. Uma abordagem para previsão de intervalos, baseada em redes neurais, foi empregada por Khosravi *et al.* [94] pela qual se determinou os intervalos de confiança. Depois dos limites superior e inferior serem estabelecidos, um modelo determinístico pode ser formulado.

O modelo determinístico pode ser transformado no modelo de pior caso, que produz um sub problema, no qual a teoria da dualidade linear é aplicada. Estabelecidas as condições de otimalidade de (*Karush-Kuhn-Tucker* - KKT) e definido o valor provisão da incerteza pelos tomadores de decisão, uma contraparte robusta computável pode ser formulada. A provisão da incerteza é utilizada para estabelecer uma relação mensurável de custo/benefício entre o

conservadorismo e a probabilidade de soluções inviáveis entre os limites para incerteza determinados. A relação entre a probabilidade de erro da solução inviável e a provisão de incerteza para variáveis aleatórias independentes distribuídas simetricamente no intervalo de  $[-1,1]$  foi formulada por Bertsimas e Sim [91].

O diagrama de blocos das principais etapas envolvidas no processo, pelo qual a otimização robusta trata dos dados incertos está mostrado na Figura 2.7:

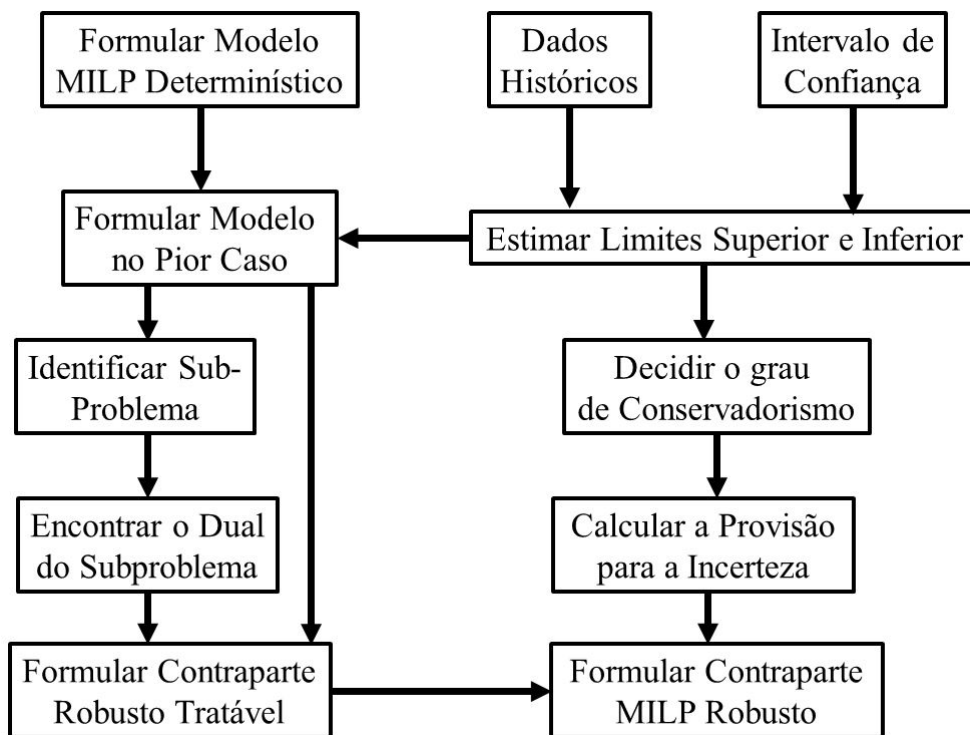


Figura 2.7: Processo para Formulação de Problemas em Otimização Robusta [84].

## 2.7 Modelagem da Incerteza na Energia Eólica

A gradativa inserção de energias renováveis, tais como geradores solares e eólicos sujeitos a incertezas, em sistemas elétricos de potência trouxe novos desafios para o problema da designação de geradores. O desvio entre os valores da produção de energia eólica real e a produção esperada necessita ser compensado pelas reservas girantes presentes no sistema de potência que devem estar disponíveis e prontas para serem empregadas em tempo real. Para garantir que essas reservas girantes sejam suficientes para compensar a incerteza em tempo real, elas devem ser definidas com antecedência, usualmente no dia anterior, decisão tomada pelo problema de designação de geradores. É responsabilidade do Operador do Sistema Elétrico adotar um método adequado para estabelecer uma quantidade suficiente de reservas girantes no sistema de maneira a tratar a incerteza em tempo real.

O processo envolvendo a tomada de decisão em operações de curto prazo foi conceituado como um problema de dois estágios por Wood e Wollenberg [6]. No primeiro estágio, a decisão sobre a designação de geradores é tomada em horas ou dias antecedentes à operação em tempo real, onde os geradores são designados para satisfazer uma demanda elétrica prevista a cada hora, baseando-se nos custos dos geradores e nas restrições. No segundo estágio, após a inclusão da incerteza, ou seja, da energia eólica, são determinados os valores das potências a serem fornecidos pelos geradores designados no primeiro estágio, suprindo a demanda elétrica em tempo real. As decisões, tomadas no segundo estágio, conhecido como despacho econômico, ocorrem em minutos ou segundos antes do instante da operação em tempo real.

Vários trabalhos, utilizando o método da otimização robusta, modelaram a incerteza presente na produção de energia eólica por intermédio do conjunto incerto do tipo caixa, que será descrito na Subseção 3.3.1, tais como em: Zheng *et al.* [95], Bertsimas *et al.* [31] e Jiang *et al.* [30]. No conjunto incerto do tipo caixa utilizado em Zheng *et al.* [95] e em Jiang *et al.* [30], supôs-se que o valor programado para a energia eólica seja limitado através do intervalo:

$$\left[ \overline{W}_n(t) - \widehat{W}_n^-(t), \overline{W}_n(t) + \widehat{W}_n^+(t) \right], \quad (2.13)$$

onde  $\overline{W}_n(t)$  é o valor de potência eólica previsto para o barramento <sup>1</sup>  $n$  no período de tempo  $t$  em horas.  $\widehat{W}_n^-(t)$  e  $\widehat{W}_n^+(t)$  são os desvios máximos admissíveis para a previsão.

Este tipo de conjunto incerto normalmente é excessivamente pessimista. Bertsimas e Sim [91] afirmaram que na prática é necessário estabelecer uma relação de custo/benefício entre o desempenho e a robustez na otimização. Eles apresentaram o conjunto incerto do tipo poliédrico que será descrito na Subseção 3.3.3 e desenvolveram a sua contraparte robusta correspondente, na qual o nível de robustez pode ser ajustado. A provisão da incerteza  $\Gamma$ , como foi definida, não mede o quanto de energia eólica disponível se distancia do valor previsto, mas sim o quanto de energia permanece disponível em cada período de tempo, cada vez que este distanciamento ocorre em todos os geradores eólicos. Especificamente, a potência  $W^n(t)$  no barramento  $n$  e no período de tempo  $t$  é expressa como:

---

<sup>1</sup>barramento em sistemas elétricos de potência realiza a função de um condutor elétrico

$$W^n(t) = \overline{W}_n(t) + z_n^+(t) \widehat{W}_n^+(t) - z_n^-(t) \widehat{W}_n^-(t), \quad (2.14)$$

onde  $z_n^+(t)$  e  $z_n^-(t)$  são variáveis binárias.

Se  $z_n^+(t) = 1$ , a saída de potência atingirá o seu limite superior, e se  $z_n^-(t) = 1$  a saída de potência atingirá o seu limite inferior, e se ambas forem iguais a 0, o valor previsto será atingido e a cardinalidade da provisão eólica assume a forma:

$$\sum_{t \in T} (z_n^+(t) + z_n^-(t)) \leq \mu_n, \quad (2.15)$$

onde  $\mu_n$  é a cardinalidade da provisão eólica para o barramento  $n$ .

## 2.8 Formulação Robusta para Designação de Geradores

Quando o modelo convencional para designação de geradores considera a energia eólica, este o faz determinando-se um valor médio determinístico desprezando a incerteza, conforme mostrado anteriormente pela Figura 2.6(a). O objetivo é minimizar os custos da geração diminuindo a participação dos geradores termelétricos e a queima de combustíveis fósseis mantendo, ao mesmo tempo, um equilíbrio entre a demanda elétrica e a oferta e impedindo que a transmissão não exceda a capacidade operacional dos geradores. Como descrito na Subseção 2.4.1, para a função custo com os combustíveis fósseis normalmente se adota uma função quadrática e as restrições operacionais

são compostas de várias inequações descritas anteriormente e modeladas como:

$$\min_{P^{sch}} \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} \left( a_i (P_{i,t}^{sch})^2 + b_i P_{i,t}^{sch} + c_i \right) \quad (2.16)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{t=1}^{N_t} P d_t - \sum_{w=1}^{N_w} R_{w,t}^f = \sum_{i=1}^{N_g} P_{i,t}^{sch}, \quad \forall t \in N_t \quad (2.17)$$

$$\underline{P}_i \leq P_{i,t}^{sch} \leq \bar{P}_i, \quad (2.18)$$

$$i = 1, \dots, N_g, \quad \forall t \in N_t$$

onde  $P_{i,t}^{sch}$  é a potência, em MW, designada para o gerador termelétrico  $i$  no período de tempo  $t$ ,  $P d_t$  é demanda elétrica prevista, em MW, para o período de tempo  $t$ ,  $R_{w,t}^f$  é a potência prevista para o parque eólico  $w$ , em MW, no período de tempo  $t$ ,  $a_i$ ,  $b_i$  e  $c_i$  são os coeficientes da função quadrática de custo do gerador termelétrico  $i$ ,  $N_g$  é o número total de geradores termelétricos,  $N_w$  é o número total de parques eólicos,  $N_t$  é o número total de períodos de tempo no horizonte de planejamento e  $\bar{P}_i$  e  $\underline{P}_i$  são respectivamente as capacidades de geração máxima e mínima do gerador termelétrico  $i$ .

Por melhor que os processos meteorológicos e de conversão para energia eólica sejam compreendidos e modelados, sempre haverá uma incerteza inerente e irreduzível em toda previsão, a qual representa um desafio para a segurança na transmissão. Para considerar as incertezas no modelo determinístico tradicional de designação de geradores, o método de otimização robusta inferida por intervalos, foi utilizado recentemente, onde as incertezas foram modeladas no formato de valores de um intervalo. Isto pode ser descrito

por:

$$R_{w,t}^k \in \left[ R_{w,t}^f - R_{w,t}^e, R_{w,t}^f + R_{w,t}^e \right] \quad \forall t \in N_t \quad (2.19)$$

onde  $R_{w,t}^e$  representa o erro na previsão da potência fornecida pelo parque eólico  $w$  no período de tempo  $t$ . Ao utilizar as variáveis em formato de intervalo para modelar a incerteza da geração, um modelo robusto ajustável para o problema de fluxo de potência ótimo foi proposto pelo trabalho de Jabr [96] para estabelecer um cronograma para geração com valores pontuais como base, e estes valores seriam ajustados pela variação instantânea da energia eólica. Nota-se que o equilíbrio estabelecido entre a potência total gerada, oriunda dos geradores tanto termelétricos como eólicos, e a demanda elétrica total, necessita ser mantido em todos os períodos de tempo.

Dessa maneira, a energia fornecida pelos geradores termelétricos deve compensar a incerteza da energia eólica. Definindo-se  $\beta_{i,t}$  como o fator de participação do gerador termelétrico  $i$  no período de tempo  $t$ , a produção de energia em tempo real pode ser expressa em:

$$\sum_{t=1}^{N_t} Pd_t - \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{w=1}^{N_w} R_{w,t}^f - \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} P_{i,t}^{sch} = 0, \quad (2.20)$$

$$P_{i,t} = P_{i,t}^{sch} + \beta_{i,t}\varepsilon \quad (2.21)$$

onde  $\varepsilon$  representa um pequeno incremento de incerteza ao valor previsto para a potência designada modificando o valor da potência real  $P_{i,t}$ .  $\sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} \beta_{i,t} = 1$

e  $0 \leq \beta_{i,t} \leq 1$ . Substituindo-se na Equação (2.20), tem-se:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon &= \sum_{t=1}^{N_t} Pd_t - \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{w=1}^{N_w} R_{w,t}^k - \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} P_{i,t}^{sch} \\
 &= \sum_{t=1}^{N_t} Pd_t - \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{w=1}^{N_w} R_{w,t}^k - \left[ \sum_{t=1}^{N_t} Pd_t - \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{w=1}^{N_w} R_{w,t}^f \right] \\
 &= \sum_{t=1}^{N_t} Pd_t - \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{w=1}^{N_w} R_{w,t}^k - \sum_{t=1}^{N_t} Pd_t + \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{w=1}^{N_w} R_{w,t}^f \\
 &= \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{w=1}^{N_w} \left( R_{w,t}^f - R_{w,t}^k \right)
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Normalmente, é desejável que o fator de participação seja um valor não negativo, uma vez que os geradores termelétricos serão ajustados por meio deste fator para garantir o equilíbrio de energia. Se um pequeno incremento na incerteza for acrescentado ao sistema de potência em questão, os geradores termelétricos designados devem reprogramar seu fornecimento de energia de modo a corrigir seu valor gerado em um curto período de tempo.

A Equação (2.22) impõe que a previsão para energia, oriunda dos parques eólicos, seja usada para estabelecer valores fixando pontos bases para a geração termelétrica. Uma vez que a energia eólica mude, um novo estado de operação dos geradores termelétricos será reprogramado usando o fator de



participação. Somando todos os  $P_{i,t}$ , têm-se:

$$\begin{aligned}
\sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} P_{i,t} &= \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} (P_{i,t}^{sch} + \beta_{i,t} \varepsilon) = \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} P_{i,t}^{sch} + \varepsilon \underbrace{\sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} \beta_{i,t}}_{=1, \text{ pois } \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} \beta_{i,t} = 1} \\
&= \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} P_{i,t}^{sch} + \varepsilon \tag{2.23} \\
&= \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} P_{i,t}^{sch} + \sum_{t=1}^{N_t} P d_t - \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{w=1}^{N_w} R_{w,t}^k - \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} P_{i,t}^{sch} \\
&= \sum_{t=1}^{N_t} P d_t - \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{w=1}^{N_w} R_{w,t}^k
\end{aligned}$$

É evidente que o equilíbrio de energia sempre pode ser mantido aplicando-se o fator de participação. O problema de designação de geradores robusto é modelado de maneira que o vetor de decisão não ajustável  $P_{i,t}$  sirva como uma variável determinística, em um ponto base a ser otimizado em relação a geração eólica prevista, e o fator de participação  $\beta_{i,t}$  seja um vetor ajustável  $P$  em relação a geração estocástica.

A função objetivo minimiza a expectativa para função quadrática de custo em relação a todos os cenários possíveis, que pode ser resumida em (2.24). Ela contém dois termos: o primeiro denota o custo da geração no ponto base e o segundo termo é o valor previsto para o custo de geração resultante do ajuste devido as incertezas da energia eólica conforme mostrado na Figura 2.8. A dedução detalhada de (2.24) pode ser encontrada no trabalho de Jabr [96].

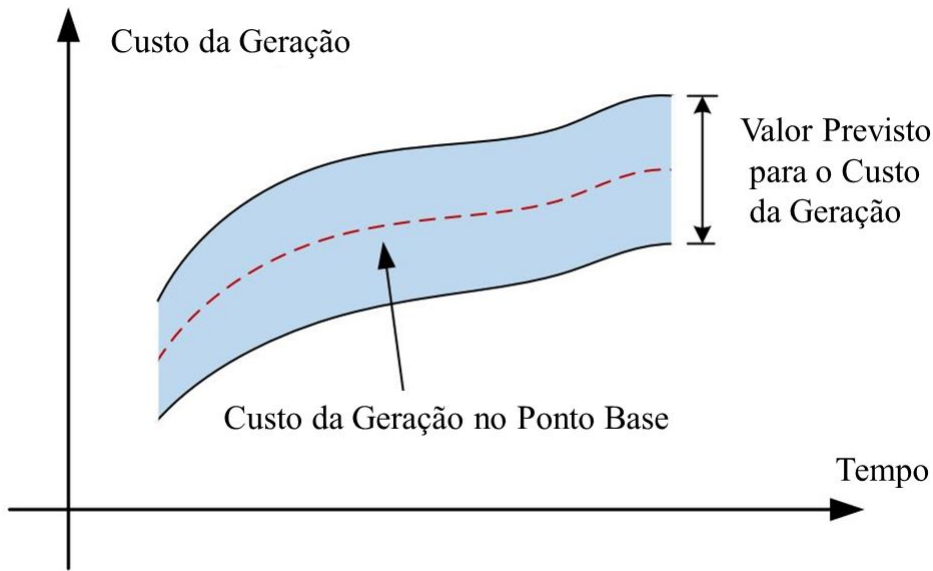


Figura 2.8: Custo da Geração no Ponto Base e Valor Previsto para o Custo da Geração [97].

$$\min_{\mathbf{P}^{sch}} \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} \left( a_i (P_{i,t}^{sch})^2 + b_i P_{i,t}^{sch} + c_i + a_i \beta_{i,t}^2 \sum_{k=1}^{N_w} \sum_{j=1}^{N_w} \Lambda_{kj} \right) \quad (2.24)$$

onde  $\Lambda$  denota a matriz de covariância espacial entre parques eólicos. Notadamente, a função objetivo inclui duas partes distintas com relação a  $\mathbf{P}^{sch}$  e a  $\beta$ . Normalmente, a matriz de covariância espacial entre parques eólicos  $\Lambda$  pode ser obtida através de séries temporais.

As restrições do modelo robusto ajustável para designação de geradores devem garantir o equilíbrio energético em todas as possíveis ocorrências relacionadas aos fatores de participação  $\beta$ , que também podem ser tratados como variáveis. Além disso, o ajuste na geração também deve garantir as restrições de segurança apesar das incertezas. Atribuindo  $P_{i,t}$  a (2.18), o mo-

delo robusto de designação de geradores pode ser formulado como:

$$\min_{\mathbf{P}^{sch}} \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} \left( a_i (P_{i,t}^{sch})^2 + b_i P_{i,t}^{sch} + c_i + a_i \beta_{i,t}^2 \sum_{k=1}^{N_w} \sum_{j=1}^{N_w} \Lambda_{kj} \right) \quad (2.25)$$

$$\text{s.a.} \sum_{t=1}^{N_t} P d_t - \sum_{w=1}^{N_w} R_{w,t}^f = \sum_{i=1}^{N_g} P_{i,t}^{sch}, \quad \forall t \in N_t \quad (2.26)$$

$$\underline{P}_i \leq P_{i,t}^{sch} + \beta_{i,t} \sum_{w=1}^{N_w} \sum_{t=1}^{N_t} \left( R_{w,t}^f - R_{w,t}^k \right) \leq \bar{P}_i, \quad (2.27)$$

$$\forall i \in N_g, \quad \forall w \in N_w, \quad \forall t \in N_t$$

$$\begin{aligned} P_{i,t}^{sch} - P_{i,t-1}^{sch} &\leq R U_i \\ P_{i,t-1}^{sch} - P_{i,t}^{sch} &\leq R D_i \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\forall t \in N_t$$

$$\sum_{i=1}^{N_g} \sum_{t=1}^{N_t} \beta_{i,t} = 1, \quad 0 \leq \beta_{i,t} \leq 1, \quad (2.29)$$

$$\forall R_{w,t}^k \in \left[ R_{w,t}^f - R_{w,t}^e, R_{w,t}^f + R_{w,t}^e \right],$$

$$\forall i \in N_g, \quad \forall w \in N_w, \quad \forall t \in N_t$$

## 2.9 Formulação Robusta para Designação de Geradores Considerando a Provisão da Incerteza

De maneira geral, considera-se na área da otimização robusta que o modelo sempre fornece soluções excessivamente conservadoras no sentido de que este sacrifica muito a otimalidade do problema nominal para garantir a robustez. Assim, a provisão da incerteza foi proposta por Bertsimas e Sim [91], Cicerone *et al.* [98], Ahuja *et al.* [99] para reduzir o conservadorismo, onde supõe-se a escala dos desvios pertencentes a um conjunto incerto do tipo poliédrico tal como:

$$R_{w,t}^k = R_{w,t}^f + R_{w,t}^e \cdot \xi_{w,t}, \quad \forall t \in N_t, \quad (2.30)$$

$$U_1 = \left\{ \xi \mid \sum_{w=1}^{N_w} |\xi_{w,t}| \leq \Gamma, \quad |\xi_{w,t}| \leq 1, \quad \forall t \in N_t \right\}$$

O vetor  $\xi$  contém a incerteza nos parâmetros do problema, correspondentes a disponibilidade de potência eólica em todos os parques eólicos e em todos os períodos de tempo, isto é,  $\xi = \{\xi_{w,t} : w \in N_w, t \in N_t\}$ , onde  $\xi_{w,t}$  é a potência eólica disponível no parque eólico  $w$  no período de tempo  $t$ . O conjunto  $U_1$  é um conjunto incerto que descreve as ocorrências de  $\xi$ .  $\Gamma$  é um parâmetro de ajuste robustez opondo-se ao nível de conservadorismo da solução e  $\Gamma \in [0, N_w]$ :

1. Se  $\Gamma = 0$ , o conjunto  $\Omega$  contém apenas o ponto zero, tal que a otimização

robusta fica a igual a determinística tradicional.

2. Se  $\Gamma = N_w$ , todas as incertezas assumem os piores casos, que é o modelo de otimização robusta na Seção 2.8.
3. Se  $0 < \Gamma < N_w$ , a robustez fica preservada e possibilita estabelecer uma relação custo/benefício.

A Equação (2.30) implica que apenas um subconjunto das incertezas será alterado para afetar adversamente a solução. De acordo com o teorema do limite central, a média aritmética de um número suficientemente grande de iterações entre variáveis aleatórias independentes seguirá aproximadamente a distribuição normal. Isto é, considerando uma amostra obtida a partir de um grande número de observações, cada observação é gerada aleatoriamente de maneira que esta seja independente dos valores das demais observações, e, então, a média aritmética dos valores observados pode ser calculada. Nesta abordagem, o pior cenário em otimização robusta, onde todas as incertezas assumem seus piores casos, fica reduzido.

Considerando-se a provisão da incerteza, o modelo robusto adaptativo para o problema da designação de geradores original em (2.25)-(2.29) pode ser reformulado como:

$$\min_{\mathbf{P}^{sch}} \sum_{t=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_g} \left( a_i (P_{i,t}^{sch})^2 + b_i P_{i,t}^{sch} + c_i + a_i \beta_{i,t}^2 \sum_{k=1}^{N_w} \sum_{j=1}^{N_w} \Lambda_{kj} \right) \quad (2.31)$$

$$\text{s.a.} \sum_{t=1}^{N_t} P d_t - \sum_{w=1}^{N_w} R_{w,t}^f = \sum_{i=1}^{N_g} P_{i,t}^{sch}, \quad \forall t \in N_t \quad (2.32)$$

$$\underline{P}_i \leq P_{i,t}^{sch} + \beta_{i,t} \sum_{w=1}^{N_w} \sum_{t=1}^{N_t} \left[ R_{w,t}^k - \left( R_{w,t}^f - R_{w,t}^e \cdot \xi_{w,t} \right) \right] \leq \bar{P}_i, \quad (2.33)$$

$$\forall i \in N_g, \quad \forall w \in N_w, \quad \forall t \in N_t$$

$$P_{i,t}^{sch} - P_{i,t-1}^{sch} \leq RU_i$$

$$P_{i,t-1}^{sch} - P_{i,t}^{sch} \leq RD_i \quad (2.34)$$

$$\forall i \in N_g, \quad \forall t \in N_t$$

$$\sum_{i=1}^{N_g} \sum_{t=1}^{N_t} \beta_{i,t} = 1, \quad 0 \leq \beta_{i,t} \leq 1, \quad (2.35)$$

$$\forall \xi \in U_1 = \left\{ \xi \mid \sum_{w=1}^{N_w} |\xi_{w,t}| \leq \Gamma, \quad |\xi_{w,t}| \leq 1, \quad \forall t \in N_t \right\}$$

O Capítulo 3 descreve sistematicamente a técnica de otimização robusta, empregando-se contrapartes e inferindo a incerteza por meio de conjuntos incertos. Encontra-se também a descrição de conjuntos incertos, pela qual considera-se a correlação entre as incertezas existentes e entre os parâmetros.

# Capítulo 3

## Otimização Robusta

A técnica de otimização robusta, empregando-se contrapartes em problemas de programação linear e em problemas de programação linear inteira mista, serão estudadas neste Capítulo 3. Os diferentes tipos de conjuntos incertos, vastamente encontrados na literatura, dentre eles: o intervalar, o caixa ajustável, o elipsoidal ajustável e o poliédrico ajustável serão abordados e suas relações geométricas serão discutidas. As formulações das contrapartes robustas inferidas por esses tipos de conjuntos incertos serão obtidas, pelas quais surgirão as incertezas: no lado esquerdo, no lado direito das restrições e na função objetivo dos problemas de otimização.

### 3.1 Introdução

Em muitos problemas de otimização pressupõe-se que os dados utilizados sejam determinísticos, ou seja, assume-se que eles possam ser conhecidos com certeza. Entretanto, isto raramente se verifica na prática. Esta incer-

teza pode ser classificada em incerteza estocástica e incerteza epistêmica baseada no conhecimento. A principal diferença entre elas é que a incerteza baseada no conhecimento pode ser reduzida ao contrário da incerteza estocástica, que é por definição irreduzível. Os três principais grupos de incerteza podem ser definidos por [7]:

- Incerteza no Modelo: O modelo aplicado é uma simplificação da realidade.
- Integridade da Incerteza: Nem todas as contribuições para o risco são ou podem ser tratadas. Por exemplo, é inviável tratar todos os estados possíveis do sistema em grandes sistemas.
- Incerteza nas Variáveis: As variáveis do modelo podem não ser precisamente conhecidas, sujeitas a variabilidade natural e a natureza estocástica, tais como a demanda elétrica e a geração eólica.

Uma vez que a solução para um problema de otimização frequentemente exibe alta sensibilidade a perturbações nos dados, conforme ilustrado por Ben-Tal e Nemirovski [100], ignorar a incerteza presente nos dados pode levar a soluções que sejam sub-ótimas, ou mesmo inviáveis, em aplicações práticas.

A otimização robusta constitui um importante método para ser aplicado em problemas de otimização em que os dados estejam sujeitos a incerteza. No primeiro estágio deste método, um conjunto de dados determinísticos é definido no interior de um espaço de incerteza, e no segundo estágio, é obtida a melhor solução viável deste conjunto para qualquer ocorrência de incerteza no dado.



O segundo estágio do problema de otimização corresponde ao chamado problema de *otimização contraparte robusta*. Uma das principais motivações para empregar otimização robusta é a de que em muitas aplicações o conjunto dos dados revela uma noção adequada da incerteza no parâmetro, por exemplo, em aplicações nas quais a infactibilidade não possa ser tolerada, tais como em projetos de engenharia estrutural, como em pontes consideradas por Ben-Tal e Nemirovski [101], [102], e para casos cujas incertezas nos parâmetros não sejam estocásticas, ou não haja nenhuma informação a respeito da distribuição de probabilidade desta incerteza.

Um dos primeiros artigos sobre otimização robusta com contraparte é atribuído ao trabalho de Soyster [81], que considerou simples perturbações nos dados e almejou encontrar uma reformulação para o problema de programação linear original, de maneira que a solução obtida fosse factível na ocorrência de todas as perturbações possíveis. Esta abordagem, todavia, é a mais conservadora, uma vez que assegura a viabilidade para toda e qualquer ocorrência em potencial. Assim, é altamente desejável proporcionar um mecanismo que permita estabelecer uma relação custo/benefício entre a robustez e o desempenho.

Para tratar a questão do excesso de conservadorismo nos modelos de pior caso, Ben-Tal, Nemirovski e seus co-autores [100], [90], [103], [104], El-Ghaoui e seus co-autores [105], [106] propuseram independentemente a formulação da contraparte robusta baseada no conjunto incerto do tipo elipsoidal para modelar parâmetros sujeitos a incerteza em problemas de programação linear e quadrática. El-Ghaoui e Lebret [105] estudaram as soluções robustas para os problemas de mínimos quadrados sujeitos a incerteza e El-Ghaoui

*et al.* [106] estudaram problemas semidefinidos sujeitos a incerteza. Ben-Tal e Nemirovski [103], [104] mostraram que, quando os conjuntos incertos são elipsóides para uma restrição linear, a formulação robusta resulta em um problema quadrático cônico. Ben-Tal *et al.* [90] consideraram problemas de programação linear, pelos quais algumas das variáveis de decisão devem ser determinadas antes da ocorrência da incerteza nos dados, enquanto outras variáveis de decisão podem ser determinadas após esta ocorrência.

A formulação da otimização robusta introduzida para problemas de programação linear com coeficientes lineares sujeitos a incerteza foi estendida por Lin *et al.* [107] e Janak *et al.* [108] para resolver problemas de programação linear inteira mista sujeitos a incerteza. Eles desenvolveram a teoria da estrutura da otimização robusta para problemas gerais de programação linear inteira mista e consideraram várias distribuições de probabilidade conhecidas e limitadas.

A estrutura da otimização robusta foi estendida mais tarde por Verderame e Floudas [109] que estudaram distribuições de probabilidade contínuas e discretas para a incerteza, tais como: geral, limitada, uniforme, normal, binomial e Poisson. Elas foram aplicadas em problemas de planejamento operacional e este trabalho foi posteriormente comparado ao método baseado no valor de risco condicional por Verderame e Floudas [109].

Uma revisão mais atual em planejamento e programação sujeitos a incerteza pode ser encontrada em Verderame *et al.* [110], e para programação de processos sujeitos a incerteza em Li e Ierapetritou [111]. Bertsimas e Sim [91] consideraram a programação linear robusta com coeficientes sujeitos a incerteza, modelada por um conjunto incerto com uma determinada provisão.

Nesta formulação da contraparte para a otimização robusta, um parâmetro de provisão é inserido para controlar o grau de conservadorismo da solução. Como será mostrado neste capítulo 3, este tipo de formulação robusta é obtida combinando-se dois tipos de conjuntos incertos: o intervalar e o poliédrico.

Bertsimas [112] e seus co-autores estenderam o método para aplicar a estrutura da otimização robusta nos campos da programação linear e da programação discreta. Bertsimas *et al.* [113] caracterizaram a contraparte robusta de um problema de programação linear a partir de um conjunto discreto, descrito por uma norma arbitrária. As ideias de abordagem da otimização robusta em Bertsimas e Sim [91] também foram estendidas a problemas de otimização cônica em Bertsimas e Sim [114], e empregadas por Bertsimas e Thiele [115] em problemas de controle de inventário para minimizar os custos totais.

Kouvelis e Yu [116] propuseram uma estrutura para a otimização discreta robusta, cujo propósito foi o de encontrar uma solução que maximize o desempenho do pior caso dentre a um conjunto de cenários para os dados. Chen e Lin [117] propuseram um algoritmo aproximado para resolver o problema de projeto robusto em uma rede elétrica com fluxo estocástico. Atamtürk e Zhang [118] descreveram uma abordagem da otimização robusta com dois estágios para resolver problemas de fluxo em redes e problemas de projeto, em que a demanda elétrica está sujeita a incerteza. Eles generalizaram a abordagem para fluxo de rede com multicomodidade através de projetos, estudando aplicações em problemas de dimensionamento de lotes, de transporte e de localização.

Atamtürk [119] introduziu formulações alternativas de otimização robusta para programação 0 – 1 mista, com coeficientes sujeitos a incerteza do tipo

intervalar. Averbakh [120] propôs uma abordagem geral para encontrar as soluções minmax, com penalidade para uma classe de problemas combinatórios e coeficientes na função objetivo, sujeitos a incerteza do tipo intervalar, o que reduziu o problema inicial sujeito a incertezas a um conjunto de problemas determinísticos.

Kasperski e Zielinski [121] consideraram uma classe similar de problemas e apresentaram um algoritmo de aproximação em tempo polinomial. Bertsimas e Sim [112] propuseram uma abordagem para tratar dados sujeitos a incerteza em problemas de otimização discretos e em problemas de otimização de fluxo em redes elétricas. Eles apresentaram um algoritmo para o caso particular do fluxo robusto em redes em que somente a função objetivo está sujeita a incerteza e o problema seja 0 – 1 misto, que foi resolvido considerando uma quantidade polinomial de problemas de fluxo mínimo em uma rede modificada.

Chen *et al.* [122] propuseram um conjunto incerto assimétrico que generaliza os conjuntos incertos simétricos. Chen *et al.* [123] estudaram a relação entre diferentes aproximações baseadas em limites para valores de riscos condicionais (*Conditional Value-at-Risk* - CVaR) e restrições de chance individuais com formulações para otimização robusta inferidas por diferentes conjuntos mostrando a equivalência entre elas.

Fischetti e Monaci [124] desenvolveram uma estrutura robusta denotada como *robustez leve*, para tratar a questão das soluções excessivamente conservadoras em otimização robusta. Eles estabeleceram um limite superior rígido para o valor da função objetivo e, em seguida, minimizaram o grau de inviabilidade por intermédio de um conjunto incerto fixo.

Conforme destacado por Goh e Sim [125], se a distribuição de probabilidade exata das incertezas for precisamente conhecida, as soluções ótimas para o problema robusto serão excessiva e desnecessariamente conservadoras. Por outro lado, se a distribuição de probabilidade suposta para as incertezas for, de fato, diferente da sua probabilidade de distribuição real, utilizar a abordagem da programação estocástica pode encontrar soluções ótimas insatisfatórias. Então, vários trabalhos recentes procuram estabelecer uma ponte entre o conservadorismo da otimização robusta e a especificidade da programação estocástica, em que as decisões ótimas sejam encontradas nas distribuições de probabilidade do pior caso, dentro de uma família de distribuições possíveis, definidas por certas propriedades, tais como seus suportes e momentos.

Especificamente, El-Ghaoui *et al.* [126] desenvolveram limites para o valor de risco (*Value-at-Risk* - VaR) no pior caso, para um problema de seleção robusta de portfólio, no caso de apenas os limites nas médias e na matriz de covariância entre as ações forem conhecidos. Chen *et al.* [122] introduziram derivadas direcionais como uma maneira adicional para caracterizar uma família de distribuições, que foram aplicadas por Chen e Sim [127] em um problema de otimização determinado por objetivos.

Delage e Ye [128] estudaram programas estocásticos robustos distribuídos, nos quais a média e a covariância das incertezas primitivas estavam, elas próprias, sujeitas a incerteza. Ben-Tal *et al.*[129] propuseram uma estrutura para a otimização robusta que relaxa a noção padrão de robustez, possibilitando variar o nível de proteção ao percorrer suavemente todo o conjunto incerto.

## 3.2 Otimização Robusta Inferida por Conjuntos Incertos

Na otimização robusta inferida por conjuntos, supõe-se que os dados sujeitos a incerteza estejam variando em um determinado conjunto incerto, e o propósito é escolher a melhor solução dentre aquelas que sejam “imunes” a incerteza nos dados, isto é, as candidatas à solução permanecendo viáveis para quaisquer ocorrências de valores oriundos daquele conjunto incerto. As Subseções 3.2.1 e 3.2.2, a seguir, mostram a aplicação da otimização robusta inferida por conjuntos incertos em problemas de otimização linear e linear inteira mista.

### 3.2.1 Otimização Linear Robusta

Considerando o seguinte exemplo de otimização linear:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 8x_1 + 12x_2 \\
 \text{s.a.} \quad & \tilde{a}_{11}x_1 + \tilde{a}_{12}x_2 \leq 140 \\
 & \tilde{a}_{21}x_1 + \tilde{a}_{22}x_2 \leq 72 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Suponha que os coeficientes  $\tilde{a}_{11}$ ,  $\tilde{a}_{12}$ ,  $\tilde{a}_{21}$ ,  $\tilde{a}_{22}$  no lado esquerdo, (*Left-Hand Side* - LHS) das restrições estejam sujeitos a incerteza e os mesmos sejam

definidos como:

$$\begin{aligned}\tilde{a}_{11} &= 10 + \xi_{11}, & \tilde{a}_{12} &= 20 + 2\xi_{12}, \\ \tilde{a}_{21} &= 6 + 0,6\xi_{21}, & \tilde{a}_{22} &= 8 + 0,8\xi_{22}\end{aligned}\tag{3.2}$$

onde  $\xi_{11}$ ,  $\xi_{12}$ ,  $\xi_{21}$ ,  $\xi_{22}$  são variáveis aleatórias independentes distribuídas em um intervalo de  $[-1,1]$ , isto é, os coeficientes  $\tilde{a}_{11}$ ,  $\tilde{a}_{12}$ ,  $\tilde{a}_{21}$ ,  $\tilde{a}_{22}$  nas restrições, sofrem uma perturbação máxima de 10 % em torno de seus valores nominais: 10, 20, 6, 8, respectivamente.

De acordo com a estrutura da otimização robusta inferida por conjunto, encontrar uma solução robusta para o exemplo (3.1) significa encontrar a melhor candidata a solução possível, de tal maneira, que a viabilidade das restrições seja mantida, não importando qual valor, pertencente a um espaço de incerteza definido por  $\xi_{ij} \in [-1,1]$ , as variáveis aleatórias assumam. Em geral, considera-se o problema de otimização linear:

$$\begin{aligned}\max & \quad cx \\ \text{s.a.} & \quad \sum_j \tilde{a}_{ij}x_j \leq \tilde{b}_i, \quad \forall i\end{aligned}\tag{3.3}$$

onde  $\tilde{a}_{ij}$  e  $\tilde{b}_i$  representam os valores reais dos parâmetros que estão sujeitos a incerteza. Supondo-se as incertezas que afetam cada restrição sejam independentes entre si e considera-se a  $i$ -ésima restrição do problema de otimização linear 3.3, onde tanto os coeficientes das restrições no LHS quanto os parâmetros no lado direito (*Right-Hand Side* - RHS) estejam sujeitos a in-

certeza. Define-se a incerteza como:

$$\tilde{a}_{ij} = a_{ij} + \xi_{ij}\hat{a}_{ij} \quad \forall j \in J_i \quad (3.4)$$

$$\tilde{b}_i = b_i + \xi_{i0}\hat{b}_i \quad (3.5)$$

onde  $a_{ij}$  e  $b_i$  representam os valores nominais dos parâmetros;  $\hat{a}_{ij}$  e  $\hat{b}_i$  representam as perturbações constantes positivas;  $J_i$  representa o subconjunto contendo os índices das variáveis, cujos coeficientes correspondentes estão sujeitos a incerteza; e  $\xi_{i0}$  e  $\xi_{ij}$ ,  $\forall i, \forall j \in J_i$  são variáveis aleatórias que estão sujeitas a incerteza. A partir das definições anteriores, a  $i$ -ésima restrição do problema original 3.3 pode ser reescrita como:

$$\sum_{j \notin J_i} a_{ij}x_j + \sum_{j \in J_i} \tilde{a}_{ij}x_j \leq \tilde{b}_i \quad (3.6)$$

que pode ser novamente reformulada como:

$$\sum_j a_{ij}x_j + \left[ -\xi_{i0}\hat{b}_i + \sum_{j \in J_i} \xi_{ij}\hat{a}_{ij}x_j \right] \leq b_i \quad (3.7)$$

No método de otimização robusta inferida por conjuntos, a partir de um conjunto incerto predefinido  $U$ , o propósito é o de encontrar soluções que permaneçam viáveis para qualquer  $\xi$  no conjunto incerto  $U$ , de maneira a imunizá-las contra inviabilidade, isto é

$$\sum_j a_{ij}x_j + \left[ \max_{\xi \in U} \left\{ -\xi_{i0}\hat{b}_i + \sum_{j \in J_i} \xi_{ij}\hat{a}_{ij}x_j \right\} \right] \leq b_i \quad (3.8)$$



Finalmente, substituindo a restrição original no problema (3.3) pela contraparte robusta correspondente às suas restrições correspondentes, a contraparte robusta do problema de programação linear original é obtida:

$$\begin{aligned} & \max \quad cx \\ & \text{s.a.} \quad \sum_j a_{ij}x_j + \left[ \max_{\xi \in U} \left\{ -\xi_{i0}\hat{b}_i + \sum_{j \in J_i} \xi_{ij}\hat{a}_{ij}x_j \right\} \right] \leq b_i \quad \forall i \end{aligned} \quad (3.9)$$

Aplicando-se a formulação da contraparte robusta (3.9) às duas restrições do exemplo (3.1), a contraparte robusta correspondente as restrições tornam-se:

$$\begin{aligned} 10x_1 + 20x_2 + \max_{(\xi_{11}, \xi_{12}) \in U_1} \{ \xi_{11}x_1 + 2\xi_{12}x_2 \} & \leq 140 \\ 6x_1 + 8x_2 + \max_{(\xi_{21}, \xi_{22}) \in U_2} \{ 0,6\xi_{21}x_1 + 0,8\xi_{22}x_2 \} & \leq 72 \end{aligned} \quad (3.10)$$

onde  $U_1$  e  $U_2$  são conjuntos incertos predefinidos para  $(\xi_{11}, \xi_{12})$  e para  $(\xi_{21}, \xi_{22})$ , respectivamente.

### 3.2.2 Otimização Linear Inteira Mista Robusta

Considerando o seguinte exemplo de otimização linear inteira mista:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 3x_1 + 2x_2 - 10y_1 - 5y_2 \\
 \text{s.a.} \quad & x_1 + x_2 \leq 20 \\
 & x_1 + 2x_2 \leq 12 \\
 & \tilde{a}_{31}x_1 + \tilde{b}_{31}y_1 \leq 0 \\
 & \tilde{a}_{42}x_2 + \tilde{b}_{42}y_2 \leq 0 \\
 & x_1 - x_2 \leq -4 \\
 & 0 \leq x_1, x_2 \leq 10, \quad y_1, y_2 \in \{0,1\}.
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Suponha que os coeficientes  $\tilde{a}_{31}$ ,  $\tilde{b}_{31}$ ,  $\tilde{a}_{42}$ ,  $\tilde{b}_{42}$  no LHS das restrições estejam sujeitos a incerteza, e sejam definidos como:

$$\begin{aligned}
 \tilde{a}_{31} &= 1 + 0,1\xi_{31}, & \tilde{b}_{31} &= -20 + 2\xi_{33}, \\
 \tilde{a}_{42} &= 1 + 0,1\xi_{42}, & \tilde{b}_{42} &= -20 + 2\xi_{44}
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

onde  $\xi_{31}$ ,  $\xi_{33}$ ,  $\xi_{42}$ ,  $\xi_{44}$  são variáveis aleatórias sujeitas a incerteza, independentemente distribuída, no intervalo de  $[-1,1]$ . A solução robusta para o exemplo (3.11) está entre as soluções candidatas que permanecem viáveis em todas as ocorrências dos valores do conjunto incerto. Por exemplo, se o conjunto incerto definido tiver o formato do tipo caixa, limitado pelo intervalo  $[-1,1]$  em cada uma das dimensões, então a solução encontrada para a contraparte robusta do problema de otimização correspondente deve garantir a viabilidade de todas as restrições para quaisquer valores possíveis dos parâmetros su-

jeitos a incerteza e maximizar a função objetivo ao mesmo tempo. Generalizando, considera-se o seguinte problema de programação linear inteira mista:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_m c_m x_m + \sum_k d_k y_k \\ \text{s.a.} \quad & \sum_m \tilde{a}_{im} x_m + \sum_k \tilde{b}_{ik} y_k \leq \tilde{p}_i \quad \forall i \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde  $x$  e  $y$  representam as variáveis contínua e inteira respectivamente, e  $\tilde{a}_{im}$ ,  $\tilde{b}_{ik}$ ,  $\tilde{p}_i$  representam os valores reais dos parâmetros sujeitos a incerteza. Considerando-se a  $i$ -ésima restrição do problema (3.13), assume-se que os parâmetros sujeitos a incerteza na  $i$ -ésima restrição sejam definidos como:

$$\tilde{a}_{im} = a_{im} + \xi_{im} \hat{a}_{im}, \quad \forall m \in M_i \quad (3.14)$$

$$\tilde{b}_{ik} = b_{ik} + \xi_{ik} \hat{b}_{ik}, \quad \forall k \in K_i \quad (3.15)$$

$$\tilde{p}_i = p_i + \xi_{i0} \hat{p}_i \quad (3.16)$$

onde  $M_i$  e  $K_i$  representam os subconjuntos que contêm os índices das variáveis contínua e discreta, cujos coeficientes correspondentes estejam sujeitos a incerteza, respectivamente;  $a_{im}$ ,  $b_{ik}$ ,  $p_i$  representam os valores nominais dos parâmetros;  $\hat{a}_{im}$ ,  $\hat{b}_{ik}$ ,  $\hat{p}_i$  representam a perturbação constante positiva; e  $\xi_{im}$ ,  $\xi_{ik}$ ,  $\xi_{i0}$  são variáveis aleatórias (que estão sujeitas a incerteza). A partir das definições anteriores, a  $i$ -ésima restrição original pode ser reescrita como a seguir:

$$\sum_{m \notin M_i} a_{im} x_m + \sum_{k \notin K_i} b_{ik} y_k + \sum_{m \in M_i} \tilde{a}_{im} x_m + \sum_{k \in K_i} \tilde{b}_{ik} y_k \leq \tilde{p}_i \quad (3.17)$$

que, depois de agrupar com a parte sujeita a incerteza, pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} & \sum_m a_{im}x_m + \sum_k b_{ik}y_k \\ & + \left\{ -\xi_{i0}\hat{p}_i + \sum_{m \in M_i} \xi_{im}\hat{a}_{im}x_m + \sum_{k \in K_i} \xi_{ik}\hat{b}_{ik}y_k \right\} \leq p_i \end{aligned} \quad (3.18)$$

Com um conjunto incerto predefinido  $U$  para as variáveis aleatórias  $\xi = \{\xi_{i0}, \xi_{im}, \xi_{ik}\}$ , o propósito é encontrar soluções que permaneçam viáveis para qualquer  $\xi$  no conjunto incerto de maneira a imunizá-las contra a inviabilidade; isto é,

$$\begin{aligned} & \sum_m a_{im}x_m + \sum_k b_{ik}y_k \\ & + \max_{\xi \in U} \left\{ -\xi_{i0}\hat{p}_i + \sum_{m \in M_i} \xi_{im}\hat{a}_{im}x_m + \sum_{k \in K_i} \xi_{ik}\hat{b}_{ik}y_k \right\} \leq p_i \end{aligned} \quad (3.19)$$

Correspondentemente, a contraparte robusta do problema (3.13) é obtido substituindo-se a  $i$ -ésima restrição original pela sua contraparte robusta 3.19:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_m c_m x_m + \sum_k d_k y_k \\ \text{s.a.} \quad & \sum_m a_{im} x_m + \sum_k b_{ik} y_k \\ & + \max_{\xi \in U} \left\{ -\xi_{i0}\hat{p}_i + \sum_{m \in M_i} \xi_{im}\hat{a}_{im}x_m + \sum_{k \in K_i} \xi_{ik}\hat{b}_{ik}y_k \right\} \leq p_i \quad \forall i \end{aligned} \quad (3.20)$$

Com a aplicação da formulação da contraparte robusta (3.20) nas duas restrições do exemplo (3.11) e supondo que não há incerteza no RHS, isto é,

$\hat{p}_i = 0$ , a contraparte robusta correspondente de suas restrições torna-se:

$$\begin{aligned} x_1 - 20y_1 + \max_{(\xi_{31}, \xi_{33}) \in U_1} \{0, 1\xi_{31}x_1 + 2\xi_{33}y_1\} &\leq 0 \\ x_2 - 20y_2 + \max_{(\xi_{42}, \xi_{44}) \in U_2} \{0, 1\xi_{42}x_2 + 2\xi_{44}y_2\} &\leq 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

onde  $U_1$  e  $U_2$  são conjuntos incertos predefinidos para  $(\xi_{31}, \xi_{33})$  e  $(\xi_{42}, \xi_{44})$ , respectivamente. As formulações das contrapartes robustas inferidas por conjuntos (3.9) e (3.20) dependem da escolha do conjunto incerto  $U$ . Na seção 3.3, diferentes tipos de conjuntos incertos serão demonstrados e as formulações para suas contrapartes robustas serão apresentadas.

### 3.3 Conjuntos Incertos

Conforme destacado na Seção 3.2, a formulação das contrapartes robustas para modelos em otimização robusta está relacionada a escolha do conjunto incerto.

A seguir, diferentes tipos de conjuntos incertos serão apresentados. Por questão de simplicidade, será omitido o índice  $i$  do vetor aleatório  $\xi$ .

#### 3.3.1 Conjunto Incerto do Tipo Caixa

O conjunto incerto do tipo caixa é definido por meio da norma  $\infty$  do vetor de dados sujeito a incerteza, como:

$$U_\infty = \{\xi \mid \|\xi\|_\infty \leq \Psi\} = \{\xi \mid |\xi_j| \leq \Psi, \quad \forall j \in J_i\} \quad (3.22)$$

onde  $\Psi$  é o parâmetro ajustável que controla o tamanho do conjunto incerto.

A Figura 3.1 ilustra o conjunto incerto do tipo caixa para o parâmetro  $\tilde{a}_j$  definido por  $\tilde{a}_j = a_j + \xi_j \hat{a}_j$ ,  $j = 1, 2$ , onde  $\tilde{a}_j$  denota o valor real do parâmetro,  $a_j$  denota o valor nominal do parâmetro,  $\xi_j$  denota a incerteza e  $\hat{a}_j$  representa uma perturbação constante.

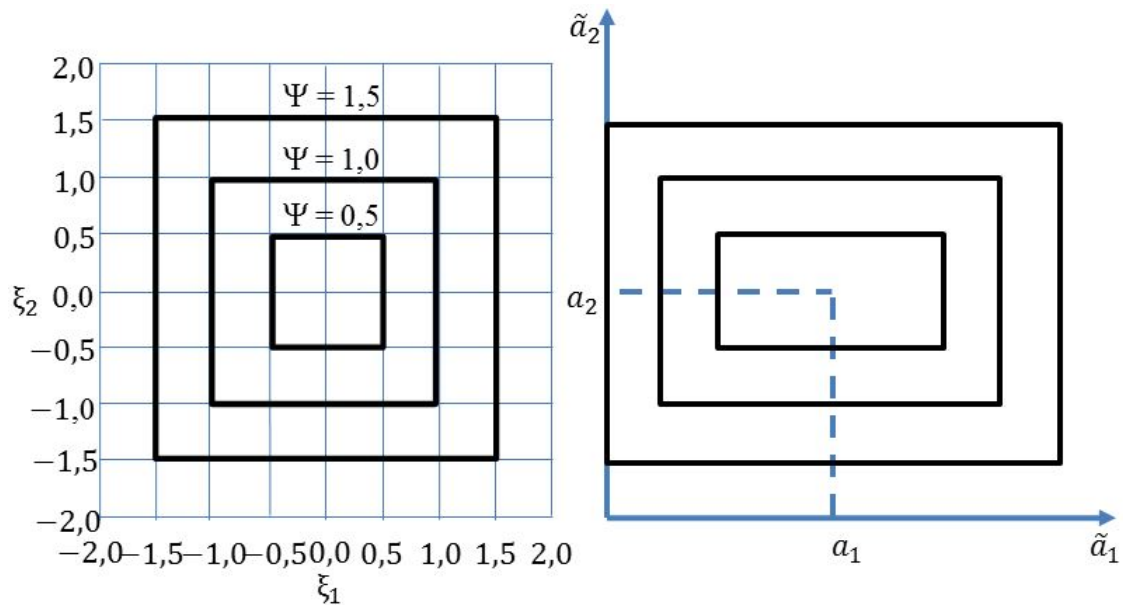


Figura 3.1: Ilustração do Conjunto Incerto do Tipo Caixa [130].

Se houver conhecimento prévio de que os parâmetros sujeitos a incerteza estão limitados a determinados intervalos  $\tilde{a}_{ij} \in [a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}] \quad \forall j \in J_i$ , então a incerteza poderá ser representada por  $\tilde{a}_{ij} = a_{ij} + \xi_{ij} \hat{a}_{ij}$  e por esta limitação define-se o *conjunto incerto intervalar*, que é um caso especial do conjunto incerto do tipo caixa quando  $\Psi = 1$ , ou seja,  $U_\infty = \{\xi \mid |\xi_j| \leq 1, \forall j \in J_i\}$ .

Geralmente, emprega-se o termo “conjunto incerto intervalar” para denotar o conjunto incerto do tipo caixa com  $\Psi = 1$ , e emprega-se o termo “conjunto incerto do tipo caixa” para representar um conjunto incerto geral com limite

ajustável.

### 3.3.2 Conjunto Incerto do Tipo Elipsoidal

O conjunto incerto do tipo elipsoidal, mostrado pela Figura 3.2, é definido por meio da norma 2 do vetor de dados sujeito a incerteza conforme (3.23).

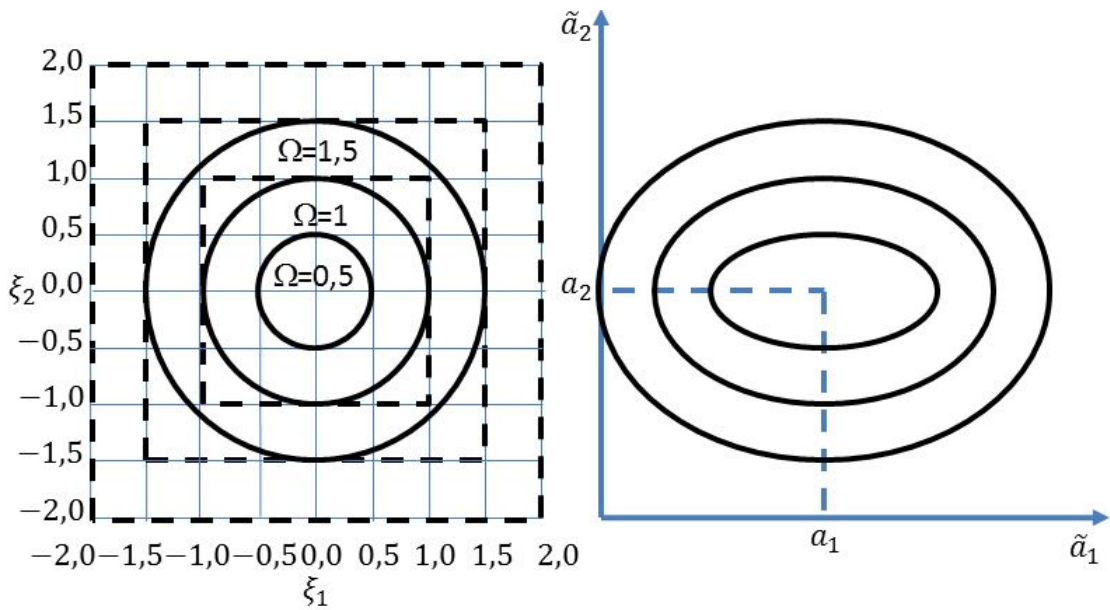


Figura 3.2: Ilustração do Conjunto Incerto do Tipo Elipsoidal [130].

$$U_2 = \{\xi \mid \|\xi\|_2 \leq \Omega\} = \left\{ \xi \mid \sqrt{\sum_{j \in J_i} \xi_j^2} \leq \Omega \right\} \quad (3.23)$$

onde  $\Omega$  é o parâmetro de ajuste que controla o tamanho do conjunto incerto do tipo elipsoidal. Se, pela geometria, houver conhecimento prévio de que a incerteza é limitada  $\xi_j \in [-1,1]$ , quando  $\Omega \geq (|J_i|)^{1/2}$ , onde  $|J_i|$  é a cardinalidade do conjunto  $J_i$ , então o espaço de incerteza ficará totalmente coberto pelo conjunto incerto do tipo elipsoidal.

### 3.3.3 Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico

O conjunto incerto do tipo poliédrico, mostrado na Figura 3.3, é definido por meio da norma 1 do vetor sujeito a incerteza, conforme (3.24).

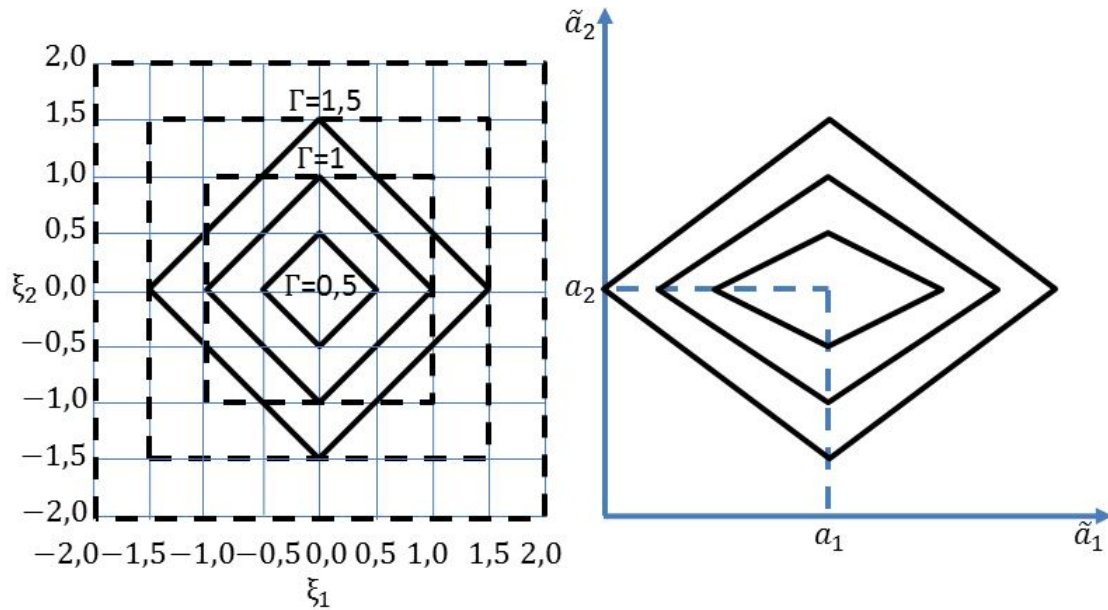


Figura 3.3: Ilustração do Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico [130].

$$U_1 = \{\xi \mid \|\xi\|_1 \leq \Gamma\} = \left\{ \xi \mid \sum_{j \in J_i} |\xi_j| \leq \Gamma \right\} \quad (3.24)$$

onde  $\Gamma$ <sup>1</sup> é o parâmetro de ajuste que controla o tamanho do conjunto incerto do tipo poliédrico. Para uma incerteza limitada  $\xi_j \in [-1, 1]$ , quando  $\Gamma \geq |J_i|$ , o espaço de incerteza será totalmente coberto pelo conjunto incerto do tipo poliédrico.

<sup>1</sup> $\Gamma$ :provisão da incerteza



### 3.3.4 Formulação da Contraparte Robusta para uma Restrição Linear

Considerando a  $i$ -ésima restrição linear do problema 3.3 sujeita a incerteza simultânea no LHS e no RHS:

$$\sum_{j \in J_i} \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i \quad (3.25)$$

onde  $\tilde{a}_{ij} = a_{ij} + \xi_{ij} \hat{a}_{ij} \quad \forall j \in J_i$ ,  $\tilde{b}_i = b_i + \xi_{i0} \hat{b}_i$ . Incorporando a variável auxiliar  $x_0$  e uma restrição adicional  $x_0 = -1$ , a restrição pode ser reescrita como:

$$b_i x_0 + \sum_j a_{ij} x_j + \left[ \xi_{i0} \hat{b}_i x_0 + \sum_{j \in J_i} \xi_{ij} \hat{a}_{ij} x_j \right] \leq 0 \quad (3.26)$$

Com um determinado conjunto incerto  $U$  para  $\xi_{i0}$  e  $\xi_{ij}$ , a contraparte robusta inferida por conjunto é:

$$b_i x_0 + \sum_j a_{ij} x_j + \left[ \max_{\xi \in U} \left\{ \xi_{i0} \hat{b}_i x_0 + \sum_{j \in J_i} \xi_{ij} \hat{a}_{ij} x_j \right\} \right] \leq 0 \quad (3.27)$$

Com as seguintes definições:

$$\xi_i = [\xi_{i0}; \{\xi_{ij}\}] \quad (3.28)$$

$$A_i = [b_i, \{a_{ij}\}] \quad (3.29)$$

$$\hat{A}_i = [\hat{b}_i, \{\hat{a}_{ij}\}] \quad (3.30)$$

$$X = [x_0; \{x_j\}] \quad (3.31)$$

$$J'_i = J_i \cup \{0\} \quad (3.32)$$

a restrição (3.27) pode ser reescrita como:

$$\sum_j A_{ij} X_j + \max_{\xi \in U} \{ \xi_i \hat{A}_i X \} \leq 0 \quad (3.33)$$

**Propriedade 1.** A formulação da contraparte robusta para (3.33) inferida pelo conjunto incerto do tipo caixa definido em (3.22) é equivalente a:

$$\sum_j a_{ij} x_j + \Psi \left[ \sum_{j \in J'_i} \hat{a}_{ij} |x_j| + \hat{b}_i \right] \leq b_i \quad (3.34)$$

*Demonstração.* Aplicando a definição (3.22) em (3.33), obtém-se o seguinte problema equivalente:

$$\sum_j A_{ij} X_j + \left[ \Psi \sum_{j \in J_i} \hat{A}_{ij} |X_j| \right] \leq 0 \quad (3.35)$$

Expandindo as restrições usando as variáveis definidas anteriormente, a formulação da contraparte robusta resultante é:

$$b_i x_0 + \sum_j a_{ij} x_j + \Psi \left[ \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} |x_j| + \hat{b}_i |x_0| \right] \leq b_i \quad (3.36)$$

Nota-se que  $x_0 = -1$ , assim a operação envolvendo o valor absoluto desta é automaticamente eliminada. A formulação para a contraparte robusta final é:

$$\sum_j a_{ij}x_j + \Psi \left[ \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} |x_j| + \hat{b}_i \right] \leq b_i \quad (3.37)$$

□

**Propriedade 2.** A formulação da contraparte robusta (3.33) inferida pelo conjunto incerto elipsoidal definido em (3.23) é equivalente a:

$$\sum_j a_{ij}x_j + \left[ \Omega \sqrt{\sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij}^2 x_j^2 + \hat{b}_i^2} \right] \leq b_i \quad (3.38)$$

*Demonstração.* Aplicando a definição (3.23) em (3.33), a contraparte robusta inferida pelo conjunto incerto do tipo elipsoidal é:

$$\sum_j A_{ij}X_j + \left[ \Omega \sqrt{\sum_{j \in J_i} \hat{A}_{ij}^2 X_j^2} \right] \leq 0 \quad (3.39)$$

Expandindo as restrições usando as variáveis definidas anteriormente, a formulação da contraparte robusta resultante é:

$$b_i x_0 + \sum_j a_{ij}x_j + \Omega \sqrt{\sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij}^2 x_j^2 + \hat{b}_i^2 x_0^2} \leq 0 \quad (3.40)$$

Nota-se que  $x_0 = -1$ , assim a formulação para a contraparte robusta final é:

$$\sum_j a_{ij}x_j + \left[ \Omega \sqrt{\sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij}^2 x_j^2 + \hat{b}_i^2} \right] \leq b_i \quad (3.41)$$

□

**Propriedade 3.** A formulação da contraparte robusta (3.33) inferida pelo con-

junto incerto poliédrico definido em (3.23) é equivalente a:

$$\begin{cases} \sum_j a_{ij}x_j + z_i\Gamma \leq b_i \\ z_i \geq \hat{a}_{ij}|x_j|, \forall j \in J_i, z_i \geq \hat{b}_i \end{cases} \quad (3.42)$$

*Demonstração.* Aplicando a definição (3.24) em (3.33), a contraparte robusta inferida pelo conjunto incerto do tipo poliédrico é:

$$\begin{cases} \sum_j A_{ij}X_j + z_i\Gamma \leq 0 \\ z_i \geq \hat{A}_i|X_j|, \forall j \in J_i \end{cases} \quad (3.43)$$

Expandindo as restrições usando as variáveis definidas anteriormente, a formulação da contraparte robusta resultante é:

$$\begin{cases} b_ix_0 + \sum_j a_{ij}x_j + z_i\Gamma \leq 0 \\ z_i \geq \hat{a}_{ij}|x_j| \forall j \in J_i; z_i \geq \hat{b}_ix_0 \end{cases} \quad (3.44)$$

Nota-se que  $x_0 = -1$ , assim a formulação para a contraparte robusta final é:

$$\begin{cases} \sum_j a_{ij}x_j + z_i\Gamma \leq b_i \\ z_i \geq \hat{a}_{ij}|x_j| \forall j \in J_i, z_i \geq \hat{b}_i \end{cases} \quad (3.45)$$

□

Embora tenha havido progressos consideráveis nos métodos existentes para a área da otimização robusta, geralmente assume-se a independência entre as incertezas dos parâmetros. Entretanto, na prática podem surgir cor-

relações entre essas incertezas. Por exemplo, o preço e a demanda de petróleo bruto são correlacionados, o que pode afetar a tomada de decisão no planejamento de uma refinaria.

Conforme mostrado pelos resultados das simulações computacionais desta Tese, os métodos tradicionais de otimização robusta que ignoram a correlação podem levar a soluções conservadoras. Então, é de grande importância considerar a correlação entre as incertezas na otimização robusta. Por motivo de simplificação, a Seção 3.4 mostra como podem ser obtidas as formulações para a contraparte robusta de uma única restrição sujeita a incerteza correlacionada, inferida pelos conjuntos incertos descritos na Seção 3.3.

### 3.4 Formulações para a Contraparte Robusta sujeita a Incerteza Correlacionada

Considerando o problema de otimização linear em sua representação vetorial, cujos coeficientes nas restrições estejam sujeitos a incerteza:

$$\begin{aligned} \max_{x \in X} \quad & cx \\ \text{s.a.} \quad & \tilde{a}^T x \leq b \end{aligned} \tag{3.46}$$

onde  $x \in \mathbb{R}^n$  representa as variáveis de decisão,  $\tilde{a}$  é um vetor  $n \times 1$  com elementos  $\tilde{a}_j, j = 1, \dots, n$ , isto é,  $\tilde{a} = [a_1, \dots, \tilde{a}_n]^T$ , e  $n$  é o número de variáveis de decisão. Sem perda de generalidade, as incertezas nos coeficientes podem

ser modeladas como:

$$\tilde{a}_j = a_j + u_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.47)$$

onde  $a_j$  é o valor nominal com maior expectativa de  $\tilde{a}_j$ , e  $u_j$  é a parte aleatória seguindo uma distribuição com média zero. Separando a parte determinística da parte incerta, a restrição torna-se:

$$a^T x + u^T x \leq b \quad (3.48)$$

onde  $u = [u_1, \dots, u_n]^T$ .

Para garantir que a restrição seja satisfeita na ocorrência do cenário de pior caso do conjunto incerto  $U$ , a restrição com incerteza é reescrita como:

$$a^T x + \max_{u \in U} u^T x \leq b \quad (3.49)$$

A restrição (3.49) é a contraparte robusta da restrição sujeita a incerteza (3.48). Sua expressão explícita depende do conjunto incerto  $U$ . A contraparte robusta do problema de otimização em (3.46) pode ser obtida substituindo-se a restrição sujeita a incerteza pela sua contraparte robusta.

A escolha do tipo de conjunto incerto está relacionada a distribuição da incerteza. Se a incerteza estiver sujeita a uma distribuição não limitada, então os tipos de conjuntos incertos: caixa, elipsoide, e polidrico são os mais adequados para utilizar na otimização robusta, onde o tamanho do conjunto incerto não fica restrito. A este último, por ser empregado na implementação desta tese, será dada uma atenção mais detalhada no Capítulo 4. Na

Subseção 3.4.1, as formulações explícitas para as contrapartes robustas da restrição (3.49) serão investigadas com base nos três conjuntos incertos mostrados na Seção 3.3.

### 3.4.1 Formulações Robustas para Incertezas com Distribuições Não Limitadas

**Propriedade 4.** *A contraparte robusta para a restrição (3.49) do modelo de otimização inferida por um conjunto incerto do tipo caixa:*

$U_{caixa} = \{u \mid \|Mu\|_\infty \leq \Delta\}$  é definida como:

$$\begin{cases} a^T x + \Delta \sum_{k=1}^n y_k \leq b \\ -y_k \leq \sum_{j=1}^n m_{kj} x_j \leq y_k, \quad \forall k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (3.50)$$

onde  $m_{kj}$  é o elemento de  $M^{-T} = \begin{pmatrix} m_{11} & \dots & m_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ m_{n1} & \dots & m_{nn} \end{pmatrix}$ ,  $M$  é uma matriz inversível, e  $M^{-T}$  é a transposta inversa de  $M$ .

**Observação 1.** *Se  $M$  for uma matriz diagonal  $Diag\{\hat{a}_1^{-1}, \dots, \hat{a}_n^{-1}\}$ , onde  $\hat{a}_j$ ,  $j = 1, \dots, n$  forem as amplitudes de perturbação, a contraparte robusta da restrição torna-se:*

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j + \Delta \sum_{j=1}^n \hat{a}_j |x_j| \leq b \quad (3.51)$$

que é a mesma contraparte robusta da descrição inferida pelo conjunto do tipo caixa apresentado por Li et al. [130]. Este representa a contraparte robusta

da restrição sem considerar a correlação.

**Observação 2.** A principal motivação desta Seção 3.4.1 é a de incorporar a correlação entre as incertezas na formulação da otimização robusta. Consequentemente, a matriz  $M$  é selecionada baseada na matriz de covariância e assume-se que  $M$  continuará sendo simétrica e semidefinida positiva. Especificamente, se a  $M$  for atribuído  $M = \Sigma^{-1/2}$ , onde  $\Sigma$  é a matriz de covariância de  $\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_n$ , então as correlações entre as incertezas serão incorporadas na formulação da otimização robusta. Isto é ilustrado através de um exemplo bidimensional na Subseção 3.4.2.

**Propriedade 5.** A contraparte robusta para a restrição (3.49) no modelo de otimização inferida por um conjunto incerto do tipo elipsoidal:

$U_{elips} = \{u \mid \|Mu\|_2 \leq \Delta\}$  é:

$$a^T x + \Delta \sqrt{\sum_{k=1}^n \left( \sum_{k=1}^n m_{kj} x_j \right)^2} \leq b \quad (3.52)$$

onde  $m_{kj}$  é o elemento de  $M^{-T}$ .

**Observação 3.** Se  $M$  for uma matriz diagonal  $Diag \{\hat{a}_1^{-1}, \dots, \hat{a}_n^{-1}\}$ , onde  $\hat{a}_j$ ,  $j = 1, \dots, n$  forem as perturbações, a contraparte robusta da restrição (3.49) torna-se:

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j + \Delta \sqrt{\sum_{j=1}^n \hat{a}_j^2 x_j^2} \leq b \quad (3.53)$$

que é a contraparte robusta da restrição (3.49) sem modelar a correlação.

**Observação 4.** Se  $M$  for definida como  $M = \Sigma^{-1/2}$ , onde  $\Sigma$  é a matriz de covariância entre as incertezas  $\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n$ , esta pode ser usada para formular



as correlações entre as incertezas. O conjunto incerto do tipo elipsoidal pode ser representado como o elipsóide:

$$\begin{aligned} U_{elips} &= \{u \mid \|Mu\|_2 \leq \Delta\} = \{u \mid u^T M^T M u \leq \Delta^2\} \\ &= \left\{u \mid u^T \frac{\Sigma^{-1}}{\Delta^2} u \leq 1\right\} \end{aligned} \quad (3.54)$$

Para o elipsóide definido em (3.54), o centro está na origem; os comprimentos dos semi-eixos são dados por  $\sqrt{\lambda_i} \Delta$ , onde  $\lambda_i$  são os autovalores de  $\Sigma$ .

**Propriedade 6.** A contraparte robusta para a restrição (3.49) do modelo de otimização inferida por um conjunto incerto do tipo poliédrico:

$$U_{poli} = \{u \mid \|Mu\|_1 \leq \Delta\} \text{ é:}$$

$$\begin{cases} a^T x + \Delta \tau \leq b \\ -\tau \leq \sum_{j=1}^n m_{kj} x_j \leq \tau, \quad \forall k = 1, \dots, n \end{cases} \quad (3.55)$$

onde  $m_{kj}$  é o elemento de  $M^{-T}$ .

**Observação 5.** Se  $M$  for uma matriz diagonal  $Diag \{\hat{a}_1^{-1}, \dots, \hat{a}_n^{-1}\}$ , onde  $\hat{a}_j$ ,  $j = 1, \dots, n$  forem as perturbações, a contraparte robusta da restrição (3.49) torna-se:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_j x_j + \Delta \tau \leq b \\ -\tau \leq \hat{a}_j x_j \leq \tau, \quad \forall j \end{cases} \quad (3.56)$$

que representa a contraparte robusta da restrição sem modelar a correlação.

**Observação 6.** Se  $M$  for definida como  $M = \Sigma^{-1/2}$ , onde  $\Sigma$  é a matriz de covariância entre as incertezas  $\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_n$ , esta matriz pode ser usada para

formular as correlações entre as incertezas. As demonstrações das propriedades 4, 5 e 6 podem ser encontradas no trabalho de Yuan et al. [131].

### 3.4.2 Ilustração dos Conjuntos Incertos Correlacionados

Para ilustrar conjuntos incertos de uma distribuição não limitada da incerteza, considera-se a restrição (3.57) com os parâmetros  $u_1$  e  $u_2$  sujeitos a incerteza nos coeficientes da restrição:

$$(10 + u_1)x_1 + (20 + u_2)x_2 \leq 140 \quad (3.57)$$

Supondo que a incerteza  $u = [u_1, u_2]$  siga uma distribuição Gaussiana multivariada com média zero e covariância  $\Sigma$ , isto é,  $u \sim N(0, \Sigma)$ , onde

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 34 & -1,5 \\ -1,5 & 0,5 \end{pmatrix}$$

Para incorporar a correlação na definição do conjunto incerto, define-se:

$$M = \Sigma^{-1/2} = \begin{pmatrix} 0,1740 & 0,0601 \\ 0,0601 & 1,5171 \end{pmatrix} \text{ e } M^{-T} = \begin{pmatrix} 5,8264 & -0,2310 \\ -0,2310 & 0,6683 \end{pmatrix}.$$

Então, os conjuntos incertos dos tipos: caixa, elipsoidal e poliédrico podem ser definidos em (3.58), (3.59) e (3.60) respectivamente:

$$U_{\text{caixa}} = \{u \mid |0,174u_1 + 0,0601u_2| \leq \Delta, |0,0601u_1 + 1,5171u_2| \leq \Delta\} \quad (3.58)$$

$$U_{\text{elips}} = \{u \mid |0,0011u_1^2 + 0,2034u_1u_2 + 5,3135u_2^2| \leq \Delta^2\} \quad (3.59)$$

$$U_{\text{poli}} = \{u \mid |0,174u_1 + 0,0601u_2| + |0,0601u_1 + 1,5171u_2| \leq \Delta\} \quad (3.60)$$

Observa-se que o conjunto elipsoidal está centrado na origem, o tamanho dos semi-eixos são de  $0,658\Delta$  e de  $5,8367\Delta$ .

As Figuras 3.4, 3.5 e 3.6 mostram os três conjuntos incertos dos tipos: caixa, elipsoidal e poliédrico, respectivamente, nos quais os tamanhos foram ajustados para  $\Delta = 1$ .

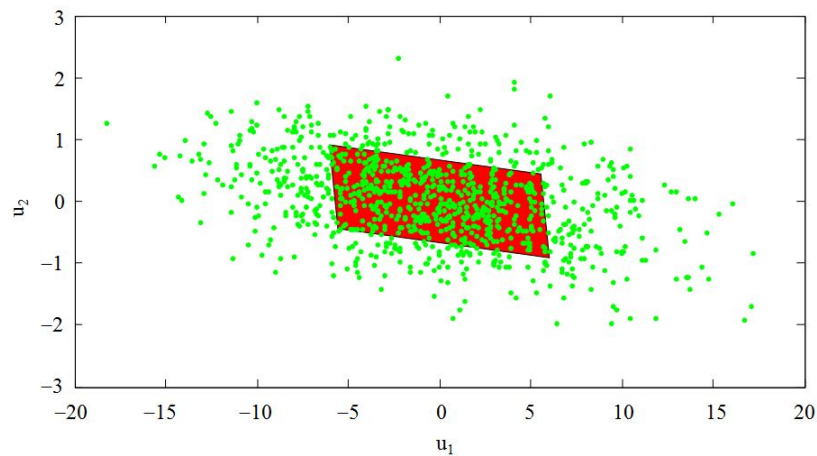


Figura 3.4: Visualização do Conjunto Incerto do tipo Caixa para Distribuição Não Limitada de Incerteza [131].

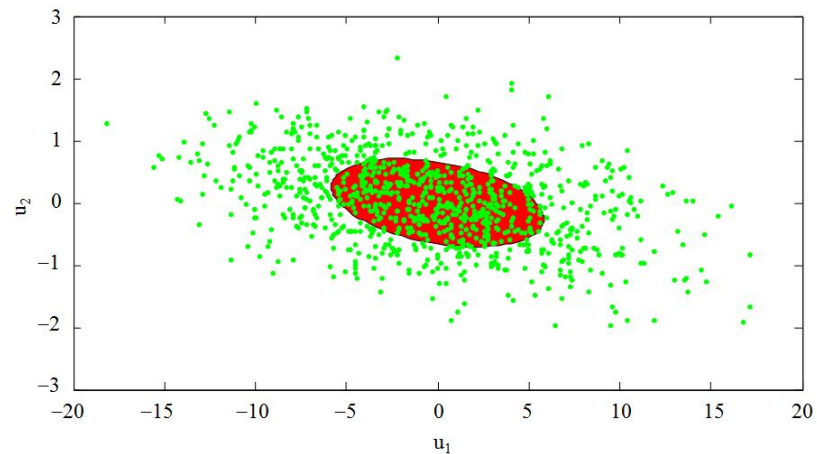


Figura 3.5: Visualização do Conjunto Incerto do tipo Elipsoidal para Distribuição Não Limitada de Incerteza [131].

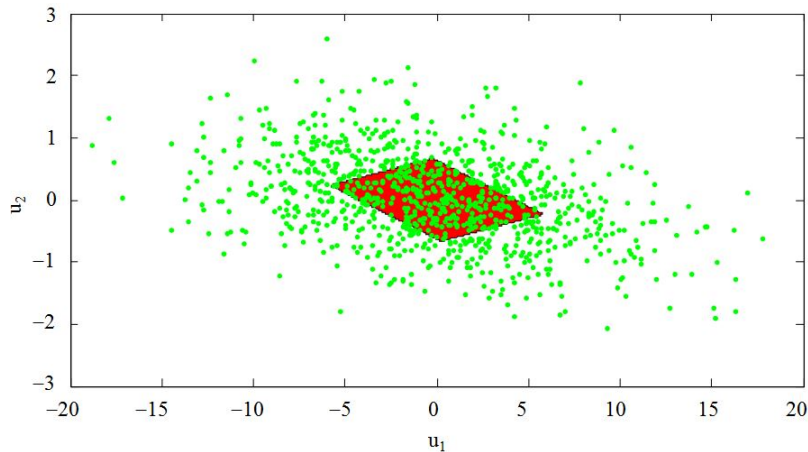


Figura 3.6: Visualização do Conjunto Incerto do tipo Poliédrico para Distribuição Não Limitada de Incerteza [131].

Nas Figuras 3.4, 3.5 e 3.6, 1000 amostras foram dispostas assumindo-se uma distribuição Gaussiana multivariada  $N(0, \Sigma)$ . Uma vez assumida que a incerteza segue uma distribuição Gaussiana multivariada e de acordo com a “regra dos  $3\sigma$ ” para variáveis aleatórias Gaussianas, as amostras ficarão em torno dos intervalos  $[-18, 18]$  e  $[-2, 2]$  em duas dimensões, respectivamente.

Com a definição dos três tipos de conjuntos incertos e do tamanho do conjunto sendo  $\Delta = 1$ , o conjunto incerto irá abranger parte das amostras. Se comparados aos conjuntos incertos mostrados nas Figuras 3.1, 3.2 e 3.3 sem considerar as correlações entre as incertezas observa-se que os conjuntos incertos sofreram distorções em seus formatos devido a presença de correlações [130].

No Capítulo 4 será descrito o conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado proposto por Jalilvand-Nejad *et al.* [37] possibilitando considerar as correlações espaciais e temporais das incertezas entre parques eólicos.

## Capítulo 4

# Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico Correlacionado

Em aplicações reais, normalmente existem correlações entre os coeficientes sujeitos a incerteza em problemas de programação linear ou de programação linear inteira mista. Como esses coeficientes sofrem a influência de diversas fontes de incerteza, identificar todas elas é uma tarefa impraticável. Em vez disso, faz-se uma estimativa pela matriz de correlações entre os coeficientes, incorporando-a no modelo por intermédio de um conjunto incerto.

Neste Capítulo 4 será descrito o conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado proposto por Jalilvand-Nejad *et al.* [37]. O uso deste tipo de conjunto permitiu considerar a correlação temporal e espacial entre parques eólicos, no fornecimento de energia para o problema da designação robusta de geradores abordado nesta Tese.

Considere um problema de otimização com dois coeficientes sujeitos a incerteza,  $\tilde{a}_j$  ( $j = 1,2$ ), sofrendo perturbações em um intervalo de  $[a_j - \hat{a}_j, a_j + \hat{a}_j]$ .

Desta forma, escreve-se:

$$\tilde{a}_j = a_j + \xi_j \hat{a}_j \quad (4.1)$$

Baseado na Equação 4.1, o valor real de  $\tilde{a}_j$  é uma função de uma variável aleatória  $\xi_j$ , que pode assumir valores no intervalo de  $[-1,1]$ . Para obter os padrões de perturbação em um espaço de incerteza, um grande número de pares das variáveis aleatórias  $(\xi_1, \xi_2)$  foi gerado e os resultados com diferentes padrões foram traçados.

A Figura 4.1 mostra os resultados obtidos gerando-se 1000 pares de variáveis aleatórias  $(\xi_1, \xi_2)$  com diferentes valores para o coeficiente de correlação  $\rho$ , nos quais cada ponto denota um par  $(\xi_1, \xi_2)$ .

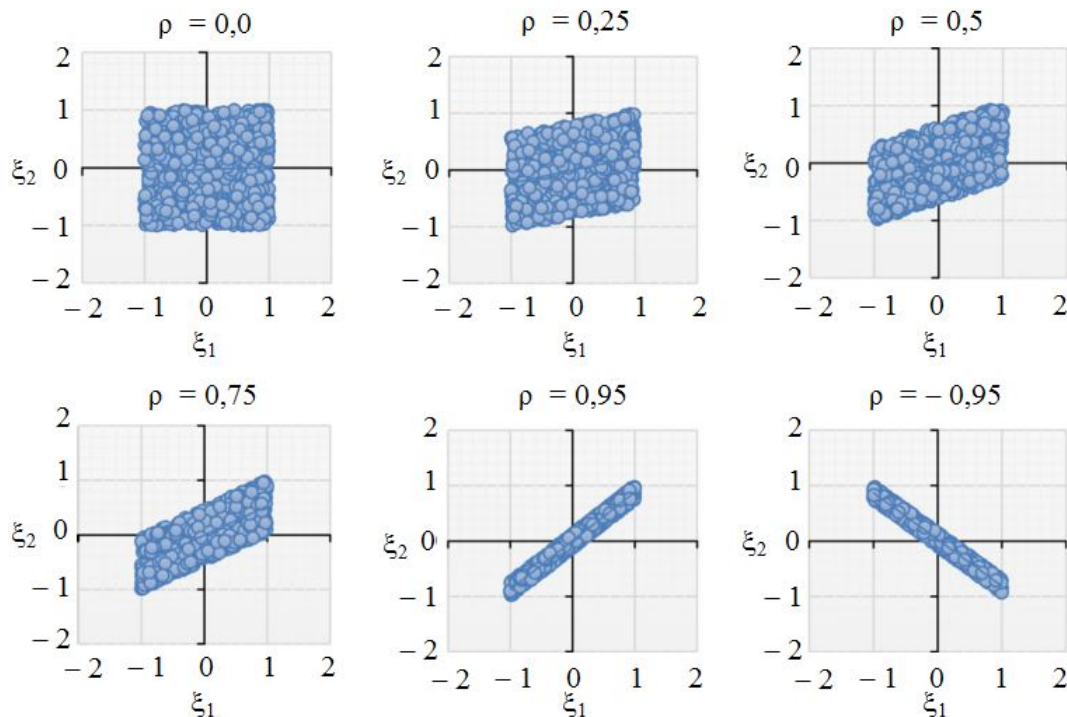


Figura 4.1: Gráficos de Dispersão das Perturbações com Diferentes Valores para o Coeficiente de Correlação  $\rho$  [37].

Conforme ilustrado pela Figura 4.1, quando não existe correlação entre as variáveis aleatórias, isto é, o coeficiente de correlação  $\rho = 0$ , os pontos preenchem o quadrado unitário completamente. A medida em que o valor do coeficiente de correlação aumenta positivamente ou decresce negativamente, os pontos tendem a se concentrar ao longo do segmento da reta  $y = x$  ou de uma reta  $y = -x$ , respectivamente.

Para um problema no qual não há correlação entre as variáveis aleatórias, no caso em que  $\rho = 0$ , a intersecção entre o conjunto incerto do tipo poliédrico, descrito na Subseção 3.3.3, e o quadrado do espaço de incerteza fica completamente preenchido pelos pontos aleatórios, como ilustrado na Figura 4.2.

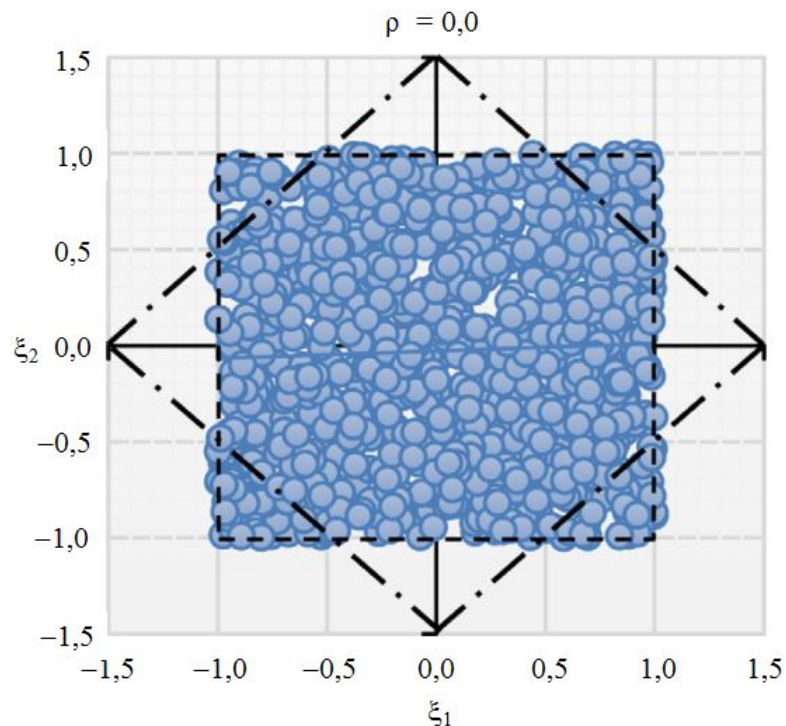


Figura 4.2: Utilização do Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico para Coeficientes não Correlacionados [37].

Todavia, quando aumenta-se o coeficiente de correlação entre os coeficientes sujeitos a incerteza, conforme ilustrado pela Figura 4.3, surgem áreas vazias no interior do conjunto incerto. Nesta condição, a solução ótima torna-se robusta em relação a todas as grandes perturbações, tal como o ponto *A*. O surgimento desses pontos é devido ao aumento dos valores dos coeficientes e portanto resultam em soluções mais conservadoras, sendo que, a probabilidade dos coeficientes sofrerem tais perturbações é quase nula.

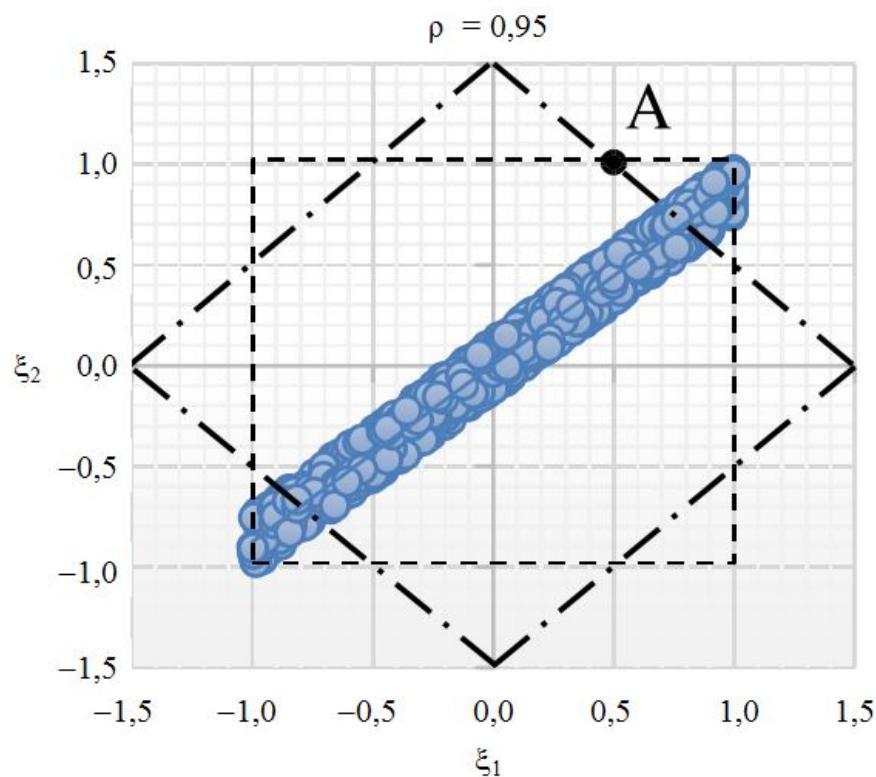


Figura 4.3: Utilização do Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico para Coeficientes Fortemente Correlacionados [37].

A principal ideia do conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado é a de remodelar o conjunto incerto poliédrico convencional, de maneira a abranger melhor os espaços preenchidos do que os vazios. Devido a correlação exis-





de pontos em torno das diagonais e, conseqüentemente, as arestas também devem sofrer uma dobra mais acentuada.

A formulação matemática para este conjunto será apresentada na Seção 4.1 e, uma vez que seu formato depende da correlação entre os coeficientes sujeitos a incerteza, este será chamado *conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado*.

## 4.1 Formulação Matemática do Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico Correlacionado

Para apresentar a formulação matemática para o conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado, inicialmente será considerado um problema com dois coeficientes sujeitos a incerteza para que o conjunto incerto seja formulado e, em seguida, uma formulação matemática geral será apresentada para o conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado.

Na Figura 4.5,  $L_1$  e  $L_2$  mostram as arestas do conjunto incerto poliédrico correlacionado correspondente ao primeiro quadrante do sistema de coordenadas.  $L_3$  representa a aresta de um conjunto incerto do tipo poliédrico convencional com o mesmo nível de proteção.  $L_4$  e  $L_5$  também representam as arestas do maior conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado, referente a correlação perfeita, que abrange toda a diagonal do espaço de incertezas.

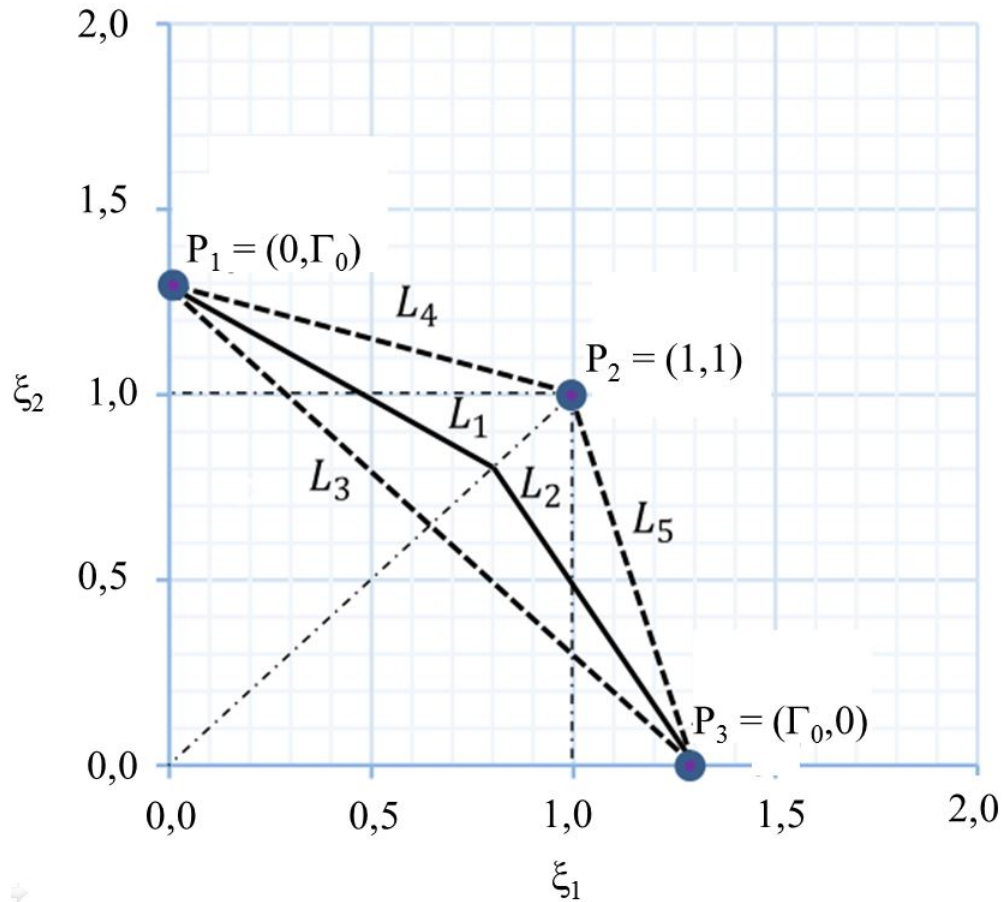


Figura 4.5: Arestas do Conjunto Incerto do Tipo Polidrico Correlacionado no Primeiro Quadrante do Sistema de Coordenadas [37].

Considerando os pontos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  na Figura 4.5, as equações das retas  $L_3$ ,  $L_4$  e  $L_5$  podem ser formuladas pelas Equações 4.2, 4.3 e 4.4, respectivamente:

$$L_3 : \quad \xi_2 = \Gamma_0 - \xi_1 \quad (4.2)$$

$$L_4 : \quad \xi_2 = (1 - \Gamma_0) \xi_1 + \Gamma_0 \quad (4.3)$$

$$L_5 : \quad \xi_2 = \frac{1}{1 - \Gamma_0} \xi_1 - \frac{\Gamma_0}{1 - \Gamma_0} \quad (4.4)$$

Para construir um conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado, as equações das arestas  $L_1$  e  $L_2$  devem ser formuladas de tal maneira que  $L_1$  e  $L_2$  situem-se entre as arestas  $L_3$ ,  $L_4$  e  $L_5$ , relativas a diferentes valores do coeficiente de correlação  $\rho$ . Além disso, para maiores valores de  $|\rho|$ , essas arestas devem abranger a maior parte da diagonal. Consequentemente, as equações para  $L_1$  e  $L_2$  são propostas como (4.5) e (4.6), respectivamente:

$$L_1 : \quad \xi_2 = ((2 - \Gamma_0) |\rho| - 1) \xi_1 + \Gamma_0 \quad (4.5)$$

$$L_2 : \quad \xi_2 = \frac{1}{(2 - \Gamma_0) |\rho| - 1} (\xi_1 - \Gamma_0) \quad (4.6)$$

**Proposição 1.** *As Equações (4.5) e (4.6) garantem que, para diferentes valores de  $\rho$  na Figura 4.5, a aresta  $L_1$  estará entre  $L_3$  e  $L_4$  e a aresta  $L_2$  estará entre  $L_3$  e  $L_5$ , respectivamente, e portanto, o conjunto incerto resultante irá abranger maiores regiões da diagonal em relação a maiores valores de  $|\rho|$ .*

*Demonstração.* Suponha que  $m_{L_i}$  seja a inclinação da aresta  $L_i$ . Assim, considerando as Equações (4.5) e (4.6), as inclinações de  $L_1$  e  $L_2$  serão respectivamente (4.7) e (4.8):

$$m_{L_1} = -1 + (2 - \Gamma_0) |\rho| \quad (4.7)$$

$$m_{L_2} = \frac{-1}{1 - (2 - \Gamma_0) |\rho|} \quad (4.8)$$

Uma vez que  $0 \leq |\rho| \leq 1$ , para todo  $\Gamma_0 \in [0,2]$ , as inclinações de  $L_1$  e  $L_2$  serão limitadas por (4.9) e por (4.10) respectivamente:

$$m_{L_3} = -1 \leq m_{L_1} \leq 1 - \Gamma_0 = m_{L_4} \quad (4.9)$$

$$m_{L_3} = -1 \leq m_{L_2} \leq \frac{1}{1 - \Gamma_0} = m_{L_5} \quad (4.10)$$

Portanto, a aresta  $L_1$  ficará posicionada entre  $L_3$  e  $L_4$ , e similarmente, a aresta  $L_2$  ficará posicionada entre  $L_3$  e  $L_5$ , com relação a todos os valores de  $\rho \in [-1,1]$  e de  $\Gamma_0 \in [0,2]$ .

Além disso, uma vez que  $m_{L_1}$  é uma função crescente e  $m_{L_2}$  é uma função decrescente em relação a  $|\rho|$ , uma correlação mais forte leva a um maior valor de  $m_{L_1}$  e a um menor valor de  $m_{L_2}$ , e como consequência, provoca uma aproximação da aresta  $L_1$  a  $L_4$  e entre a aresta  $L_2$  a  $L_5$  respectivamente, e portanto abrangem uma região maior das diagonais.  $\square$

Baseada na **Proposição 1**, a formulação para a conjunto incerto poliédrico correlacionado para o caso da existência de dois coeficientes sujeitos a incerteza é dada por:

$$U^A = \left\{ \begin{array}{l} \tilde{a}_j = a_j + \xi_j \hat{a}_j \quad (j = 1,2) \quad | \quad (1 - (2 - \Gamma) |\rho|) |\xi_1| + |\xi_2| \leq \Gamma, \\ | \quad |\xi_1| + (1 - (2 - \Gamma) |\rho|) |\xi_2| \leq \Gamma \end{array} \right\} \quad (4.11)$$

Nota-se que, quando  $\rho = 0$ , o conjunto incerto (4.11) é idêntico ao conjunto poliédrico convencional em:

$$U^A = \{\tilde{a}_j = a_j + \xi_j \hat{a}_j (j = 1,2) \mid |\xi_1| + |\xi_2| \leq \Gamma\} \quad (4.12)$$

De fato, a aresta  $L_3$  na Figura 4.5 representa a aresta do conjunto incerto do tipo poliédrico (4.12) no primeiro quadrante do sistema de coordenadas. As fortes correlações estabelecidas por altos valores de  $|\rho|$  conforme descrito anteriormente, provocam a aproximação entre as arestas  $L_1$  e  $L_4$  e entre as arestas  $L_2$  e  $L_5$ , respectivamente na Figura 4.5. Finalmente,  $|\rho| = 1$  resulta na escolha de  $L_4$  e  $L_5$  como as arestas do conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado, que abrangem completamente as diagonais.

Quando houver apenas dois coeficientes sujeitos a incerteza, a Figura 4.6 representará o formato do conjunto incerto poliédrico correlacionado para diferentes valores do coeficiente de correlação,  $\rho$ , e três diferentes níveis de proteção.

Conforme mostrado nesta mesma Figura 4.6, quando  $\rho = 0$ , o conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado terá o mesmo formato do conjunto incerto do tipo poliédrico convencional. Para valores maiores de  $|\rho|$  ocorrerá a expansão do conjunto incerto na direção das diagonais e uma maior abrangência da região pelo mesmo.

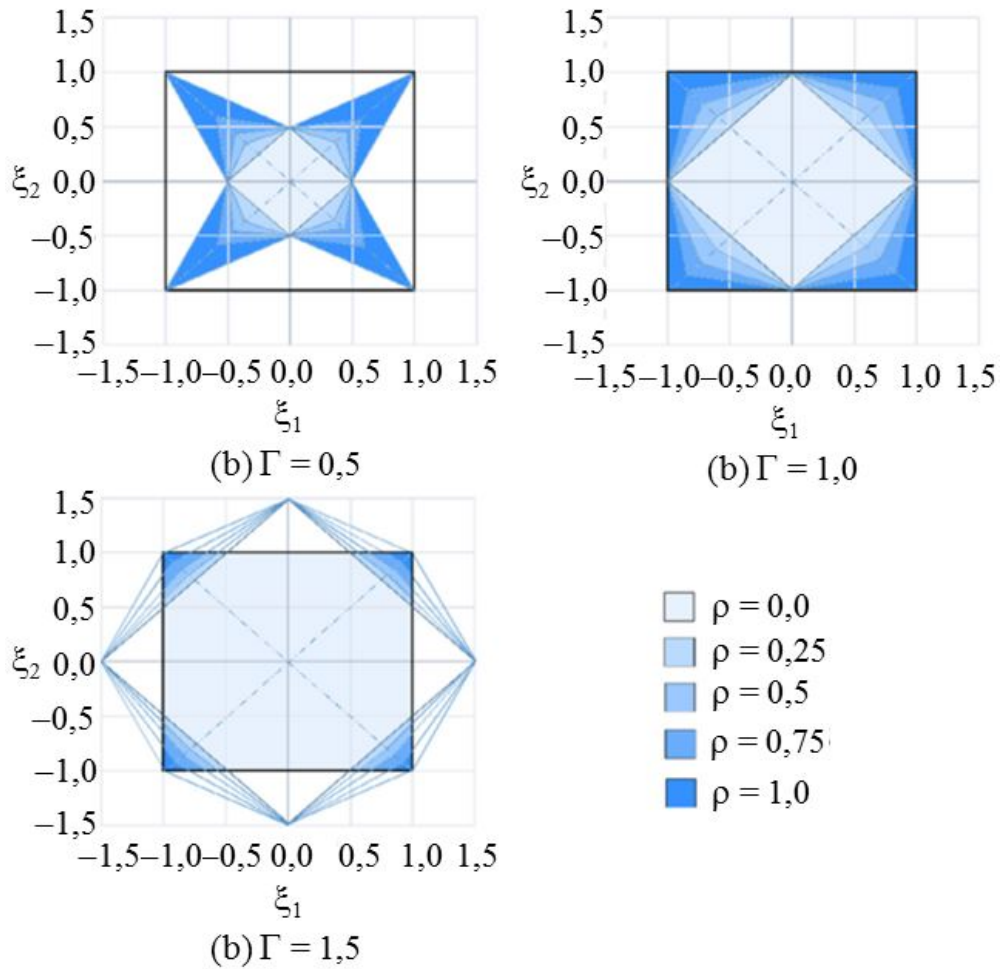


Figura 4.6: Arestas do Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico Correlacionado com Relação a Diferentes Correlações e Níveis de Proteção [37].

De fato, neste caso, os coeficientes sofrerão as maiores perturbações quando os mesmos a sofrerem de maneira conjunta. No caso de  $|\rho| = 1$ , todos os pares  $(\xi_1, \xi_2)$  das perturbações ficam concentrados em torno da diagonal. Portanto, o conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado irá abranger completamente as diagonais em relação a todos os valores de  $\Gamma$ .

Quando o problema consistir de  $m$  restrições e cada restrição possuir  $n$  coeficientes sujeitos a incerteza, o conjunto incerto do tipo poliédrico correlacio-

nado irá considerar o coeficiente de correlação na construção da formulação robusta:

$$U^A = \left\{ \tilde{a}_{ij} = a_{ij} + \xi_{ij} \hat{a}_{ij} \mid |\xi_{ij}| + \sum_{k \neq j} \left[ \left( 1 - \left( \frac{n - \Gamma_i}{n - 1} \right) |\rho_{ijk}| \right) |\xi_{ik}| \right] \leq \Gamma_i, \quad \forall i, j \right\} \quad (4.13)$$

onde  $i$  e  $j$  denotam índices das linhas e colunas da matriz  $A$ , respectivamente nos problemas (3.3) e (3.13),  $\rho_{ijk}$  denota a correlação entre coeficientes  $a_{ij}$  e  $a_{ik}$  que assumem valores no intervalo de  $[-1, 1]$ . Obviamente, se  $\rho_{ijk} = 0$  para todo  $i, j$  e  $k \neq j$ , o conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado (4.13) se torna equivalente ao conjunto incerto do tipo poliédrico (3.24). Observa-se que os coeficientes de perturbações no conjunto (4.13), isto é,  $(1 - (\frac{n - \Gamma_i}{n - 1}) |\rho_{ijk}|)$ , são funções decrescentes de  $|\rho_{ijk}|$ .

Portanto, valores maiores de  $|\rho_{ijk}|$  implicam em maiores perturbações quando os coeficientes tendem a sofrer perturbações de maneira conjunta. Consequentemente, isto resulta em uma maior abrangência das diagonais. A **Proposição 2** afirma que em um cenário de correlação perfeita o conjunto incerto (4.13) abrange completamente as diagonais do espaço de incerteza.

**Proposição 2.** *O Conjunto Incerto (4.13) abrange completamente as diagonais do sistema de coordenadas quando  $|\rho_{ijk}| = 1$ .*

*Demonstração.* Quando  $|\rho_{ijk}| = 1$ , as arestas do conjunto incerto (4.13) para cada linha  $i$  é dada por um conjunto de planos  $(n - 1)$ -dimensionais:

$$|\xi_{ij}| + \sum_{k \neq j} \left[ \left( 1 - \left( \frac{n - \Gamma_i}{n - 1} \right) \right) |\xi_{ik}| \right] = \Gamma_i, \quad j = 1, \dots, n \quad (4.14)$$



sendo equivalentes a:

$$|\xi_{ij}| + \left(\frac{\Gamma_i - 1}{n - 1}\right) \sum_{k \neq j} |\xi_{ik}| = \Gamma_i, \quad j = 1, \dots, n \quad (4.15)$$

O vetor  $e = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}_{n \times 1}$  é uma solução do sistema linear (4.15) relativo a todos os valores de  $\Gamma_i$ . Portanto, o conjunto incerto (4.13), que está delimitado pelo

sistema (4.15), abrange completamente a diagonal entre  $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}_{n \times 1}$  e

$e = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}_{n \times 1}$  quando  $|\rho_{ijk}| = 1$ . □

## 4.2 Contraparte Robusta Baseada no Conjunto Incerto do Tipo Poliédrico Correlacionado

Nesta Seção 4.2, a contraparte robusta do problema (3.3) inferido pelo conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado será desenvolvido. Uma vez que a contraparte robusta é não linear, um modelo de programação linear será apresentado.

Conforme descrito na Subseção 3.2.1, no problema de otimização (3.3), a matriz sujeita a incertezas  $\mathbf{A}$  consiste de elementos, tais como,  $\tilde{a}_{ij} = a_{ij} + \xi_{ij}\hat{a}_{ij}$  que incluem dois valores: o nominal e a perturbação, isto é,  $a_{ij}$  e  $\xi_{ij}\hat{a}_{ij}$ , respectivamente. Consequentemente, a primeira restrição do problema (3.3) também consiste de valores nominais para coeficientes e perturbações.

Assim, a contraparte robusta para o problema (3.3) inferido pelo conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado é:

$$\begin{aligned}
& \max \sum_j c_j x_j \\
& \text{s.a.} \sum_j a_{ij} x_{ij} + \left\{ \xi_{ij} |\xi_{ij}| + \sum_{k \neq j} \left[ \left( 1 - \left( \frac{n - \Gamma_i}{n - 1} \right) |\rho_{ijk}| \right) |\xi_{ijk}| \right] \leq \Gamma_i \right\} \\
& \quad \times \sum_j |\xi_{ij}| \hat{a}_{ij} y_{ij} \leq b_i, \quad \forall i \\
& \quad -y_j \leq x_j \leq y_j, \quad \forall j \\
& \quad l_j \leq x_j \leq u_j, \quad \forall j \\
& \quad y_j \geq 0, \quad \forall j
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Como o propósito do modelo de otimização robusta deve ser maximizar o valor da função objetivo em relação ao pior caso dentre as perturbações, o segundo termo da primeira restrição do problema (3.3) deve proteger a solução contra o pior caso das perturbações empregando o conjunto incerto (4.13).

**Teorema 1.** *O modelo (4.16) não é linear e o modelo linear equivalente pode*

ser escrito como:

$$\begin{aligned}
\max \quad & \sum_j c_j x_j \\
\text{s.a.} \quad & \sum_j a_{ij} x_{ij} + \sum_j z_{ij} \Gamma_i + \sum_j p_{ij} \leq b_i, \quad \forall i \\
& z_{ij} + \sum_{k \neq j} \left( 1 - \left( \frac{n - \Gamma_i}{n - 1} \right) |\rho_{ijk}| \right) z_{ik} + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij} y_j, \quad \forall i, j \\
& -y_j \leq x_j \leq y_j, \quad \forall j \\
& l_j \leq x_j \leq u_j, \quad \forall j \\
& p_{ij} \geq 0, \quad \forall i, j \\
& z_{ij} \geq 0, \quad \forall i, j \\
& y_j \geq 0, \quad \forall j
\end{aligned} \tag{4.17}$$

*Demonstração.* Para o modelo (4.16), dado um vetor de solução ótima  $x^*$ , a função de proteção da  $i$ -ésima restrição é:

$$\beta_i(x^*, \Gamma_i) = \max_{\left\{ \xi_{ij} \mid |\xi_{ij}| + \sum_{k \neq j} \left[ \left( 1 - \left( \frac{n - \Gamma_i}{n - 1} \right) |\rho_{ijk}| \right) |\xi_{ij}| \right] \leq \Gamma_i \right\}} \sum_j |\xi_{ij}| \hat{a}_{ij} |x_j^*| \tag{4.18}$$

onde  $\beta_i(x^*, \Gamma_i)$ , pode ser formulada como o problema de programação linear:

$$\beta_i(x^*, \Gamma_i) = \max \sum_j |\xi_{ij}| \hat{a}_{ij} |x_j^*| \tag{4.19}$$

$$|\xi_{ij}| + \sum_{k \neq j} \left[ \left( 1 - \left( \frac{n - \Gamma_i}{n - 1} \right) |\rho_{ijk}| \right) |\xi_{ij}| \right] \leq \Gamma_i \quad \forall j \quad (4.20)$$

$$0 \leq |\xi_{ij}| \leq 1 \quad \forall j \quad (4.21)$$

Considerando as variáveis duais  $z_{ij}$  e  $p_{ij}$  para as restrições (4.20) e (4.21), respectivamente, o dual deste problema de programação linear pode ser reformulado como:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_j z_{ij} \Gamma_i + \sum_j p_{ij} \\ \text{s.a.} \quad & z_{ij} + \sum_{k \neq j} \left( 1 - \left( \frac{n - \Gamma_i}{n - 1} \right) |\rho_{ijk}| \right) z_{ik} + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij} |x_j^*|, \quad \forall j \\ & p_{ij} \geq 0, \quad \forall j \\ & z_{ij} \geq 0, \quad \forall j \end{aligned} \quad (4.22)$$

Se o problema (4.19)-(4.21) for viável e limitado, então (4.22) também apresentará essas mesmas características. Além disso, as funções objetivo de ambos serão iguais por causa da dualidade. Portanto,  $\beta_i(\mathbf{x}^*, \Gamma_i)$  no modelo (4.16) pode ser substituído pela função objetivo do modelo (4.22). Assim, tendo acrescentado as restrições associadas a função objetivo do problema dual ao problema primal, o modelo resultante será de programação linear, conforme apresentado em (4.17).  $\square$

No Capítulo 5, encontram-se os resultados obtidos na simulação numérica computacional de dois problemas de designação robusta de geradores. A característica proeminente nesses experimentos é o fato de que as correlações

espacial e temporal entre a energia fornecida pelos parques eólicos existem, e a incerteza foi modelada por intermédio do conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado ao longo de 24 horas de horizonte de planeamento.

# Capítulo 5

## Resultados Numéricos

Nesta Tese, empregou-se um conjunto do tipo poliédrico correlacionado proposto por Jalilvand-Nejad *et al.*[37], descrito no Capítulo 4, para modelar o fornecimento de energia, sujeito a incertezas, de parques eólicos e que possui correlações temporais e espaciais em um problema de designação robusta de geradores, formulado por Ding *et al.* [132], descrito no Capítulo 2 em (2.31)-(2.35), pelos quais considerou-se a provisão da incerteza.

Para a simulação numérica realizada, supôs-se que a matriz de correlação estimada tenha sido obtida a partir de dados históricos e os testes foram realizados por meio do uso da linguagem de programação Julia, com Gurobi Solver e em computador com processador Intel® Core™ i7 Duo Processador T420 (2.50 GHz) e 8 GB RAM.

Primeiramente, o grau de incerteza e o grau de conservadorismo foram definidos adequadamente para servirem como parâmetros de medida para estudos e comparações dos impactos do coeficiente de correlação temporal  $\rho$ , da matriz de covariância espacial entre os parques eólicos  $\Lambda$  e do parâmetro

para provisão da incerteza  $\Gamma$  nos resultados obtidos por meio da simulação numérica computacional.

*Grau de Incerteza*( $\eta$ ):

$$\eta = \left( \frac{R_{w,t}^e}{R_{w,t}^f} \right) \quad (5.1)$$

onde  $R_{w,t}$  é o valor real da potência eólica gerada pelo parque eólico  $w$  no período de tempo  $t$ ,  $R_{w,t}^e$  é o valor esperado do erro na potência gerada pelo parque eólico  $w$  no período de tempo  $t$  e  $R_{w,t}^f$  é o valor previsto para a potência eólica gerada pelo parque eólico  $w$  no período de tempo  $t$ .

*Grau de Conservadorismo* ( $\alpha$ ):

$$\alpha = \left( \frac{(f^r - f^u)}{f^u} \right) \times 100\% \quad (5.2)$$

onde  $f^r$  e  $f^u$  são os valores ótimos da função objetivo, calculados através do custo ótimo na geração robusta e na geração determinística, respectivamente.

Nota-se que o valor de  $f^r$  será sempre maior do que o valor de  $f^u$  porque a solução ótima do modelo robusto sempre é obtida dentre os cenários dos piores casos. O parâmetro para a provisão da incerteza  $\Gamma$  é empregado para evitar que a solução ótima demasiadamente robusta esteja distante do mundo real e a simulação numérica obtenha uma solução que seja desnecessariamente conservadora.

## 5.1 Sistema Interconectado com 12 Barramentos

Uma simulação do modelo robusto para o problema de designação de geradores foi realizada em um sistema interconectado com 12 barramentos. Este sistema de potência é composto de cinco geradores termelétricos: G1, G2, G3, G4 e G5 e dois parques eólicos: W1 e W2. O sistema está dividido em duas áreas conectadas através de uma linha onde os parques eólicos W1 e W2 foram integrados às áreas 1 e 2, respectivamente conforme ilustrado na Figura 5.1:

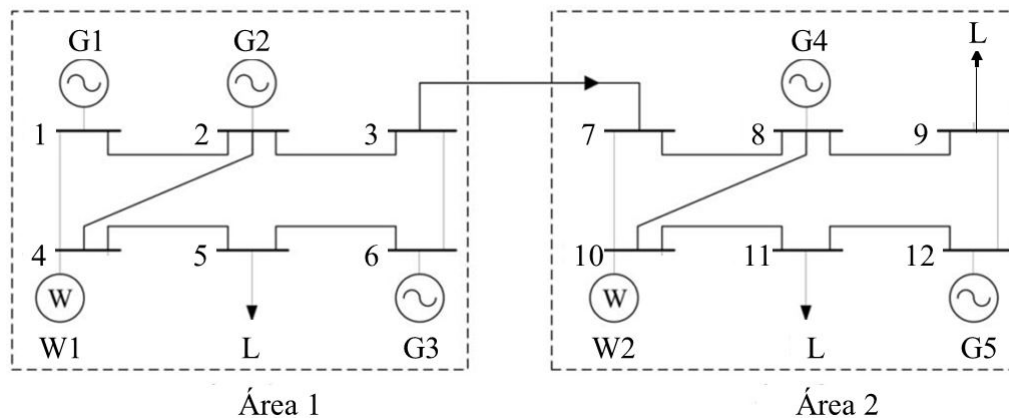


Figura 5.1: Sistema Interconectado de 12 Barramentos [133].

As características individuais dos três geradores termelétricos estão expressadas por meio dos parâmetros mostrados na Tabela 5.1. Onde as capacidades de geração máxima e mínima de cada um são especificadas nas colunas  $P_{max}$  e  $P_{min}$  respectivamente, os coeficientes para as curvas quadráticas de custo para geração são especificadas nas colunas  $a$ ,  $b$  e  $c$ , as taxas para rampa de subida e de descida para a geração estão especificadas nas colunas  $RU$  e  $RD$  respectivamente.



Tabela 5.1: Características dos Geradores Termelétricos [133].

|    | Pmax<br>(MW) | Pmin<br>(MW) | a<br>(\$) | b<br>(\$/MWh) | c<br>(\$/MW <sup>2</sup> h) | RU<br>(MW/h) | RD<br>(MW/h) |
|----|--------------|--------------|-----------|---------------|-----------------------------|--------------|--------------|
| G1 | 220          | 90           | 220,5766  | 16,83315      | 0,000499                    | 4            | 4            |
| G2 | 100          | 10           | 161,8684  | 40,62286      | 0,001246                    | 3            | 2            |
| G3 | 20           | 10           | 171,2259  | 21,93312      | 0,006231                    | 1            | 1            |
| G4 | 220          | 90           | 220,5766  | 16,83315      | 0,000499                    | 4            | 4            |
| G5 | 100          | 10           | 161,8684  | 40,62286      | 0,001246                    | 3            | 2            |

onde  $RU_i$  é a taxa máxima para rampa de subida, em MW/h, do gerador  $i$  e  $RD_i$  é a taxa máxima para rampa de descida, em MW/h, do gerador  $i$ .

A curva de demanda elétrica ao longo do período de 24 h, em um dia útil, utilizada na simulação, está ilustrada na Figura 5.2. Esta curva evidencia dois picos máximos de consumo bem definidos, o primeiro ocorre no horário das 11 h e o outro às 15 h.

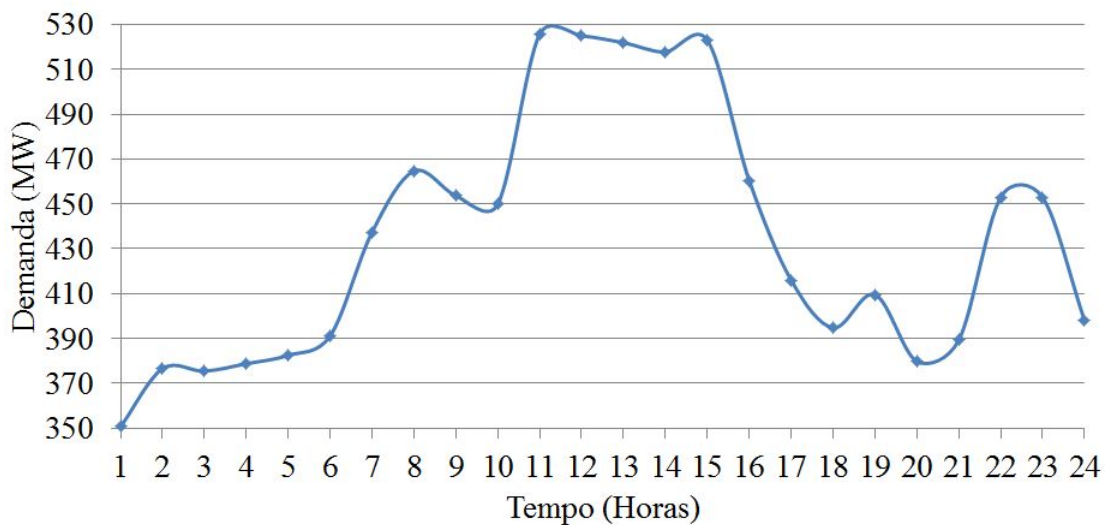


Figura 5.2: Demanda Elétrica da Carga L [133].

As curvas de geração de energia previstas para os dois parques eólicos estão representadas nas Figuras 5.3 e 5.4, respectivamente.

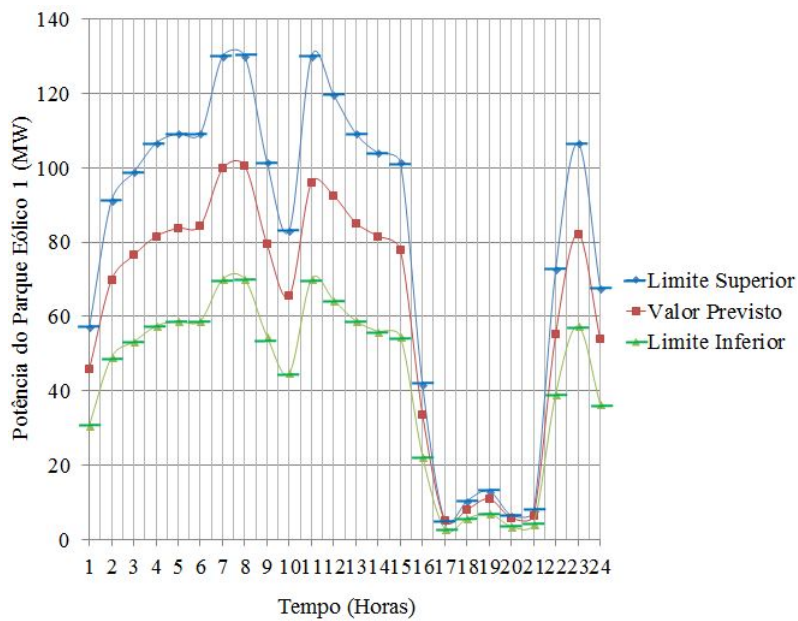


Figura 5.3: Geração de Energia Eólica Prevista para o Parque Eólico W1 na Região 1 [133].

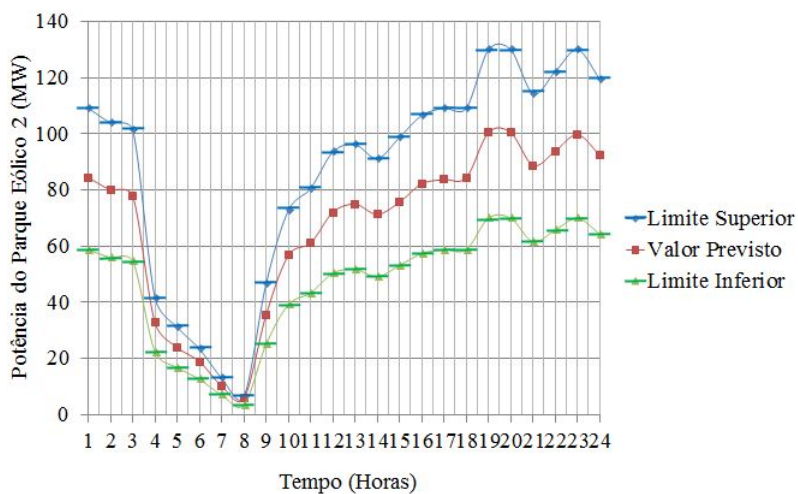


Figura 5.4: Geração de Energia Eólica Prevista para o Parque Eólico W2 na Região 2 [133]

O sistema com dois parques eólicos foi simulado com quatro diferentes covariâncias espaciais entre si: covariância alta, covariância moderada, covariância baixa e covariância negativa através de seu coeficiente,  $\lambda$ , com valores

0,9; 0,5; 0,1 e -0,5, respectivamente.

A matriz de covariância espacial entre os dois parques eólicos é mostrada em:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & \lambda \\ \lambda & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

Quando  $\Gamma = 0$ , o modelo ótimo robusto é equivalente ao modelo determinístico tradicional. Os valores médios das potências fornecidas pelos parques eólicos são determinísticos, não estando sujeitos a incerteza.

Atribuindo-se  $\rho = 0$ , elimina-se a influência da correlação temporal entre os valores de potências geradas pelos parques eólicos. A correlação espacial entre os parques eólicos é desprezada, ou seja, mesmo que o parâmetro  $\lambda$  assuma 0,9; 0,5; 0,1 e -0,5 na matriz de covariância  $\Lambda$  não acarreta influência nos resultados obtidos. Assim, os valores designados para os geradores termelétricos estão mostrados na Tabela 5.2.

Quando  $\Gamma = N_w = 2$ , trata-se do cenário no pior caso, e não havendo correlação temporal, ou seja,  $\rho = 0$ , o modelo robusto considera apenas a influência da matriz de covariância espacial entre os parques eólicos, sendo as soluções influenciadas pelos valores do coeficiente  $\lambda$  ao serem assumidos 0,9; 0,5; 0,1 e -0,5.

As potências fornecidas pelos geradores termelétricos 1, 3 e 4 são mostrados na Tabela 5.3. As potências dos geradores termelétricos 2 e 5 são mostrados através das Figuras 5.5 e 5.6, respectivamente, sem considerar a provisão da incerteza  $\Gamma$ .

Tabela 5.2: Potência Gerada pela Termelétrica no Caso Determinístico em MW.

| h  | G1     | G2 | G3 | G4     | G5 | h  | G1     | G2 | G3 | G4     | G5 |
|----|--------|----|----|--------|----|----|--------|----|----|--------|----|
| 1  | 151,16 | 0  | 0  | 15,16  | 0  | 13 | 180,85 | 0  | 0  | 180,85 | 0  |
| 2  | 155,16 | 0  | 0  | 155,16 | 0  | 14 | 182,42 | 0  | 0  | 182,42 | 0  |
| 3  | 159,16 | 0  | 0  | 159,16 | 0  | 15 | 184,67 | 0  | 0  | 184,67 | 0  |
| 4  | 163,16 | 0  | 0  | 163,16 | 0  | 16 | 180,67 | 0  | 0  | 180,67 | 0  |
| 5  | 167,16 | 0  | 0  | 167,16 | 0  | 17 | 176,67 | 0  | 0  | 176,67 | 0  |
| 6  | 171,16 | 0  | 0  | 171,16 | 0  | 18 | 172,67 | 0  | 0  | 172,67 | 0  |
| 7  | 175,16 | 0  | 0  | 175,16 | 0  | 19 | 168,67 | 0  | 0  | 168,67 | 0  |
| 8  | 179,16 | 0  | 0  | 179,16 | 0  | 20 | 164,67 | 0  | 0  | 164,67 | 0  |
| 9  | 176,24 | 0  | 0  | 176,24 | 0  | 21 | 160,67 | 0  | 0  | 160,67 | 0  |
| 10 | 180,24 | 0  | 0  | 180,24 | 0  | 22 | 156,67 | 0  | 0  | 156,67 | 0  |
| 11 | 184,24 | 0  | 0  | 184,24 | 0  | 23 | 152,67 | 0  | 0  | 152,67 | 0  |
| 12 | 180,24 | 0  | 0  | 180,24 | 0  | 24 | 148,67 | 0  | 0  | 148,67 | 0  |

Tabela 5.3: Potência Termelétrica, em MW, fornecida pelos Geradores 1, 3 e 4 no Pior Caso.

| Hora | G1     | G3    | G4     | Hora | G1     | G3    | G4     |
|------|--------|-------|--------|------|--------|-------|--------|
| 1    | 180,00 | 10,00 | 180,00 | 13   | 220,00 | 20,00 | 220,00 |
| 2    | 184,00 | 11,00 | 184,00 | 14   | 219,12 | 19,00 | 219,12 |
| 3    | 188,00 | 12,00 | 188,00 | 15   | 220,00 | 20,00 | 220,00 |
| 4    | 192,00 | 13,00 | 192,00 | 16   | 216,00 | 19,00 | 216,00 |
| 5    | 196,00 | 14,00 | 196,00 | 17   | 212,00 | 18,00 | 212,00 |
| 6    | 200,00 | 15,00 | 200,00 | 18   | 208,00 | 17,00 | 208,00 |
| 7    | 204,00 | 16,00 | 204,00 | 19   | 204,00 | 16,00 | 204,00 |
| 8    | 208,00 | 17,00 | 208,00 | 20   | 201,50 | 15,00 | 201,50 |
| 9    | 212,00 | 18,00 | 212,00 | 21   | 205,50 | 14,00 | 205,50 |
| 10   | 216,00 | 19,00 | 216,00 | 22   | 209,50 | 15,00 | 209,50 |
| 11   | 220,00 | 20,00 | 220,00 | 23   | 206,15 | 14,00 | 206,15 |
| 12   | 220,00 | 19,10 | 220,00 | 24   | 202,15 | 13,00 | 202,15 |

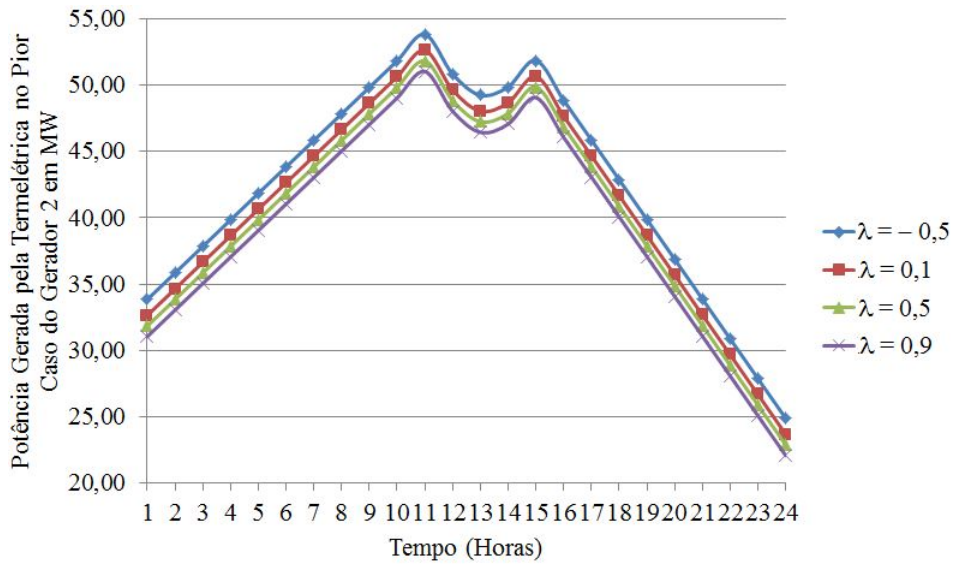


Figura 5.5: Potência Termelétrica, em MW, fornecida pelo Gerador 2 no Pior Caso.

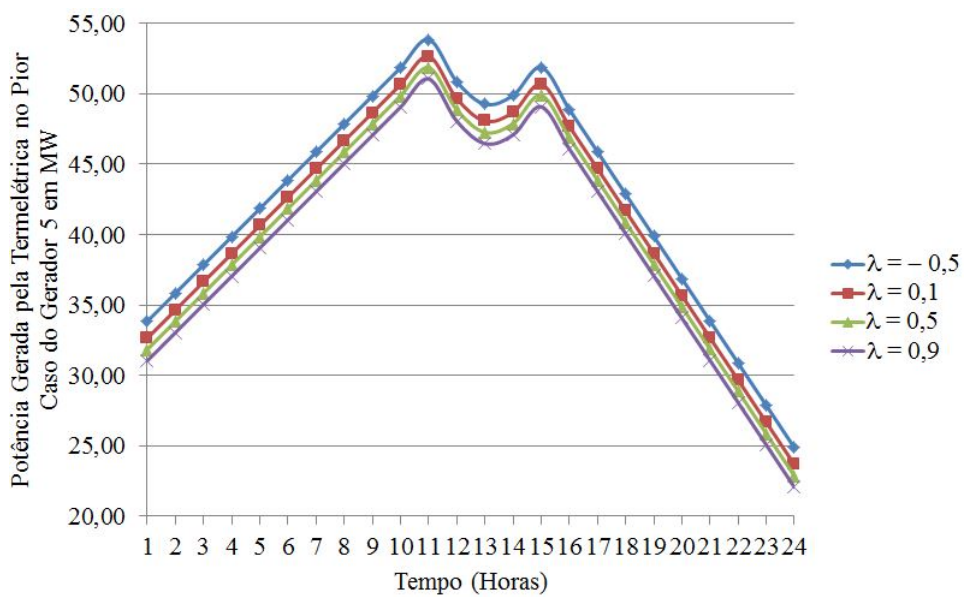


Figura 5.6: Potência Termelétrica, em MW, fornecida pelo Gerador 5 no Pior Caso.

Portanto, esses dois casos apresentados representam os extremos do modelo robusto. Embora existam infinitas possibilidades para a ocorrência da

geração de energia eólica no intervalo de  $[\underline{R}_{w,t}, \overline{R}_{w,t}]$ , onde  $\underline{R}_{w,t}$  e  $\overline{R}_{w,t}$  são as capacidades mínima e máxima para fornecimento de potência do parque eólico  $w$  no período de tempo  $t$ , respectivamente, o cenário de geração no pior caso ocorre nos valores extremos de  $\{\underline{R}_{w,t}, \overline{R}_{w,t}\}$ , que são possivelmente os vértices do conjunto incerto, conforme estabelecido por Bertsimas *et al.* [31], Zhao e Guan [134].

Observa-se no cenário de pior caso, o aumento da participação dos geradores termelétricos 2 e 5, a medida em que diminui a covariância espacial entre os parques eólicos, conforme os gráficos 5.5 e 5.6, respectivamente, implica no aumento do custo total da geração.

Quanto aos demais geradores termelétricos 1, 3 e 4, a potência fornecida permanece com os mesmos valores de participação mostrados pela Tabela 5.3, independentemente dos valores da covariância espacial.

Supondo que o valor de  $\Gamma$  esteja entre 0 a 2, obtêm-se as curvas  $\Gamma$  das Figuras 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, com os valores ótimos da função objetivo para as situações as quais ocorrem covariâncias espaciais forte, moderada, fraca e negativa, respectivamente, para o fornecimento de potência entre os parques eólicos. Observa-se nas curvas o valor da função objetivo para o modelo determinístico US\$ 160.255,51, isto é,  $\Gamma = 0$ , e os valores da função objetivo para o modelo robusto nos cenários dos piores casos, isto é,  $\Gamma = 2$ , e coeficiente de correlação temporal  $\rho = 0,0$ , são US\$ 275.569,89; US\$ 277.133,63; US\$278.697,45 e US\$ 281.043,31, respectivamente e o coeficientes de correlação temporal  $\rho = 1,0$ , são US\$ 222.045,98; US\$ 222.673,56; US\$ 223.316,42 e US\$ 224.280,75, respectivamente.

Estes resultados mostram o aumento do custo da geração em função do

aumento da provisão da incerteza  $\Gamma$  ou do grau de proteção contra a incerteza. Também observa-se a influência da correlação temporal, ou seja, aumentando-se o valor de  $\rho$  os custos da geração diminuem. Esse comportamento é ilustrado nas Figuras 5.7, 5.8, 5.9, 5.10.

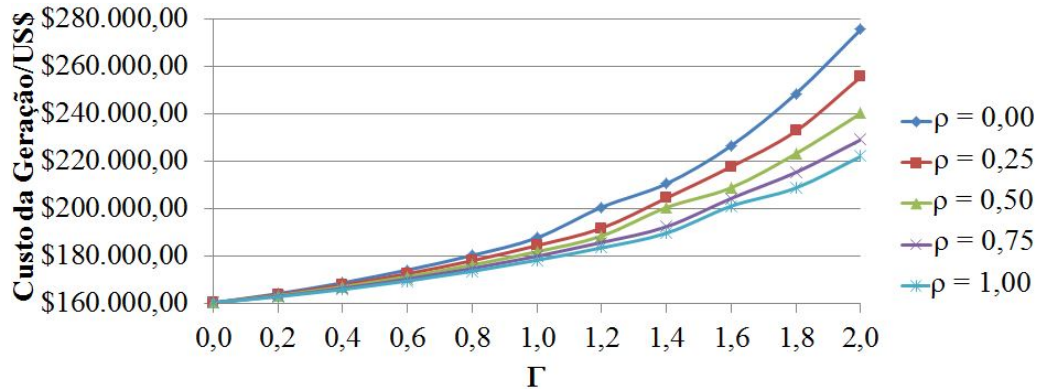


Figura 5.7: Curva  $\Gamma$  do Valor da Função Objetivo com Forte Covariância Espacial.

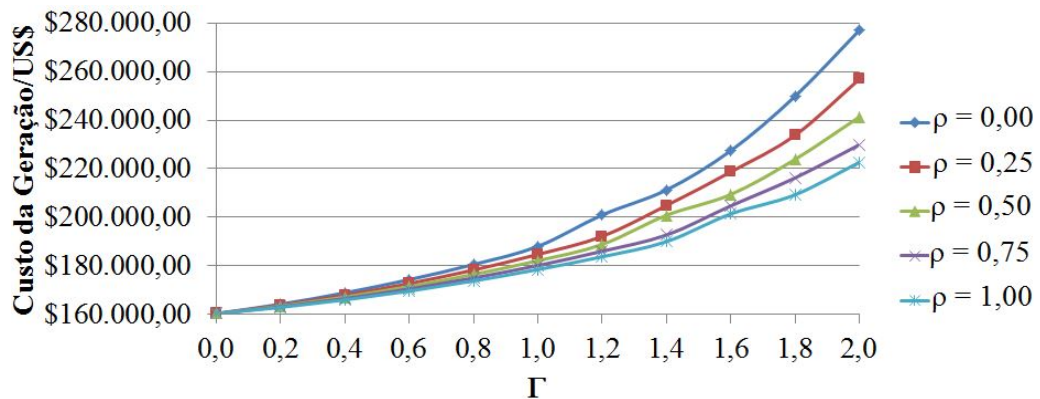


Figura 5.8: Curva  $\Gamma$  do Valor da Função Objetivo com Moderada Covariância Espacial.

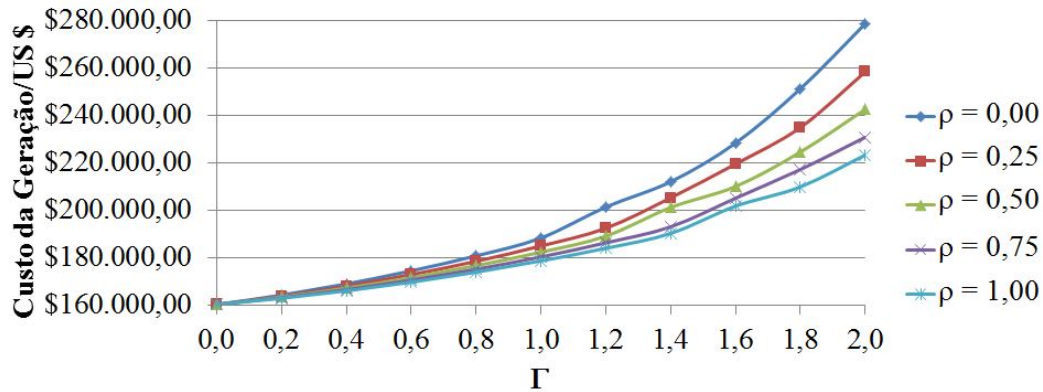


Figura 5.9: Curva  $\Gamma$  do Valor da Função Objetivo com Fraca Covariância Espacial.

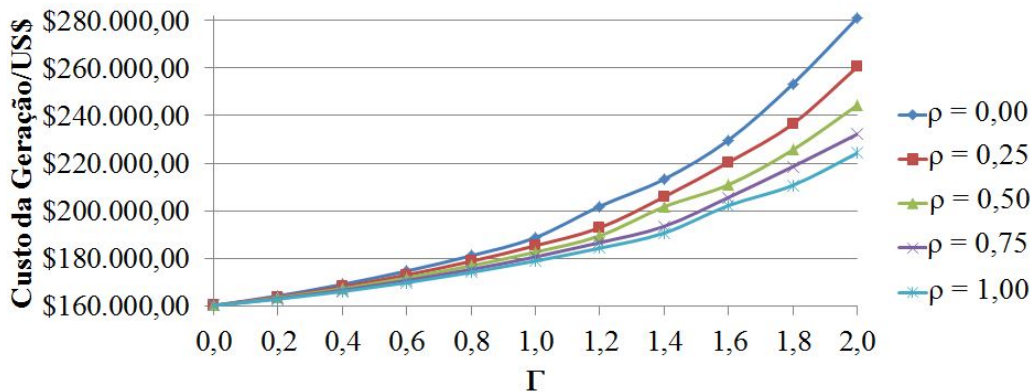


Figura 5.10: Curva  $\Gamma$  do Valor da Função Objetivo com Covariância Espacial Negativa.

Em outras palavras, o grau de conservadorismo  $\alpha$  sofre um aumento de 0 para 72,0 %, 73,0 %, 74,0 % e 75,0 % nos piores casos sem nenhuma correlação temporal e de 0 para 38,5 %, 39,0 %, 39,4 % e 40,0 % nos piores casos com correlação temporal perfeita. Isto implica que o custo da geração diminui com o aumento de  $\rho$  a medida que uma correlação temporal mais forte entre os parques eólicos é levada em consideração ao se empregar um alto  $\rho$ , com o propósito de melhorar a otimalidade da solução.

As curvas  $\rho_{j,k,t}$  nas Figuras 5.11, 5.12, 5.13, 5.14 mostram a diminuição do



grau de conservadorismo  $\alpha$  com o aumento da correlação temporal entre os parques eólicos. Também evidencia como o aumento da provisão da incerteza implica no aumento do grau de conservadorismo.

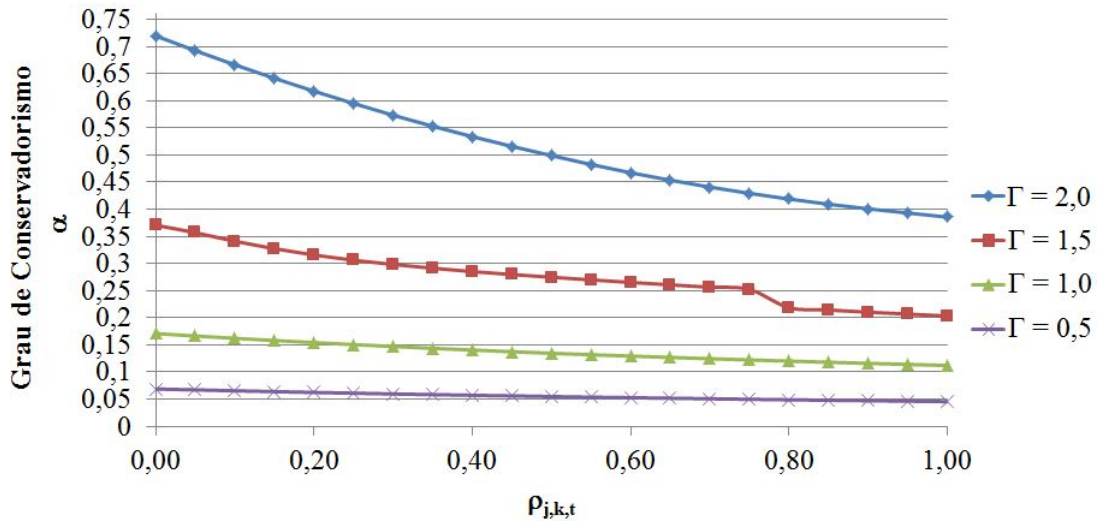


Figura 5.11: Curva  $\rho$  do Grau de Conservadorismo da Solução com Forte Covariância Espacial.

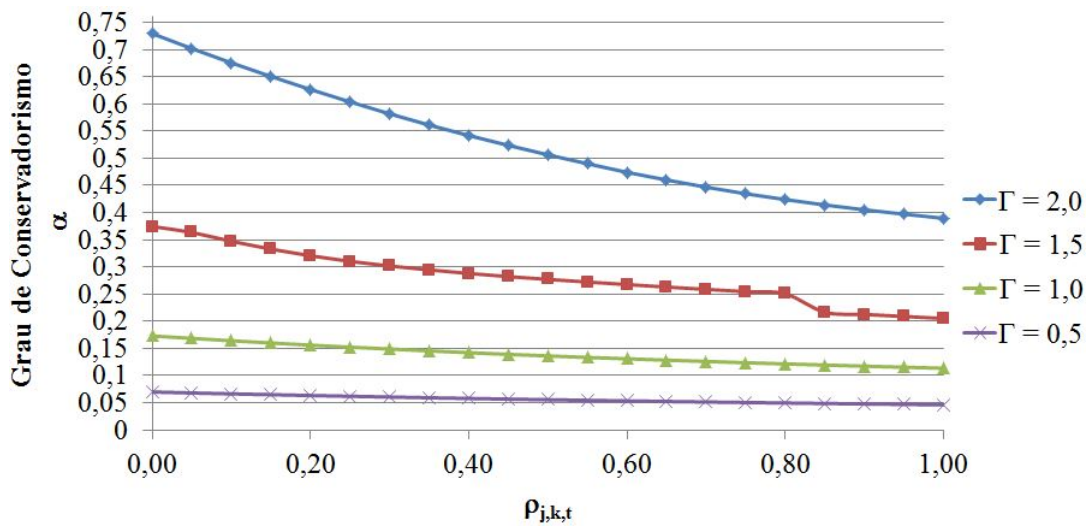


Figura 5.12: Curva  $\rho$  do Grau de Conservadorismo da Solução com Moderada Covariância Espacial.

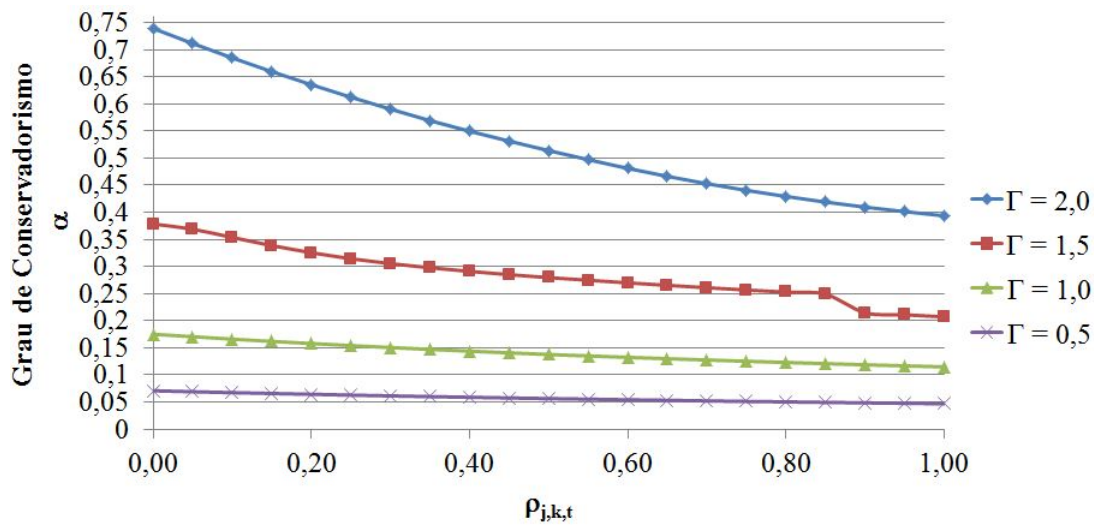


Figura 5.13: Curva  $\rho$  do Grau de Conservadorismo da Solução com Fraca Covariância Espacial.

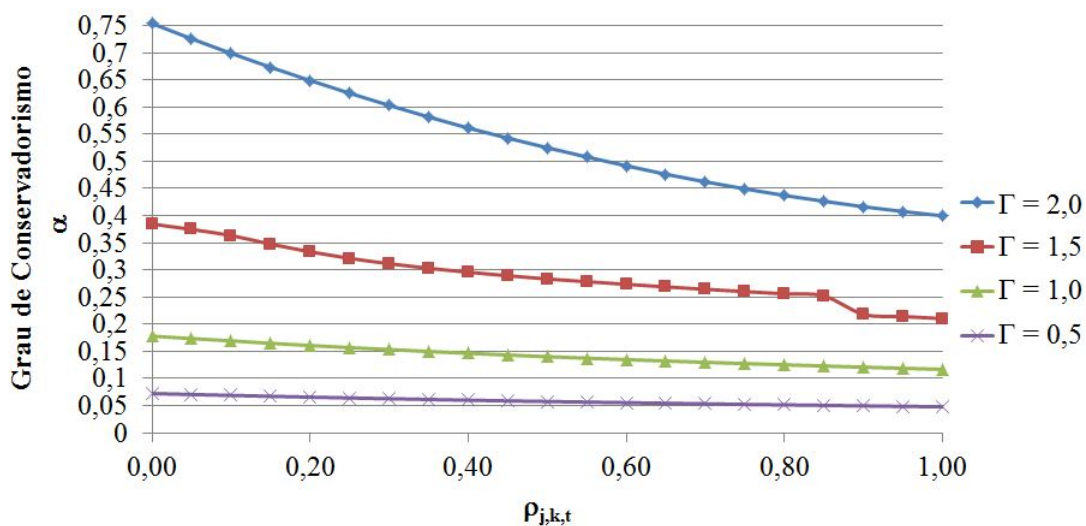


Figura 5.14: Curva  $\rho$  do Grau de Conservadorismo da Solução com Covariância Espacial Negativa.

Sumariadamente, a curva  $\Gamma$  estabelece uma relação de custo/benefício entre a geração e a robustez para a incerteza e a tomada de decisão permite flexibilidade no ajuste da robustez em relação ao nível de conservadorismo desejado da solução ótima.

## 5.2 Sistema Interconectado com 6 Barramentos

Uma simulação do modelo robusto para o problema de designação de geradores foi realizada em um sistema interconectado com 6 barramentos. Este sistema de potência é composto de três geradores termelétricos: G1, G2 e G3 e três parques eólicos: W1, W2 e W3 conforme mostrado na Figura 5.15:

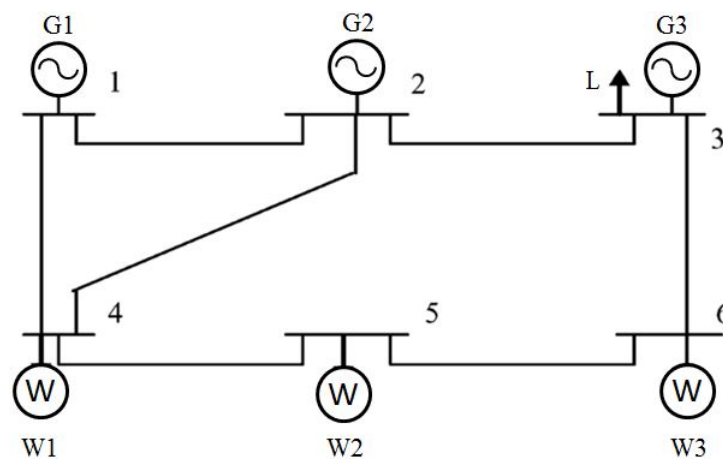


Figura 5.15: Diagrama Unifilar do Sistema com Seis Barramentos [135].

As características individuais dos três geradores termelétricos estão expressadas por meio dos parâmetros mostrados na Tabela 5.4. Onde as capacidades de geração máxima e mínima de cada um são especificadas nas colunas  $P_{max}$  e  $P_{min}$  respectivamente, os coeficientes para as curvas quadráticas de custo para geração são especificadas nas colunas  $a$ ,  $b$  e  $c$ , as taxas para rampa de subida e de descida para a geração estão especificadas nas colunas  $RU$  e  $RD$  respectivamente.

Tabela 5.4: Características dos Geradores Termelétricos [135].

|    | Pmax<br>(MW) | Pmin<br>(MW) | a<br>(\$) | b<br>(\$/MWh) | c<br>(\$/MW <sup>2</sup> h) | RU<br>(MW/h) | RD<br>(MW/h) |
|----|--------------|--------------|-----------|---------------|-----------------------------|--------------|--------------|
| G1 | 220          | 100          | 176,95    | 13,51         | 0,00045                     | 4            | 4            |
| G2 | 100          | 10           | 129,97    | 32,63         | 0,00100                     | 3            | 2            |
| G3 | 100          | 10           | 137,41    | 17,69         | 0,00500                     | 1            | 1            |

onde  $RU_i$  é a taxa máxima para rampa de subida, em MW/h, do gerador  $i$  e  $RD_i$  é a taxa máxima para rampa de descida, em MW/h, do gerador  $i$ .

A curva de demanda elétrica ao longo do período de 24 horas, em um dia útil, utilizada na simulação, está ilustrada na Figura 5.16, a qual evidencia um pico máximo de consumo bem definido ocorrendo no horário entre 15h e 16h.

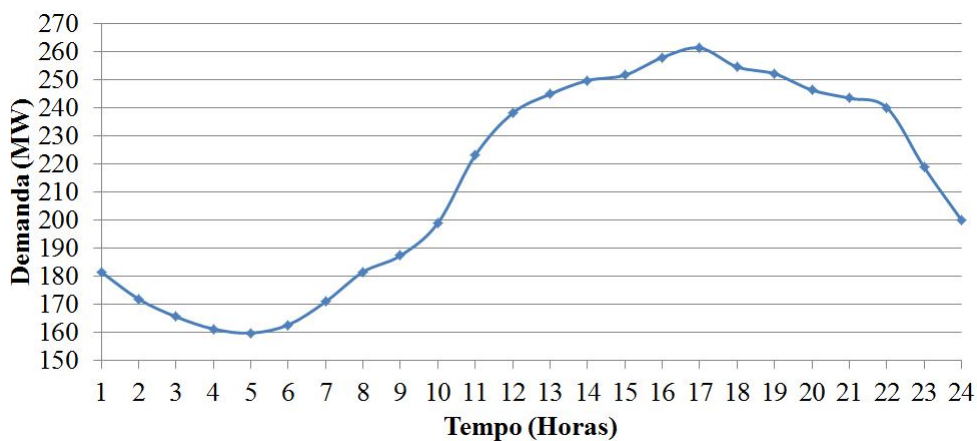


Figura 5.16: Demanda da Carga [135].

A matriz de covariância espacial entre os três parques eólicos é dada como sendo:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

As curvas de geração previstas para três parques eólicos geograficamente dispersos estão mostrados na Figura 5.17.

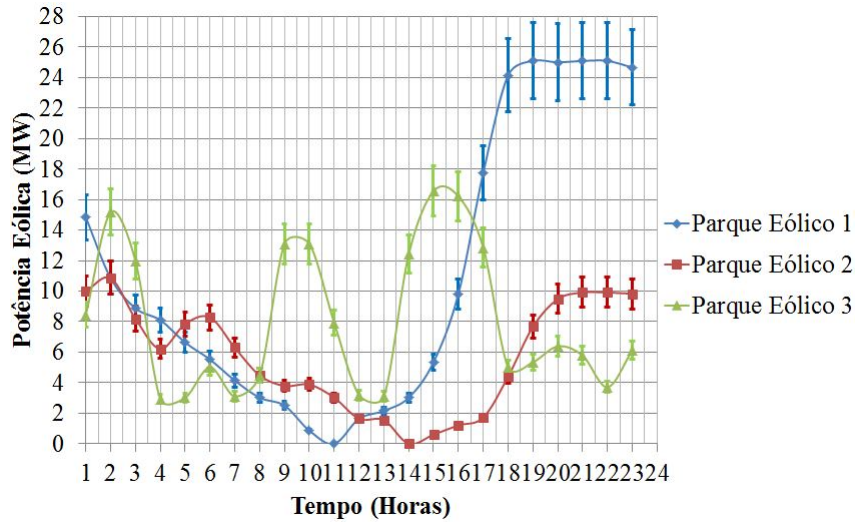


Figura 5.17: Geração de Energia Eólica Prevista para os Três Parques Eólicos [135].

Do mesmo modo que na primeira simulação quando  $\Gamma = 0$ , o modelo ótimo robusto é equivalente ao modelo ótimo determinístico tradicional. Quando  $\Gamma = N_w = 3$ , o modelo robusto é apenas a designação ótima sem considerar a provisão da incerteza. Portanto, os dois modelos apresentados são os casos especiais.

Atribuindo valores para  $\Gamma$  entre 0 e 3, obtêm-se as curvas  $\Gamma$  ótimas nas Figuras 5.18 e 5.19 do valor ótimo da geração para a função objetivo, considerando a correlação temporal entre os parques eólicos nula, isto é  $\rho = 0$  e perfeita, isto é,  $\rho = 1$ , respectivamente.

Fica evidenciado que o valor ótimo para a geração no modelo determinístico é U\$66.585,88, escolhendo  $\Gamma$  igual a 0, e os valores ótimos para a geração nos piores casos são U\$68.214,16 e U\$67.707,75, com correlação

temporal nula e perfeita, com  $\Gamma$  sendo 3.

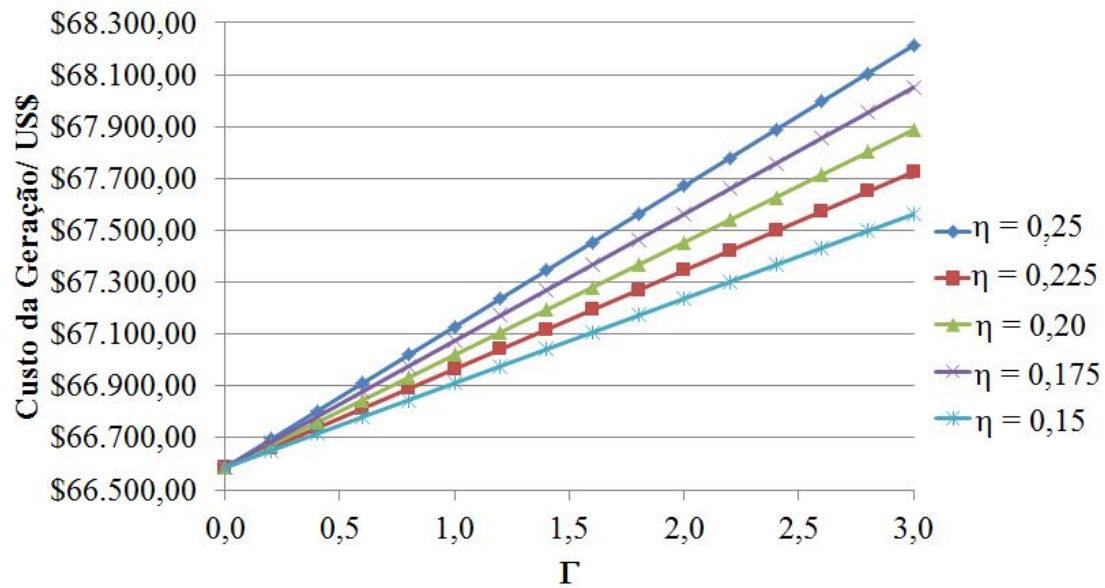


Figura 5.18: Curva  $\Gamma$  dos Valores Ótimos da Função Objetivo sem Correlação Temporal  $\rho = 0$ .

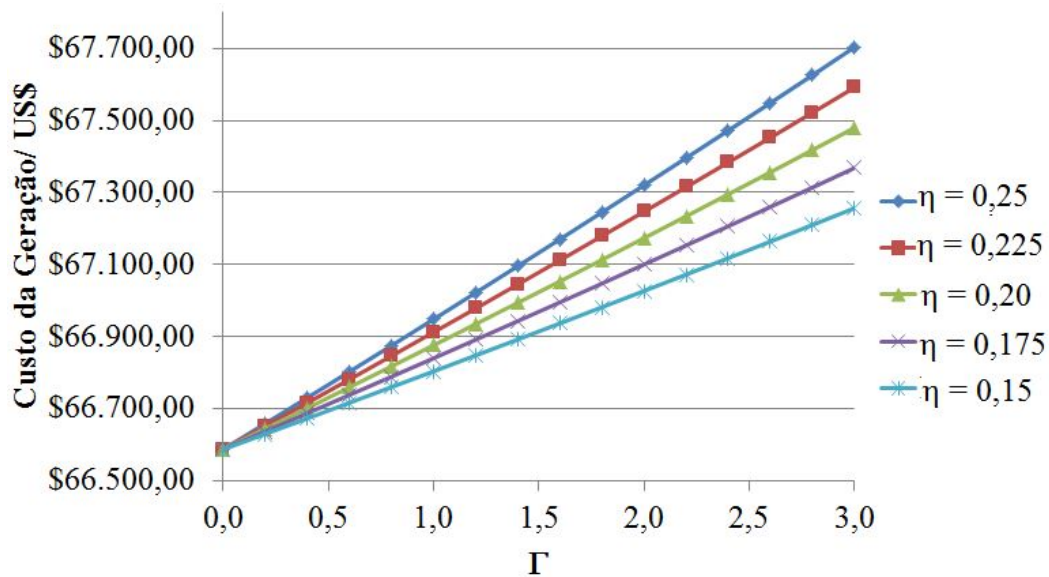


Figura 5.19: Curva  $\Gamma$  dos Valores Ótimos da Função Objetivo com Correlação Temporal Perfeita  $\rho = 1$ .

Em outras palavras, o grau de conservadorismo  $\alpha$  aumenta de 0 para 2,45 % com correlação temporal nula e de 0 para 1,68% com correlação temporal perfeita. Isto implica que o custo da geração aumenta com o aumento de  $\Gamma$  e, considerando-se uma maior robustez pelo uso de um  $\Gamma$  elevado sacrifica-se a otimalidade da solução simultaneamente.

Além disso, com o aumento do grau de incerteza  $\eta$ , mais custo da geração será sacrificado para o mesmo  $\Gamma$ . Pode ser observado a partir das Figuras 5.20 e 5.21 que o grau de conservadorismo  $\alpha$  é cerca de 1,0 % quando  $\Gamma = 3$  e  $\eta = 0,15$ , enquanto  $\alpha$  está em torno de 1,7 % quando  $\Gamma = 3$  e  $\eta = 0,25$ , para o caso onde a correlação temporal é nula e  $\alpha$  é cerca de 1,5% quando  $\Gamma = 3$  e  $\eta = 0,15$ , enquanto  $\alpha$  está em torno de 2,5% quando  $\Gamma = 3$  e  $\eta = 0,25$  para o caso onde ocorre a correlação temporal perfeita.

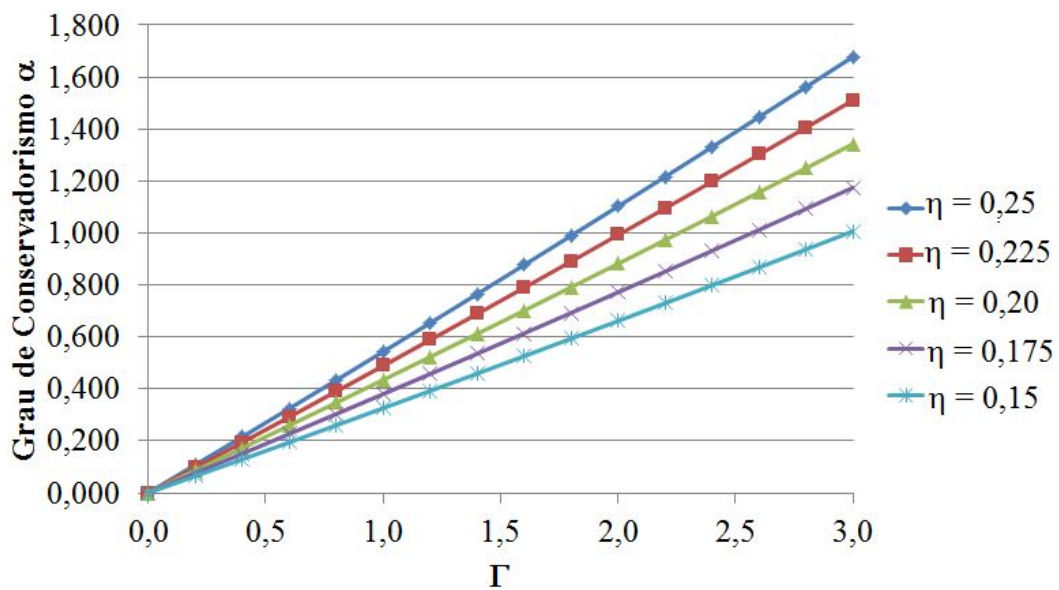


Figura 5.20: Curva  $\Gamma$  do Grau de Conservadorismo sem Correlação Temporal  $\rho = 0$ .

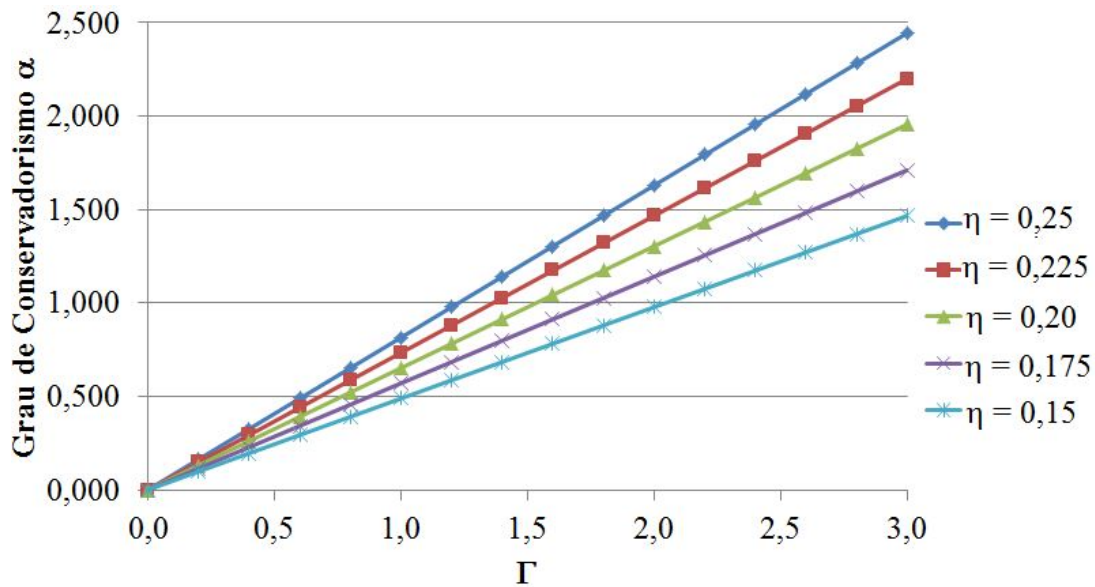


Figura 5.21: Curva  $\Gamma$  do Grau de Conservadorismo com Correlação Temporal Perfeita  $\rho = 1$ .

A potência fornecida pelos três geradores termelétricos, mostrada nas Figuras 5.22, 5.23, 5.24, evidencia que o aumento de  $\Gamma$  não modifica a potência fornecida pelos geradores 2 e 3 que permanecem constantes, mas a saída do gerador 1 aumenta.

O fator de participação dos três geradores termelétricos apresentados nas Figuras 5.25, 5.26, 5.27 evidencia que o aumento de  $\Gamma$  provoca um aumento na participação dos geradores termelétricos no problema.

Portanto a curva  $\Gamma$  estabelece uma relação de custo/benefício entre o custo de geração e a robustez para a incerteza. A tomada de decisão exhibe flexibilidade para ajustar a robustez da incerteza e o conservadorismo da solução ótima.



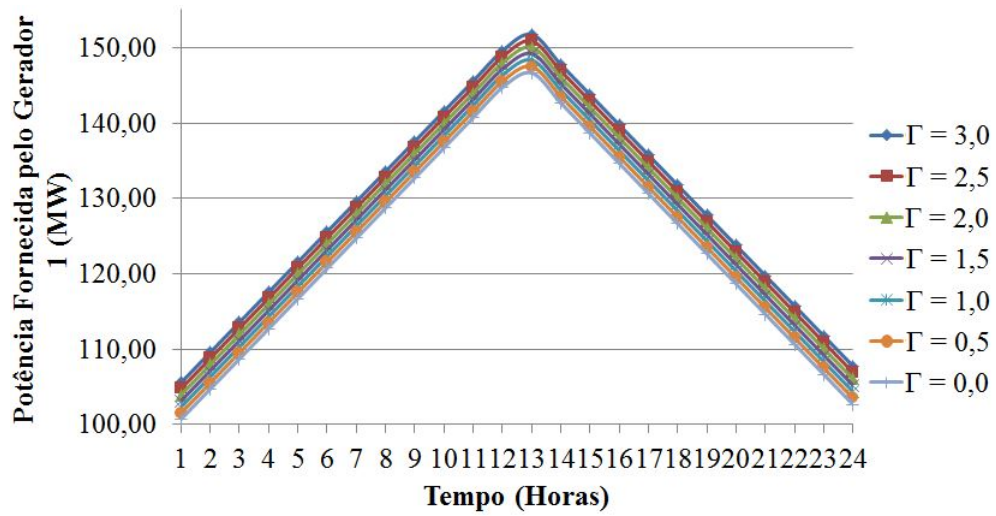


Figura 5.22: Potência Fornecida pelo Gerador Termelétrico 1.

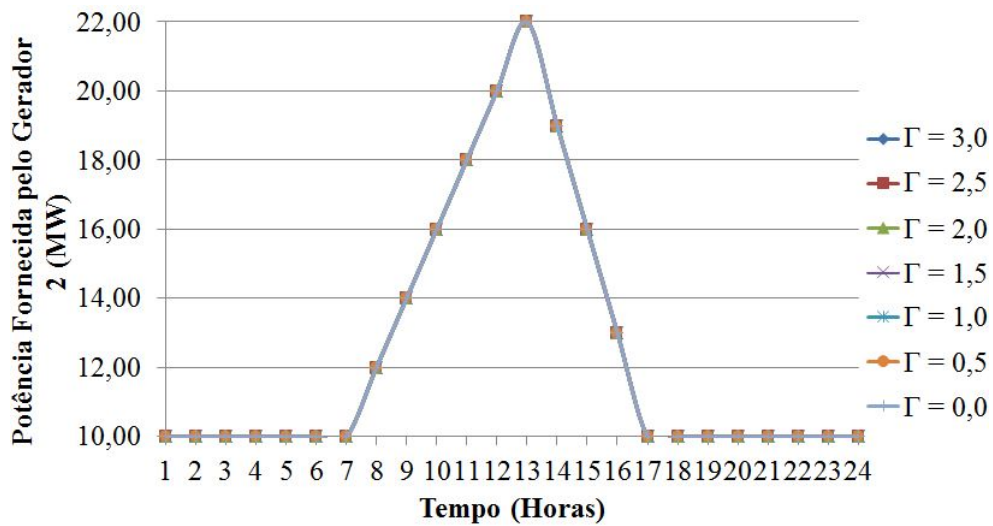


Figura 5.23: Potência Fornecida pelo Gerador Termelétrico 2.

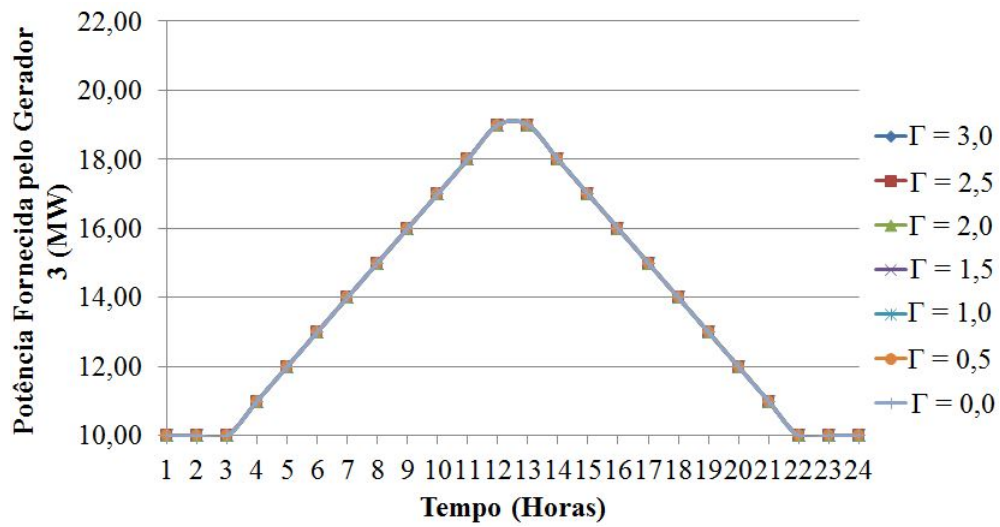


Figura 5.24: Potência Fornecida pelo Gerador Termelétrico 3.

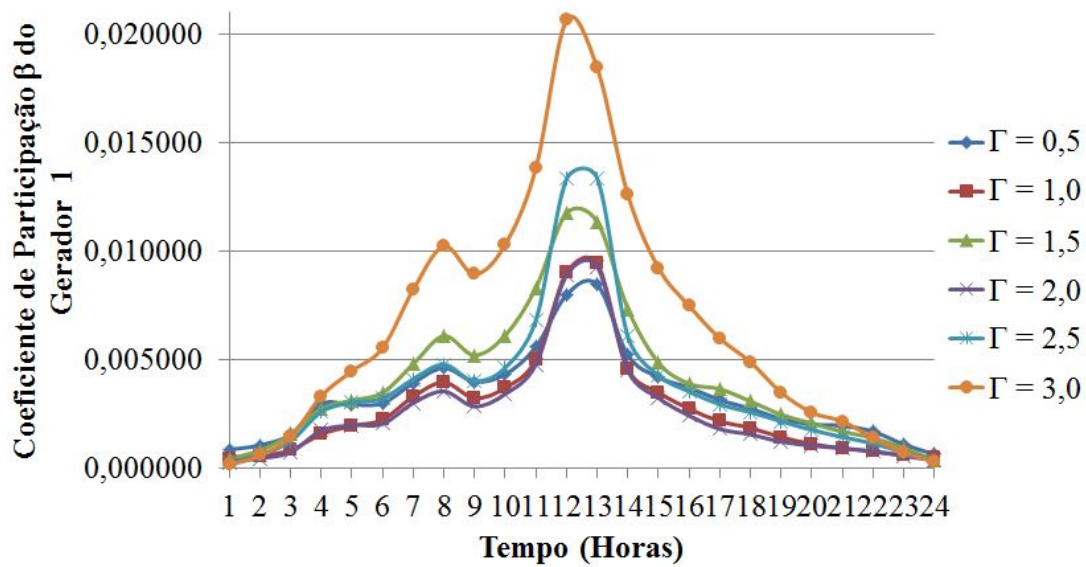


Figura 5.25: Comportamento do Fator de Participação  $\beta$  do Gerador Termelétrico 1.

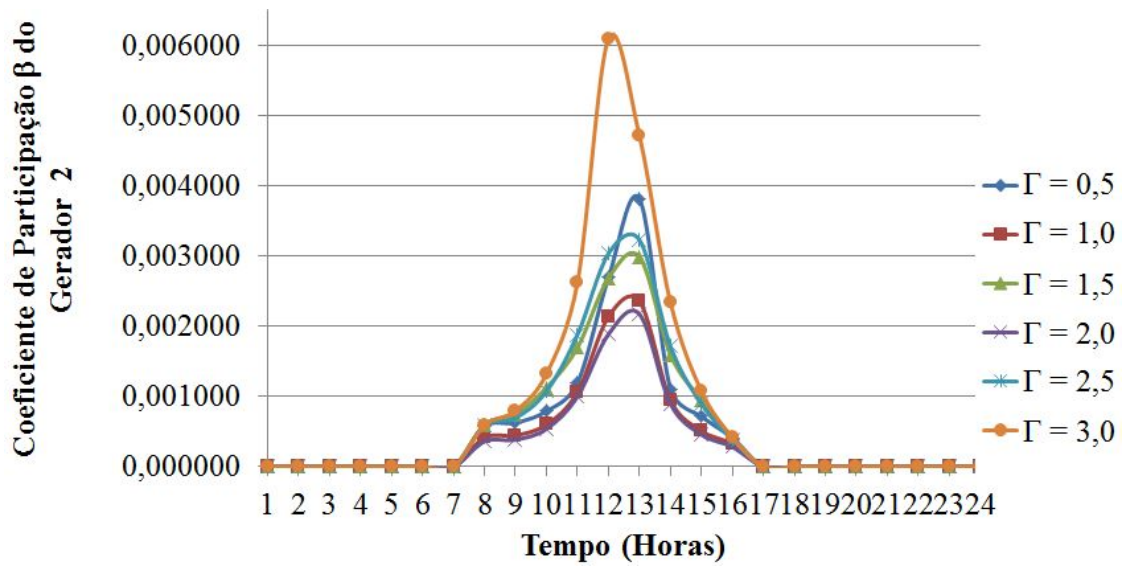


Figura 5.26: Comportamento do Fator de Participação  $\beta$  do Gerador Termelétrico 2.

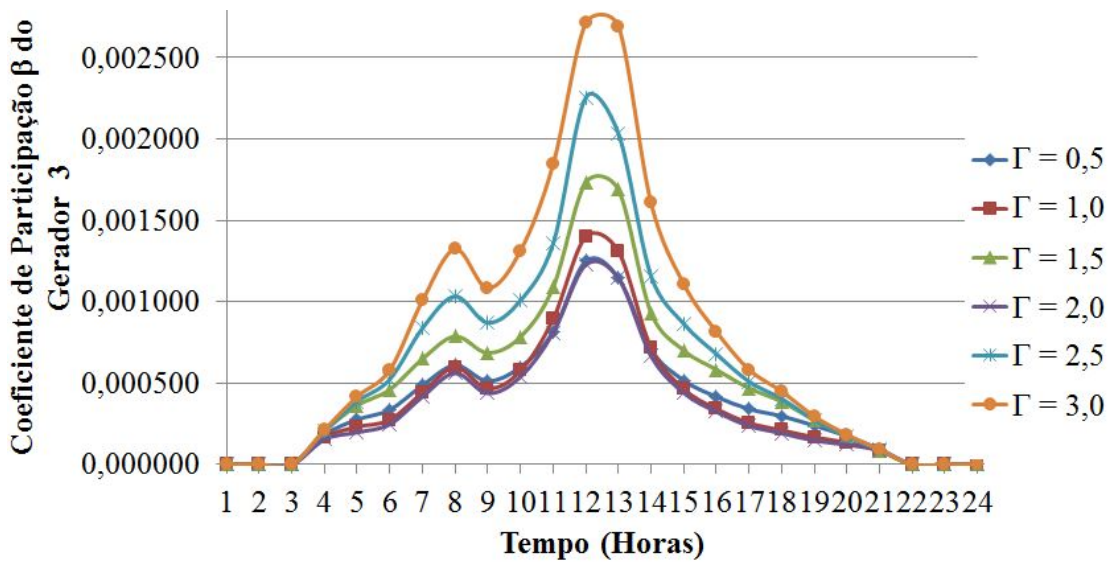


Figura 5.27: Comportamento do Fator de Participação  $\beta$  do Gerador Termelétrico 3.

# Capítulo 6

## Conclusões

Esta Tese investigou o problema da designação de geradores modelado como um problema de planejamento considerando incertezas correlacionadas. Especificamente as incertezas correlacionadas presentes nas potências geradas por parques eólicos inferidas por um conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado nos casos onde existam correlações espaço-temporais.

A partir dos resultados obtidos através da simulação numérica, observou-se que na existência de uma considerável correlação entre a geração de potência eólica, a otimização robusta leva a soluções superiores quando comparada ao modelo determinístico convencional que previne contra perturbações não correlacionadas.

Além disso, os resultados revelaram que são obtidos desempenhos superiores a medida em que os valores de correlação entre a geração dos parques eólicos aumentam.

Neste modelo, o grau de incerteza foi utilizado proporcionando uma relação de custo/benefício entre a robustez e a otimalidade da solução ótima e

este foi convertido em um modelo de programação quadrática convexo, com restrições derivada da segurança da operação do sistema.

Outra constatação foi a de que o conjunto incerto do tipo poliédrico correlacionado permitiu considerar diretamente a correlação espacial e temporal das incertezas entre as potências geradas por parques eólicos distintos.

A partir dos resultados é possível afirmar que esta Tese mostra a otimização robusta como sendo uma boa alternativa para a solução do problema da designação de geradores com inserção de energia eólica.

Como conclusão, a aplicação da otimização robusta ao problema da designação de geradores pode ser considerada uma técnica eficaz para um ambiente contendo dados sujeitos a incerteza correlacionada. As correlações entre a velocidade do vento causam um importante impacto na avaliação dos custos em sistemas de potência com parques eólicos.

## **6.1 Trabalhos Futuros**

Como pesquisas futuras, sugere-se a inclusão de restrições que limitem a capacidade de transmissão dos barramentos do sistemas de potência e de outros tipos de energias renováveis, tais como células fotovoltaicas. Além disso, recomenda-se a simulação de modelos abordando a Programação Estocástica para efeito de comparação que não constam nesta Tese.

# Referências Bibliográficas

- [1] ENGINEERING, N. A. of. *"Greatest engineering achievements of the 20th century"*. <http://www.greatachievements.org/>: [s.n.], 2015. Disponível em: <<http://www.greatachievements.org/>>.
- [2] INSTITUTE, E. E. Key facts about the electric power industry. 2013.
- [3] (EIA), U. E. I. A. *Annual Energy Outlook 2016*. [S.l.], 2016.
- [4] SIOSHANSI, F. P. *Future of Utilities Utilities of the Future How Technological Innovations in Distributed Energy Resources Will Reshape the Electric Power Sector*. [S.l.]: Academic Press, 2016. 1–21 p.
- [5] RUIZ P. A.; PHILBRICK, C. R.; ZAK, E.; CHEUNG K. W.; SAUER, P. W. Uncertainty management in the unit commitment problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 24, n. 2, p. 642–651, May 2009.
- [6] WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. *Power Generation Operation and Control*. 2nd. ed. [S.l.]: John Wiley and Sons, 1996.
- [7] ABRAHAMSSON, M. *Uncertainty in Quantitative Risk Analysis - Characterisation and Methods of Treatment*. [S.l.], 2002.

- [8] GARPUR. *State of the Art on Reliability Assessment in Power Systems*. [S.l.], 2014.
- [9] HEYLEN, E.; HERTEM, D. V. Importance and difficulties of comparing reliability criteria and the assessment of reliability. In: *IEEE Young Researchers Symposium*. [S.l.: s.n.], 2014.
- [10] HEYLEN E.; LABEEUW, W.; DECONINCK, G.; HERTEM, D. V. Framework for evaluating and comparing performance of power system reliability criteria. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 31, n. 6, p. 5153–5162, November 2016.
- [11] LI, W.; BILLINTON, R. Effect of bus load uncertainty and correlation in composite system adequacy evaluation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 4, p. 1522–1529, November 1991.
- [12] BILLINTON, R.; ALLAN, R. N. Power system reliability in perspective. *Electronics and Power*, v. 30, n. 3, p. 231–236, March 1984.
- [13] ZHAI D.; BREIPOHL, A.; LEE, F.; ADAPA, R. The effect of load uncertainty on unit commitment risk. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 1, p. 510–517, February 1994.
- [14] LOBO, M. G.; SANCHEZ, I. Regional wind power forecasting based on smoothing techniques, with application to the spanish peninsular system. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 27, n. 4, p. 1990–1997, November 2012.

- [15] MAHONEY, W. P.; PARKS, K.; HAUPT, S. E. A wind power forecasting system to optimize grid integration. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, v. 3, n. 4, p. 670–682, October 2012.
- [16] BABU, N. R.; ARULMOZHIVARMAN, P. Improving forecast accuracy of wind speed using wavelet transform and neural networks. *Journal of Electrical Engineering and Technology*, v. 8, n. 3, p. 559–564, May 2013.
- [17] SÖDER, L. Reserve margin planning in a wind-hydro-thermal power system. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 2, p. 564–571, May 1993.
- [18] DOHERTY, R.; O'MALLEY, M. A new approach to quantify reserve demand in systems with significant installed wind capacity. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 2, p. 587–595, May 2005.
- [19] ORTEGA-VAZQUEZ, M. A.; KIRSCHEN, D. S. Estimating the spinning reserve requirements in systems with significant wind power generation penetration. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 24, n. 1, p. 114–124, February 2009.
- [20] CARPENTIER P.; GOHEN, G.; CULIOLI, J.-C.; RENAUD, A. Stochastic optimization of unit commitment : a new decomposition framework. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 2, p. 1067–1073, May 1996.
- [21] WANG, J.; SHAHIDEHPOUR, M.; LI, Z. Security-constrained unit commitment with volatile wind power generation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 3, p. 1319–1327, August 2008.



- [22] STURT, A.; STRBAC, G. Efficient stochastic scheduling for simulation of wind-integrated power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 27, n. 1, p. 323–334, February 2012.
- [23] LIU, X. Combined heat and power dispatch with wind power: A stochastic model and solutions. In: *IEEE Power and Energy Society General Meeting*. [S.l.: s.n.], 2010.
- [24] TUOHY A.; MEIBOM, P.; DENNY, E.; O'MALLEY, M. Benefits of stochastic scheduling for power systems with significant installed wind power. In: *Proceedings of the 10th International Confiability Probabilistic Methods Applied to Power Systems*. [S.l.]: IEEE, 2008.
- [25] TUOHY A.; MEIBOM, P.; DENNY, E.; O'MALLEY, M. Unit commitment for systems with significant wind penetration. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 24, n. 2, p. 592–601, May 2009.
- [26] RUIZ, P. A.; PHILBRICK, C. R.; SAUER, P. W. Wind power day-ahead uncertainty management through stochastic unit commitment policies. In: *IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–9.
- [27] ELDIN, A. S.; EL-SAYED, M. A. H.; YOUSSEF, H. K. M. A two-stage genetic based technique for the unit commitment optimization problem. In: *12th International Middle East Power System Conference, MEPCON*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 425–430.
- [28] JIANG R.; ZHANG, M.; LI, G.; GUAN, Y. *Two-Stage Robust Power Grid Optimization Problem*. [S.l.], 2010.

- [29] WANG Q.; GUAN, Y.; WANG, J. A chance-constrained two-stage stochastic program for unit commitment with uncertain wind power output. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 27, n. 1, p. 206–215, February 2012.
- [30] JIANG, R.; WANG, J.; GUAN, Y. Robust unit commitment with wind power and pumped storage hydro. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 27, n. 2, p. 800–810, May 2012.
- [31] BERTSIMAS D.; LITVINOV, E.; SUN X. A.; ZHAO, J.; ZHENG, T. Adaptive robust optimization for the security constrained unit commitment problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 28, n. 1, p. 52–63, March 2013.
- [32] VENKATESH B.; YU, P.; GOOI, H. B.; CHOLING, D. Fuzzy MILP unit commitment incorporating wind generators. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 4, p. 1738–1746, November 2008.
- [33] BOMBACINI, M. R.; RIBEIRO, A. A. Designação robusta de geradores com restrições de segurança para geração volátil de energia eólica. In: *Anais do XVIII Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha*. [S.l.: s.n.], 2016. (Blucher Marine Engineering Proceedings, 1), p. 196–207.
- [34] BOMBACINI, M. R.; RIBEIRO, A. A. Aplicação da otimização robusta com conjuntos incertos dinâmicos no problema da designação de geradores com geração eólica. In: *XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. [S.l.: s.n.], 2015. (PO na Área de Energia), p. 940–951.
- [35] BOMBACINI, M. R.; RIBEIRO, A. A. Otimização robusta aplicada a programação de geradores termelétricos integrando energia eólica. *Revista SODEBRAS*, v. 12, n. 135, p. 150–154, Março 2017. ISSN 1809-2957.

- [36] BOMBACINI, M. R.; RIBEIRO, A. A. Robust generation scheduling with polyhedral correlated uncertainty sets. *International Journal of Advanced Engineering Research and Science (IJAERS)*, 2017. International Journal of Advanced Engineering Research and Science (IJAERS).
- [37] JALILVAND-NEJAD, A.; SHAFAEI, R.; SHAHRIARI, S. Robust optimization under correlated polyhedral uncertainty set. *Computers and Industrial Engineering*, v. 92, p. 82–94, February 2016.
- [38] LI, C. *Unit Commitment with Uncertainty*. Tese (Phd Thesis) — Arizona State University, December 2016.
- [39] PANG, C. K.; CHEN, H. C. Optimal short-term thermal unit commitment. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-95, n. 4, p. 1336–1346, July-August 1976.
- [40] AYOUB, A. K.; PATTON, A. D. Optimal thermal generating unit commitment. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-90, n. 4, p. 1752–1756, July 1971.
- [41] HARA, K.; KIMURA, M.; HONDA, N. A method for planning economic unit commitment and maintenance of thermal power systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-85, n. 5, p. 427–436, May 1966.
- [42] KERR, R. H.; SCHEIDT, J. L.; WILEY, J. K. Unit commitment. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-85, n. 5, p. 417–421, May 1966.

- [43] SHAW, J. J. A direct method for security-constrained unit commitment. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 3, p. 1329–1342, August 1995.
- [44] FOTUHI-FIRUZABAD, M.; BILLINTON, R. Unit commitment health analysis in composite generation and transmission systems considering stand-by units. *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, v. 146, n. 2, p. 1350–2360, March 1999.
- [45] LEI, X.; LERCH, E.; XIE, C. Y. Frequency security constrained short-term unit commitment. *Electric Power Systems Research*, v. 60, n. 3, p. 193–200, January 2002.
- [46] NAVARRO, R. Short and medium term operation planning in electric power systems. In: *IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition*. [S.I.]: IEEE, 2009.
- [47] MUCKSTADT, A.; KOENIG, S. A. An application of lagrangian relaxation to scheduling in power-generation systems. *Operations Research*, v. 25, n. 3, p. 387–403, 1977.
- [48] TAKRITI, S.; BIRGE, J. R.; LONG, E. A stochastic model for the unit commitment problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 3, p. 1497–1508, August 1996.
- [49] VIANA, A.; SOUSA, J. P. de; MATOS, M. Simulated annealing for the unit commitment problem. In: UNIVERSIDADE DO PORTO. *IEEE Power Tech Proceedings*. [S.I.]: IEEE, 2001. v. 2.

- [50] SEN, S.; KOTHARI, D. Optimal thermal generating unit commitment: A review. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, v. 20, n. 7, p. 443–451, October 1998.
- [51] ZHU, J. *Optimization of Power System Operation*. 2nd. ed. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, London, 2009. (IEEE Press Series on Power Engineering).
- [52] PARK J.-D.; KOOK, H.-J.; MOON, Y.-H.; SHIN, C.-G. Unit commitment algorithm considering the effects of economic dispatch. In: *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*. [S.l.]: IEEE, 2000. v. 2, p. 1028–1033.
- [53] PARK, J.-D.; MOON, Y.-H.; KOOK, H.-J. Stochastic analysis of the uncertain hourly load demand applying to unit commitment problem. In: *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 4, p. 2266–2271.
- [54] KADAM D. P.; SONWANE, P. M.; DHOTE, V. P.; KUSHARE, B. E. Fuzzy logic algorithm for unit commitment problem. In: *International Conference on Control, Automation, Communication and Energy Conservation*. [S.l.]: IEEE, 2009. p. 1–4.
- [55] COHEN, A. I.; SHERKAT, V. R. Optimization-based methods for operating scheduling. *Proceedings of the IEEE*, v. 75, n. 12, p. 1574–1591, December 1987.
- [56] SHEBLE, G. B.; FAHD, G. N. Unit commitment literature synopsis. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 1, p. 128–135, February 1994.

- [57] PADHY, N. Unit commitment — a bibliographical survey. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 2, p. 1196–1205, 2004.
- [58] BHARDWAJ A.; KAMBOJ, V. K.; SHUKLA V. K.; SINGH, B.; KHURANA, P. Unit commitment in electrical power system - a literature review. In: *IEEE International Power Engineering and Optimization Conference*. Melaka, Malaysia: IEEE, 2012. (IEEE International Power Engineering and Optimization Conference (PEDCO)), p. 275 – 280.
- [59] TAHANAN M.; ACKOOIJ, W. V.; FRANGIONI, A.; LACALANDRA, F. *Large-Scale Unit Commitment Under Uncertainty : A Literature Survey*. [S.I.], 2014.
- [60] LEE, F. Short-term thermal unit commitment - a new method. *IEEE Transactions on Power System*, v. 3, n. 2, p. 421 – 428, May 1988.
- [61] SNYDER, W. L.; POWELL, H. D.; RAYBURN, J. C. Dynamic programming approach to unit commitment. *IEEE Transactions on Power Systems*, PWRS-2, n. 2, p. 339–348, May 1987.
- [62] HOBBS W. J.; HERMON, G.; WARNER, S.; SHEBLE, G. B. An enhanced dynamic programming approach for unit commitment. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 3, p. 1201–1205, August 1988.
- [63] DAVID, A. K.; WEN, F. Strategic bidding in competitive electricity markets: a literature survey. In: *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting (PES)*. [S.I.: s.n.], 2001. v. 4, p. 2168–2173.

- [64] ALVEY T.; GOODWIN, D.; MA X.; STREIFFERT, D.; SUN, D. A security-constrained bid-clearing system for the New Zealand wholesale electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 2, p. 340–346, May 1998.
- [65] GOOI H. B.; MENDES, D. P.; BELL, K. R. W.; KIRSCHEN, D. S. Optimal scheduling of spinning reserve. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 4, p. 1485–1492, November 1999.
- [66] DEANE, J. P.; DRAYTON, G.; GALLACHOIR, B. P. The impact of sub-hourly modelling in power systems with significant levels of renewable generation. *Applied Energy*, v. 113, p. 152–158, 2014.
- [67] BHATTACHARYA, K.; BOLLEN, M. H. J.; DAALDER, J. E. *Operation of Restructured Power Systems*. [S.l.]: Springer, New York, 2001.
- [68] ARROYO, J. M.; CONEJO, A. J. Optimal response of a thermal unit to an electricity spot market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 3, p. 1098–1104, August 2000.
- [69] BRADLEY, S. P.; HAX, A. C.; MAGNANTI, T. L. *Applied Mathematical Programming*. [S.l.: s.n.], 1977.
- [70] CARRIÓN, M.; ARROYO, J. M. A computationally efficient mixed-integer linear formulation for the thermal unit commitment problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 3, p. 1371–1378, August 2006.
- [71] ATTOH-OKINE, N.; AYYUB, B. *Applied Research in Uncertainty Modeling and Analysis*. [S.l.]: Springer Verlag, 2005. v. 20.

- [72] CONEJO, A. J.; CARRIÓN, M.; MORALES, J. M. *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*. 1. ed. [S.l.]: Springer, Heidelberg, 2010. v. 153. (International Series in Operations Research and Management Science, v. 153).
- [73] AMJADY, N.; KEYNIA, F.; ZAREIPOUR, H. Wind power prediction by a new forecast engine composed of modified hybrid neural network and enhanced particle swarm optimization. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, v. 2, n. 3, p. 265–276, July 2011.
- [74] QUAN H.; SRINIVASAN, D.; KHAMBADKONE A. M.; KHOSRAVI, A. A computational framework for uncertainty integration in stochastic unit commitment with intermittent renewable energy sources. *Applied Energy*, v. 152, p. 71–82, August 2015.
- [75] MAKAROV Y. V.; ETINGOV, P. V.; GUTTROMSON, R. T. Integration of wind generation and load forecast uncertainties into power grid operations. In: *IEEE PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Smart Solutions for a Changing World*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–8.
- [76] SOROUDI, A.; AMRAEE, T. Decision making under uncertainty in energy systems : State of the art. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 28, p. 376–384, December 2013.
- [77] SAMUELSON, P. A.; NORDHAUS, W. D. *Economia*. 19. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 2012.
- [78] DANTZIG, G. B. Linear programming under uncertainty. *Management Science*, v. 1, n. 3 and 4, p. 197–206, April-July 1955.



- [79] ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, v. 8, n. 3, p. 338–353, June 1965.
- [80] BEN-HAIM, Y. *Info-gap decision theory*. Second edition. [S.I.]: Academic Press, 2006.
- [81] SOYSTER, A. L. Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. *Operations Research*, v. 21, n. 5, p. 1154–1157, September-October 1973.
- [82] MOORE, R. E. *Interval Analysis*. [S.I.]: Englewood Cliff, New Jersey: Prentice-Hall, 1966.
- [83] LIU, G.; XU, Y.; TOMSOVIC, K. Bidding strategy for microgrid in day-ahead market based on hybrid stochastic/robust optimization. *IEEE Transactions on Smart Grid*, v. 7, n. 1, p. 227–237, January 2016.
- [84] HUSSAIN, A.; BUI, V.-H.; KIM, H.-M. Robust optimization-based scheduling of multi-microgrids considering uncertainties. *Energies*, v. 9, n. 4, p. 278, April 2016.
- [85] ALHARBI, W.; RAAHEMIFAR, K. Probabilistic coordination of microgrid energy resources operation considering uncertainties. *Electric Power Systems Research*, v. 128, p. 1–10, November 2015.
- [86] LIANG, R. H.; LIAO, J. H. A fuzzy-optimization approach for generation scheduling with wind and solar energy systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 22, n. 4, p. 1665–1674, November 2007.

- [87] PENG C.; XIE, P.; PAN, L.; YU, R. Flexible robust optimization dispatch for hybrid wind/photovoltaic/hydro/thermal power system. *IEEE Transactions on Smart Grid*, v. 7, n. 2, p. 751–762, March 2016.
- [88] AKBARI K.; NASIRI, M. M.; JOLAI, F.; GHADERI, S. F. Optimal investment and unit sizing of distributed energy systems under uncertainty: A robust optimization approach. *Energy and Buildings*, v. 85, p. 275–286, December 2014.
- [89] REZVAN, A. T.; GHARNEH, N. S.; GHAREHPETIAN, G. B. Robust optimization of distributed generation investment in buildings. *Energy*, v. 48, n. 1, p. 455–463, December 2012.
- [90] BEN-TAL A.; GORYASHKO, A.; GUSLITZER, E.; NEMIROVSKI, A. Adjustable robust solutions of uncertain linear programs. *Mathematical Programming*, v. 99, n. 2, p. 351–376, March 2004.
- [91] BERTSIMAS, D.; SIM, M. The price of robustness. *Operations Research*, v. 52, n. 1, p. 35–53, February 2004.
- [92] XIANG, Y.; LIU, J.; LIU, Y. Robust energy management of microgrid with uncertain renewable generation and load. *IEEE Transactions on Smart Grid*, v. 7, n. 2, p. 1034–1043, March 2016.
- [93] KHOSRAVI A.; NAHAVANDI, S.; CREIGHTON, D.; ATIYA, A. F. Lower upper bound estimation method for construction of neural network-based prediction. *IEEE Transactions on Neural Networks*, v. 22, n. 3, p. 337–346, March 2011.

- [94] KHOSRAVI, A.; NAHAVANDI, S.; CREIGHTON, D. Construction of optimal prediction intervals for load forecasting problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 25, n. 3, p. 1496–1503, August 2010.
- [95] ZHENG T.; ZHAO, J.; LITVINOV, E.; ZHAO, F. Robust optimization and its application to power system operation. In: *CIGRE, International Council on Large Electric Systems*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–8.
- [96] JABR, R. A. Adjustable robust OPF with renewable energy sources. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 28, n. 4, p. 4742–4751, November 2013.
- [97] YE H.; WANG, J.; GE Y.; LI, J.; LI, Z. Robust integration of high-level dispatchable renewables in power system operation. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, v. 8, n. 2, p. 826–835, April 2017.
- [98] CICERONE S.; D'ANGELO, G.; STEFANO G.; FRIGIONI, D. D.; NAVARRA, A. Robust algorithms and price of robustness in shunting problems. In: *Proceedings of Seventh Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modeling, Optimization, and Systems*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 175–190.
- [99] AHUJA, R. K.; MÖHRING, R. H.; ZAROLIAGIS, C. D. *Robust and Online Large-Scale Optimization: Models and Techniques for Transportation Systems*. [S.l.]: Springer, 2009.
- [100] BEN-TAL, A.; NEMIROVSKI, A. Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data. *Mathematical Programming*, v. 88, n. 3, p. 411–421, 2000.

- [101] BEN-TAL, A.; NEMIROVSKI, A. Robust truss topology design via semi-definite programming. *SIAM Journal on Optimization*, v. 7, n. 4, p. 991–1016, November 1997.
- [102] BEN-TAL, A.; NEMIROVSKI, A. Robust optimization - methodology and applications. *Mathematical Programming*, v. 92, n. 3, p. 453–480, 2002.
- [103] BEN-TAL, A.; NEMIROVSKI, A. Robust convex optimization. *Mathematics of Operations Research*, v. 23, n. 4, p. 769–805, November 1998.
- [104] BEN-TAL, A.; NEMIROVSKI, A. Robust solutions of uncertain linear programs. *Operations Research Letters*, v. 25, n. 1, p. 1–13, August 1999.
- [105] EL-GHAOUI, L.; LEBRET, H. Robust solutions to least-squares problems with uncertain data. *SIAM Journal of Matrix Analysis and Applications*, v. 18, n. 4, p. 1035–1064, October 1997.
- [106] EL-GHAOUI, L.; OUSTRY, F.; LEBRET, H. Robust solutions to uncertain semidefinite programs. *SIAM Journal of Optimization*, v. 9, n. 1, p. 33–52, 1998.
- [107] LIN, X.; JANAK, S. L.; FLOUDAS, C. A. A new robust optimization approach for scheduling under uncertainty: I. bounded uncertainty. *Computers and Chemical Engineering*, v. 28, n. 6-7, p. 1069–1085, June 2004.
- [108] JANAK, S. L.; LIN, X.; FLOUDAS, C. A. A new robust optimization approach for scheduling under uncertainty: II. uncertainty with known probability distribution. *Computers and Chemical Engineering*, v. 31, n. 3, p. 171–195, January 2007.

- [109] VERDERAME, P. M.; FLOUDAS, C. A. Operational planning of large-scale industrial batch plants under demand due date and amount uncertainty : II.conditional value-at-risk framework. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, v. 49, n. 1, p. 260–275, October 2010.
- [110] VERDERAME P. M.; ELIA, J. A.; LI, J.; FLOUDAS, C. A. Planning and scheduling under uncertainty : A review across multiple sectors. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, v. 49, n. 9, p. 3993–4017, April 2010.
- [111] LI, Z.; IERAPETRITOU, M. Process scheduling under uncertainty : Review and challenges. *Computers and Chemical Engineering*, v. 32, n. 4-5, p. 715–727, April 2008.
- [112] BERTSIMAS, D.; SIM, M. Robust discrete optimization and network flows. *Mathematical Programming*, v. 98, n. 1-3, p. 49–71, 2003.
- [113] BERTSIMAS D., P. D. S. M. Robust linear optimization under general norms. *Operations Research Letters*, v. 32, p. 510–516, 2004.
- [114] BERTSIMAS, D.; SIM, M. Tractable approximations to robust conic optimization problems. *Mathematical Programming*, v. 107, n. 1-2, p. 5–36, 2006.
- [115] BERTSIMAS, D.; THIELE, A. A robust optimization approach to inventory theory. *Operations Research*, v. 54, n. 1, p. 150–168, January-February 2006.
- [116] KOUVELIS, P.; YU, G. *Robust Discret Optimization and Its Applications*. [S.I.]: Kluwer Academic Publi, 1997.

- [117] CHEN, S. G.; LIN, Y. K. An approximate algorithm for the robust design in a stochastic-flow network. *Communication in Statistics-Theory and Methods*, v. 39, n. 13, p. 2440–2454, 2010.
- [118] ATAMTURK, A.; ZHANG, M. Two-stage robust network flow and design under demand uncertainty. *Operations Research*, v. 55, n. 4, p. 662–673, July-August 2007.
- [119] ATAMTURK, A. Strong formulations of robust mixed 0–1 programming. *Mathematical Programming*, v. 108, n. 2-3, p. 235–250, 2007.
- [120] AVERBAKH, I. Minmax regret solutions for minimax optimization problems with uncertainty. *Operations Research Letters*, v. 27, n. 2, p. 57–65, September 2000.
- [121] KASPERSKI, A.; ZIELINSKI, P. An approximation algorithm for interval data minmax regret combinatorial optimization problems. *Information Processing Letters*, v. 97, n. 5, p. 177–180, March 2006.
- [122] CHEN X.; SIM, M.; SUN, P. A robust optimization perspective on stochastic programming. *Operations Research*, v. 55, n. 6, p. 1058–1071, November-December 2007.
- [123] CHEN W.; SIM, M.; SUN, J.; TEO, C.-P. From CVaR to uncertainty set : Implications in chance-constrained optimization. *Operations Research*, v. 58, n. 2, p. 470–485, 2010.
- [124] FISCHETTI, M.; MONACI, M. Light robustness. *Robust and Online Large-Scale Optimization*, v. 5868, p. 61–84, 2008.

- [125] GOH, J.; SIM, M. Distributionally robust optimization and its tractable approximations. *Operations Research*, v. 58, n. 4, p. 902–917, July-August 2010.
- [126] GHAOUI, L. E.; OKS, M.; OUSTRY, F. Worst-case value-at-risk and robust portfolio optimization: A conic programming approach. *Operations Research*, v. 51, n. 4, p. 543–556, 2003.
- [127] CHEN, W.; SIM, M. Goal driven optimization. *Operations Research*, 2009.
- [128] DELAGE, E.; YE, Y. Distributionally robust optimization under moment uncertainty with application to data-driven problems. *Operations Research*, v. 58, n. 3, p. 595–612, May-June 2010.
- [129] BEN-TAL, A.; BERTSIMAS, D.; BROWN, D. B. A soft robust model for optimization under ambiguity. *Operations Research*, v. 58, n. 4, p. 1220–1234, July-August 2010.
- [130] LI, Z.; DING, R.; FLOUDAS, C. A. A comparative theoretical and computational study on robust counterpart optimization: I. robust linear optimization and robust mixed integer linear optimization. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, v. 50, n. 18, p. 10567–10603, 2011.
- [131] YUAN, Y.; LI, Z.; HUANG, B. Robust optimization under correlated uncertainty : Formulations and computational study. *Computers and Chemical Engineering*, v. 85, p. 58–71, February 2016.

- [132] DING T.; BIE, Z.; BAI, L.; LI, F. Adjustable robust optimal power flow with the price of robustness for large-scale power systems. *IET Generation, Transmission and Distribution*, v. 10, n. 1, p. 164–174, January 2016.
- [133] LI Z.; SHAHIDEHPOUR, M.; WU W.; ZENG, B.; ZHANG B.; ZHENG, W. Decentralized multiarea robust generation unit and tie-line scheduling under wind power uncertainty. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, v. 6, n. 4, p. 1377–1388, October 2015.
- [134] ZHAO, C.; GUAN, Y. Unified stochastic and robust unit commitment. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 28, n. 3, p. 3353–3361, August 2013.
- [135] WU, L.; SHAHIDEHPOUR, M.; LI, Z. Comparison of scenario-based and interval optimization approaches to stochastic scuc. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 27, n. 2, p. 913–921, May 2012.



# Apêndice A

## Sistema Interconectado com 12 Barramentos

```
Ng = 5;
Nw = 2;
T = 24;
#___Tabela 5.1: Características dos Geradores Termelétricos___
# Limites de Geração, Taxas de Tampa, e Coeficientes de Custo
#-----
#----- Limites da Geração Termelétrica-----
const Pt_max = [220,100,20,220,100];#(MW)
const Pt_min = [90,10,10,90,10];#(MW)
#----- Coeficientes de Custo -----#
a = [220.5766,161.8684,171.2279,220.5766,161.8684];#($/h)
b = [16.83315,40.62286,21.93312,16.83315,40.62286];#($/MWh)
c = [0.000499,0.001246,0.006231,0.000499,0.001246];#($/MW2h)
```

#----- Taxas de Rampa -----

RD = [4,3,1,4,3];#(MW/h)taxa máxima para rampa de descida

RU = [4,2,1,4,2];#(MW/h)taxa máxima para rampa de subida

#-----

#\_\_\_Figura 5.2: Demanda de Consumo\_\_\_\_\_

Pd = [350.704 376.560 375.472 378.768 382.496 391.168 437.424

464.640 453.696 449.920 525.776 524.960 521.888 517.760

522.976 460.464 416.000 394.784 409.552 379.760 389.296

453.000 452.880 398.000];# [MW]

#-----

#\_\_\_Figura 5.3: Geração de Energia Eólica Prevista para o\_\_\_\_\_

#\_\_\_\_\_Parque Eólico W1 na Região 1\_\_\_\_\_

Rkf = [45.87 69.90 76.46 81.55 83.74 84.47 99.76 100.49 79.37

65.53 96.12 92.48 85.19 81.55 77.91 33.50 5.10 8.01

10.92 5.83 6.55 55.34 82.28 53.88];# [MW]

#\_\_\_Figura 5.4: Geração de Energia Eólica Prevista para o\_\_\_\_\_

#\_\_\_\_\_Parque Eólico W2 na Região 2\_\_\_\_\_

84.47 80.10 77.91 32.77 24.03 18.93 10.19 5.83 35.68

56.80 61.17 72.09 75.00 71.36 75.73 82.28 83.74 84.47

100.49 100.49 88.83 93.93 99.76 92.48];# [MW]

```

#___Figura 5.3: Limite Superior de Geração de Energia para o___
#_____Parque Eólico W1 na Região 1_____
Rkfmax = [ 57.2  91.26  98.8 106.6 109.2 109.2 130.0 130.0
           101.4  83.20 130.0 119.6 109.2 104.0 101.4  41.6
           5.2  10.40  13.0   6.5   7.8  72.8 106.6  67.6;
#___Figura 5.4: Limite Superior de Geração de Energia para o___
#_____Parque Eólico W2 na Região 2_____
           109.2 104.00 101.4  41.6  31.2  23.40  13.0   6.5
           46.8  72.80  80.6  93.6  96.2  91.26  98.8 106.6
109.2 109.20 130.0 130.0 114.4 122.20 130.0 119.6];# [MW]
#___Figura 5.3: Limite Inferior de Geração de Energia para o___
#_____Parque Eólico W1 na Região 1_____
Rkfmin = [ 30.8  49.14  53.2  57.4  58.8  58.8   70.0  70.0
           54.6  44.80  70.0  64.4  58.8  56.0   54.6  22.4
           2.8   5.6   7.0   3.5   4.2  39.2   57.4  36.4;
#___Figura 5.4: Limite Inferior de Geração de Energia para o___
#_____Parque Eólico W2 na Região 2_____
           58.8  56.0   54.6  22.4  16.8  12.6   7.0   3.5
           25.2  39.2   43.4  50.4  51.8  49.14  53.2  57.4
           58.8  58.8   70.0  70.0  61.6  65.8   70.0  64.4];# [MW]
#_____

```

```

#___Correlação Temporal_____
rho = zeros(Nw,Nw,T)
for t in [1:T]
    for j in [1:Nw]
        for k in [1:Nw]
            if k == j
                rho[j,k,t] = 1 #Diagonal Principal
            else
                rho[j,k,t] = 0.75
            end
        end
    end
end
Gamma = 2.0;
#_____
#___Correlação Espacial_____
Lambda=[1 0.5;
        0.5 1];
#_____
# Define os pacotes
using JuMP # usado para programação matemática
using GLPKMathProgInterface
using JuMPeR
using Gurobi
#_____

```

```

# Nesta célula cria-se a função solve_Li2015a, que resolve o
problema do Unit Commitment para um determinado conjunto de
parâmetros de entrada.
function solve_Li2015a(Pt_max, Pt_min, a, b, c, Pd, Rkf, Gamma)

    #Define o modelo do Unit Commitment (UC)
    Li2015a=RobustModel(solver=GurobiSolver())

    @defVar(Li2015a, Pg[1:Ng,1:T]>=0)
    @defVar(Li2015a, 0 <= [1:Ng,1:T] <= 1)
    @defVar(Li2015a, u[1:Ng,1:T], Bin)

    # Cria as Incertezas

    # Os Retornos
    @defUnc(Li2015a, Rk[1:Nw,1:T])

    # Os fatores
    @defUnc(Li2015a, z[1:Nw,1:T])

    # O valor absoluto dos fatores
    @defUnc(Li2015a, zabs[1:Nw,1:T] >= 0)

    # Agrega todas estas restrições que que estão APENAS nas
    # incertezas ao conjunto incerto automaticamente, não no problema
    for t in 1:T
        for j in [1:Nw]
            for k in [1:Nw]
                for w in [1:Nw]
                    @addConstraint(Li2015a, Rk[w,t] == sum{z[j,k]*Lambda[j,k],
                    j in [1:Nw],k in [1:Nw]}+Rkf[w,t]
                    + z[j,k]*Rkfmax[w,t] - z[j,k]*Rkfmin[w,t])

```

```

        @addConstraint(Li2015a, zabs[w,t] >= z[w,t])
        @addConstraint(Li2015a, zabs[w,t] >= -z[w,t])

    end

end

end

end

#-----
# Conjunto Incerto Poliédrico Correlacionado
for t in [1:T]
    for j in [1:Nw]
        for k in [1:Nw]
            if j != k
                @addConstraint(Li2015a,
zabs[j,t]+(1+((T-Gamma)/(T-1))*rho[j,k,t])*zabs[k,t] <= Gamma)
            end
        end
    end
end

end

#-----
# Função Objetivo
@setObjective(Li2015a, Min,
sum{a[i] + b[i] * Pg[i,t] + c[i] * Pg[i,t]^2 +
c[i]*beta[i,t]^2*sum{Lambda[j,k],
k in [1:Nw],j in [1:Nw]},i in [1:Ng],t in [1:T]})
#-----

```

```

# Restrições nos Geradores Termétricos
  for i in [1:Ng]
    for w in [1:Nw]
      for t in [1:T]
@addConstraint(Li2015a,
Pg[i,t]+beta[i,t]*sum{Rkf[w,t] - Rk[w,t],w in [1:Nw], t in [1:T]}
<= Pt_max[i]*u[i,t]) #máxima
@addConstraint(Li2015a,
Pg[i,t]+beta[i,t]*sum{Rkf[w,t] - Rk[w,t],w in [1:Nw], t in [1:T]}
>= Pt_min[i]*u[i,t]) #mínima
      end
    end
  end

#-----
# Limites nas Taxas de Tampa dos Geradores
  for i in [1:Ng]
    for t in [2:T]
@addConstraint(Li2015a, Pg[i,t-1] - Pg[i,t] <= RD[i])
#Taxa de Rampa para descida
@addConstraint(Li2015a, Pg[i,t] - Pg[i,t-1] <= RU[i])
#Taxa de Rampa para subida
    end
  end

#-----
# Define a Restrição de Equilíbrio de Energia

```

```

    for t in [1:T]
@addConstraint(Li2015a, sum{Pg[i,t], i in [1:Ng]}
== Pd[t] - sum{Rk[w,t], w in [1:Nw]}
- sum{z[w,t]*Gamma, w in [1:Nw], t in [1:T]})
    end

#-----
solve(Li2015a)
return  getValue(Pg), getValue(beta),getValue(u),
getObjectiveValue(Li2015a)
end

#-----
# Resolve o Problema do Unit Commitment
(Pg_opt,beta_opt,u_opt,obj)=
solve_Li2015a(Pt_max, Pt_min, a, b, c, Pd, Rkf, Gamma);

#-----
println(
"\nPotência do Gerador Termelétrico 1 na hora t=\n ", Pg_opt[1,:],
"\nPotência do Gerador Termelétrico 2 na hora t=\n ", Pg_opt[2,:],
"\nPotência do Gerador Termelétrico 3 na hora t=\n ", Pg_opt[3,:],
"\nPotência do Gerador Termelétrico 4 na hora t=\n ", Pg_opt[4,:],
"\nPotência do Gerador Termelétrico 5 na hora t=\n ", Pg_opt[5,:])

println(
"\nFator de Participação do Gerador Termelétrico 1 na hora t=\n ",
beta_opt[1,:],

```



```
"\nFator de Participação do Gerador Termelétrico 2 na hora t=\n ",
beta_opt[2,:],
"\nFator de Participação do Gerador Termelétrico 3 na hora t=\n ",
beta_opt[3,:],
"\nFator de Participação do Gerador Termelétrico 4 na hora t=\n ",
beta_opt[4,:],
"\nFator de Participação do Gerador Termelétrico 5 na hora t=\n ",
beta_opt[5,:])

println(
"\nEstado do Gerador Termelétrico 1 na hora t=\n ", u_opt[1,:],
"\nEstado do Gerador Termelétrico 2 na hora t=\n ", u_opt[2,:],
"\nEstado do Gerador Termelétrico 3 na hora t=\n ", u_opt[3,:],
"\nEstado do Gerador Termelétrico 4 na hora t=\n ", u_opt[4,:],
"\nEstado do Gerador Termelétrico 5 na hora t=\n ", u_opt[5,:])

println ("\nCusto Total = ", obj)
```

# Apêndice B

## Sistema Interconectado com 6 Barramentos

```
Ng = 3;
T = 24;
Nw = 3;
#___Tabela 5.4: Características dos Geradores Termelétricos___
# Limites de Geração, Taxas de Tampa, e Coeficientes de Custo
#-----
#----- Limites da Geração Termelétrica-----
const Pt_max = [220,100,100]; #PG(m)max [kW]
const Pt_min = [100,10,10]; #PG(m)min [kW]
#----- Coeficientes de Custo -----#
a = [176.95,129.97,137.41]; # a(m) MBtu
b = [13.51,32.63,17.69]; # b(m) MBtu/MWh
c = [0.00045,0.00100,0.00500]; # c(n) MBtu/MW^2h
```

#----- Taxas de Rampa -----

RD = [4,3,1]; #(MW/h)taxa máxima para rampa de descida

RU = [4,2,1]; #(MW/h)taxa máxima para rampa de subida

#-----

#\_\_\_Figura 5.17: Demanda de Consumo\_\_\_\_\_

Pd = [181.45 171.77 165.48 161.13 159.68 162.58 170.81

181.45 187.26 198.87 223.06 238.06 244.84 249.68

251.61 257.90 261.29 254.52 252.10 246.29 243.39

240.00 218.71 199.84];# [MW]

#-----

#\_\_\_Figura 5.16: Geração de Energia Eólica Prevista para os\_\_\_

#\_\_\_\_\_Três Parques Eólicos\_\_\_\_\_

Rkf = [14.83 10.86 08.88 08.10 06.64 05.52 04.14 03.02 02.50

00.86 00.95 01.64 02.16 03.02 05.35 09.83 17.76 24.14

25.09 25.00 25.09 25.09 24.66 18.71;

10.00 10.86 08.19 06.21 07.85 08.28 06.29 04.48 03.79

03.88 03.02 01.64 01.55 00.00 00.60 01.21 01.72 04.40

07.67 09.48 09.91 09.91 09.83 09.14;

08.45 15.17 11.98 02.93 03.02 05.00 03.10 04.48 13.10

13.10 07.93 03.19 03.10 12.41 16.55 16.21 12.85 05.00

05.35 06.38 05.78 03.71 06.12 13.88];# [MW]

```

#___Figura 5.16: Limite Superior de Geração de Energia os_____
#_____Três Parques Eólicos_____
Rkfmax = 1.005*Rkf# [MW]
#___Figura 5.16: Limite Inferior de Geração de Energia os_____
#_____Três Parques Eólicos_____
Rkfmin = 0.005*Rkf# [MW]
#_____

#___Correlação Temporal_____
rho = zeros(Nw,Nw,T)
for t in [1:T]
    for j in [1:Nw]
        for k in [1:Nw]
            if k == j
                rho[j,k,t] = 1 #Diagonal Principal
            else
                rho[j,k,t] = 1.0
            end
        end
    end
end

Gamma = 1.0;
#_____

#___Correlação Espacial_____
Lambda=[1 0.9 0.9;

```

```

    0.9 1 0.9;
    0.9 0.9 1];

#-----
# Define os pacotes
using JuMP # usado para programação matemática
using GLPKMathProgInterface
using JuMPeR
using Gurobi

#-----
# Nesta célula cria-se a função solve_solve_Wu2012, que resolve o
problema do Unit Commitment para um determinado conjunto de
parâmetros de entrada.
function solve_Wu2012(Pt_max, Pt_min, a, b, c, Pd, Rkf, Lambda)
    #Define o modelo do Unit Commitment (UC)
    Wu2012=RobustModel(solver=GurobiSolver())
    @defVar(Wu2012, Pg[1:Ng,1:T]>=0)
    @defVar(Wu2012, 0 <= [1:Ng,1:T] <= 1)
    @defVar(Wu2012, u[1:Ng,1:T], Bin)
    # Cria as Incertezas
    # Os Retornos
    @defUnc(Wu2012, Rk[1:Nw,1:T])
    # Os fatores
    @defUnc(Wu2012, z[1:Nw,1:T])
    # O valor absoluto dos fatores
    @defUnc(Wu2012, zabs[1:Nw,1:T] >= 0)

```

```

# Agrega todas estas restrições que que estão APENAS nas
# incertezas ao conjunto incerto automaticamente, não no problema
    for t in 1:T
        for j in [1:Nw]
            for k in [1:Nw]
                for w in [1:Nw]
@addConstraint(Wu2012,
Rk[w,t] == sum{z[j,k]*Lambda[j,k], j in [1:Nw],
k in [1:Nw]}+Rkf[w,t] + z[j,k]*Rkfmax[w,t] - z[j,k]*Rkfmin[w,t])
                    @addConstraint(Wu2012, zabs[w,t] >= z[w,t])
                    @addConstraint(Wu2012, zabs[w,t] >= -z[w,t])
                end
            end
        end
    end
end
#-----
# Conjunto Incerto Poliédrico Correlacionado
for t in [1:T]
    for j in [1:Nw]
        for k in [1:Nw]
            if j != k
@addConstraint(Wu2012,
zabs[j,t]+(1+((T-Gamma)/(T-1))*[j,k,t])*zabs[k,t] <= Gamma)
                end
            end
        end
    end
end

```

```

        end
    end
end
#-----
# Função Objetivo
@setObjective(Wu2012,
Min, sum{a[i] + b[i] * Pg[i,t] + c[i] * Pg[i,t]^2 +
c[i]*beta[i,t]^2*sum{Lambda[j,k],
k in [1:Nw],j in [1:Nw]},i in [1:Ng],t in [1:T]})
#-----
# Restrições nos Geradores Termétricos
    for i in [1:Ng]
        for w in [1:Nw]
            for t in [1:T]
@addConstraint(Wu2012,
Pg[i,t]+beta[i,t]*sum{Rkf[w,t] - Rk[w,t],w in [1:Nw], t in [1:T]}
<= Pt_max[i]*u[i,t]) #máxima
@addConstraint(Wu2012,
Pg[i,t]+beta[i,t]*sum{Rkf[w,t] - Rk[w,t],w in [1:Nw], t in [1:T]}
>= Pt_min[i]*u[i,t]) #mínima
            end
        end
    end
end
#-----
# Limites nas Taxas de Tampa dos Geradores
    for i in [1:Ng]

```

```

        for t in [2:T]
@addConstraint(Wu2012, Pg[i,t-1] - Pg[i,t] <= RD[i])
#Taxa de Rampa para descida
@addConstraint(Wu2012, Pg[i,t] - Pg[i,t-1] <= RU[i])
#Taxa de Rampa para subida
        end
    end

#-----
# Define a Restrição de Equilíbrio de Energia
    for t in [1:T]
@addConstraint(Wu2012,
sum{Pg[i,t], i in [1:Ng]} == Pd[t] - sum{Rk[w,t], w in [1:Nw]}
- sum{z[w,t]*, w in [1:Nw], t in [1:T]})
    end

#-----
    solve(Wu2012)
    return  getValue(Pg),getValue(),getObjectiveValue(Wu2012)
end

#-----
# Resolve o Problema do Unit Commitment
(Pg_opt,beta_opt,obj)=
solve_Wu2012(Pt_max,Pt_min, a, b, c, Pd, Rkf, Gamma);
#-----
println(
"\nPotência do Gerador Termelétrico 1 na hora t=\n ", Pg_opt[1,:],

```



```
"\nPotência do Gerador Termelétrico 2 na hora t=\n ", Pg_opt[2,:],  
"\nPotência do Gerador Termelétrico 3 na hora t=\n ", Pg_opt[3,:])
```

```
println(  

```

```
"\nFator de Participação do Gerador Termelétrico 1 na hora t=\n ",  
beta_opt[1,:],
```

```
"\nFator de Participação do Gerador Termelétrico 2 na hora t=\n ",  
beta_opt[2,:],
```

```
"\nFator de Participação do Gerador Termelétrico 3 na hora t=\n ",  
beta_opt[3,:])
```

```
println
```

```
("\nEstado do Gerador Termelétrico 1 na hora t=\n ", u_opt[1,:],
```

```
"\nEstado do Gerador Termelétrico 2 na hora t=\n ", u_opt[2,:],
```

```
"\nEstado do Gerador Termelétrico 3 na hora t=\n ", u_opt[3,:])
```

```
println ("\nCusto Total = ", obj)
```