ppgmat
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Ambientes de Aprendizagem e Modelagem Matemática

orientações para professores do Ensino Fundamental

Marina Cunha Ferreira Gaioto

Emerson Tortola

2024

UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

MARINA CUNHA FERREIRA GAIOTO

AMBIENTES DE APRENDIZAGEM E MODELAGEM MATEMÁTICA:
ORIENTAÇÕES PARA PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL

PRODUTO EDUCACIONAL

LONDRINA
2024

MARINA CUNHA FERREIRA GAIOTO

AMBIENTES DE APRENDIZAGEM E MODELAGEM MATEMÁTICA: ORIENTAÇÕES PARA PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL

LANDSCAPES OF INVESTIGATION AND MATHEMATICAL MODELLING: GUIDELINES FOR ELEMENTARY SCHOOL TEACHERS

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campi Cornélio Procópio e Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestra em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Emerson Tortola

LONDRINA
2024

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina

MARINA CUNHA FERREIRA

ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA: SERIAM ELAS A ESCOLHA DOS ALUNOS?

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 12 de Setembro de 2024

Dr. Emerson Tortola, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Ana Paula Dos Santos Malheiros, Doutorado - Universidade Estadual Paulista - Unesp

Dra. Karina Alessandra Pessoa Da Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Apresentação

Caro(a) Professor(a)

Este produto educacional foi desenvolvido com base nos resultados da dissertação intitulada como “Atividades de Modelagem Matemática em Sala de Aula: Seriam elas a escolha dos alunos?”, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Campi Cornélio Procópio e Londrina. Disponível para acesso em: https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119.

Trata-se de um material didático pensado para vocês, professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental, com o objetivo de fomentar a constituição de diferentes ambientes de aprendizagem em sala de aula, conforme caracterizados pelo educador matemático Ole Skovsmose, com atenção particular à Modelagem Matemática.

É composto por um conjunto de exercícios e atividades, que foram desenvolvidos em uma turma de oitavo ano do Ensino Fundamental. Para cada atividade, fornecemos uma descrição e orientações para o planejamento e a implementação em sala de aula, as quais estão fundamentadas nas experiências vivenciadas na pesquisa. São, portanto, frutos de uma análise teórica que fornecem elementos sobre como podemos lidar com o ensino da Matemática em cada ambiente de aprendizagem.

Nesse contexto, convidamos você, caro(a) professor(a), a se aventurar no uso desse material didático, pensado com muito zelo e carinho, experienciando diferentes formas de abordar a Matemática em sala de aula, que vão desde a resolução de exercícios rotineiros até o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. No início do material fornecemos algumas considerações teóricas que podem fundamentar as suas ações.

Fique à vontade para explorar e expandir essas tarefas e atividades. Desejamos a você uma vivência rica em suas aulas de Matemática.

Marina Cunha Ferreira Gaioto
Emerson Tortola

Sumário

Cenários para Investigação

Professor(a) os fundamentos teóricos dos cenários para investigação, conforme descritos por Skovsmose (2000; 2014), são apresentados como possibilidades para o desenvolvimento de práticas educacionais investigativas. Acreditamos que compreender a matriz de ambientes de aprendizagem proposta pelo autor pode ajudar a promover intervenções que potencializem as interações entre os alunos e entre alunos e professores, fomentando, assim, o engajamento deles nas aulas.

O estabelecimento de ambientes de aprendizagem que possibilitem diversas formas de comunicação nas aulas de Matemática é a base para a proposta do educador matemático Ole Skovsmose. Os diferentes cenários, que incluem abordagens diversificadas da Matemática, possibilitam aos alunos a formulação e resolução de questões que vão desde exercícios rotineiros até atividades de exploração de situações com base na realidade. Como a resolução de exercícios é prática comum em sala de aula, nos direcionamos principalmente à discussão do que o autor compreende como "cenários para investigação".

De acordo com Skovsmose (2014, p. 45), “um cenário para investigação é um terreno sobre o qual as atividades de ensino-aprendizagem acontecem”. Nesse contexto, o papel do professor é direcionar os estudantes durante as investigações, de maneira que a reflexão crítica sobre a Matemática seja um objetivo.

O autor explica que um "cenário para investigação" geralmente surge a partir de um convite: o professor pergunta ao aluno "e se...?"; e o aluno, movido por seu interesse a partir do questionamento do professor, responde: "e se...", mostrando que aceitou o convite. Esses questionamentos são o que movem os alunos em busca de resultados que vão para além de responder uma questão, com a aplicação de um método ou técnica bem definida, eles possibilitam explorar relações, levantar conjecturas, testá-las e validá-las, ou refutá-las.

Esses cenários convidam o estudante para a exploração, que se sugere ocorrer de forma colaborativa, impulsionada pela interação entre os alunos e diálogos entre professor e alunos. Assim, o professor deixa para trás uma zona "segura" e se adentra em um território desconhecido, onde compartilha com o aluno a responsabilidade pela aprendizagem.

Os cenários para investigação são, portanto, um terreno fértil para descobertas, para o desenvolvimento da autonomia, do pensamento crítico e da criatividade nas aulas de Matemática.

Com base em suas experiências em sala de aula, Skovsmose (2000) esquematizou uma matriz (Quadro 1) com seis diferentes ambientes de aprendizagem para discutir as várias configurações sob as quais as aulas de Matemática podem ser estruturadas. Ele focou em dois paradigmas: do exercício e dos cenários para investigação. Além disso, o autor considerou três tipos de referência que são comumente realizadas em tarefas e atividades matemáticas: à matemática pura, à semirrealidade e à realidade. Ou seja, exercícios e problemas voltados para a aplicação ou execução de um cálculo; exercícios e problemas contextualizados, mas sem a preocupação de trazer informações condizentes com a realidade, resultando muitas vezes em respostas que não fazem sentido para os alunos - apesar de servirem para a aplicação de métodos matemáticos; e exercícios e problemas contextualizados na realidade, com dados e informações coletados ou produzidos a partir da análise de uma situação real, com resultados que se alinham com a realidade.

Quadro 1: Seis ambientes de aprendizagem

	Exercícios	**Cenários para investigação**
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semirrealidade	(3)	(4)
Referência à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000, p. 8).

Cabe ressaltar que o autor não visou uma classificação estática e inflexível, mas sim desenvolver uma concepção do que são ambientes de aprendizagem, facilitando a discussão sobre as mudanças na Educação Matemática e as suas implicações para a sala de aula.

Nos ambientes de aprendizagem (1), (3) e (5), segunda coluna do Quadro 1, alinhados ao paradigma do exercício, o professor é responsável por apresentar o conteúdo, fornecer definições e exemplos, e cabe ao aluno resolver exercícios que apliquem o conteúdo recém explicado. Já os ambientes (2), (4) e (6), terceira coluna do Quadro 1, alinhados aos cenários para investigação, priorizam a investigação como ponto de partida para a aprendizagem.

Paradigma do Exercício

AMBIENTE 1
Envolve a aplicação de exercícios matemáticos dentro do contexto da matemática pura, enfatizando exercícios do tipo "Resolva". Ele se centra em torno de exercícios que exigem seguir um modelo específico encontrado em livros didáticos. Tais exercícios ajudam os alunos a memorizar os passos necessários para resolver o exercício. Podemos ter como exemplos um exercício de resolução como o apresentado ao lado.

Simplifique a expressão (2d + 5d) - (8d + 9d).

AMBIENTE 3
Busca resolver exercícios contextualizados, porém, sem espaço para questionamentos em relação ao contexto do enunciado, que está ali apenas para indicar com quais números ou métodos os alunos devem trabalhar. Fornece exercícios que tratam de situações pertencentes a uma realidade hipotética. Podemos ter como exemplo para esse ambiente um exercício referente a uma compra, como o apresentado ao lado.

Débora comprou 4 pastéis a R$2,50 cada e 4 refrigerantes a R$1,80 cada um. Pagou com uma nota de R$20,00. Quanto recebeu de troco?

AMBIENTE 5
Refere-se à realidade e envolve uma abordagem que preconiza o uso de dados reais, mas com foco em atividades matemáticas. O contexto é utilizado para fornecer dados reais e propor a busca por uma solução para um problema específico.
Como exemplo, citamos um exercício do ENEM de 2010.

(ENEM-2010) Em fevereiro, o governo da Cidade do México, metrópole com uma das maiores frotas de automóveis do mundo, passou a oferecer à população bicicletas como opção de transporte. Por uma anuidade de 24 dólares, os usuários têm direito a 30 minutos de uso livre por dia. O ciclista pode retirar em uma estação e devolver em qualquer outra e, se quiser estender a pedalada, paga 3 dólares por hora extra. A expressão que relaciona o valor f pago pela utilização da bicicleta por um ano, quando se utilizam x horas extras nesse período é?

Cenários para investigação

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	...						

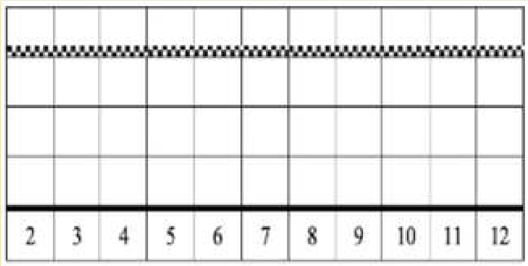
Fonte: Skovsmose (2000, p. 6)

AMBIENTE 2

No contexto da matemática pura, aborda a Matemática de forma investigativa, buscando padrões e conduzindo a testes. Lida com números, operações, figuras geométricas, etc., porém, nesse cenário, os alunos visam discutir conceitos matemáticos enquanto questionam os motivos por trás das fórmulas e relações. Um exemplo é a tabela de números do quadro ao lado, que permite aos alunos estabelecerem diferentes tipos de relações.

AMBIENTE 4

Relacionado à semirrealidade, encoraja os alunos a refletirem sobre uma situação que contextualiza a Matemática, permitindo questionamentos, explicações e explorações. Não há respostas predeterminadas e a situação é aberta a questionamentos. Os alunos podem trabalhar individualmente ou em grupos. Para exemplificar, imagine que o diagrama ao lado ilustra uma pista de corrida de onze cavalos: 2, 3, 4, ..., 12. Dois dados devem ser jogados; a partir da soma dos números tirados, marca-se um “X” no diagrama. O cavalo vencedor é aquele que atravessa primeiro a linha de chegada.



Fonte: Skovsmose (2000, p. 11)

AMBIENTE 6

Com referência à realidade, visa compreender como a Matemática pode ser utilizada para resolver um problema associado à vida real. É exemplificado por uma maior abrangência da realidade através da realização de projetos. Nesse contexto, “a reflexão crítica sobre a Matemática e a Modelagem Matemática ganha um novo significado” (Skovsmose, 2008, p. 30). Como exemplo podemos citar a investigação das relações entre medidas de comprimento de partes do corpo humano, debatendo a ideia de beleza ou harmonia.

Fonte: Os autores (2022)

Modelagem Matemática e os Cenários para Investigação

Os problemas que fazem referência à realidade estabelecem uma perspectiva genuína sobre como a Matemática opera na sociedade. Além de proporcionar experiências nas quais a Matemática pode ser aplicada, sugere o estudo de situações cujas soluções sejam relevantes dentro do contexto em estudo, como destaca Barbosa (2004, p. 3). A Modelagem Matemática pode ser uma possibilidade nesse contexto, uma vez que pode ser entendida como "um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a questionar e investigar, por meio da matemática, situações com referências à realidade".

As atividades de Modelagem Matemática podem ser alinhadas aos cenários para investigação, particularmente ao ambiente de aprendizagem (6) caracterizado por Skovsmose (2000), pois no âmago de seu desenvolvimento, os alunos são convidados a desempenhar um papel mais ativo do que em aulas tradicionais, assumindo uma parcela de responsabilidade por sua aprendizagem. Isso inclui incorporar uma atitude de pesquisa, que envolve formular hipóteses, buscar informações, fazer testes, comunicar resultados.

Nesse contexto, indagações devem ser feitas de modo que convidem os alunos a trabalharem em grupos, mas compartilhando suas perspectivas individuais e apresentando argumentos para sustentá-las, para que, em conjunto com o grupo, possam decidir quais caminhos seguir.

Trata-se, portanto, de uma oportunidade valiosa de os alunos experienciarem a prática matemática de maneira criativa, crítica e dialógica. Criativa por pressupor a resolução de problemas com autonomia, respeitando e valorizando as maneiras de pensar dos alunos, incentivando-os a buscar e discutir diferentes soluções. Crítica por permitir o questionamento e a reflexão sobre temáticas da realidade, podendo inclusive acarretar mudanças na forma de ver e pensar o mundo. E dialógica por priorizar o compartilhamento de ideias entre os alunos e entre alunos e professor. Para Barbosa (2001, p. 4),

> as atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Nem matemática nem Modelagem são "fins", mas sim "meios" para questionar a realidade vivida. Isso não significa que os alunos possam desenvolver complexas análises sobre a matemática no mundo social, mas que a Modelagem possui o potencial de gerar algum nível de crítica.

Dessa forma, a Modelagem fomenta um ambiente de aprendizagem dinâmico e enriquecedor, no qual os estudantes podem se sentir encorajados a investigar "situações de outras áreas que não a Matemática por meio da Matemática" (Barbosa, 2001, p. 6), experimentar diferentes caminhos e compartilhar descobertas com os colegas.

Modelagem Matemática

Professor(a), fornecemos um aporte teórico sobre Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática e elucidamos a abordagem adotada neste material. Descrevemos características importantes que descrevem o seu desenvolvimento. Além disso, apresentamos as contribuições potenciais da Modelagem para a formação matemática dos estudantes.

Entendemos a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem da Matemática, na qual utilizamos conhecimentos matemáticos para resolver um problema não essencialmente matemático, tipicamente ligado à realidade.

De acordo com Barbosa (2003, p. 67), a

> Modelagem pode potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações da matemática, o que [...] parece ser uma contribuição para alargar as possibilidades de construção e consolidação de sociedades democráticas.

Os procedimentos que compõem uma atividade de Modelagem Matemática são tipicamente descritos por meio de ciclos, fases ou etapas. Dentre os vários exemplos disponíveis na literatura, temos o ciclo clássico de Blum (2015), que delineia uma atividade de Modelagem a partir da interação entre Matemática e mundo extra-matemático e envolve ações como compreender a situação, selecionar variáveis, matematizar, obter um modelo matemático, com resultados válidos, tanto em termos matemáticos quanto do problema.

Nosso entendimento de atividade de Modelagem se alinha à perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2012), que a descreve a partir de uma situação inicial, associada à problemática, e uma situação final, que representa uma solução para a situação inicial. Um conjunto de procedimentos é descrito pra viabilizar a transição da situação inicial para a situação final: escolha do tema, elaboração do problema, definição de variáveis, formulação de hipóteses, construção, interpretação e validação de um modelo matemático.

É importante ressaltar que essa transição não é simples ou linear, permitindo aos alunos a flexibilidade de revisitar os procedimentos que considerarem necessários a qualquer momento. Almeida, Silva e Vertuan (2012) organizam esses procedimentos em fases: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

Atividade de Modelagem Matemática

Situação inicial (problemática)

Inteiração: trata-se do primeiro contato com a problemática, com a finalidade de conhecer características e especificidades da situação-problema que lhe deu origem. Conduz à formulação do problema e à definição de metas para a resolução. Essa formulação é orientada pela falta de compreensão ou entendimento da situação-problema. Assim, a escolha do tema e a busca por informações a respeito constituem o foco central nessa fase.

Matematização: consiste em um processo de transição de linguagens, de visualização e de uso de símbolos para realizar descrições matemáticas. Essas descrições são realizadas a partir de formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações em relação às informações relativas à problemática.

Procedimentos

- escolha do tema;
- elaboração do problema;
- definição de variáveis;
- formulação de hipóteses;
- construção de um modelo;
- interpretação e validação

Resolução: consiste no uso da Matemática para a construção de uma estrutura, o modelo matemático, com a finalidade de descrever ou explicar a situação-problema, permitindo analisar aspectos relevantes, responder às perguntas formuladas e, em alguns casos, viabilizar previsões a elas relacionadas.

Interpretação de Resultados e Validação: refere-se à análise dos resultados obtidos através do modelo matemático, implicando na apresentação de uma resposta para a problemática. Essa análise constitui um processo avaliativo que implica na validação, ou não, do modelo matemático, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da resposta para a problemática.

Situação Final (resposta para o problema)

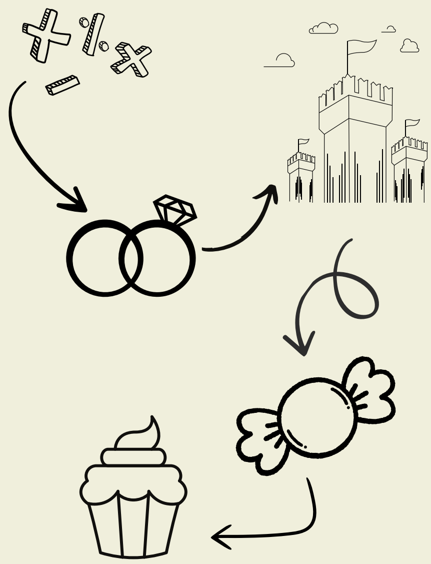
Fonte: Adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Atividades Desenvolvidas

Professor(a), com a intenção de apresentar possibilidades de diferentes ambientes de aprendizagem e atividades de Modelagem Matemática, apresentamos algumas atividades desenvolvidas em sala de aula durante a coleta de dados para a pesquisa que resultou neste produto educacional. Três delas foram desenvolvidas em conformidade com o paradigma do exercício e duas em conformidade com os cenários para investigação. Para cada uma fornecemos descrições para que possa se orientar e agir de modo que se alinhem aos paradigmas indicados.

As atividades são fruto de uma pesquisa desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Campi Cornélio Procópio e Londrina. A pesquisa teve como objetivo investigar como os alunos se sentem em relação às diferentes abordagens da Matemática na sala de aula, com base nos ambientes de aprendizagem caracterizados por Skovsmose (2000), particularmente com relação à Modelagem Matemática.

As informações foram produzidas em uma turma de 8º ano de uma escola pública de uma cidade da região Norte do Paraná, no período entre agosto e novembro de 2023. Essa turma era composta por 22 alunos, tendo a pesquisadora como professora regente. Os temas das tarefas ou atividades foram determinados pela professora, com base no currículo do 8º ano e considerando os interesses dos alunos, que por vezes eram expressos nas suas conversas diárias.



Quadro 2: Temas das atividades

Tema	Ambiente	Duração
Resolva as operações com polinômios	Ambiente (1)	2 horas-aula
Casamento	Ambiente (3)	2 horas-aula
Castelo de Lichtenstein	Ambiente (5)	2 horas-aula
Qual o valor de uma marca?	Ambiente (6)	4 horas-aula
Vamos fazer uma festa?	Ambiente (6)	6 horas-aula

Fonte: Os autores (2024)

Resolva as operações com polinômios

O ambiente (1) refere-se à matemática pura no contexto do paradigma do exercício. Como a principal característica desse ambiente é a resolução de exercícios, para ilustrá-lo buscamos algumas opções em livros didáticos, tendo em vista um conteúdo familiar aos alunos, ou seja, que eles haviam estudado recentemente e, dessa forma, o exercício poderia ser proposto como maneira de avaliar se eles entenderam o conteúdo ou se apresentavam alguma dificuldade. O tema escolhido foi operações com polinômios.

$(3x + 4y) + (2x - y) + (x + y)$

$(10x^4y^6 + x^3y^4) : x^2y$

$x \,.\, (4x + 3y)$

$a^2 \,.\, (2a^3 - b^2)$

Trata-se de um ambiente corriqueiro na sala de aula. Muito utilizado para a revisão de conteúdos, para avaliar a utilização de um método, enfim, envolve exercícios em que há apenas uma resposta correta e um meio bem definido para se chegar à solução esperada.

Soma de Polinômios $(3x + 4y) + (2x - y) + (x + y)$

Primeiramente devemos fazer as regras de sinais

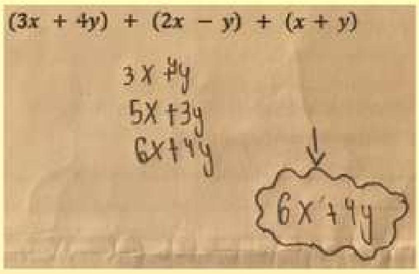
$$3x + 4y + 2x - y + x + y$$

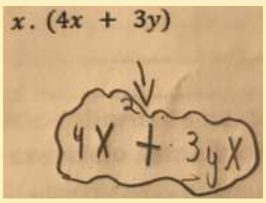
Separando os elementos

$$3x + 2x + x + 4y - y + y$$

Resolvendo

$$6x + 4y$$

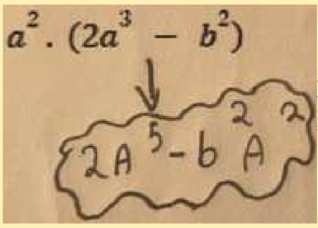




Multiplicação de Polinômios $x \,.\, (4x + 3y)$

Neste caso devemos apenas fazer a distributiva

$$4x^2 + 3\,yx$$



Outra Multiplicação de Polinômios $a^2 . (2a^3 - b^2)$

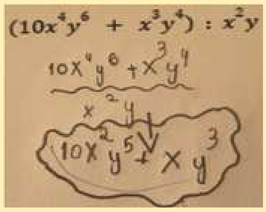
Esta multiplicação já com um grau maior de dificuldade, devemos fazer a distributiva, mais com atenção para os expoentes pois devemos somar os com base semelhante.

$$2a^5 - b^2a^2$$

Divisão de Polinômios $(10x^4y^6 + x^3y^4) : x^2y$

Devemos fazer a divisão de cada termo com o seu semelhante e nos casos de expoente devemos subtrair.

$$10x^2y^5 + xy^3$$



Movendo-se em direção aos cenários para investigação

É a forma de abordar a tarefa que determina a qual paradigma o ambiente de aprendizagem se alinhará. A sequência: explicação do conteúdo, exemplo, exercícios de aplicação, por exemplo, é característica de aulas associadas ao paradigma do exercício, nesse contexto, esse exercício está em consonância com o ambiente (1). Uma abordagem do mesmo exercício com questionamentos, reflexões críticas e discussões relativas ao uso da Matemática, pode aproximar esse exercício do ambiente (2).

Para isso, pode-se propor que, para resolver tal exercício, os alunos se organizem em grupos. O primeiro contato com o exercício pode ser a partir de uma leitura conjunta. Ao invés de informar que o conteúdo abordado no exercício já foi estudado, pode-se questionar se eles sabem como proceder para resolvê-lo e, nesse caso, se sabem informar qual é o conteúdo envolvido.

Ao longo da atividade, vários questionamentos do tipo "e se...?" e reflexões podem ser apresentadas, por exemplo: E se as somas do primeiro polinômio fossem substituídas por subtrações? Há diferença no modo de agir quando o sinal de menos (-) está fora e quando está dentro dos parênteses? E se a multiplicação fosse substituída pela divisão e vice-versa, seria possível efetuar tais operações? O que x e y podem representar nesses polinômios? E se trocarmos a posição de x e de y, há alterações nos resultados? Se sim, em quais situações? Se não, por quê? Formule e resolva outros itens para esse exercício, contemplando as quatro operações. O que acontece com o x e com o y nas somas? E nas multiplicações? E nas divisões? Por que as somas separam os termos de um polinômio?

Casamento

O ambiente (3) refere-se à semirrealidade no contexto do paradigma do exercício. Como a sua principal característica é a apresentação dos dados por meio de um contexto, geralmente fictício, para ilustrá-lo adaptamos uma questão da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), edição de 2019, que aborda o conteúdo mínimo múltiplo comum. Observe que há espaço limitado para questionamentos ou discussões. O contexto serve apenas para fornecer os números com os quais o cálculo desejado deve ser realizado.

(Adaptada de OBMEP, 2019) João e Maria vão se casar em um salão que comporta no máximo 200 convidados. No momento da organização das mesas, o cerimonialista informou aos noivos que, se eles distribuíssem 8 convidados por mesa, em uma delas ficaria apenas um convidado. O mesmo aconteceria se eles distribuíssem 6 ou 7 convidados por mesa. Para melhor distribuição, os noivos optaram por distribuir 9 convidados por mesa. Dessa forma, uma mesa ainda ficaria com menos que 9 convidados. Determine quantos convidados ficarão nessa mesa e quantas pessoas foram convidadas?

Trata-se também de um ambiente corriqueiro na sala de aula. Muitos problemas do livro didático possuem essas características. Apesar de ser um problema que admite diferentes formas de resolução, como foi o caso, ainda possui uma solução única.

Para a resolução, devemos primeiramente identificar as informações relevantes:

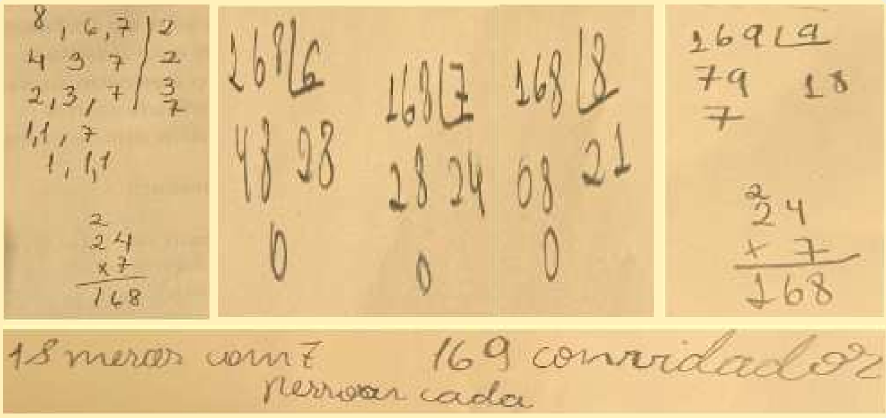
- Máximo de 200 convidados;
- Com 8 convidados por mesa, sobra um convidado sozinho em uma delas;
- O mesmo acontece se forem distribuídos 6 ou 7 convidados por mesa.

Essas informações nos sugerem que a quantidade de convidados dos noivos é um múltiplo comum de 6, 7 e 8, menor que 200, mais 1. Desse modo, podemos calcular o *mínimo múltiplo comum* desses números, ou seja, MMC (6, 7, 8). Utilizando a fatoração em números primos: Multiplicando 2 . 2 . 2 . 3 . 7, obtemos MMC (6, 7, 8) = 168.

6, 7, 8	2
3, 7, 4	2
3, 7, 2	2
3, 7, 1	3
1, 7, 1	7
1, 1, 1	

Ou seja, de 168 em 168 temos um múltiplo comum de 6, 7 e 8, porém, ele é o único menor que 200. Desse modo, a quantidade de convidados dos noivos é 169.

Distribuindo 9 convidados por mesa, teremos 18 mesas completas e uma delas com 7 convidados. Ao todo serão, portanto, 19 mesas.



Diferentemente do exercício apresentado como exemplo para ambiente anterior (1), não há nesse problema, referente ao ambiente (3) indicações diretas do que fazer, nem mesmo uma única forma de resolver, embora exista um resultado único desejado. Observe também que há no enunciado todas as informações necessárias para a sua resolução.

Movendo-se em direção aos cenários para investigação

Para que esse problema seja abordado de modo que o aproxime do ambiente de aprendizagem (4), o professor pode conduzir discussões e reflexões críticas relativas ao contexto do problema. Ou seja, não seria melhor que o salão tivesse lugares sobrando? Seria pouco provável que algum convidado se sentaria sozinho, afinal é comum a junção de mesas, os convidados se "espremerem" para caber mais um, já que o casamento se trata de um momento de confraternização.

Uma mudança na organização da aula também pode ser determinante. Assim como no exercício anterior, sugere-se a organização dos alunos em grupos para resolver o problema e a realização de uma leitura coletiva. Pode-se solicitar que tracem estratégias para a resolução e apresentem as suas ideias iniciais, as quais podem ser revistas e (re)discutidas no momento de comunicação das soluções. Pode-se fazer questionamentos como: Qual ou quais conteúdos matemáticos podem ser utilizados para resolver o problema? O que significa mínimo múltiplo comum? O que significa o resto da divisão nesse contexto? Como você faria a organização das mesas? E se o salão fosse maior, o mínimo múltiplo comum ainda seria determinante na solução do problema? Além de mudanças no enunciado, que gerem a necessidade de os alunos buscarem novas informações.

Castelo de Lichtenstein

O ambiente (5) faz referência à realidade no contexto do paradigma do exercício. Como a sua principal característica é a utilização de dados reais, geralmente fundamentados em pesquisas, reportagens e outras fontes confiáveis, para ilustrá-lo adaptamos uma questão do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), edição de 2021, que explora a construção de uma réplica, em um parque brasileiro, do Castelo de Lichtenstein, localizado na Alemanha. A questão fornece dados reais a respeito das medidas do castelo e de sua réplica.

(Adaptada de ENEM, 2021) Um parque temático o Mini Mundo, localizado na cidade de Gramado no Rio Grande do Sul, encanta os visitantes por conta de suas réplicas de grandes construções famosas. São miniaturas realistas, com uma grande riqueza de detalhes. No ano de 1982, o parque fez a primeira instalação do Castelo de Lichtenstein, um castelo muito conhecido como "Castelo do Conto de Fadas", que está localizado sobre um penhasco nas montanhas suábias, em Baden-Württemberg, na Alemanha. Ele foi reconstruído entre os anos de 1840 e 1842, após duas destruições causadas por guerras. O ponto interessante a se destacar nessa réplica são algumas curiosidades, como: ela possui 92 janelas e 6 torres de vigias, as medidas do comprimento e da largura da ponte são de, respectivamente, 160 cm e 7 cm. Já o castelo original possui uma ponte de 38,4 m de comprimento e 1,68 m de largura. A réplica do castelo foi construída seguindo uma escala. Qual é a escala utilizada para a construção dessa réplica?

Embora esse ambiente seja caracterizado por utilizar informações factuais, o enunciado reflete um interesse, também, na aplicação de um método ou conteúdo matemático conhecido para se obter uma resposta única, desejada. A presença de alguns exercícios desse tipo é comum em livros didáticos, mas não com a mesma frequência que os outros.

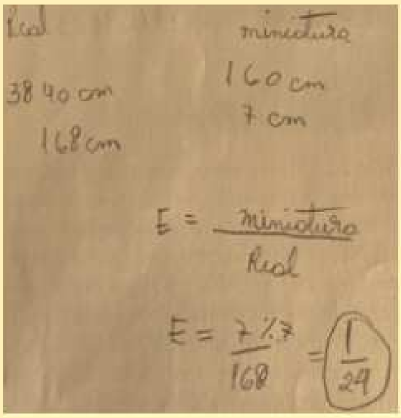
Primeiramente devemos fazer a conversão de unidades, de metros para centimetro.
38,4 m = 3840 cm
1,68 m = 168 cm

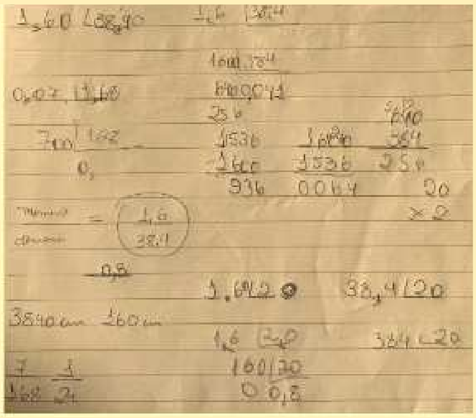
Informações que temos

Original	Réplica
Comprimento: 3840 cm	Comprimento: 160 cm
Largura: 168 cm	Largura: 7 cm

Deste modo temos as seguintes razões
Comprimento $\frac{160}{3840}$, simplificando $\frac{1}{24}$
Largura $\frac{7}{168}$, simplificando $\frac{1}{24}$

Portanto a escala utilizada é $\frac{1}{24}$.





Assim como no exercício ou problema anteriores, ambientes (1) e (3), esse problema, referente ao ambiente (5), também apresenta uma pergunta objetiva e determinante do cálculo a ser realizado. O enunciado questiona, sem rodeios, qual é a razão utilizada para a construção da réplica do castelo. O que pode diferir esse ambiente dos anteriores é tratar uma temática real, para a qual muitas informações são disponibilizadas, sendo boa parte delas desnecessárias para a resolução. Cabe ao estudante, portanto, selecionar quais informações são relevantes. Nesse caso, além do uso da razão, os estudantes precisam perceber a necessidade de realizar a conversão entre unidades de medida.

Movendo-se em direção aos cenários para investigação

Para ser abordado de modo a se aproximar do ambiente (6), esse problema precisa ser aberto a discussões e reflexões críticas, tanto em relação às informações disponibilizadas, questionando a veracidade e adequabilidade delas, quanto em relação ao uso da Matemática, ou seja, o seu papel na resolução. Além disso, uma pergunta muito fechada impossibilita a realização de outras discussões que vão além da resolução matemática desejada.

Problemas que envolvem informações reais geralmente requerem conhecimento do contexto e, por isso, muitas informações são disponibilizadas em seus enunciados. Uma discussão pertinente, nesse contexto, é sobre a utilidade delas para responder a questão. Pode-se provocar reflexões com questionamentos que direcionem os alunos a perceberem quais informações são relevantes para a determinação da escala desejada.

Além disso, para tornar o problema mais aberto, os alunos podem ser desafiados a construir as suas próprias réplicas, utilizando escalas à escolha deles. Nesse caso, eles terão que buscar mais informações, formular hipóteses, realizar simplificações e lidar com tomadas de decisão, uma vez que, apesar da quantidade de informações no enunciado, nem todas as medidas do castelo estão disponíveis, talvez nem ao público.

Qual o valor de uma marca?

Esta atividade pode ser relacionada ao ambiente (6), conforme caracterizado por Skovsmose (2000), isto é, ela faz referência à realidade e, a depender de sua abordagem, pode se alinhar aos cenários para investigação. Trata-se de uma atividade de Modelagem Matemática, conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Tem como objetivo investigar como uma marca pode influenciar no preço de um produto e não necessariamente implicar em melhor qualidade. Para isso, sugerimos que a atividade seja conduzida a partir da realização de uma degustação às cegas, ou seja, que sejam disponibilizados alguns produtos para prova e os alunos possam escolher qual deles eles pensam ser o mais saboroso ou com mais qualidade. Escolhemos bombons e biscoitos do tipo wafer como produtos a serem analisados.

Marcas utilizadas:

Bombons

- Ouro Branco (Lacta)
- Amor Carioca (Neugebauer)

Biscoitos wafer

- Renata
- Parati
- Marilan
- Ninfa

Obs. A escolha das marcas fica à critério do professor.

Para o desenvolvimento da atividade, sugerimos que os alunos sejam organizados em grupos, para que possam discutir sobre as características e a qualidade dos produtos. Para dar um toque de emoção à atividade, pode-se solicitar que os alunos tentem adivinhar qual é a marca do produto degustado. Para isso, é necessário que quaisquer rótulos ou recipientes que possam remeter às marcas dos produtos sejam omitidos.

É importante que para iniciar a atividade os alunos sejam questionados a respeito de suas opiniões quanto às influências de uma marca na qualidade e valor dos produtos, se eles escolhem os produtos pelas marcas e quais os motivos consideram na compra de um produto: marca, qualidade, quantidade, preço etc. Trata-se de um momento de inteiração, de familiarização com as informações e de um convite à investigação.

Qual valor de uma marca?

No mercado temos uma grande variedade de produtos, muitos deles são o mesmo produto, mas com marcas de produções diferentes. Muitas vezes utilizamos o nome de uma marca famosa para definir o produto. Um exemplo são as esponjas de aço, que poucos conhecem, mas quando falamos a marca " Bombril " já fica mais fácil de entender. Pensando nessa situação, será que a marca do produto define sua qualidade e sua durabilidade?
Se pensamos, será que vale a pena só comprar produtos segundo sua marca de fabricação?
Vamos analisar segundo o paladar, será que isso interfere?

Para a degustação deve-se proceder como o professor achar mais adequado, de acordo com as características da turma. É importante que no decorrer da degustação os alunos façam anotações sobre as suas opiniões a respeito dos produtos. É também indicado que eles bebam água ao trocar os produtos, para ajudar a limpar o paladar. Nesse momento, algumas questões podem ser feitas aos alunos, como:

- Qual ou quais marcas são conhecidas por vocês?
- Qual ou quais as diferenças entre os produtos degustados?
- Qual é o produto preferido dentre as opções degustadas?
- Qual opção vocês comprariam?
- Qual o preço e o peso dos produtos?

Estas questões podem ajudar o professor a direcionar a atividade à resolução.

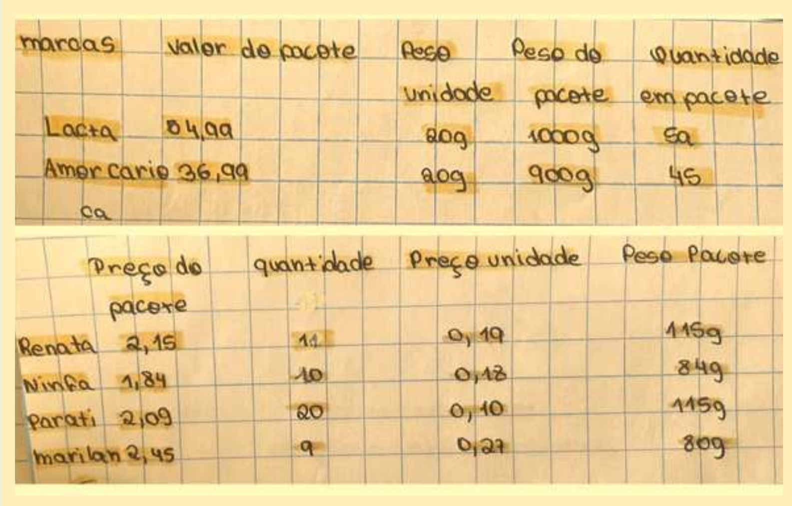
Para que os alunos consigam afirmar sobre os valores, eles precisam calcular o valor unitário de cada produto, seja por unidade ou medida de massa. Trata-se da fase de matematização, conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012), momento em que o problema é tratado em termos matemáticos. Caso os alunos encontrem dificuldades, o professor pode montar junto com eles quadros com as informações necessárias para se determinar esse valor unitário: valor do produto, massa por embalagem, quantidade por embalagem. Como os quadros apresentados a seguir.

Bombom

Marca	Valor do pacote	Peso (unitário)	Peso do pacote	Quantidade em um pacote
Lacta - Ouro Branco				
Neugebauer - Amor Carioca				

Bolaacha

Marca	Valor do pacote	Peso (unitário)	Peso do pacote	Quantidade em um pacote
Renata				
Ninfa				
Parati				
Marilan				



marcas	valor do pacote	Peso unidade	Peso do pacote	Quantidade em pacote
Lacta	54,99	20g	1000g	50
Amor Cario ca	36,99	20g	900g	45

	Preço do pacote	quantidade	Preço unidade	Peso Pacote
Renata	2,15	11	0,19	115g
Ninfa	1,84	10	0,18	84g
Parati	2,09	20	0,10	115g
marilan	2,45	9	0,27	80g

Os cálculos apresentados caracterizam a fase de resolução (Almeida; Silva; Vertuan, 2012); e a representação do modo como proceder para calcular o valor unitário, seja na forma de tabelas, quadros, descrições textuais etc. pode ser entendida como modelo matemático. Os dados apresentados oferecem suporte para a interpretação dos resultados e validação, última fase descrita por Almeida, Silva e Vertuan (2012). Nesse momento, as marcas devem ser reveladas e podem provocar surpresas nos alunos. Cabe a eles analisar e ordenar os produtos de acordo com os preços, para que possam ser comparados com os produtos considerados mais agradáveis ao paladar.

Cabe também retomar a discussão sobre como uma marca impacta no valor e na qualidade do produto. Dependendo dos produtos escolhidos, há a possibilidade de os alunos afirmarem que vale a pena pagar mais caro pela marca, por conta da qualidade do produto, e há a possibilidade de eles afirmarem que vale a pena comprar o produto mais barato, pois a marca não influencia na qualidade, apenas no valor.

Independentemente do caso, a atividade gera uma discussão interessante sobre educação financeira, que pode trazer impactos para a forma como os alunos lidam com o consumismo.

Além da conversão de medidas, o professor pode também abordar o cálculo da diferença percentual. E para explorar ainda mais a atividade, pode sugerir aos alunos que investiguem as marcas de algum outro produto à sua escolha.

0,82 . 50 = 41,00

- 54,99 reais
- 41,00 reais

diferença

13,99

meio quilo

- 27,49 reais
- 20,50 reais

diferença

6,99

porcent. do pacote	Porc UN
48,6 mais caro	34,14 mais caro
33% mais barato	25,14 mais barato

Porcentagem em relação o valor de um para o outro

- Pacote -> 36,99 ÷ 54,99 x 100 = 67,26%

- Unitario 0,82 ÷ 1,10 x 100 = 74,54%

aumento percentual 54,99 - 36,99 ÷ 36,99 x 100 = 48,66

1,10 - 0,82 ÷ 0,82 x 100 = 34,14%

diminuição percentual 54,99 - 36,99 ÷ 54,99 x 100 = 32,73%

1,10 - 0,82 ÷ 1,10 x 100 = 25,45%

valor de 30g

1,495

1,752

1,453

2,45

Vamos fazer uma festa?

Esta atividade teve a temática escolhida pelos alunos e, para chegar a ela, foi necessária uma conversa para que eles pudessem expôr temas que tinham curiosidade de investigar. O quadro a seguir apresenta alguns temas sugeridos pelos alunos durante a pesquisa.

Temas	
Cinema	Alimentação saudável
Crescimento do cabelo	Doenças que mais mata no mundo
Construir uma casa	Quantidade de água ideal para um dia
Crescimento das unhas	Caloria dos alimentos
Gastos com uma festa	Bolo
Passeio com a sala	Sala de fruta
Quantidade de formiga no mundo	Brigadeiro

Uma atividade de Modelagem Matemática pode ser desenvolvida também a partir de um tema escolhido pelos alunos. Nesse momento de escolha do tema, dê ouvido a eles, dê espaço para a criatividade e mostre respeito pelos interesses apresentados.

Para o desenvolvimento da atividade, é aconselhável que os alunos sejam organizados em grupos, porém, dependendo do tamanho e das características da turma, eles podem desenvolver a atividade coletivamente, cabe ao professor definir o que melhor se adequa ao seu contexto.

A temática escolhida pelos alunos foi "gastos com uma festa" e as primeiras discussões, condizentes com a fase de inteiração, foi definir que tipo de festa seria essa, já que os gastos dependem do que se deseja incluir. Os alunos optaram por um tipo específico de refrigerante, dois tipos de salgadinhos, um tipo de sobremesa e um tipo de bolo (cupcake). Os alunos decidiram focar primeiro nas receitas, para depois realizarem os orçamentos.

Os alunos decidiram em conjunto por uma receita de beijinho e uma receita de cupcake, que seria feito de bolo de cenoura, com recheio de leite em pó e cobertura de brigadeiro.

Beijinho
1 vidro de leite de coco
1 lata de leite em pó
½ lata de açúcar refinado
1 pacote de coco ralado sem açúcar

Bolo de Cenoura
3 ovos
2 cenouras descascadas
1 e ½ xícaras (chá) de açúcar
½ copo (americano) de óleo
2 xícaras de farinha de trigo
1 colher (sopa) de fermento

Recheio de Leite em Pó
1 leite condensado
1 creme de leite
6 colher de leite em pó

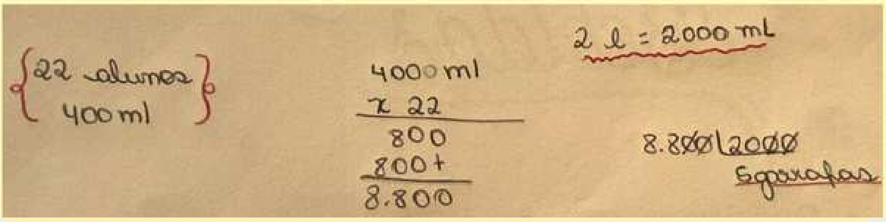
Cobertura de Brigadeiro
1 leite condensado
1 creme de leite
3 colheres de achocolatado

Para deixar o planejamento mais organizado, pode-se atribuir tarefas aos grupos, como cada um ficar responsável por pesquisar a respeito de um sabor de salgado. Uma votação pode ser feita também para que eles elejam os sabores que desejam. No nosso caso, os salgados escolhidos foram coxinha de frango e pastel de carne. O mesmo pode ser feito para a escolha do refrigerante. Diversos sabores e marcas podem ser consultadas e mais uma vez a decisão pode ser tomada em conjunto.

Para calcular as quantidades necessárias é preciso primeiro definir a quantidade de participantes da festa. Eles definiram 22 participantes. A partir daí, inicia-se a matematização, fase em que o problema e as informações são analisadas matematicamente. Para isso, são definidas as variáveis e hipóteses simplificadoras são formuladas.

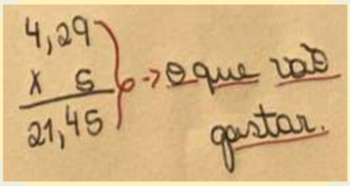
A realização dos cálculos dessas quantidades e dos gastos dá início à fase de resolução. No caso da referida festa, os estudantes calcularam primeiro os gastos com refrigerantes, depois com salgadinhos, seguidos dos beijinhos e, por último, do bolo.

Para o refrigerante sugeriram dois copos por pessoa, considerando copos de 200 ml, ou seja, cada pessoa consumiria 400 ml. Antes do cálculo ser realizado é interessante solicitar estimativas, para que os alunos consigam criar uma noção de volume e saber o que eles conhecem a respeito. Os alunos já sabiam, por exemplo, que um litro corresponde a 1.000 ml, logo, que dois litros correspondem a 2.000 ml.



O registro indica que os alunos calcularam o volume de refrigerante necessário a partir do produto de 22 por 400, obtendo 8800 ml. Também indica que dividiram esse volume total por 2000, uma vez que optaram por comprar garrafas de refrigerante de 2 litros. É interessante observar que no próprio quociente os alunos indicaram 5 garrafas, mesmo sabendo que 5 garrafas excedem 8800 ml, isso porque 4 garrafas não seriam suficientes.

Para calcularem os gastos com as bebidas, os alunos consideraram os preços que pesquisaram nos mercados. Os preços foram os seguintes: mercado 1 o refrigerante foi cotado a R$4,40, enquanto no mercado 2 o mesmo refrigerante foi cotado a R$4,29. Optando por fazer a compra no mercado 2, onde o refrigerante era mais barato, os alunos calcularam o produto de R$ 4,29 por 5, concluindo que o valor que seria gasto com refrigerante seria de R$21,45.



Em relação aos salgados, os alunos optaram pela compra de pré-fabricados. Sugeriram a compra de no mínimo oito salgados por pessoa, o que resultaria em 176 salgados. Como os salgados geralmente são vendidos em centos, optaram pela compra de dois centos, ou seja, de duzentos salgados. O quadro a seguir apresenta os valores dos centos de salgados pesquisados em três estabelecimentos.

Estabelecimento	Preço
Lugar 1	R$45,00
Lugar 2	R$50,00
Lugar 3	R$60,00

Seguindo o raciocínio de escolha do mais barato, optou-se pela aquisição dos salgados no estabelecimento 1, onde cada cento custava R$45,00. Logo, em 2 centos seriam gastos R$90,00.

Para os cálculos do beijinho, era necessário saber quantos seriam consumidos e qual o rendimento de uma receita. Um dos alunos afirmou: "*Já fiz essa receita em casa e deu somente trinta e cinco beijinhos, fiz em um tamanho bom, nada pequeno*". A turma decidiu adotar como padrão a informação fornecida pelo colega. Foi decidido que cada pessoa poderia comer quatro doces, resultando um total de 88 doces.

Levando em consideração que cada receita rende 35 doces e com a exigência de, pelo menos 88 doces, determinou-se que seriam necessárias três receitas, que resultaria em 105 beijinhos. Novamente cada grupo recebeu a tarefa de pesquisar o preço de cada produto e calcular a quantidade necessária e o gasto para três receitas, como mostra o quadro a seguir.

Ingrediente	Peso Unitário	Valor Unitário	Peso para 3 Receitas	Valor para 3 Receitas
vidro de leite de coco	200 ml	R$7,99	600 ml	R$23,97
lata de leite em pó	400 g	R$16,99	1200 g	R$50,97
lata de açúcar refinado	200 g	R$5,99	600 g	R$5,99
pacote de coco ralado sem açúcar	100 g	R$5,97	300 g	R$17,91

Os alunos chegaram a um valor total de R$98,84 para as três receitas.

Com relação ao cupcake, os alunos tomaram como base a seguinte receita.

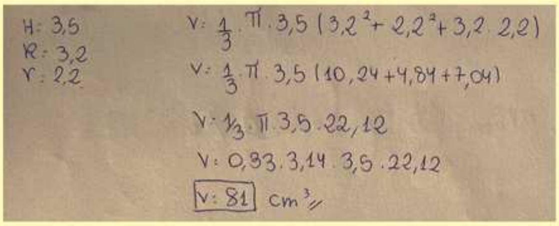
CUPCAKE

Bora fazer um cupcake!

O que vem a ser o cupcake, ele é um pequeno bolo, com o objetivo para servir uma única pessoa, frequentemente assado em uma pequena forma. Portanto o cupcake é uma bolo dividido em varias formas pequenas, mais pensando nisto, se temos uma receita grande do bolo, como podemos saber a quantidade adequada para cada forma? Segundo um site de receitas, devemos colocar 2/3 da capacidade da forma, seja grande, pequena ou de cupcake. E com isso não ocorre o risco de cair ou grudar no forna. Quantos cupcake podemos fazer com uma receita?

Assim como para os outros itens, foi preciso saber o rendimento de uma receita de cupcake e a quantidade necessária para a festa, o que gerou uma discussão interessante com os alunos. Inicialmente os alunos sugeriram usar proporção, mas um deles alegou que a questão não era tão simples de ser resolvida, pois não se conhecia o rendimento de uma receita.

Optou-se, portanto, por calcular essa quantidade a partir do volume. Os alunos identificaram a forma de assar o cupcake como um "pedaço de cone", o que a professora explicou chamar "tronco de cone". Como eles ainda não haviam estudado essa forma, a professora forneceu algumas explicações que auxiliaram no cálculo de seu volume.


H: 3,5
R: 3,2
r: 2,2

$V: \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3{,}5\,(3{,}2^2 + 2{,}2^2 + 3{,}2 \cdot 2{,}2)$

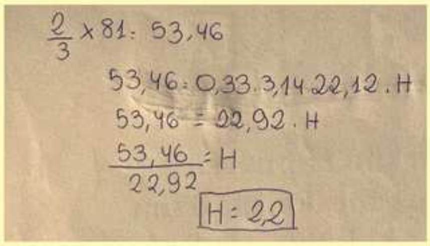
$V: \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3{,}5\,(10{,}24 + 4{,}84 + 7{,}04)$

$V: \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3{,}5 \cdot 22{,}12$

$V: 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}5 \cdot 22{,}12$

$\boxed{V: 81}\ cm^3$

A observação de um dos alunos foi importante no prosseguimento dos cálculos: “*Professora, este volume é o total que cabe na forma, mas segundo a informação que está nesta folha, só podemos usar dois terços deste volume, acho que agora conseguimos descobrir a altura que equivale estes dois terços*”. A partir dessa afirmação, eles calcularam a altura máxima de massa que poderiam colocar na forma de cupcake: 2,2 cm.


$\frac{2}{3} \times 81: 53{,}46$

$53{,}46: 0{,}33 \cdot 3{,}14 \cdot 22{,}12 \cdot H$

$53{,}46 = 22{,}92 \cdot H$

$\frac{53{,}46}{22{,}92} = H$

$\boxed{H: 2{,}2}$

Os alunos observaram que ainda não era possível determinar a quantidade de cupcakes que uma receita renderia com base apenas no volume e na altura máxima da forma. Um aluno sugeriu, então, um experimento com água que viu na internet: “*Eu vi um video na internet onde uma mulher falava que para saber se um bolo cabe na forma devemos somar todos os ingredientes, tipo, três ovos ela fala para somar 150 gramas, e todos os ingredientes em gramas, aí ela falava para encher a forma de água e dividir esse peso em três, muito parecido com o que já fizemos, acho que podemos seguir essa ideia*”. Essa sugestão foi determinante no prosseguimento da atividade.

Assim, os alunos somaram todos os ingredientes, conforme orientações do colega, para calcular a massa total da receita. Por meio de uma série de conversões e pesquisas, eles chegaram a um total de 1043 gramas. Interessados em conduzir o experimento com água, eles encheram um jarro com água, mediram 2,2 cm com uma vareta e marcaram para análise posterior. Colocaram a forma em uma balança, a encheram com água até a marca de 2,2 cm, repetindo o processo duas vezes, determinando 100 ml de água, ou seja, 50 ml cada, ou melhor, 50 gramas cada. A partir daí, dividindo 1043 por 50, conseguiram determinar que uma receita renderia em torno de 21 cupcakes. Como conclusão, afirmarem que seriam necessárias duas receitas. Dessa forma, faltava apenas calcular o custo dessas duas receitas, como mostra o quadro a seguir.

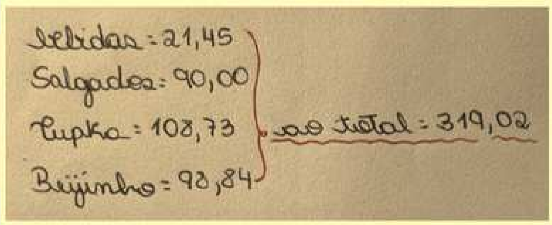
Quantidade	Ingrediente	Valor
6	Ovos	R$7,99
4	Cenouras	R$8,99
3 xícaras	Açúcar	R$8,99
1	Óleo	R$5,50
4 xícaras	Trigo	R$5,45
2 colheres	Fermento	R$5,99

Para duas receitas de cupcake, portanto, será gasto um total de R$37,80. Dessa forma eles procederam com os cálculos do recheio e da cobertura, porém, decidiram fazer somente uma receita de cada, uma vez que alguns queriam somente o recheio e outros somente a cobertura.

Quantidade	Ingrediente	Valor
4	Leite condensado	R$27,96
4	Creme de leite	R$14,08
1	Leite em pó	R$16,99
1	Achocolatado	R$11,91

Concluíram que com recheio e cobertura seria gasto um valor de R$70,94.

Para finalizar, somaram os gastos com todos os itens da festa, obtendo um gasto total de R$319,02.


Bebidas: 21,45
Salgados: 90,00
Cupka: 108,73
Beijinho: 98,84
ao total: 319,02

Dividido em 22 participantes, ficaria a cargo de cada um pagar R$14,50.

Atividades Extras

Para oferecer aos professores mais oportunidades de transitar entre os diferentes ambientes de aprendizagem, deixamos como sugestão mais 5 tarefas, que o professor pode explorar e desenvolver em sala de aula.

Operações com Média Aritmética (Ambiente 1)

Futebol (Ambiente 3)

Taxa de Desemprego (Ambiente 5)

Qual amarração gasta menos cadarço? (Ambiente 6)

Qual o peso ideal da minha mochila? (Ambiente 6)

Operações com Média Aritmética

Calcule a média aritmética para cada conjunto de valores a seguir:

15, 10, 12, 12, 14, 15, 16

8,2; 7,1; 8,4; 9,6; 8,7

Futebol

(Adaptado de OBMEP, 2017) Maria foi participar de uma competição de futebol feminino em sua cidade. Nesta competição, as partidas têm duração de 60 minutos, e cada time tem sempre 5 jogadores em campo. O time inscreveu 8 atletas e foram feitas várias substituições de modo que cada uma delas jogasse a mesma quantidade de tempo. Quanto tempo cada uma delas jogou nessa partida?

Taxas de Desemprego

(Adaptado de ENEM, 2017) O gráfico apresenta a taxa de desemprego (em %) para o período de março de 2008 a abril de 2009, obtida com base nos dados observados nas regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre.

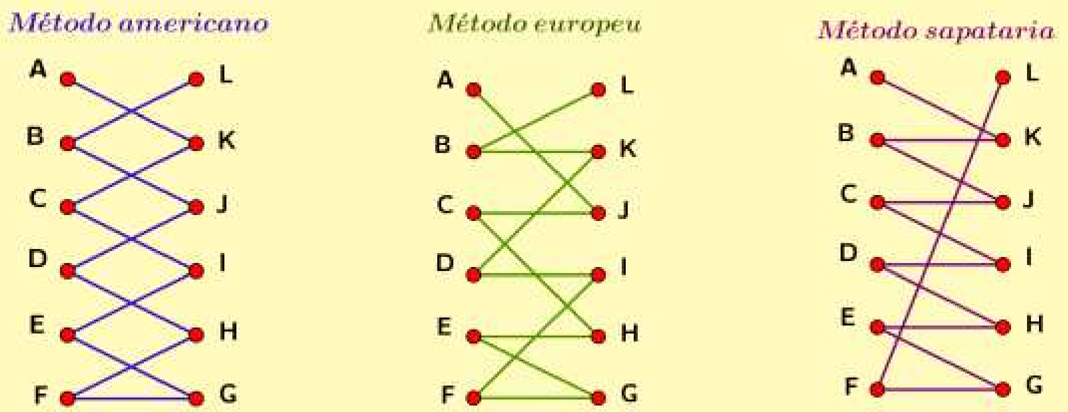
Fonte: IBGE. Pesquisa mensal de emprego.
Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 30 jul. 2012.

Qual foi a mediana dessa taxa de desemprego, no período de março de 2008 a abril de 2009?

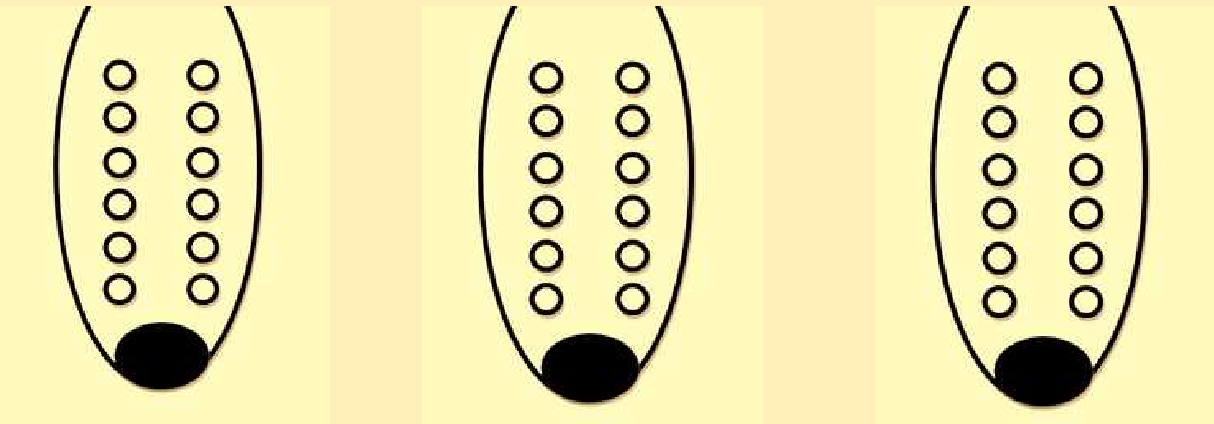
Qual amarração gasta menos cadarço?

(Adaptação de Brito, 2018) Podemos variar as formas de amarrar o cadarço? Com isso, é possível obter um estilo mais personalizado e autêntico. A ideia pode ser ainda mais interessante para quem utiliza o tênis com frequência. Outros beneficos podem ser que alguns métodos permitem distribuir melhor a pressão sobre o pé, enquanto outros podem impedir que o cadarço se desfaça com facilidade. Com isso devemos determinar um trajeto de comprimento mínimo em que o fio do cadarço, sempre começando do primeiro furo de um lado, deve percorrer todos os outros furos uma única vez, saindo no primeiro furo do outro lado. Devemos usar a hipótese de que o calçado tem duas linhas paralelas verticais com seis furos distribuídos com igual distância. Além de que, vamos considerar três tipos de amarrações de cadarço.

Representação dos três métodos de amarração de cadarços



Fonte: BRITO, D. S.



Qual o peso ideal da minha mochila?

De acordo com Organização Mundial da Saúde é recomendo que as crianças e jovens em idade (6 aos 18 anos) carreguem mochilas apenas com menos de 10% do peso do seu corpo. Ou seja, se uma criança pesar 40 quilos, a sua mochila não deve ultrapassar os 4 quilos.

Quando a mochila excede esse peso ideal, pode ocorrer uma série de problemas. Os sintomas mais comuns podem ser dores nas costas, além de mudanças fisiológicas nas curvaturas normais da coluna vertebral, como a diminuição da cifose torácica e o aumento da lordose lombar durante o uso das mochilas.

Fonte: https://g1.globo.com/pr/parana/especial-publicitario/hospital-pequeno-principe/pequeno-principe-um-hospital-completo/noticia/2022/02/11/qual-o-peso-maximo-e-a-forma-correta-de-usar-as-mochilas-escolares.ghtml

Diante destas informações será que sua mochila está com o peso ideal? Será que todos os materias que vocês carregam são os necessarios?

Aluno	Peso	Mochila

Aluno	Peso	Mochila	Porcentagem

Objeto	Quantidade

Referências

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática**: Concepções e experiências de futuros professores. 2001.Tese (Doutorado em Educação Matemática)–Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. Perspectiva, **Erechim** (RS), v. 27,n. 98, p. 65-74, 2003.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BLUM, W. (2015). **Quality teaching of mathematical modelling**: What do we know, what can we do?. In S. Cho (Ed.), The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education (pp. 73-96). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9

NISS, M.; BLUM, W. **The Learning and Teaching of Mathematical Modelling**. London: Routledge, 2020.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 12, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Um Convite à Educação Matemática Crítica**. Campinas: Papirus, 2014.