

EDCLÉBER CARVALHO
EMERSON TORTOLA

**ATIVIDADES DE
MODELAGEM MATEMÁTICA:
UM OLHAR PARA A SISTEMATIZAÇÃO
DE CONTEÚDOS**



2024



**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

EDCLÉBER CARVALHO

**ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA:
UM OLHAR PARA A SISTEMATIZAÇÃO DE CONTEÚDOS**

PRODUTO EDUCACIONAL

**LONDRINA
2024**

EDCLÉBER CARVALHO

**ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA:
UM OLHAR PARA A SISTEMATIZAÇÃO DE CONTEÚDOS**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campi Cornélio Procópio e Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Emerson Tortola

**LONDRINA
2024**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



EDCLEBER CARVALHO DOS SANTOS

**SISTEMATIZAÇÃO DE CONTEÚDOS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NUMA
PERSPECTIVA WITTGENSTEINIANA**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 27 de Junho de 2024

Dr. Emerson Tortola, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Barbara Nivalda Palharini Alvim Sousa, Doutorado - Universidade Estadual do Norte do Paraná (Uenp)

Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 25/09/2024.

Apresentação

Caro(a) Professor(a), este Produto Educacional foi confeccionado a partir de resultados da dissertação: *Sistematização de conteúdos em atividades de modelagem matemática numa perspectiva wittgensteiniana*, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Campi Cornélio Procópio e Londrina.

Este material tem como objetivo apresentar a Modelagem Matemática a professores do Ensino Fundamental e fornecer um conjunto de atividades de Modelagem, indicando possibilidades de sistematização de conteúdos matemáticos, os quais podem ser abordados no desenvolvimento dessas atividades.

Os dados são decorrentes de atividades de Modelagem desenvolvidas com alunos de oitavo e nono anos do Ensino Fundamental, de um colégio do Norte do Paraná, no qual um dos autores era professor regente. O desenvolvimento de tais atividades foi analisado, a fim de identificar como se deu a formalização dos conceitos matemáticos abordados.

Gostaríamos de convidá-lo(a) professor(a) a explorar a dissertação resultante de nossa pesquisa de mestrado, disponível no Repositório Institucional da UTFPR através do seguinte link: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119>.

Sinta-se à vontade para adaptar as atividades conforme as necessidades de sua sala de aula. Acreditamos que elas possam contribuir para enriquecer suas práticas pedagógicas, promovendo a compreensão matemática em seus alunos, apresentando a Matemática sob uma perspectiva diferente, aplicada a contextos extramatemáticos e, ainda assim, abordando-a com o rigor esperado.

Desejamos que este recurso seja útil para fortalecer suas estratégias de ensino e que possa encorajá-lo(a) a implementar atividades de Modelagem Matemática com sucesso em seu ambiente educacional. Bom trabalho!

Edcléber Carvalho
Emerson Tortola





SUMÁRIO

6 Modelagem
Matemática

Linguagem **8**

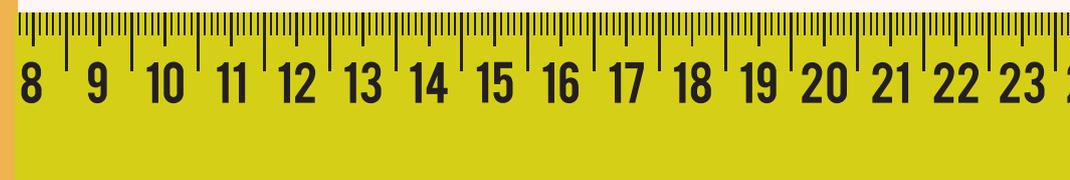
10 Sistematização

Modelagem e
Sistematização **12**

13 Atividades

Palavras
finais **25**

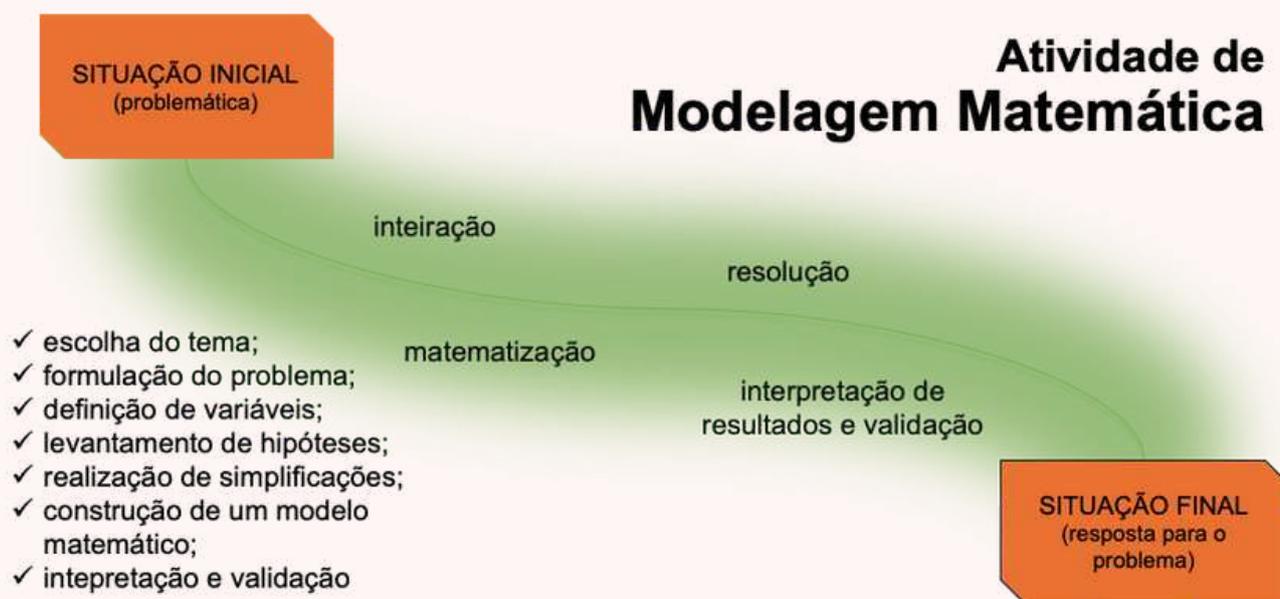
26 Referências



MODELAGEM MATEMÁTICA

Em consonância com Almeida, Silva e Vertuan (2022), **entendemos a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica que viabiliza o ensino e a aprendizagem da Matemática a partir da investigação de situações-problema não essencialmente matemáticas**, conduzindo os alunos a interpretá-las de acordo com a sua realidade e, com o uso da Matemática.

De modo geral, os procedimentos de uma atividade de Modelagem Matemática são descritos por meio de ciclos e esquemas. Almeida, Silva e Vertuan (2022), por exemplo, descrevem uma atividade de Modelagem a partir de fases não lineares, são elas: **inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação**. A essas fases são associados alguns procedimentos, conforme descreve o esquema a seguir.



O conjunto de procedimentos que abarca uma atividade de Modelagem Matemática em sala de aula pode contribuir para que os alunos desenvolvam habilidades matemáticas, além de promover o **pensamento crítico, a resolução de problemas e a aplicação de conceitos matemáticos em situações conexas à realidade**. Isso faz da Modelagem um ambiente de ensino e de aprendizagem que possibilita a investigação de outras áreas do conhecimento, por meio da Matemática. Trata-se, de acordo com Almeida, Tortola e Merli (2012), de uma atividade que busca solucionar problemas associados à realidade, **recorrendo a modelos matemáticos para dar forma às soluções**.



MODELAGEM MATEMÁTICA

Almeida, Sousa e Tortola (2015) consideram que a Modelagem Matemática envolve um **procedimento criativo e interpretativo que faz uso ou estabelece uma estrutura matemática, o modelo matemático, descrita em termos de linguagem matemática, incluindo símbolos e relações matemáticas**, conforme explica Lingefjärd (2006), que ao ser interpretada indica características essenciais da situação-problema sob investigação e viabiliza uma solução.

Dessa forma, a aprendizagem matemática proporcionada por uma atividade de Modelagem Matemática se diferencia da aprendizagem matemática proporcionada pelas atividades habitualmente propostas nas aulas de Matemática (Tortola; Seki; Almeida, 2022). **Não se trata apenas de apresentar aplicações da Matemática aos alunos ou de criar um ambiente para se estudar Matemática, mas de apresentar usos possíveis da Matemática.**

Burkhardt (2018, p. 74) salienta que o uso da Modelagem Matemática em sala de aula “serve como um poderoso corretivo para aqueles que veem a matemática como um conjunto de conceitos e regras isoladas a serem ensinadas e aprendidas”. É de grande valia o ensino da Matemática estar conexo à realidade, associado a situações cotidianas (e não cotidianas) que possibilitam ao aluno outras vivências em relação à Matemática, para mostrar que, apesar de ser um corpo de conhecimentos conceitualmente estruturados, a Matemática tem suas origens e desenvolvimento sustentados por questões empíricas, por necessidades práticas impostas pela atividade humana.



L I N G U A G E M

A linguagem, em termos coloquiais, desempenha papel fundamental na construção do conhecimento. Ela que dá condições para a significação dos símbolos, palavras, frases, enfim, que torna possível a comunicação, nos possibilita entender o que nos dizem e que os outros entendam o que dizemos. Porém, ainda assim, confusões podem ocorrer. Pense por exemplo na palavra *triângulo*. Provavelmente, por conta do contexto em que essa palavra foi colocada - um material que aborda temáticas associadas à Educação Matemática -, você lembrou do *polígono de três lados*. Todavia, imagine que alguém está no trânsito e teve um contratempo com o automóvel, para sinalizar isso essa pessoa precisa utilizar um *triângulo de sinalização*. Nesse contexto, você sabe o que a palavra *triângulo* significa e não há confusão com a figura geométrica - embora existam semelhanças entre ambos significados.

Nessa perspectiva, pragmática, cujo significado tem determinações advindas dos usos das palavras, frases etc. permeados pelas atividades que direcionam e regulam tais usos, buscamos nos escritos do filósofo austríaco **Ludwig Wittgenstein** (1889-1951), considerações teóricas a respeito da linguagem. Embora não tenha sido pretensão do autor elucidar uma teoria sobre a linguagem, suas considerações tiveram um papel importante na compreensão de como se dá a constituição de significados a partir de uma análise terapêutica sobre o funcionamento da linguagem, principalmente em sua fase tardia, materializada com sua obra **Investigações Filosóficas (1953)**. Nela, o autor expõe por meio de aforismos seus pensamentos a respeito da Linguagem, da Matemática, da Filosofia.

Para Wittgenstein, a filosofia visa elucidar e dissolver problemas por meio da e na linguagem, tratando uma questão filosófica como uma doença (IF, §254), sugerindo que uma investigação filosófica deve começar com uma compreensão profunda da própria questão em discussão, com uma abordagem reflexiva e cuidadosa na filosofia. Nesse contexto, as dificuldades de aprendizagem associadas à Matemática podem ser interpretadas como mal-entendidos linguísticos, confusões conceituais acarretadas a partir de usos exclusivistas e dogmáticos (Tortola; Seki; Almeida, 2022).

A proposta de Wittgenstein para a compreensão de tais mal-entendidos e auxiliar na sua dissolução é assumir uma atitude pragmática que nos direciona para a análise da **linguagem em uso**, em que conceitos são apreendidos através de práticas sociais. Para o autor, o significado das palavras não é fixo (IF, §258), logo não é essencialista e nem referencial, mas emerge através de seus usos em contextos específicos, levando em conta questões socioculturais. A esses usos, Wittgenstein denomina "**jogos de linguagem**" (IF, § 7).



L I N G U A G E M

A expressão "jogos de linguagem" é uma metáfora utilizada por Wittgenstein associada ao uso da palavra "jogo". Existem diferentes tipos de jogos: jogos de cartas, jogos de tabuleiro, jogos de adivinhação, entre outros, e, apesar de nem todos possuírem uma característica comum, todos recebem esse nome "jogo". Há, de fato, semelhanças entre eles, mas não um fio condutor que perpassa todas as aplicações de tal palavra. Assim é a linguagem, conforme o autor. Uma mesma palavra, possui diferentes aplicações, possibilitando a constituição de diferentes significados, os quais são determinados pelos contextos de uso. Além disso, para Wittgenstein, esses usos podem ser comparados a um jogo de xadrez, no qual não se aprende a jogar decorando os nomes das peças, mas apreendendo a funcionalidade - os movimentos possíveis ou não - de cada uma delas.

Dessa forma, os jogos de linguagem são determinantes dos usos, indicando o que é possível ou não em determinados contextos ou comunidades. Ou seja, os "jogos de linguagem" representam atividades e formas de vida que envolvem o uso da linguagem, como ordenar, descrever, narrar, calcular, entre outros. Wittgenstein argumenta que **é no uso da linguagem que reside seu significado**, e não em uma definição estática. Esse entendimento implica que a compreensão dos conceitos matemáticos depende da aplicação prática e contextualizada, seguindo as normas e práticas compartilhadas por uma comunidade específica.

Assim, a gramática do uso, como descrita por Wittgenstein, estabelece as normas que governam o jogo de linguagem, proporcionando o contexto necessário para a compreensão e ação dentro de um determinado campo, incluindo o ensino e a aprendizagem da Matemática.



S I S T E M A T I Z A Ç Ã O

Na perspectiva wittgensteiniana, a compreensão se dá por meio de ações manifestadas pela linguagem e, no âmbito do ensino da Matemática, compreender pode estar associado com a capacidade de empregar corretamente as regras matemáticas já convencionadas na forma de vida da comunidade matemática. Nesse empregar corretamente, entra em ação a sistematização.

Entendemos a sistematização como o processo no qual o professor oferece aos alunos condições para que sigam de acordo com determinadas regras, dentro da prática linguística que é a Matemática.

Embora não tenha se envolvido diretamente com a sistematização matemática, as ideias de Wittgenstein influenciaram nossa perspectiva em relação à conexão entre linguagem, conteúdos e sistematização matemática. A palavra está intrinsecamente ligada ao seu uso na linguagem cotidiana, tendo as regras e práticas linguísticas grande importância para entender o significado da palavra.

Todavia, o professor coloca o aluno no jogo de linguagem da Matemática, no qual regras matemáticas são colocadas em jogo, ou seja, quando o professor ensina o aluno a seguir regras. Tendo em vista a sistematização matemática, é neste processo de expressar conteúdos matemáticos utilizando uma linguagem formal e regras bem definidas, que o professor fixa o significado pela definição.

Segundo Almeida (2014), os diferentes usos de uma palavra são regulados por regras, fazendo com que o uso da linguagem seja configurado de acordo com o conhecimento das regras da realidade em que se encontram. Assim, como situações cotidianas que nos exigem determinadas regras em termos dos modos de agir, os conceitos matemáticos envolvem regras que nos orientam. Para Wittgenstein (IF, § 85):

Uma regra fica ali, como uma placa de sinalização. – Ela não deixa aberta nenhuma dúvida sobre o caminho que tenho que tomar? Ela mostra em que direção devo seguir, se estou perto dela; se pela rua, ou pelo caminho de terra ou pela estrada? Mas onde está o sentido em que devo segui-la; se na direção da mão ou (por exemplo) na direção contrária? – E se em vez de uma placa de sinalização estivesse ali uma cadeia fechada de placas de sinalização, ou riscos de giz traçados no chão, – só há para eles uma interpretação? Posso dizer então que a placa de sinalização deixa aberta uma dúvida. Ou melhor: ela às vezes deixa aberta uma dúvida, às vezes não. E isto não é mais uma proposição filosófica, mas uma proposição empírica.



S I S T E M A T I Z A Ç Ã O

Wittgenstein explica que $2 + 3 = 5$, por exemplo, não é assim definido por conta de podermos somar dois objetos com três objetos e resultar em cinco, pelo contrário, dizemos que essa soma resulta em cinco por conta da proposição matemática que determina o funcionamento do jogo de linguagem de somar. Qualquer diferença observada empiricamente (um dos objetos desaparece) não invalida a proposição matemática, que tem natureza normativa, gramatical (IF, § 496).

Atividades de Modelagem Matemática proporcionam espaços para abordar situações da realidade, permitindo que os alunos articulem diferentes jogos de linguagem. A sistematização matemática, nesse contexto, é um processo complexo e intrigante que fomenta a ação do jogo de linguagem matemático e as regras que direcionam esse jogo na obtenção de um modelo matemático, além do papel do professor em garantir que os alunos sigam essas regras, conhecendo o uso de conteúdos matemáticos.

Em atividades de Modelagem Matemática, os alunos são convidados a interpretar e investigar a situação-problema inicial, definindo hipóteses que orientam a resolução matemática, iniciando assim a matematização da situação (Almeida; Sousa; Tortola, 2021).

Nesse contexto, a linguagem matemática é acionada e as regras que governam esse jogo de linguagem precisam ser seguidas para a obtenção do modelo matemático e da solução. Cabe ao professor assegurar que os alunos ajam conforme essas regras, introduzindo-os a sistemas normativos e sistematizando conteúdos matemáticos abordados durante as atividades. Essa abordagem permite que os alunos interpretem os resultados tanto no âmbito matemático quanto no contexto do problema original. Nossa pesquisa se concentra na questão da sistematização em atividades de Modelagem Matemática, buscando elucidar como esse processo pode ser efetivamente conduzido e implementado no ambiente educacional.



MODELAGEM E SISTEMATIZAÇÃO

Com o objetivo de apresentar possibilidades de sistematização de conteúdos matemáticos decorrentes de atividades de Modelagem Matemática na Educação Básica, apresentamos este material pedagógico, composto por três atividades detalhadas.

Para cada atividade, oferecemos um conjunto de encaminhamentos que os professores podem adotar durante o desenvolvimento em sala de aula, incluindo intervenções que promovem a sistematização de conteúdos matemáticos. Ressaltamos que se tratam de sugestões e, portanto, os professores podem adaptar os encaminhamentos à sua realidade.

As orientações teóricas são projetadas para auxiliar os professores a compreenderem os objetivos das atividades e desenvolverem-nas de maneira eficaz, conforme o contexto inserido, garantindo que os alunos possam desenvolver competências matemáticas.

Em suma, este material pedagógico oferece aos professores um recurso valioso para a integração da Modelagem Matemática no currículo da Educação Básica, com foco na sistematização de conteúdos matemáticos através de práticas pedagógicas bem fundamentadas e cuidadosamente planejadas.



ATIVIDADES

As atividades apresentadas foram desenvolvidas com alunos do 8º ano e 9º ano do Ensino Fundamental. Cada atividade teve a duração de 5 horas-aula, sendo realizadas de acordo com o horário de aula de cada turma. O desenvolvimento das atividades foram fundamentados conforme Almeida, Silva e Vertuan (2013), que sugerem algumas fases para a Modelagem Matemática: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

A seguir, apresentamos três atividades: **revitalização com pavers, torre da igreja, dia da semana do nascimento**, abordando possibilidades de sistematização de conteúdos matemáticos, que foram abordados no desenvolvimento dessas atividades.



ATIVIDADE 1

TEMA

Revitalização com pavers

PROBLEMÁTICA

Quantos pavers são necessários para a reforma do colégio?

ATIVIDADE 2

TEMA

Torre da igreja

PROBLEMÁTICA

Quantos metros de altura tem a torre da igreja?



ATIVIDADE 3

TEMA

Dia do nascimento

PROBLEMÁTICA

Qual o dia de semana do seu nascimento?





ATIVIDADE 1

REVITALIZAÇÃO COM PAVERS



A atividade intitulada como “revitalização com pavers”, foi proposta pelo professor em consequência do recente processo de revitalização da escola que buscou ofertar mais comodidade e segurança à sua comunidade escolar devido à desolação ao longo dos anos e em consonância com as normas técnicas de acessibilidade, previstas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Entre as etapas dessa revitalização, ocorreu a substituição da pavimentação das calçadas externas por blocos de concreto pré-moldado, conhecidos como pavers. Assim, objetivo da atividade foi determinar a quantidade de paver necessários para essa revitalização.



ATIVIDADE 1 REVITALIZAÇÃO COM PAVERS

SITUAÇÃO INICIAL
(problemática)

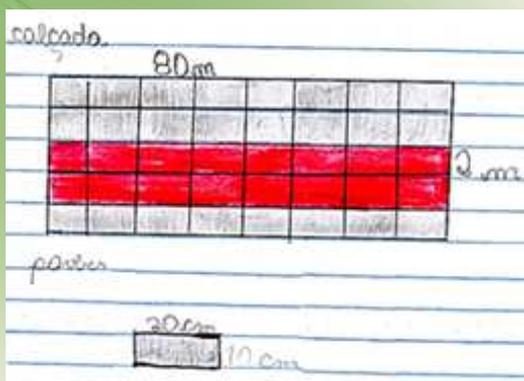
Quantos pavers são necessários para a reforma do colégio?

INTEIRAÇÃO

Contextualização da importância e da necessidade da reforma da calçada da escola, sendo preciso determinar a quantidade de pavers para a revitalização.



Calçada danificada



Dimensões da calçada e de um paver

MATEMATIZAÇÃO

Considerando a calçada e a face superior do paver como superfícies retangulares, duas hipóteses podem ser formuladas:

Hipótese 1: investigar quantas vezes a área de um paver cabe na área de toda a calçada.

Hipótese 2: investigar a quantidade total de pavers a partir de quantos pavers cabem em 1m^2 .



Dimensões da calçada e de um paver



Observe que...

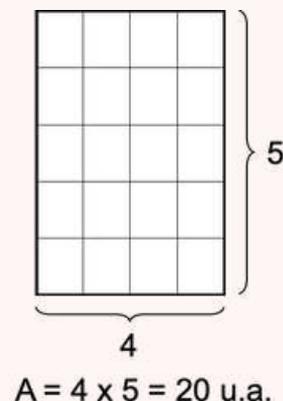
tanto a calçada quanto as faces superiores dos pavers não são de fato retângulos - a calçada pode apresentar espaços entre os pavers e sua superfície pode não estar perfeitamente lisa, assim como os pavers podem possuir cantos arredondados -, porém podemos considerá-las como tal por apresentarem características que as aproximam a tal forma geométrica. Trata-se de uma *simplificação*.



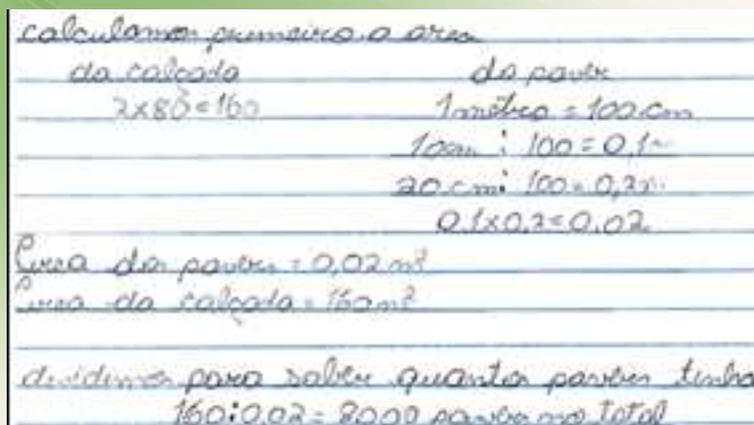
ATIVIDADE 1 REVITALIZAÇÃO COM PAVERS

RESOLUÇÃO

Cálculo da área de um retângulo: $A = b \cdot h$, sendo **A** a área do retângulo, **b** a medida da sua base e **h** a medida da sua altura. Essa maneira de calcular, já está estabelecida no âmbito da Matemática, advém da ideia de comparar uma região retangular, cuja área se deseja determinar, com uma outra região de área conhecida. Geralmente essa área conhecida possui formato quadrangular e a área do retângulo é determinada pelo seu preenchimento com a área quadrangular, formando uma malha, cuja quantidade de quadrados é determinada pela multiplicação, a partir da ideia de disposição retangular.



Hipótese 1: investigar quantas vezes a área de um paver cabe na área de toda a calçada.



Lembre que...

1 metro = 100 centímetros

Conhecendo tal relação, os alunos podem converter a unidade de medida dos pavers (centímetros) para metros - ou da calçada, em metros, para centímetros - para obter uma unidade de medida comum. Dessa forma, é possível determinar por meio de uma **divisão** entre a área da calçada e a área do paver, a quantidade de pavers necessária.



Observe que...

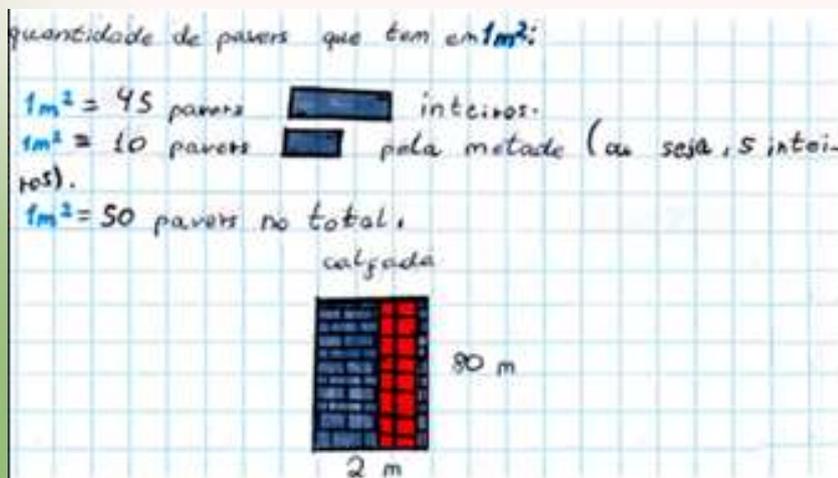
a calçada, devido ao seu tamanho, pode ser medida em *metros*, para isso, pode-se utilizar uma *trena*. Já as dimensões da face superior do paver pode ser medida em *centímetros* e para realizar tal medição pode-se utilizar uma *fita métrica* ou mesmo uma *régua*. Dessa forma, calçada e face superior do paver podem ser medidas em unidades diferentes, sendo necessária a **conversão** de uma para outra.



ATIVIDADE 1 REVITALIZAÇÃO COM PAVERS

Hipótese 2: investigar a quantidade total de pavers a partir de quantos pavers cabem em 1m^2 .

 **Observe que...**

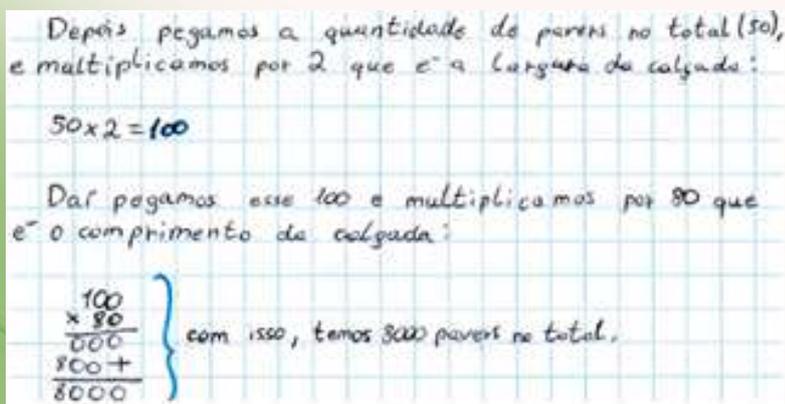


ao limitar um quadrado, com lado de 1 metro, é necessário realizar a contagem para determinar a quantidade de pavers que estão inseridos nesta área, ou seja, realiza uma das ideias de **divisão** verificando quantos pavers coube nessa área.

Lembre que...

a quantidade de pavers é diretamente proporcional a área da calçada.

Os alunos dobraram a quantidade de pavers, uma vez que constatam que a largura é o dobro da largura que haviam limitado, ou seja, pela **proporção** determinam a quantidade necessárias de pavers para a revitalização..



INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS E VALIDAÇÃO

Com as resoluções realizada, é propício uma plenária para a **comunicação** dos resultados e **estratégias de resolução** de cada grupo. Este é um momento oportuno para **revisitaram as suas resoluções**, bem como debateram acerca dos **conceitos matemáticos abordados** na atividade, uma vez que as proposições matemáticas foram utilizadas para descrever as características da situação-problema investigada. A validação pode se dar pela comparação dos resultados entre os grupos, já que se há uma aproximação entre as soluções obtidas.





ATIVIDADE 2

TORRE DA IGREJA



A escolha dos alunos por essa temática se deu por diversos fatores, influenciados pelo som frequente do sino e pela proximidade física da igreja com a escola, que se tornou parte do caminho rotineiro à escola, despertando a curiosidade dos alunos sobre a sua altura. O objetivo da atividade é determinar a altura da torre da igreja.



SITUAÇÃO INICIAL
(problemática)

Quantos metros de altura tem a torre da igreja?

INTEIRAÇÃO

Os **pontos turísticos** de uma cidade não são apenas atrações para os turistas e moradores, mas também podem se tornar uma **bela inspiração** para a escolha dos alunos em uma temática de desenvolvimento de uma atividade de **Modelagem Matemática**. Como a igreja matriz da cidade, que a partir da atividade de Modelagem Matemática, é possível determinar a **altura da torre**.



Igreja matriz



Comparando alturas

MATEMATIZAÇÃO

Considerando a altura da igreja e altura de uma determinada grandeza, temos:

Hipótese: A altura da igreja ser proporcional a uma certa grandeza estabelecida.



Observe que...

não há uma restrição quanto à grandeza a ser comparada. Fica à **escolha do aluno**, seja sua própria altura, seja sua própria sombra, sejam as dimensões em uma foto, entre outras, que podem ser comparadas com a altura da igreja.

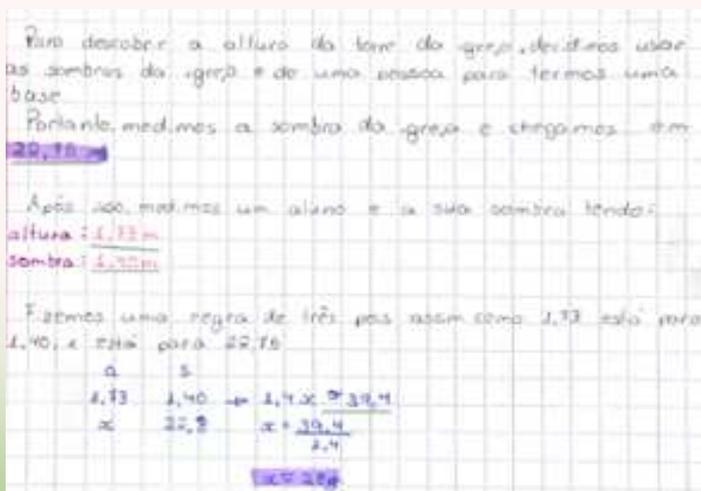


RESOLUÇÃO

O cálculo da altura de determinado elemento, utilizando sombras ou a própria altura de uma pessoa, pode ser determinado pela igualdade entre a razão dessas grandezas, estabelecido e definido, na Matemática, como **proporção**.

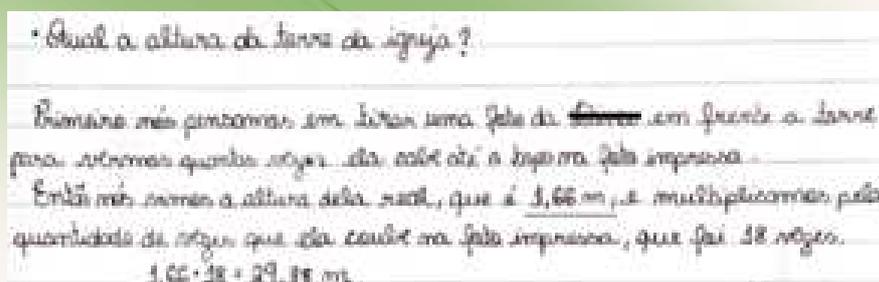
Observe que...

a comparação de sombras baseia-se no princípio de que, sob condições de iluminação semelhantes, a **razão** entre a altura de um objeto e o comprimento de sua sombra é **constante** para todos os objetos. Medindo a sombra da igreja e a sombra de um objeto de altura conhecida, podemos aplicar essa proporção para determinar a altura da igreja.



Comparando com a sombra

É possível utilizar uma fotografia que inclua tanto a igreja quanto uma pessoa para comparar as medidas reais com as medidas da altura da pessoa e da igreja na foto. As razões entre essas medidas devem ser iguais. Assim, com essa proporção, é possível determinar a altura real da igreja.

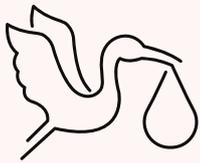


Comparando com a foto

INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS E VALIDAÇÃO

A interpretação e validação dos resultados são essenciais para garantir a confiabilidade das medições realizadas. Após calcular é crucial interpretar e validar, envolvendo assim a consistência dos dados coletados, comparar os resultados obtidos com outras fontes de informação ou métodos de medição. Nesse caso, é possível consultar a secretaria da igreja, obtendo informações sobre a altura da torre.





ATIVIDADE 3

DIA DO NASCIMENTO



Aproveitando de acontecimentos corriqueiros dentro da sala de aula, em que os alunos rotulam seus colegas com diversos adjetivos, buscando refletir a personalidade, a atividade dia do nascimento foi elaborada com base em uma discussão sobre a personalidade de uma pessoa, que pode ser interpretada de diversas formas, inclusive pelo dia da semana em que a pessoa nasceu.



SITUAÇÃO INICIAL
(problemática)

Qual o dia de semana do seu nascimento?

INTEIRAÇÃO

A personalidade pode estar relacionada com o dia da semana de nascimento. Segundo esta crença cultural, cada dia da semana é associado a características específicas que podem influenciar o desenvolvimento da personalidade das pessoas nascidas neste dia.

DOMINGO	Brilhantes - Criativos - Líderes
SEGUNDA	Bondosas - Sensíveis
TERÇA	Corajosas - Impacientes - Ativas
QUARTA	Comunicativas - Melancólicas - Descuidadas
QUINTA	Alegres - Otimistas
SEXTA	Sociáveis - Artísticas
SÁBADO	Modestas - Estudiosas - Práticas

MATEMATIZAÇÃO

Considerando o calendário do ano vigente, se forma a seguinte hipótese:

Hipótese 1: a quantidade de dias vividos é resultante da diferença entre a data de nascimento e a data atual



Observe que...

para calcular os dias vividos de uma pessoa, mesmo que a realidade envolva nuances e complexidades, faz-se necessário adotar uma simplificação para tornar o cálculo viável. Considerar como data de partida o dia do aniversário do ano vigente pode ser uma das simplificações, **adotando a quantidade anos vividos completos.**

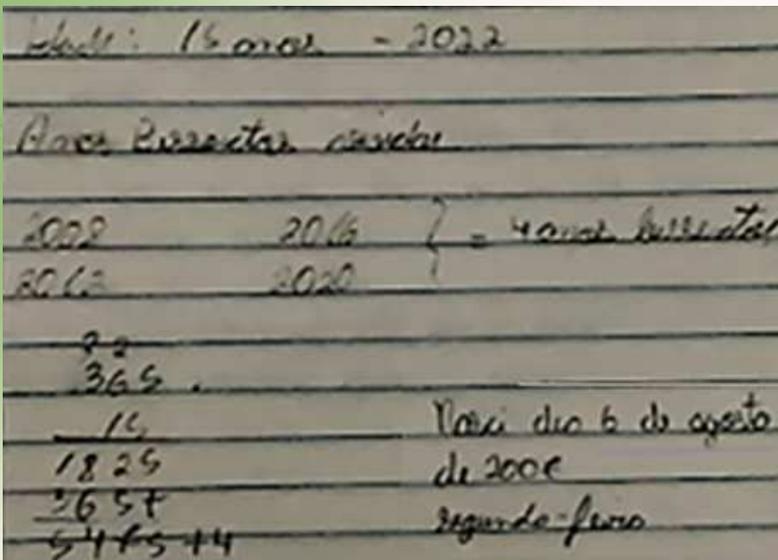
D	S	T	Q	Q	S	S
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25		
28	29	30	31			



RESOLUÇÃO

Para determinar o dia da semana em que uma pessoa nasceu, é possível utilizar algoritmos matemáticos, como **as operações básicas**, que possibilitam calcular o dia da semana correspondente a uma data qualquer. Utilizar as operações já estabelecidas no âmbito da Matemática advém da ideia de dividir a quantidade de dias vividos em ciclos de sete dias, de forma que a cada ciclo a data caia consistentemente no dia da semana que foi ou será o aniversário no ano.

Hipótese 1: determinar a quantidade total de dias vividos



 **Observe que...**

a quantidade de dias vividos pode ser obtida pelo produto entre a idade e a quantidade de dias que contemplam o ano. porém, cada ano possui uma quantidade definida de dias, sendo a maioria composta por 365 dias, exceto os **anos bissextos**

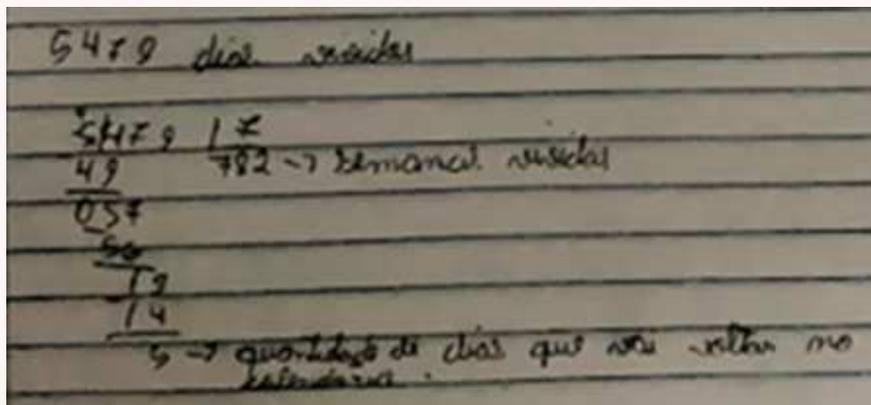
Lembre que...

é fundamental **reconhecer** e determinar quando o **ano** será **bissexto**. Esse ajuste contribui para a precisão, pois influencia diretamente no total de dias a ser determinado. Porém, vale ressaltar que se o aniversário, do ano vigente, anteceder ao dia 27 de fevereiro e o ano for bissexto, esse dia a mais não precisa ser acrescentado.



 **Observe que...**

a solução será obtida a partir da quantidade de dias dividido por sete, que é o número de dias em uma semana. Porém, para se obter uma solução, se faz necessária a interpretação da **divisão euclidiana**, que dará o resto, sendo este que



nos interessa, uma vez que determina a quantidade de dias por semana a serem voltados, partindo do dia de semana do aniversário do ano vigente.

Lembre que...

a **divisão euclidiana** é um algoritmo que divide um número inteiro por outro, resultando em um quociente e um resto. Pela **divisão** entre dois inteiros **a** por **b**, a divisão euclidiana terá dois outros inteiros: **q** e **r**.

Assim, $a = b \cdot q + r$

$$\begin{array}{l} a \quad | \quad b \\ \hline r \quad q \end{array}$$

INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS E VALIDAÇÃO

A interpretação e validação dos resultados garante que o método utilizado para calcular o dia da semana de nascimento seja corroborado pela precisão dos registros cronológicos e pela conferência calendáricos disponíveis.



Palavras Finais

Caro(a) Professor(a), as atividades apresentadas neste Produto Educacional foram desenvolvidas no contexto de uma pesquisa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Desse modo, a nossa intenção foi apresentar possibilidades de inserção da Modelagem Matemática em sala de aula, apresentando direcionamentos sobre como a Matemática pode ser abordada nesse contexto.

Entendemos as dificuldades que os professores enfrentam diariamente em suas salas de aula e parabenizamos você por se preocupar com a aprendizagem matemática de seus alunos, buscando formas diferentes de ensino. Acreditamos ser a Modelagem Matemática uma ótima alternativa, pois permite além de abordar temáticas associadas à realidade, apresentando usos possíveis da Matemática para além da sala de aula, ensinar Matemática nesse contexto, sem perder tempo ou rigor.

Atividades de Modelagem Matemática são conhecidas pelo incentivo ao trabalho colaborativo, por oferecer aos alunos certa liberdade em seus encaminhamentos e por oportunizar debates sobre temáticas de interesse, contribuindo para o engajamento deles nas aulas. Todavia, vale ressaltar que os direcionamentos aqui apresentados, são feitos com base em nossas experiências, com nossas turmas e, portanto, em turmas diferentes, discussões e encaminhamentos diferentes podem e, provavelmente, vão surgir. Desse modo, cabe a você professor(a), avaliar quais discussões são pertinentes conforme os seus objetivos didático-pedagógicos e fazer adaptações necessárias.

Reiteramos nosso convite para a leitura de nossa dissertação "*Sistematização de conteúdos em atividades de modelagem matemática numa perspectiva wittgensteiniana*", em que relatamos com mais detalhes a pesquisa e as atividades que a compõem, disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119>, e esperamos que esse material sirva de inspiração para introduzir atividades de Modelagem Matemática em suas aulas.

Referências

ALMEIDA, M. L. W.; TORTOLA, E.; MERLI, R. F. Modelagem Matemática – Com o que Estamos Lidando: Modelos Diferentes ou Linguagens Diferentes? **Revista Acta Scientiae**, Canoas, RS: ULBRA, v.14, n.2, p. 200-214, maio/ago. 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P.; TORTOLA, E. The Formulation of Hypotheses in Mathematical Modelling Activities. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 23, n. 5, p. 66-93, set./out. 2021.

ALMEIDA, L. M. W. Jogos de linguagem em atividades de modelagem matemática. **Vidya**, Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 241-256, jan./jun., 2014.

BURKHARDT, H. Ways to teach modelling - a 50-year study. **ZDM**, v. 50, n. 1, p. 61-75, 2018.

TORTOLA, E.; SEKI, J. T. P. ALMEIDA, L. M. W. Sobre o Papel da Modelagem na Aprendizagem da matemática: uma interpretação pautada numa perspectiva wittgensteiniana. ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2022, União da Vitória. **Anais...** União da Vitória: SBEM-PR, 2022.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 8. ed. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2013.