# UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA INDUSTRIAL

MAYARA HARUMI BUENO IMIANOSKI HONDA

# CONTROLE PREDITIVO COM RESTRIÇÕES APLICADO AO RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIA DE UM ROBÔ ESCALADOR COM RODAS MAGNÉTICAS

DISSERTAÇÃO

CURITIBA

2018

## MAYARA HARUMI BUENO IMIANOSKI HONDA

# CONTROLE PREDITIVO COM RESTRIÇÕES APLICADO AO RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIA DE UM ROBÔ ESCALADOR COM RODAS MAGNÉTICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pósgraduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do grau de "Mestre em Ciências" – Área de Concentração: Engenharia de Automação e Sistemas.

Orientadora: Profa. Dra. Lúcia Valéria Ramos de Arruda

Co-orientador: Prof. Dr. André Schneider de Oliveira

# CURITIBA

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

H771c 2018	Honda, Mayara Harumi Bueno Imianoski Controle preditivo com restrições aplicado ao rastreamento de trajetória de um robô escalador com rodas magnéticas / Mayara Harumi Bueno Imianoski Honda 2018. 79 f.: il.; 30 cm.
	Disponível também via World Wide Web. Texto em português com resumo em inglês. Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Curitiba. Área de Concentração: Engenharia de Automação e Sistemas, 2018. Bibliografia: f. 76-79.
	<ol> <li>Robôs - Sistemas de controle. 2. Robôs móveis. 3.</li> <li>Controle preditivo. 4. Rastreamento automático. 5. Deformações (Mecânica) - Modelos matemáticos. 6. Mínimos quadrados. 7. Gás liquefeito de petróleo - Armazenamento - Inspeção. 8. Métodos de simulação. 9. Engenharia de sistemas. 10. Engenharia elétrica - Dissertações. I. Arruda, Lúcia Valéria Ramos de, orient. II. Oliveira, André Schneider de, coorient. III. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial. IV. Título.</li> </ol>

CDD: Ed. 23 -- 621.3

Biblioteca Central do Câmpus Curitiba – UTFPR Bibliotecária: Luiza Aquemi Matsumoto CRB-9/794



Ministério da Educação Universidade Tecnológica Federal do Paraná Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação

# TERMO DE APROVAÇÃO DE DISSERTAÇÃO Nº 800

A Dissertação de Mestrado intitulada "Controle Preditivo com Restrições Aplicado ao Rastreamento de Trajetória de um Robô Escalador com Rodas Magnéticas" defendida em sessão pública pelo(a) candidato(a) Mayara Harumi Bueno Imianoski Honda, no dia 26 de junho de 2018, foi julgada para a obtenção do título de Mestre em Ciências, área de concentração Engenharia de Automação e Sistemas, e aprovada em sua forma final, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial.

BANCA EXAMINADORA:

Prof(a). Dr(a). Lúcia Valéria Ramos de Arruda - Presidente – (UTFPR) Prof(a). Dr(a). Mariana Santos Matos Cavalca - (UDESC) Prof(a). Dr(a). Flavio Neves Junior - (UTFPR)

A via original deste documento encontra-se arquivada na Secretaria do Programa, contendo a assinatura da Coordenação após a entrega da versão corrigida do trabalho.

Curitiba, 26 de junho de 2018.

Dedico este trabalho aos meus pais, Cláudio e Valkíria, que sempre me ajudaram.

### AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me dar forças.

Agradeço aos meus pais, Claúdio e Valkíria e aos demais familiares e amigos por me apoiarem.

Agradeço aos professores Dra. Lúcia Valéria de Arruda Ramos e Dr. André Schneider de Oliveira pela orientação.

Este trabalho teve apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis - ANP, da Financiadora de Estudos e Projetos - FINEP, do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação - MCTI por meio do Programa de Recursos Humanos da ANP para o Setor Petróleo e Gás - PRH-ANP/MCTI do Programa de Formação de Recursos Humanos da PETROBRAS - PRH10-UTFPR e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES.



"Todos os acontecimentos são ótimas oportunidades para a evolução." Masaharu Taniguchi

### **RESUMO**

HONDA, Mayara H. B. I. CONTROLE PREDITIVO COM RESTRIÇÕES APLICADO AO RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIA DE UM ROBÔ ESCALADOR COM RODAS MAGNÉTICAS. 79 f. Dissertação – Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2018.

Neste trabalho é apresentado um controle de rastreamento de trajetória para um robô escalador com rodas sob adesão magnética, cuja função é carregar equipamentos que realizam a inspeção de tanques de armazenamento de GLP (Gás Liquefeito de Petróleo). O robô possui acionamento diferencial e, devido a adesão magnética, ao realizar curvas fechadas, sofre deformação da estrutura física do chassis. Isto ocorre porque as rodas tem grande dificuldade em se desgrudar da superfície metálica durante a realização da manobra. O objetivo desta dissertação é desenvolver um sistema de controle que, a partir da modelagem das forças que atuam sobre o chassis, seja capaz de solucionar o problema de rastreamento de trajetória sem que ocorra a deformação do chassis. Este é um problema de controle multivariável com restrição e a técnica de controle utilizada no desenvolvimento é o controle preditivo baseado em modelo MPC (Model Predictive Control), mais especificamente o GPC (Generalized Preditive Control). Para isto um modelo dinâmico do tipo caixa preta do robô foi identificado via mínimos quadrados a partir de dados simulados. Para fins de validação do controlador desenvolvido foram realizadas simulações variando os parâmetros do controlador e comparados os resultados obtidos sem e com a inclusão de restrições. Também foram utilizados controladores monovariáveis do tipo PI em um esquema de controle com desacoplamento a fim de servir como referência para avaliar o desempenho do controlador proposto. Todos os resultados foram validados através de simulações utilizando as plataformas ROS (Robotic Operating System), V-REP (Virtual Robot Experimentation Platform) e MATLAB.

Palavras-chave: Robô escalador, controle com restrições, controle de trajetória, modelo de deformação

### ABSTRACT

HONDA, Mayara H. B. I. CONSTRAINED PREDICTIVE CONTROL APPLIED TO TRAJECTORY TRACKING OF CLIMBING ROBOT WITH MAGNETIC WHEELS. 79 f. Dissertação – Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2018.

In this work, a trajectory tracking control is presented for a climbing wheeled robot under magnetic adhesion, whose function is to carry equipment that perform the inspection of LGP (Liquefied Gas Petroleum) storage tanks. The robot has differential drive and, due to the magnetic adhesion, when performing closed curves, deforms the physical structure of the chassis. This is due to wheels have great difficulty in detaching themselves from the metal surface during the maneuver. The dissertation purpose is to develop a control system that, based on the modeling forces that act on chassis, is capable of solving the trajectory tracking problem without chassis deformation. This is a constrained multivariable control problem and the control technique used to development is the MPC (Model Predicitive Control), more specifically GPC (Generalized Predictive Control). A black box robot model is identified by least squares from simulated data. For developed controller validation, several simulations experiments are carried out by varying the parameters of the controller and comparing obtained results without and with the inclusion of constraints. Monovariable PI controllers are designed in a decoupling control scheme to serve as a reference for evaluate the performance of the proposed controller. All the results are validated through simulations using the ROS (Robot Operating System), V-REP (Virtual Robot Experimentation Platform) and MATLAB softwares.

Keywords: Climbing robot, constrained control, trajectory control, deformation model

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	_	Exemplo de robô com rodas - Robô AIR-2	16
FIGURA 2	_	Exemplo de robô com pernas e braços - Robô ASIMO	17
FIGURA 3	_	Manobra para estacionar um robô móvel holonômico.	18
FIGURA 4	_	Manobra para estacionar um robô móvel com restrições não-holonômicas	19
FIGURA 5	_	Deformação do chassis do robô ao tentar fazer curvas acentuadas	20
FIGURA 6	_	Esquema de controle de robôs móveis	22
FIGURA 7	_	Estabilização de posição	23
FIGURA 8	_	Seguimento de caminho	23
FIGURA 9	_	Rastreamento de trajetória	24
FIGURA 10	_	Exemplo de trajetória realizada com movimentos suaves	24
FIGURA 11	_	Exemplo de trajetória realizada com movimentos bruscos	25
FIGURA 12	_	Robô de inspeção da USP	33
FIGURA 13	_	Robô Autônomo de Inspeção AIR-1	33
FIGURA 14	_	Sistemas de coordenadas com a mesma orientação	34
FIGURA 15	_	UV deslocado em relação a XY	36
FIGURA 16	_	Posição e orientação do robô no sistema de coordenadas global.	37
FIGURA 17	_	Sistema de coordenadas global e local	39
FIGURA 18	_	Restrição de rolamento puro.	40
FIGURA 19	_	Fluxograma do GPC MIMO.	49
FIGURA 20	_	Compressão no chassis do robô.	55
FIGURA 21	_	Esquemático do controle de rastreamento de trajetória.	55
FIGURA 22	_	Ambiente de simulação do robô.	59
FIGURA 23	_	Saída $\frac{dS}{dt}$ e sinal de controle $v$ variando os horizontes de predição $N2_{dS}$ ,	
		$N2_{d\theta} e N2_{F_m}$	60
FIGURA 24	_	$a_{dt}^{dt}$ Saída $\frac{d\theta}{dt}$ e sinal de controle $\omega$ variando os horizontes de predição $N2_{ds}$ .	
		$dt$ e contacte de contacte de contacte de prodição $1 - \frac{aa}{dt}$ , $N2_{de} \in N2_{E}$	60
EICLIDA 25		$\sum_{di} \frac{du}{dt} = \sum_{m} d$	60
FIGURA 25	_	Saida $\frac{d}{dt}$ e sinal de controle 0 variando os norizontes de controle $N_v \in N_\omega$ .	01
FIGURA 20	_	Saida $\frac{d}{dt}$ e sinal de controle $\omega$ variando os norizontes de controle $N_{\upsilon}$ e $N_{\omega}$ .	62
FIGURA 27	_	Saída $\frac{dS}{dt}$ e sinal de controle $v$ variando a matriz de ponderação	
		$R(R_{\frac{dS}{dt}}, R_{\frac{d\theta}{dt}}, R_{F_m}).$	63
FIGURA 28	_	Saída $\frac{d\theta}{dt}$ e sinal de controle $\omega$ variando a matriz de ponderação	
		$R(R_{\underline{dS}}, R_{\underline{d\theta}}^{\underline{m}}, R_{F_{\underline{m}}}).$	63
FIGURA 29	_	Saída $\frac{dS}{dt}$ e sinal de controle $v$ variando a matriz de ponderação $Q(Q_v, Q_\omega)$ .	64
FIGURA 30	_	Saída $\frac{d\theta}{dt}$ e sinal de controle $\omega$ variando a matriz de ponderação $Q(Q_{\nu}, Q_{\omega})$ .	64
FIGURA 31	_	Saída $\frac{dS}{dt}$ e entrada v.	66
FIGURA 32	_	Saída $\frac{d\theta}{dt}$ e entrada $\omega$ .	66
FIGURA 33	_	Saída $F_m$ e entrada $\omega$ .	67
FIGURA 34	_	Saída $\frac{dS}{dr}$ e entrada $v$ sob a restrição da saída $F_m$ .	68
FIGURA 35	_	Saída $\frac{dphi}{dt}$ e entrada $\omega$ sob a restrição da saída $F$	68
1 100KA 33	_	Surva $\frac{dt}{dt}$ contrava to solva restrição da salva $r_m$ .	00

FIGURA 36	_	Saída restrita $F_m$ e entrada $v$ .	69
FIGURA 37	_	Esquemático do controle de rastreamento de trajetória com dois PI	70
FIGURA 38	_	Saída $\frac{dS}{dt}$ e entrada $v$ - Comparação entre PI e GPC	70
FIGURA 39	_	Saída $\frac{d\theta}{dt}$ e entrada $\omega$ - Comparação entre PI e GPC	71

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1	_	Índice de desempenho - GPC e PID	71

# LISTA DE SIGLAS

GLP	Gás Liquefeito de Petróleo
MPC	Model Predictive Control
GPC	Generalized Preditive Control
ROS	Robotic Operating System
V-REP	Virtual Robot Experimentation Platform
PI	Proporcional - Integral
MIMO	Multiple Input Multiple Output
AIR-1	Autonomous Inspection Robot - 1
MPC	Model Predictive Control
PID	Proporcional Integral Derivativo
GPC	Generalized Predictive Control
LQMPC	Linear Quadratic Model Predictive Control
MPC	Model Predictive Control
EPSAC	Extended Prediction Self Adaptive Control
FAILC	Fuzzy Adaptive Iterative Learning Control
FOPI	Fractional-Order Proportional Integral
ARX	Autoregressive with Exogenous Inputs
CARIMA	Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving Average
V-REP	Virtual Robot Experimentation Platform
ROS	Robot Operating System
MSE	Mean Squared Error

# LISTA DE SÍMBOLOS

<i>x</i> <sub>0</sub>	Posição inicial do robô no eixo $X_G$
Уо	Posição inicial do robô no eixo $Y_G$
$ heta_0$	Orientação inicial do robô com relação ao eixo $X_G$
$v_D$	Velocidade da roda direita do robô
$v_E$	Velocidade da roda esquerda do robô
$x_f$	Posição final do robô no eixo $X_G$
y <sub>f</sub>	Posição final do robô no eixo $Y_G$
$\hat{\theta}_{f}$	Orientação final do robô com relação ao eixo $X_G$
$\dot{\xi_G}(t)$	Posição e orientação do robô na referência global no instante t
x(t)	Posição do robô no eixo $X_G$ no instante t
y(t)	Posição do robô no eixo $Y_G$ no instante t
$\boldsymbol{\theta}(t)$	Orientação do robô com relação ao eixo $X_G$ no instante t
$R(\theta)$	Matriz de rotação
$\xi_R$	Posição e orientação do robô na referência local
$\dot{\phi}_i$	Velocidade da roda $w_i$
$\phi_i$	Posição da roda w <sub>i</sub>
i	Representação da roda w <sub>i</sub>
υ	Velocidade linear do robô na referência local, variável manipulada, entrada
r	Raio da roda
ω	Velocidade angular do robô na referência local, variável manipulada, entrada
$d_i$	Vetor de distância entre o centro da roda <i>i</i> e a referência do robô
$\  \cdot \ $	Norma euclideana de um vetor
2L	Largura do chassis do robô
ż	Velocidade linear do robô na referência global ao longo do eixo $X_G$
ý	Velocidade linear do robô na referência global ao longo do eixo $Y_G$
$\dot{ heta}$	Velocidade angular do robô na referência global
$v_i$	Velocidade da roda <i>i</i> relacionada a referência global
$v_R$	Velocidade linear do robô na referência global
$\omega_R$	Velocidade angular do robô na referência global
×	Produto vetorial
Λ	Matriz de restrições cinemáticas
$\dot{q}_{IS}$	Vetor de velocidades linear e angular do robô e velocidade das rodas
$\frac{dS}{dt}$	Deslocamento linear por tempo, variável controlada, saída
$\frac{d\theta}{dt}$	Deslocamento angular por tempo, variável controlada, saída
$F_m$	Força que age sobre o chassis, variável controlada, saída
$g_{\frac{dS}{dt}v}$	Função de transferência da saída $\frac{ds}{dt}$ e a entrada v
$g_{\frac{dS}{dt}\omega}$	Função de transferência da saída $\frac{ds}{dt}$ e a entrada $\omega$
$g_{\frac{d\theta}{dt}\omega}$	Função de transferência da saída $\frac{d\theta}{db}$ e a entrada $\omega$
$g_{\frac{d\theta}{dt}\upsilon}$	Função de transferência da saída $\frac{dv}{dt}$ e a entrada v
$g_{F_m}\omega$	Função de transferência da saída $F_m$ e a entrada $\omega$
$g_{rac{d heta}{dt}arvert}$ v	Função de transferência da saída $\frac{d\sigma}{dt}$ e a entrada $v$

$N2_{dS}$	Horizonte de predição da saída $\frac{dS}{dt}$
$N2 \frac{dt}{d\theta}$	Horizonte de predição da saída $\frac{\partial \theta}{dt}$
$N2_{F_m}^{dt}$	Horizonte de predição da saída $\ddot{F}_m$
$N_{\upsilon}$	Horizonte de controle da entrada $v$
$N_{\omega}$	Horizonte de controle da entrada $\omega$
R	Matriz de ponderação das variáveis de saída
Q	Matriz de ponderação das variáveis de entrada

# SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
1.1 MOTIVAÇÃO	17
1.2 OBJETIVOS	20
1.2.1 Objetivo Geral	20
1.2.2 Objetivos Específicos	20
1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	21
2 CONTROLE EM ROBÔS MÓVEIS ESCALADORES	22
2.1 TRABALHOS RELACIONADOS	25
2.1.1 Controle Preditivo em robótica móvel	27
2.2 CONTROLE DE VELOCIDADE	29
2.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS	30
3 METODOLOGIA	32
3.1 AIR-1	32
3.2 MATRIZ DE ROTAÇÃO	34
3.3 MODELO CINEMÁTICO	36
3.4 IDENTIFICAÇÃO DO MODELO DINÂMICO	42
3.5 CONTROLE	44
3.5.1 GPC	44
3.5.2 Restrições	49
3.5.2.1 Restrições sobre a variação da ação de controle	50
3.5.2.2 Restrições sobre a excursão da ação de controle	51
3.5.2.3 Restrições sobre a excursão do sinal de saída	52
3.5.3 Programação quadrática	52
4 ESTRATÉGIA DE CONTROLE PROPOSTA PARA RASTREAMENTO DE	
TRAJETÓRIA	54
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	58
5.1 VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO GPC	59
5.2 GPC COM RESTRICÕES	67
5.3 COMPARAÇÃO DO GPC COM PI	69
6 CONCLUSÃO	73
REFERÊNCIAS	76

### 1 INTRODUÇÃO

Inicialmente a robótica estava principalmente focada nos robôs manipuladores devido ao fato destes serem maioria na indústria. No entanto, a crescente utilização de robôs móveis nas mais diversas atividades, como exploração de ambientes inóspitos, detonação e desmontagem de bombas e até em tarefas domésticas, tem motivado o desenvolvimento de novos métodos para modelagem, projeto e controle de sistemas móveis (OLIVEIRA, 2001)(RAFFO et al., 2005).

A evolução de projetos mecânicos e de técnicas de controle alavancou o desenvolvimento de robôs móveis que podem ser classificados quanto a sua autonomia, a estrutura e a funcionalidade (JUNG et al., 2005).

A autonomia dos robôs está diretamente relacionada com a solução do problema da navegação, que pode ser resumido da seguinte maneira: partindo de um ponto inicial, o robô deve ser capaz de alcançar um ponto desejado de destino (BATISTA, 2008). Para que este problema seja resolvido, são necessários alguns itens (BORENSTEIN et al., 1996):

- **Mapas:** Ter um mapa que represente o ambiente, podendo este ser fornecido "a priori"ou gerado durante a navegação.
- Planejamento: Com base nos mapas, definir uma trajetória entre o ponto inicial e ponto final.
- Sistemas de Controle: Rastrear a trajetória previamente definida transformando o caminho em comandos de movimento e analisando a sua execução.
- Localização: Estimação global da posição e orientação do robô em relação ao ambiente. A maioria dos robôs utiliza sistemas odométricos para estimar a posição do robô, no entanto, alguns fatores como o escorregamento das rodas, faz com que erros se acumulem ao longo do trajeto. Os erros de posição fazem com que o robô finalize a trajetória em um ponto do espaço diferente do ponto final previamente estabelecido. Devido a isto é

comum utilizar sistemas de localização auxiliares que servem para corrigir os erros de odometria.

• **Percepção:** Sensores que identifiquem características no ambiente ao redor do robô, estes também auxiliam o sistema de localização.

Quanto à autonomia, os robôs podem ser divididos em três grupos: guiados (dependentes de informações externas), semi-autônomo (são controlados remotamente, no entanto possuem certo grau de autonomia) ou totalmente autônomo (não há intervenção humana) (JUNG et al., 2005).

Quanto à estrutura, basicamente há quatro meios de locomoção nos robôs móveis: com rodas (Figura 1), com esteiras, por pernas (Figura 2) e por propulsão<sup>1</sup> (no ar, na água)(JUNG et al., 2005).



Figura 1: Exemplo de robô com rodas - Robô AIR-2 Fonte: (SANTOS, 2016)

Nos robôs dotados de rodas, objeto de estudo desta dissertação, os tipos de rodas (convencionais fixas, convencionais orientáveis centradas, convencionais orientáveis não centradas, suecas) e a disposição das mesmas influenciam no movimento do robô (OLIVEIRA, 2001).

Quanto à funcionalidade, os robôs móveis podem ser utilizados em diversas aplicações como: transporte de materiais pesados, em sistemas de vigilância, exploração espacial (cavernas e vulcões), navegação em estradas, atividades agrícolas e inspeção de grandes superfícies (navios, pontes, tanques de armazenamento) (MARCHI et al., 2001).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Deslocamento que se produz pela ação de uma força.



Figura 2: Exemplo de robô com pernas e braços - Robô ASIMO Fonte: (SAKAGAMI et al., 2002)

## 1.1 MOTIVAÇÃO

No decorrer dos últimos 20 anos, surgiram várias pesquisas com o intuito de aprimorar o desenvolvimento de sistemas robóticos móveis capazes de se mover em superfícies verticais. Um dos motivos de interesse nesta área de robôs escaladores é o aumento de segurança e a economia proporcionada. Porém, a indústria foi relutante em adotar o uso deste tipo de robô devido à falta de confiabilidade, restrições quanto aos movimentos e à falta de pessoal qualificado para operá-los. No entanto, a indústria nuclear adotou esta tecnologia antes devido ao risco em que os trabalhores eram expostos (WHITE et al., 2005).

A classificação dos robôs escaladores pode ser feita de acordo com a sua superfície de adesão (magnética, guiado por trilhos, de sucção) e também através dos seus mecanismos de locomoção (pernas, rodas, guiado por cabos). O tipo guiado por rodas pode se mover em alta velocidade, além de possuir estrutura simples e sistema de controle de fácil implementação (XU; LIU, 2017).

Os robôs escaladores são usados em diversas aplicações para aumentar a eficiência operacional e evitar o trabalho humano em ambientes externos como edifícios, pontes e barragens (XU; LIU, 2017). Dentre as várias atividades desempenhadas pelos robôs escaladores está a inspeção de tanques de armazenamento de Gás Liquefeito de Petróleo. Os tanques precisam de inspeções regulares, tanto na parte interna quanto na parte externa, para identificar falhas, como fendas, corrosões e defeitos de soldagem, evitando assim possíveis transtornos. O controle de rastreamento de trajetória faz com que a inspeção seja realizada eficientemente,

garantindo que toda a superfície do tanque seja inspecionada pelo equipamento instalado no robô, executando movimentos precisos e suaves (SANTOS, 2016).

A maioria dos trabalhos desenvolvidos com a finalidade de solucionar o problema de rastreamento de trajetória de robôs móveis, como exemplo pode-se citar (BORGES et al., 2003) e (MOUSAVI, 2015), apenas considera o modelo cinemático do robô. No entanto, para se ter um bom desempenho no rastreamento de trajetória em altas velocidades, ambientes irregulares e com forças externas agindo sobre o veículo é necessário levar em conta as características dinâmicas do robô (BOYDEN; VELINSKY, 1994).

O modelo cinemático de um robô escalador móvel dotado de rodas é definido como um sistema não-holonômico, ou seja, o modelo possui restrições não integráveis, como as oriundas do não deslizamento lateral das rodas. Para exemplificar, nas Figuras 3 e 4 o robô móvel tem como objetivo estacionar no canto inferior da figura, logo após o desnível, partindo da mesma posição inicial. O robô da Figura 3 é holonômico e para estacionar anda para frente e em seguida se movimenta lateralmente. Já o robô da Figura 4 é não-holonômico e, por possuir restrições de não deslizamento lateral, precisa fazer movimentos suaves de curvatura para frente e para trás a fim de chegar no lugar desejado.



Figura 3: Manobra para estacionar um robô móvel holonômico. Fonte: (GUERRA, 2005)

Robôs com essas características não-holonômicas não podem rotacionar em torno do seu centro de massa. Devido a isto, a dimensão do espaço de velocidades é menor que a dimensão do espaço de configuração do robô (KÜHNE, 2005).

O modelo dinâmico do robô depende de parâmetros específicos como os momentos de inércia e massas do robô e das rodas. Quando estas características não são levadas em conta, o robô pode não se comportar como o esperado. Devido a isto, a modelagem que considera aspectos tanto da dinâmica quanto da cinemática do robô tendem a se aproximar do comportamento do robô real, tornando o controle mais preciso (VIEIRA, 2005).



Figura 4: Manobra para estacionar um robô móvel com restrições não-holonômicas Fonte: (GUERRA, 2005)

Para o rastreamento de trajetória, além da modelagem, é importante analisar as condições nas quais o robô irá operar. Na literatura é comum encontrar trabalhos que visam solucionar este problema utilizando técnicas de controle clássico, tais como o PI (Proporcional - Integral), onde não se considera que os valores calculados irão atingir os limites de saturação dos atuadores, isto é, a lei de controle é modelada como um problema sem restrições. No entanto, os robôs móveis são constituídos por partes mecânicas e eletrônicas, que são suscetíveis às limitações físicas do sistema. Estas limitações devem ser consideradas restrições nos modelos para fins de cálculo das leis de controle (KÜHNE, 2005).

Uma das estratégias de controle que podem incorporar restrições, como a saturação dos atuadores, é o controle preditivo baseado em modelo, o qual calcula as ações de controle para um determinado horizonte de tempo futuro, minimizando uma função custo com relação a determinadas variáveis de decisão. Esta estratégia é caracterizada pela utilização do modelo matemático do sistema no cálculo da predição do comportamento futuro das variáveis que fazem parte da dinâmica do mesmo (CAMACHO; BORDONS, 1999).

Outra vantagem do controle preditivo baseado em modelo é a utilização de referências previamente calculadas na obtenção da lei de controle. Assegurando que o robô possua um sistema de localização e deslocamento adequado, é possível conduzir o robô móvel suavemente, assim como melhorar a autonomia. Além disso, este tipo de controle pode ser estendido para sistemas MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) (RAFFO et al., 2005).

Neste contexto, o presente trabalho visa projetar um controle de rastreamento de trajetória para um robô móvel escalador com acionamento diferencial sob adesão magnética, o AIR-1(*Autonomous Inspection Robot - 1*) (mais detalhes na Seção 3.1). Este robô possui restrição de não deslizamento lateral e, por ter um forte sistema de adesão magnética, sofre

deformações no chassis ao tentar realizar curvas acentuadas, já que os sinais, de grande amplitude, enviados aos atuadores forçam o movimento das rodas que, em contrapartida, tem grande dificuldade em se desgrudar da superfície metálica.

Na Figura 5 está exemplificado a situação em que o robô, iniciando na posição e orientação [ $x_0 y_0 \theta_0$ ], sujeito as velocidades das rodas,  $v_D e v_E$ , por um determinado tempo, chega em [ $x_f y_f \theta_f$ ] e, no decorrer do trajeto, o chassis sofre compressão e consequentemente há uma deformação em sua estrutura.



Figura 5: Deformação do chassis do robô ao tentar fazer curvas acentuadas. Fonte: Próprio autor

Para evitar esta deformação do chassis serão inseridas restrições no cálculo dos sinais de controle que movimentam o robô.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo desta dissertação é elaborar um controle de rastreamento de trajetória para um robô móvel escalador de adesão magnética com a inclusão de restrições a fim de evitar a deformação estrutural do chassis em movimento angulares.

## 1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os principais objetivos deste trabalho são:

- Realizar um levantamento bibliográfico das principais técnicas de controle aplicadas em robôs móveis.
- Desenvolver a análise cinemática de um robô móvel diferencial de duas rodas para compreender seu movimento.
- Identificar um modelo matemático que represente o comportamento do robô durante o rastreamento de uma trajetória.
- Projetar e desenvolver uma estratégia de controle preditivo baseado em modelo para o rastreamento de trajetória que considere os limites físicos e as incertezas da modelagem do robô.
- Realizar experimentos em ambiente virtual e promover a discussão dos resultados alcançados.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

No Capítulo 2 é apresentado um breve resumo sobre o controle de robôs móveis, ressaltando os três principais tipos de controle que solucionam os problemas de trajetória. Também são apresentados alguns trabalhos relacionados ao tema da presente dissertação. No Capítulo 3 é descrito o robô AIR-1 utilizado no trabalho, assim como a sua modelagem. No Capítulo 4 é apresentada a estratégia de controle preditivo desenvolvida para solucionar o problema de rastreamento de trajetória. No Capítulo 5 são discutidos os resultados das simulações e no Capítulo 6 as conclusões obtidas e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas.

## 2 CONTROLE EM ROBÔS MÓVEIS ESCALADORES

O controle de robôs móveis pode ser exemplificado pelo esquemático mostrado na Figura 6. Os sensores fornecem a odometria para a localização do robô e mapeamento do ambiente. Com o mapa, é possível identificar obstáculos e fazer o planejamento da trajetória a ser percorrida. A partir disto, o controle de movimento irá enviar comandos aos atuadores que movem o robô para que a trajetória planejada seja seguida. Este ciclo é executado continuamente durante o rastreamento de trajetória. Em cada execução os dados obtidos através dos sensores são atualizados e o controle de movimento é ajustado.



Figura 6: Esquema de controle de robôs móveis Fonte: Adaptado de (SIEGWART et al., 2011)

O controle de movimento pode ser desenvolvido de acordo com três metodologias (SERRALHEIRO, 2015):

*Estabilização de posição:* Considerando o robô no ponto *R*, que tem como coordenadas de posição o vetor ξ<sub>O</sub> = [x,y]<sup>T</sup> ∈ 𝔅<sub>O</sub>. O controle deve estabilizá-lo na posição de referência ξ<sub>ref</sub> = [x<sub>ref</sub>, y<sub>ref</sub>]<sup>T</sup> ∈ 𝔅<sub>O</sub> não importando o caminho feito, como é mostrado na Figura 7. Um exemplo explicativo é um carro manobrando para estacionar em uma vaga de garagem.



Figura 7: Estabilização de posição Fonte: Adaptado de (SERRALHEIRO, 2015)

Seguimento de caminho: Considerando o robô no ponto R, este deve seguir a curva *C* ∈ *F*<sub>0</sub> com um valor fixo de velocidade v<sub>0</sub> ≠ 0. A distância d, entre o ponto R e o ponto M mais perto de *C*, deve ser zerada a fim de que o robô atinja e possa seguir o caminho desejado, como é mostrado na Figura 8. Um exemplo prático seria dirigir mantendo a distância entre o automóvel e o acostamento constante.



Figura 8: Seguimento de caminho Fonte: Adaptado de (SERRALHEIRO, 2015)

Rastreamento de trajetória: Neste caso a velocidade do robô é variante no tempo. O rastreamento da curva & é feito com a velocidade do caminho parametrizado pelo tempo

*t*. Definindo a trajetória  $t \to (x_{ref}(t), y_{ref}(t)) \in \mathcal{F}_O$ , o objetivo é zerar o vetor de erro linear de posição  $\mathbf{e}(\mathbf{t}) = (x_{ref}(t) - x(t), y_{ref}(t) - y(t))$ . Como pode ser visto na Figura 9.



Figura 9: Rastreamento de trajetória Fonte: Adaptado de (SERRALHEIRO, 2015)

Sabe-se que a função do robô AIR-1 é inspecionar tanques de armazenamento esféricos. A inspeção deve ser realizada através movimentos suaves (ver Figura 10) devido às limitações apresentadas na Seção 1.1. Movimentos bruscos (ver Figura 11), ou seja, realização de curvas com ângulos entre 45° e 90°, tendem a deformar o chassis. Para induzir o robô a fazer curvaturas suaves é feito o controle de rastreamento de trajetória.



Figura 10: Exemplo de trajetória realizada com movimentos suaves Fonte: (ESPINOZA, 2014)



Figura 11: Exemplo de trajetória realizada com movimentos bruscos Fonte: (MINEO et al., 2016)

Na Seção a seguir serão apresentados alguns trabalhos relativos a técnicas de controle que solucionam este tipo de controle de movimento, cada uma com seus requisitos e objetivos.

#### 2.1 TRABALHOS RELACIONADOS

Em grande parte dos trabalhos encontrados na literatura, a lei de controle é calculada a partir do erro entre uma trajetória de referência e a variável controlada realimentada (BATISTA et al., 2013). Alguns exemplos dessas estratégias de controle podem ser vistas a seguir.

Em (BORGES et al., 2003) são apresentados três tipos de controle de trajetória baseados apenas no modelo cinemático para um robô de quatro rodas (sendo duas traseiras fixas e duas dianteiras livres): proporcional, não-linear e fuzzy. Foram realizadas três simulações, nas quais foram incluídos o modelo dinâmico de primeira ordem, um controle adaptativo de velocidade, saturações de atuadores e ruídos na estimação de erro de trajetória. Na primeira simulação, definiu-se um erro linear e observou-se que os controladores proporcional e não-linear tiveram vantagem em relação ao fuzzy, visto que a correção de trajetória foi realizada de forma suave e seus parâmetros de controle podem ser calculados analiticamente. Na segunda simulação foi reduzido o erro linear esperado, o que aumentou o ganho dos controladores proporcional e não-linear provocando uma saturação frequente dos atuadores. Também foi inserido um termo integral na lei de controle dos três controladores e a partir dos resultados foi observado que o controlador fuzzy gerou um erro linear menor que o proporcional e o não-linear. Na terceira simulação foi fixado o ângulo em que o robô se dirige na direção da trajetória de referência. Nessa simulação o controlador fuzzy apresentou resultados melhores

que os outros dois. Com as simulações, os autores concluiram que não foi possível determinar qual dos controladores é melhor para se aplicar em sistemas reais.

Em (SHOJAEI et al., 2011) é desenvolvido um controlador adaptativo de rastreamento de trajetória. Um diferencial deste trabalho é que as incertezas paramétricas relativas às dinâmicas dos atuadores e dos modelos cinemático e dinâmico são canceladas por uma lei de controle adaptativa baseada na técnica de linearização via realimentação entrada-saída.

Em (MOUSAVI, 2015) é apresentado uma estrutura de controle composta por dois controladores fuzzy para rastreamento de trajetória, baseado apenas no modelo cinemático do robô móvel. São calculados a distância e o ângulo entre a posição atual do robô e a referência. Estes valores são utilizados, separadamente, em dois controladores fuzzy independentes que têm como saída as velocidades lineares e angulares, respectivamente. Para fins comparativos, esta estratégia de controle é comparada com um controlador MPC (*Model Predictive Control*), onde foi observado que o controle fuzzy obteve resultados melhores, em ambiente de simulação, sendo o controlador menos complexo (menos tempo para calcular as entradas de controle) e menos ruidoso.

Em (BORGES et al., 2003), (SHOJAEI et al., 2011), (MOUSAVI, 2015), a referência futura não é considerada, fazendo com que o robô demore para atingir os valores de referência estabelecidos afetando, assim, o desempenho do sistema. Outro ponto importante é que, em alguns casos, os sinais de controle são saturados devido a falta de informações do sistema fornecidas a priori que estão disponíveis, mas não são usadas no cálculo da lei de controle.

Em (SERRALHEIRO, 2015) é apresentada uma estratégia de controle cinemático e dinâmico para rastreamento de trajetória. Para o controle da cinemática é utilizada uma adaptação da abordagem "*Siga a Cenoura*" (RANKIN, 1997) onde são calculados o erro de posição e o erro de orientação entre o robô e o "*ponto cenoura*", este sendo a referência. Esses erros são usados na lei de controle que é composta por uma matriz de ganhos, velocidades lineares de referência e por funções não-lineares da metodologia de linearização por realimentação<sup>2</sup>. Já para o controle dinâmico (modelo não-linear) é usado um algoritmo PID. Nos resultados das simulações pode-se notar que tanto o erro linear quanto o erro de orientação não convergem para zero.

No entanto, nesses tipos de abordagens não é levado em conta a trajetória de referência futura, que normalmente é fornecida a priori. Uma técnica que se beneficia desta informaçãao é o controle preditivo.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>A metodologia de linearização por realimentação consiste em transformar algebricamente uma dinâmica nãolinear de um sistema em uma dinâmica linear.

#### 2.1.1 CONTROLE PREDITIVO EM ROBÓTICA MÓVEL

O controle preditivo baseado em modelo pode ser vantajoso em relação às leis clássicas: mudanças nos parâmetros de ajuste são fáceis de serem realizadas, trata de casos multivariáveis (sistemas MIMO), o controlador pode ser linear, há possibilidade de incluir restrições de maneira simples e internamente tem compensação para zona morta (CAMACHO; BORDONS, 1999). Este tipo de controle tem sido aplicado com sucesso tanto no meio acadêmico, por exemplo, na solução do problema de rastreamento de trajetória, quanto na indústria de controle de processos (BATISTA et al., 2013). Além do controle de rastreamento de trajetória, esta estratégia pode ser usada em outros tipos de controle em robôs móveis, como pode ser visto a seguir.

Em (HUYNH et al., 2017) é mostrado um controle de orientação, onde são comparadas três estratégias de controle: PID (Proporcional Integral Derivativo)<sup>3</sup>, GPC (*Generalized Predictive Control*) e LQMPC (*Linear Quadratic Model Predictive Control*)<sup>4</sup>. Somente foi utilizado o modelo dinâmico do robô, ou seja, controle da velocidade angular das rodas a partir da tensão aplicada ao motor como entrada. O controlador PID foi escolhido como referência, a fim de comparar com as duas estratégias preditivas. O ajuste dos parâmetros do LQMPC foi feito para que este método obtivesse a mesma saída que o GPC. Nas estratégias preditivas foram incluídas restrições quanto à tensão aplicada ao motor. Foi observado que os controladores preditivos permitiram uma redução de até 70% de consumo de energia. Além disso, se fosse utilizado uma estratégia MIMO, o desempenho dos controladores GPC e LQMPC poderia ser melhor, visto que ao levar em conta o acoplamento das rodas, o robô reagiria melhor às perturbações.

Voltando ao problema de rastreamento de trajetória, abaixo são mostrados alguns trabalhos que utilizam o controle preditivo baseado em modelo para este fim.

Em (RAFFO et al., 2005) é feito o controle de posição e orientação de um veículo Mini-Baja que possui 4 rodas (as traseiras são alinhadas com o veículo e as dianteiras são guiáveis). Para o controle da cinemática é avaliado o custo computacional de duas estratégias de controle para seguimento de trajetória. A primeira utiliza o MPC (*Model Predictive Control*)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>A lei de controle do PID leva em consideração o erro entre a saída e sua referência, um ganho proporcional, os termos integral e derivativo, que são calculados a partir das constantes de tempo integral e derivativo, respectivamente, e do período de amostragem.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>O LQMPC aplica a teoria de controle ótimo através de um regulador quadrático linear (LQR) em conjunto com os graus de liberdade (que representam as restrições durante a fase transiente).

com o modelo cinemático do erro, onde são feitas linearizações sucessivas ao longo da trajetória de referência. A segunda utiliza o GPC MIMO com o modelo cinemático linearizado em coordenadas locais, onde é utilizada a trajetória de aproximação<sup>5</sup> *Pure-Pursuit*<sup>6</sup>. São feitas simulações com uma estrutura de controle em cascata: o controle da cinemática (GPC MIMO com o modelo cinemático linearizado em coordenadas locais) e o da dinâmica é dividido em duas partes (dinâmica de direção da roda dianteira e de velocidade angular do veículo e dinâmica da velocidade linear do veículo) e em ambas são aplicadas o controle GPC. Nas simulações o veículo seguiu as trajetórias de maneira satisfatória. No entanto, ao ser submetido a velocidades mais altas, as forças laterais começam a afetar a dinâmica, isto ocorre porque o modelo dinâmico é linearizado. Já no resultados experimentais, foi considerado apenas o controle da cinemática. O veículo apresentou bom desempenho em velocidades baixas.

Em (KLANČAR; ŠKRJANC, 2007) é utilizado um controlador preditivo baseado em modelo, onde o erro de rastreamento de trajetória linearizado é usado para prever o comportamento futuro do sistema, a função custo penaliza o erro de rastreamento e o esforço de controle, além disso são incluidas restrições de velocidade e aceleração. Somente foi levado em conta o modelo cinemático do robô. Ao se comparar o controlador preditivo com um controlador por realimentação de estado variante no tempo, notou-se que o primeiro controlador apresentou melhores resultados, visto que é levado em conta valores futuros de referência.

Em (MA et al., 2012) é apresentado um controlador preditivo baseado na modelagem não-linear para rastreamento e estabilização de robôs móveis não holonômicos. Porém, esta abordagem tem um alto custo computacional devido ao modelo não-linear e há uma grande dificuldade de implementação em tempo real embarcado.

Em (BATISTA et al., 2013) é utilizado o modelo cinemático não-linear do robô móvel na estratégia EPSAC (*Extended Prediction Self Adaptive Control*)<sup>7</sup>. Para analisar o custo computacional e a eficiência do algoritmo, este controle é comparado com o MPC-LS (MPC linear baseado num modelo de linearizações sucessivas). Ambas as técnicas incluem restrições nas variáveis de controle (no caso, as velocidades lineares e angulares são limitadas). Nos resultados apresentados é possível concluir que as duas técnicas solucionam o problema de rastreamento de trajetória, no entanto o EPSAC tem melhor desempenho, o projeto é mais simples e possui menor custo computacional. O controle desenvolvido foi aplicado em um robô

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Quando o veículo não se encontra sobre a referência, deseja-se aproximá-lo desta, para isso se utilizam trajetórias de aproximação.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>*Pure-Pursuit* é uma algoritmo que calcula a curvatura na qual o veículo se moverá da posição atual até sua referência.

com duas rodas com tração e outras duas só para apoio.

Em (SHARMA et al., 2016) é desenvolvido um controlador preditivo para um robô móvel com acionamento diferencial. Os modelos cinemático e dinâmico, incluindo dinâmicas do chassis e do motor, originam um modelo linear em espaço de estados. São incluídas restrições nas ações de controle (tensões aplicadas aos motores) e no vetor de saída.

Até agora foram mostrados trabalhos onde o rastreamento de trajetória é feito baseado em dados relativos à posição e à orientação do trajeto a ser seguido e do robô. No entanto, este problema pode ser resolvido de outras maneiras, um exemplo disto é através do controle de velocidade.

#### 2.2 CONTROLE DE VELOCIDADE

Na maioria dos trabalhos que visam solucionar o problema de rastreamento de trajetória, assume-se que a velocidade enviada ao robô é rapidamente atingida (LU; FEI, 2016). Porém, no caso de robôs com acionamento diferencial, a velocidade que o robô se move é diferente da que lhe foi estabelecida. Isto ocorre porque geralmente é feito um controle independente de velocidade para cada roda, ou seja, não considera-se o acoplamento entre as rodas, nem as incertezas do sistema (HUANG, 2005). Neste caso, o rastreamento de trajetória feito através do controle de velocidade se torna uma alternativa interessante pois, garante-se que ao se aplicar uma velocidade por determinado tempo, o robô de fato atinge o trajeto desejado.

Em (HUANG, 2005) são elaborados controladores adaptativos baseados em modelo, considerando as dinâmicas do robô, que controlam as velocidades lineares e angulares do robô mesmo sob as incertezas do sistema. Através de simulações, os controladores adaptativos foram comparados com um PID. Os controladores desenvolvidos no trabalho conseguiram controlar as velocidades, já o PID não se mostrou eficaz.

Em (LU; FEI, 2016), baseado no modelo dinâmico do robô e do seu atuador, é utilizada uma estratégia de controle de aprendizado iterativo adaptativo fuzzy (Fuzzy Adaptive Iterative Learning Control - FAILC) associada a uma lei de controle realimentada para controle de rastreamento de trajetória. A lei de controle projetada visa rastrear uma velocidade desejada, assumindo que o erro entre a velocidade real e a desejada tende a zero a medida que o número de iterações tende a infinito. A teoria de estabilidade de Lyapunov é usada para mostrar que os parâmetros do sistema fuzzy são limitados e os erros de rastreamento convergem para zero.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Estratégia de controle que considera o modelo não linear do robô, a referência futura e as restrições (OGAWA, 2014).

Em (ORMAN et al., 2016), o controlador FOPI (*Fractional-Order Proportional Integral*<sup>8</sup>) faz o rastreamento de trajetória e estabilização na posição desejada através do controle de velocidade e ângulo de direção. São realizadas simulações com três diferentes trajetórias, que comparam o FOPI com um controlador PI. O FOPI apresentou melhor desempenho, com menores erros de velocidade.

### 2.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O problema de rastreamento de trajetória pode ser abordado de diversas formas. As soluções mais utilizadas são o controle de posição e orientação. Outra abordagem para solução deste problema é o controle de velocidade, onde é projetado um controle suficientemente preciso que, dada uma velocidade de referência e estipulando um determinado espaço de tempo, se garante que o robô atinja a localização desejada.

Neste trabalho, o robô possui acionamento diferencial, ou seja, a diferença de velocidade entre as rodas é que causa o movimento do robô. Quando se deseja realizar o movimento de forma precisa, o controle de velocidade se torna uma opção interessante.

Ao se analisar os trabalhos citados acima, pode-se notar que o controle preditivo baseado em modelo foi mais eficiente quanto ao problema de rastreamento de trajetória, visto que ao se utilizar referências futuras para gerar o modelo é possível prever mais precisamente o comportamento do objeto de estudo. Além do mais, a possibilidade de incluir restrições, sendo estas operacionais ou físicas, juntamente com o tratamento de sistemas MIMO torna interessante este tipo de estratégia para ser utilizada neste trabalho.

Dentre os controladores preditivos vistos, o GPC é o mais utilizado por lidar com sistemas de fase não-mínima e com zona morta, sendo capaz de rastrear referências de valores constantes ou variáveis, além de ser facilmente extendido para sistemas MIMO e possuir mais parâmetros de sintonia que os outros (HOLKAR; WAGHMARE, 2010).

O objetivo deste trabalho é fazer com que um robô escalador móvel com acionamento diferencial rastreie uma trajetória previamente definida. Como o robô em estudo é um sistema multivariável e seu movimento é altamente dependente da velocidade das rodas, optou-se por realizar o rastreamento de trajetória através do controle de velocidade utilizando a técnica GPC.

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s^{\lambda}} \tag{1}$$

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>A função de transferência que representa o controlador FOPI é dada por:

onde  $K_p$  é o ganho proporcional,  $K_i$  é a constante de integração e  $\lambda$  é a ordem fracional.

Outro ponto abordado nesta dissertação é a deformação do chassis, que pode ser evitada através da inclusão de restrições no cálculo da lei de controle do GPC.

#### **3 METODOLOGIA**

A maioria dos trabalhos encontrados na literatura aborda somente o modelo cinemático do robô, que é justificado quando este opera em baixas velocidades, baixas acelerações, e condições de carregamento menores dos que o robô pode operar. Além disso, pressupõese que não há deslizamento das rodas. Partindo destas suposições, o modelo cinemático é suficientemente válido para representar o robô. Caso estas hipóteses não sejam verdadeiras, a utilização somente do modelo cinemático não fornece com precisão a localização do robô. Sendo assim, quando o robô se encontra em ambientes hostis e precisa operar em altas velocidades, torna-se relevante considerar os aspectos dinâmicos (BOYDEN; VELINSKY, 1994).

O modelo cinemático do robô descreve o movimento do robô de acordo com as velocidades e orientações das rodas, considerando suas restrições de movimento. As características dinâmicas do robô mostram a sua reação frente às entradas externas, considerando seu momento de inércia e as forças de atrito envolvidas (VIEIRA, 2005).

Neste trabalho, serão apresentados os modelos cinemático e dinâmico do robô de inspeção AIR-1.

3.1 AIR-1

Um robô para inspeção de tanque de GLP (Gás Liquefeito de Petróleo) foi desenvolvido no Laboratório de Percepção Avançada da Universidade de São Paulo (USP). A sua estrutura mecânica é caracterizada pelo desalinhamento das rodas evitando que duas rodas passem ao mesmo tempo pelos cordões de solda. O protótipo, mostrado na Figura 12, possuia tamanho grande e as rodas magnéticas não tinham força suficiente para se mover por todo o tanque. Este robô está detalhado em (OKAMOTO et al., 2012).

A partir da experiência do robô desenvolvido na USP, um protótipo para inspeção de tanque de Gás Liquefeito de Petróleo foi também desenvolvido pelo Laboratório de Automação



Figura 12: Robô de inspeção da USP Fonte: (OKAMOTO et al., 2012)

e Sistemas de Controle Avançado (LASCA) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). O projeto mecânico inovador foi realizado por (BUCH D.; SOUZA, 2010) e após este trabalho, um novo protótipo foi construído e melhorias, como o desenvolvimento de uma roda magnética que possui maior adesão e mantem a uniformidade ao se movimentar, foram feitas por (ROVANI, 2013).

A primeira versão do robô, chamada de AIR-1 (*Autonomous Inspection Robot*), mostrado na Figura 13, possui 4 rodas magnéticas desalinhadas, cada par de rodas é interligado por uma correia dentada movida por um motor sem escovas. O acionamento é diferencial, ou seja, o robô se move de acordo com a diferença de velocidade entre os dois pares de rodas.



Figura 13: Robô Autônomo de Inspeção AIR-1 Fonte: (VEIGA, 2015)

Alguns trabalhos foram desenvolvidos com esta versão do robô. Em (ESPINOZA, 2014) foi elaborado um estimador da força de adesão, entre o robô com rodas magnéticas e a superfície metálica do tanque, através de uma rede neural. Em (VEIGA, 2015) foi feito
o mapeamento, através de dados de diferentes fontes de odometria, permitindo a navegação autônoma do robô por toda superfície do tanque. Em (TEIXEIRA, 2017) foi desenvolvida uma técnica de mapeamento baseada na predição do mapa para a navegação do robô que consiste na busca de características conhecidas, percepção e estimativa do ambiente, predição das características, construção do mapa, consideração de incertezas nas medições e planejamento de trajetória.

Considerando o fato de que o robô estudado possui acionamento diferencial e está inserido em um ambiente onde as forças que agem sobre o mesmo influenciam no seu movimento, torna-se interessante o detalhamento do modelo cinemático. Apesar dos movimentos do robô serem realizados em baixas velocidades, ao realizar determinados trajetos, o chassis do robô tende a se deformar devido a alta adesão magnética das rodas. Assim, a incorporação de características dinâmicas se torna essencial. No entanto, neste trabalho, o robô AIR-1 será representado pela modelagem de um robô móvel dotado de rodas que se move em uma superfície horizontal. As incertezas não modeladas nestas representações matemáticas serão compensadas pelo controlador que será apresentado na Seção 3.5.

Antes de iniciar a modelagem é importante apresentar um conceito referente à representação da posição e orientação espacial do robô em três dimensões.

### 3.2 MATRIZ DE ROTAÇÃO

Define-se inicialmente dois sistemas de coordenadas *OXYZ* e *OUVW* sobre o espaço euclidiano de ordem 3, mostrado na Figura 14, centrados na mesma origem.



Figura 14: Sistemas de coordenadas com a mesma orientação Fonte: (SOUSA, 2016)

Um espaço vetorial p do espaço é definido como:

$$p_{XYZ} = [p_X, p_Y, p_Z]^T = p_X \cdot \mathbf{i}_X + p_Y \cdot \mathbf{j}_Y + p_Z \cdot \mathbf{k}_Z$$
(2)

$$p_{UVW} = [p_U, p_V, p_W]^T = p_U . \mathbf{i}_U + p_V . \mathbf{j}_V + p_W . \mathbf{k}_W$$
(3)

Considerando a seguinte equivalência:

$$\begin{bmatrix} P_X \\ P_Y \\ P_Z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} P_U \\ P_V \\ P_W \end{bmatrix}$$
(4)

A matriz de transformação é dada por:

$$R = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{X} \cdot \mathbf{i}_{U} & \mathbf{i}_{X} \cdot \mathbf{j}_{V} & \mathbf{i}_{X} \cdot \mathbf{k}_{W} \\ \mathbf{j}_{Y} \cdot \mathbf{i}_{U} & \mathbf{j}_{Y} \cdot \mathbf{j}_{V} & \mathbf{j}_{Y} \cdot \mathbf{k}_{W} \\ \mathbf{k}_{Z} \cdot \mathbf{i}_{U} & \mathbf{k}_{Z} \cdot \mathbf{j}_{V} & \mathbf{k}_{Z} \cdot \mathbf{k}_{W} \end{bmatrix}$$
(5)

onde, *R* é a matriz de rotação que determina a orientação do sistema *OUVW* em relação ao sistema *OXYZ*. *R* também é chamada de matriz de cossenos e é uma matriz ortogonal, ou seja, a inversa da matriz *R* é igual a sua transposta:  $R^{-1} = R^T$  (BARRIENTOS, 1997).

Esta matriz de rotação é útil quando se deseja representar a orientação de sistemas girando sobre um único eixo do sistema de referência fixo.

Na Figura 15, os eixos *OW* e *OZ* permanecem fixos e coincidentes enquanto é alterada a orientação de *OUV* em relação a *OXY*, sendo representado pela matriz:

$$R(Z,\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0\\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(6)



Figura 15: UV deslocado em relação a XY Fonte: (SOUSA, 2016)

A propriedade de ortogonalidade da matriz *R* é mostrada abaixo.

$$R(Z,\theta)^{-1} = R(Z,\theta)^T \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0\\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(7)

Em (CAMPION et al., 1996) é mostrado que esta matriz de rotação é aplicada em robôs móveis, considerando que o robô é um corpo rígido com rodas não deformáveis e que se movimenta em um plano horizontal.

Ao se definir a matriz de rotação é possível fazer a modelagem cinemática do robô.

# 3.3 MODELO CINEMÁTICO

A modelagem cinemática relaciona o movimento do robô à diposição das rodas e suas velocidades, além das limitações a que o robô está sujeito. O AIR-1 é um robô escalador móvel de quatro rodas porém, o par de rodas do lado direito é interligado por uma correia dentada acionada por um motor sem escovas, o mesmo acontece com as duas rodas do lado esquerdo. Assim, o modelo cinemático é construído como se o robô tivesse duas rodas.

Considerando o sistema de coordenadas, de referência global (fixa) e de referência local (se move junto com o robô), mostrado nas Figuras 14, 15 e 16 e definindo a posição e orientação do robô na referência global  $\xi_G(t)$  como:

$$\boldsymbol{\xi}_{G}(t) = \begin{bmatrix} x_{G}(t) & y_{G}(t) & \boldsymbol{\theta}_{G}(t) \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} x(t) & y(t) & \boldsymbol{\theta}(t) \end{bmatrix}^{T}$$
(8)

onde x(t) é a posição do robô no eixo das abscissas, y(t) é a posição do robô no eixo das ordenadas e  $\theta(t)$  é a orientação do robô com relação ao eixo das abscissas.



Figura 16: Posição e orientação do robô no sistema de coordenadas global. Fonte: Adaptado de (DHAOUADI; HATAB, 2013)

A relação entre as referências é dada por:

$$\xi_G = R(\theta)\xi_R \tag{9}$$

onde  $R(\theta)$  é a matriz de rotação, dada na Equação 6, e  $\xi_R$  é a posição e orientação do robô na referência local.

Na modelagem cinemática, as velocidades do robô podem ser definidas com relação as velocidades das rodas,  $\dot{\phi}_i$ , (a posição de cada roda  $\phi_i$  é ilustrada na Figura 16), como mostrado abaixo:

$$\dot{\phi}_i = \frac{v}{r} \tag{10}$$

$$\dot{\phi}_i = \frac{\omega}{r} \parallel d_i \parallel \tag{11}$$

onde i ( $i \in [1,2], \forall i \in \mathbb{N}$ ) representa a roda  $w_i$  do robô de acionamento diferencial (Figura 16),

38

v é a velocidade linear na referência local, r é o raio da roda,  $\omega$  é a velocidade angular na referência do local,  $d_i$  é o vetor de distância entre o centro da roda i e a referência do robô e  $\| \cdot \|$  é a norma euclideana de um vetor.

Assim, as velocidades linear e angular do robô escalador são definidas como:

$$\upsilon = \frac{r}{2}(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2) \tag{12}$$

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{r(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)}{2L} \tag{13}$$

onde 2L é a largura do chassis do robô (ver Figura 16).

Então, a velocidade do robô na coordenada global, dada por  $\dot{x}$ ,  $\dot{y} \in \dot{\theta}$ , é descrita como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2}cos(\theta) & \frac{r}{2}cos(\theta) \\ \frac{r}{2}sen(\theta) & \frac{r}{2}sen(\theta) \\ \frac{r}{2L} & -\frac{r}{2L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi_1} \\ \dot{\phi_2} \end{bmatrix}$$
(14)

Outra maneira de se descrever as velocidades é:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \upsilon \\ \omega \end{bmatrix}$$
(15)

Também é possível definir todas as velocidades do sistema em relação ao sistema de coordenadas global (ver Figura 17).



Figura 17: Sistema de coordenadas global e local Fonte: Adaptado de (DHAOUADI; HATAB, 2013)

Para isto, define-se a velocidade de cada roda,  $v_i$ , como:

$$v_i = v_R + \omega_R \times R(\theta) d_i \tag{16}$$

onde,  $v_R \in \omega_R$  são as velocidades linear e angular do robô na referência global, respectivamente.  $R(\theta)$  é a matriz de rotação,  $d_i$  é o vetor de distância entre o centro da roda *i* e a referência do robô e × é a notação de produto vetorial

Os vetores de distância de cada roda são:

$$d_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -L \\ 0 \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$d_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ L \\ 0 \end{bmatrix}$$
(18)

Então, a velocidade da roda 1 é:

$$\upsilon_{1} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -L \\ 0 \end{bmatrix}$$
(19)

$$\upsilon_{1} = \begin{bmatrix} \dot{x} + L\dot{\theta}cos(\theta) \\ \dot{y} + L\dot{\theta}sen(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{1} \\ \dot{y}_{1} \\ \dot{\theta}_{1} \end{bmatrix}$$
(20)

e a velocidade da roda 2 é dada por:

$$\upsilon_{2} = \begin{bmatrix} \dot{x} - L\dot{\theta}cos(\theta) \\ \dot{y} - L\dot{\theta}sen(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{2} \\ \dot{y}_{2} \\ \dot{\theta}_{2} \end{bmatrix}$$
(21)

As restrições cinemáticas do movimento de um robô com acionamento diferencial são de rolamento puro e o não escorregamento, que serão discutidas a seguir.

A restrição de rolamento puro baseia-se no fato que cada roda possui um único ponto de contato com o chão, como pode ser visto na Figura 18 que toma como exemplo a roda  $w_1$ .



Figura 18: Restrição de rolamento puro. Fonte: Adaptado de (DHAOUADI; HATAB, 2013)

Considerando que não há deslizamento no eixo X e nem escorregamento no eixo Y, as velocidades tangenciais  $v_{P1}$  e  $v_{P2}$ , nos pontos de contato P1 e P2 de cada roda com a superfície, são relacionadas com as velocidades das rodas pelas seguintes equações:

$$v_{P1} = r\dot{\phi}_1 \tag{22}$$

$$v_{P2} = r\dot{\phi}_2 \tag{23}$$

$$\dot{x}_i \cos\theta + \dot{y}_i \sin\theta = r\dot{\phi}_i \tag{24}$$

onde  $\dot{x}_i$  é a velocidade linear ao longo do eixo x da roda i e  $\dot{y}_i$  é a velocidade linear ao longo do eixo y da roda i.

Substituindo as Equações 20 e 21 em 24, tem-se:

$$(\dot{x} + L\dot{\theta}\cos\theta)\cos\theta + (\dot{y} + L\dot{\theta}sen\theta)sen\theta = r\dot{\phi}_{1}$$
  
$$\dot{x}\cos\theta + \dot{y}sen\theta + L\dot{\theta} - r\dot{\phi}_{1} = 0$$
(25)

$$(\dot{x} - L\dot{\theta}\cos\theta)\cos\theta + (\dot{y} - L\dot{\theta}sen\theta)sen\theta = r\dot{\phi}_{2}$$
  
$$\dot{x}\cos\theta + \dot{y}sen\theta - L\dot{\theta} - r\dot{\phi}_{2} = 0$$
(26)

A restrição de não escorregamento define que o robô só pode se movimentar para frente e para trás, mas não pode ter movimento lateral, ou seja, a velocidade linear do robô ao longo do eixo y é nula ( $\dot{y}_R = 0$ ). Então, utilizando a Equação 9 com a matriz de rotação definida na Equação 6 e fazendo algumas manipulações algébricas chega-se a:

$$-\dot{x}sen(\theta) + \dot{y}cos(\theta) = 0 \tag{27}$$

Após estas definições, as restrições cinemáticas do robô podem ser definidas como:

$$\Lambda(q)\dot{q} = 0 \tag{28}$$

-

com

$$\dot{q} = \left[ \begin{array}{ccc} \dot{x} & \dot{y} & \dot{\theta} & \dot{\phi}_1 & \dot{\phi}_2 \end{array} \right]$$
(29)

$$\Lambda(q) = \begin{bmatrix} -sen(\theta) & cos(\theta) & 0 & 0 & 0\\ cos(\theta) & sen(\theta) & L & -r & 0\\ cos(\theta) & sen(\theta) & -L & 0 & -r \end{bmatrix}$$
(30)

onde  $\Lambda$  é a matriz de restrições cinemáticas e  $\dot{q}$  é o vetor de velocidades linear e angular do robô e velocidade das rodas.

Apesar do modelo cinemático fazer uma boa estimativa da velocidade linear e angular do robô a partir da velocidade das rodas, este não é suficientemente representativo. Um dos motivos que reforçam esta afirmação é que as dinâmicas do sistema, como a força de atrito entre as rodas e o chão, a influência da força da gravidade e limitações físicas (material do chassis), não são consideradas nos modelos cinemáticos em geral. A fim de melhorar a representação do robô, permitindo experimentos mais próximos da realidade, será feita a identificação de um modelo dinâmico do robô na Seção 3.4.

# 3.4 IDENTIFICAÇÃO DO MODELO DINÂMICO

O modelo cinemático apresentado na Seção 3.3 representa um robô móvel de chão e como consequência pode apresentar um desempenho diferente do robô móvel escalador. O comportamento dinâmico do robô envolve parâmetros específicos como massa, momento de inércia, diâmetro das rodas e acoplamento entre as mesmas (HUANG, 2005). Estes, por sua vez, são difíceis de serem medidos com precisão. A fim de modelar estas dinâmicas, é realizado um procedimento de identificação baseado em dados, obtendo assim um modelo dinâmico do robô.

Os métodos de identificação precisam de um conjunto de dados de entrada-saída do sistema. A escolha das variáveis, das quais serão obtidos os dados, é uma etapa importante pois, estas devem ser relacionadas dinamicamente (GUERRA, 2005). O modelo do robô é composto por modelos ARX (*Autoregressive with Exogenous Inputs*) de cada para entrada-saída, ou seja, vários sistemas SISO, e foi identificado utilizando o método dos mínimos quadrados. A descrição deste método, baseado em (LJUNG, 1999), é mostrado abaixo. O modelo ARX é composto pelos polinômios:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + e(k)$$
(31)

onde

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}$$
(32)

$$B(z^{-1}) = b_1 + b_2 z^{-1} + \ldots + b_{n_b} z^{-n_b + 1}$$
(33)

onde  $y(k) \in u(k)$  são os vetores de saída e entrada, respectivamente.

O modelo ARX na forma expandida é:

$$y(k) + a_1y(k-1) + \ldots + a_{n_a}y(k-n_a) = b_1u(k-1) + b_2u(k-2) + \ldots + b_{n_b}u(k-n_b) + e(k)$$
(34)

Para aplicar o método dos mínimos quadrados, a Equação 34 é reescrita na forma de regressão linear como:

$$y(k) = \boldsymbol{\varphi}^T(k-1)\boldsymbol{\vartheta} + \boldsymbol{e}(k) \tag{35}$$

$$\boldsymbol{\varphi}^{T}(k-1) = \left[-y(k-1), \dots, -y(k-n_{a}), u(k-1), \dots, u(k-1-n_{b})\right]$$
(36)

$$\vartheta^T = [a_1, \dots, a_{n_a}, b_0, \dots, b_{n_b}] \tag{37}$$

onde  $\varphi^T(k-1)$  é o vetor de dados coletados das variáveis entrada-saída,  $\vartheta$  é o vetor de coeficientes que serão estimados através do método dos mínimos quadrados e e(k) é o erro de modelagem.

A qualidade do modelo obtido está relacionado ao índice de desempenho do método, a função custo  $J_{MQ}$ , que deve ser minimizada.

$$J_{MQ} = \sum_{i=1}^{N} e(i)^2 = e^T e = ||e||^2$$
(38)

 $J_{MQ}$  diz o quão próximo a saída prevista,  $\varphi^T \vartheta$ , está da saída real, y. Portanto, estima-se  $\vartheta$  que minimize  $J_{MQ}$ .

Substituindo a Equação 35 na 38, tem-se:

$$J_{MQ} = (y - \boldsymbol{\varphi}^T \vartheta)^T (y - \boldsymbol{\varphi}\vartheta) = y^T y - y^T \boldsymbol{\varphi}\vartheta - \vartheta^T \boldsymbol{\varphi}^T y + \vartheta^T \boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\varphi}\vartheta$$
(39)

A minimização de  $J_{MQ}$  leva a  $\frac{\partial J_{MQ}}{\partial \vartheta} = 0$ , então:

$$\frac{\partial J_{MQ}}{\partial \vartheta} = -(y^T \varphi)^T - \varphi^T y + (\varphi^T \varphi + \varphi^T \varphi) \vartheta = -\varphi^T y - \varphi^T y + 2\varphi^T \varphi \vartheta = 0$$
(40)

$$\vartheta = [\boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\varphi}]^{-1} \boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{y} \tag{41}$$

É verificado se  $\vartheta$  é mínimo, fazendo:

$$\frac{\partial^2 J_{MQ}}{\partial \vartheta^2} = 2\varphi^T \varphi > 0 \tag{42}$$

 $2\varphi^T\varphi$  é positiva definida, então a Equação 42 é verdadeira. Logo:

$$\vartheta_{MQ} = \arg_{\vartheta} \min J_{MQ} = [\varphi^T \varphi]^{-1} \varphi^T y \tag{43}$$

O método dos mínimos quadrados, descrito acima, estima  $\vartheta$  que é composto pelos coeficientes do modelo ARX. Este modelo representa o sistema como uma função de

transferência. O sistema abordado nesta presente dissertação envolve três variáveis controladas e duas manipuladas, para cada par entrada-saída será gerada uma função de transferência. Estas funções de transferência serão utilizadas no controlador que será apresentado na Seção 3.5. Além do mais, este controlador irá compensar as dinâmicas não modeladas, como a força de atrito e o efeito da força gravitacional.

### 3.5 CONTROLE

O objetivo deste trabalho é projetar uma estratégia de controle para rastreamento de trajetória que será aplicado no robô móvel escalador de inspeção AIR-1. A partir da análise dos trabalhos apresentados na Seção 2.1 e 2.2 foi visto que o controle de velocidade se mostrou uma opção interessante para a finalidade deste trabalho. Pois, pelo fato do robô possuir acionamento diferencial, a diferença de velocidade das rodas resulta no movimento do robô. Caso este movimento não seja executado com precisão, o robô pode não rastrear o trajeto desejado. Além disto, a utilização da trajetória fornecida a priori, bem como a possibilidade de lidar com sistemas multivariáveis e a inclusão de restrições culminou na escolha do controlador GPC, o qual será descrito a seguir.

#### 3.5.1 GPC

O controlador GPC foi desenvolvido por (CLARKE et al., 1987b), sendo um dos métodos mais utilizados na indústria e no meio acadêmico (CAMACHO; BORDONS, 1999). Esta técnica é fácil de ser implementada e, além disto, os parâmetros de ajuste possibilitam a sintonia tanto das variáveis controladas como das manipuladas permitindo, assim, aproximarse do desempenho desejado sem grandes dificuldades. Estas características possibilitam um bom desempenho e justificam sua ampla utilização nas mais diversas aplicações (HOLKAR; WAGHMARE, 2010).

O GPC será usado para o controle de velocidade angular e linear de um robô com duas rodas que pode ser considerado um sistema multivariável. Portanto, nesta seção será deduzido a formulação da técnica GPC MIMO.

Considerando que as relações entre as variáveis do robô podem ser representadas por funções de transferência, então uma matriz de transferência  $n \times m \mathbf{P}(z^{-1})$  é:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{P}(z^{-1}).\mathbf{u}(k) \tag{44}$$

onde  $\mathbf{u}(k)$  é o vetor de entradas  $m \times 1$  e  $\mathbf{y}(k)$  é o vetor de saídas  $n \times 1$ .  $\mathbf{P}(z^{-1})$  é formado por funções de transferência SISO  $P_{pq}(z^{-1})$ :

$$P_{pq}(z^{-1}) = \frac{z^{-1}B'_{pq}(z^{-1})}{A_{pq}(z^{-1})} = \frac{z^{-1}B_{pq}(z^{-1})}{A_{p}(z^{-1})}$$
(45)

onde  $A_{pq}(z^{-1})$  e  $B'_{pq}(z^{-1})$  são o denominador e o numerador da função de transferência entre a entrada q e a saída p, respectivamente.  $A_p(z^{-1})$  é o mínimo múltiplo comum dos polinômios  $A_{pq}(z^{-1})$  para q = 1...m e p = 1...n. Desta forma, a matriz polinomial diagonal  $\mathbf{A}(z^{-1})$  é formada com os elementos  $A_p(z^{-1})$  e a matriz polinomial  $\mathbf{B}(z^{-1})$  com os elementos  $B_{pq}(z^{-1})$ .

A modelagem do robô, para fins de controle, considera estes polinômios,  $\mathbf{A}(z^{-1})$  e  $\mathbf{B}(z^{-1})$ , parte de um modelo CARIMA (*Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving Average*) (TUFFS; CLARKE, 1985), mostrado na Equação 46, no qual se baseia o algoritmo GPC.

$$\mathbf{A}(z^{-1}) \cdot \mathbf{y}(k) = \mathbf{B}(z^{-1}) \cdot \mathbf{u}(k-1) + \frac{\mathbf{C}(z^{-1})}{\Delta} \cdot \mathbf{e}(k)$$
(46)

onde

$$\mathbf{A}(z^{-1}) = I_{n \times n} + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + \dots + A_{na} z^{-na}$$
(47)

$$\mathbf{B}(z^{-1}) = B_0 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + \ldots + B_{nb} z^{-nb}$$
(48)

$$\mathbf{C}(z^{-1}) = I_{n \times n} + C_1 z^{-1} + C_2 z^{-2} + \ldots + C_{nc} z^{-nc}$$
(49)

e  $C(z^{-1})$  é uma matriz polinomial  $n \times n$  que representa os polinômios do ruído colorido. Como estes são difíceis de serem estimados, já que as variâncias do ruído dificilmente permanecem constantes, escolhe-se  $C(z^{-1}) = I_{n \times n}$  e considera-se que as diferenças de estimação do polinômio  $C(z^{-1})$  são absorvidas dentro dos polinômios  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$  (CLARKE et al., 1987a; CAMACHO; BORDONS, 1999). Com  $\Delta = 1 - z^{-1}$  e e(k) o vetor de ruídos  $n \times 1$ , que é considerado um ruído branco com média zero, e envolve as dinâmicas não modeladas que não são capturadas nas funções de transferência da Equação 44.

Cada saída do modelo MIMO pode ser descrita por um modelo CARIMA da seguinte forma:

$$A_p(z^{-1}) \cdot y_p(k) = \mathbf{B}_p(z^{-1}) \cdot \mathbf{u}(k-1) + \frac{e(k)}{\Delta}$$
(50)

onde  $\mathbf{B}_p = [B_{p1}B_{p2}\cdots B_{pm}].$ 

Já a saída predita  $\hat{y}_p(k+j|k)$ , para j amostras à frente de k, é obtida resolvendo a

seguinte Equação Diofantina:

$$1 = E_{pj}(z^{-1}) \cdot A_p(z^{-1})\Delta + z^{-j}F_{pj}(z^{-1})$$
(51)

onde  $E_{pj}(z^{-1})$  e  $F_{pj}(z^{-1})$  são polinômios de ordem j-1 e  $na_p$ , respectivamente.

Multiplicando a Equação 50 por  $\Delta E_{pj}(z^{-1})z^j$ , considerando que os termos do ruído estão todos no futuro e realizando algumas manipulações matemáticas, chega-se a predição ótima da saída:

$$\hat{y}_p(k+j|k) = E_{pj}(z^{-1})\mathbf{B}_p(z^{-1})\Delta \mathbf{u}(k+j-1|k) + F_{pj}(z^{-1})y_p(k)$$
(52)

onde  $\mathbf{G}_p = E_{pj}(z^{-1})\mathbf{B}_p(z^{-1}).$ 

Matricialmente, a Equação 52 é escrita como:

$$\hat{\mathbf{y}}_p = \mathbf{G}_p \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}_p \tag{53}$$

onde

$$\hat{\mathbf{y}}_{p} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{p}(k+1|k) \\ \hat{y}_{p}(k+2|k) \\ \vdots \\ \hat{y}_{p}(k+N_{2p}|k) \end{bmatrix}$$
(54)

$$\mathbf{G}_p = \left[ \begin{array}{ccc} \mathbf{G}_{p1} & \mathbf{G}_{p2} & \cdots & \mathbf{G}_{pm} \end{array} \right]$$
(55)

$$\Delta \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_1 \\ \Delta \mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}_m \end{bmatrix}$$
(56)

$$\mathbf{f}_{p} = \begin{bmatrix} f_{p}(1) \\ f_{p}(2) \\ \vdots \\ f_{p}(N_{2p}) \end{bmatrix}$$
(57)

com

$$\Delta \mathbf{u}_{q} = \begin{bmatrix} \Delta u_{q}(k) \\ \Delta u_{q}(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u_{q}(k+N_{uq}-1) \end{bmatrix}$$
(58)

$$f_p(j) = z(1 - \Delta A_p(z^{-1}))f_p(j-1) + \mathbf{B}_p(z^{-1})\Delta \mathbf{u}(k+j)$$
(59)

sendo  $N_{2p}$  o horizonte de predição da saída  $p \in N_{uq}$  o horizonte de controle da entrada q.

Utilizando as propriedades recursivas do polinômio  $E_{pj}$  (CAMACHO; BORDONS, 1999), tem-se:

$$\mathbf{G}_{pq} = \begin{bmatrix} g_{pq_0} & 0 & \cdots & 0 \\ g_{pq_1} & g_{pq_0} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{pq_{N_{2p}-1}} & g_{pq_{N_{2p}-2}} & \cdots & g_{pq_{N_{2p}-N_{uq}-1}} \end{bmatrix}$$
(60)

 $\Delta \mathbf{u}(k+j) = 0$  quando  $j \ge 0$  e  $f_p(0) = y_p(k)$ . Resumidamente, a predição ótima do processo MIMO:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}_1 \\ \hat{\mathbf{y}}_2 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} & \cdots & \mathbf{G}_{1m} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} & \cdots & \mathbf{G}_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{G}_{n1} & \mathbf{G}_{n2} & \cdots & \mathbf{G}_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_1 \\ \Delta \mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_n \end{bmatrix}$$
(61)

Os sinais de controle,  $\Delta \mathbf{u}$ , são calculados minimizando a seguinte função custo (CAMACHO; BORDONS, 1999):

$$\mathbf{J}(N_2, N_u) = \sum_{j=1}^{N_2} \|\hat{\mathbf{y}}(k+j|k) - \mathbf{y}_{ref}(k+j)\|_R^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \|\Delta \mathbf{u}(k+j-1)\|_Q^2$$
(62)

onde  $N_2$  e  $N_u$  são os horizontes de predição da saída e da entrada, respectivamente. R e Q são matrizes definidas positivas, ou seja, R > 0 e Q > 0, que ponderam o erro entre a saída predita e sua referência e o esforço de controle.

Substituindo a Equação 61 em 62, tem-se:

$$\mathbf{J} = (\mathbf{G}\Delta \mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{y}_{ref})' \mathbf{R} (\mathbf{G}\Delta \mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{y}_{ref}) + \Delta \mathbf{u}' \mathbf{Q}\Delta \mathbf{u}$$
(63)

Para encontrar a lei de controle ótima, faz-se  $\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \Delta \mathbf{u}} = 0$  e é verificado se  $\frac{\partial^2 J}{\partial \Delta \mathbf{u}^2}$  é semi-

definida positiva, de onde se obtem:

$$\Delta \mathbf{u} = (\mathbf{G}'\mathbf{R}\mathbf{G} + \mathbf{Q})^{-1}\mathbf{G}'\mathbf{R}(\mathbf{y}_{ref} - \mathbf{f})$$
(64)

Devido ao uso da estratégia de horizonte deslizante, aplica-se somente  $\Delta \mathbf{u}(k)$ , ou seja, apenas a primeira linha de  $(\mathbf{G}'\mathbf{RG} + \mathbf{Q})^{-1}\mathbf{G}'\mathbf{R}$  precisa ser calculada por período amostral. Os sinais de controle que são efetivamente utilizados são obtidos de  $\Delta \mathbf{u}_q$ , sendo que as primeiras linhas estão separadas por  $1 + \sum_{i=0}^{q-1} N_u(i)$ . Outra maneira de se escrever a lei de controle é:

$$\Delta \mathbf{u}(k) = \mathbf{K}.(\mathbf{y}_{ref} - \mathbf{f}) \tag{65}$$

$$\mathbf{K} = (\mathbf{G}'\mathbf{R}\mathbf{G} + \mathbf{Q})^{-1}\mathbf{G}'\mathbf{R}$$
(66)

A técnica de controle GPC MIMO descrita pelas Equações 44 a 66 pode ser aplicada segundo o fluxograma apresentado na Figura 19.



# Figura 19: Fluxograma do GPC MIMO. Fonte: Próprio autor.

A Equação 65 pode ser modificada ao ser submetida a restrições (ver Seção 3.5.2).

### 3.5.2 RESTRIÇÕES

Pelo fato do AIR-1 possuir um sistema de acionamento diferencial e devido a forte adesão magnética das rodas, a execução de movimentos curvilíneos é dificultada. Ao realizar curvaturas fechadas, o chassis do robô sofre deformações, que danificam a estrutura física. Assim, a inclusão de restrições na estratégia de controle pode solucionar o problema de danos estruturais no robô durante a movimentação.

As restrições estão presentes na maior parte dos sistemas controlados, estas podem ser restrições físicas, limitações de segurança, especificações de qualidade, etc. Se estas não forem consideradas no projeto do controlador podem fazer com que o sistema tenha um comportamento indesejado (PEREIRA, 1997).

No controlador GPC é possível incluir restrições no cálculo da lei de controle. Assim, ao se considerar restrições no projeto do controlador, o sistema passa a ter o desempenho desejado. As três principais restrições são: na taxa de variação do sinal de controle, limitando a amplitude do sinal de controle e restringindo o sinal de saída. Estas podem ser demonstradas em função da variação da ação de controle (PEREIRA, 1997).

A seguir será mostrado o equacionamento da inclusão de restrições, para o caso de um sistema SISO, baseado em (ARRUDA, 2012).

### 3.5.2.1 RESTRIÇÕES SOBRE A VARIAÇÃO DA AÇÃO DE CONTROLE

Considerando que a variação do sinal de controle está limitada por:

$$\Delta \mathbf{u}_{min} \le \Delta \mathbf{u}(k+i-1|k) \le \Delta \mathbf{u}_{max} \tag{67}$$

com  $i = 1, 2, ..., N_u$  e  $\Delta \mathbf{u}_{min}, \Delta \mathbf{u}_{max} \in \Re$ . Os valores limites de variação da ação de controle são estipulados para cada período de amostragem.

A Equação 67 pode ser escrita matricialmente:

$$\begin{bmatrix} 1\\1\\\vdots\\1 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_{min} \leq \begin{bmatrix} \Delta u(k|k)\\\Delta u(k+1|k)\\\vdots\\\Delta u(k+N_u|k) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1\\1\\\vdots\\1 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_{max}$$
(68)

ou, de maneira compacta:

$$\mathbf{1}_{Nu}\Delta u_{min} \le \Delta \mathbf{u} \le \mathbf{1}_{Nu}\Delta u_{max} \tag{69}$$

Separando a Equação 69 e a deixando em função da variação do sinal de controle, tem-se:

$$\Delta \mathbf{u} \le \mathbf{1}_{Nu} \Delta u_{max} \tag{70}$$

$$-\Delta \mathbf{u} \le -\mathbf{1}_{Nu} \Delta u_{max} \tag{71}$$

Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_{u}} \\ -\mathbf{I}_{N_{u}} \end{bmatrix}_{2N_{u}\times N_{u}} \Delta \mathbf{u} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{N_{u}}\Delta u_{max} \\ -\mathbf{1}_{N_{u}}\Delta u_{min} \end{bmatrix}_{2N_{u}\times 1}$$
(72)

# 3.5.2.2 RESTRIÇÕES SOBRE A EXCURSÃO DA AÇÃO DE CONTROLE

Sendo a excursão do sinal de controle limitada e descrita por:

$$\mathbf{u}_{min} \le \mathbf{u}(k+i-1|k) \le \mathbf{u}_{max} \tag{73}$$

com  $i = 1, 2, ..., N_u$  e  $\mathbf{u}_{min}, \mathbf{u}_{max} \in \mathfrak{R}$ . Matricialmente:

$$\mathbf{1}_{N_u} u_{min} \le \mathbf{u} \le \mathbf{1}_{N_u} u_{max} \tag{74}$$

Sabendo que:

$$\mathbf{u}(k|k) = \mathbf{u}(k-1|k) + \Delta \mathbf{u}(k|k)$$
$$\mathbf{u}(k+1|k) = \mathbf{u}(k|k) + \Delta \mathbf{u}(k+1|k)$$
$$\vdots$$
$$\mathbf{u}(k+N_{\mu}-1|k) = \mathbf{u}(k-1|k) + \Delta \mathbf{u}(k|k) + \ldots + \Delta \mathbf{u}(k+N_{\mu}-1|k)$$
(75)

Reescrevendo a Equação 75 na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k+1|k) \\ \vdots \\ u(k+N_{u}-1|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(k-1|k) \\ u(k-1|k) \\ \vdots \\ u(k-1|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k|k) + \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k|k) + \Delta u(k+1|k) + \dots + \Delta u(k+N_{u}-1|k) \end{bmatrix}$$
(76)

A Equação 76 reescrita na forma compacta é dada por:

$$\mathbf{u}_{N_u \times 1} = \mathbf{1}_{N_u} u(k-1|k) + \mathbf{T}_{N_u} \Delta \mathbf{u}$$
(77)

ou seja,

$$\mathbf{u} = \mathbf{1}_{N_{\mu}}u(k-1|k) + \mathbf{T}_{N_{\mu}}\Delta\mathbf{u}$$
(78)

Substituindo a Equação 78 na 74.

$$\mathbf{1}_{N_u} u_{min} \le \mathbf{1}_{N_u} u(k-1|k) + \mathbf{T}_{N_u} \Delta \mathbf{u} \le \mathbf{1}_{N_u} u_{max}$$
(79)

Isolando o termo  $T_{N_u}\Delta \mathbf{u}$ , a Equação 79 divide-se em:

$$\mathbf{T}_{N_u} \Delta \mathbf{u} \le \mathbf{1}_{N_u} [u_{max} - u(k - 1|k)]$$
(80)

$$-\mathbf{T}_{N_u}\Delta\mathbf{u} \le \mathbf{1}_{N_u}[u(k-1|k) - u_{min}]$$
(81)

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{N_{u}} \\ -\mathbf{T}_{N_{u}} \end{bmatrix}_{2N_{u}\times N_{u}} \Delta \mathbf{u} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{N_{u}}[u_{max}-u(k-1|k)] \\ \mathbf{1}_{N_{u}}[u(k-1|k)-u_{min}] \end{bmatrix}_{2N_{u}\times 1}$$
(82)

# 3.5.2.3 RESTRIÇÕES SOBRE A EXCURSÃO DO SINAL DE SAÍDA

O sinal de saída é limitado por:

$$\mathbf{y}_{min} \le \mathbf{y}(k+i|k) \le \mathbf{y}_{max} \tag{83}$$

com  $i = 1, 2, \ldots, N_2$  e  $\mathbf{y}_{min}, \mathbf{y}_{max} \in \mathfrak{R}$ .

Matricialmente:

$$1_{N_2} y_{min} \le \mathbf{y} \le 1_{N_2} y_{max} \tag{84}$$

Sabendo que  $\mathbf{y} = \mathbf{G}\Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}$ , pode-se reescrever a Equação 84 como:

$$1_{N_2} y_{min} \le \mathbf{G} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f} \le 1_{N_2} y_{max} \tag{85}$$

$$1_{N_2} y_{min} - \mathbf{f} \le \mathbf{G} \Delta \mathbf{u} \le 1_{N_2} y_{max} - \mathbf{f}$$
(86)

Reescrevendo a Equação 86 na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ -\mathbf{G} \end{bmatrix}_{2N_2 \times N_u} \Delta \mathbf{u} \le \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{N_2} y_{max} - \mathbf{f} \\ \mathbf{f} - \mathbf{1}_{N_2} y_{min} \end{bmatrix}_{2N_2 \times 1}$$
(87)

A introdução destas restrições na lei de controle GPC é discutida a seguir.

# 3.5.3 PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA

Para que a otimização, da função custo para obtenção da lei de controle, possa ser realizada com a inclusão de restrições é utilizada a programação quadrática (GARCIA; MORSHEDI, 1986). Esta ferramenta encontra um mínimo do problema descrito como:

$$min_x \frac{1}{2} x^T H x + f_{quad}{}^T x \tag{88}$$

A Equação 88 está sujeita a condição:

$$Ax \le b \tag{89}$$

O objetivo deste trabalho é elaborar um controle de rastreamento de trajetória que, ao mesmo tempo, não deforme o chassis do robô. Esta deformação pode ser evitada se a força exercida sobre o chassis for limitada. Como esta força é considerada um sinal de saída, ou seja, obtida a partir do robô simulado, serão impostas restrições sobre a excursão do sinal de saída.

Assim, o problema de programação quadrática a ser resolvido passa a ser:

$$x = \Delta \mathbf{U} \tag{90}$$

$$H = 2(\mathbf{G}^T \mathbf{R} \mathbf{G} + \mathbf{Q}) \tag{91}$$

$$f_{quad} = 2\mathbf{G}^{T}(\mathbf{f} - \mathbf{y}_{ref}) \tag{92}$$

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ -\mathbf{G} \end{bmatrix}$$
(93)

$$b = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{max} - \mathbf{f} \\ \mathbf{f} - \mathbf{y}_{min} \end{bmatrix}$$
(94)

Após a resolução deste problema de programação quadrática, garante-se que o controle de rastreamento de trajetória seja executado sem que o chassis do robô sofra deformações.

# 4 ESTRATÉGIA DE CONTROLE PROPOSTA PARA RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIA

Como discutido na Seção 1.1, o objetivo deste trabalho é projetar um controle para solucionar o problema de rastreamento de trajetória. No entanto, devido ao fato do robô possuir acionamento diferencial, restrição de não deslizamento lateral e pelas rodas terem forte adesão magnética, o chassis do robô sofre deformações ao realizar curvas fechadas. Nesta situação a diferença de velocidade das rodas aumenta, unido ao fato destas terem dificuldade em se desgrudar da superfície, fazendo com que a estrutura do chassis seja deformada.

O chassis é feito de alumínio, o qual possui uma certa elasticidade, ou seja, dependendo da intensidade da força exercida sobre o mesmo, este pode mudar sua forma física e depois retornar as suas condições iniciais.

O chassis é representado por uma mola. Para que a mola possa se extender e retornar a condição inicial, é necessário que o seu deslocamento linear esteja dentro da região elástica. Ao se ultrapassar este limite, entra-se na região plástica, ou seja, a mola não retorna as condições iniciais. Através da lei de Hooke <sup>9</sup>, obtem-se o valor da força na mola, denominada força  $F_m$ .

A deformação do chassis será mensurada através da medição de sua compressão (ver Figura 20). Portanto, ao se restringir a força  $F_m$ , o chassis não irá sofrer deformações. A partir destas considerações, a utilização de uma estratégia de controle que permite a inclusão de restrições é primordial.

Levando em conta a definição da força  $F_m$ , descrita acima, foi proposta uma estratégia

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>A lei de Hooke calcula a força elástica de um corpo que, neste trabalho, é uma mola. Para tal, é utilizada a constante elástica da mola e a deformação que a mola sofre.



Figura 20: Compressão no chassis do robô.

de controle baseada no esquemático do controle para rastreamento de trajetória mostrado na Figura 21.



Figura 21: Esquemático do controle de rastreamento de trajetória.

Como pode ser visto na Figura 21, o sistema de controle consiste em um controlador GPC e têm como variáveis controladas: as velocidades linear  $(\frac{dS}{dt})$  e angular  $(\frac{d\theta}{dt})$ , dadas pela razão deslocamento-tempo, e a força  $F_m$  que causa deformação no chassis e por isto deve ser limitada. Já as variáveis manipuladas são as velocidades linear(v) e angular( $\omega$ ).

Para projetar o controlador GPC foram obtidas as funções de transferência de cada par entrada-saída do robô,  $g_{\frac{dS}{dt}v}$ ,  $g_{\frac{dS}{dt}\omega}$ ,  $g_{\frac{d\theta}{dt}\omega}$ ,  $g_{\frac{d\theta}{dt}v}$ ,  $g_{F_m\omega}$ ,  $g_{\frac{d\theta}{dt}v}$ , a partir da sua identificação pelo método dos mínimos quadrados, como discutido na Seção 3.4, o qual julgou-se apropriado, visto que o modelo é ajustado de forma a minimizar o erro entre os dados reais e o modelo estimado. As entradas do robô foram excitadas, uma de cada vez, por uma sequência de valores aleatórios com distribuição normal (média zero e desvio padrão unitário) e foram medidos os valores das saídas. Utilizando a ferramenta *ident* do Matlab foi gerado um modelo ARX, com os polinômios  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$  de ordem 2, como mostrado a seguir.

$$g_{\frac{dS}{dt}\upsilon} = \frac{0.6345z^{-1} + 0.06398z^{-2}}{1 + 0.03845z^{-1} - 0.002614z^{-2}}$$
(95)

$$g_{\frac{d\theta}{dt}\omega} = \frac{0.2379z^{-1} + 0.03803z^{-2}}{1 + 0.1342z^{-1} + 0.001089z^{-2}}$$
(96)

$$g_{F_m\omega} = \frac{0.1071z^{-1} - 0.03326z^{-2}}{1 - 0.3941z^{-1} - 0.04245z^{-2}}$$
(97)

As funções de transferência  $g_{\frac{dS}{dt}\omega}$ ,  $g_{\frac{d\theta}{dt}\nu}$  e  $g_{F_m\nu}$  possuem valores muito baixos, pelo fato dos pares entrada-saída serem pouco correlacionados, e por isso foram consideradas iguais a zero. No entanto, os efeitos ocasionados por esta mudança serão considerados como dinâmicas não modeladas e serão compensadas pelo controlador.

Substituindo estas funções de transferência na Equação 60, tem-se como exemplo  $\mathbf{G}_{\frac{dS}{dt}v}$ :

$$\mathbf{G}_{\frac{dS}{dt}\upsilon} = \begin{bmatrix} g_{\frac{dS}{dt}\upsilon_{0}} & 0 & \cdots & 0 \\ g_{\frac{dS}{dt}\upsilon_{1}} & g_{\frac{dS}{dt}\upsilon_{0}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{\frac{dS}{dt}\upsilon_{N2}} g_{\frac{dS}{dt}} & \ddots & \vdots \\ g_{\frac{dS}{dt}} v_{N2} g_{\frac{dS}{dt}} & \cdots & g_{\frac{dS}{dt}} v_{N2} g_{\frac{dS}{dt}} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$
(98)

seguindo o mesmo raciocínio calcula-se  $\mathbf{G}_{\frac{dS}{dt}\omega}$ ,  $\mathbf{G}_{\frac{d\theta}{dt}\nu}$ ,  $\mathbf{G}_{F_m\nu}$  e  $\mathbf{G}_{F_m\omega}$  e substitui-se na Equação 61, resultando em:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}_{\frac{dS}{dt}}(k+1) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}_{\frac{dS}{dt}}(k+N2_{\frac{dS}{dt}}) \\ \hat{\mathbf{y}}_{\frac{d\theta}{dt}}(k+1) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}_{\frac{d\theta}{dt}}(k+N2_{\frac{d\theta}{dt}}) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}_{\frac{d\theta}{dt}}(k+N2_{\frac{d\theta}{dt}}) \\ \hat{\mathbf{y}}_{\frac{d\theta}{dt}}(k+N2_{\frac{d\theta}{dt}}) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}_{F_m}(k+1) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}_{F_m}(k+N2_{F_m}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{\frac{dS}{dt}} \circ \mathbf{G}_{\frac{dS}{dt}} \omega \\ \mathbf{G}_{F_m} \circ \mathbf{G}_{F_m} \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_{\upsilon}(k) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}_{\upsilon}(k+N_{\upsilon}-1) \\ \Delta \mathbf{u}_{\omega}(k) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}_{\omega}(k+N_{\omega}-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{\frac{dS}{dt}}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{\frac{d\theta}{dt}}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{F_m}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{F_m}(N2_{F_m}) \end{bmatrix}$$
(99)

 $\operatorname{com} \mathbf{f}_{\frac{dS}{dt}}, \mathbf{f}_{\frac{d\theta}{dt}} \in \mathbf{f}_{F_m}$  sendo calculadas pela Equações 57 e 59, e os sinais de controle,  $\Delta \mathbf{u}_{\upsilon} \in \Delta \mathbf{u}_{\omega}$ , calculados utilizando as Equações 62 a 64.

A partir destas definições, o algoritmo de controle foi desenvolvido no Matlab e nele foram impostas restrições, utilizando o comando  $quadprog^{10}$ , na excursão dos sinais de saída, visto que, ao se estipular um valor máximo para a força  $F_m$ , o chassis não irá sofrer deformações. No Capítulo 5 são feitas simulações, comparando o controlador GPC com um PI (no qual não foram inseridas restrições).

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Ferramenta do Matlab que resolve o problema de programação quadrática.

### 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As simulações dos experimentos foram realizadas utilizando o V-REP (*Virtual Robot Experimentation Platform*), que é um simulador 3D de robôs de arquitetura distribuída, onde cada objeto/modelo pode ser controlado individualmente, por exemplo, por um nó do ROS (*Robot Operating System*) (ROBOTICS, 2018). No V-REP, é possível modelar um robô com dados reais da estrutura física, motores, sensores e sistema de adesão das rodas.

O ROS é um *framework* para robôs composto por ferramentas e bibliotecas que simplificam o desenvolvimento de software para algumas plataformas robóticas. Para a comunicação através do ROS são utilizados os conceitos: nós, tópicos, publicador e subscritor. Cada processo que se comunica através do ROS é um nó e a comunicação entre os nós se dá por meio de tópicos (onde se compartilham informações). Estas informações podem ser publicadas, pelos publicadores (*publishers*) ou lidas, pelos subscritores (*subscribers*) (ROS, 2018).

O algoritmo de controle GPC foi desenvolvido no Matlab que, unindo-se ao V-REP e ao ROS possibilitou as simulações para validação da estratégia de controle. O deslocamento linear e angular são obtidos através do giroscópio. A força  $F_m$  é medida por um sensor de força sob uma mola, que representa o chassis, este é feito de alumínio, cuja constante elástica é 2.76  $\frac{N}{m}$ , conforme (QUADROS et al., 1985). O ambiente no qual o robô está inserido é plano e sem obstáculos, como pode ser visto na Figura 22, onde são considerados valores reais, como o da força da gravidade.



Figura 22: Ambiente de simulação do robô.

Para uma análise detalhada foram realizadas algumas simulações. As quatro primeiras simulações, variando os parâmetros de ajuste,  $N2_{\frac{dS}{dt}}$ ,  $N2_{\frac{d\theta}{dt}}$  e  $N2_{F_m}$ ,  $N_v$ ,  $N_\omega$ ,  $R(R_{\frac{dS}{dt}}, R_{\frac{d\theta}{dt}}, R_{F_m})$  e  $Q(Q_v, Q_\omega)$ , objetivam a melhor sintonia do controlador GPC, cujos valores dos parâmetros encontrados são utilizados na quinta simulação. Em seguida, é feita uma simulação a fim de comparar as saídas e entradas do sistema com e sem restrição. Por fim, uma última simulação compara o controle GPC com um PI.

### 5.1 VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DO GPC

Os parâmetros de sintonia do controlador GPC MIMO são os horizontes de predição  $N2_{\frac{dS}{dt}}$ ,  $N2_{\frac{d\theta}{dt}}$  e  $N2_{F_m}$ , os horizontes de controle  $N_{\upsilon}$  e  $N_{\omega}$ , e as matrizes  $R(R_{\frac{dS}{dt}}, R_{\frac{d\theta}{dt}}, R_{F_m})$  e  $Q(Q_{\upsilon}, Q_{\omega})$  que ponderam as variáveis controladas e as manipuladas, respectivamente.

Para se obter o melhor ajuste dos parâmetros, foram realizadas simulações, nas quais foram estipulados valores correspondentes a quatro diferentes patamares como referência para as variáveis controladas:  $\frac{dS}{dt} \in \frac{d\theta}{dt}$ . A referência da variável  $F_m$  é obtida através de uma relação entre a velocidade das rodas  $\dot{\phi_1} \in \dot{\phi_2}$ , seguindo a ideia de que, quanto maior a diferença de velocidade entre as rodas maior é a força exercida sob a mola. Esta relação pode ser considerada válida porque o intuito da referência  $F_{mref}$  não é fazer com que a força siga uma referência fixa, e sim que  $F_m$  seja uma variável que indique e limite a compressão que o chassis sofre.

Por possuir referência variável e dependente da velocidade das rodas, gráficos com a força  $F_m$  não serão mostrados pois são difíceis de serem interpretados. Nas Figura 23 e 24 foi feita a simulação considerando os valores de  $R(R_{\frac{dS}{dt}}, R_{\frac{d\theta}{dt}}, R_{F_m})$  e  $Q(Q_v, Q_\omega)$  iguais a 0.5,  $N_v$  e



 $N_{\omega}$  iguais a 10 e variando os horizontes de predição  $N2_{\frac{dS}{dt}}$ ,  $N2_{\frac{d\theta}{dt}} \in N2_{F_m}$ .





Figura 24: Saída  $\frac{d\theta}{dt}$  variando os horizontes de predição  $N2_{\frac{dS}{dt}}$ ,  $N2_{\frac{d\theta}{dt}}$  e  $N2_{F_m}$ .

Ao se analisar o degrau iniciado em 40s, pode-se notar que quanto maior o horizonte de predição, mais rápida é a resposta à ação de controle. Os valores de pico são maiores no caso sujeito a N2 = 5. Já as variáveis de controle apresentam comportamento semelhante. Como os casos em que N2 = 30 e N2 = 60 não há uma diferença relevante, optou-se por adotar N2 = 30nas próximas simulações pois, reduz o tempo de processamento do algoritmo.

Nas Figuras 25 e 26 foi feita a simulação considerando os valores de  $R(R_{\frac{dS}{dt}}, R_{\frac{d\theta}{dt}}, R_{F_m})$ ,  $Q(Q_{\upsilon}, Q_{\omega})$  iguais a 0.5, os valores dos horizonte de predição  $N2_{\frac{dS}{dt}}$ ,  $N2_{\frac{d\theta}{dt}}$  e  $N2_{F_m}$  iguais a 30 e variando os horizontes de controle  $N_{\upsilon}$  e  $N_{\omega}$ .



Figura 25: Saída  $\frac{dS}{dt}$  variando os horizontes de controle  $N_{\upsilon}$  e  $N_{\omega}$ .



Figura 26: Saída  $\frac{d\theta}{dt}$  variando os horizontes de controle  $N_{v}$  e  $N_{\omega}$ .

Notou-se que para valores baixos do horizonte de controle, o tempo de subida das saída é maior, ou seja, torna o processo mais lento. Para Nu = 10, as variáveis controladas tem menor oscilação em torno das suas referências. O sinal de controle tem comportamento similar para todos os horizontes, no entanto, seu valor para Nu = 5 é menor, indicando um menor esforço de controle que leva justamente a um maior tempo de reação. Para Nu = 10 e Nu = 50, tantos as variáveis controladas, quanto as manipuladas têm seus valores muito próximo então, Nu = 10reduz o tamanho e tempo de processamento do algoritmo. Por isto, este valor foi utilizado nas próximas simulações.

Nas Figuras 27 e 28 foi feita a simulação considerando os valores dos horizonte de predição  $N2_{\frac{dS}{dt}}$ ,  $N2_{\frac{d\theta}{dt}}$  e  $N2_{F_m}$  iguais a 30,  $N_{\upsilon}$  e  $N_{\omega}$  iguais a 10,  $Q(Q_{\upsilon}, Q_{\omega})$  iguais a 0.5 e variando a matriz de ponderação  $R(R_{\frac{dS}{dt}}, R_{\frac{d\theta}{dt}}, R_{F_m})$ .



Figura 27: Saída  $\frac{dS}{dt}$  variando a matriz de ponderação  $R(R_{\frac{dS}{dt}}, R_{\frac{d\theta}{dt}}, R_{F_m})$ .



Figura 28: Saída  $\frac{d\theta}{dt}$  variando a matriz de ponderação  $R(R_{\frac{dS}{dt}}, R_{\frac{d\theta}{dt}}, R_{F_m})$ .

Para valores altos na matriz de ponderação R, os erros entre a saída medida e sua referência sofrem maior penalização, o que pode tornar o sistema muito oscilatório. Como o objetivo é priorizar  $F_m$  frente as outras variáveis controladas, com o intuito de limitar a força exercida sob a mola, definiu-se os valores de  $R_{\frac{dS}{dt}}$ ,  $R_{\frac{d\theta}{dt}}$  e  $R_{F_m}$  como 0.5, 0.5 e 1, respectivamente.

Nas Figuras 29 e 30 foi feita a simulação considerando os valores dos horizonte de predição  $N2_{\frac{dS}{dt}}$ ,  $N2_{\frac{d\theta}{dt}}$  e  $N2_{F_m}$  iguais a 30,  $N_v$  e  $N_\omega$  iguais a 10,  $R(R_{\frac{dS}{dt}}, R_{\frac{d\theta}{dt}}, R_{F_m})$  iguais a 0.5 e variando a matriz de ponderação  $Q(Q_v, Q_\omega)$ .



Figura 29: Saída  $\frac{dS}{dt}$  variando a matriz de ponderação  $Q(Q_v, Q_\omega)$ .



Figura 30: Saída  $\frac{d\theta}{dt}$  variando a matriz de ponderação  $Q(Q_v, Q_\omega)$ .

Quanto maiores forem os valores da matriz de ponderação Q, mais lentas e menos oscilatórias se tornam as ações de controle. Aumentando Q de 0.5 para 1 houve pouca diferença de comportamento das variáveis controladas e manipuladas. O valor Q = 0.5 foi escolhido por opção do autor.

A partir da variação dos parâmetros do GPC mostradas nas Figuras 23 a 30, foi possível notar que para os horizontes de predição,  $N2_{\frac{dS}{dt}} e N2_{\frac{d\theta}{dt}}$  iguais a 30, as ações de controle foram suavizadas. Variando os horizontes de controle conclui-se que para  $N_{\upsilon} e N_{\omega}$  iguais a 10, as saídas do sistema oscilam menos em torno da referência. Definindo  $R_{\frac{dS}{dt}} = 0.5 e R_{\frac{d\theta}{dt}} = 0.5$  os erros entre as variáveis de saída e suas referências são penalizados sem tornar as saídas muito oscilatórias. Já os valores de  $Q_{\upsilon} e Q_{\omega}$  foram definidos iguais a 0.5 por tornarem as saídas menos oscilatórias.

Com as conclusões tiradas acima, foi possível ver que o parâmetro R penalizou o erro entre as saídas e suas referências, o que é relevante neste trabalho. Já que o objetivo é priorizar a saída  $F_m$  frente as outras variáveis controladas, optou-se por definir  $R_{Fm} = 1$ ,  $R_{\frac{dS}{dt}} = 0.5$  e  $R_{\frac{d\theta}{dt}} =$ 0.5. Assim,  $F_m$  terá mais relevância e maior influência sobre o sistema. O outro parâmetro,  $N2_{F_m}$ , teve seu valor igual aos estipulados para as saídas  $\frac{dS}{dt}$  e  $\frac{d\theta}{dt}$ , pois estas apresentaram menores valores de pico.

Simulando o sistema de controle e utilizando os valores dos parâmetros estipulados acima, foram gerados os resultados mostrados nas Figuras 31, 32 e 33.



**Figura 32: Saída**  $\frac{d\theta}{dt}$  e entrada  $\omega$ .

Na Figura 31, observa-se que a saída  $\frac{dS}{dt}$  acompanha sua trajetória. Alguns picos de maior amplitude são notados, estes ocorreram porque a cada captura de dados durante a simulação, eram gerados atrasos no Matlab. A Figura 32 mostra que a saída  $\frac{d\theta}{dt}$  não atinge seus valores de referência, isto porque o valor estipulado para  $R_{F_m}$  priorizou o erro entre  $F_m$  e sua referência, o que é preferível, já que  $F_m$  indica a compressão do chassis. Na Figura 33, há



Figura 33: Saída  $F_m$  e entrada  $\omega$ .

um aumento nas oscilações de  $F_m$  entre os instantes 55s e 75s que ocorre devido ao pico da velocidade angular  $\omega$ . Nota-se que o controlador GPC atingiu o objetivo do projeto, que é o rastreamento de trajetória. Mas, apesar disto, a força  $F_m$  que mensura a compressão do chassis teve seus valores acima da sua referência. Para isto, foram impostas restrições com a finalidade de resolver este problema.

### 5.2 GPC COM RESTRIÇÕES

Com a finalidade de resolver o problema de deformação do chassis foi projetado um controlador GPC MIMO sujeito a restrição de excursão do sinal de saída, detalhado na Subseção 3.5.2.3.

Considerando que a região elástica da mola seja correspondente a não-deformação do chassis e que a constante elástica da mola seja 2.76N.m (QUADROS et al., 1985), estipulou-se que o máximo deslocamento linear da mola permitido dentro da região elástica seja de 0.004m. Com isso a excursão da força  $F_m$  é dada por:

$$-0.011 \le F_m \le 0.011 \tag{100}$$

As Figuras 34, 35 e 36 comparam o comportamento das saídas  $\frac{dS}{dt}$ ,  $\frac{d\theta}{dt}$  e  $F_m$  antes e após a inclusão da restrição.





Figura 35: Saída  $\frac{dphi}{dt}$  e entrada  $\omega$  sob a restrição da saída  $F_m$ .

Predominantemente,  $\frac{dS}{dt}$  é controlada por v. Já as variáveis  $\frac{d\theta}{dt}$  e  $F_m$  são dependentes de  $\omega$ . Isto é evidenciado nas Figuras 35 e 36, onde é possível notar que, com o ajuste de parâmetros estabelecido na Seção 5.1,  $\omega$  dispõe a maior parte do seu esforço para rastrear a referência de  $F_m$ , deixando  $\frac{d\theta}{dt}$  em segundo plano.



Figura 36: Saída restrita  $F_m$  e entrada v.

A imposição da restrição, descrita pela Equação 100, fez com que  $\frac{d\theta}{dt}$  não atingisse sua referência, bem como o limite de excursão imposto a  $F_m$  fosse minimamente ultrapassado. Isto é aceitável, visto que o cálculo de  $\omega$  depende tanto  $\frac{d\theta}{dt}$  quanto  $F_m$ . Como o objetivo deste trabalho é evitar a deformação do chassis independente do erro entre as variáveis controladas e suas referências, os resultados obtidos são válidos.

Nesta Seção foi possível notar a importância de um controlador com restrições mas, para ressaltar a eficiência do GPC, na Seção 5.3 será feita uma comparação da técnica preditiva com um controlador clássico.

# 5.3 COMPARAÇÃO DO GPC COM PI

Como visto nas Seções 5.1 e 5.2, a força  $F_m$  modifica o comportamento da variável controlada  $\frac{d\theta}{dt}$ , já que estas duas variáveis controladas são dependentes de  $\omega$ . Como a finalidade desta presente seção é comparar o desempenho dos controladores GPC e PI, ambos sem restrição,  $F_m$  não irá fazer parte do sistema. Na Figura 37 é mostrado o esquemático do sistema de controle com dois controladores PI e como variáveis controladas  $\frac{dS}{dt}$  e  $\frac{d\theta}{dt}$  e como variáveis manipuladas  $v \in \omega$


Figura 37: Esquemático do controle de rastreamento de trajetória com dois PI.

Os parâmetros de sintonia do controlador PI,  $K_p$  e  $K_i$ , foram ajustados por Ziegler-Nichols pelo método da curva de reação (ZIEGLER; NICHOLS, 1942). Este método foi escolhido pela simplicidade, podendo não ser o mais adequado em termos de ajuste fino.

Os gráficos obtidos das simulações do sistema de controle com GPC e com o PI são mostrados nas Figuras 38 e 39.



Figura 38: Saída  $\frac{dS}{dt}$  e entrada v - Comparação entre PI e GPC.



Figura 39: Saída  $\frac{d\theta}{dt}$  e entrada  $\omega$  - Comparação entre PI e GPC.

Analisando as Figuras 38 e 39 pode-se notar que os sinais de controle gerados pelo controlador PI são bem mais oscilatórios que os gerados pelo GPC. Ajustes empíricos dos ganhos do PI foram feitos para que as variáveis controladas ficassem próximas às suas referências.

Para uma melhor análise dos resultados gerados pelos controladores GPC e PI, foi escolhido como índice de desempenho o erro quadrático médio (MSE - *Mean Squared Error*), cujos resultados são mostrados na Tabela 1.

ela 1. mulce de desempenno - Gr C e			
Va	riável	Técnica	MSE
	$\frac{dS}{dt}$	GPC	0.000213
	$\frac{dS}{dt}$	PI	0.0011
	$\frac{d\theta}{dt}$	GPC	0.000509
	$\frac{d\theta}{dt}$	PI	0.0016
Fonte: Próprio autor.			

Tabela 1: Índice de desempenho - GPC e PID

É possível observar que o controlador GPC apresentou o MSE menor que o controlador PI, ou seja, um melhor índice de desempenho. Comprovando a eficiência do controlador preditivo frente ao PI.

Os resultados obtidos a partir das simulações mostradas na Seção 5.1 mostram que para horizontes de controle iguais a N2 = 5 e N2 = 60, as respostas às ações de controle são

mais rápidas mas, em contrapartida, ocorrem valores altos de pico. Já a variação dos horizontes de controle mostraram que, para valores baixos, o tempo de subida das variáveis controladas é maior. Sendo que para Nu = 10 as saídas oscilam menos em torno das suas respectivas referências. A variação da matriz de ponderação *R* possibilitou notar que quando os erros sofrem uma penalização alta, o sistema torna-se muito oscilatório. Com a matriz *Q* variando entre 0.1 e 1 foi possível concluir que, quanto maior for o seu valor, mais lentas e menos oscilatórias são as ações de controle e o melhor resultado para as saídas foi obtido com Q = 0.5.

## 6 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi desenvolvido um controle para rastreamento de trajetória para um robô escalador com rodas sob adesão magnética. Este robô inspeciona tanques de armazenamento de GLP (Gás Liquefeito de Petróleo) para identificar problemas na superfície metálica. Para que a inspeção seja realizada adequadamente, são definidos trajetos dentro do tanque que devem ser percorridos, tornando necessário o rastreamento da trajetória.

O problema de rastreamento de trajetória surge pelo fato de que o robô AIR-1, que é composto por rodas sob forte adesão magnética e possui acionamento diferencial, tem seu chassis deformado. Isto ocorre porque as rodas recebem comandos para realizar o deslocamento angular, no entanto, as rodas têm grande dificuldade em se desgrudar da superfície, causando deformações irreversíveis na estrutura do chassis. Visando resolver este problema, foi projetado um controlador preditivo que limite as variáveis controladas, de forma a evitar danos materiais.

Grande parte dos trabalhos que visam resolver o problema de rastreamento de trajetória é feito através do controle de posição e orientação. Outra solução é através do controle de velocidade, que é uma alternativa interessante, principalmente quando aplicados em robôs com acionamento diferencial, no qual a diferença de velocidade entre as rodas é que movimenta o robô. Mas, geralmente, é feito um controle de velocidade independente para cada roda, causando erros entre a velocidade de referência e a que é de fato executada pelo robô.

As técnicas de controle mais utilizadas para controle em robôs são baseadas no PID e controle inteligente do tipo fuzzy, poucos são os trabalhos que utilizam abordagens preditivas, como o MPC e GPC. Como o robô abordado é um sistema multivariável, onde há relação entre as entradas e saídas, e há necessidade de se impor restrições, optou-se por aplicar a técnica de controle preditivo GPC, que é uma das mais utilizadas e eficientes no controle multivariável com restrições.

Para validar o controle desenvolvido neste trabalho, foram realizadas simulações utilizando o Matlab (elaboração do algoritmo GPC), o V-REP (simulador 3D) e o ROS (responsável por interligar e compartilhar informações entre Matlab e V-REP).

A estratégia de controle desenvolvida neste trabalho utilizou como variáveis controladas a velocidade linear e angular, calculadas pela razão deslocamento por tempo, e uma força que é medida em relação a uma mola, de constante elástica  $2.76\frac{N}{m}$ , que representa a elasticidade do chassis. Já as variáveis manipuladas são a velocidade linear e angular que, através da cinemática inversa, são transformadas em velocidades das rodas e enviadas ao robô. Como o GPC é baseado em modelo, foram obtidas funções de transferência para cada par entrada-saída ( $G_{\frac{dS}{dt}\nu}, G_{\frac{d\theta}{dt}\nu}, G_{F_m\nu}, G_{\frac{dS}{dt}\omega}, G_{\frac{d\theta}{dt}\omega}, G_{F_m\omega}$ ) através de identificação de sistemas utilizando a ferramenta *ident* do Matlab. No entanto,  $G_{\frac{dS}{dt}\omega}, G_{\frac{d\theta}{dt}\nu}$  e  $G_{F_m\nu}$  foram desconsideradas por terem valores irrelevantes.

Para o ajuste adequado do controlador, foram feitas simulações variando os vários parâmetros do controlador (horizontes de predição, horizontes de controle, matriz de ponderação dos erros entre as saídas e suas referências e matriz de ponderação da ação de controle), afim de encontrar os melhores valores de sintonia para o problema em estudo. Além disto, foi incorporada a restrição sobre a excursão da saída  $F_m$  e os resultados obtidos foram comparados com o caso sem restrição. Nesta comparação foi possível notar que a saída  $\frac{d\theta}{dt}$  é nitidamente afetada quando os valores de  $\omega$  são limitados devido a limitação de  $F_m$ , pois a variável manipulada  $\omega$  influencia tanto  $F_m$  quanto  $\frac{d\theta}{dt}$ , o que não ocorreu com  $\frac{dS}{dt}$  que somente é controlada por v. Apesar disto, os resultados foram satisfatórios, já que o controlador atendeu os requisitos do projeto, ou seja, limitou as variáveis de forma a evitar a deformação do chassis.

Para fins comparativos, o controlador GPC foi comparado com um controlador PI. O fato da força  $F_m$  modificar o comportamento de  $\frac{d\theta}{dt}$  fez com que somente as variáveis  $\frac{dS}{dt}$ e  $F_m$  fossem consideradas no esquemático de controle pois, o objetivo da comparação dos controladores é analisar o desempenho de cada sistema de controle. A principal diferença notada foi que o sinal de controle do PI é bem mais oscilatório que o do GPC. Isto ocorre, porque o PI responde diretamente aos erros entre a variável controlada e sua referência, sem levar em consideração características do sistema, como ocorre no GPC.

Após a análise dos resultados gerados pelas simulações é possível concluir que o controlador GPC não solucionou o problema de rastreamento de trajetória mas evitou a deformação do chassis através da inclusão de restrições. O que já era esperado, pois ao se restringir a força exercida sob o chassis, limita-se a velocidade angular do robô. Logo, ao se aplicar esta velocidade limitada por determinado tempo, o robô não atinge a posição e orientação desejada inicialmente. A identificação dos modelos fez com que a relação entre as variáveis  $\frac{d\theta}{dt}$  e  $F_m$  fosse considerada, assim como outras características dinâmicas.

Para trabalhos futuros sugere-se: a implementação deste controle no robô real, realizar

simulações nas quais o ambiente seja equivalente a um tanque esférico considerando as forças gravitacionais que influenciam o modelo dinâmico do robô quando este se movimenta em planos inclinados a superfície e adicionar ao controle de velocidade um controle de posição e orientação para rastrear mais precisamente a trajetória.

## REFERÊNCIAS

ARRUDA, E. M. Estudo e Aplicação de Técnicas de Controle Preditivo Baseado em Modelo. Monografia (TCC) — UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA-UDESC, 2012.

BARRIENTOS, A. Fundamentos de robótica. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid. : McGraw-Hill, 1997.

BATISTA, Í. J.; TORRICO, B. C.; BARROSO, G. C. Controle preditivo epsac aplicado ao rastreamento de trajetória de robôs móveis. XI SBAI-Anais do XI Simpósio Brasileiro de Automaçao Inteligente, Fortaleza-CE, 2013.

BATISTA, Í. J. L. Modelo de navegação para robôs móveis baseado em redes de Petri coloridas. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Ceará, 2008.

BORENSTEIN, J.; FENG, L.; EVERETT, H. Navigating mobile robots: Systems and techniques. : AK Peters, Ltd., 1996.

BORGES, G. A.; LIMA, A. M.; DEEP, G. S. Controladores cinemáticos de trajetória para robôs móveis com traçao diferencial. Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente–SBAI, Bauru-SP, BRA, 2003.

BOYDEN, F. D.; VELINSKY, S. A. Dynamic modeling of wheeled mobile robots for high load applications. In: IEEE. Robotics and Automation, 1994. Proceedings., 1994 IEEE International Conference on. 1994. p. 3071–3078.

BUCH D.; SOUZA, L. A. R. **Reprojeto e Contrução do Protótipo de um Robô de Inspeção de Solda em Superfícies Metálicas Verticais.** Monografia (TCC) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2010.

CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. Model predictive control. : Springer, 1999.

CAMPION, G.; BASTIN, G.; DANDREA-NOVEL, B. Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots. **IEEE transactions on robotics and automation**, IEEE, v. 12, n. 1, p. 47–62, 1996.

CLARKE, D.; MOHTADI, C.; TUFFS, P. Generalized predictive control—part ii. extension and interpretations. Automatica, v. 23, n. 2, p. 149–160, 1987.

CLARKE, D. W.; MOHTADI, C.; TUFFS, P. Generalized predictive control—part i. the basic algorithm. Automatica, Elsevier, v. 23, n. 2, p. 137–148, 1987.

DHAOUADI, R.; HATAB, A. A. Dynamic modelling of differential-drive mobile robots using lagrange and newton-euler methodologies: A unified framework. Advances in Robotics & Automation, v. 2, n. 2, p. 1–7, 2013.

ESPINOZA, R. V. Sistema estabilizador da adesão de um robô escalador com rodas magnéticas. Dissertação (Mestrado) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2014.

GARCIA, C. E.; MORSHEDI, A. Quadratic programming solution of dynamic matrix control (qdmc). **Chemical Engineering Communications**, Taylor & Francis, v. 46, n. 1-3, p. 73–87, 1986.

GUERRA, P. N. Modelagem linear e identificação do modelo dinâmico de um robô móvel com acionamento diferencial. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2005.

HOLKAR, K.; WAGHMARE, L. An overview of model predictive control. **International Journal of Control and Automation**, Citeseer, v. 3, n. 4, p. 47–63, 2010.

HUANG, L. Speed control of differentially driven wheeled mobile robots—model-based adaptive approach. **Journal of Field Robotics**, Wiley Online Library, v. 22, n. 6, p. 323–332, 2005.

HUYNH, H. N.; VERLINDEN, O.; WOUWER, A. V. Comparative application of model predictive control strategies to a wheeled mobile robot. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, Springer, v. 87, n. 1, p. 81–95, 2017.

JUNG, C. R. et al. Computação embarcada: Projeto e implementação de veículos autônomos inteligentes. **Anais do CSBC**, v. 5, p. 1358–1406, 2005.

KLANČAR, G.; ŠKRJANC, I. Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time. **Robotics and autonomous systems**, Elsevier, v. 55, n. 6, p. 460–469, 2007.

KÜHNE, F. **Controle preditivo de robôs móveis não holonômicos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.

LJUNG, L. System Identification: Theory for the User. : Prentice Hall PTR, 1999. (Prentice Hall information and system sciences series). ISBN 9780136566953.

LU, X.; FEI, J. Velocity tracking control of wheeled mobile robots by fuzzy adaptive iterative learning control. In: IEEE. **Control and Decision Conference (CCDC), 2016 Chinese**. 2016. p. 4242–4247.

MA, M.-M.; LI, S.; LIU, X.-J. Tracking control and stabilization of wheeled mobile robots by nonlinear model predictive control. In: IEEE. **Control Conference (CCC), 2012 31st Chinese**. 2012. p. 4056–4061.

MARCHI, J. et al. **Navegação de robôs móveis autônomos: estudo e implementação de abordagens**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.

MINEO, C. et al. Robotic path planning for non-destructive testing–a custom matlab toolbox approach. **Robotics and Computer-Integrated Manufacturing**, Elsevier, v. 37, p. 1–12, 2016.

MOUSAVI, M. A. A fast fuzzy path tracking controller for mobile robots. In: IEEE. **Robotics** and Mechatronics (ICROM), 2015 3rd RSI International Conference on. 2015. p. 675–680.

OGAWA, M. A. **Controle preditivo aplicado ao seguimento de trajetória de robô móvel com rodas**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Ceará, 2014.

OKAMOTO, J. et al. Development of an autonomous robot for gas storage spheres inspection. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, Springer, v. 66, n. 1, p. 23–35, 2012.

OLIVEIRA, V. M. de. **Técnicas de controle de robôs móveis**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica., 2001.

ORMAN, K.; BASCI, A.; DERDIYOK, A. Speed and direction angle control of four wheel drive skid-steered mobile robot by using fractional order pi controller. **Elektronika ir Elektrotechnika**, v. 22, n. 5, p. 14–19, 2016.

PEREIRA, W. F. A. **Projeto e avaliação do controlador preditivo generalizado sujeito a restrições via métodos de otimização de pontos interiores**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 1997.

QUADROS, N. F.; AMBRóZIO, F.; MAY, I. L. Um modelo de molas múltiplas para ensaios de tração em máquinas eletromecânicas. **Congresso Anual de ABM**, Rio de Janeiro - RJ, 1985.

RAFFO, G. V. et al. Algoritmos de controle preditivo para seguimento de trajetórias de veículos autônomos. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.

RANKIN, A. L. Development of path tracking software for an autonomous steered-wheeled robotic vehicle and its trailer. University of Florida, 1997.

ROBOTICS, C. **Coppelia Robotics v-rep: Create. Compose. Simulate. Any Robot**. 2018. Disponível em: <a href="http://www.coppeliarobotics.com/">http://www.coppeliarobotics.com/</a>. Acesso em: 14 Maio 2018.

ROS. **Powering the world's robots**. 2018. Disponível em: <http://www.ros.org>. Acesso em: 14 Maio 2018.

ROVANI, A. **Desenvolvimento do protótipo de um robô para inspeçao de cordoes de solda em superficies metálicas verticais**. 117 p. Monografia (TCC) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2013.

SAKAGAMI, Y. et al. The intelligent asimo: System overview and integration. In: IEEE. Intelligent Robots and Systems, 2002. IEEE/RSJ International Conference on. 2002. v. 3, p. 2478–2483.

SANTOS, H. B. Controle Inteligente de Posição e Velocidade para um Robô Escalador com Rodas Direcionáveis. Dissertação (Mestrado) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016.

SERRALHEIRO, W. A. D. O. Arquitetura de Controle de Movimento para um Robô Móvel sobre Rodas visando a Otimização Energética. Tese (Exame de Qualificação) — USP, 2015.

SHARMA, K. R.; HONC, D.; DUSEK, F. Predictive control of differential drive mobile robot considering dynamics and kinematics. In: **European Conference on Mineralogy and Spectroscopy (ECMS)**. 2016. p. 354–360.

SHOJAEI, K. et al. Adaptive trajectory tracking control of a differential drive wheeled mobile robot. **Robotica**, Cambridge University Press, v. 29, n. 3, p. 391–402, 2011.

SIEGWART, R.; NOURBAKHSH, I. R.; SCARAMUZZA, D. Introduction to autonomous mobile robots. : MIT press, 2011.

SOUSA, R. L. S. Desenvolvimento de um robô móvel não-holonômico com controlador não-linear para seguimento de trajetórias. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, 2016.

TEIXEIRA, M. A. S. Predição de Mapeamento para Navegação Autônoma de um Robô de Inspeção em Vasos de Pressão Esféricos. Dissertação (Mestrado) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2017.

TUFFS, P.; CLARKE, D. W. Self-tuning control of offset: a unified approach. In: IET. **IEE Proceedings D** (Control Theory and Applications). 1985. v. 132, n. 3, p. 100–110.

VEIGA, R. S. d. **Sistema de navegação e localização para um robô escalador magnético de inspeção baseado em sensores LIDAR**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2015.

VIEIRA, F. C. Controle dinâmico de robôs móveis com acionamento diferencial. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2005.

WHITE, T. et al. A mobile climbing robot for high precision manufacture and inspection of aerostructures. **The International Journal of Robotics Research**, Citeseer, v. 24, n. 7, p. 589–598, 2005.

XU, Y.; LIU, R. Concise method to the dynamic modeling of climbing robot. Advances in Mechanical Engineering, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 9, n. 2, p. 1687814017691670, 2017.

ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. Optimum settings for automatic controllers. **trans. ASME**, v. 64, n. 11, 1942.