

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E DE
MATERIAIS - PPGEM

PEDRO MURILO SOUZA DE QUADROS

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA PARA O CRESCIMENTO DE TRINCAS EM
DENTES DE ENGRENAGENS UTILIZANDO O MÉTODO ESTENDIDO
DOS ELEMENTOS FINITOS**

DISSERTAÇÃO

CURITIBA

2018

PEDRO MURILO SOUZA DE QUADROS

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA PARA O CRESCIMENTO DE TRINCAS EM
DENTES DE ENGRENAGENS UTILIZANDO O MÉTODO ESTENDIDO
DOS ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais – PPGEM - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Área de Concentração: Engenharia de Materiais

Orientador: Prof. Dr. Carlos Henrique da Silva

Co-orientadora: Profa. Dra. Ana Paula C. da Silva Ferreira

CURITIBA

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Quadros, Pedro Murilo Souza de

Simulação numérica para o crescimento de trincas em dentes de engrenagens utilizando o método estendido dos elementos finitos / Pedro Murilo Souza de Quadros.-- 2018.

148 f. : il.

Texto em português com resumo em inglês

Modo de acesso: World Wide Web. Requisitos do sistema: Web browser. Título extraído da tela de título (visualizado em 26 nov. 2018)

Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Curitiba, 2018

Bibliografia: f. 117-123

1. Ferro fundido - Simulação por computador. 2. Engrenagens - Trincas. 3. Engrenagens - Fadiga. 4. Metais - Corte. 5. Usinagem - Tratamento térmico. 6. Ferro fundido - Simulação. 7. Engenharia mecânica - Dissertações. I. Silva, Carlos Henrique da. II. Ferreira, Ana Paula Carvalho da Silva. III. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais. IV. Título.

CDD: Ed. 23 – 620.1

Biblioteca Central da UTFPR, Câmpus Curitiba
Bibliotecário: Adriano Lopes CRB-9/1429

TERMO DE APROVAÇÃO DE DISSERTAÇÃO Nº 332

A Dissertação de Mestrado intitulada: **SIMULAÇÃO NUMÉRICA PARA O CRESCIMENTO DE TRINCAS EM DENTES DE ENGRENAGENS UTILIZANDO O MÉTODO ESTENDIDO DOS ELEMENTOS FINITOS**, defendida em sessão pública pelo Candidato **Pedro Murilo Souza de Quadros**, no dia 31 de agosto de 2018, foi julgada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração: Engenharia de Materiais, e aprovada em sua forma final, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais – PPGEM.

BANCA EXAMINADORA:

Prof.^a Dr.^a Ana Paula Carvalho da Silva Ferreira - Presidente - UTFPR

Prof. Dr. Marco Antônio Luersen - UTFPR

Prof. Dr. Mariano Andrés Arbelo - ITA

A via original deste documento encontra-se arquivada na Secretaria do Programa, contendo a assinatura da Coordenação após a entrega da versão corrigida do trabalho.

Curitiba, ____ de _____ de 20__.

Carimbo e assinatura do Coordenador do Programa

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo discernimento, guia e força concedida.

Aos meus orientadores, Prof. Dr. Carlos Henrique e Prof. Dra. Ana Paula pela confiança dada desde que iniciamos este estudo. A realização deste trabalho se tornou muito mais prazerosa com a orientação e dedicação de vocês neste assunto.

Agradeço ao meu antigo orientador, Prof. Dr. Cezar Negrão pela orientação e compreensão no meu primeiro ano de estudos.

Aos professores da banca, pela disponibilidade e tempo despendido.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná, pela segunda formação de qualidade fornecida.

À minha namorada Andressa, por ter sido minha fortaleza e maior responsável na realização deste trabalho, sempre ao meu lado com paciência e cumplicidade, tanto nos bons, quanto nos maus momentos.

Aos meus pais Roseli e Odilon, pelos ensinamentos, pelo suporte incondicional fornecido ao longo destes últimos anos e pela compreensão durante os meus estudos.

A todos da minha família, em especial aos meus irmãos e aos pais da minha namorada.

A todos os meus amigos, que me deram palavras de força e me incentivaram durante a realização deste trabalho.

À Abrascort, por ter me disponibilizado tempo para realização das atividades desta pesquisa.

À Petrobras, pelo auxílio financeiro ao qual me mantive durante o primeiro ano de estudos.

RESUMO

QUADROS, P. M. S. de. Simulação numérica para o crescimento de trincas em dentes de engrenagens utilizando o método estendido dos elementos finitos. 2018. 148 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

O ferro fundido nodular austemperado (*Austempered Ductile Iron* – ADI) tem se destacado nas últimas décadas devido às suas ótimas propriedades mecânicas quando comparado com outros grupos de ferros fundidos e com algumas famílias de aços. Destacam-se como propriedades importantes a resistência à tração, a usinabilidade, o limite de fadiga e a resistência ao desgaste. O ADI possui nódulos de grafita em sua microestrutura, e estes nódulos atuam como concentradores de tensão no material, mas também garantem a ductilidade como propriedade importante desse material. Desta forma, foi modelado um par de engrenagens cilíndricas de dentes retos fabricadas em ADI de maneira a simular o contato entre os dentes desse par. A aplicação da carga foi realizada em um ponto definido como raio de carga. Posteriormente, uma trinca inicial foi inserida no modelo e nódulos de diferentes tamanhos e posições foram adicionados próximos a região da ponta da trinca. O método estendido dos elementos finitos (XFEM, em inglês) foi utilizado para avaliar a propagação de trincas, visto que esse método permite com que não seja necessário a realização do refino da malha na ponta da trinca (*remeshing*, em inglês) na ponta da trinca para cada iteração. Dadas as simplificações utilizadas no modelo numérico, foi realizada uma validação para a propagação da trinca e resultados qualitativos foram gerados. Os resultados apresentados mostram que o tamanho e a posição do nódulo em relação à ponta da trinca são os fatores que têm mais influência sobre a propagação da trinca.

Palavras-chave: Propagação de trincas, ferro fundido nodular, XFEM

ABSTRACT

QUADROS, P. M. S. de. Numerical simulation for crack propagation on tooth root of spur gears using eXtended finite element method. 2018. 148 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

Austempered Ductile Iron (ADI) has stood out in the last decades due to its excellent mechanical properties when compared to other groups of cast iron and with some families of steel. The tensile strength, machinability, fatigue limit and wear resistance stand out as important properties. The ADI has graphite nodules in its microstructure, and these nodules act as stress concentrators in the material, but also guarantee ductility as an important property of this material. In this way, a pair of spur gears manufactured in ADI were modeled to simulate contact between the teeth of this pair. The application of the load was performed at a point defined as load radius. Subsequently, an initial crack was inserted into the model and nodules of different sizes and positions were added near the tip of the crack. The eXtended Finite Element Method (XFEM) was used as method to crack propagation, since that it is not necessary to remesh at the crack tip for each iteration. Given the simplifications used in the numerical model, the crack propagation was validated and qualitative results were generated. The results show that the size and position of the graphite nodule in relation to the crack tip are the factors that have the most influence on crack propagation.

Keywords: Crack propagation, nodular cast iron, XFEM

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Diagrama de equilíbrio metaestável ferro-carbono	28
Figura 2 - Microestruturas do ferro fundido nodular: sem ataque (a) e com ataque químico (b)	29
Figura 3 - Influência da morfologia da grafita no gráfico tensão x deformação	30
Figura 4 - Estrutura hexagonal da grafita e planos de direção	31
Figura 5 – a) Resistência à tração e alongamento versus temperatura de austêmpera e b) resistência à fadiga para diferentes tratamentos superficiais.....	33
Figura 6 – Elementos principais do dente de uma engrenagem	34
Figura 7 - Raio de carga e ângulo de carga	35
Figura 8 - Contato dos dentes e <i>load-sharing ratio</i>	36
Figura 9 - Formas diferentes do crescimento de uma trinca	38
Figura 10 - Definição do eixo de coordenadas na ponta da trinca	38
Figura 11 - Malha na região da ponta da trinca. Os números circulados representam os números dos elementos	41
Figura 12 - Malha sem a presença da trinca	42
Figura 13 - Trinca não alinhada com a malha. Os nós destacados possuem funções de enriquecimento da descontinuidade.....	43
Figura 14 - Trinca não alinhada com a aresta da malha. Os nós com círculos possuem funções de enriquecimento, enquanto os nós identificados com um quadrado possuem funções assintóticas	43
Figura 15 - Comportamento típico de uma curva tração-separação	45
Figura 16 - Princípio do modelo com nós fantasmas	47
Figura 17 - Representação de uma trinca não planar tridimensional utilizando duas funções de sinal	48
Figura 18 - Possíveis modos de falha em uma engrenagem: a) falha segura e b) falha catastrófica.....	49

Figura 19 - Parâmetros geométricos da engrenagem	49
Figura 20 - Localização inicial da trinca para análise da trajetória	50
Figura 21 - Efeito do <i>backup ratio</i> e da posição inicial da trinca na trajetória de propagação	51
Figura 22 - Trajetória de propagação da trinca para diferentes configurações de m_B e de ângulo inicial para: a) m_B de 0,5; b) m_B de 0,65 e c) m_B de 0,8.....	52
Figura 23 - Fator de intensidade de tensão K_I para engrenagens com: a) m_B de 0,5; b) m_B de 0,65 e c) m_B de 0,8.....	53
Figura 24 - Fator de intensidade de tensão K_{II} para engrenagens com: a) m_B de 0,5; b) m_B de 0,65 e c) m_B de 0,8.....	53
Figura 25 – Imagem do caminho da propagação da trinca em 3 trabalhos diferentes: a) (Molatefi, Najafian, & Mozafari, 2015), b) (Curà, Mura, & Rosso, 2014) e c) (Hiung, Al-Qrimli, & Morris, 2017)	54
Figura 26 - Fator de intensidade de tensão para os modos I e II para 5 diferentes torques [MN.mm] aplicados.....	55
Figura 27 – Fratura do ferro fundido nodular de matriz ferrítica	56
Figura 28 - Fratura do ferro fundido nodular de matriz perlítica	57
Figura 29 - Fratura do ferro fundido nodular de matriz ferrítica/perlítica para a) $K_I = 20\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, b) $K_I = 30\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ e c) $K_I = 40\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$	58
Figura 30 - Limite de resistência à fadiga versus fator concentrador de tensão.....	59
Figura 31 - Exemplos de trincas microestruturais encontradas em corpos de prova para diferentes valores de k_t , para tensões abaixo do limite de resistência à fadiga	60
Figura 32 – Nucleação de trincas próximo à superfície externa.....	61
Figura 33 - a) Trincas na superfície gerando o efeito do <i>pitting</i> , b) interagindo com nódulos de grafita e c) nucleando a partir dos nódulos de grafita	62

Figura 34 - Resultado das 6 amostras de engrenagem para o teste FZG	63
Figura 35 - Superfície de fratura em pinhão fabricado em ADI260	64
Figura 36 - Trinca dominante para vida em fadiga de 90% em amostras para tensão aplicada de: a) 800 MPa, b) 700 MPa e c) 600 MPa, $R = 0,1$	65
Figura 37 - Variação do número de nódulos de grafita da trinca dominante em relação ao comprimento da trinca comparado com uma trinca "não desviada" para cada faixa de tensão.....	67
Figura 38 - Trajetória de propagação de trinca (ampliado 500x) para: a) plano superficial de observação, b) segundo plano de observação abaixo do superficial e c) terceiro plano de observação abaixo da superficial	68
Figura 39 - Geometria do elemento de contorno da interação trinca-nódulo	69
Figura 40 - Resultado do método dos elementos de contorno para fatores de intensidade de tensão para a trinca principal (K^*) e Trinca 1 (K_1^*) para $\alpha = 45^\circ$	69
Figura 41 - Resultado do método dos elementos de contorno – trajetória de propagação de trinca por fadiga em ADI.....	70
Figura 42 – Desenho de ECDR simplificada com apenas três dentes	72
Figura 43 - Opções de exportação para diferentes formatos do <i>Solidworks</i>	73
Figura 44 - Função de importação utilizada para importar a ECDR no <i>Abaqus</i>	74
Figura 45 - ECDR simplificada utilizada para análise.....	74
Figura 46 - Malha utilizada no modelo global.....	75
Figura 47 - Malha refinada na região da raiz do dente.....	75
Figura 48 - Resultado da tensão de flexão na raiz do dente na simulação numérica.....	77
Figura 49 - Região da raiz do dente onde foi criado o submodelo	78
Figura 50 - Definição do submodelo a partir do modelo global	79
Figura 51 - Módulo de desenho do submodelo: a) desenho do submodelo e b) desenho do modelo global.....	79

Figura 52 - Seleção da nova opção de carregamento para o submodelo	80
Figura 53 - Carregamento e condição de contorno aplicados ao submodelo	81
Figura 54 - Janela para seleção de leitura de dados do <i>job</i> referente ao modelo global	81
Figura 55 - Tensão de von Mises obtida no submodelo.....	82
Figura 56 - Geometria da trinca inicial inserida no modelo adotada para este trabalho	83
Figura 57 - Submodelo criado para propagação da trinca	83
Figura 58 - Parâmetros a serem configurados no módulo <i>Interaction</i>	84
Figura 59 - Critério de propagação de danos utilizado no <i>Abaqus</i>	86
Figura 60 - Variáveis para observação do crescimento de trinca.....	87
Figura 61 - Caminho para acesso da configuração de tentativas de convergência ..	88
Figura 62 - Alteração da variável para tentativas de incremento de tempo.....	89
Figura 63 - Comportamento da trinca após análise.....	89
Figura 64 - Inclusão dos nódulos de grafita para análise	90
Figura 65 - Dados de entrada para o <i>software EngCalc</i>	92
Figura 66 - Definição do tipo de carregamento	93
Figura 67 - Distribuição de forças ao longo da extensão do flanco do dente	93
Figura 68 - Inclusão das cargas de carregamento nos 19 pontos.....	95
Figura 69 - Amplitude pulsante utilizada para o carregamento no ponto 1	95
Figura 70 - Posição diametral da tensão máxima na raiz do dente em relação a posição da carga aplicada.....	97
Figura 71 - Distribuição da tensão máxima na raiz em relação à magnitude da força aplicada.....	97
Figura 72 - Variação da posição e tensão máxima na raiz do dente.....	98
Figura 73 - Posicionamento dos nódulos no submodelo para as análises A1 a A8 ..	99

Figura 74 - Posicionamento dos nódulos para análises A9 e A10	100
Figura 75 - Propagação de trinca para nódulos posicionados a 45° da ponta da trinca, para o material M1 de a) 16 μm ; b) 32 μm ; c) 64 μm e d) 128 μm	101
Figura 76 - Propagação de trinca para nódulos posicionados a 45° da ponta da trinca para o material M2 de a) 16 μm ; b) 32 μm ; c) 64 μm e d) 128 μm	101
Figura 77 - Propagação de trinca para nódulos posicionados a 15° da ponta da trinca, para o material M1 de a) 16 μm ; b) 32 μm ; c) 64 μm e d) 128 μm	103
Figura 78 - Propagação de trinca para nódulos posicionados a 15° da ponta da trinca para o material M2 de a) 16 μm ; b) 32 μm ; c) 64 μm e d) 128 μm	103
Figura 79 - Propagação da trinca em frames para nódulo de 16 μm a distância de 15° da ponta da trinca	104
Figura 80 - Direção da trinca para a análise A5 para o material M1 alterada	105
Figura 81 - Crescimento de trinca em análise de fadiga experimental para ferro fundido nodular	105
Figura 82 - Propagação da trinca para análises A9: a) material M1 e b) material M2; análises A10: c) material M1 e d) material M2	106
Figura 83 - Microestrutura de um ferro fundido nodular austemperado	107
Figura 84 - Composição dos nódulos gerados no <i>Abaqus</i> para simulação A11	107
Figura 85 - Comportamento da trinca para análise A11 em material M1	108
Figura 86 – Comportamento da trinca para análise A11 em material M2	109
Figura 87 - Disposição de dois tamanhos diferentes de nódulos em uma amostra	110
Figura 88 - Corte aplicado em amostra gerando diferentes tamanhos de nódulos para análise.....	110
Figura 89 – Comportamento da trinca para a análise A12, material M1	111
Figura 90 – Comportamento da trinca para a análise A12, material M2	111
Figura 91 - a) Nucleação da trinca no primeiro <i>step</i> e b) propagação da trinca no segundo <i>step</i>	113

Figura 92 - Nucleação (a) e propagação (b) de trinca na presença de um nódulo de 16 μm	113
Figura 93 - Nucleação (a) e propagação (b) de trinca na presença de quatro nódulos de 16 μm	113
Figura 94 - Método geométrico para obtenção do h_f e s_f	125
Figura 95 - Amplitude constante para propagação de trincas sob fadiga.....	127
Figura 96 - Taxa de crescimento da trinca para liga de alumínio 2024-T3.....	128
Figura 97 - Comportamento comum do crescimento da trinca por fadiga em materiais metálicos	129
Figura 98 - Curvas da lei de Paris para diferentes valores de R	131
Figura 99 - Crescimento de trinca em fadiga regida pela lei de Paris modificada ...	132
Figura 100 - Definição de parâmetros para propagação da trinca em análise de fadiga	134
Figura 101 - Inserção da propriedade de contato para o XFEM.....	135
Figura 102 - Configurações para <i>step</i> cíclico na aba <i>Incrementation</i>	135
Figura 103 - Configurações na aba <i>Fatigue</i> para o <i>step</i> cíclico	136
Figura 104 - Amplitude criada para o carregamento na análise de fadiga	137
Figura 105 - Inserção de parâmetros de nucleação e propagação da trinca para análise de fadiga	139
Figura 106 - Representação esquemática do modelo adotado e condições de contorno	140
Figura 107 - Modelo 2D criado no <i>Abaqus</i> para realização das análises de fadiga de baixo ciclo	142
Figura 108 - Estado final do elemento fraturado após número completo de ciclos .	143
Figura 109 - Curvas do crescimento da trinca para análise de fadiga.....	144
Figura 110 - Comportamento do crescimento da trinca para análise de fadiga	144

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Configurações de nódulo propostas para análise	25
Tabela 2 - Parâmetros do tratamento térmico	32
Tabela 3 - Trajetória da propagação da trinca para diferentes configurações (S = falha segura, C = falha catastrófica)	50
Tabela 4 - Propriedades mecânicas dos ADIs testados	62
Tabela 5 - Sumário da influência dos nódulos de grafita para vida em fadiga de 90%	66
Tabela 6 - Parâmetros geométricos das engrenagens.....	72
Tabela 7 - Variáveis obtidas para o cálculo da tensão de flexão.....	76
Tabela 8 - Propriedades mecânicas da grafita	91
Tabela 9 - Características geométricas dos pontos para análise de carga em movimento.....	94
Tabela 10 - Grupo de modelos analisados para propagação da trinca	99
Tabela 11 - Valores das constantes da lei de Paris para diferentes valores de R .	131
Tabela 12 - Constantes c e m obtidas experimentalmente	138
Tabela 13 - Informações da liga de alumínio utilizada por Hedayati e Vahedi (2014)	141

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADI	<i>Austempered Ductile Iron</i>
AGMA	<i>American Gear Manufacturers Association</i>
ECDR	Engrenagem cilíndrica de dentes retos
FZG	Centro de Pesquisas para Engrenagens e Engrenamento – Universidade de Munique
HPSTC	<i>Highest Point of Single Tooth Contact</i>
LPSTC	<i>Lowest Point of Single Tooth Contact</i>
RC	Razão de contato
VCCT	<i>Virtual Crack Closure Technique</i>
XFEM	eXtended Finite Element Method

LISTA DE SÍMBOLOS

A_m	Amplitude
a_z	Razão entre vetores
B	Altura da alma da engrenagem
b_z	Razão entre vetores
C	Constante do material da Lei de Paris
C_0	Constante do material da equação de Walker
c_1	Constante do material para nucleação da trinca análise de fadiga
c_2	Constante do material para nucleação da trinca análise de fadiga
c_3	Constante do material para nucleação da trinca em análise de fadiga
c_4	Constante do material para nucleação da trinca em análise de fadiga
D	Variável escalar de dano
DC	Distância entre centros
d_c	Diâmetro do topo do dente de ECDR
d_u	Diâmetro de intersecção entre curvas evolvente e trocoide
d_{p1}	Diâmetro primitivo do pinhão
d_{p2}	Diâmetro primitivo da coroa
E	Módulo de elasticidade
F	Largura da engrenagem
$F_l(x)$	Funções de enriquecimento trigonométricas
f_1	Critério de nucleação da trinca
f_2	Critério de nucleação da trinca para análise de fadiga
f_{ij}	Função adimensional de θ
G	Taxa de liberação de energia

G_c	Energia crítica de fratura
G_{pl}	Limite superior da taxa de liberação de energia
G_{thresh}	Limite inferior da taxa de liberação de energia
$g_{ij}^{(m)}$	Função adimensional de θ para o m-ésimo termo
H	Altura do dente da engrenagem
$H(x)$	Função <i>Heaviside</i>
h_f	Altura da parábola de Lewis medida no ponto crítico
l	Grupo de todos os nós de um elemento
i	Relação de transmissão
J	Grupo de nós partidos pela trinca
K	Fator de intensidade de tensões
K_c	Tenacidade à fratura do material
K_I	Fator de intensidade de tensões para o Modo I
K_{II}	Fator de intensidade de tensões para o Modo II
K_{Ic}	Tenacidade à fratura para o Modo I
K_{min}	Fator de intensidade de tensão mínimo em análise cíclica
K_{max}	Fator de intensidade de tensão máximo em análise cíclica
k	Constante
k_f	Concentração de tensão na raiz do dente
L	Comprimento característico associado a um ponto de integração
L_{ab}	Comprimento da linha de ação
m	Constante do material da Lei de Paris
m'	Módulo da engrenagem
m_B	<i>Backup ratio</i>
N	Número de ciclos
R	Razão entre carregamentos K_{max} e K_{min}
r	Distância radial de elemento em relação a ponta da trinca

r_{nL}	Raio de carga
s_f	Largura da engrenagem medida no ponto crítico
T_n	Componente de tensão normal
T_s	Componente de tensão cisalhante
t	Tempo
u_i	Vetor de deslocamento para nó i
V	Grupo de nós na região da ponta da trinca
W_r	Componente radial da força normal
W_t	Componente tangencial da força normal
x_{ev}, y_{ev}	Coordenadas no sistema cartesiano para pontos na curva evolvente
z_1	Número de dentes do pinhão
z_2	Número de dentes da coroa
γ	Constante do material da equação de Walker
γ_p	Energia de deformação plástica absorvida no processo da fratura
ΔJ	Integral de contorno para carregamentos cíclicos
ΔK_{th}	Fator de intensidade de tensões limiar
Δw	Histerese inelástica acumulada para cada ciclo
δ_m^0	Deslocamento efetivo no início da falha
δ_m^f	Deslocamento efetivo para falha completa
θ	Ângulo de elemento em relação a ponta da trinca
ν	Coeficiente de Poisson
σ_{cr}	Tensão crítica de fratura
σ_{ij}	Tensor de tensões
$\sigma_{m\acute{a}x}^n$	Tensão máxima obtida no modelo numérico
$\sigma_{m\acute{a}x}^0$	Tensão máxima principal permitida

σ_{xx}, σ_{yy}	Tensões normais nas direções x e y , respectivamente
τ_{xy}	Tensão de cisalhamento no plano xy
Φ	Função de sinal para o método <i>level set</i>
ϕ	Ângulo de pressão
ϕ_i	Função de forma bilinear para nó i
ϕ_{nL}	Ângulo de carga
Ψ	Função de sinal para o método <i>level set</i>
Ω_0	Domínio real para método dos nós fantasmas
Ω_p	Domínio fantasma para método dos nós fantasmas
$\langle \rangle$	Colchete de Macaulay

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	22
1.1	CONTEXTO DO TEMA	22
1.2	OBJETIVO	24
1.3	JUSTIFICATIVA.....	26
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	28
2.1	FERROS FUNDIDOS NODULARES.....	28
2.1.1	Ferro Fundido Nodular – Características Microestruturais e Propriedades Mecânicas	29
2.1.2	Nódulos de grafita	30
2.1.3	Fadiga em Ferros Fundidos Nodulares	31
2.2	ENGRENAGENS CILÍNDRICAS DE DENTES RETOS	34
2.2.1	Geometria do engrenamento.....	34
2.3	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS ASSOCIADO À MECÂNICA DA FRATURA.....	37
2.3.1	Introdução à Mecânica da Fratura.....	37
2.3.2	Fator de Intensidade de Tensões.....	37
2.3.3	Introdução ao Método dos Elementos Finitos	39
2.3.4	Formulação do XFEM.....	40
2.3.4.1	Funções de enriquecimento (<i>Heaviside</i>)	40
2.3.4.2	Funções assintóticas na ponta da trinca	43
2.3.4.3	Modelagem de trincas em propagação	44
2.3.4.4	Método <i>level set</i>	47
2.4	ESTADO DA ARTE PARA PROPAGAÇÃO DE TRINCAS EM COMPONENTES FABRICADOS EM ADI	48
2.4.1	Direção de Propagação da Trinca em Dentes de ECDR.....	48
2.4.2	Propagação de Trincas em ADI	56
2.4.3	Influência dos Nódulos de Grafita no ADI.....	64
3	METODOLOGIA	71
3.1	GEOMETRIA E PROPRIEDADES MECÂNICAS DA ENGRENAGEM .	71
3.1.1	Validação do modelo de ECDR.....	76
3.1.2	Criação de Submodelo	78
3.2	PROPAGAÇÃO DE TRINCAS.....	82
3.2.1	Inclusão dos Nódulos de Grafita	90
3.3	VARIAÇÃO DA POSIÇÃO DA CARGA	92
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	96
4.1	VARIAÇÃO DA CARGA NO FLANCO DO DENTE	96
4.2	INFLUÊNCIA DOS NÓDULOS PARA PROPAGAÇÃO DE TRINCAS ..	98
4.3	MODELO NUMÉRICO SEM TRINCA INICIAL	112
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES.....	115
6	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	117

REFERÊNCIAS	118
APÊNDICE A – Método geométrico para obtenção de h_f e s_f	125
APÊNDICE B – Análise de fadiga utilizando o XFEM no <i>Abaqus</i>	126
1 INTRODUÇÃO	126
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	127
2.1 LEI DE PARIS.....	127
2.2 EFEITO DA RAZÃO DE CARREGAMENTOS PARA A CURVA DE PARIS	130
2.3 ANÁLISE DE FADIGA PARA O ABAQUS.....	131
3 METODOLOGIA	134
4 RESULTADOS.....	140
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	147
APÊNDICE C – Relação entre as constantes da Lei de Paris	148

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTO DO TEMA

A constante utilização de materiais fundidos nos setores industriais força os centros tecnológicos e indústrias a desenvolverem novos métodos e processos de fabricação, de forma que novos materiais com propriedades mecânicas melhoradas para serem utilizados em uma faixa de aplicações maior.

A indústria automotiva é um dos setores no qual há a necessidade do desenvolvimento de novos materiais. A busca por redução de peso e, conseqüentemente, redução de consumo de combustível é uma das principais linhas de pesquisa nessa área (GUESSER, Propriedades Mecânicas dos Ferros Fundidos, 2009). O ferro fundido é um dos principais materiais utilizados nesta área, sendo dominante para fabricação de blocos de motor, cabeçotes, discos e tambores de freio.

Durante muito tempo, o ferro fundido cinzento foi a forma mais comum dentre todos os tipos de ferro fundido (MULLINS, 1990). Keith Dwight Millis, em 1943, descobriu que o magnésio (Mg) era um elemento esferoidizador da grafita, e que sua adição à matriz de ferro fundido gerava formatos muito semelhantes de uma esfera de grafita, diferente do formato vermicular já amplamente utilizado (MULLINS, 1990). Surgiu, portanto, o ferro fundido nodular.

O ferro fundido nodular é um grupo de materiais que tem obtido bastante destaque nas últimas décadas. Desde 2000, a China é o maior produtor de ferros fundidos no planeta, produzindo cerca de 24.420.000 toneladas no ano de 2005. A produção de ferros fundidos nodulares neste mesmo período foi de 5.838.000 toneladas. A razão da fabricação de ferros fundidos nodulares em relação ao total de ferros fundidos cresceu de 18% em 2000 para 23.9% em 2005 (Qizhou & Bokang, 2008). Ainda assim, essa razão é menor se comparada a outros países como: França (40,8%), EUA (32,88%) e Japão (28.9%). As vantagens que levaram à popularização deste material são várias, mas sua principal característica é a versatilidade. Isso acaba ficando ainda mais evidente em aplicações que requerem uma boa ductilidade ao material, visto que o ferro fundido nodular apresenta uma alta ductilidade atingindo faixas de alongamento de até 22% (GUESSER, Propriedades Mecânicas dos Ferros Fundidos, 2009). Além disso, quando comparado com ferros fundidos maleáveis e

cinzentos, possui um custo mais baixo, o que acaba sendo relevante para o seu crescente uso na indústria.

Na família dos ferros fundidos nodulares, o material mais recente e que vem ganhando cada vez mais atenção nas últimas décadas é o ferro fundido nodular austemperados (*Austempered Ductile Iron*, ADI em inglês). O ADI é obtido por tratamento térmico de austêmpera, o qual gera como microestrutura resultante uma mistura de ferrita e austenita estabilizada (mistura essa também chamada de ausferrita) (GUESSER, Propriedades Mecânicas dos Ferros Fundidos, 2009).

As principais características do ADI são o baixo custo, flexibilidade no desenvolvimento de novos componentes, boa usinabilidade, boa resistência ao desgaste e alto limite de resistência à fadiga e à tração (MULLINS, 1990).

A utilização do ADI na indústria automotiva, principalmente em aplicações onde há a necessidade de suportar altas tensões e cargas dinâmicas variáveis tem motivado o estudo de vários pesquisadores. Lefevre e Hayrynen (2013), analisaram a influência do processo de austêmpera não somente para ferros fundidos nodulares, mas também para ferros fundidos cinzentos e aços para aplicações em *powertrains*. Nas análises de fadiga de contato, o resultado encontrado é que o ADI exibe uma perda de volume menor quando comparado com ferro fundido nodular sem tratamento ou aços. Além disso, foi concluído que a utilização de ADI em par de engrenagens reduzia a quantidade de ruído significativamente, devido a presença da grafita (LEFEVRE & HAYRYNEN, 2013).

Outros estudos buscam compreender de que forma os elementos e métodos utilizados no tratamento térmico do ferro fundido nodular podem influenciar nas características mecânicas: Tartera, Prado e Pujol (1997) analisaram a influência da temperatura de austêmpera nas propriedades de resistência ao desgaste e fadiga para o ADI. A mesma análise foi realizada por Cheng e Vuorinen (1997) e, mais recentemente, por Kim et al. (2007) e Zhang et al. (2014). Putatunda (2001) em seu trabalho constatou que, realizando o processo de austêmpera em duas etapas, a tensão limite de escoamento do material aumentava consideravelmente se comparado com o processo convencional.

A popularização do ADI para diversas aplicações também motivou pesquisadores a entender o comportamento deste material quando submetido a falhas

por fadiga. Jurenka e Spaniel (2014) analisaram o crescimento de trincas em dentes de engrenagem, simulando uma falha do tipo *pitting* (falha por fadiga com nucleação de trinca sub-superficial ou superficial). Em sua análise, resultados experimentais e numéricos foram comparados e, apesar dos resultados estarem em concordância, concluiu-se que o modelo numérico criado era muito simples e que análises posteriores poderiam ser realizadas (JURENKA & SPANIEL, 2014). Em um estudo mais avançado, Stokes, Gao e Reed (2007) estudaram os efeitos da presença dos nódulos de grafita durante o crescimento de trincas. Em sua análise, aplicando três diferentes níveis de esforços em amostras de ADI, os autores perceberam que a quantidade de nódulos de grafita na trinca dominante tendia a decrescer correspondentemente ao decréscimo da tensão aplicada. Isto sugere que, para tensões maiores, a trinca dominante crescia “à procura” de nódulos de grafita, que forneciam menor energia na ligação do ponto atual da trinca até o próximo (STOKES, GAO, & REED, 2007).

Tendo em vista os trabalhos apresentados, pretende-se realizar o estudo numérico do crescimento de trincas para o ADI em engrenagens cilíndricas de dentes retos (ECDR) analisando a influência dos nódulos de grafita sob diferentes configurações.

1.2 OBJETIVO

O objetivo principal deste trabalho é analisar a influência dos nódulos de grafita no comportamento do crescimento de trincas nucleadas na raiz do dente de engrenagens cilíndricas de dentes retos, devido a esforços de flexão. Desta forma, uma trinca inicial foi inserida em um modelo simplificado representando a região da raiz do dente junto à presença de geometrias que representam os nódulos de grafita.

Três diferentes configurações de nódulos são analisadas: tamanho, posição e quantidade. Para o primeiro grupo de resultados, é fixada a posição de um nódulo unitário em relação à ponta da trinca e somente o seu tamanho é alterado. O Grupo 2 propõe as mesmas configurações de tamanho e quantidade do Grupo 1, porém variando a posição dos nódulos em relação à ponta da trinca. O Grupo 3 tem como objetivo analisar o comportamento da trinca influenciada pela presença de mais de um nódulo.

Um quarto grupo de análises também é proposto, este variando os três parâmetros. Para este grupo, duas abordagens diferentes foram utilizadas de maneira a compreender qual das três configurações possuem maior influência na propagação da trinca.

A Tabela 1 apresenta um resumo das configurações propostas em cada grupo. Nota-se que as análises de um grupo são comparadas junto a de outro.

Tabela 1 - Configurações de nódulo propostas para análise

Grupos de análise	Tamanho	Posição	Quantidade
Grupo 1	≠	=	=
Grupo 2	≠	=	=
Grupo 3	≠	=	=
Grupo 4	≠	≠	≠
Grupo 1 x Grupo 2	=	≠	=
Grupo 1 x Grupo 3 Grupo 2 x Grupo 3	=	=	≠

Fonte: Autoria própria

O método utilizado para análise de crescimento de trinca é o XFEM. Os resultados obtidos com a utilização deste método são comparados com resultados obtidos via método convencional obtidos por trabalhos anteriores, como o de Lazzaron (2016).

Aqui é importante ressaltar que a validação dos resultados deste trabalho se dá de maneira qualitativa, ou seja, deseja-se aqui levantar uma base de informações referente às configurações dos nódulos. Isto se deve às simplificações que foram adotadas para a validação deste trabalho. Algumas delas são:

- Análise bidimensional: devido à complexidade da modelagem tridimensional da trinca, foi adotada uma análise 2D para este trabalho;
- Nódulos modelados como circunferências perfeitas: trabalhos realizados por outros pesquisadores mostraram que a nodularidade da grafita é muito próxima a 100% (Gans, Guesser, Luersen, & Silva, 2013). Desta forma, a circunferência foi adotada para representar o nódulo em uma análise 2D.

Sabe-se que a extrusão de uma circunferência gera como resultado um cilindro e não uma esfera. Portanto, a opção pela análise qualitativa também se deve a essa simplificação;

- Interface matriz-nódulo completamente unida: não foi adotado algum parâmetro de contato na interface da matriz e nódulo, ou seja, o nódulo está completamente rígido na matriz;
- Material elástico linear.

Além da análise qualitativa, outros objetos de estudo foram definidos como complemento para o entendimento da influência dos nódulos. Análises na região da raiz do dente foram realizadas sem a inserção de uma trinca inicial, ou seja, definindo critérios de nucleação da trinca na matriz.

Outro resultado proposto neste mesmo campo de estudo é analisar o campo de tensões na raiz do dente com a aplicação de uma carga normal por toda a extensão do flanco do dente, de maneira a simular o contato entre um pinhão e uma coroa durante um ciclo de engrenamento.

Por fim, o Apêndice B apresenta uma metodologia inicial realizada durante essa dissertação para a implementação de uma análise de fadiga com a inclusão dos parâmetros do regime de Paris, visando gerar como produto uma curva $\frac{da}{dN} \times \Delta K$.

1.3 JUSTIFICATIVA

O ADI é um material muito utilizado na fabricação de novos componentes automotivos, principalmente devido às suas propriedades mecânicas relevantes. O entendimento das principais características de falha de um material é de grande relevância para o desenvolvimento de um projeto novo, visto que os materiais usados nas aplicações atuais necessitam de uma margem de segurança para que não falhem prematuramente em operação.

O objetivo principal deste trabalho é primariamente o desenvolvimento de um estudo acerca do crescimento de trincas no dente de uma engrenagem. A análise deste tipo de problema de maneira analítica ou experimental acaba se tornando um empecilho devido à dificuldade da repetição de condições iniciais para diferentes situações como, por exemplo, mudanças na quantidade e tamanho de nódulos no

material. Sendo assim, torna-se necessário a utilização da simulação numérica para resolução do problema proposto.

Conforme visto em trabalhos desenvolvidos por Tartera et al. (1997) e Cheng e Vuorinen (1997), a temperatura de austenitização utilizada no tratamento térmico do ADI é uma das condições de fabricação que podem ser alteradas para a mudança da microestrutura formada após resfriamento. Jurenka e Spaniel (2014) tinham como objetivo entender o efeito do *pitting* em ECDR sob a influência da penetração do fluido lubrificante na região da trinca.

Lazzaron (2016) desenvolveu em seu trabalho a análise de crescimento de trincas sob influência de nódulos de grafita, porém, não propôs nenhuma metodologia de validação para o comportamento da trinca. O trabalho atual utilizando um modelo numérico simplificado valida o crescimento da trinca e propõe uma análise qualitativa referente às configurações dos nódulos de grafita.

Conforme apresentado anteriormente, muitos elementos automotivos fazem uso do ADI para aplicações com solicitações mecânicas cíclicas excessivas, gerando falhas por fadiga. Isto acaba sendo de extrema relevância para a análise de fadiga, que é discutida brevemente nesse texto e pode ser explorada mais profundamente por novos pesquisadores.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 FERROS FUNDIDOS NODULARES

Materiais contendo em sua composição química ferro e uma quantidade de pelo menos 2% de carbono são classificados como ferros fundidos (CHIAVERINI, 2012). A Figura 1 apresenta o diagrama de equilíbrio Ferro-Carbono ($Fe-C$). O ferro fundido pode ser considerado uma liga ternária, devido à grande influência do silício (Si) na composição estrutural deste grupo de materiais.

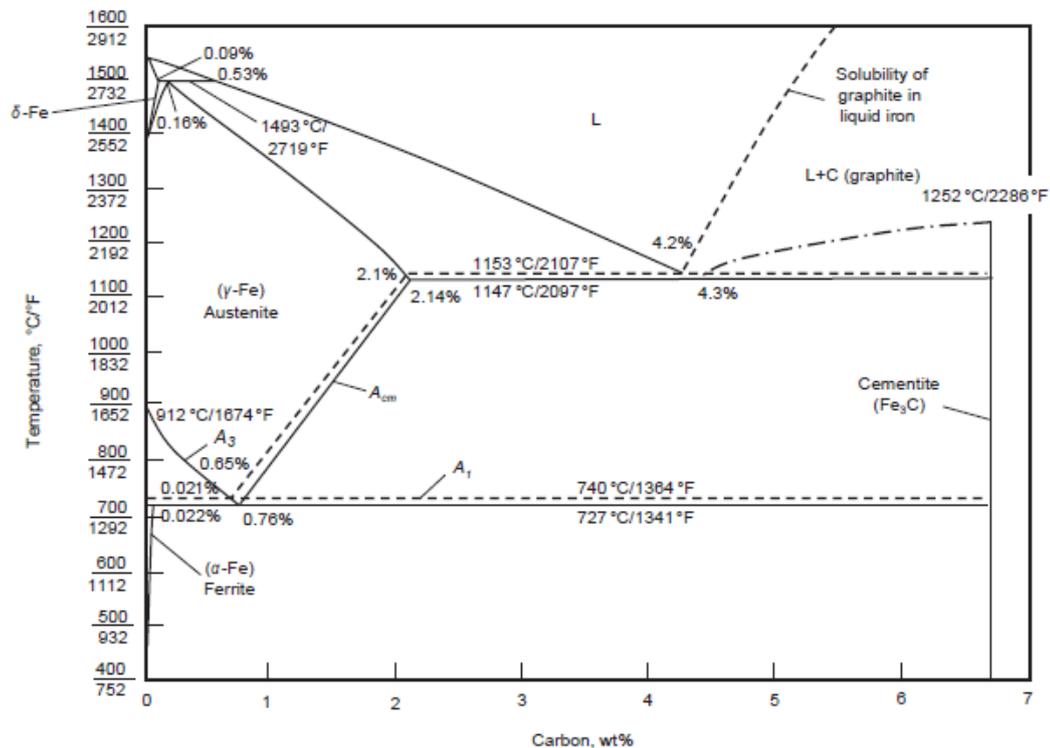


Figura 1 - Diagrama de equilíbrio metaestável ferro-carbono
Fonte: Adaptado de (CAMPBELL, 2008)

Os ferros fundidos são classificados de acordo com o formato do carbono na liga, ou seja, dado por cementita (Fe_3C) ou grafita. Os principais tipos de ferros fundidos são:

- Ferro fundido cinzento;
- Ferro fundido branco;
- Ferro fundido nodular;
- Ferro fundido maleável;
- Ferro fundido vermicular.

O ferro fundido nodular, que tem sido estudado como material para a fabricação de engrenagens (KODA, 2009) e (MARTINEZ, 2011) é o material utilizado nas análises de crescimento da trinca deste trabalho. Desta forma, é importante entender as principais características mecânicas desta família para compreender os efeitos macroscópicos durante a realização dos testes e obtenção dos resultados.

2.1.1 Ferro Fundido Nodular – Características Microestruturais e Propriedades Mecânicas

Os ferros fundidos nodulares apresentam a grafita em forma de nódulos, e caracteriza-se principalmente pela sua ductilidade. Também é chamado de ferro fundido dúctil. A Figura 2 apresenta a microestrutura dos nódulos de grafita no ferro fundido.

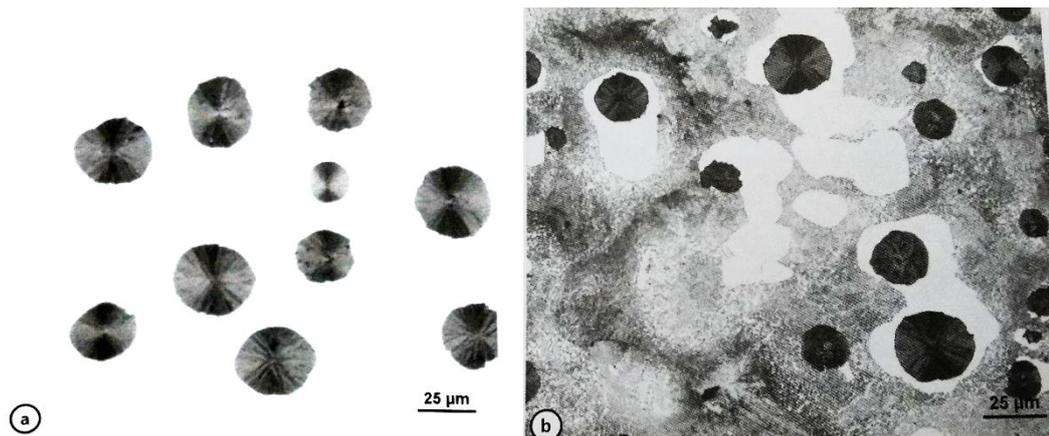


Figura 2 - Microestruturas do ferro fundido nodular: sem ataque (a) e com ataque químico (b)
Fonte: (GUESSER, Propriedades Mecânicas dos Ferros Fundidos, 2009)

Além de apresentar ductilidade elevada, este material apresenta característica bastante adequadas de tenacidade e resistência mecânica. Os nodulares com matriz ferrítica possuem valores de Limite de Resistência de 380-450 MPa, e destacam-se pelo seu alongamento de 10% a 22%. Por outro lado, nódulos com matriz perlítica possuem um Limite de Resistência de até 900 MPa, porém, com valores de alongamento mais baixos, de até 2% (GUESSER, Propriedades Mecânicas dos Ferros Fundidos, 2009).

A ductilidade característica deste material também confere uma razoável resistência ao choque. Outra característica relevante deste material é que seu módulo

de elasticidade E é praticamente constante até seu limite de elasticidade. Isto é possível graças à sua matriz nodular e a quantidade de grafita presente no material.

O ferro fundido nodular possui a grafita no formato esferoidal. A Figura 3 mostra a influência de diferentes formatos da grafita no gráfico tensão-deformação. Seu formato esferoidal minimiza a característica da grafita se tornar um concentrador de tensão, o que garante que este material apresente maior resistência mecânica.

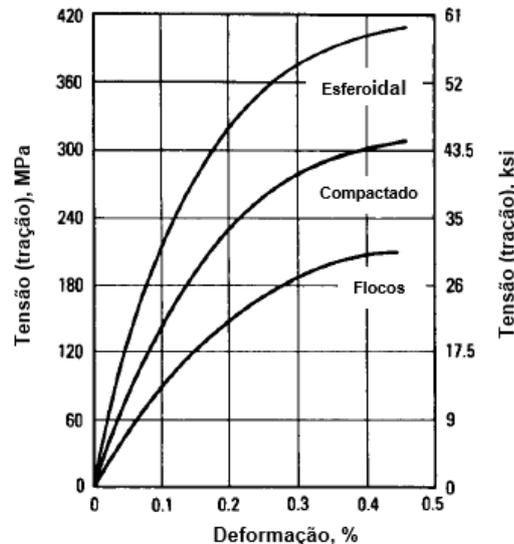


Figura 3 - Influência da morfologia da grafita no gráfico tensão x deformação
Fonte: Adaptado de (CAMPBELL, 2008)

2.1.2 Nódulos de grafita

Uma liga de ferro fundido em estado líquido sofre uma transformação eutética, onde iniciam-se a formação dos sólidos durante o processo. Após o término da solidificação, dependendo da quantidade de carbono no sistema, ocorre outra transformação no sistema, chamada de eutetóide (GUESSER, Propriedades Mecânicas dos Ferros Fundidos, 2009). Para os ferros fundidos, duas transformações eutetóides podem ocorrer: uma de natureza estável e outra de natureza metaestável.

O diagrama de equilíbrio $Fe-C$ apresentado na Figura 1 possui uma natureza metaestável. A reação eutetóide estável (indicado pelas linhas tracejadas na Figura 1) ocorre em temperaturas um pouco maiores comparada à reação eutetóide metaestável. Neste caso, a grafita é depositada sobre as partículas já existentes, geradas a partir da transformação eutética.

A estrutura da grafita é hexagonal, e seu formato após o resfriamento depende da velocidade e da direção do plano, conforme apresentado pela Figura 4. Quando o

resfriamento ocorre no plano basal, a grafita assume um formato nodular e em situações onde o resfriamento ocorre no plano prismático, um formato lamelar é gerado pela grafita.

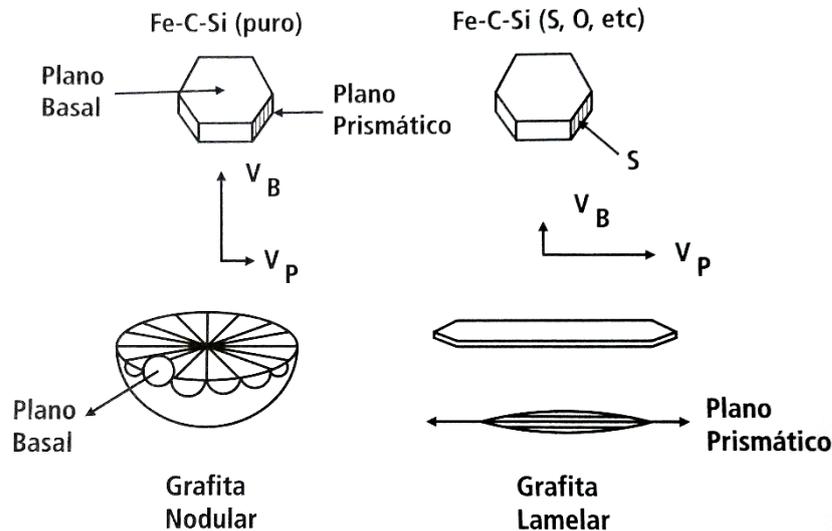


Figura 4 - Estrutura hexagonal da grafita e planos de direção
Fonte: (GUESSER, Propriedades Mecânicas dos Ferros Fundidos, 2009)

A direção de resfriamento assumida pela grafita é influenciada pelos elementos de liga presentes. Em ligas *Fe-C* comuns, a direção preferida de resfriamento é a do plano basal, devido ao fato da baixa energia interfacial com o líquido (GUESSER, Propriedades Mecânicas dos Ferros Fundidos, 2009). Alguns elementos de liga presentes no processo de fabricação, como o enxofre ou o oxigênio acabam sendo absorvidos pelo plano prismático, reduzindo a energia interfacial deste plano, fazendo com que seja menor que o plano basal e contribuindo para a geração de grafitas lamelares.

Para conter o crescimento no plano prismático, alguns elementos de liga são adicionados durante o processo de fabricação, como o manganês (*Mn*) e o magnésio (*Mg*): ambos têm um efeito dessulfurante e o segundo é um desoxidante. A adição destes elementos de liga é essencial para a fabricação de ferros fundidos nodulares (GUESSER, Propriedades Mecânicas dos Ferros Fundidos, 2009).

2.1.3 Fadiga em Ferros Fundidos Nodulares

Conforme observado em seções anteriores, a principal característica dos ferros fundidos nodulares é a presença dos nódulos de grafita em sua microestrutura. A

quantidade de nódulos presentes no material e a distância entre um nódulo e outro são algumas das variáveis que podem provocar mudança no limite de fadiga em ferros fundidos nodulares. Outras variáveis que também podem interferir nesta propriedade do material é a quantidade de impurezas, quantidade dos elementos de liga, velocidade de resfriamento e formato da grafita (GUESSER, Propriedades Mecânicas dos Ferros Fundidos, 2009).

Um dos principais fatores que acabam influenciando no crescimento da trinca é a razão R de carregamentos entre K_{\min} / K_{\max} , ou seja, quanto maior a diferença entre os carregamentos mínimo e máximo, mais rápido será o crescimento da trinca (DAHLBERG, 2004). Chapetti (2007) realizou testes em amostras de ADI em blocos tipo Y com diferentes diâmetros de entalhes e, conseqüentemente, valores de concentrador de tensão maiores. O valor da resistência à fadiga decresce à medida que aumenta o valor da concentração de tensão (CHAPETTI, 2007).

Análises experimentais realizadas no ADI por Marrow (2000) apresentaram a nucleação de múltiplas trincas na interface entre nódulo de grafita e matriz ausferrítica. O autor conclui que a nucleação das fissuras é reduzida quando a ponta da fissura encontra uma região de lamelas de ausferrita. Isso ocorre porquê a fissura encontra uma região de “barreira”, onde a amplitude de deformação é baixa e, neste caso, o impedimento do crescimento da trinca aumenta a resistência a fadiga do material (MARROW & ÇETINEL, 2000). Esse efeito também foi observado no trabalho de Chapetti (2007). Outra observação realizada é que, caso seja fabricada uma microestrutura mais grosseira – aumentando a temperatura de austenitização durante o tratamento térmico – é esperado que a resistência a fadiga decresça.

Cheng e Vuorinen (1997) analisaram a influência da temperatura de austêmpera para três diferentes amostras de ADI. A Tabela 2 mostra os parâmetros do tratamento térmico utilizado para as três amostras.

Tabela 2 - Parâmetros do tratamento térmico

Parâmetros do tratamento térmico	Número da amostra		
	A1	A2	A3
Temperatura de austenitização (°C)	910	910	910
Tempo de austenitização (h)	2	2	2
Temperatura de austêmpera (°C)	350	320	290
Tempo de austêmpera (h)	3	3	3

Fonte: Adaptado de (CHENG & VUORINEN, 1997)

A Figura 5 apresenta os resultados obtidos para as três amostras. Os resultados mostram que materiais austemperados em temperaturas menores possuem maior limite de resistência à tração e ductilidade levemente reduzida.

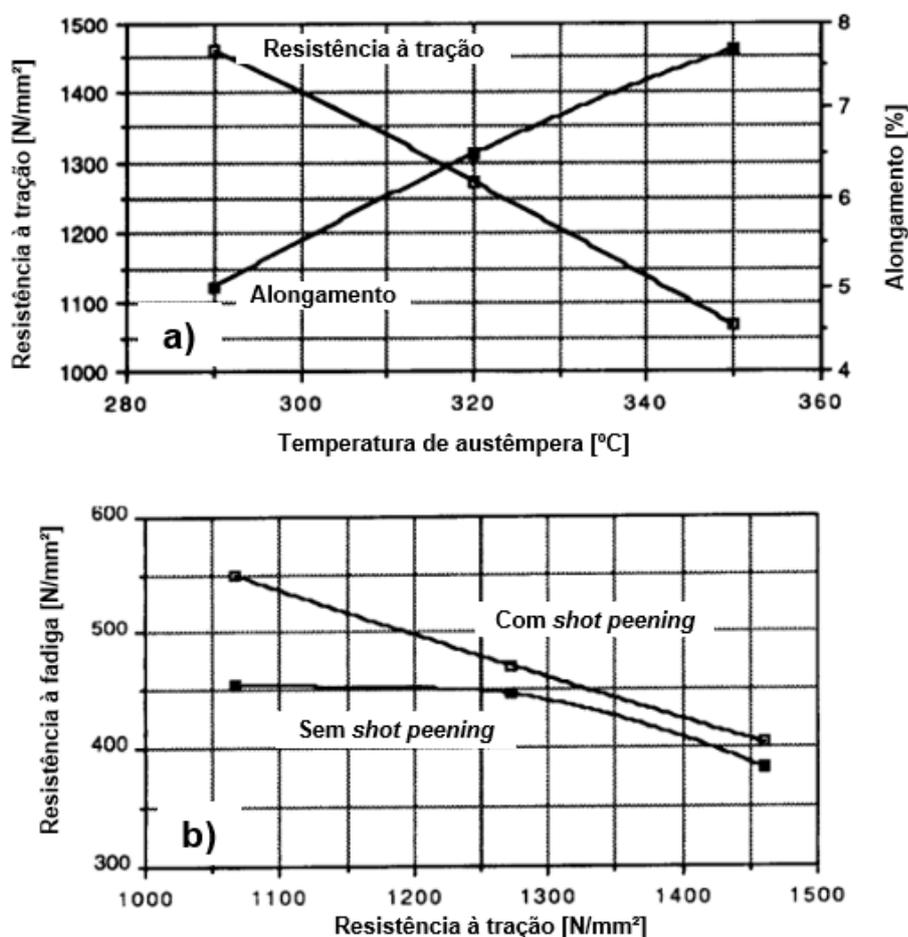


Figura 5 – a) Resistência à tração e alongamento versus temperatura de austêmpera e b) resistência à fadiga para diferentes tratamentos superficiais
Fonte: Adaptado de (CHENG & VUORINEN, 1997)

Também, é possível observar em b) na Figura 5, a influência do *shot peening* (processo de trabalho a frio usado para produzir tensões residuais compressivas). Nota-se aqui que quanto maior a temperatura de austêmpera, maior a resistência à fadiga. Depois do tratamento de *shot peening* na superfície do material, percebe-se que a resistência à fadiga é maior, e esse tratamento superficial é mais eficaz para a amostra de ADI austemperada em uma maior temperatura.

2.2 ENGRENAGENS CILÍNDRICAS DE DENTES RETOS

Engrenagens são elementos de máquinas utilizados na transmissão de movimentos rotativos entre eixos, com uma relação de velocidades constante. São utilizadas quando se tem como requisito de projeto uma mudança de torque ou velocidade entre eixos.

As engrenagens cilíndricas de dentes retos (ECCR) constituem o modelo mais simples de engrenagem e um dos mais utilizados em baixas rotações, devido à sua facilidade de fabricação. Sua aplicação ocorre entre eixos paralelos, portanto, a maioria de suas aplicações envolvem sistemas como redutores industriais.

O perfil do dente de uma ECCR é constituído principalmente de duas curvas: a primeira curva é chamada evolvente, que faz a ligação entre a cabeça do dente até aproximadamente ao diâmetro de base; a segunda curva é chamada trocoide que, por sua vez, se inicia ao final da evolvente e termina no diâmetro de raiz. A Figura 6 apresenta o perfil do dente de uma ECCR.

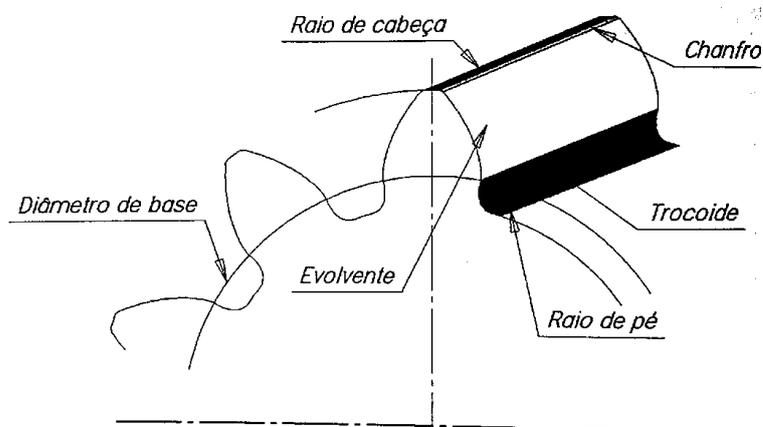


Figura 6 – Elementos principais do dente de uma engrenagem
Fonte: (MAZZO, 2013)

2.2.1 Geometria do engrenamento

Para um par de engrenagens em contato, existe uma tangente comum no ponto de contato entre a engrenagem maior (coroa) e a engrenagem menor (pinhão). Para essa tangente comum existe uma linha normal comum, que é chamada de linha de ação. A importância dessa linha é que ela sempre passa pelo ponto de referência das engrenagens.

O número de dentes em contato pode variar para cada tipo de aplicação. O parâmetro que apresenta o número médio de dentes em contato é chamado de razão de contato (RC), e esta razão é calculada de acordo com a seguinte equação (SHIGLEY, MISCHKE, & BUDYNAS, 2005):

$$RC = \frac{L_{ab}}{m' \cdot \pi \cdot \cos \phi}; \quad (1)$$

onde L_{ab} é o comprimento da linha de ação, m' é um parâmetro chamado de módulo da engrenagem e ϕ é conhecido como ângulo de pressão.

No ponto de contato entre as engrenagens, existem duas forças que atuam para a transmissão do torque do pinhão para a coroa: forças tangenciais e radiais. Tais forças são iguais e de sentidos opostos na coroa e no pinhão. Para razões de contato maiores que 1, existe um ponto máximo de contato de um único dente chamado de HPSTC (*Highest Point of Single Tooth Contact*) em algum lugar abaixo da ponta, e que criará um momento fletor máximo no dente (NORTON, 2013).

A aplicação da força, segundo a norma AGMA 908-B89, se dá em um local definido por um raio de carga r_{nL} e um ângulo de carga ϕ_{nL} , conforme apresentado na Figura 7.

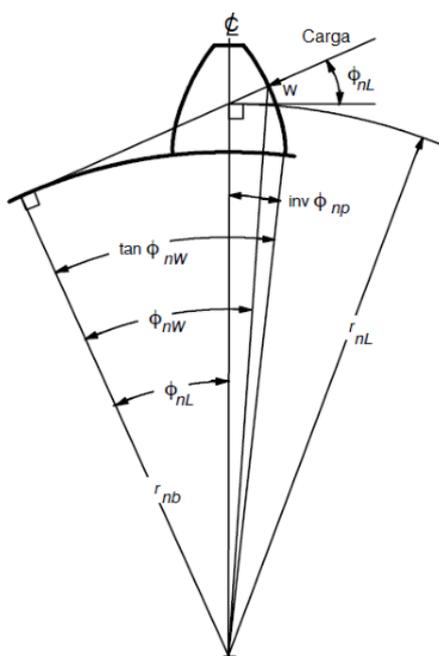


Figura 7 - Raio de carga e ângulo de carga
Fonte: (AGMA 908-B89, 1989) apud (QUADROS, 2015)

A primeira equação usada para estimar a tensão de flexão em dentes de engrenagens foi apresentada por Wilfred Lewis em 1892. Nela, foi considerado que o dente é uma viga em balanço com seção crítica na raiz (NORTON, 2013). Quadros (2015) utilizou os efeitos de concentração de tensão e fez uso da equação de Lewis modificada para o cálculo de tensão na raiz do dente, que é definida como:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{6 \cdot W_t \cdot h_f}{F \cdot s_f^2} \cdot k_f; \quad (2)$$

onde W_t é a força tangencial aplicada no dente, k_f é o valor da concentração de tensão na raiz do dente, F é a largura da engrenagem, s_f é a largura da engrenagem medida no ponto crítico e h_f é a altura da parábola de Lewis. Estes dois últimos fatores são determinados via método geométrico proposto por Broghamer & Dolan (1942).

Para a maioria dos pares engrenados, a razão de contato varia entre 1 e 2 (NORTON, 2013). Para uma aplicação onde a razão de contato é igual a 2, a distribuição de força durante a linha de ação não é constante. Um dos estudos sobre esse assunto foi realizado por Walker na década de 1930 e diz respeito ao *load-sharing ratio*, que avalia a distribuição da força conforme muda o ponto de aplicação. Segundo esta análise, para a região compreendida entre o HPSTC e o LPSTC (ponto mínimo de contato em um único dente) existe apenas um par de dentes em contato, conforme apresentado na Figura 8. Ou seja, quando mais de um par de dentes estão em contato, a força é distribuída entre os pares.

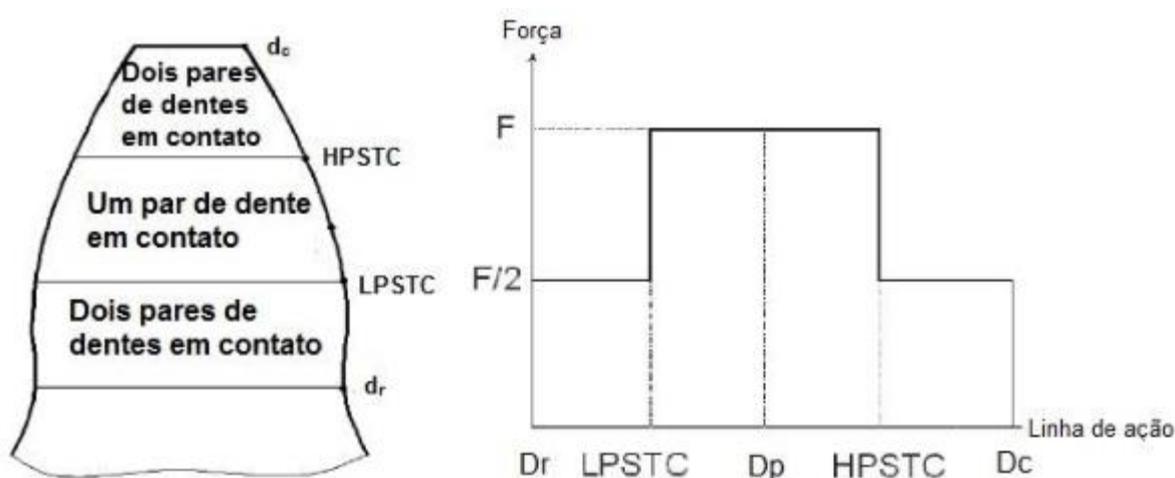


Figura 8 - Contato dos dentes e *load-sharing ratio*
Fonte: (IMREK, 2009) apud (QUADROS, 2015)

2.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS ASSOCIADO À MECÂNICA DA FRATURA

2.3.1 Introdução à Mecânica da Fratura

Alan Arnold Griffith foi um dos primeiros pesquisadores a desenvolver um estudo referente à fratura de corpos elásticos. Durante a Primeira Guerra Mundial, Griffith propôs que a redução da resistência de materiais é provocada por defeitos internos ao material (IPIÑA, 2004). A proposição foi baseada no modelo analítico da solução elástica da distribuição de tensões em torno de um orifício com formato elíptico, em uma placa infinita. O equacionamento proposto por Griffith tinha uma limitação física: dependendo do formato da trinca, a tensão máxima em um elemento tendia ao infinito.

Devido ao fato de que nenhum material tem a capacidade de suportar esse tipo de carregamento sem falhar, Griffith propôs, em seu trabalho intitulado *The Phenomena of Rupture and Flow in Solids*, um balanço energético para o fenômeno das trincas baseado no conceito da Primeira Lei da Termodinâmica. Sua premissa básica é que uma trinca pode se formar (ou uma trinca existente pode crescer) somente se um processo faz com que a energia total do sistema diminua ou mantenha-se constante. Ou seja, as condições para a falha de um material podem ser definidas como o ponto no qual ocorre o crescimento da trinca em condições de equilíbrio, sem mudança na energia total do sistema.

2.3.2 Fator de Intensidade de Tensões

Existem três formas fundamentais as quais uma carga pode operar sobre uma trinca, e cada uma irá efetuar um deslocamento diferente na superfície da mesma. A Figura 9 apresenta os três modos diferentes de propagação de uma trinca. De maneira geral, o Modo I é o mais comum e o mais importante para aplicações na engenharia e para um par de engrenagens, visto que a força aplicada na extensão do flanco do dente devido ao contato pode gerar um aumento da trinca na região da raiz por esforços de flexão. Portanto, o foco neste trabalho será dado principalmente a esse modelo.

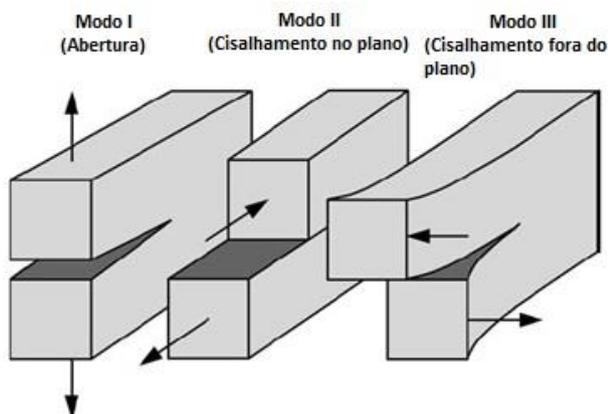


Figura 9 - Formas diferentes do crescimento de uma trinca
Fonte: Modificado de (ANDERSON, 2005)

Utilizando uma análise do plano de tensões, as tensões de tração σ_{xx} e σ_{yy} e de cisalhamento τ_{xy} em um ponto qualquer do componente, são expressas tanto em função da distância radial r , como do ângulo θ desse ponto em relação a ponta da trinca, conforme mostra a Figura 10.

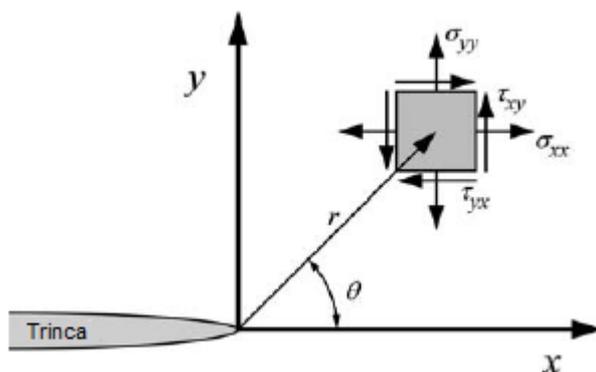


Figura 10 - Definição do eixo de coordenadas na ponta da trinca
Fonte: Adaptado de (ANDERSON, 2005)

Caso seja definido um sistema de coordenadas polares tendo como origem a ponta da trinca, conforme apresentado na Figura 10, o campo de tensões para um material trincado com comportamento elástico linear e isotrópico pode ser dado pela seguinte expressão (ANDERSON, 2005):

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^{(m)}(\theta), \quad (3)$$

onde σ_{ij} é o tensor de tensão, r e θ são definidos conforme Figura 10, k é uma constante e f_{ij} é uma função adimensional de θ . Para termos de maior ordem, A_m é a amplitude e $g_{ij}^{(m)}$ é uma função adimensional de θ para o m -ésimo termo.

Os termos de maior ordem dependem da geometria do modelo, entretanto, a solução para qualquer configuração resulta em um termo que é proporcional a $1/\sqrt{r}$. Para $r \rightarrow 0$, esse termo se aproxima do infinito. Isso significa que a tensão na ponta da trinca também se aproxima do infinito. A Eq. (3) descreve a singularidade da tensão, já que a tensão é assintótica para $r = 0$ (ANDERSON, 2005).

Cada modo de carregamento gera a singularidade $1/\sqrt{r}$ na ponta da trinca, porém, as constantes de proporcionalidade k e f_{ij} dependem do modo. Neste ponto, é conveniente substituir k pelo fator de intensidade de tensões K , onde $K = k\sqrt{2\pi}$. Portanto, para $\theta = 0$, as tensões em x e y para o Modo I são iguais a:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}, \quad (4)$$

onde o subscrito de K_I indica o Modo I de carregamento.

Quando K_I alcança um valor crítico, característico do material, denominado tenacidade à fratura K_{IC} , se produz o crescimento da trinca. O valor de K_{IC} pode ser determinado experimentalmente, mediante ensaios padrões, conforme definido pela Norma E399-17 (ASTM, 2017). De maneira resumida, para prevenir a fratura frágil no material, a seguinte proposição deve ser cumprida:

$$K_I(\text{geometria, forças, } a) < K_{IC}(\text{material, temperatura, tratamento térmico}). \quad (5)$$

2.3.3 Introdução ao Método dos Elementos Finitos

O método dos elementos finitos (MEF) é utilizado para resolução de problemas físicos associados a análises e projeto de engenharia. Os problemas físicos envolvem geralmente uma estrutura sujeita a diferentes esforços e condições de contorno. O problema físico deve ser transferido para um problema matemático de tal forma que as hipóteses realizadas durante a definição dos parâmetros de controle resultem em equações diferenciais que governam o modelo matemático.

O MEF apresenta três características importantes que acabam o diferenciando de outros métodos (REDDY, 2006):

a) Um domínio geometricamente complexo é representado como uma coleção de subdomínios geometricamente simples chamados elementos finitos. Cada elemento finito é visto como um domínio independente, e o termo “domínio” se refere à região geométrica na qual as equações são resolvidas.

b) Para cada elemento finito são desenvolvidas equações algébricas usando as equações que governam o problema.

c) Os elementos são colocados em sua posição original usando certas relações entre eles. Esse agrupamento descreve de forma aproximada o domínio original.

2.3.4 Formulação do XFEM

O XFEM (*eXtended Finite Element Method*) é uma técnica numérica alternativa ao método dos elementos finitos clássico que foi introduzida no final da década de 90 por Moes, Dolbow e Belytschko (1999) e em outro trabalho de Belytschko e Black (1999). Esta técnica utiliza funções de enriquecimento e utiliza o conceito de partição de unidade, o que faz com que descontinuidades e singularidades possam ser representadas no modelo numérico, independentemente do tipo de malha. O XFEM se tornou uma alternativa em relação ao método convencional na utilização para propagação de trincas pois não há mais a necessidade de atualizar a malha conforme a trinca avança (*remeshing*).

2.3.4.1 Funções de enriquecimento (*Heaviside*)

A utilização das funções de enriquecimento pode ser exemplificada para um modelo bidimensional com uma trinca na aresta, conforme apresentado na Figura 11. Por conveniência, a origem do sistema de coordenadas é adotada na ponta da trinca.

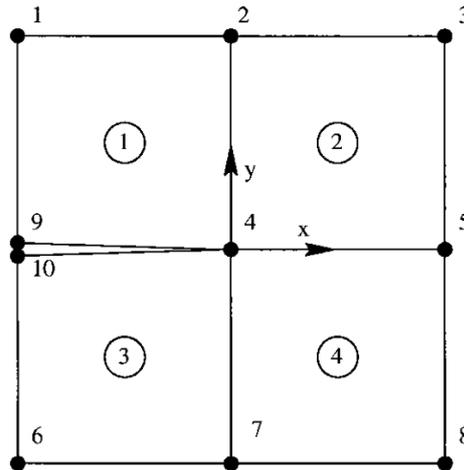


Figura 11 - Malha na região da ponta da trinca. Os números circulados representam os números dos elementos

Fonte: (Moes, Dolbow, & Belytschko, 1999)

A solução para o deslocamento deste exemplo pode ser representada como:

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^{10} u_i \phi_i, \quad (6)$$

onde u_i é o vetor de deslocamento para o nó i e ϕ_i é a função de forma bilinear associada ao nó i . Definindo a_z e b_z como:

$$a_z = \frac{u_9 + u_{10}}{2}; \quad (7)$$

$$b_z = \frac{u_9 - u_{10}}{2}. \quad (8)$$

Portanto, u_9 e u_{10} podem ser representados em termos de a e b :

$$u_9 = a_z + b_z; \quad (9)$$

$$u_{10} = a_z - b_z. \quad (10)$$

Temos então, para a Eq. (6) a seguinte expressão:

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^8 u_i \phi_i + a_z (\phi_9 + \phi_{10}) + b_z (\phi_9 - \phi_{10}) H(x), \quad (11)$$

onde $H(x)$ representa a descontinuidade da malha, também conhecida como função do tipo degrau ou função *Heaviside*. Esta função é definida com base no sistema de coordenadas local e é dada por:

$$H(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{para } y > 0 \\ -1 & \text{para } y < 0 \end{cases} \quad (12)$$

Como exemplo, para a Figura 11 $H(x)=1$ para o elemento 1 e $H(x)=-1$ para o elemento 3.

Considerando a malha representada na Figura 12, ϕ_9 e ϕ_{10} podem ser substituídos por ϕ_{11} e a_i por u_{11} . A função deslocamento é representada então por:

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^8 u_i \phi_i + u_{11} \phi_{11} + b_z \phi_{11} H(x). \quad (13)$$

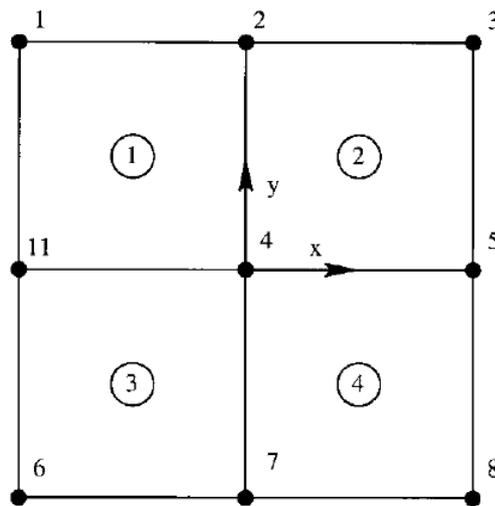


Figura 12 - Malha sem a presença da trinca
Fonte: (Moes, Dolbow, & Belytschko, 1999)

Os dois primeiros termos no lado direito da equação representam a função clássica do método dos elementos finitos (conforme apresentada na Eq. (6)) enquanto o último termo representa a função de enriquecimento, ou seja, a função associada ao nó 11, com deslocamento u_{11} . Em outras palavras, quando uma trinca é modelada conforme a malha apresentada na Figura 11, os elementos finitos podem ser representados como a soma de um elemento que não modela a trinca (conforme visto na Figura 12) e mais uma função de enriquecimento para representar a descontinuidade.

A grande vantagem deste método é que a técnica de função de enriquecimento pode ser aplicada para modelos onde a trinca não está alinhada com a malha (Figura 13). Como convenção, os nós enriquecidos são aqueles no qual seu elemento original foi cortado pela trinca em dois elementos distintos.

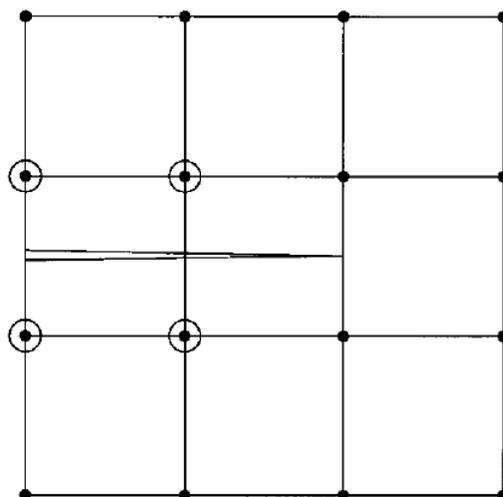


Figura 13 - Trinca não alinhada com a malha. Os nós destacados possuem funções de enriquecimento da descontinuidade

Fonte: (Moes, Dolbow, & Belytschko, 1999)

2.3.4.2 Funções assintóticas na ponta da trinca

Na maioria dos casos de análise de crescimento de trinca, a ponta da trinca não irá coincidir com a aresta da malha e, desta forma, a descontinuidade nessa região não pode ser representada apenas utilizando a função $H(x)$. Para representar a descontinuidade na ponta da trinca, Belytschko e Black (1999) desenvolveram funções assintóticas para a ponta da trinca.

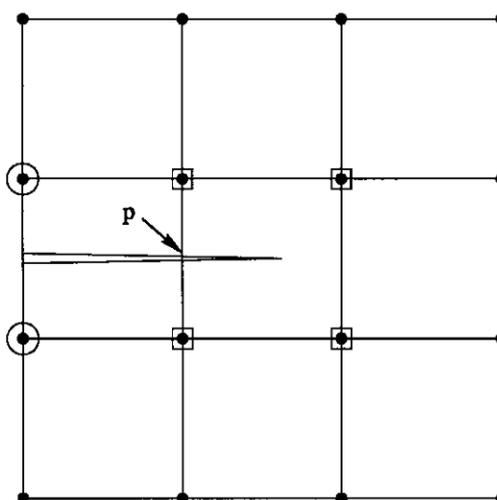


Figura 14 - Trinca não alinhada com a aresta da malha. Os nós com círculos possuem funções de enriquecimento, enquanto os nós identificados com um quadrado possuem funções assintóticas

Fonte: (Moes, Dolbow, & Belytschko, 1999)

Por exemplo, para a Figura 14, a aproximação de deslocamento pode ser representada como:

$$u(x, y) = \sum_{i \in I} u_i \phi_i + \sum_{j \in J} b_{z_j} \phi_j H(x) + \sum_{k \in V} \phi_k \left(\sum_{l=1}^4 c_k^l F_l(x) \right), \quad (14)$$

onde I representa todos os nós do elemento, J representa o grupo de nós que foram partidos pela trinca (possuem apenas a função *Heaviside*) e V o grupo de nós na região da ponta da trinca (possuem funções de enriquecimento *Heaviside* e funções assintóticas). As funções $F_l(x)$ são conhecidas como funções de enriquecimento trigonométricas, ou funções *crack-tip*. São definidas como:

$$\{F_l(r, \theta)\} \equiv \left\{ \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \right\}, \quad (15)$$

onde (r, θ) são as coordenadas polares na ponta da trinca sendo que $\theta = 0$ é tangente à trinca em relação a ponta.

2.3.4.3 Modelagem de trincas em propagação

Modelar a singularidade na ponta da trinca com acurácia requer com que o software utilizado na modelagem faça o acompanhamento para qual direção a trinca se propaga. Este acompanhamento pode tornar o cálculo da modelagem muito demorado, porque a orientação da singularidade depende da posição da trinca em um material não isotrópico.

Desta forma, o *Abaqus* (software utilizado neste trabalho para a modelagem numérica) apenas faz uso das funções assintóticas em trincas estacionárias. Para trincas em propagação, o *Abaqus* apresenta duas abordagens diferentes: modelagem utilizando o método dos elementos coesivos em conjunto com nós fantasmas e modelagem baseada nos princípios da mecânica da fratura linear elástica em conjunto com nós fantasmas.

O método dos elementos coesivos utiliza as leis de tração-separação considerando um material linear elástico antes do início do dano. Para este caso, as funções assintóticas na ponta da trinca não são utilizadas e apenas a função *Heaviside* é considerada. Por este motivo, a trinca deve se propagar completamente

através da extensão de um elemento por cada intervalo de tempo, a fim de evitar a necessidade de calcular a singularidade.

A Figura 15 apresenta o comportamento típico de uma curva tração-separação. Esta análise permite o uso de diversos mecanismos de dano diferentes agindo para o mesmo material. Cada mecanismo de dano é composto de dois fatores: critério de nucleação da trinca e lei da evolução de danos.

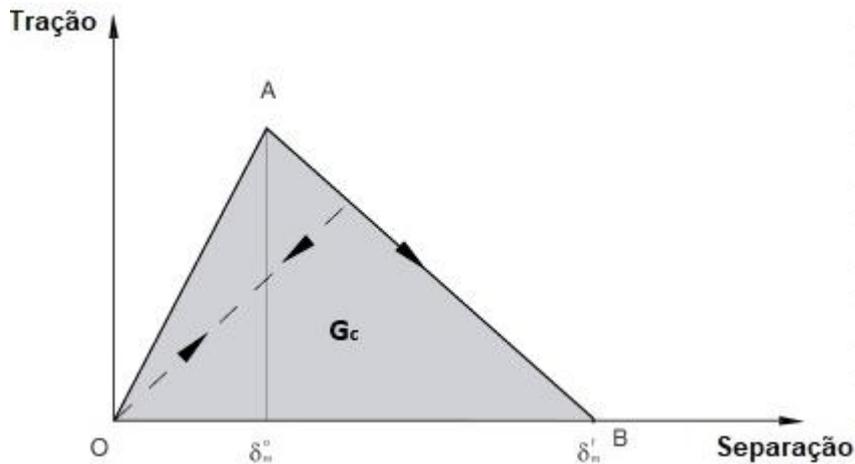


Figura 15 - Comportamento típico de uma curva tração-separação
Fonte: Adaptado de (ABAQUS, 2014)

O critério de nucleação da trinca está ligado ao início da degradação de uma resposta coesiva de um elemento enriquecido. O processo de degradação ocorre quando as tensões ou deformações satisfazem um critério específico de início da fratura. Para o proposto trabalho, o critério da tensão máxima principal foi utilizado, e pode ser representado como:

$$f_1 = \left\langle \frac{\sigma_{m\acute{a}x}^n}{\sigma_{m\acute{a}x}^0} \right\rangle, \quad (16)$$

onde $\sigma_{m\acute{a}x}^0$ representa a tensão máxima principal permitida. O símbolo $\langle \rangle$, que representa o colchete de Macaulay, significa que um estado de tensões puramente compressivo não inicia dano (ABAQUS, 2014). O dano se inicia quando $f_1 = 1$. Na utilização deste critério, a direção de propagação da trinca é sempre ortogonal à direção da tensão máxima (ABAQUS, 2014).

Após o dano ter sido iniciado, a lei de evolução de danos descreve a taxa na qual a rigidez coesiva é degradada. Uma variável escalar de dano, D , representa o dano geral médio na intersecção entre a superfície da trinca e as arestas dos elementos

rachados. Inicialmente, D tem um valor igual a zero. Quando a evolução de danos é modelada, D monotonicamente evolui de 0 a 1 após um novo carregamento depois da propagação do dano. As componentes de tensão normal e cisalhante são afetadas pelo dano de acordo com:

$$t_n = \begin{cases} (1-D)T_n, & T_n \geq 0 \\ T_n, & T_n < 0 \end{cases}; \quad (17)$$

$$t_s = (1-D)T_s; \quad (18)$$

onde T_n e T_s são as componentes de tensão normal e cisalhante para um material elástico linear sem danos.

Existem dois parâmetros para definição da evolução do dano: o primeiro envolve o deslocamento efetivo em caso de falha completa δ_m^f em relação ao deslocamento efetivo no início da falha δ_m^0 ; o segundo está relacionado com a área sob a curva tração-separação da Figura 15, e representa a energia crítica de fratura G_C . Ambos os deslocamentos δ_m^f e δ_m^0 , como G_C são obtidos em ensaios experimentais (Barbosa, 2017). Para o trabalho atual, foi definido utilizar a energia crítica de fratura como parâmetro para evolução de trincas.

Os nós fantasmas são adicionados no modelo com a finalidade de representar a descontinuidade dos elementos trincados. A Figura 16 mostra o princípio deste método: os nós fantasmas estão sobrepostos com os nós reais originais. Quando o elemento está intacto, cada nó fantasma está fixo ao seu nó original correspondente. A partir do momento que o elemento é cortado por uma trinca, este elemento é dividido em duas partes. Cada parte é formada pela combinação de nós originais e fantasmas dependendo da orientação da trinca. A partir deste momento, os nós originais e fantasmas não estão mais fixos um ao outro e podem se mover livremente.

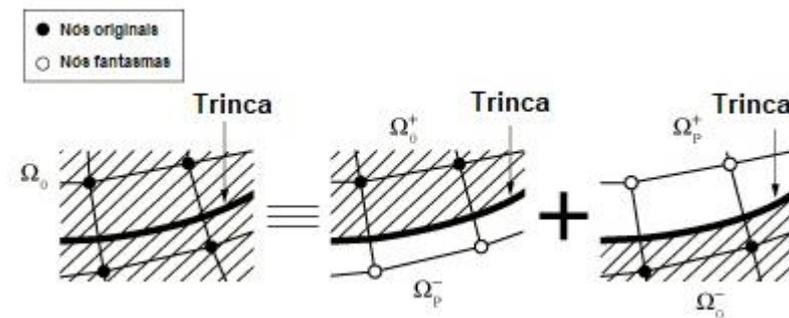


Figura 16 - Princípio do modelo com nós fantasmas
 Fonte: (ABAQUS, 2014)

A magnitude desta separação é regida pela lei dos elementos coesivos. Quando a força coesiva do elemento trincado é nula, os nós originais e fantasmas podem mover-se livremente. Para se obter um conjunto de bases de interpolação correta completas, a parte do elemento trincado que pertence ao domínio real Ω_0 é estendido ao domínio fantasma Ω_p . Então, o deslocamento no domínio real Ω_0 pode ser interpolado usando graus de liberdade para os nós do domínio fantasma Ω_p . O salto no campo de deslocamento é realizado pela simples integração sobre a área do lado dos nós reais na parte superior da trinca, ou seja, Ω_0^+ e Ω_p^- representados na Figura 16 (ABAQUS, 2014). Desta forma, esse método fornece uma abordagem eficaz e atrativa para análises de engenharia.

2.3.4.4 Método *level set*

Para identificar a posição da trinca em um modelo, foi proposto por Osher e Setian (1988) o método *level set*, que foi implantado posteriormente no Abaqus. Ele permite modelar o crescimento de trinca sem a necessidade de refazer a malha na ponta da trinca.

O método *level set* é definido por duas funções de sinal: Φ (PHILSM) e Ψ (PSILSM). A função Φ descreve a superfície da trinca enquanto a função Ψ é utilizada para construir uma superfície ortogonal, onde a intersecção entre as duas superfícies é referenciada como a frente da trinca, conforme apresentado na Figura 17.

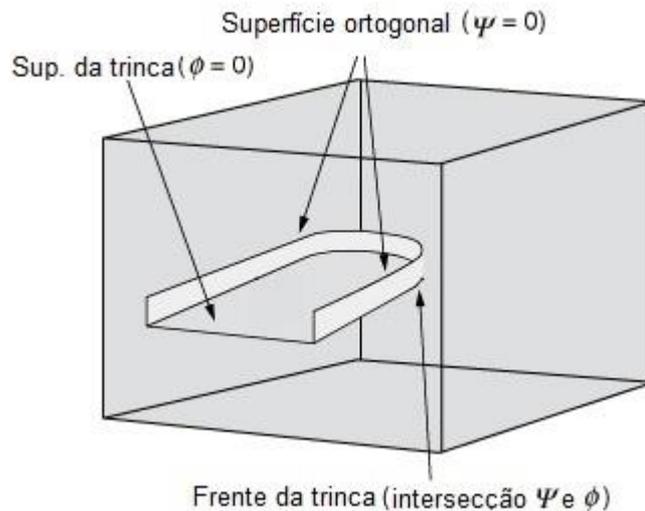


Figura 17 - Representação de uma trinca não planar tridimensional utilizando duas funções de sinal

Fonte: (ABAQUS, 2014)

2.4 ESTADO DA ARTE PARA PROPAGAÇÃO DE TRINCAS EM COMPONENTES FABRICADOS EM ADI

2.4.1 Direção de Propagação da Trinca em Dentes de ECDR

Um par de engrenagem é, muitas vezes, um componente crítico para muitos sistemas, devido à sua aplicabilidade de transferir potência e promover a variação de velocidade de muitos elementos. Visto que a nucleação de trinca na raiz dos dentes é uma das falhas mais comuns em campo, muitos autores estudaram o efeito da direção e trajetória de propagação da trinca.

Curà, Mura e Rosso (2014) analisaram o efeito da trajetória da propagação de trincas para diferentes configurações de engrenagens. Segundo os autores, é necessário não somente projetar elementos para evitar falhas, mas sim construí-los para que estes sejam projetados para terem uma “falha segura”.

Como exemplo, uma trinca em um dente de engrenagem pode se propagar em direção à raiz oposta do dente ou pode se propagar em direção à alma e destruir por completo toda a engrenagem. Estas falhas são chamadas respectivamente de falha segura e falha catastrófica, e estão representadas na Figura 18.

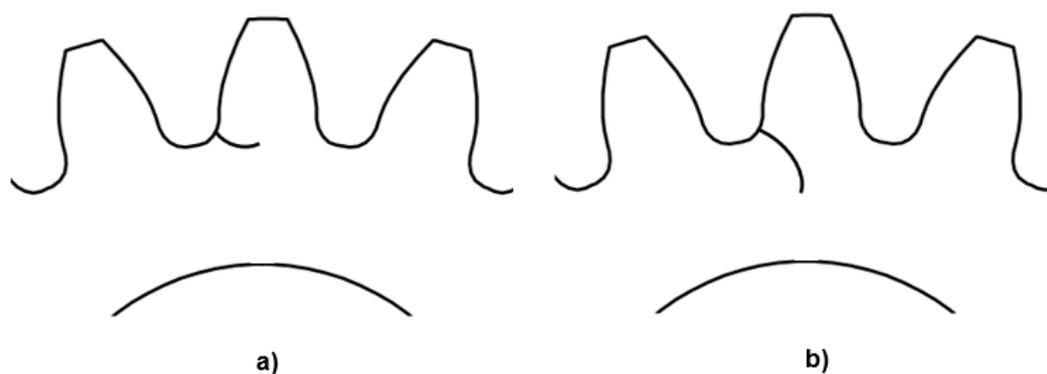


Figura 18 - Possíveis modos de falha em uma engrenagem: a) falha segura e b) falha catastrófica
Fonte: Autoria própria

A falha segura é o tipo de falha desejado em transmissões mecânicas, pois ele evita que a “falha” seja transferida para outros elementos mecânicos ligados à esta engrenagem, evitando uma falha catastrófica ainda maior em todo o sistema.

Curà, Mura e Rosso (2014) analisaram, portanto, o efeito da geometria da engrenagem para o comportamento da trajetória da trinca utilizando o XFEM. Para esse estudo, um parâmetro geométrico chamado de *backup ratio* foi um dos fatores determinantes para a propagação da trinca. Este fator é expresso por:

$$m_B = \frac{B}{H}; \quad (19)$$

onde B corresponde à altura da alma da engrenagem e H corresponde à altura do dente, conforme apresentado na Figura 19.

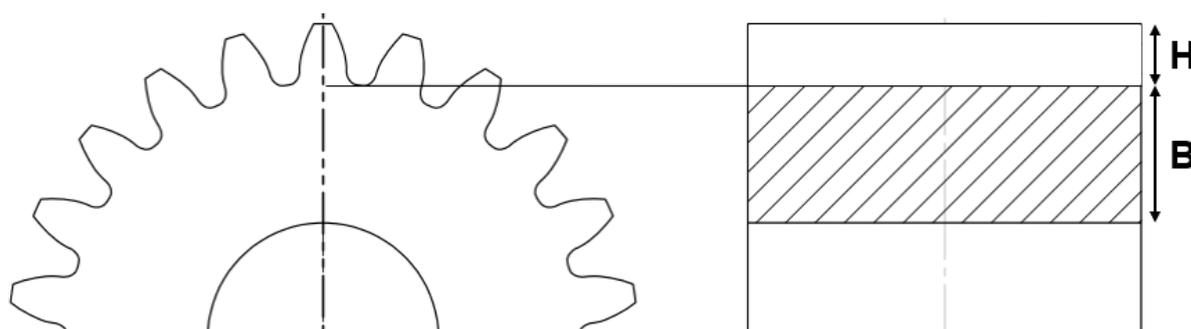


Figura 19 - Parâmetros geométricos da engrenagem
Fonte: Autoria própria

Outro parâmetro que foi modificado neste estudo foi a localização inicial da trinca, conforme apresentado na Figura 20. O resultado deste estudo, variando o *backup ratio* e a posição inicial da trinca estão apresentados na Tabela 3.



Figura 20 - Localização inicial da trinca para análise da trajetória

Fonte: (Curà, Mura, & Rosso, 2014)

Tabela 3 - Trajetória da propagação da trinca para diferentes configurações (S = falha segura, C = falha catastrófica)

Backup Ratio	Posição inicial da trinca				
	A	B	C	D	E
Eng. completa	S	S	S	S	S
1	S	S	S	C	C
0,5	S	C	C	C	C
0,4	C	C	C	C	C
0,3	C	C	C	C	C

Fonte: Adaptado de (Curà, Mura, & Rosso, 2014)

Foi possível constatar que, para engrenagens onde $m_B > 1$, a trinca se propagava em direção a raiz oposta do dente (falha segura), independentemente da localização da posição inicial da trinca. Entretanto, para engrenagens com razão $m_B \leq 1$, a trinca acaba sendo influenciada pela posição inicial. Por outro lado, engrenagens com altura de alma muito pequena ($m_B < 0,4$), as trincas se propagavam sempre em direção à alma da engrenagem (falha catastrófica).

Lewicki (2001) também estudou os efeitos da posição inicial da trinca e do efeito do *backup ratio* em dentes de engrenagens. Em seu estudo, Lewicki utilizou o software *FRANC* para análise de seus resultados. A Figura 21 mostra a trajetória de análises numéricas para diferentes configurações de engrenagem variando o *backup ratio* e a localização inicial da trinca.

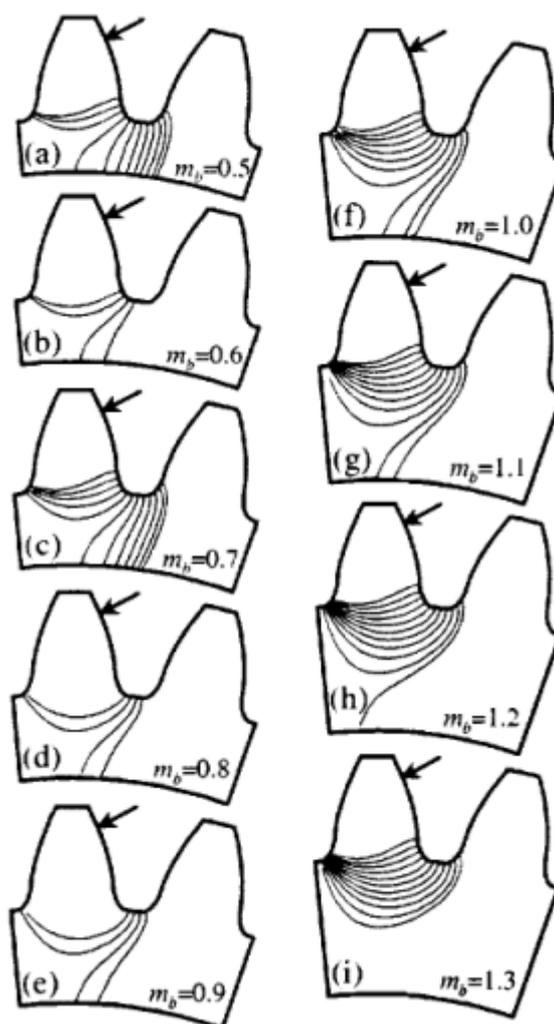


Figura 21 - Efeito do *backup ratio* e da posição inicial da trinca na trajetória de propagação

Fonte: (Lewicki, 2001)

Assim como observado no trabalho de Curà, Mura e Rosso (2014), Lewicki apresentou que, para engrenagens com $m_b > 1$ a falha encontrada sempre é segura, independente da posição inicial da trinca. Conforme o valor da razão de *backup ratio* é reduzida, ocorre uma transição de trajetórias de falha segura para falha catastrófica para diferentes posições.

Mais recentemente, Chen et al. (2018) analisaram a trajetória de trincas na raiz de dentes de engrenagens variando agora o ângulo inicial de propagação de trinca. A Figura 22 apresenta as trajetórias da propagação de trinca para três diferentes configurações de *backup ratio* (a) 0,5; b) 0,65 e c) 0,8; respectivamente) e diferentes ângulos iniciais.

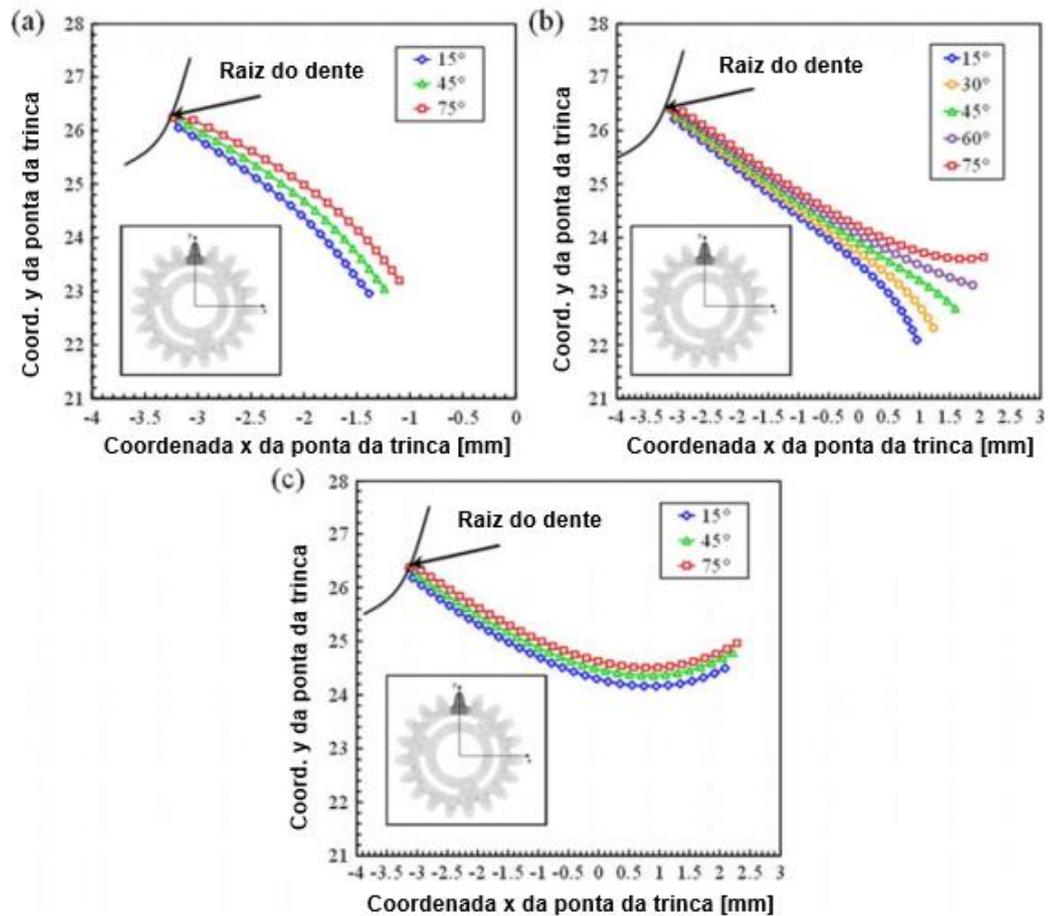


Figura 22 - Trajetória de propagação da trinca para diferentes configurações de m_b e de ângulo inicial para: a) m_b de 0,5; b) m_b de 0,65 e c) m_b de 0,8
Fonte: Adaptado de (Chen, Jin, Liang, & Kang, 2018)

Nota-se que, para $m_b = 0,5$ todas as três trajetórias (correspondente a três ângulos iniciais diferentes) propagam-se em direção à alma (falha catastrófica). Em contraste, para $m_b = 0,8$ as três trajetórias têm um comportamento de falha segura. Entretanto, para $m_b = 0,65$ todas as cinco trajetórias têm um comportamento semelhante e se comportam basicamente de maneira linear. Após um certo ponto, as trajetórias com ângulo inicial maior propagam-se em direção à raiz oposta do dente (falha segura) e, trajetórias com ângulo inicial menor, propagam-se em direção à alma.

Além disso, Chen et al. (2018) determinaram os valores dos fatores de intensidade de tensão para os modos I e II (K_I e K_{II} , respectivamente). As Figura 23 e Figura 24 apresentam os valores de K_I e K_{II} respectivamente para as três configurações de *backup ratio*.

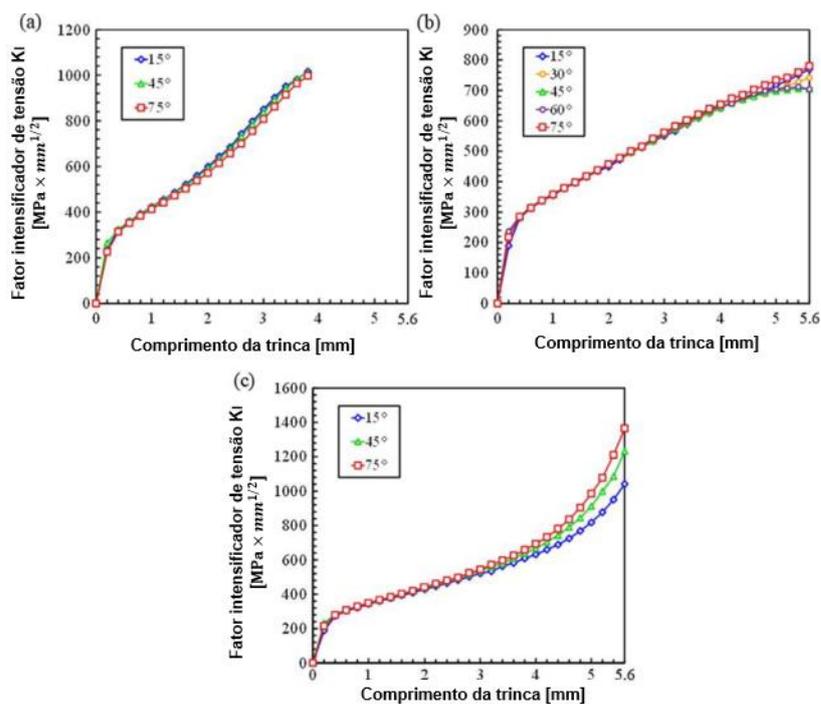


Figura 23 - Fator de intensidade de tensão K_I para engrenagens com: a) m_B de 0,5; b) m_B de 0,65 e c) m_B de 0,8

Fonte: Adaptado de (Chen, Jin, Liang, & Kang, 2018)

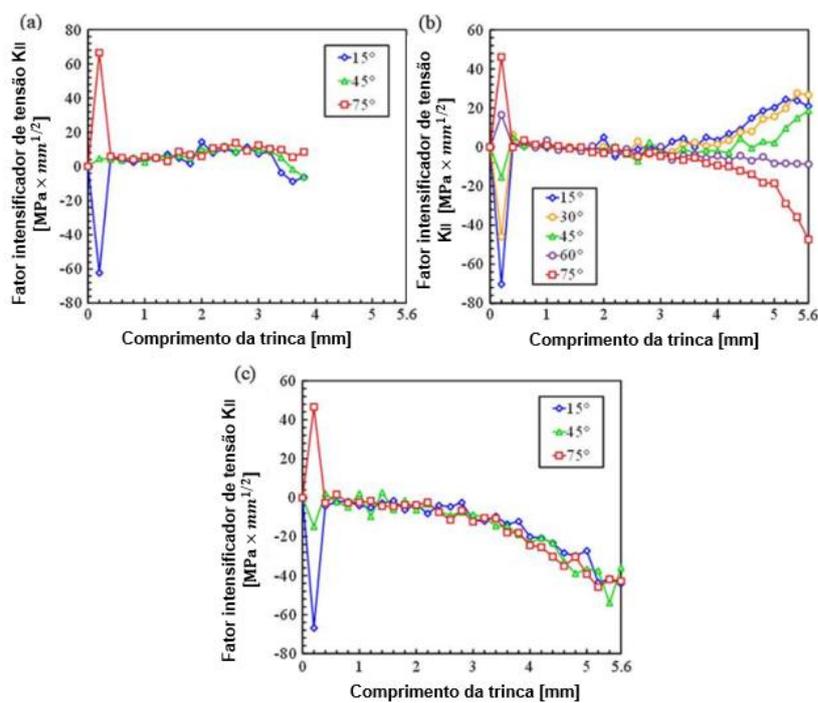


Figura 24 - Fator de intensidade de tensão K_{II} para engrenagens com: a) m_B de 0,5; b) m_B de 0,65 e c) m_B de 0,8

Fonte: Adaptado de (Chen, Jin, Liang, & Kang, 2018)

Comparando as Figura 23 e Figura 24 é possível perceber que os valores de K_{II} são muito menores que os valores de K_I para as três configurações. Entretanto, é possível fazer uma relação entre o fator K_{II} e a trajetória da trinca. Nota-se que as trincas têm trajetória de falha segura somente quando o valor de K_{II} é mantido positivo. Do outro lado, para as configurações onde K_{II} é negativo, a trinca propaga-se em direção à alma (falha catastrófica).

Outro trabalho nesta mesma linha de raciocínio foi realizado por Hiung, Al-Qrimli e Morris (2017). Nele, os autores analisaram o comportamento do crescimento de trincas na raiz de dentes de ECDR com a implementação do XFEM no Abaqus para diferentes momentos aplicados. Os objetivos a serem atingidos eram verificar o comportamento do fator de intensidade de tensão para os Modos I e II e analisar a influência do momento aplicado sobre a trajetória da trinca.

Para a validação da propagação da trinca no modelo de ECDR criado, os autores inseriram uma trinca inicial no ponto de maior tensão na raiz e compararam a propagação da trinca com outros autores, conforme mostra a Figura 25.

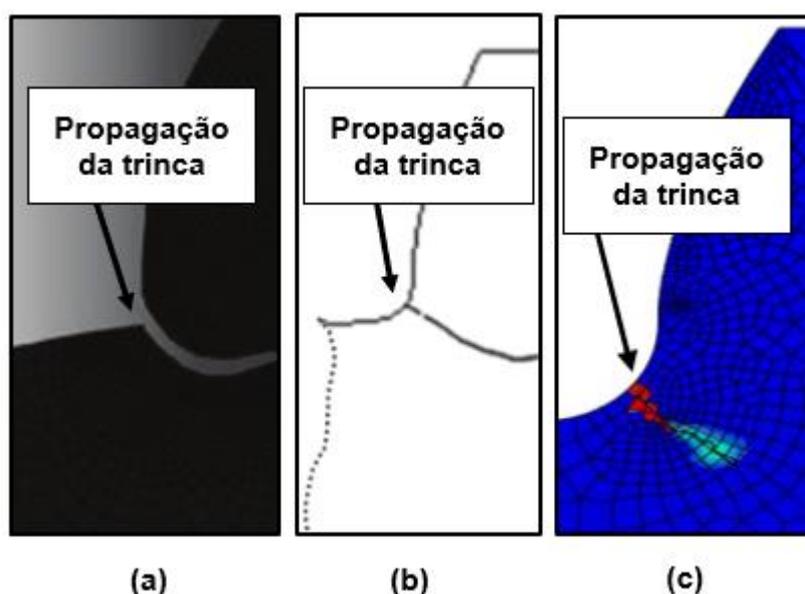


Figura 25 – Imagem do caminho da propagação da trinca em 3 trabalhos diferentes: a) (Molatefi, Najafian, & Mozafari, 2015), b) (Curà, Mura, & Rosso, 2014) e c) (Hiung, Al-Qrimli, & Morris, 2017)

Fonte: Adaptado de (Hiung, Al-Qrimli, & Morris, 2017)

A razão m_B no estudo de Hiung, Al-Qrimli e Morris (2017) é maior que um, portanto, era esperado que a trinca crescesse em direção oposta à raiz do dente. Conforme pode ser observado em c) na Figura 25, considerou-se o modelo geométrico de propagação validado.

Os resultados mostraram que a magnitude do momento aplicado é independente do comportamento da trajetória da trinca na raiz, ou seja, a trajetória para diferentes valores de momento não foi alterada.

Para o cálculo de K_I e K_{II} , é possível perceber que os valores de K_{II} tem uma magnitude maior se comparados aos valores de K_I . Entretanto, segundo os autores, as curvas apresentadas para o Modo II têm valores negativos e foram apresentados com valores positivos para melhor apresentação. Estes valores negativos ocorrem devido às tensões de compressão no modelo que, eventualmente, levam a um cisalhamento compressivo no plano.

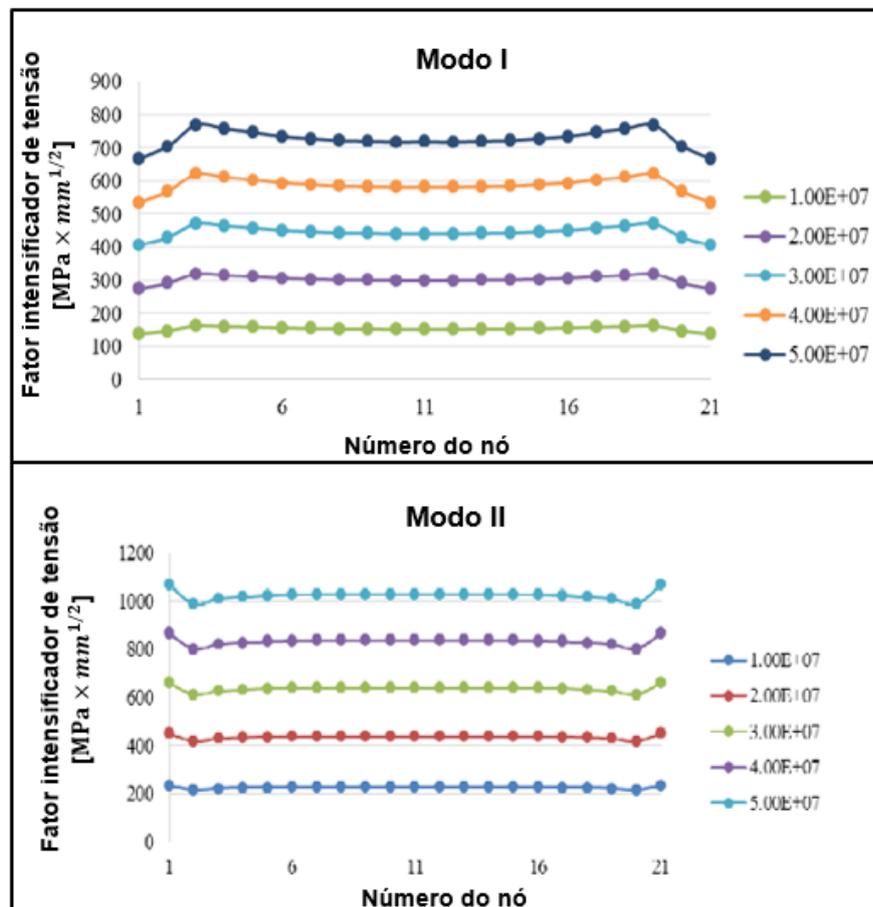


Figura 26 - Fator de intensidade de tensão para os modos I e II para 5 diferentes torques [MN.mm] aplicados

Fonte: Adaptado de (Hiung, Al-Qrimli, & Morris, 2017)

2.4.2 Propagação de Trincas em ADI

Cocco e Iacoviello (2017) analisaram a influência da microestrutura de ferros fundidos nodulares sob crescimento de trincas em fadiga sob influência de cargas de choque. Para isso, os autores utilizaram três diferentes graus de ferro fundido nodular: matriz ferrítica (nome comercial GJS 350-22), matriz perlítica (nome comercial GJS 700-2) e matriz ferrítica/perlítica (nome comercial GJS 500-7). A nodularidade destes materiais é de 85% e as análises foram conduzidas para uma razão $R = 0,1$.

Para o material com matriz ferrítica, foi possível notar a formação de trincas na região da interface matriz-nódulo, mesmo para nódulos distantes da trinca inicial. A Figura 27 apresenta em detalhes esta interação. As setas grandes brancas indicam a direção do carregamento aplicado. Os pesquisadores também observaram que não há uma ligação direta entre a trinca principal gerada (indicado em vermelho na Figura 27) com as trincas geradas pelas cargas de choque próximo a esta trinca.

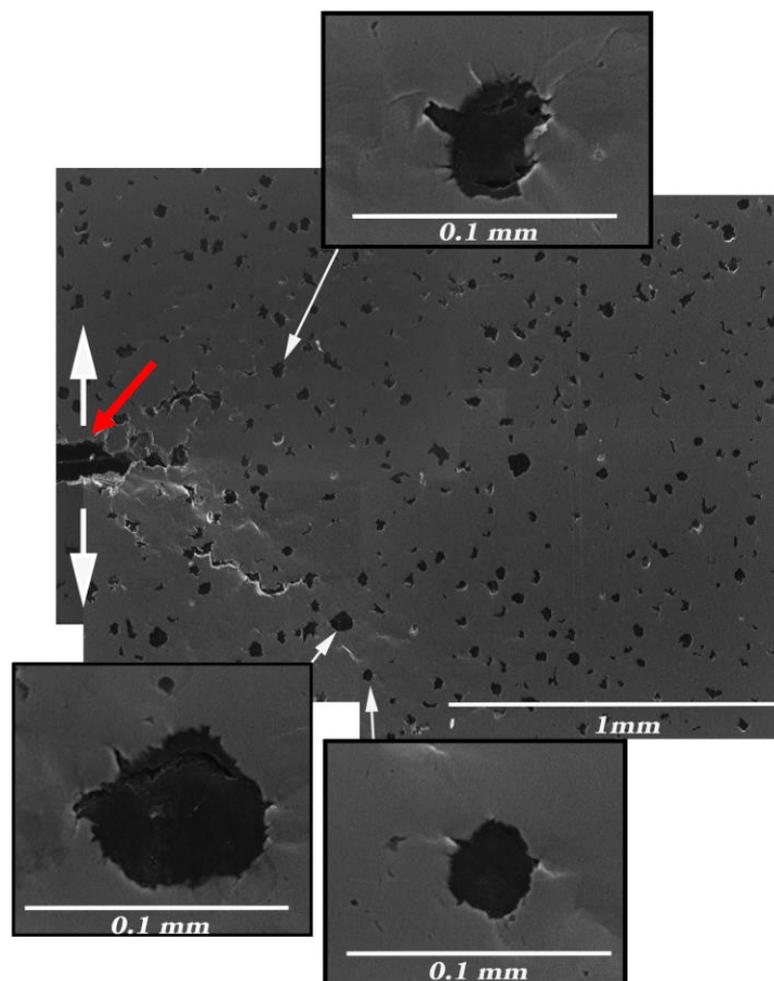


Figura 27 – Fratura do ferro fundido nodular de matriz ferrítica
Fonte: (Cocco & Iacoviello, 2017)

Para o ferro fundido nodular de matriz perlítica, os autores observaram com mais clareza o efeito do “descolamento” dos nódulos de grafita em relação à matriz. A Figura 28 mostra o comportamento da trinca realizado no corpo de prova com matriz perlítica. As setas brancas indicam a direção do carregamento e a seta vermelha indica a posição da trinca principal.

Para a matriz perlítica, os autores observaram o efeito a nucleação de trincas na região da interface matriz-nódulo gerada pelo aumento no fator de intensidade de tensões e que, posteriormente, se uniram à trinca principal.

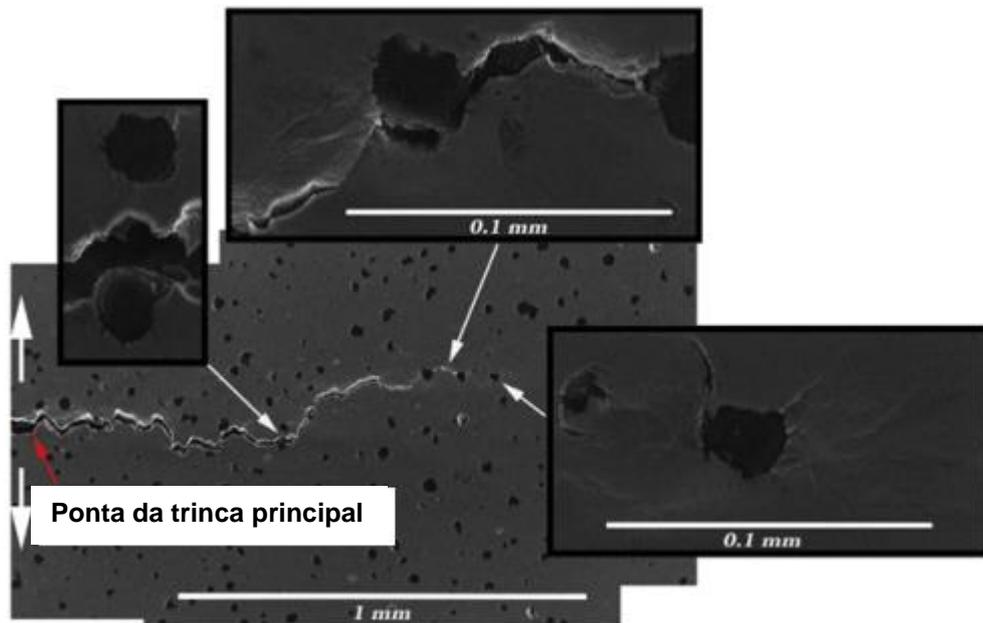


Figura 28 - Fratura do ferro fundido nodular de matriz perlítica
Fonte: Adaptado de (Cocco & Iacoviello, 2017)

Por fim, a Figura 29 apresenta a fratura para o ferro fundido nodular de matriz ferrítica/perlítica. As setas brancas indicam a direção do carregamento e as setas vermelhas indicam a posição da ponta da trinca principal.

A fratura para a matriz ferrítica/perlítica mostra a presença de *slip bands* (bandas deslizantes, em tradução livre) principalmente nos grãos ferríticos. O aumento no valor de K_I provoca aqui um aumento na deformação plástica na região logo à frente da ponta da trinca, gerando a propagação de trincas secundárias que também se formaram na interface matriz-nódulo.

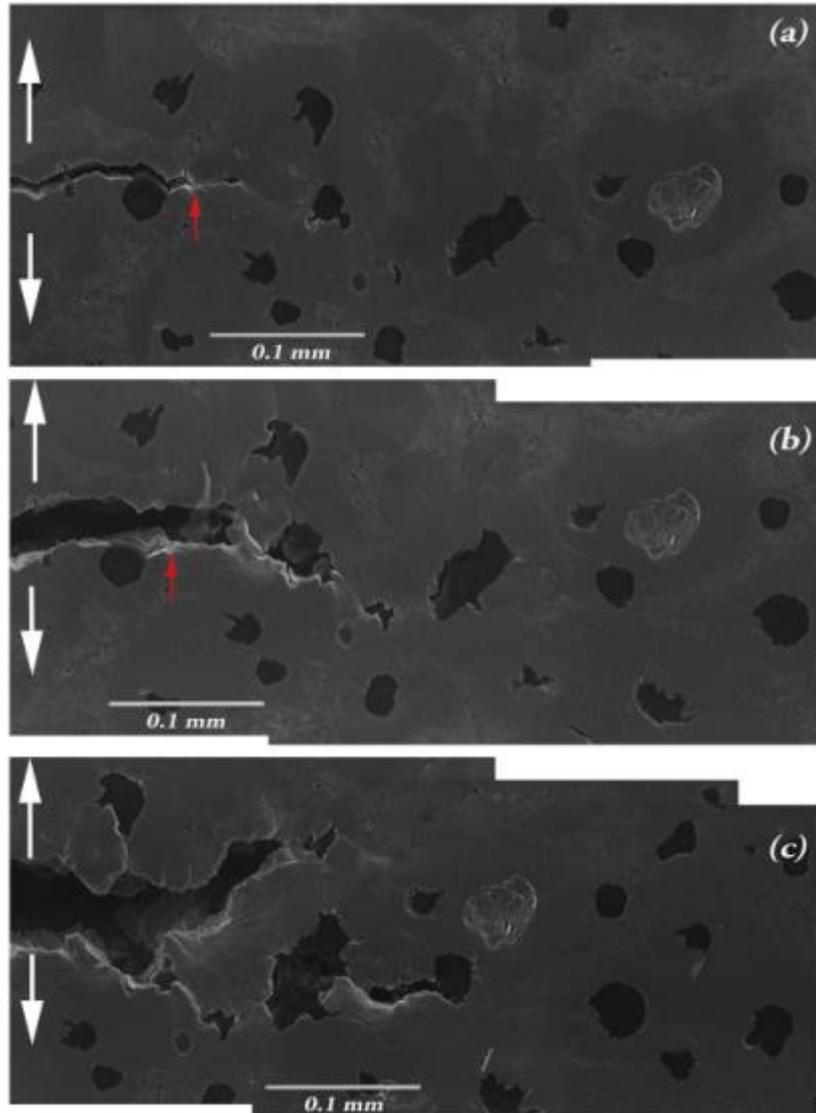


Figura 29 - Fratura do ferro fundido nodular de matriz ferrítica/perlítica para a) $K_I = 20\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, b) $K_I = 30\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ e c) $K_I = 40\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$
Fonte: (Cocco & Iacoviello, 2017)

Cocco e Iacoviello (2017) concluem que os nódulos de grafita não podem ser considerados como meros vazios engastados na matriz. A presença de um gradiente de propriedades mecânicas nos elementos de grafita comparados com o da matriz tem um papel muito relevante no comportamento dos ferros fundidos nodulares.

Chapetti (2007) realizou um estudo para compreender o efeito da sensibilidade do fator concentração de tensão para corpos de prova fabricados em ADI com diferentes tamanhos de entalhe. O material utilizado tem nodularidade de 90%, diâmetro médio dos nódulos de $51 \mu\text{m}$ e a quantidade de nódulos de cerca de 100 nódulos/ mm^2 . A temperatura de austêmpera utilizada foi de 360°C .

Para os corpos de prova, foram produzidos 4 diferentes tamanhos de entalhe: raio de 50 mm, 2 mm, 1 mm e 0,5 mm. O fator concentrador de tensão teórico para os corpos de prova apresentados anteriormente é, respectivamente: 1,03; 1,55; 2 e 2,55.

Os ensaios de fadiga de alto ciclo foram realizados em uma máquina de ensaios com frequência de 40 Hz. Foram utilizados cerca de 10 a 12 corpos de prova para cada grupo, de maneira a garantir a confiabilidade dos resultados. Os corpos de prova foram ensaiados até atingir falha ou atingir uma quantidade de pelo menos 10^7 ciclos.

A Figura 30 apresenta o resultado obtido para o limite de resistência à fadiga versus o fator concentrador de tensão para todos os grupos de materiais. O autor define resistência à fadiga como maior ponto de tensão no qual não foi observado nenhuma falha.

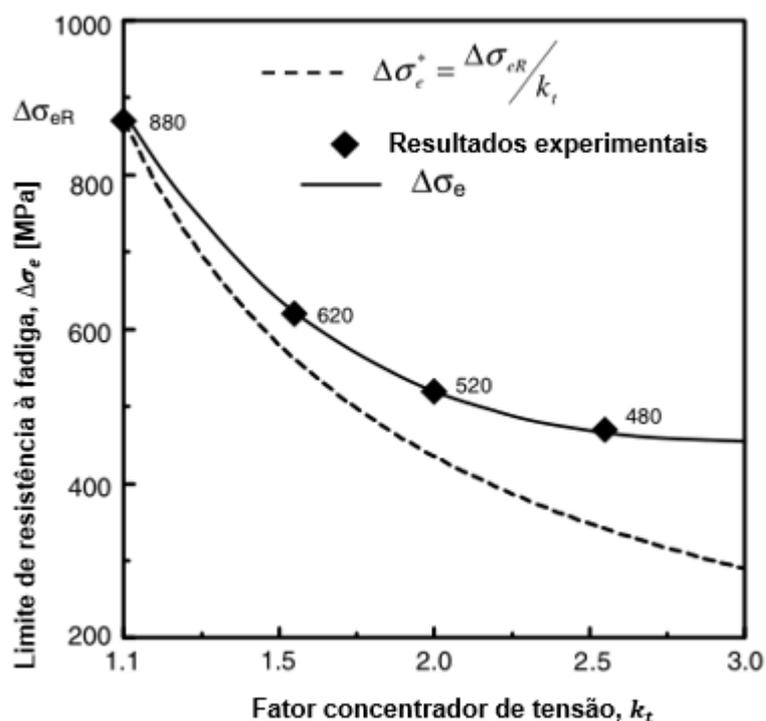


Figura 30 - Limite de resistência à fadiga versus fator concentrador de tensão
Fonte: (CHAPETTI, 2007)

Nota-se na Figura 30 que quando o fator concentrador de tensão aumenta de 1 para 2, o limite de resistência à fadiga diminui de 880 MPa para 520 MPa. No entanto, quando o fator concentrador de tensão aumenta para 2,5, o limite de resistência à fadiga diminui somente 40 MPa.

O autor também estudou a existência e natureza de trincas estacionárias geradas abaixo do limite de resistência à fadiga. A Figura 31 apresenta a imagem de algumas trincas microestruturais geradas em níveis de tensão abaixo do limite de resistência à fadiga, para diferentes valores de k_t .

Todas as trincas possuem formato similar e foram iniciadas na interface matriz-nódulo. Além disso, as trincas sempre se iniciaram em direção perpendicular à direção de carregamento. Além disso, é possível notar em d) na Figura 31, a presença de trinca que engloba dois nódulos de grafita.

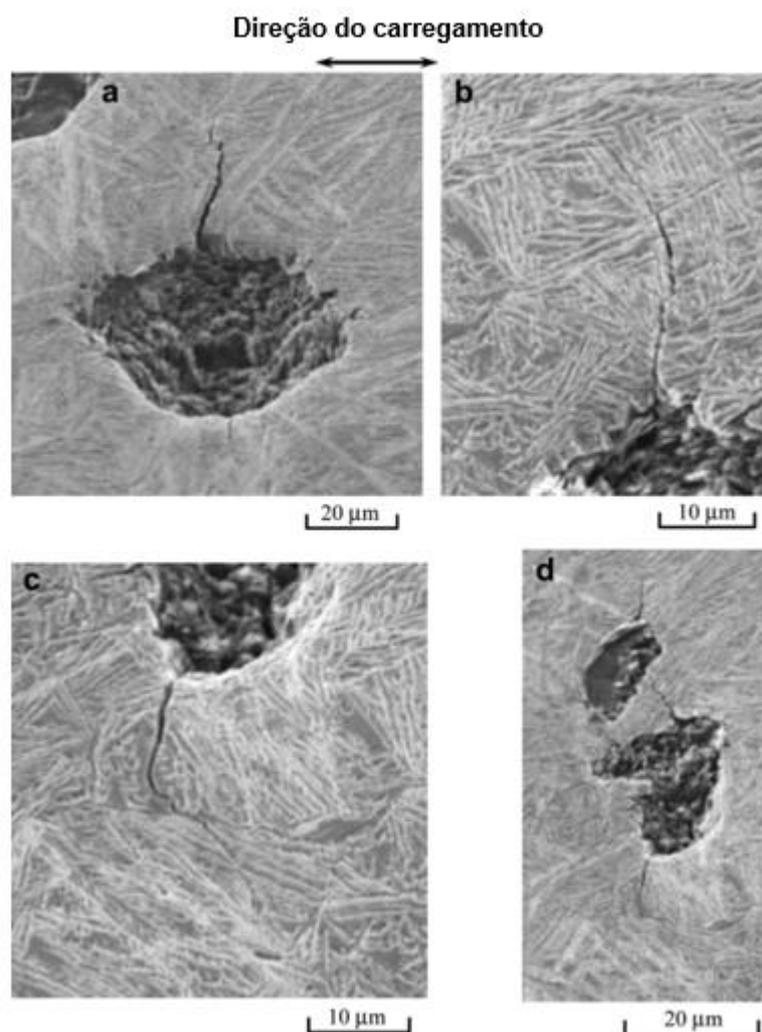


Figura 31 - Exemplos de trincas microestruturais encontradas em corpos de prova para diferentes valores de k_t , para tensões abaixo do limite de resistência à fadiga
Fonte: Adaptado de (CHAPETTI, 2007)

Concli (2017) analisou o comportamento do ADI em ECDR em análises de fadiga sob ensaios de flexão. Nas análises experimentais, o autor utilizou um ADI classificado como grau ISO 17804/JS/800-10. A engrenagem foi montada em um equipamento próprio criado para análises de flexão sob fadiga, com $R = 0,1$.

A superfície das fraturas foi observada utilizando um microscópio eletrônico de varredura. Segundo Concli (2017), o comportamento em fadiga do material é influenciado em grande parte pelos defeitos do material, bem como pela porosidade e pelas cavidades.

A Figura 32 apresenta um exemplo da superfície fraturada. Nestas fraturas, foi observado que não houve o crescimento de trinca em um ponto único, mas sim em múltiplos locais defeituosos, como micro porosidades ou em nódulos de grafita, especialmente se localizados próximos à superfície externa. Os resultados mostraram que o tamanho máximo das porosidades era de cerca de $20 \mu m$.

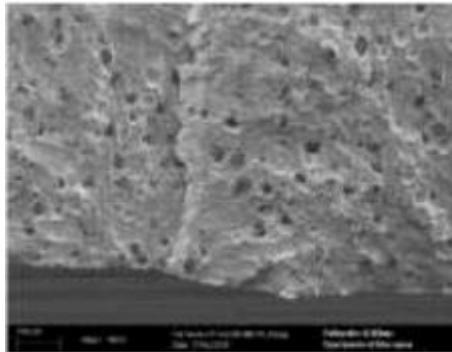


Figura 32 – Nucleação de trincas próximo à superfície externa
Fonte: (Concli, 2018)

Concli (2017) também realizou uma análise de fadiga por contato para observar o efeito do *pitting*. Para isso, amostras foram analisadas em ensaios com duração entre 10^6 e 10^7 ciclos. A Figura 33 mostra o comportamento das trincas na região da superfície dos dentes. É possível notar em b) e c) a influência dos nódulos de grafita na propagação e nucleação das trincas.

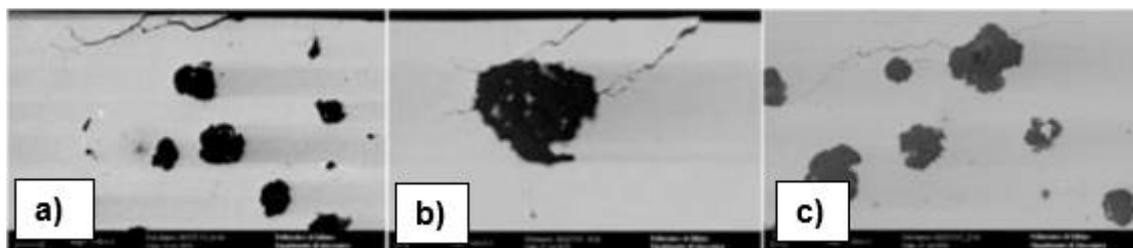


Figura 33 - a) Trincas na superfície gerando o efeito do *pitting*, b) interagindo com nódulos de grafita e c) nucleando a partir dos nódulos de grafita
Fonte: Adaptado de (Concli, 2018)

Magalhães e Seabra (2003) realizaram análises experimentais para falhas na superfície de dentes de engrenagens fabricadas em ADI. Um mesmo material de ferro fundido nodular foi utilizado. As temperaturas utilizadas para austêmpera foram 260 °C, 300 °C e 340 °C para 3 amostras, e outras 3 amostras utilizaram a mesma faixa de tratamento das primeiras, porém, antes do processo de austêmpera, utilizaram um processo de resfriamento sub-martensítico, referido pelos autores como tratamento “duplo”.

As engrenagens foram produzidas de acordo com o padrão FZG. FZG é o acrônimo em alemão para o Centro de Pesquisas para Engrenagens e Engrenamento da Universidade de Munique. Este centro é muito relevante no estudo experimental de ECDR e diversos laboratórios de tribologia utilizam o padrão FZG para corpos de prova e para o equipamento de teste para o teste de materiais. A Tabela 4 apresenta as propriedades mecânicas dos materiais usados nos testes (a letra D indica as amostras que tiveram o tratamento de austêmpera “duplo”).

Tabela 4 - Propriedades mecânicas dos ADIs testados

ADI [°C]	Resistência à tração [MPa]	Tensão limite de escoamento [MPa]	Alongamento de ruptura [%]	Resistência ao impacto [KJ]	Dureza [HV]
260	1625	1325	3,2	53	480
260D	1440	1110	1,1	-	445
300	1435	1170	6,3	73	425
300D	1370*	1093*	3*	-	433*
340	1145	845	7,6	87	350
340D	1300	1075	3,7	98	420

* valores extrapolados

Fonte: Adaptado de (Magalhães & Seabra, 2003)

Após geração das análises, três diferentes modos de falha foram encontrados:

- 1- Fratura de um ou mais dentes, gerados pela fadiga de flexão na raiz do dente e não pelo fenômeno de fadiga de contato;
- 2- Fenômeno do *spalling* (cavitação) na superfície, gerando crateras de dimensões significativas, um modo de falha típico para condições de alta pressão de contato;
- 3- Fenômeno de *pitting*, concentrado nas superfícies ativas próximo ao diâmetro primitivo dos dentes, modo de falha típico para condições moderadas de pressão de contato.

A Figura 34 apresenta o resultado do número de ciclos obtidos para as 6 amostras de engrenagem”. O número ao lado das barras indica a quantidade de dentes que sofreram o fenômeno de *spalling*. Cada barra representa a pressão segundo teoria de Hertz aplicada para os modelos.

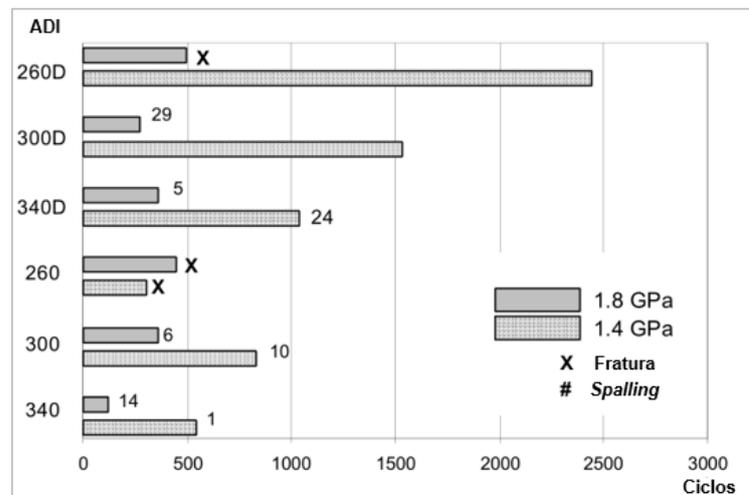


Figura 34 - Resultado das 6 amostras de engrenagem para o teste FZG
Fonte: Adaptado de (Magalhães & Seabra, 2003)

Nota-se que o tratamento térmico “duplo” aparentemente é benéfico para a vida em fadiga, se comparado com o processo de austêmpera simples. Entretanto, dado o pequeno número de experimentos realizados neste campo, os autores não possuem uma conclusão segura sobre este assunto.

Magalhães e Seabra (2003) constataram que o tratamento térmico de austêmpera aumenta a resistência à tração dos ADIs mas não deve ser a causa da fragilização perceptível, visto que a perda significativa de ductilidade pode diminuir severamente a resistência de flexão por fadiga dos dentes das ECDR.

A fratura nos dentes das ECDR foi observada para as amostras que tiveram temperatura de austêmpera em 260°C, ambas muito resistentes, porém frágeis comparados com as outras amostras. A Figura 35 mostra a fratura gerada na ECDR. Segundo os autores, todas as fraturas observadas foram muito similares, se propagando em direção à raiz oposta do dente (comportamento semelhante ao da falha segura, observado anteriormente). A Figura 35 também mostra a superfície levemente rugosa na região onde havia o dente.

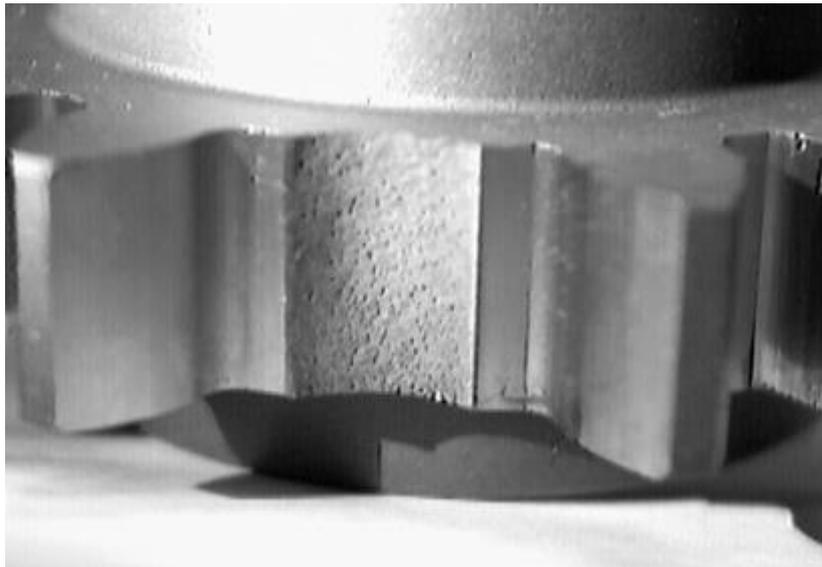


Figura 35 - Superfície de fratura em pinhão fabricado em ADI260
Fonte: (Magalhães & Seabra, 2003)

2.4.3 Influência dos Nódulos de Grafita no ADI

Stokes, Gao e Reed (2007) analisaram a influência de nódulos de grafita no comportamento do crescimento de trincas geradas sob ensaio de fadiga em amostras fabricadas em ADI.

No estudo realizado por estes autores, treze corpos de amostra foram utilizados para realização dos testes de nucleação de trinca. A tensão aplicada variou entre 500 e 1100 MPa para uma razão entre carregamentos $R = 0,1$. Para examinar a influência dos nódulos de grafita, primeiramente os autores contaram o número de nódulos intersectados pela trinca gerada nos corpos de prova para uma vida de 90% antes da falha por fadiga. A Figura 36 apresenta as trincas dominantes geradas em três diferentes corpos de amostra.

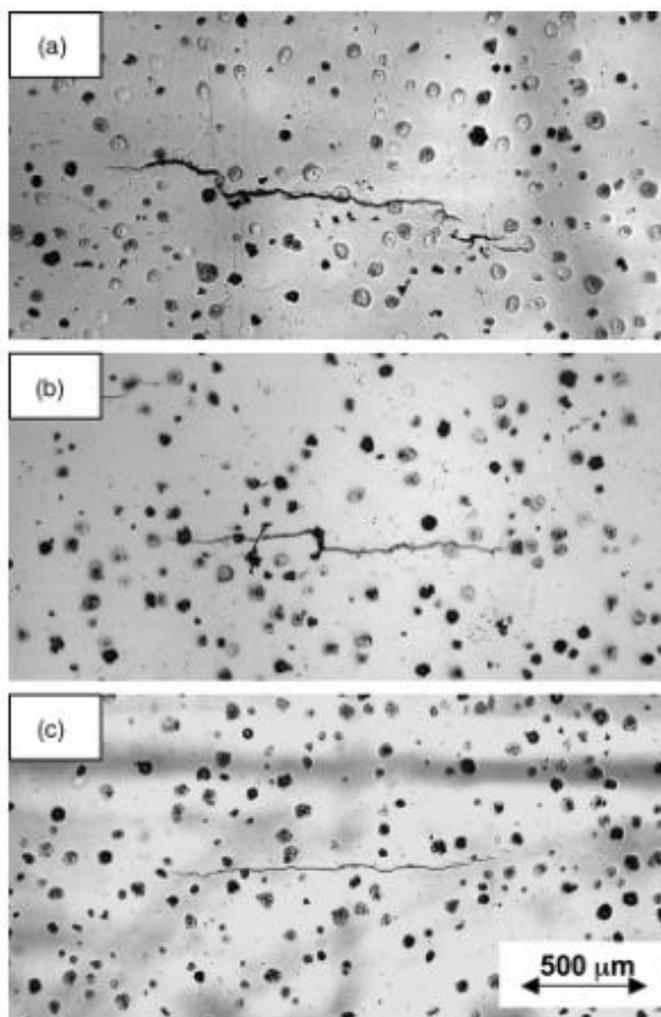


Figura 36 - Trinca dominante para vida em fadiga de 90% em amostras para tensão aplicada de: a) 800 MPa, b) 700 MPa e c) 600 MPa, $R = 0,1$

Fonte: (STOKES, GAO, & REED, 2007)

Em um segundo momento, para analisar se a trinca estava “em busca” dos nódulos de grafita, os autores compararam os resultados obtidos com o de “trincas retas” simuladas. Para isso, foram posicionados 30 linhas de mesmo comprimento em imagens dos corpos de amostra de 90% da vida em fadiga de maneira a simular crescimento de trincas “não desviadas”.

A Tabela 5 apresenta um sumário dos resultados obtidos acerca das análises realizadas pelos autores. É possível verificar que o número de nódulos aumenta consideravelmente conforme a tensão aplicada aumenta. Além disso, para as análises realizadas a 700 e 800 MPa, o número de nódulos interceptados na trajetória da trinca é significativamente maior se comparado ao de trincas artificiais (“não desviadas”).

Tabela 5 - Sumário da influência dos nódulos de grafita para vida em fadiga de 90%

Tensão aplicada [MPa]	800	700	600
Número de nódulos na trajetória da trinca para vida em fadiga de 90%	17	16	9
Número de nódulos na trajetória da trinca para vida em fadiga de 90% em função do comprimento da trinca [nódulos/mm]	6,5	5,2	2,7
Número de nódulos em trincas simuladas “não desviadas” em função do comprimento [nódulos/mm]	2,9	2,4	2,8
Número de nódulos descolados à frente da ponta da trinca em função do comprimento da trinca [nódulos/mm]	9,6	4,9	0,8
Porcentagem de nódulos que foram descolados à frente da ponta da trinca para vida em fadiga de 90%	47	25	14

Fonte: Adaptado de (STOKES, GAO, & REED, 2007)

O número de nódulos de grafita em função da trinca dominante também foi investigado pelos autores. A Figura 37 traz essa análise para comparação em conjunto com as trincas “não desviadas”.

É possível observar a notável diferença dos dados obtidos das amostras de 700 MPa e 800 MPa em relação às trincas artificiais. Para comprimentos de trinca maiores que 0,5 mm, uma quantidade significativa de nódulos de grafita foram intersectados pela trinca dominante se comparados com as trincas “não desviadas”. É possível notar também que os resultados para a trinca obtida em corpo de prova e trinca artificial para 600 MPa são muito semelhantes, o que sugere pouca influência dos nódulos de grafita na propagação nesta análise.

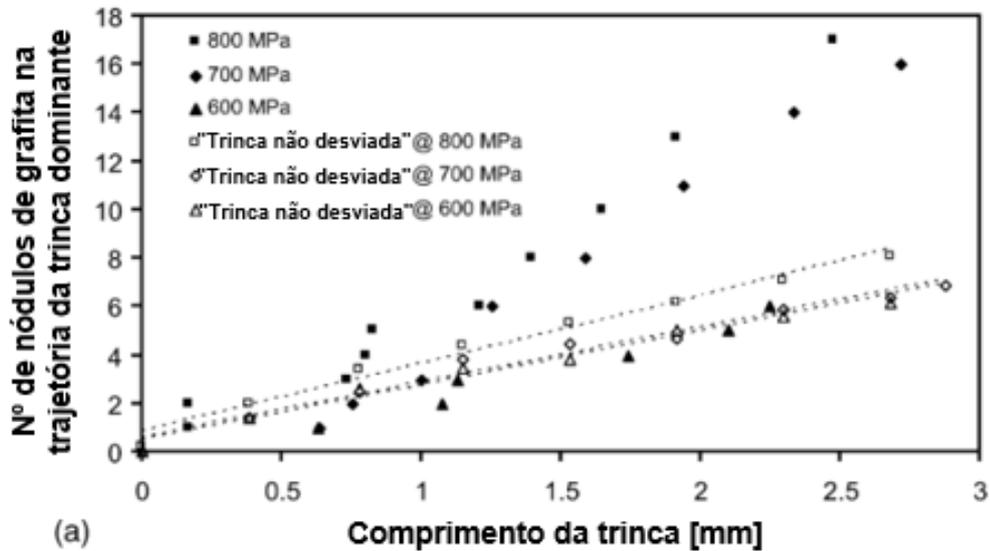


Figura 37 - Variação do número de nódulos de grafita da trinca dominante em relação ao comprimento da trinca comparado com uma trinca "não desviada" para cada faixa de tensão
Fonte: Adaptado de (STOKES, GAO, & REED, 2007)

Stokes, Gao e Reed (2007) concluíram que fica clara a influência dos nódulos de grafita para tensões de 700 MPa e 800 MPa, visto que a trinca dominante estava "à procura" de nódulos de grafita que fornecem para a trajetória uma baixa energia para ligação.

Para a tensão de 600 MPa não houve aumento no número de nódulos intersectados pela trinca principal, o que sugere que a trajetória da trinca não foi influenciada por nódulos de grafita. Isso pode ser explicado pela baixa quantidade de nódulos que se "descolaram" da matriz antes da falha por fadiga para esta faixa de tensão (STOKES, GAO, & REED, 2007).

Greno, Otegui e Boeri (1999) analisaram o crescimento de trincas sob análise de fadiga para o ADI. Duas diferentes ligas comerciais de ferro fundido nodular foram utilizadas e austemperadas em diferentes temperaturas gerando diferentes corpos de amostra. A temperatura de austêmpera variou entre 260°C e 360°C e os testes de fadiga foram realizados sob razão de carregamento $R = 0,1$. Uma liga utilizada tinha nodularidade de 100% e quantidade de 150 nód/mm², enquanto a segunda liga tinha nodularidade de 90% e quantidade entre 40 a 60 nód/mm².

Uma análise detalhada das metalografias geradas após os ensaios experimentais, conforme apresentado na Figura 38, leva aos autores a afirmar que o mecanismo principal de propagação de trinca é formado por pequenas fissuras

originadas nas irregularidades da superfície dos nódulos e crescendo em direção à trinca principal.

Essas fissuras aparentemente são ativadas pelo aumento de tensão gerado quando a ponta da trinca principal está a uma distância suficientemente pequena do nódulo. Desta forma, estas pequenas fissuras coalescem com a trinca principal que continua a crescer em sua trajetória normal, até atingir outro nódulo de grafita (Greno, Otegui, & Boeri, 1999).

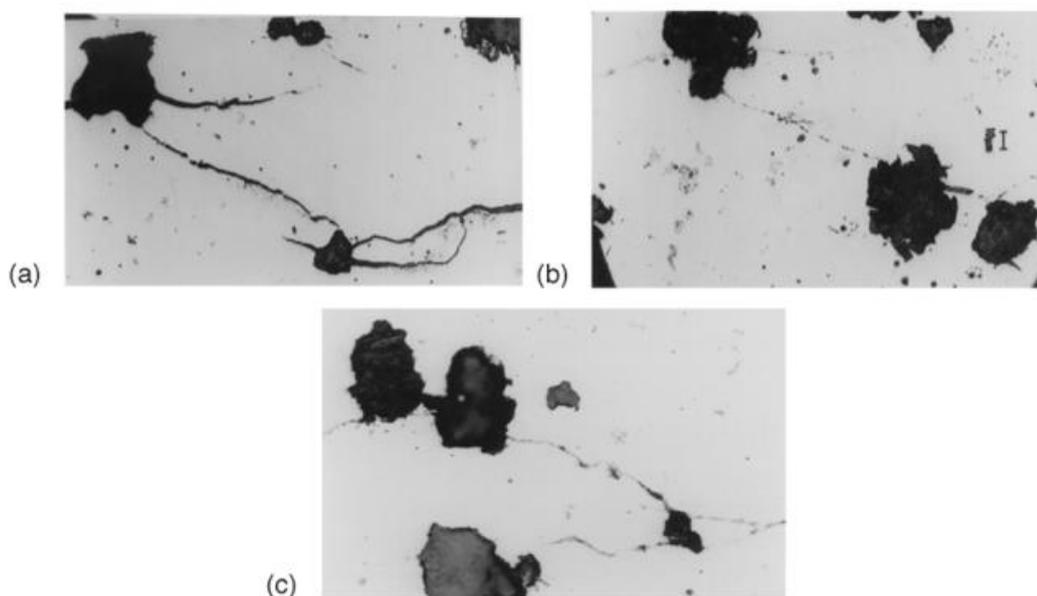


Figura 38 - Trajetória de propagação de trinca (ampliado 500x) para: a) plano superficial de observação, b) segundo plano de observação abaixo do superficial e c) terceiro plano de observação abaixo da superficial

Fonte: Adaptado de (Greno, Otegui, & Boeri, 1999)

Greno, Otegui e Boeri (1999) portanto realizaram uma modelagem numérica de maneira a validar essa consideração discutida anteriormente. Um modelo 2D, representado na Figura 39, foi criado e a análise foi realizada utilizando o método dos elementos de contorno. Os autores variaram os ângulo de posição α e orientação θ da trinca, bem como as distâncias normalizadas do nódulo em relação à ponta da trinca δ_x/a_n e δ_y/a_n .

A Figura 40 mostra o resultado dos fatores de intensidade de tensão normalizados para a trinca principal K^* e para a Trinca 1 (K_1^*) da Figura 39, para um ângulo $\alpha = 45^\circ$. Os resultados mostram que os efeitos da interação trinca-nódulo são muito mais relevantes para pequenas trincas originárias do nódulo do que para a trinca

principal. Isto pode ser observado pelo crescimento de K_1^* à medida que a trinca principal se aproxima do nódulo.

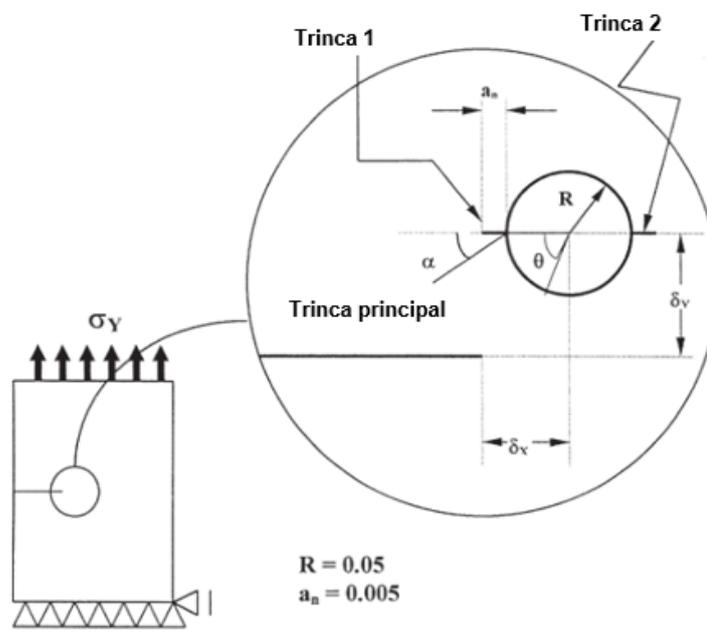


Figura 39 - Geometria do elemento de contorno da interação trinca-nódulo
Fonte: Adaptado de (Greno, Otegui, & Boeri, 1999)

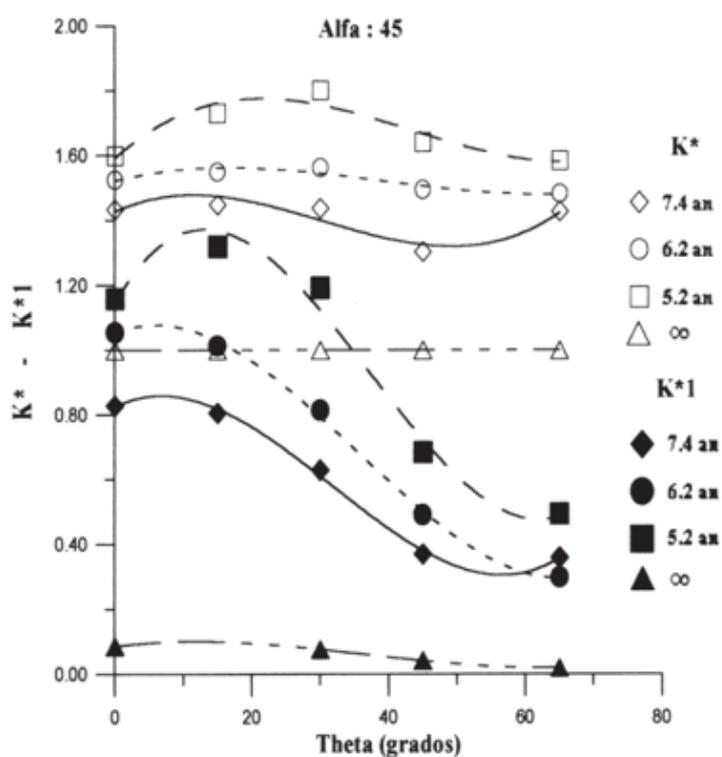


Figura 40 - Resultado do método dos elementos de contorno para fatores de intensidade de tensão para a trinca principal (K^*) e Trinca 1 (K_1^*) para $\alpha = 45^\circ$
Fonte: Adaptado de (Greno, Otegui, & Boeri, 1999)

O comportamento do fator de intensidade de tensão da trinca pequena para os outros ângulos α é muito semelhante a este apresentado na Figura 40. Segundo os autores, a irregularidade da interface matriz-nódulo gera vários concentradores de tensão o que faz com que micro trincas sejam nucleadas nessa região. Visto que a presença da trinca principal provoca um aumento no valor do fator concentrador de tensão nessa região, este fator pode ser a causa de trincas originárias nos nódulos crescerem em direção à trinca principal (Greno, Otegui, & Boeri, 1999).

O efeito do aumento do valor do fator de intensidade de tensão nas trincas geradas dos nódulos também foi observado por Cisilino, Iturrioz e Ortiz (2002). Os autores também fizeram uso do método dos elementos de contorno. A Figura 41 apresenta a trajetória obtida como resultado do método dos elementos de contorno obtidas para o ADI.

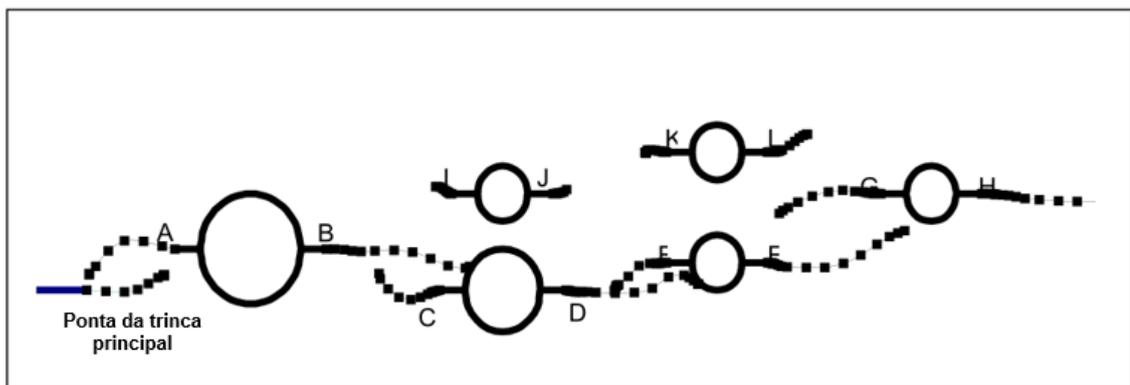


Figura 41 - Resultado do método dos elementos de contorno – trajetória de propagação de trinca por fadiga em ADI
Fonte: Adaptado de (Cisilino, Iturrioz, & Ortiz, 2002)

O resultado mostra um comportamento semelhante ao já apresentado por Greno, Otegui e Boeri (1999). Assim que a trinca principal se aproxima de um nódulo de grafita, ocorre um aumento significativo no valor de ΔK próximo à região da micro trinca A , que se propaga em sentido oposto da trinca principal até se unir à mesma. Tão logo a trinca principal e a micro trinca coalescem, a micro trinca B (do lado oposto do nódulo) torna-se a dominante na estrutura. Este processo se repete até a micro trinca H .

3 METODOLOGIA

Para melhor compreensão deste trabalho, este capítulo está dividido em 3 partes:

- Geometria e propriedades mecânicas da engrenagem: apresenta nesta etapa o modelo geométrico para geração da engrenagem, bem como a validação do modelo em escala global e criação do submodelo;
- Modelo numérico para propagação de trincas: este tópico apresenta parâmetros necessários para inserção da trinca no modelo. Também são apresentadas discussões para validação da trinca em propagação com a utilização do XFEM;
- Modelo numérico para análise do campo de tensões de von Mises na raiz de dente de engrenagem com variação da posição da força normal: este item apresenta a metodologia utilizada para a simulação de um par de dentes em contato durante o processo de engrenamento ao longo da linha de ação.

3.1 GEOMETRIA E PROPRIEDADES MECÂNICAS DA ENGRENAGEM

A geometria da engrenagem utilizada nas simulações deste trabalho foi desenhada no *software* de CAD *Solidworks*® 2013, tendo como base a mesma modelagem utilizada por este autor durante a realização do Trabalho de Conclusão de Curso (QUADROS, 2015). As curvas evolvente e trocóiide foram calculadas utilizando o equacionamento proposto por Mazzo (2013). As equações utilizadas para modelagem da engrenagem foram parametrizadas no *Solidworks* em conjunto com o *software* MS-Office *Excel*. Esta parametrização permite que o usuário gere o perfil desejado modificando três variáveis: número de dentes (z), módulo (m), e o ângulo de pressão (ϕ). Desta forma, qualquer modelo de engrenagem pode ser desenhado de maneira ágil, facilitando esta etapa do trabalho.

A Tabela 6 apresenta os parâmetros geométricos do par de engrenagens utilizados neste trabalho. Esta geometria é a mesma que foi utilizada por Lazzaron (2016) e Bru (2015), visando dar continuidade ao trabalho desenvolvido por esses autores.

Tabela 6 - Parâmetros geométricos das engrenagens

Núm. dentes pinhão	Núm. dentes coroa	Rel. de transm.	Diâm. primitivo pinhão	Diâm. primitivo coroa	Ângulo de pressão	Módulo	Dist. entre centros	Comp. da linha de ação	Razão de contato
Z1	Z2	i	dp1 (mm)	dp2 (mm)	ϕ (°)	m' (mm)	DC (mm)	L _{ab} (mm)	RC
16	24	1,5	72	108	20	4,5	90	20,595	1,55

Fonte: Autoria própria

A engrenagem foi, portanto, desenhada com os fatores geométricos apresentados na Tabela 6. Para a realização das análises apenas o pinhão foi desenhado e um modelo 2D foi utilizado durante as análises, conforme apresentado na Figura 42.

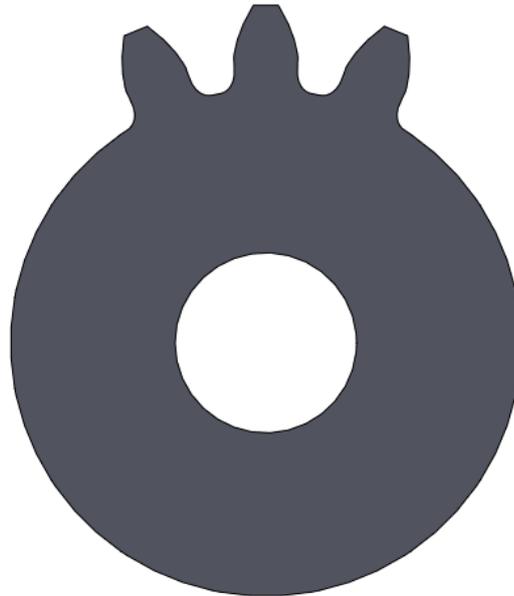


Figura 42 – Desenho de ECDR simplificada com apenas três dentes
Fonte: Autoria própria

Para a realização das simulações, decidiu-se por utilizar o *software* de análises numéricas por elementos finitos *Abaqus*[®] 6.14-1. Este *software* é comumente utilizado nas áreas aeronáuticas, automotivas e produtos industriais em geral, devido a sua grande capacidade e flexibilidade de diferentes análises que podem ser realizadas, desde análises envolvendo acoplamento térmicos, análises estáticas não-lineares até assuntos envolvendo mecânica da fratura, como as metodologias que são apresentadas ao longo deste capítulo. O *Abaqus* também tem sido utilizado durante os últimos estudos do grupo de pesquisas no qual este trabalho faz parte, utilizando

como vantagem a continuidade e conhecimento aprofundado sobre as ferramentas disponíveis para mecânica da fratura.

Após criado o modelo geométrico, foi necessário importar o modelo gerado para o *Abaqus*. Esta etapa é um tanto quanto delicada, pois algumas das geometrias geradas pelo software *Solidworks* não são geradas corretamente, resultando em falha durante o processo de importação. Para essa etapa, a engrenagem foi salva utilizando a extensão ACIS (".sat"), que se trata do *kernel* utilizado pelo *Abaqus* pelo seu *software* interno para modelagem. Nas opções de exportação do *Solidworks* foi escolhida uma versão antiga para o arquivo (Figura 43), de maneira a garantir com que o *Abaqus* leia corretamente as coordenadas e geometrias dos elementos presentes no arquivo

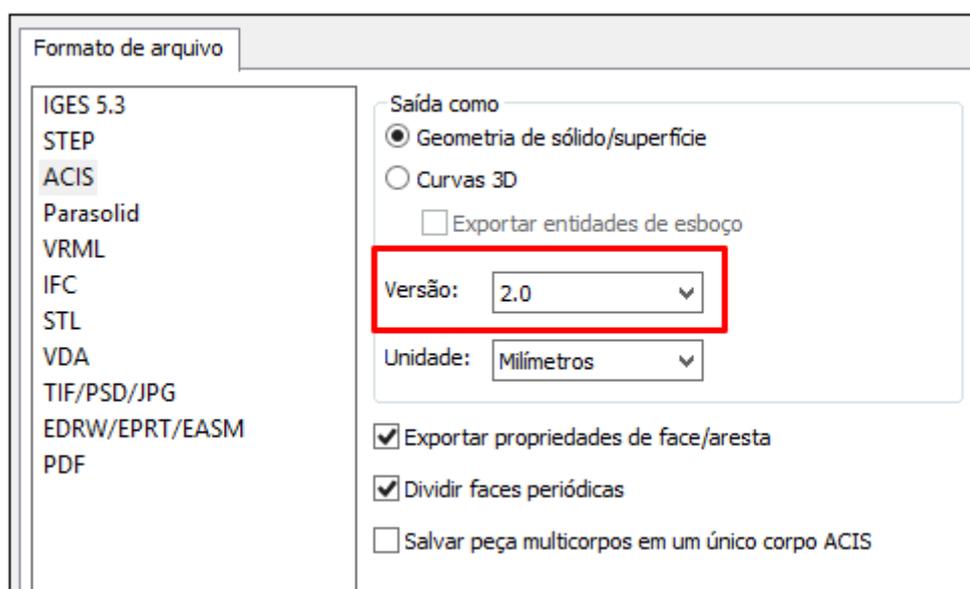


Figura 43 - Opções de exportação para diferentes formatos do *Solidworks*
Fonte: Autoria própria

Utilizando o comando "*Import > Sketch*" dentro do *Abaqus*, foi possível importar o modelo simplificado da ECDR (Figura 44). A engrenagem teve uma redução no tamanho de sua alma dentro do próprio kernel de desenho do *Abaqus*. No entanto, esta simplificação não influencia na região de interesse para propagação de trincas, conforme observado no trabalho de Bru (2015). A Figura 45 apresenta o modelo final de engrenagem no *Abaqus* utilizado para análise.

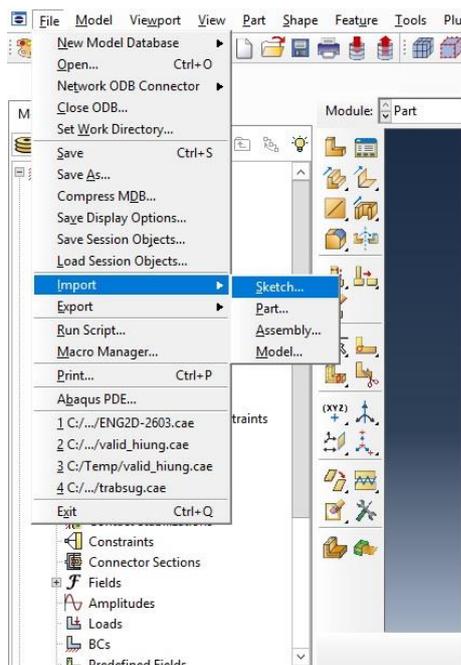


Figura 44 - Função de importação utilizada para importar a ECDR no *Abaqus*
Fonte: Autoria própria



Figura 45 - ECDR simplificada utilizada para análise
Fonte: Autoria própria

Uma série de partições foi realizada na região do dente em análise, (como mostrado na Figura 45). Isso permite aplicar uma malha mais refinada somente na seção de interesse e reduz o tempo computacional. O tipo de elemento de malha utilizado para todo o modelo é o CPS4, que se trata de um elemento quadrilátero de

ordem geométrica linear e da família de estado plano de tensões. O tipo de *solver* utilizado para o cálculo da tensão foi o *Abaqus/Standard*. As Figura 46 e Figura 47 apresentam a malha global gerada no modelo e a malha mais refinada na região de interesse (raiz do dente) respectivamente.



Figura 46 - Malha utilizada no modelo global
Fonte: Autoria própria

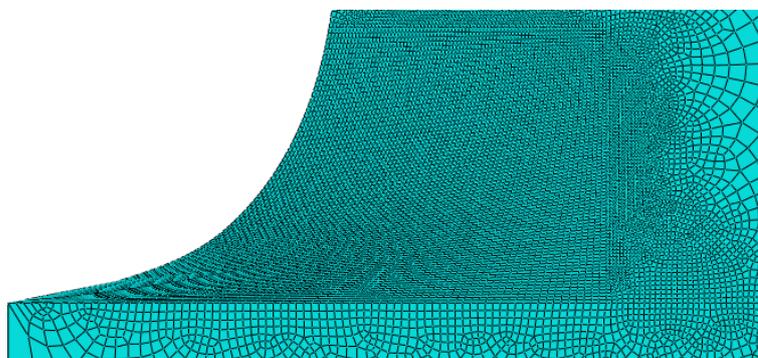


Figura 47 - Malha refinada na região da raiz do dente
Fonte: Autoria própria

Conforme apresentado na Figura 7, as forças atuantes no pinhão são posicionadas no raio de carga. As forças tangencial e radial foram calculadas considerando um torque de 302 N.m, mesmo torque utilizado por Koda (2009) e Lazzaron (2016) em seus trabalhos. Os valores obtidos para as forças tangencial e radial foram calculados utilizando o equacionamento proposto por Quadros (2015) e são iguais a $W_t = 8448,3 \text{ N}$ e $W_r = 3075 \text{ N}$. Aqui é importante lembrar que estes valores

obtidos são para uma engrenagem com largura do dente de 14 mm (Koda, 2009), e dado que este trabalho é realizado em uma análise 2D, os valores das componentes devem ser divididos por 14, obtendo portanto os valores das componentes a serem utilizadas no modelo numérico:

$$W_t = 603,45 \text{ N}; \quad (20)$$

$$W_r = 219,64 \text{ N}. \quad (21)$$

O material utilizado para a ECDR é um ferro fundido nodular austemperados, e as propriedades mecânicas deste material foram extraídas de (Kuna, Springmann, Mädler, Hübner, & Pusch, 2005). Foi considerado um material com módulo de elasticidade de 170 GPa e coeficiente de Poisson igual a 0,3.

3.1.1 Validação do modelo de ECDR

Para a validação do modelo geométrico da engrenagem, é utilizada a equação modificada de Lewis apresentada na Eq. (2). A Tabela 7 apresenta os valores destes parâmetros.

Tabela 7 - Variáveis obtidas para o cálculo da tensão de flexão

Força tangencial	Largura do dente	Altura da parábola de Lewis	Espessura do dente medida no ponto crítico	Fator de concentração de tensão na raiz do dente
Wt [N]	F [mm]	hf [mm]	sf [mm]	kf
8448,3	14	4,75	8,41	1,6

Fonte: Autoria própria

Os valores para h_f e s_f foram obtidos utilizando o método geométrico proposto por Broghamer & Dolan (1942). Mais detalhes para obtenção destes parâmetros são apresentados no Apêndice A.

Para o cálculo do fator de concentração de tensão k_f , a norma AGMA 908-B89 utiliza o equacionamento proposto por Broghamer & Dolan (1942). Portanto, a tensão de flexão na raiz do dente é calculada de forma que se tem:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{6 \cdot 8448,3 \cdot 4,75}{14 \cdot 8,41^2} \cdot 1,6 = 388,76 \text{ MPa.} \quad (22)$$

Visto que esse cálculo leva em consideração apenas a força tangencial, foi criado um modelo utilizando apenas esta componente da força, para o cálculo da tensão obtida na raiz do modelo numérico.

A única condição de contorno implantada no modelo foi a limitação da rotação da engrenagem. Portanto, o furo central da engrenagem foi fixado de maneira a simular um eixo onde a engrenagem está posicionada (QUADROS, 2015).

A Figura 48 apresenta o valor da tensão obtida na raiz do dente a partir da simulação numérica. Tem-se, portanto, o seguinte valor percentual do erro entre cálculos numéricos e analíticos:

$$\text{Erro (\%)} = \frac{|\sigma_{num} - \sigma_{analit}|}{\sigma_{analit}} \cdot 100 = \frac{|387,349 - 388,763|}{388,763} \cdot 100 = 0,36\%. \quad (23)$$

Considera-se, portanto, o modelo geométrico da engrenagem validado e a inclusão e propagação da trinca pode ser realizada.

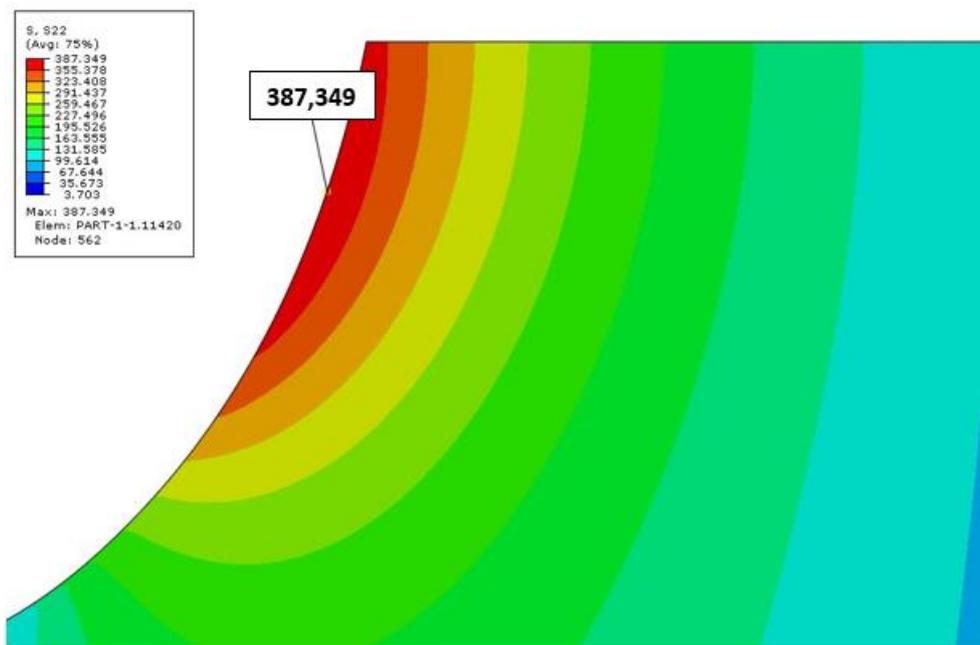


Figura 48 - Resultado da tensão de flexão na raiz do dente na simulação numérica
Fonte: Autoria própria

3.1.2 Criação de Submodelo

Após a análise de tensão no modelo global, decidiu-se gerar um submodelo para análise mais detalhada da influência dos nódulos de grafita. Visto que os nódulos analisados neste trabalho tem dimensões pequenas, se comparadas com as dimensões dos dentes, como, por exemplo, diâmetros de nódulos entre $32 \mu m$ e $128 \mu m$ (a ser discutido na Seção 3.2.1). A submodelagem permite reduzir a seção em análise e, conseqüentemente, o tempo computacional. Também permite gerar uma malha mais refinada na região onde os nódulos são posicionados para obtenção de uma precisão maior nos resultados.

Para a construção da geometria de análise do submodelo, as coordenadas do nó onde foi encontrada a maior tensão na região da raiz do dente serviram como centroide de uma seção quadrada de 0,5 mm de lado. A Figura 49 apresenta a região em comparação com o modelo global da engrenagem no qual o submodelo foi retirado.

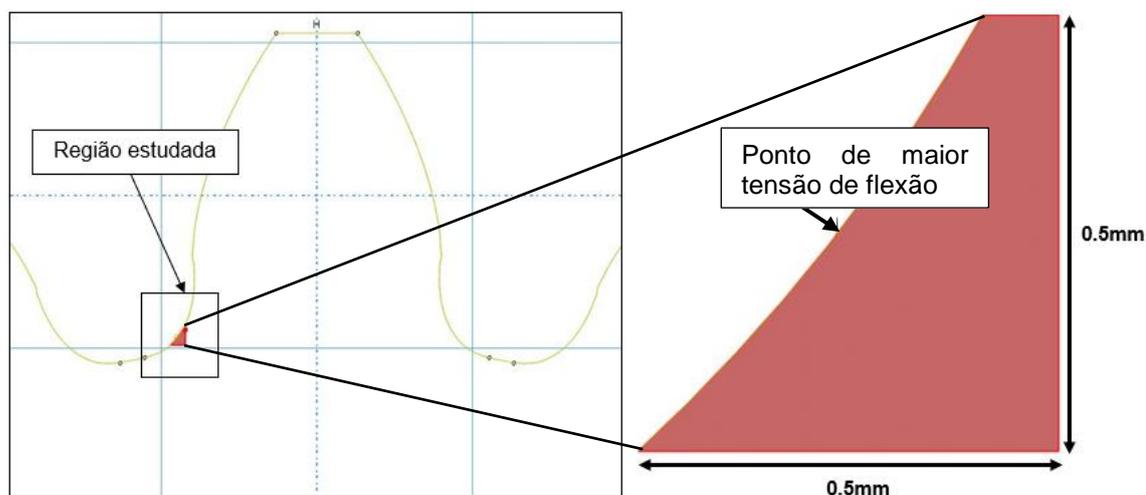


Figura 49 - Região da raiz do dente onde foi criado o submodelo
Fonte: Autoria própria

Para a seleção da área a ser definida como submodelo no *Abaqus*, seleciona-se o modelo global e com o módulo *Part* escolhido, ir em *Shape > Cut > Extrude*, conforme mostra a Figura 50.

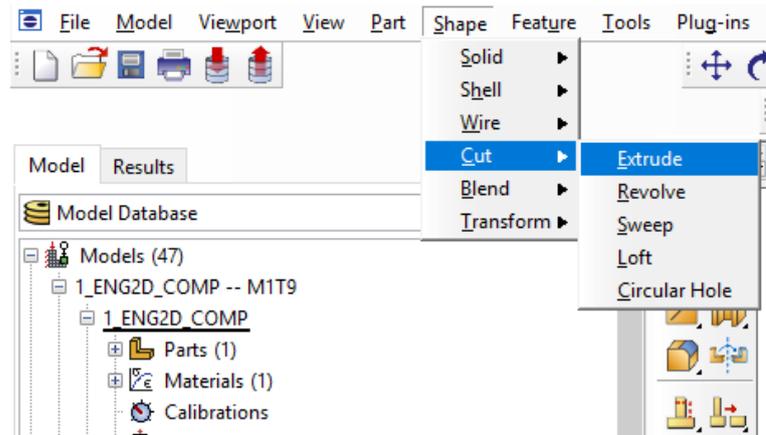


Figura 50 - Definição do submodelo a partir do modelo global
Fonte: Autoria própria

Uma janela de desenho será aberta no *software*. Nesta etapa é necessário desenhar a seção que será definida como submodelo fazendo o esboço de um quadrado de tamanho de 0,5 mm, tendo como centro o ponto de maior tensão encontrado no modelo global. É necessário também desenhar um retângulo que preencha todo o modelo global, de maneira com que o “corte” tenha como resultado final apenas a região menor definida anteriormente. A Figura 51 apresenta essas duas etapas necessárias na janela de desenho. Após a finalização dessa etapa, o submodelo é gerado pelo *Abaqus*.

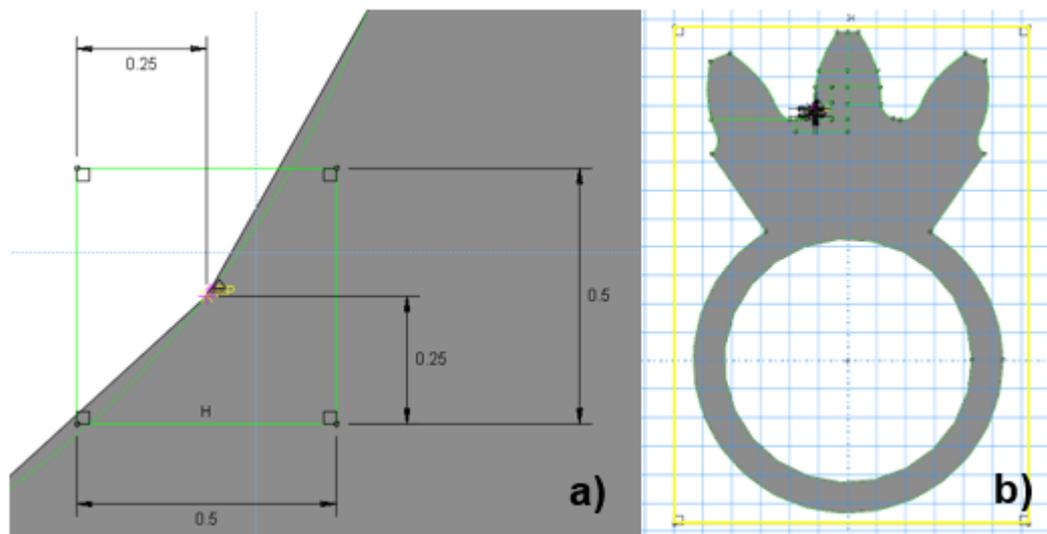


Figura 51 - Módulo de desenho do submodelo: a) desenho do submodelo e b) desenho do modelo global
Fonte: Autoria própria

A força e condição de contorno definida anteriormente devem ser substituídas por outra categoria. No módulo *Load*, seleciona-se agora a categoria *Other* e depois a opção *Submodel*, conforme mostra a Figura 52. Este processo é válido tanto para o carregamento aplicado, quanto a condição de contorno.

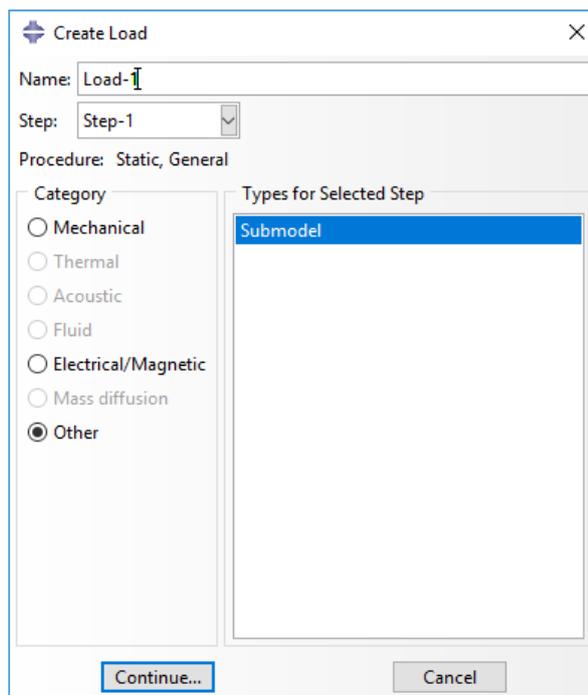


Figura 52 - Seleção da nova opção de carregamento para o submodelo
Fonte: Autoria própria

Aqui é necessário escolher todas as arestas do submodelo que estavam anteriormente conectadas ao modelo global. Isso é necessário para que este submodelo considere durante análise todos os esforços aplicados em regiões do modelo global que não estão representados no submodelo. Os círculos e quadrados amarelos da Figura 53 representam respectivamente o carregamento e condição de contorno aplicados nas arestas do submodelo.

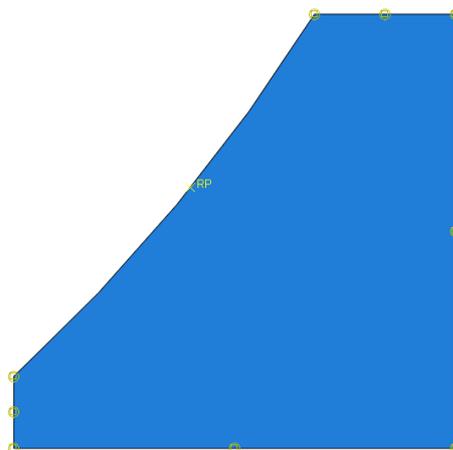


Figura 53 - Carregamento e condição de contorno aplicados ao submodelo
Fonte: Autoria própria

A última etapa necessária é fazer com que o submodelo criado reconheça o resultado dos esforços aplicados ao modelo global. Para isso, é necessário clicar com o botão direito do *mouse* sobre o submodelo definido e ir em *Edit Attributes*. Uma nova janela será aberta, conforme apresentado na Figura 54.

É então necessário ir na aba *Submodel* e ativar o campo “*Read data from job:*”, digitando nesse campo o nome do *job* gerado para os resultados do modelo global.

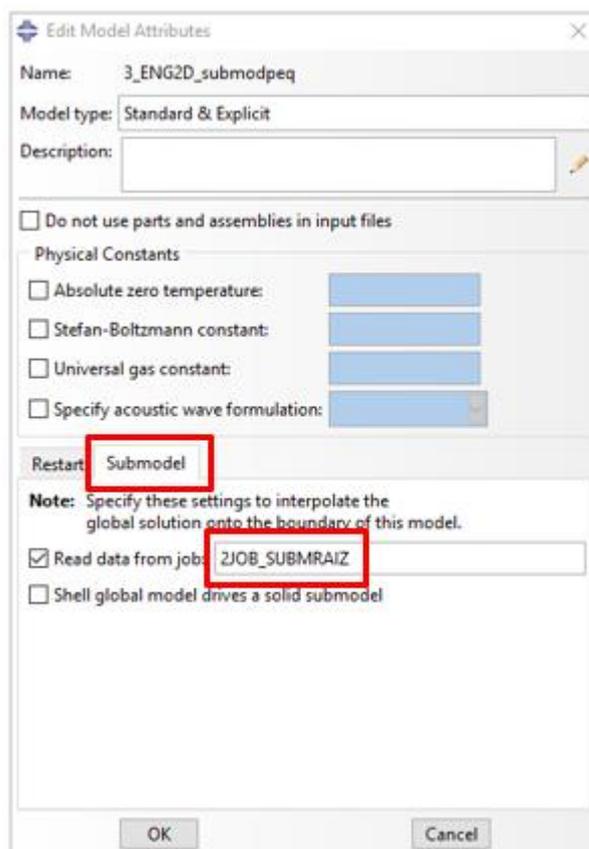


Figura 54 - Janela para seleção de leitura de dados do *job* referente ao modelo global
Fonte: Autoria própria

A Figura 55 apresenta o campo de tensão de von Mises obtido na região central do submodelo. A tensão máxima aqui é diferente daquela apresentada na Figura 48, pois aqui foi utilizada também a componente radial da força normal. Esta componente radial acaba agindo como um esforço compressivo na região da raiz do dente, reduzindo a magnitude das tensões nesta região.

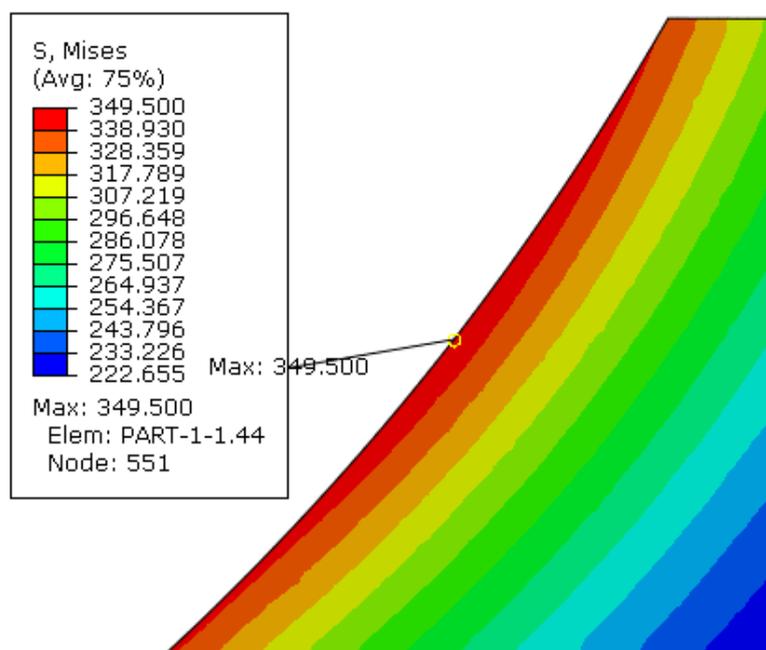


Figura 55 - Tensão de von Mises obtida no submodelo
Fonte: Autoria própria

3.2 PROPAGAÇÃO DE TRINCAS

Após o modelo geométrico e o submodelo terem sido validados com relação à tensão, é realizada a etapa de modelagem da trinca. Para validação da etapa de propagação da trinca, foi utilizado o mesmo procedimento adotado por Hiung, Al-Qrimli e Morris (2017), conforme apresentado na Figura 25 da Seção 2.4.1.

Foi apresentado na Seção 2.4.1 que Curà, Mura e Rosso (2014) verificaram que para engrenagens onde $m_B > 1$, a trinca se propagava em direção a raiz oposta do dente (chamada de falha segura). A geometria de engrenagem deste trabalho possui um valor de $m_B > 1$. Portanto, o resultado esperado é a propagação da trinca em direção a raiz oposta do dente.

Desta forma, foi inserida uma partição elíptica (para representar a trinca inicial) a partir do nó onde foi encontrada a maior magnitude de tensão na raiz do dente. O

formato elíptico foi o mesmo adotado por Curà, Mura e Rosso (2014) e por Lewicki (2001), onde em ambos os trabalhos foi estudado o comportamento do crescimento da trinca. O comprimento inicial adotado para a trinca, para esta dissertação, é de 0.25mm, que é o mesmo tamanho de trinca utilizado por Lewicki (2001), conforme pode ser verificado na Figura 56.

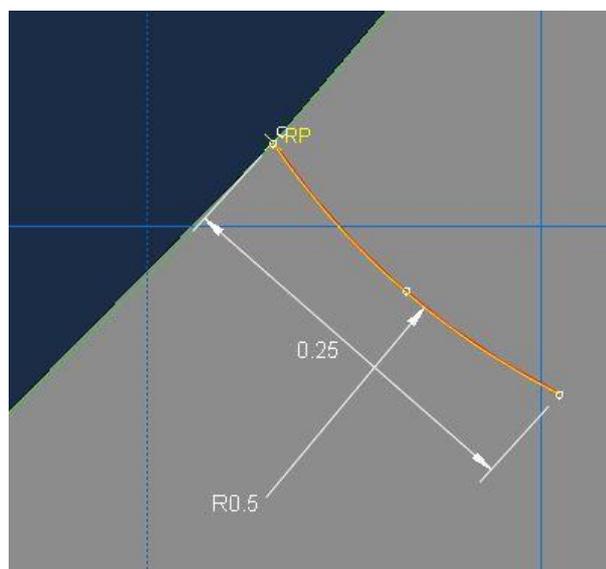


Figura 56 - Geometria da trinca inicial inserida no modelo adotada para este trabalho
Fonte: Autoria própria

Para a validação da etapa de propagação da trinca, foi criado um novo submodelo (Figura 57) de maneira a apresentar parte da região da alma da engrenagem e a raiz do dente oposta a trinca. Esta submodelagem foi necessária para reduzir o tempo computacional para avaliação da propagação da trinca.

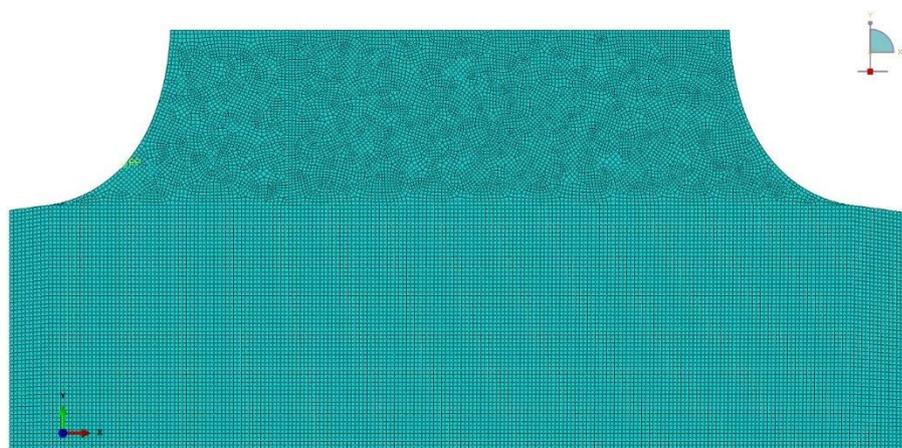


Figura 57 - Submodelo criado para propagação da trinca
Fonte: Autoria própria

Para o *Abaqus* reconhecer que a partição criada na raiz do dente corresponde à trinca inicial, utiliza-se o módulo *Interaction* e depois o campo *Special > Crack > Create*. Escolhe-se a opção *XFEM* e depois é necessário definir o domínio para a propagação da trinca, ou seja, a região com as equações enriquecidas. Define-se também a posição da trinca inicial, conforme apresentado na Figura 58. Conforme Curà, Mura e Rosso (2014) analisaram, o ângulo de orientação da trinca na raiz do dente possui influência nula na propagação da trinca, portanto, foi definido orientar a trinca de forma perpendicular ao perfil da raiz do dente da engrenagem.

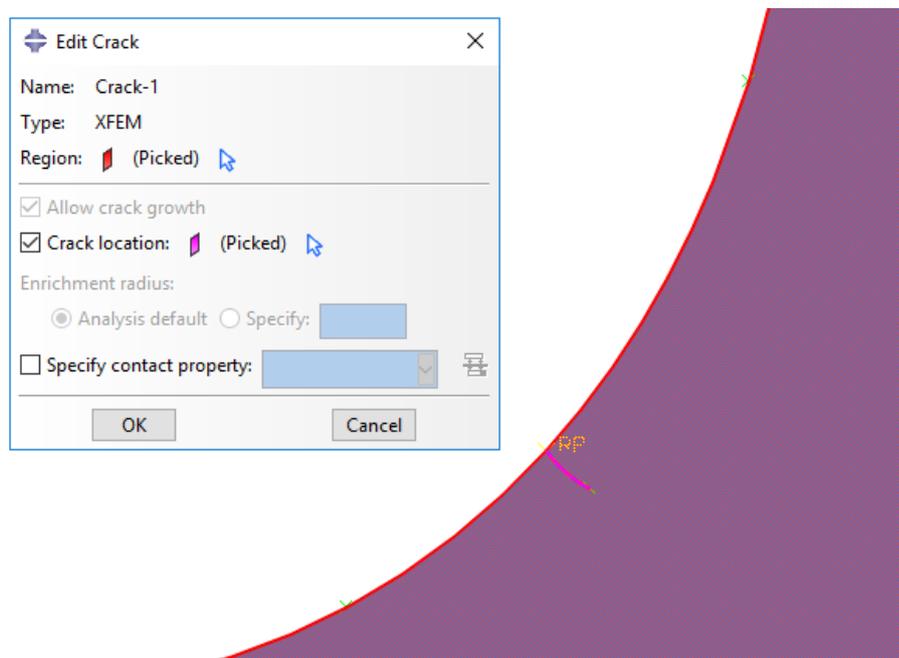


Figura 58 - Parâmetros a serem configurados no módulo *Interaction*
Fonte: Autoria própria

Para observar o fenômeno da trinca em crescimento no *Abaqus* com a utilização do XFEM, os critérios de nucleação e propagação do dano devem ser definidos para o material utilizado, conforme apresentado anteriormente na Seção 2.3.4.3. Visto que já foi definida uma trinca inicial neste modelo em questão, o critério de nucleação do dano não possui um papel relevante para esta análise, e um valor arbitrário foi utilizado (neste caso, a tensão máxima encontrada no modelo).

O critério que acaba sendo relevante neste caso é o critério de propagação do dano. O *Abaqus* indica que este critério é chamado de *Fracture Energy* (energia de fratura) e representa o valor da energia dissipada durante o processo de propagação da trinca. Conforme visto na Seção 2.3.4.3, essa energia de fratura é representada

por G_c e sua unidade é dada em J/m^2 . Kuna et al. (2005), via procedimentos experimentais obteve o valor da tenacidade a fratura para o ADI:

$$G_c = 11 \frac{kJ}{m^2} \text{ ou,} \quad (24)$$

$$K_{Ic} = 45,3 \text{ MPa}\sqrt{m}.$$

Nessa etapa é importante esclarecer alguns pontos. Para propagação de trincas utilizando o XFEM no *Abaqus*, diversos pesquisadores utilizam diferentes termos técnicos. A tenacidade a fratura (ou *fracture toughness*) é o termo utilizado por um grupo de autores para o valor a ser utilizado para o critério de propagação do dano (Kuna, Springmann, Mädler, Hübner, & Pusch, 2005), (Eldwaib, Grbovic, Kastratovic, Radu, & Sedmak, 2017) e (Shahani & Nejadi, 2015).

Outro grupo de pesquisadores denomina como energia de fratura (*fracture energy*) o parâmetro para propagação da trinca (Hiung, Al-Qrimli, & Morris, 2017), (Gigliotti, 2012) e (Sakai, Goto, & Inagaki, 1986).

Um terceiro grupo acaba utilizando taxa de liberação de energia (*energy release rate*) como termo para critério de dano (Liu, Zhang, & Zheng, 2012), (Hedayati & Vahedi, 2014) e (Zhang, Xiao, & Luo, 2017).

Anderson (2005) afirma que existem duas diferentes abordagens para o projeto de estruturas e seleção de material: a abordagem tradicional e a abordagem da mecânica da fratura. Na abordagem tradicional, um material será considerado adequado se a tensão estimada obtida no projeto for menor que a tensão limite de escoamento. A abordagem da mecânica da fratura se diferencia da tradicional pois existem três variáveis importantes (e não duas) que guiam a análise: a adição da variável de tamanho da falha e de tenacidade a fratura substitui a tensão limite como propriedade relevante do material (ANDERSON, 2005). Existem duas alternativas para análise tenacidade a fratura: critério de energia e abordagem por fator de intensidade de tensão.

O critério de energia utilizado atualmente foi proposto foi Irwin (1956) e é definido como a taxa de liberação de energia G , ou seja, tendo como referência a área de uma trinca, G representa a taxa de mudança para energia potencial considerando um material elástico e linear. No momento da etapa de propagação da fratura, $G = G_c$ ou

seja, a taxa de liberação de energia crítica e esta é definida como propriedade de tenacidade a fratura (ANDERSON, 2005).

Uma abordagem por fator de intensidade de tensão pode ser realizada e, portanto, quando $K_I = K_{Ic}$, este termo é chamado de tenacidade à fratura. É possível realizar uma relação entre os valores de G_c e K_{Ic} (ANDERSON, 2005), conforme mostra a Eq. (25):

$$G_c = \frac{K_{Ic}^2}{E'}; \quad (25)$$

onde $E' = E$ para estado plano de tensões e $E' = E/(1-\nu^2)$ para estado plano de deformações (SCHIJVE, 2009).

Essa propriedade em questão levantou muitas dúvidas no decorrer do desenvolvimento deste trabalho, visto que é mais comum na literatura encontrar o valor de tenacidade a fratura relacionado à análise por fator de intensidade de tensão, porém o *Abaqus* utiliza a abordagem de energia na sua modelagem matemática. Desta forma, o valor de energia apresentado na Eq. (24) foi utilizado como critério de propagação de danos, conforme é apresentado nos dados de entrada da Figura 59. Visto que o trabalho atual pretende verificar a propagação da trinca sujeita somente ao Modo I de propagação (Figura 9), no campo *Mixed mode behavior* foi escolhida a opção *Mode-Independent*, que representa a atuação única do modo de abertura (sem influência dos modos de cisalhamento).

Suboption Editor

Damage Evolution

Type: Energy

Softening: Linear

Degradation: Maximum

Mixed mode behavior: Mode-Independent

Mode mix ratio: Energy

Power

Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Fracture Energy	
1	0.011

Figura 59 - Critério de propagação de danos utilizado no *Abaqus*
Fonte: Autoria própria

Outra mudança realizada foi na magnitude da força aplicada no raio de carga do dente da engrenagem. Conforme avaliado por Hiung, Al-Qrimli e Morris (2017), a magnitude da força aplicada não tem influência na direção de propagação da trinca, mas sim no tamanho da trinca gerada após a análise. De maneira a garantir com que a propagação da trinca fosse extensa o suficiente para enxergar o comportamento no submodelo, utilizou-se uma magnitude de força 10 vezes maior das apresentadas nas Eq. (20) e Eq. (21).

Para observar o crescimento da trinca após a análise ter sido concluída, é necessário ativar as funções de sinal apresentadas na Seção 2.3.4.4. Para isso, seleciona-se o módulo *Step* e depois *Field Output Requests* para o *step* em questão criado para análise. Os campos PHILSM e PSILSM, bem como STATUSXFEM para verificar quais elementos da malha foram danificados devem ser marcados, conforme mostra a Figura 60.

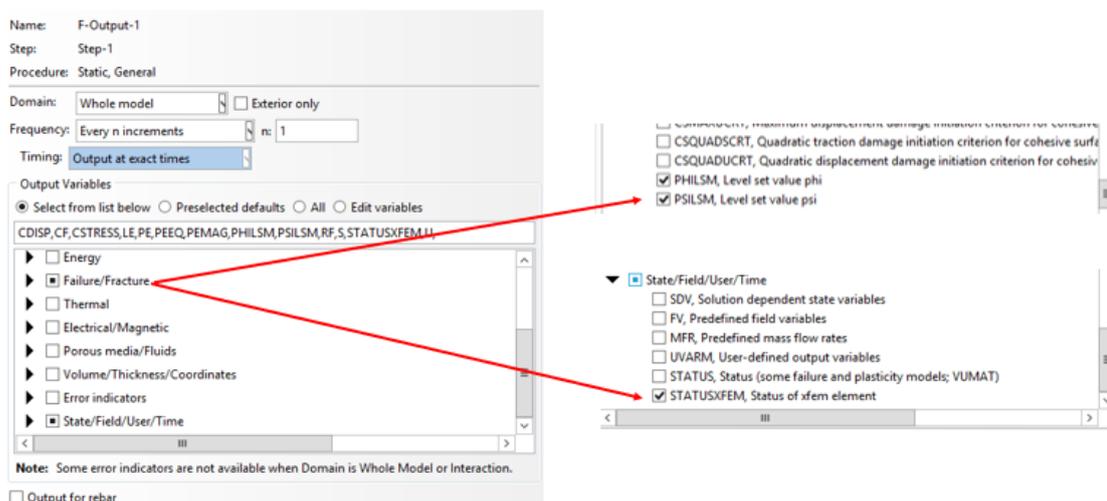


Figura 60 - Variáveis para observação do crescimento de trinca
Fonte: Autoria própria

Outro ajuste a ser realizado antes da realização da análise é uma alteração no cálculo da propagação de trinca. Para este tipo de análise, as variáveis que acabam influenciando na convergência são o tamanho da malha, o incremento de tempo e o número de tentativas para obtenção da resposta. Na propagação de trincas deste modelo, é necessário usar incrementos de tempo baixos (na escala de $1E-10$) para obtenção de uma resposta convergente. Por padrão, o *Abaqus* faz apenas 5 tentativas no incremento de tempo, reduzindo o tamanho do incremento de tempo a partir do

incremento de tempo mínimo para obtenção da resposta. Quando a diferença entre o incremento de tempo inicial e o incremento de tempo mínimo é muito grande, 5 tentativas são realizadas sem sucesso, a análise retorna como erro devido ao número de tentativas máximas determinado, porém, isso não significa que foi realizada uma tentativa com o incremento de tempo mínimo estipulado pelo usuário.

Para alterar o número de tentativas de obtenção de resposta, as configurações de controle para análise devem ser acessadas. Seleciona-se a opção *General Solution Controls*, conforme apresentado na Figura 61.

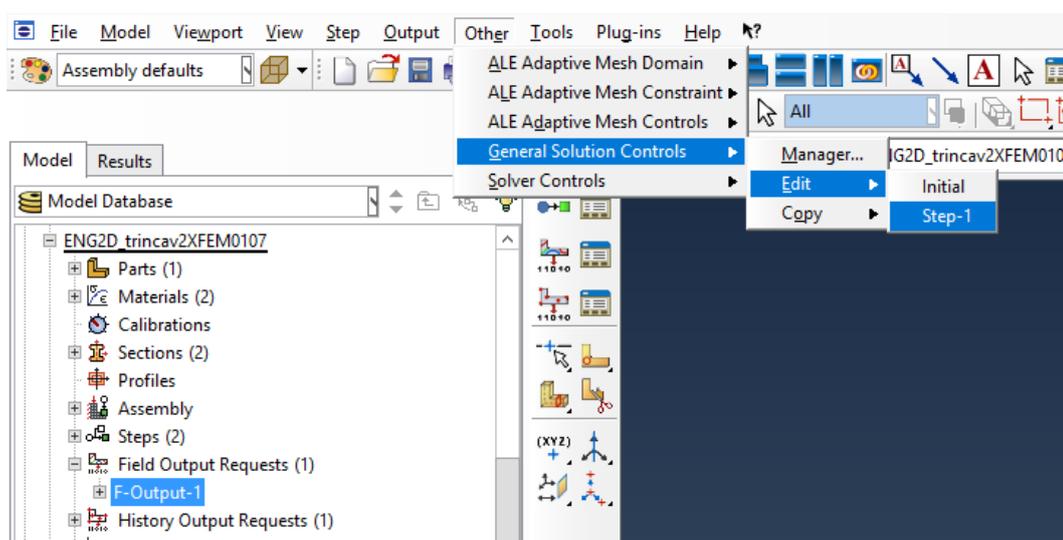


Figura 61 - Caminho para acesso da configuração de tentativas de convergência
Fonte: Autoria própria

Então, seleciona-se o campo *Specify* e depois a aba *Time Incrementation*. O valor a ser alterado é I_A (que por padrão é igual a 5). Para o trabalho atual, foi definido o valor de 30, pois muitas vezes a convergência é atingida entre 10 a 20 incrementos de tempo. A Figura 62 apresenta a variável a ser modificada.

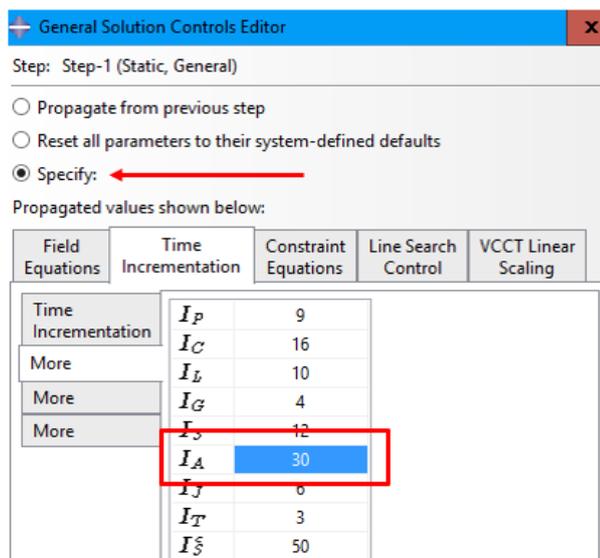


Figura 62 - Alteração da variável para tentativas de incremento de tempo
Fonte: Autoria própria

Com os ajustes realizados, é possível fazer a análise. A Figura 63 apresenta o crescimento da trinca após análise numérica realizada. É possível perceber que a trinca se encaminha em direção a raiz oposta do dente, tendo o mesmo comportamento dos outros modelos apresentados na Figura 25.

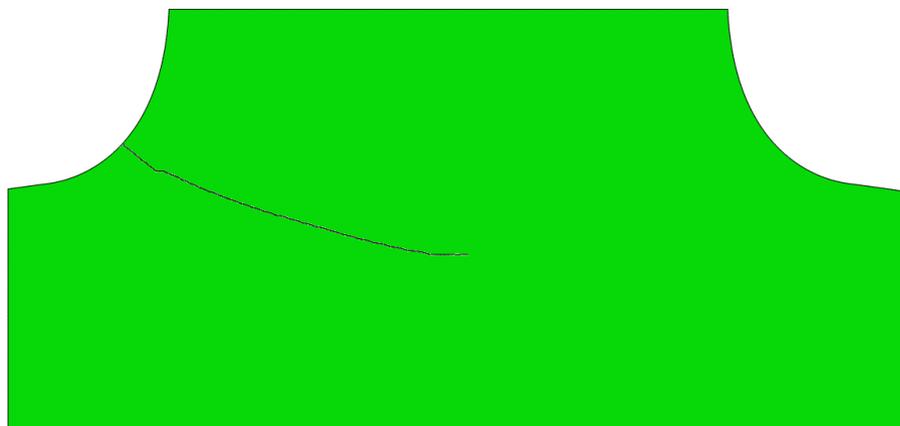


Figura 63 - Comportamento da trinca após análise
Fonte: Autoria própria

Este mesmo comportamento na região da raiz do dente foi observado em bancada experimental de ensaio de engrenagens, conforme mostrou o trabalho desenvolvido por Magalhães e Seabra (2003) apresentado na Figura 35. Considera-se, portanto, que o modelo numérico para propagação de trincas está validado.

Visto que o objeto em questão desse trabalho é a análise da influência dos nódulos de grafita, algumas alterações no modelo numérico foram realizadas. Em

virtude do tamanho diminuto do submodelo, foi escolhido utilizar uma trinca com tamanho inicial de 0,05 mm para realização das análises.

3.2.1 Inclusão dos Nódulos de Grafita

Nesta etapa são inseridos os nódulos de grafita, principais objetos de estudo no comportamento da trinca do trabalho em questão.

Visto que alguns ferros fundidos nodulares possuem modularidade de 98% e de até 99% (Gans, Guesser, Luersen, & Silva, 2013), foi definido para este trabalho que os nódulos serão representados por circunferências. Desta forma, novas partições foram criadas na região próxima à ponta da trinca no submodelo, conforme mostra a Figura 64.

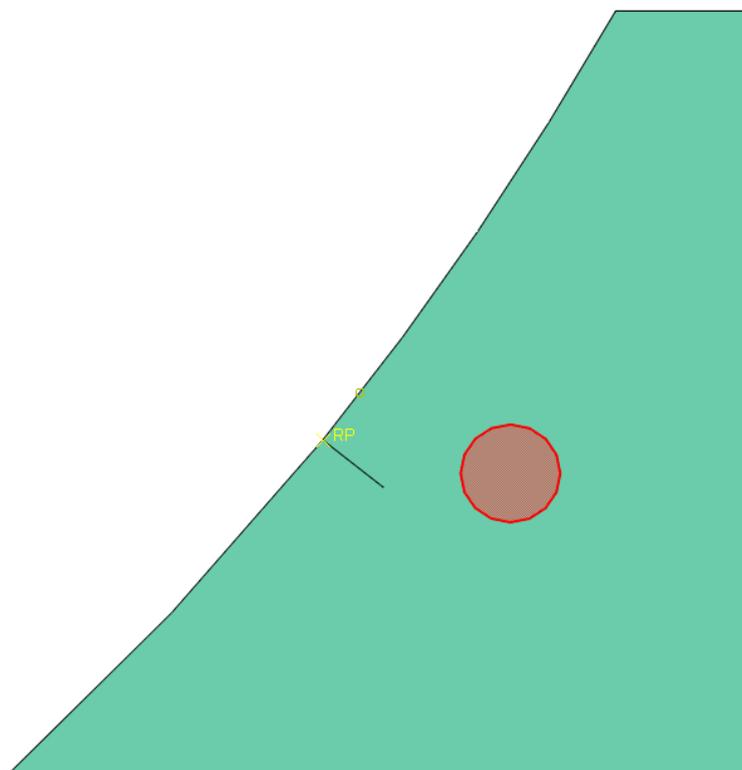


Figura 64 - Inclusão dos nódulos de grafita para análise
Fonte: Autoria própria

Da mesma forma como foi definido para a matriz, é necessário definir os valores dos critérios de nucleação e propagação da trinca para o nódulo. Para a nucleação da trinca, foram encontradas duas referências que apresentam o valor da energia crítica de fratura para a grafita.

Para a propagação da trinca, é necessário ressaltar aqui o critério utilizado por este trabalho, conforme apresentado na Eq. (16). Este critério afirma que a trinca se propagará pelo nódulo somente a partir do valor de tensão máxima definido pelo usuário. Visto que a direção ou propagação da trinca não é influenciada por este parâmetro e que, para o trabalho atual, visa-se analisar o comportamento do crescimento da trinca influenciada por nódulos de grafita, optou-se por utilizar um valor igual a 150 MPa para este critério. A escolha para este valor baixo dá-se também pelas características do material: visto que as propriedades elásticas da grafita são baixas se comparadas à matriz ausferrítica, justifica-se dizer que a trinca não encontrará dificuldades na propagação pelo nódulo de grafita.

As propriedades elásticas e de resistência mecânica da grafita foram encontradas em duas referências bibliográficas diferentes, conforme apresenta a Tabela 8.

Observa-se que o material denominado por M1 apresenta maior rigidez que o material M2, entretanto, do ponto de vista da propagação da trinca dentro do nódulo, é necessária uma maior severidade (estado de tensões e tamanho de trinca) para a propagação da trinca do M2 em relação ao M1.

Os resultados das análises da influência dos nódulos na propagação de trincas deste trabalho são apresentados considerando os dois materiais individualmente.

Tabela 8 - Propriedades mecânicas da grafita

Identificação	Referência	E [GPa]	ν	G_c [J/mm ²]
M1	Sakai, 1986	8,5	0,14	77,5E-6
M2	Shahani, 2015	5,43	0,20	235E-6

Fonte: Autoria própria

Foram escolhidos nódulos de diâmetro variando entre 16 μm e 128 μm , de maneira com que a variação fosse grande o suficiente para verificar a influência do tamanho do nódulo na direção de propagação da trinca. O Capítulo 4 apresenta com mais detalhes as análises realizadas com a utilização dos nódulos.

3.3 VARIAÇÃO DA POSIÇÃO DA CARGA

Essa metodologia visa apresentar uma análise para o campo de tensões na raiz do dente simulando a aplicação de um par de dentes em contato. Para esta análise, o *software EngCalc* desenvolvido no trabalho de conclusão de curso de Muraro e Junior (2010) é utilizado para obtenção das coordenadas dos pontos de contato ao longo da extensão do dente, bem como as forças aplicadas nestes pontos.

O *software* requer que alguns dados de entrada sejam inseridos pelo usuário para o cálculo da distribuição das forças. A Figura 65 apresenta os dados de entrada utilizados no *software EngCalc*. Para os dados do lubrificante, foram escolhidos valores padrão, visto que o objetivo aqui é a obtenção apenas das coordenadas dos pontos e respectivas cargas aplicadas a estes pontos.

Dados de entrada

Arquivo Editar Ajuda

DADOS DE ENTRADA

Número de dentes do Pinhão	<input type="text" value="16"/>	[-]
Número de dentes da Coroa	<input type="text" value="24"/>	[-]
Módulo	<input type="text" value="4,5"/>	[mm]
Ângulo de Pressão	<input type="text" value="20"/>	[°]
Torque de entrada	<input type="text" value="302"/>	[N.m]
Rotação de entrada	<input type="text" value="1800"/>	[rpm]
Largura do dente	<input type="text" value="14"/>	[mm]
Viscosidade do Lubrificante	<input type="text" value="25"/>	[cSt] <input style="float: right;" type="button" value="?"/>
Densidade do Lubrificante	<input type="text" value="840"/>	[kg/m³] <input style="float: right;" type="button" value="?"/>
Coeficiente Pressão-Viscosidade do Lubrificante	<input type="text" value="0,0004"/>	[in²/lbf] <input style="float: right;" type="button" value="?"/>

Voltar Continuar

Utilizar (.) ao invés de (,) para números fracionados.

Figura 65 - Dados de entrada para o *software EngCalc*
Fonte: Autoria própria

Outra característica interessante aqui neste *software* é a definição do tipo de carregamento a ser aplicado. Conforme apresentado na Figura 8, da Seção 2.2.1, o tipo de carregamento caracterizado como *load-sharing ratio* é escolhido para esta análise, conforme mostra a Figura 66.

Carregamento <input checked="" type="checkbox"/> F/2 F F/2 <input type="checkbox"/> F/3 2F/3 F 2F/3 F/3 <input type="checkbox"/> 0 6F/7 F F/7	Número de pontos <input type="checkbox"/> 11 P <input checked="" type="checkbox"/> 19 P
	Coefficiente de Atrito Seco <input type="text" value="0,4"/> <input type="button" value="?"/>
<input type="button" value="CONFIRMAR"/>	
<input type="button" value="ATUALIZAR"/>	
<input type="button" value="VOLTAR"/>	

Figura 66 - Definição do tipo de carregamento
 Fonte: Autoria própria

Com os dados de entrada confirmados, o *software* calcula dentre outros resultados, a posição diametral dos pontos e as forças resultantes correspondentes. A Figura 67 apresenta a resposta dada pelo *software* para a distribuição de forças. Além dos 17 pontos apresentados na Figura 67, foram utilizados os valores encontrados para o HPSTC e LPSTC (indicados em vermelho), totalizando os 19 pontos escolhidos na Figura 66.



Figura 67 - Distribuição de forças ao longo da extensão do flanco do dente
 Fonte: Autoria própria

Para a obtenção das coordenadas geométricas na curva evolvental para cada ponto de aplicação requisitado, foi utilizado o equacionamento proposto por Mazzo (2013) e apresentado por Quadros (2015). A obtenção destas coordenadas é essencial para inclusão destes carregamentos no *Abaqus*.

A Tabela 9 reúne as principais informações dos pontos e suas respectivas cargas de aplicação. O ponto 1 é o diâmetro de cabeça do dente (d_c) e o ponto 19 é o ponto de intersecção entre as curvas evolvente e trocoide (d_u). Os pontos x_{ev} e y_{ev} representam as coordenadas no sistema cartesiano dos pontos na curva evolvental, para o qual os carregamentos tangencial (W_t) e radial (W_r) foram aplicados.

Aqui, vale ressaltar que as forças apresentadas na Figura 67 são as forças resultantes, considerando uma engrenagem com 14 mm de espessura. Desta forma, a magnitude das forças teve que ser atualizada para a modelagem em uma análise 2D (a força resultante foi dividida por 14).

Tabela 9 - Características geométricas dos pontos para análise de carga em movimento

Ponto	Nome	x_{ev}	y_{ev}	W_t	W_r
1	d_c	1,497	40,472	266,313	96,930
2		1,898	39,784	270,797	98,562
3		2,251	39,122	275,237	100,178
4		2,560	38,489	279,612	101,771
5		2,826	37,886	283,898	103,330
6		3,054	37,317	288,067	104,848
7	HPSTC	3,223	36,847	583,203	212,269
8		3,245	36,783	584,188	212,627
9		3,402	36,285	591,898	215,433
10	d_p	3,529	35,827	599,204	218,092
11		3,634	35,381	606,498	220,747
12		3,711	34,983	613,186	223,181
13	LPSTC	3,741	34,801	616,298	224,314
14		3,765	34,634	309,598	112,684
15		3,799	34,335	312,229	113,642
16		3,818	34,086	314,455	114,452
17		3,825	33,890	316,246	115,104
18		3,824	33,746	317,581	115,590
19	d_u	3,821	33,654	318,440	115,903

Fonte: Autoria própria

Desta forma, 19 pontos foram criados no *Abaqus*, conforme mostra a Figura 68 para a inclusão dos carregamentos apresentados na Tabela 9.

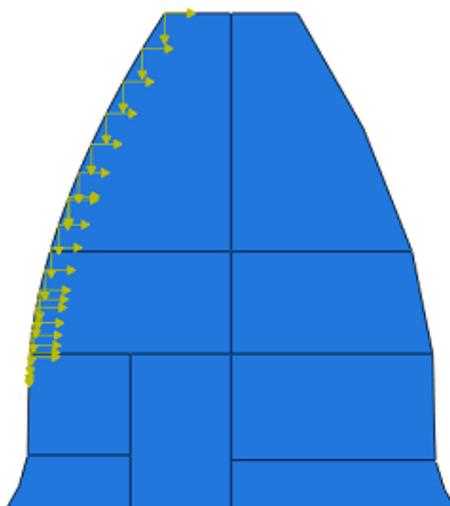


Figura 68 - Inclusão das cargas de carregamento nos 19 pontos
Fonte: Autoria própria

Para realizar a análise com a carga em movimento e, conseqüentemente, representar o contato entre um par de dentes, para cada força uma amplitude diferente foi atribuída. Dessa forma, um *step* com 19 incrementos foi determinado, onde cada incremento corresponde à aplicação de uma carga diferente, tendo início no ponto 1 (diâmetro da cabeça) até o ponto 19 (diâmetro de intersecção entre evolvente e trocóiide). A Figura 69 apresenta a amplitude utilizada para o carregamento no ponto 1. Para o ponto 9, por exemplo, a amplitude tem valor igual a 1 para o 9º incremento e igual a zero para todos os outros intervalos de incremento.

Name: Amp-1
 Type: Tabular
 Time span: Step time
 Smoothing: Use solver default
 Specify:

Amplitude Data		Baseline Correction
	Time/Frequency	Amplitude
1	0	0
2	1	1
3	2	0
4	3	0
5	4	0
6	5	0
7	6	0
8	7	0
9	8	0
10	9	0
11	10	0
12	11	0
13	12	0
14	13	0
15	14	0
16	15	0
17	16	0
18	17	0
19	18	0
20	19	0

Figura 69 - Amplitude pulsante utilizada para o carregamento no ponto 1
Fonte: Autoria própria

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A apresentação dos resultados obtidos está dividida em diferentes seções, conforme tópicos a seguir:

- Campo de tensões na raiz do dente variando a posição da carga;
- Influência dos nódulos para propagação de trincas: para esta seção, 12 diferentes análises foram realizadas, para 4 tamanhos diferentes de nódulos, para analisar a influência do tamanho, posição e quantidade de nódulos no crescimento da trinca;
- Simulação de modelo numérico sem trinca inicial.

4.1 VARIAÇÃO DA CARGA NO FLANCO DO DENTE

Após a análise da variação da posição e magnitude da carga aplicada ao dente da engrenagem, foi possível verificar o comportamento da tensão na raiz do dente.

A Figura 70 apresenta a variação da posição do ponto onde a tensão máxima na raiz do dente foi obtida, para cada ponto de aplicação da carga. Nota-se que, conforme ocorre o engrenamento entre um par de dentes, a força aplicada no dente desloca-se desde o topo do dente da engrenagem até o valor de d_u . A posição da tensão máxima na raiz do dente comporta-se seguindo o padrão apresentado pela força, ou seja, quanto mais próximo da raiz estiver a força aplicada, menor será o valor do raio de posição da tensão máxima. É interessante notar a diferença ocorrida na raiz da tensão máxima entre os pontos 12 e o ponto 13 (LPSTC), onde mesmo a tensão aplicada nessa região representar apenas um par de dentes em contato, ocorre pouca variação na posição até o ponto 19.

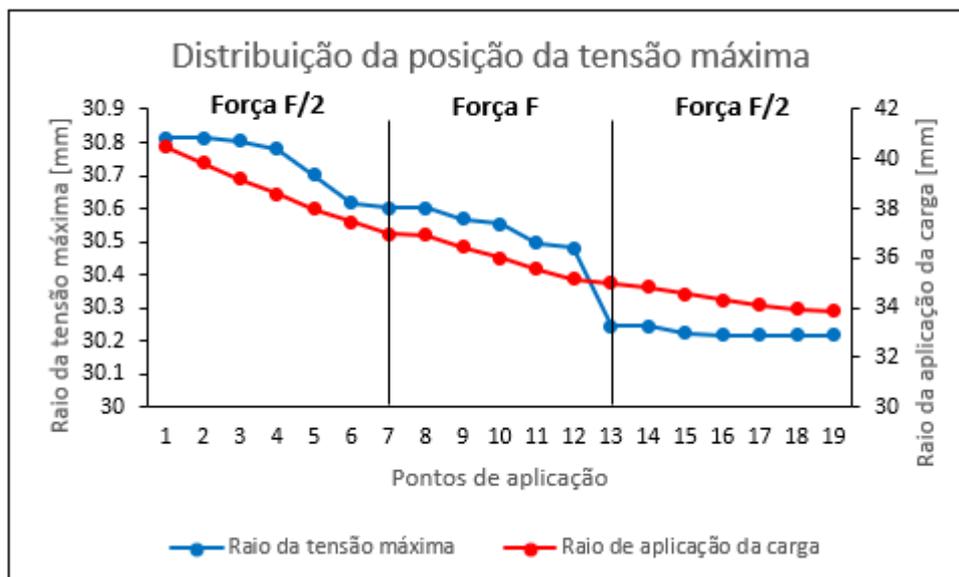


Figura 70 - Posição diametral da tensão máxima na raiz do dente em relação a posição da carga aplicada
Fonte: Autoria própria

A Figura 71 apresenta a distribuição da tensão de von Mises na raiz do dente em relação à magnitude da força aplicada. Nota-se que a tensão máxima é obtida no HPSTC (ponto 7). É possível perceber que, para os três grupos de força diferentes aplicados durante o engrenamento (pontos 1-6, 7-13 e 14-19), as tensões máximas foram obtidas sempre nos pontos mais distantes da raiz (pontos 1, 7 e 14).

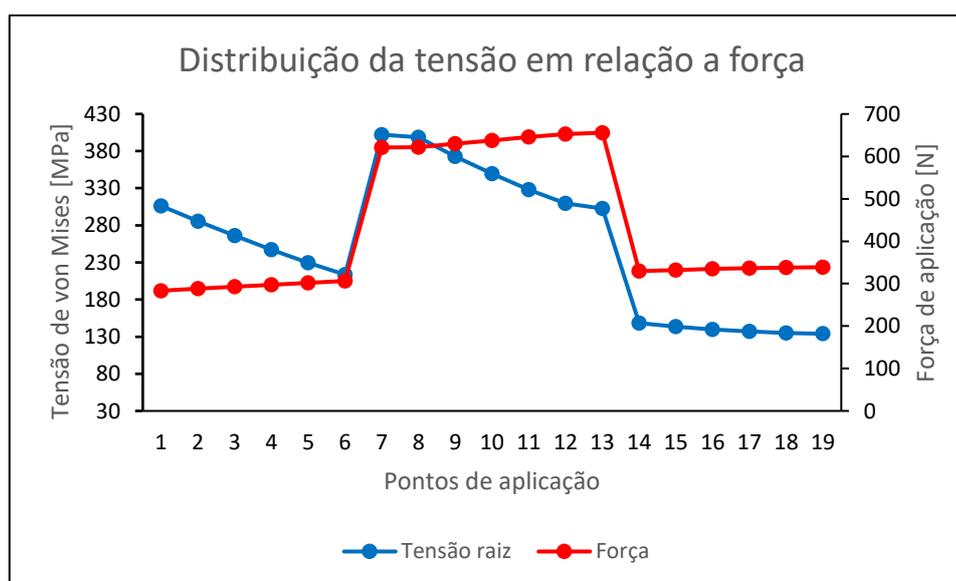


Figura 71 - Distribuição da tensão máxima na raiz em relação à magnitude da força aplicada
Fonte: Autoria própria

A Figura 72 apresenta a variação da magnitude da tensão máxima e a posição da tensão na raiz do dente para alguns dos principais pontos apresentados na Tabela 9. Destaca-se nessa figura a tensão máxima na raiz do dente obtida no ponto 7 (HPSTC).

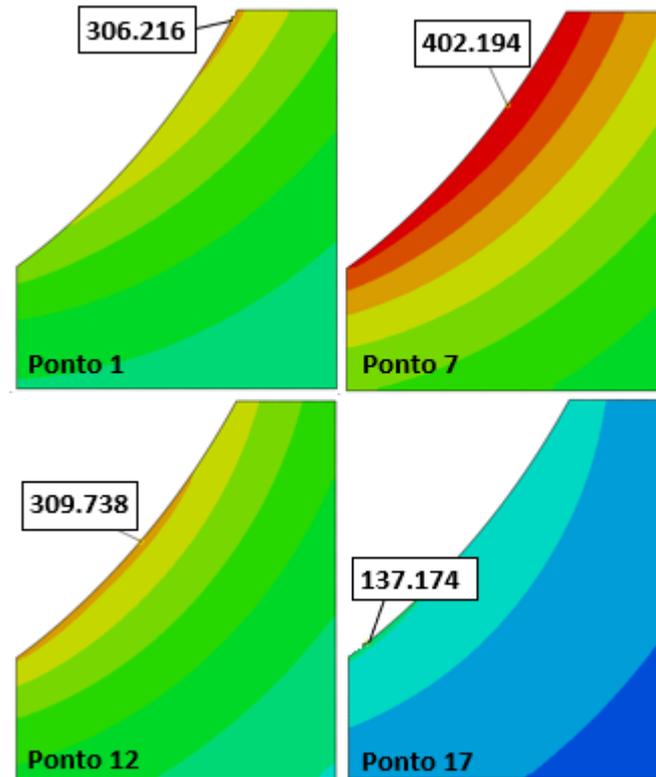


Figura 72 - Variação da posição e tensão máxima na raiz do dente
Fonte: Autoria própria

4.2 INFLUÊNCIA DOS NÓDULOS PARA PROPAGAÇÃO DE TRINCAS

Pode-se agrupar a análise dos efeitos da presença de nódulos de grafita próximos à ponta de uma trinca na matriz ausferrítica em 4 grupos:

- Efeito do tamanho;
- Efeito do tamanho/distância;
- Efeito de um grupo de nódulos do mesmo tamanho;
- Efeito de um grupo de nódulos de tamanhos diferentes.

A Tabela 10 apresenta as configurações de geometrias utilizadas para análise do crescimento da trinca.

Tabela 10 - Grupo de modelos analisados para propagação da trinca

Nº da análise	Grupo	Diâmetro do nódulo	Distância	Ângulo em rel. ao centro do nódulo	Qtade de nódulos
A1	Grupo 1 (tamanho)	16 μm	0,05mm	45°	1
A2		32 μm			1
A3		64 μm			1
A4		128 μm			1
A5	Grupo 2 (tamanho/ posição)	16 μm	0,05mm	15°	1
A6		32 μm			1
A7		64 μm			1
A8		128 μm			1
A9	Grupo 3 (quantidade)	16 μm	0,025mm	30°	4
A10		32 μm	0,025mm	30°	4
A11	Grupo 4 (tamanho/quantidade)	-	-	-	14
A12		16 μm (6x), 128 μm (1x)	-	-	7

Fonte: Autoria própria

O posicionamento dos nódulos para as análises A1 a A8 da Tabela 10 é apresentado na Figura 73. O ângulo na Tabela 10 refere-se ao ângulo de uma linha de construção colinear à trinca em relação a outra linha de construção que é tangente à ponta da trinca. O centro do nódulo é então posicionado nessa linha tangente, e a distância da ponta da trinca em relação ao nódulo é determinada considerando o ponto do nódulo que coincide com a linha de construção. Por fim, determina-se o diâmetro do nódulo.

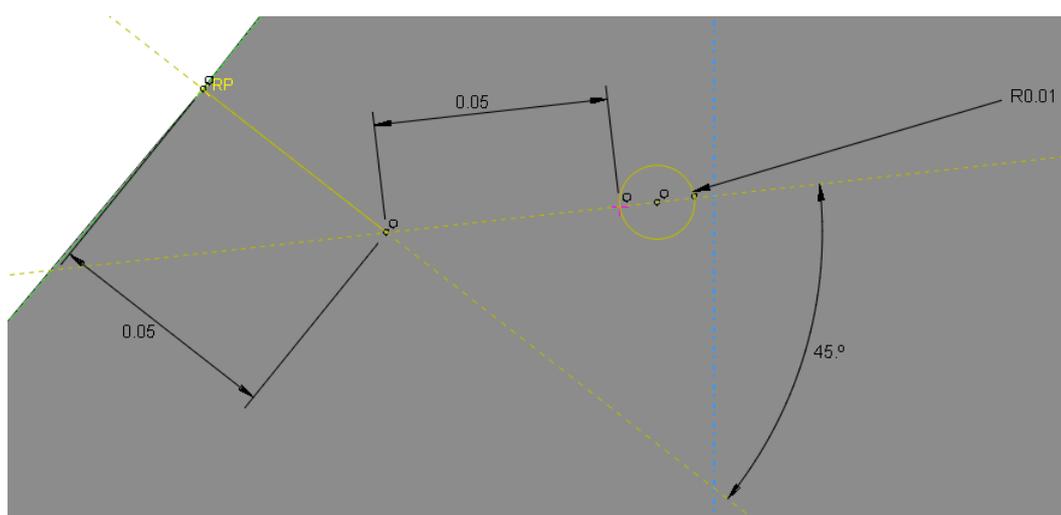


Figura 73 - Posicionamento dos nódulos no submodelo para as análises A1 a A8

Fonte: Autoria própria

Os valores de distância e ângulo para as análises A9 e A10 apresentados na Tabela 10 utilizaram a mesma metodologia de posicionamento para o nódulo mais próximo da trinca. Os outros nódulos foram mantidos em distâncias equidistantes um do outro, de maneira a garantir com que cada nódulo fosse mantido igualmente em relação ao caminho normal da trinca. A Figura 74 apresenta o posicionamento realizado para as análises A9 e A10.

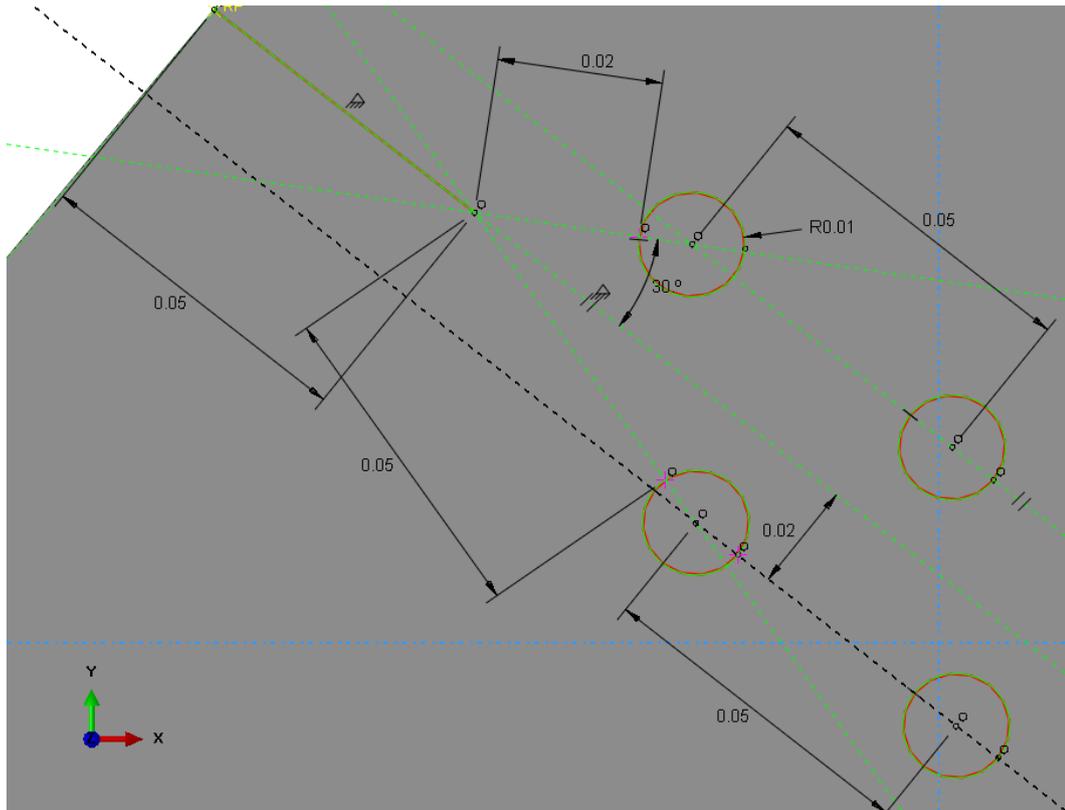


Figura 74 - Posicionamento dos nódulos para análises A9 e A10
Fonte: Autoria própria

Para as análises do grupo 1 buscou-se verificar a influência do tamanho do nódulo de grafita durante a propagação da trinca. Os nódulos foram posicionados com seu centro a um ângulo de 45° em relação a direção da trinca inicial. A distância entre a ponta da trinca e a extremidade do nódulo é de 0,05mm. As Figura 75 e Figura 76 apresentam os resultados encontrados deste grupo para os materiais M1 e M2 respectivamente. As imagens do campo de tensões na raiz do dente a seguir apresentam circunferências brancas na posição dos nódulos para facilitar a visualização da trinca em relação a estes elementos.

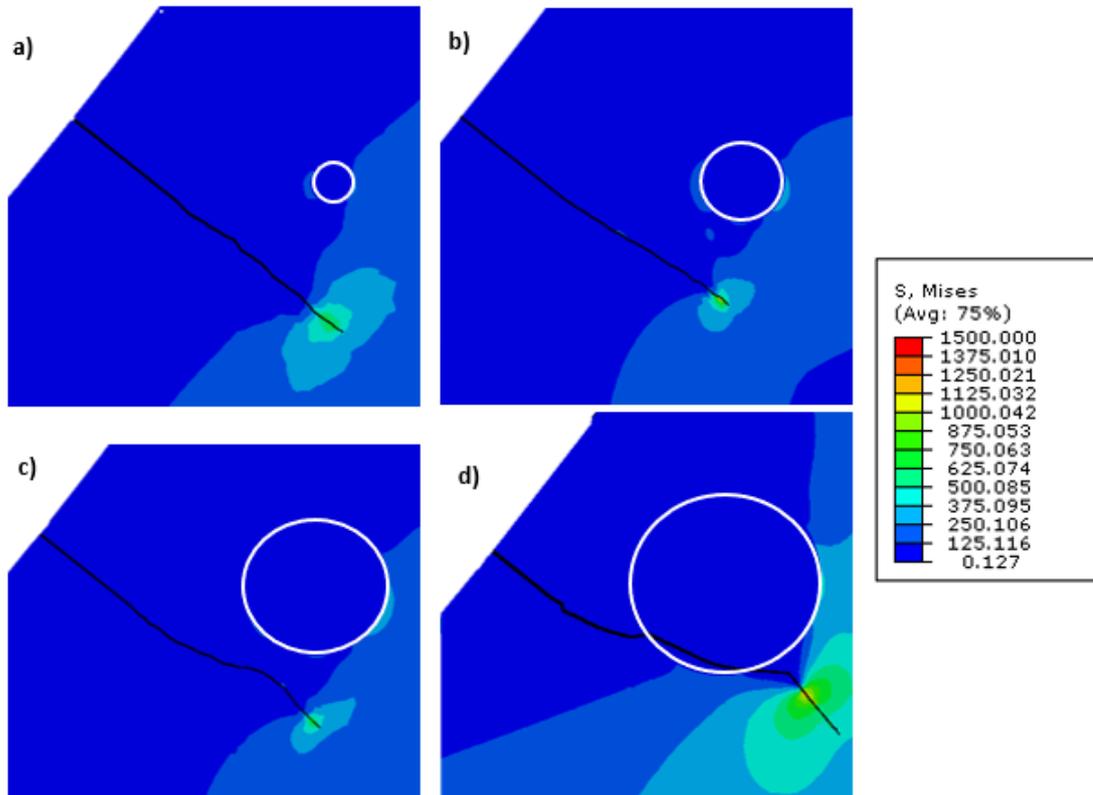


Figura 75 - Propagação de trinca para nódulos posicionados a 45° da ponta da trinca, para o material M1 de a) 16 μm ; b) 32 μm ; c) 64 μm e d) 128 μm

Fonte: Autoria própria

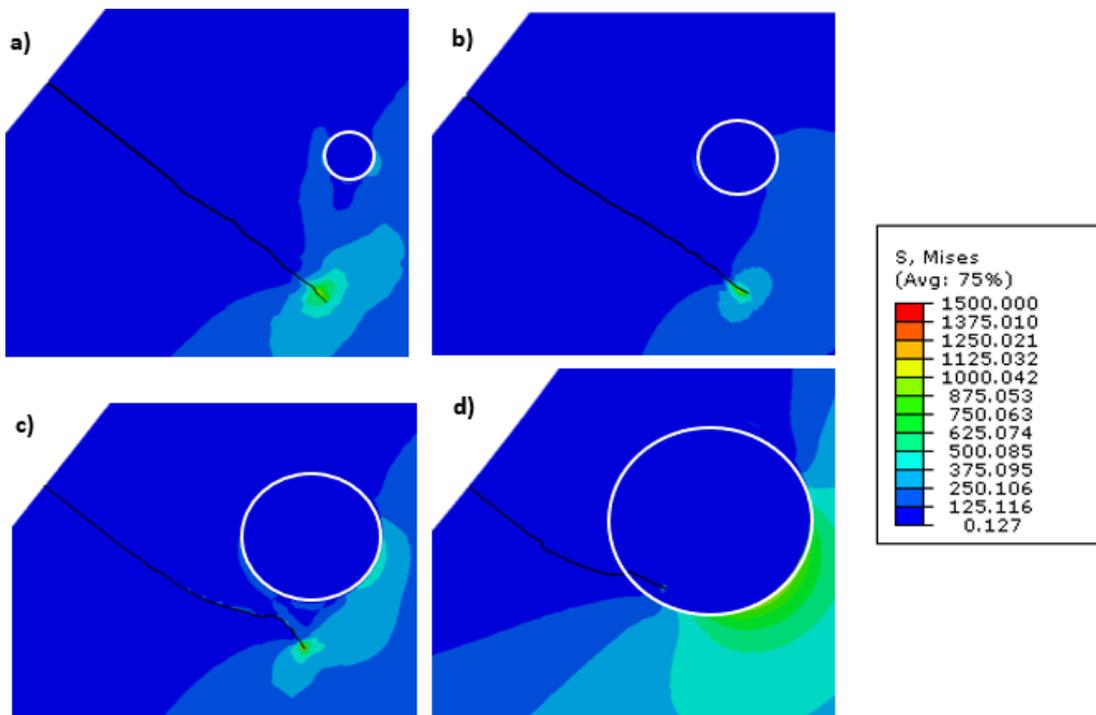


Figura 76 - Propagação de trinca para nódulos posicionados a 45° da ponta da trinca para o material M2 de a) 16 μm ; b) 32 μm ; c) 64 μm e d) 128 μm

Fonte: Autoria própria

Para o material M1 (com maior rigidez), é possível perceber que os nódulos de $16\ \mu\text{m}$ e $32\ \mu\text{m}$ tem pouca influência na direção de propagação da trinca. Para o nódulo de $64\ \mu\text{m}$, a trinca tem seu comportamento alterado logo depois de passar pela metade do nódulo, porém não chega de encontro ao nódulo e segue crescendo em direção à raiz. Para o nódulo de $128\ \mu\text{m}$, percebe-se que a trinca tem sua direção alterada, e a mesma propaga-se completamente no interior do nódulo até atingir a outra extremidade. Neste ponto, fora do nódulo e de volta à matriz, a trinca volta a recuperar a propagação com ângulo zero de direção. Para o material M2 (material menos rígido), o comportamento das trincas é muito semelhante aos vistos para o material M1.

Aqui vale ressaltar uma observação relacionada com a modelagem realizada no *Abaqus*. A propagação de trincas utilizando o XFEM é extremamente sensível aos parâmetros inseridos pelo usuário para o material utilizado, a magnitude e tipo de carregamento e, por fim, pelo tamanho da malha. Os resultados aqui gerados utilizaram malhas de $0,001\text{mm}$ de maneira a garantir com que não houvesse nenhum elemento grosseiro próximo à ponta da trinca. Devido à utilização de circunferências para representar os nódulos, não foi possível usar uma malha do tipo “estruturada”, de maneira a garantir a homogeneidade da malha. Além disso, elementos do tipo triangulares não podem ser utilizados em conjunto com o XFEM (ABAQUS, 2014).

Desta forma, para algumas análises tentou-se utilizar malhas mais refinadas de maneira a obter resultados mais satisfatórios, porém, em muitos casos não ocorria o crescimento esperado e o tempo computacional se tornou extremamente elevado. Os resultados aqui apresentados foram os melhores obtidos considerando as limitações do computador utilizado para as análises.

Para as análises do grupo 2, também buscou-se verificar a influência do tamanho do nódulo de grafita durante a propagação da trinca, agora com nódulos posicionados com centro a um ângulo de 15° em relação a trinca inicial. Comparando com as análises A1 a A4 do grupo 1 é possível também verificar de que forma a posição do nódulo em relação a ponta da trinca influencia seu crescimento. As Figura 77 e Figura 78 apresentam o resultado destas análises para os materiais M1 e M2 respectivamente.

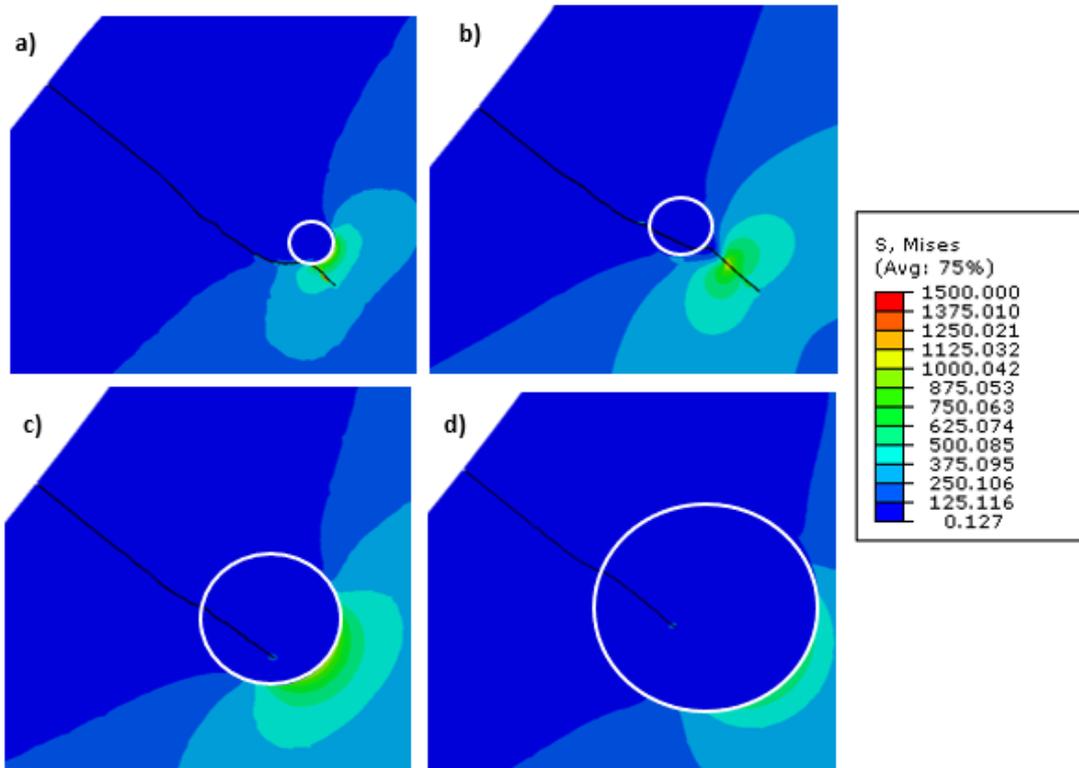


Figura 77 - Propagação de trinca para nódulos posicionados a 15° da ponta da trinca, para o material M1 de a) $16 \mu m$; b) $32 \mu m$; c) $64 \mu m$ e d) $128 \mu m$

Fonte: Autoria própria

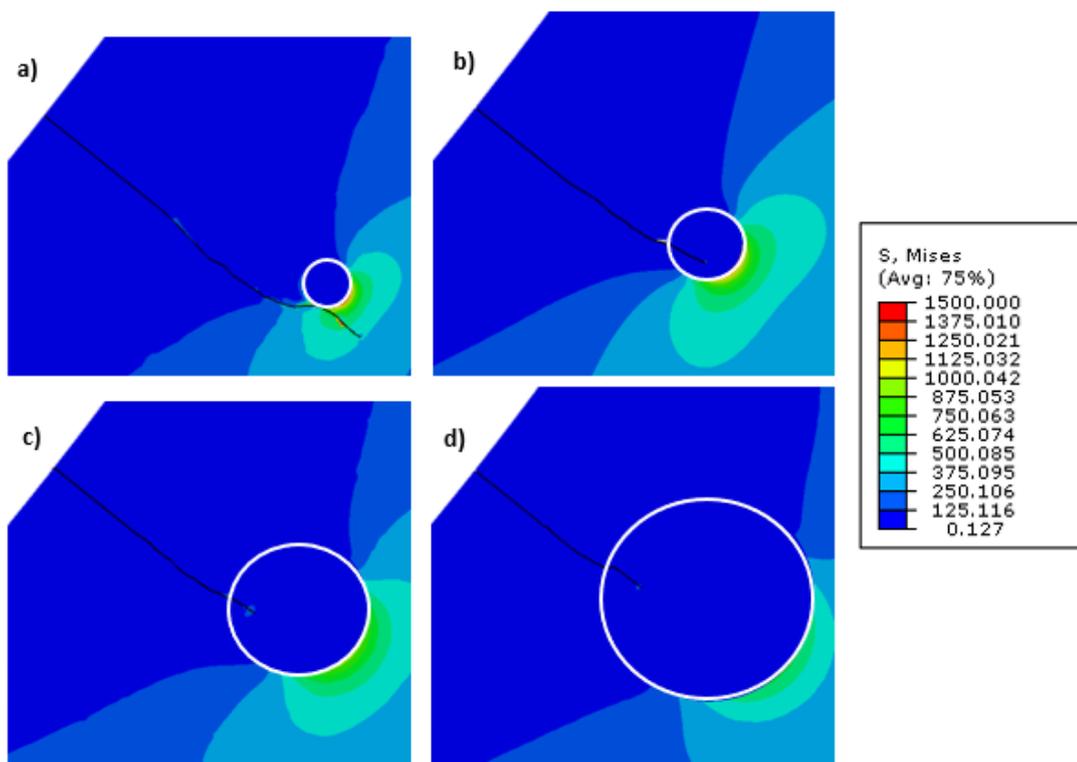


Figura 78 - Propagação de trinca para nódulos posicionados a 15° da ponta da trinca para o material M2 de a) $16 \mu m$; b) $32 \mu m$; c) $64 \mu m$ e d) $128 \mu m$

Fonte: Autoria própria

Para nódulos posicionados mais próximos da ponta da trinca, é possível verificar que houve influência em relação à direção de crescimento para todos os tamanhos de nódulo, indiferente do material usado na análise.

A Figura 79 apresenta em mais detalhes a propagação da trinca para a análise A5 (módulo de $16 \mu m$ para o material M1). Para este caso, é possível perceber que a trinca encontra a interface matriz/nódulo, mas não se propaga dentro do nódulo, conforme observado para os nódulos de tamanho maior. Mesmo assim, a Figura 80 mostra que a trinca não volta à sua direção anterior e se propaga tendo sua direção levemente alterada.

O comportamento para este caso é semelhante ao encontrado em análises de propagação de trinca experimentais. A Figura 81 apresenta o comportamento de uma trinca para um ferro fundido nodular enriquecido com silício, com $R=0,1$. O nódulo da figura em questão possui diâmetro de aproximadamente $30 \mu m$. É importante ressaltar aqui que as propriedades elásticas do material utilizado por Sujakhu et al. (2017) são diferentes daquelas utilizadas neste trabalho.

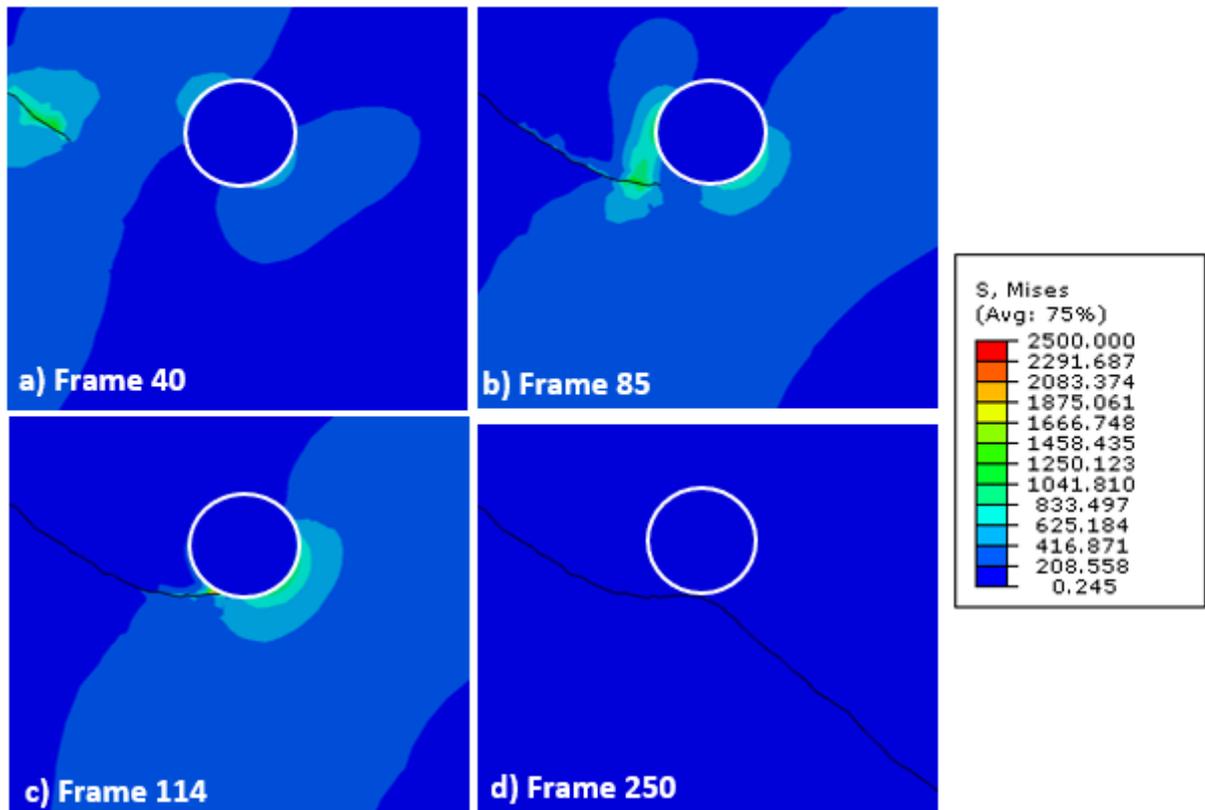


Figura 79 - Propagação da trinca em frames para nódulo de $16 \mu m$ a distância de 15° da ponta da trinca

Fonte: Autoria própria

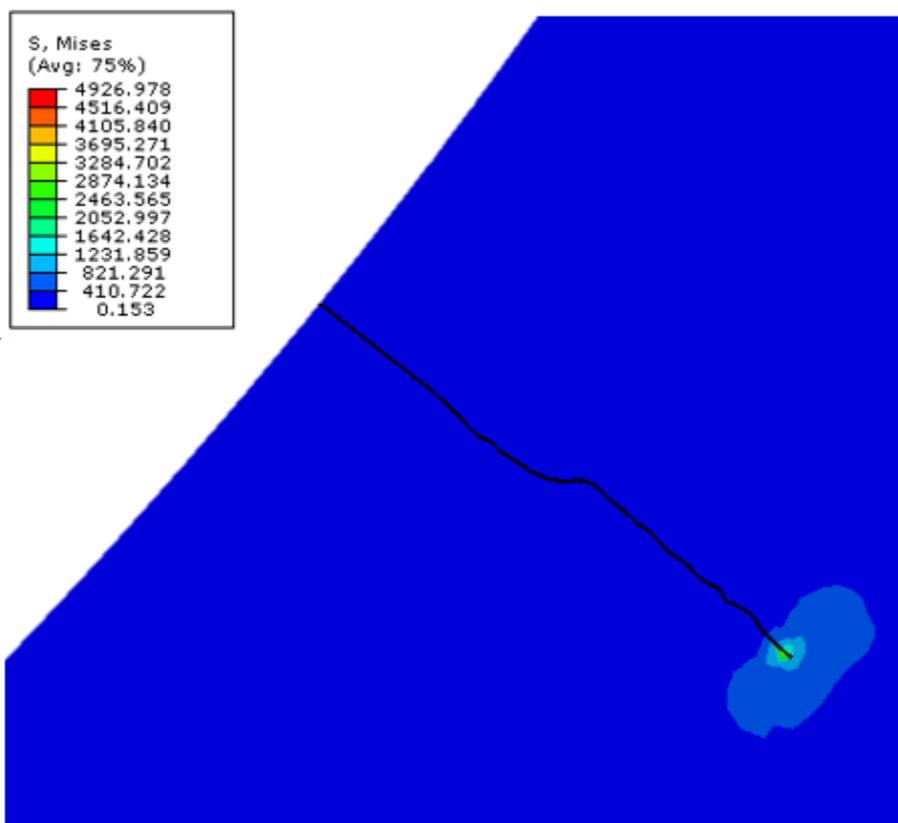


Figura 80 - Direção da trinca para a análise A5 para o material M1 alterada
Fonte: Autoria própria

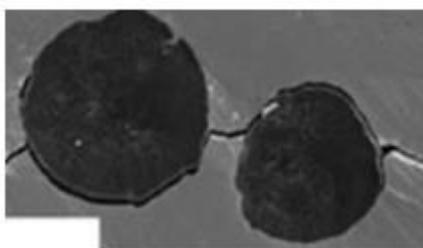


Figura 81 - Crescimento de trinca em análise de fadiga experimental para ferro fundido nodular
Fonte: Adaptado de (Sujakhu, et al., 2017)

Para as análises b), c) e d) das Figura 77 e Figura 78, foi possível perceber a trinca se propagando dentro do nódulo. Para estes casos, a trinca foi em direção ao nódulo e as tensões próximas à interface da ponta da trinca e do nódulo aumentam até um ponto, em que a tensão no elemento do nódulo atinge o valor de critério de nucleação de trinca para o material do nódulo. Para as análises em questão, foi definido acompanhar o crescimento da trinca dentro do nódulo. Vale ressaltar que

diversas análises preliminares sobre nucleação de trincas na interface matriz/nódulo foram realizadas. O valor de 150 MPa , conforme discutido na Seção 3.2.1, foi aquele que se mostrou mais adequado para a continuidade da propagação da trinca.

O objetivo das análises do grupo 3 foi verificar a influência da quantidade de nódulos para propagação de trincas. Para este grupo, foram posicionados dois nódulos a um ângulo de 30° de cada lado da trinca, onde para cada lado os nós possuem distância de $0,05 \text{ mm}$ entre si.

A Figura 82 apresenta o comportamento da trinca das análises M9 para os materiais M1 (a) e M2 (b), bem como análises M10 para os materiais M1 (c) e M2 (d). Conforme visto em resultados anteriores, o nódulo de $16 \mu\text{m}$ não teve influência se posicionado a 45° da ponta da trinca, e alterou a direção de propagação se posicionado a 15° . Para esta análise, buscou-se entender se um campo de concentrações gerado por mais de um nódulo teria uma influência mais significativa. Conforme pode ser visto nas análises a) e b) da Figura 82, a influência foi praticamente nula.

Para o nódulo de $32 \mu\text{m}$ foi possível constatar a mudança na direção da trinca influenciada pelo nódulo, porém, em nenhum momento houve o encontro da ponta da trinca com um nódulo.

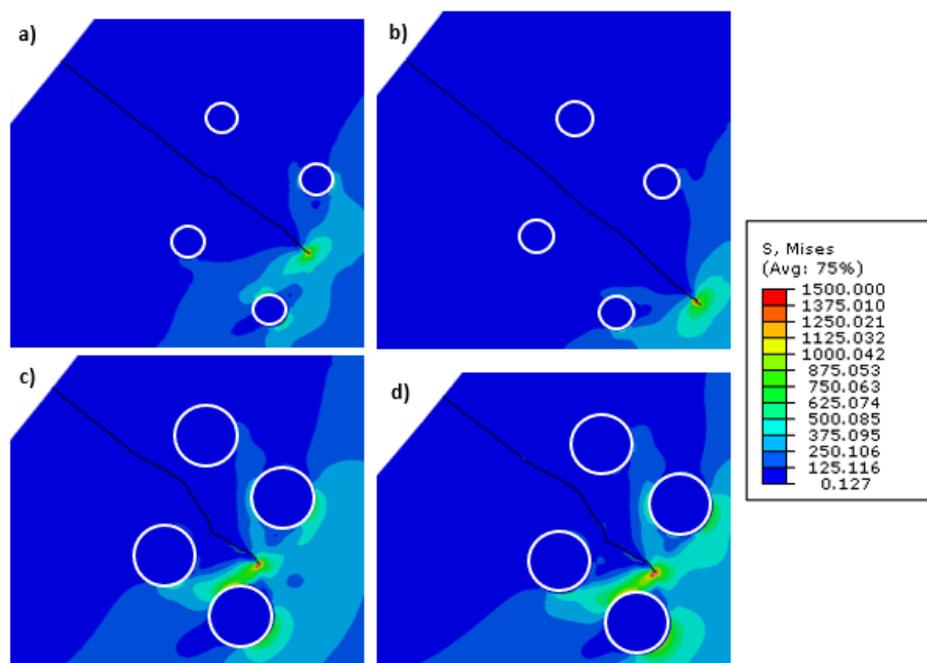


Figura 82 - Propagação da trinca para análises A9: a) material M1 e b) material M2; análises A10: c) material M1 e d) material M2
Fonte: Autoria própria

O grupo 4 foi proposto de maneira a entender como uma grande quantidade de nódulos em tamanhos e posições diferentes podem influenciar o comportamento de uma trinca. Para este grupo duas abordagens diferentes foram realizadas.

A análise A11 teve como objetivo avaliar o comportamento de uma trinca para um modelo numérico com microestrutura semelhante ao de uma amostra de ADI. A Figura 83 apresenta a microestrutura de um ADI que foi utilizada como referência para a realização de uma análise. A linha vermelha indica a posição inicial da trinca e a linha tracejada indica a seção da microestrutura que foi representada no *Abaqus*.

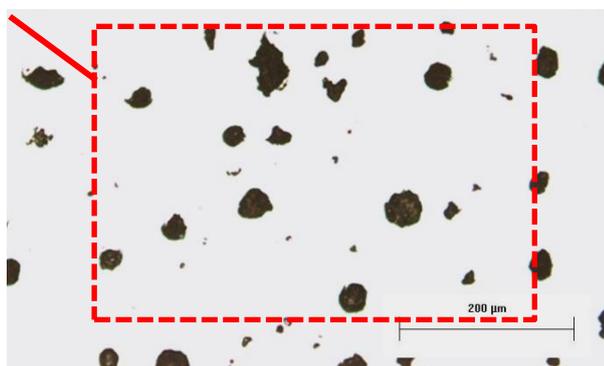


Figura 83 - Microestrutura de um ferro fundido nodular austemperado
Fonte: Adaptado de (MARTINEZ, 2011)

A Figura 84 apresenta a composição dos nódulos geradas no *Abaqus* para realização da análise A11. Para efeitos de simplificação, todos os nódulos tiveram seu formato aproximado para uma circunferência e apenas os nódulos maiores foram considerados. Além disso, o tamanho dos nódulos teve sua escala representada conforme apresentado na Figura 83.

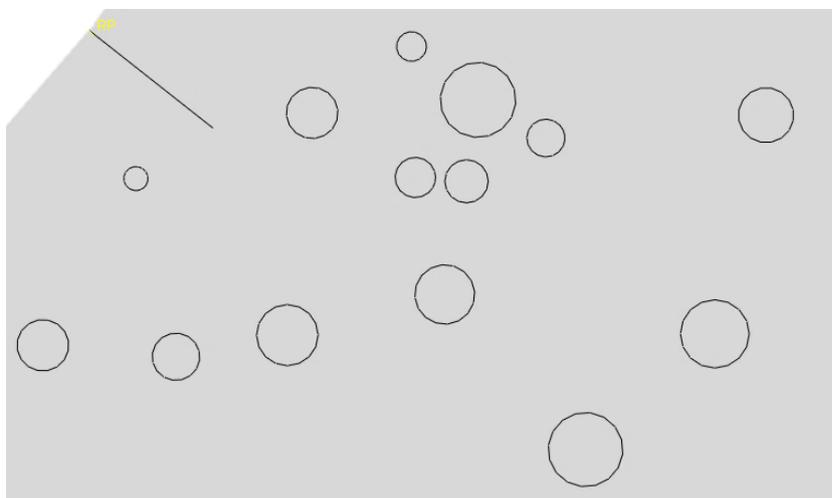


Figura 84 - Composição dos nódulos gerados no *Abaqus* para simulação A11
Fonte: Autoria própria

As Figura 85 e Figura 86 apresentam o comportamento da trinca para a análise A11 nos materiais M1 e M2 respectivamente. O comportamento para esta análise em ambos os materiais foi muito semelhante, visto que houve pouca mudança na direção do crescimento da trinca.

É possível perceber que para o frame a) o campo de tensões na ponta da trinca tem muita influência dos nódulos. Mesmo assim, o primeiro nódulo ao qual a trinca foi ao encontro (conforme verificado no frame b) para ambos os materiais) estava posicionado na direção de propagação da trinca. O nódulo que acabou gerando a maior influência foi o nódulo apresentado no frame d), pois, conforme visto nas análises do grupo 2, mesmo nódulos de dimensões pequenas, se posicionados muito próximos da direção normal de propagação da trinca, acabam tendo influência relevante.

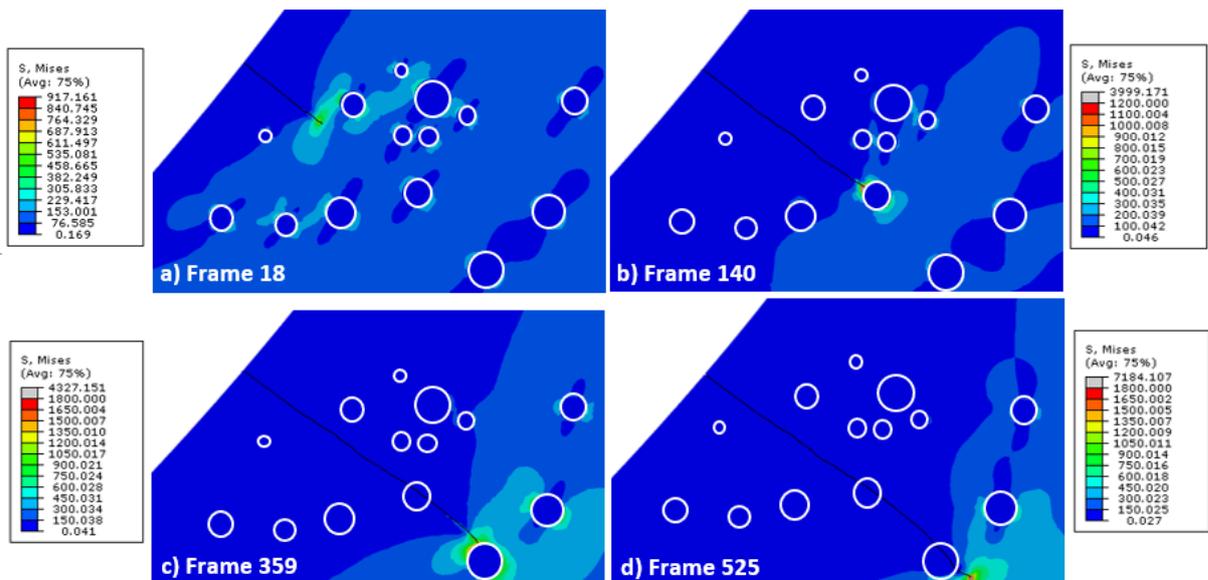


Figura 85 - Comportamento da trinca para análise A11 em material M1
Fonte: Autoria própria

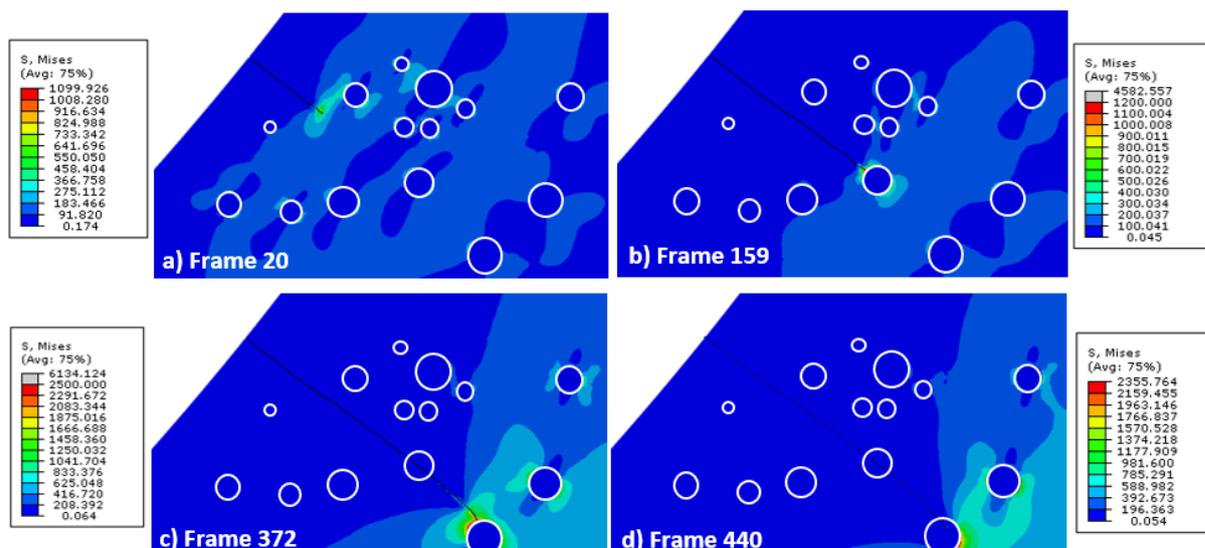


Figura 86 – Comportamento da trinca para análise A11 em material M2
Fonte: Autoria própria

A análise A12 foi realizada de maneira a comparar a influência da quantidade e do tamanho de nódulos. Seis nódulos de $16\ \mu\text{m}$ foram posicionados agrupados em um lado da trinca e outro nódulo de $128\ \mu\text{m}$ foi posicionado do outro lado. Os nódulos menores foram posicionados mais próximos em relação à ponta da trinca de maneira a verificar se o tamanho é a característica que possui maior influência na propagação de trincas.

Conforme verificado no trabalho de Cocco e Iacoviello (2017), a variação no tamanho dos nódulos em ferro fundido não é muito grande. Porém, visto que as análises deste trabalho são bidimensionais, dependendo do plano utilizado como referência, pode haver uma variação significativa.

Para exemplificar este caso, a Figura 87 apresenta um esquema de uma amostra de ADI tridimensional com dois tamanhos diferentes de nódulos de grafita: um com $20\ \mu\text{m}$ (azul) e outro com $30\ \mu\text{m}$ (verde).

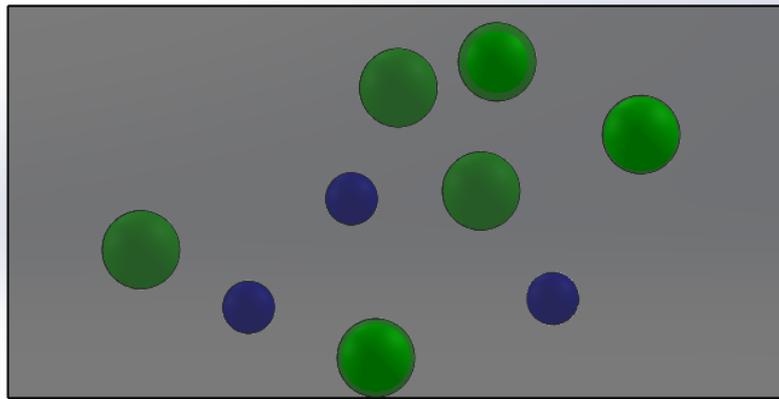


Figura 87 - Disposição de dois tamanhos diferentes de nódulos em uma amostra
Fonte: Autoria própria

Dependendo da posição onde for aplicado um corte longitudinal, a seção restante pode apresentar diferentes tamanhos de nódulos, conforme pode ser observado na Figura 88. Desta maneira, a análise A12 visa representar uma região compreendida por estas diferenças de nódulos.

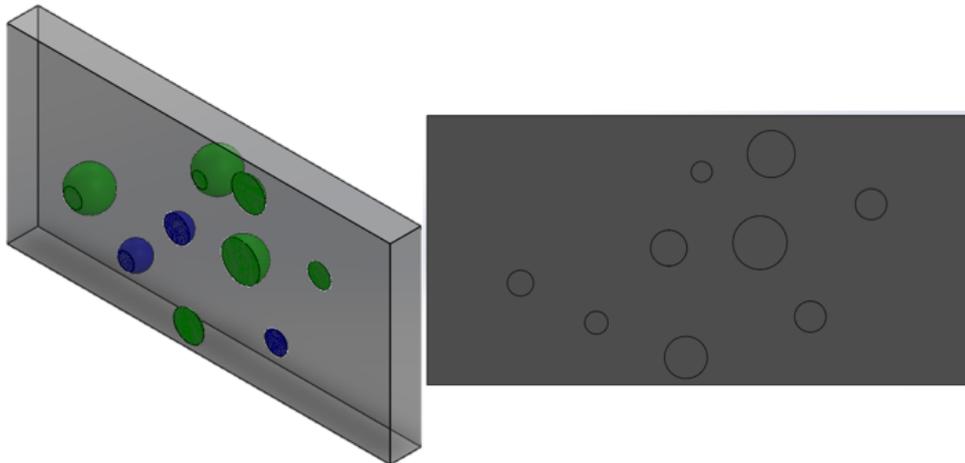


Figura 88 - Corte aplicado em amostra gerando diferentes tamanhos de nódulos para análise
Fonte: Autoria própria

As Figura 89 e Figura 90 apresentam, em frames, o comportamento da trinca da análise A12 para os materiais M1 e M2 respectivamente. Para esta análise, ambos os materiais tiveram novamente comportamento semelhante. Nota-se que, inicialmente, a trinca tem seu comportamento pouco alterado pelo grupo de nódulos menores. Entretanto, à medida que se aproxima do nódulo de maior diâmetro, a trinca tem seu comportamento alterado. No frame d), para ambas as figuras, é possível verificar que após ter se propagado no nódulo, a trinca assume crescimento em direção à raiz do dente.

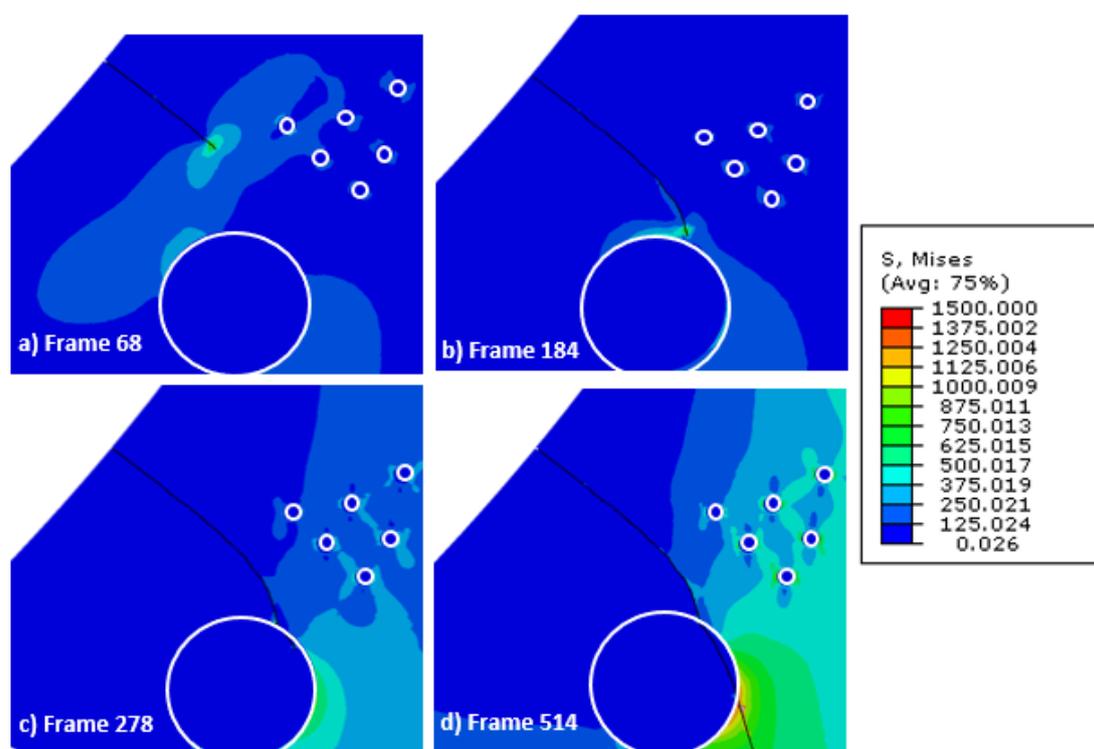


Figura 89 – Comportamento da trinca para a análise A12, material M1
Fonte: Autoria própria

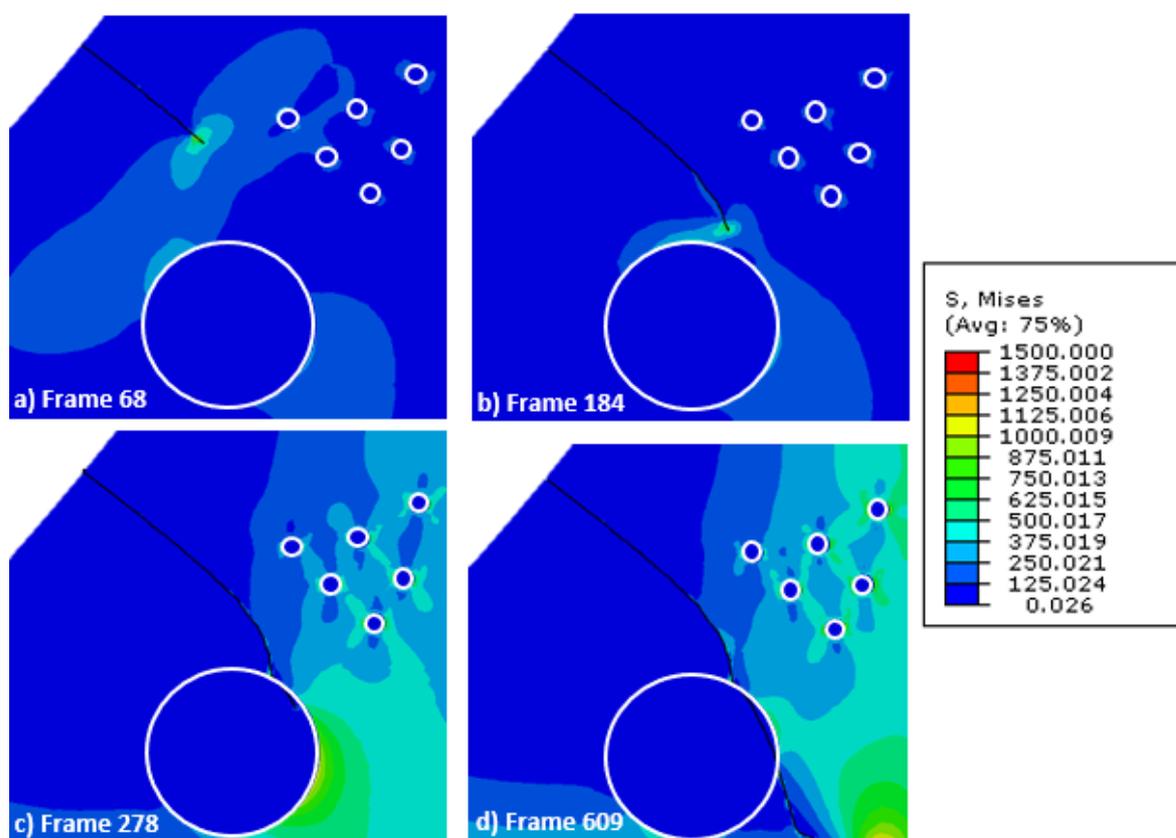


Figura 90 – Comportamento da trinca para a análise A12, material M2
Fonte: Autoria própria

4.3 MODELO NUMÉRICO SEM TRINCA INICIAL

Buscando entender a influência do critério de nucleação de trincas neste modelo, foram realizadas algumas análises sem uma trinca inicial. Para este caso, sem a partição criada para representar a trinca inicial, uma malha do tipo estrutural pode ser utilizada no submodelo. O restante da metodologia de análise se mantém, conforme apresentado nas Seções 3.1 e 3.2.

Para este tipo de análise, conforme apresentado na Eq. (16), ocorrerá a nucleação da trinca quando a tensão atingida no modelo for equivalente ao valor de tensão indicado pelo usuário no critério de nucleação da trinca.

Inicialmente foi considerado a utilização da tensão limite de escoamento do material, porém, a tensão resultante não gera a nucleação da trinca. Visando não alterar as condições de força aplicadas no modelo, definiu-se utilizar outro parâmetro para o critério de nucleação.

Uma segunda abordagem é utilizar a tensão máxima obtida na raiz (que é equivalente a $\sigma_{\max} = 351 \text{ MPa}$). Um limitador nesta análise foi o tamanho de malha utilizado. Durante análises iniciais, foi possível perceber que vários elementos de malha atingiam o valor de tensão estipulado pelo usuário, gerando várias trincas na superfície da raiz do dente. Este resultado pode ser minimizado aumentando a quantidade de elementos na malha, porém o computador utilizado para as análises não possui capacidade suficiente para atingir tal objetivo de refino. Optou-se, desta forma, reduzir este valor até atingir um limite permissível para o qual ocorresse a nucleação da trinca.

Utilizando um valor equivalente igual a $350,3 \text{ MPa}$ para a nucleação da trinca, é possível gerar uma única trinca, conforme mostra a Figura 91. É possível perceber em a), na Figura 91 que a trinca nucleou um pouco acima do ponto de tensão máxima para o primeiro *step*, ponto este utilizado nas análises da Seção 4.1. Um segundo *step* foi aplicado a este modelo, para verificar a propagação da trinca que para este modelo sem nódulos, se propaga com direção do ângulo de propagação muito próximo a zero.

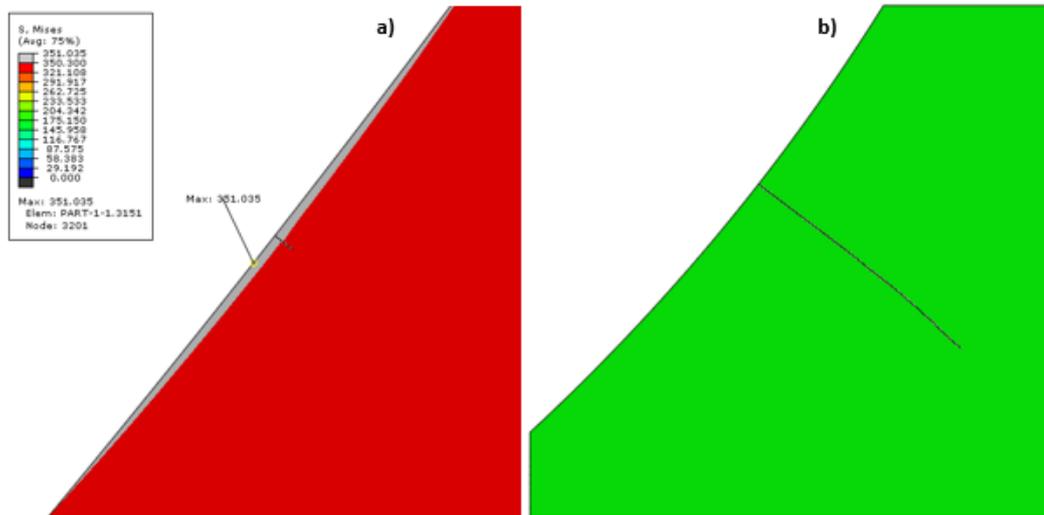


Figura 91 - a) Nucleação da trinca no primeiro *step* e b) propagação da trinca no segundo *step*
Fonte: Autoria própria

Algumas análises foram realizadas com a presença de alguns nódulos, para observar a nucleação e depois propagação da trinca para estes casos. As Figura 92 e Figura 93 apresentam estas análises.

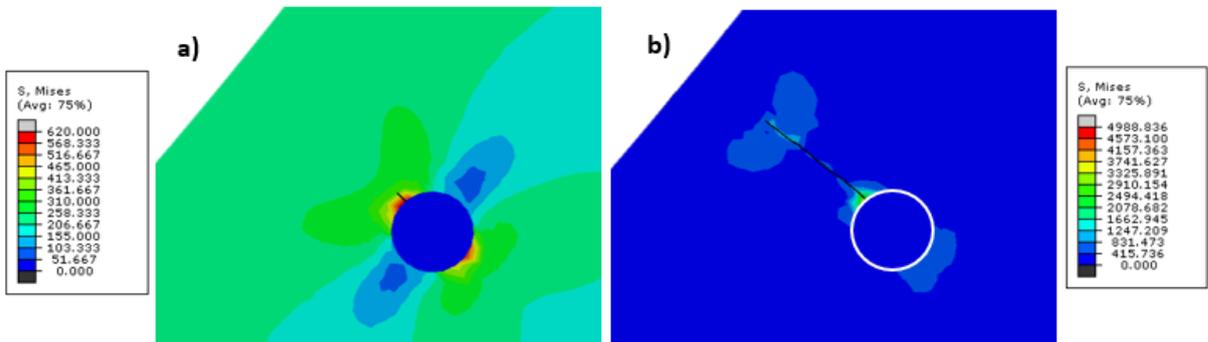


Figura 92 - Nucleação (a) e propagação (b) de trinca na presença de um nódulo de $16 \mu\text{m}$
Fonte: Autoria própria

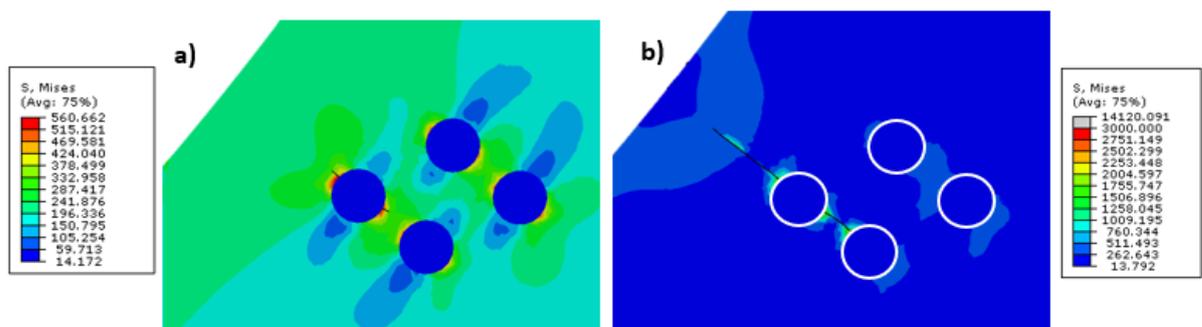


Figura 93 - Nucleação (a) e propagação (b) de trinca na presença de quatro nódulos de $16 \mu\text{m}$
Fonte: Autoria própria

Análises numéricas em dentes de ECDR fabricadas em ADI na presença de nódulos de grafita realizadas por Gans et al. (2013) e Bru (2015) mostram que estes nódulos atuam como concentradores de tensão. Portanto, é esperado que a nucleação da trinca ocorra na interface entre matriz e nódulo.

Na Figura 92, é possível visualizar que a trinca nucleia e posteriormente se propaga na face do nódulo mais próximo da superfície. Este mesmo comportamento foi observado para a Figura 93. Conforme visto anteriormente, Concli (2018) também encontrou este efeito em análises experimentais de fadigas (Figura 32). A trinca nucleava na interface matriz-nódulo, devido ao alto fator de intensidade de tensões nessa região e, posteriormente, crescia em direção à superfície.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Buscar compreender de que maneira os elementos e componentes de um material influenciam seu desempenho pode ser extremamente útil para projetistas e *designers* mecânicos durante a seleção de um material. Não somente a configuração dos elementos de liga de um material, mas sim os tratamentos térmicos envolvidos, bem como métodos de conformação podem gerar diferentes propriedades mecânicas para um mesmo grupo de materiais.

O trabalho atual usa a ferramenta XFEM do *Abaqus* para a análise de crescimento de trincas em ECDR de materiais fabricados em ADI. O método alternativo a esse, usado anteriormente por Lazzaron (2016) faz uso do método da integral de contorno para a modelagem do crescimento de trincas. A grande desvantagem deste método em relação ao XFEM é a necessidade de realizar o *remeshing* na ponta da trinca, visto que a análise não é realizada de maneira automatizada, como apresentado no XFEM.

A modelagem geométrica realizada em trabalhos anteriores para ECDR foi de grande importância neste estudo, visto que, devido a parametrização realizada entre *Solidworks* e *Excel* é possível gerar rapidamente diferentes tipos de engrenagem.

Desta forma, foi possível propor uma validação para o crescimento de trincas na raiz de ECDR. Utilizando como referência trabalhos de outros pesquisadores, foi possível validar qualitativamente o modelo de propagação de trincas proposto.

Com a validação apresentada, foi possível analisar o comportamento da trinca na presença de nódulos de grafita, um dos principais objetos deste estudo. É sabido que os nódulos atuam como concentradores de tensão em ferros fundidos nodulares, mas buscar entender o comportamento destes elementos pode ser extremamente relevante para projetistas mecânicos.

Durante as análises realizadas, buscou-se entender qual dos fatores apresentados acaba tendo mais influência na direção da trinca: tamanho, posição ou quantidade. Para o primeiro grupo de análise, é possível perceber que nódulos de 128 μm acabam influenciando diretamente o crescimento da trinca, enquanto que nódulos menores a este até influenciam a direção da trinca (como verificado para o nódulo de 64 μm), mas não fazem com que haja a mudança de direção.

Para o segundo grupo de análises é possível perceber a influência da posição da ponta da trinca em relação ao nódulo. Analisando estes resultados comparativamente com o grupo 1, percebe-se que todos os nódulos tiveram influência direta na direção de propagação de trinca. Para o nódulo de $16\ \mu\text{m}$ houve mudança na direção de propagação da trinca e para os nódulos maiores a trinca propagou-se dentro do próprio nódulo.

O terceiro grupo de análises usa uma quantidade maior de nódulos para verificar a influência do campo de tensões gerado por estes nódulos na propagação da trinca. Foi possível observar que, para as análises realizadas, a quantidade não teve interferência direta no crescimento da trinca. O comportamento para os dois tamanhos de nódulos desse grupo foi muito semelhante aos resultados gerados com a presença de um nódulo apenas.

O quarto e último grupo de análises apresentou duas abordagens diferentes, de maneira a entender agora como a disposição aleatória dos nódulos acaba afetando a propagação. Foi possível verificar que novamente o tamanho do nódulo acaba sendo um dos fatores mais importantes na propagação da trinca, bem como nódulos posicionados próximos à região de direção normal da trinca.

As análises de variação da magnitude e posição da carga ao longo do flanco do dente, e análises sem a inserção de uma trinca inicial no modelo foram realizadas como maneira a complementar o estudo realizado com os nódulos.

Foi possível perceber que, dependendo da posição da carga aplicada, a tensão máxima acaba tendo uma variação em sua posição na raiz do dente. Em conjunto com as análises com a presença de nódulos, onde foi visto que as trincas iniciam-se na interface nódulo/matriz, é possível perceber que estes elementos podem acabar influenciando a nucleação de uma trinca em uma engrenagem, ou seja, podem nuclear trincas em posições diferentes na raiz do dente, e não necessariamente no ponto de maior tensão com carregamento no ponto HPSTC.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com o modelo numérico validado para propagação de trincas, é possível aperfeiçoar o modelo proposto neste trabalho para outras análises a serem realizadas em trabalhos futuros. Algumas delas são:

- Realizar uma análise 3D, mais realista devido ao processo de inclusão do nódulo não se tratar de um cilindro;
- Criar um modelo matemático de pós-processamento dos resultados obtidos no *Abaqus*, tendo como principal objetivo a obtenção dos fatores de intensidade de tensão. O XFEM possui esta opção apenas para trincas estacionárias simuladas em modelos tridimensionais. Analisar o comportamento desta variável conforme a trinca se propaga é de grande relevância neste campo de estudos;
- Realizar análises experimentais em ferros fundidos nodulares, como, por exemplo, ensaios para obtenção da taxa de liberação de energia e ensaios de fadiga para obtenção das constantes c_3 e c_4 ;
- Aperfeiçoar o modelo numérico proposto para análise de fadiga: utilizar inicialmente uma geometria mais simples, para compreender o efeito das variáveis propostas pelo *Abaqus* e, posteriormente, realizar a análise para uma engrenagem;
- Melhorar a modelagem da interface de contato entre matriz e nódulos de grafita para aperfeiçoamento do modelo atual, com objetivo de provocar o “descolamento” do nódulo de grafita em relação à matriz, comportamento esse encontrado em análises experimentais para ferro fundido nodular;
- Criar o par correspondente do pinhão (coroa), inserir no *Abaqus* e realizar simulações de um par de dentes em contato, de maneira a analisar a propagação da trinca sujeita a diferentes esforços em diferentes posições.

REFERÊNCIAS

- ABAQUS. **Abaqus Analysis User's Guide**. 2014. Disponível em: <<http://abaqus.software.polimi.it/v6.14/index.html>>. Acesso em: 12 jun. 2018.
- ANDERSON, Ted L. **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications**. 3. ed. Boca Raton: CRC Press, 2005. 640 p.
- ASTM. **E399-17: Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness K_{Ic} of Metallic materials**. West Conshohocken: ASTM International, 2017.
- BARBOSA, J. A. C. **Simulação numérica do fraturamento hidráulico pelo método estendido dos elementos finitos**. 2017. 83 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.
- BELYTSCHKO, T.; BLACK, T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. **International Journal For Numerical Methods In Engineering**, [s.l.], v. 45, n. 5, p.601-620, 20 jun. 1999. Wiley. [http://dx.doi.org/10.1002/\(sici\)1097-0207\(19990620\)45:53.0.co;2-s](http://dx.doi.org/10.1002/(sici)1097-0207(19990620)45:53.0.co;2-s).
- BRU, L. B. W. **Uso do método dos elementos finitos no estudo das tensões de flexão em engrenagens de ferro fundido**. 2015. 85 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2015.
- CAMPBELL, F. C. **Elements of Metallurgy and Engineering Alloys**. Materials Park: ASM International, 2008. 672 p.
- CHAPETTI, M. D. High-cycle fatigue of austempered ductile iron (ADI). **International Journal Of Fatigue**, [s.l.], v. 29, n. 5, p.860-868, maio 2007. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2006.09.005>.
- CHEN, Y. et al. Propagation path and failure behavior analysis of cracked gears under different initial angles. **Mechanical Systems And Signal Processing**, [s.l.], v. 110, p.90-109, set. 2018. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2018.03.033>.
- CHENG, C.; VUORINEN, J. J. Study on the Fatigue Properties of Austempered Ductile Irons. **Advanced Materials Research**, [s.l.], v. 4-5, p.227-232, out. 1997. Trans Tech Publications. <http://dx.doi.org/10.4028/www.scientific.net/amr.4-5.227>.

CHIAVERINI, V. **Aços e Ferros Fundidos**. 7. ed. São Paulo: Associação Brasileira de Metais, 1996. 550 p.

CHRYSAFOPOULOS, D. **Stress Intensity Factors for Fatigue Crack Growth Analysis**. 2014. 88 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Estrutural, Delft University Of Technology, Delft, 2014.

CISILINO, A. P.; ITURRIOZ, I.; ORTIZ, J. E. Modelado De Los Mecanismos De Interacción Y Coalescencia De Microfisuras En Adi Utilizando Los Métodos De Los Elementos De Contorno Y De Los Elementos Discretos. **Mecánica Computacional**, Santa Fe, v. 21, n. 14, p.1295-1305, out. 2002.

COCCO, V. di; IACOVIELLO, F. Ductile cast irons: Microstructure influence on the damaging micromechanisms in overloaded fatigue cracks. **Engineering Failure Analysis**, [s.l.], v. 82, p.340-349, dez. 2017. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfailanal.2017.06.039>.

CONCLI, F. Austempered Ductile Iron (ADI) for gears: Contact and bending fatigue behavior. **Procedia Structural Integrity**, [s.l.], v. 8, p.14-23, 2018. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.prostr.2017.12.003>.

CURÀ, F.; MURA, A.; ROSSO, C. Crack propagation behavior in planet gears. **Procedia Structural Integrity**, [s.l.], v. 2, p.3610-3616, 2016. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.prostr.2016.06.450>.

CURÀ, F.; MURA, A.; ROSSO, C. Investigation about crack propagation paths in thin rim gears. **Frattura Ed Integrità Strutturale**, [s.l.], v. 8, n. 30, p.446-453, 9 set. 2014. Gruppo Italiano Frattura. <http://dx.doi.org/10.3221/igf-esis.30.54>.

DAHLBERG, M. Fatigue crack propagation in nodular graphite cast iron. **International Journal Of Cast Metals Research**, [s.l.], v. 17, n. 1, p.29-37, jan. 2004. Maney Publishing. <http://dx.doi.org/10.1179/136404604225012398>.

ELDWAIB, K. A. et al. Fatigue life estimation of CCT specimen using XFEM. **Structural Integrity And Life**. Belgrado, p. 151-156. jan. 2017.

FERREIRA, M. A. C. **Mixed mode crack propagation**: Numerical and Experimental Study. 2017. 109 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade do Porto, Porto, 2017.

GANS, L. H. A. et al. Numerical Analysis of the Influence of Graphite Nodule Size on the Pitting Resistance of Austempered. **Advanced Materials Research**, [s.l.], v. 1120-1121, p.763-772, jul. 2015.

GIGLIOTTI, L. **Assessment of the applicability of XFEM in Abaqus for modeling crack growth in rubber**. 2012. 76 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, KTH School Of Engineering Sciences, Estocolmo, 2012.

GRENO, G. L.; OTEGUI, J. L.; BOERI, R. E. Mechanisms of fatigue crack growth in Austempered Ductile Iron. **International Journal Of Fatigue**, [s.l.], v. 21, n. 1, p.35-43, jan. 1999. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/s0142-1123\(98\)00055-3](http://dx.doi.org/10.1016/s0142-1123(98)00055-3).

GRIFFITH, A. A. The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. **Philosophical Transactions Of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, [s.l.], v. 221, n. 582-593, p.163-198, 1 jan. 1921. The Royal Society. <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.1921.0006>.

GUESSER, W. L. **Propriedades Mecânicas dos Ferros Fundidos**. São Paulo: Editora Blucher, 2009. 344 p.

GUESSER, W. L. et al. Austempered Ductile Iron for Gears. **Sae Technical Paper Series**, [s.l.], p.1-10, 2 out. 2012. SAE International. <http://dx.doi.org/10.4271/2012-36-0305>.

HEDAYATI, E.; VAHEDI, M. Using Extended Finite Element Method for Computation of the Stress Intensity Factor, Crack Growth Si. **World Journal Of Mechanics**, [s.l.], v. 04, n. 01, p.24-30, 2014. Scientific Research Publishing, Inc.,. <http://dx.doi.org/10.4236/wjm.2014.41003>.

HIUNG, F. Z.; QRIMLI, H. F. AI; MORRIS, K. I. Implementation of XFEM in the study of gear crack propagation behaviour using the SIF on different m. **International Journal Of Simulation And Process Modelling**, [s.l.], v. 12, n. 3/4, p.362-368, 2017. Inderscience Publishers. <http://dx.doi.org/10.1504/ijspm.2017.085561>.

IPIÑA, J. E. P. **Mecánica de Fractura**. Buenos Aires: Librería y Editorial Alsina, 2004. 165 p.

JURENKA, J.; SPANIEL, M. Advanced FE model for simulation of pitting crack growth. **Advances In Engineering Software**, [s.l.], v. 72, p.218-225, jun. 2014. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.advengsoft.2013.06.018>.

KIM, Y. et al. Investigation into mechanical properties of austempered ductile cast iron (ADI) in accordance with a. **Materials Letters**, [s.l.], v. 62, n. 3, p.357-360, fev. 2008. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.matlet.2007.05.028>.

KODA, F. **Estudo da fadiga de contato em engrenagens cilíndricas de dentes retos**. 2009. 187 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

KOVACS, B. V. Austempered Ductile Iron. Fact and fiction. **Modern Casting**, [s.i.], v. 80, p.38-41, mar. 1990.

LAZZARON, J. **Análise Numérica do Crescimento de Trinca Sob Influência de Nódulos de Grafita Submetida à Flexão Pr**. 2016. 118 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

LEFEVRE, J.; HAYRYNEN, K. L. Austempered Materials for Powertrain Applications. **Journal Of Materials Engineering And Performance**, [s.l.], v. 22, n. 7, p.1914-1922, 23 abr. 2013. Springer Nature. <http://dx.doi.org/10.1007/s11665-013-0557-4>.

LEWICKI, D. G. Gear Crack Propagation Path Studies: Guidelines for Ultra-Safe Design. **Annual Forum And Technology Display**. Washington, p. 1-10. maio 2001.

LIU, P. F.; ZHANG, B. J.; ZHENG, J. Y. Finite Element Analysis of Plastic Collapse and Crack Behavior of Steel Pressure Vessels and Piping. **Journal Of Failure Analysis And Prevention**, [s.l.], v. 12, n. 6, p.707-718, 19 out. 2012. Springer Nature. <http://dx.doi.org/10.1007/s11668-012-9623-8>.

MAGALHÃES, L.; SEABRA, J. Teeth Surface Failures in Austempered Ductile Iron (ADI) Gears. **Gears & Transmissions Workshop**, Porto, p.269-285, 5 jun. 2003.

MARROW, T. J.; CETINEL, H. Short fatigue cracks in austempered ductile cast iron (ADI). **Fatigue & Fracture Of Engineering Materials & Structures**, [s.l.], v. 23, n. 5, p.425-434, maio 2000. Wiley. <http://dx.doi.org/10.1046/j.1460-2695.2000.00295.x>.

MARTINEZ, J. A. B. **Comparação da resistência ao desgaste por fadiga de contato de engrenagens fabricadas em aço AISI 41**. 2011. 122 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

MAZZO, N. **Engrenagens Cilíndricas: Da concepção à fabricação**. São Paulo: Editora Blucher, 2013. 838 p.

MELSON, J. H. **Fatigue Crack Growth Analysis with Finite Element Methods and a Monte Carlo Simulation**. 2014. 160 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Virginia Polytechnic Institute And State University, Blacksburg, 2014.

MILLER, P. A. **Numerical Simulation of Out-of-plane Distortion Fatigue Crack Growth in Bridge Girders**. 2014. 106 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Colorado State University, Fort Collins, 2014.

MIRANDA, A. C. de O. **Propagação de Trincas por Fadiga em Geometrias 2D Complexas sob Cargas Cíclicas Variáveis**. 2003. 106 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

MOES, N.; DOLBOW, J.; BELYTSCHKO, T. A finite element method for crack growth without remeshing. **International Journal For Numerical Methods In Engineering**, [s.l.], v. 46, n. 1, p.131-150, 10 set. 1999. Wiley. [http://dx.doi.org/10.1002/\(sici\)1097-0207\(19990910\)46:13.0.co;2-j](http://dx.doi.org/10.1002/(sici)1097-0207(19990910)46:13.0.co;2-j).

MOLATEFI, H.; NAJAFIAN, S.; MOZAFARI, H. Fracture mechanics of planetary gear set by using extended finite element method-linear elastic frac. **Australian Journal Of Mechanical Engineering**, [s.l.], v. 13, n. 2, p.87-96, jan. 2015. Informa UK Limited. <http://dx.doi.org/10.7158/m13-077.2015.13.2>.

MULLINS, J. D. **Ductile Iron Data for Design Engineers**. Montreal: Rio Tinto Iron & Titanium, Inc., 1990.

MURARO, M. A.; REISDORFER JUNIOR, U. **Estudo da distribuição de tensão ao longo da linha de contato em transmissões que utilizam engrenage**. 2010. 295 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

NGUYEN, Q.; PARK, S.; NGUYEN, T. Characterization of Crack Growth in BGA Under Drop Impact. **Volume 1: Advanced Packaging; Emerging Technologies; Modeling and Simulation; Multi-Physics Based Reliability**, [s.l.], p.1-8, 16 jul. 2013. ASME. <http://dx.doi.org/10.1115/ipack2013-73110>.

NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas: Uma abordagem integrada**. 4. ed. Porto Alegre: Editora Bookman, 2013. 1030 p.

OSHER, S.; SETHIAN, J. A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. **Journal Of Computational Physics**, [s.l.], v. 79, n. 1, p.12-49, nov. 1988. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991\(88\)90002-2](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991(88)90002-2).

PARIS, P. C.; GOMEZ, M. P.; ANDERSON, W. E. A Rational Analytic Theory of Fatigue. **The Trend In Engineering**, [s.i.], v. 13, p.9-14, 1961.

PUTATUNDA, S. K. Development of austempered ductile cast iron (ADI) with simultaneous high yield strength and fracture. **Materials Science And Engineering: A**, [s.l.], v. 315, n. 1-2, p.70-80, set. 2001. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/s0921-5093\(01\)01210-2](http://dx.doi.org/10.1016/s0921-5093(01)01210-2).

QIZHOU, C.; BOKANG, W. Recent development of ductile cast iron production technology in China. **China Foundry**, Wuhan, v. 5, n. 2, p.82-91, 2008.

QUADROS, P. M. S. de. **Análise da Influência de Parâmetros Geométricos nas Tensões de Flexão de Engrenagens Cilíndricas** de. 2015. 78 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

REDDY, J. N. **An Introduction to the Finite Element Method**. 3. ed. Nova York: Mcgraw-hill, 2006.

SAKAI, M.; GOTO, Y.; INAGAKI, M. Fracture Toughness of Graphite Materials. **Journal Of The Ceramic Association, Japan**, [s.l.], v. 94, n. 1085, p.163-168, 1986. Ceramic Society of Japan. <http://dx.doi.org/10.2109/jcersj1950.94.163>.

SCHIJVE, J. **Fatigue of Structures and Materials**. 2. ed. [s.i.]: Springer Netherlands, 2009. 623 p.

SHAHANI, A. R.; NEJADI, M. M. Investigation on the mechanical properties and fracture toughness of graphite. **Fatigue & Fracture Of Engineering Materials &**

Structures, [s.l.], v. 38, n. 10, p.1209-1218, 29 mar. 2015.

Wiley. <http://dx.doi.org/10.1111/ffe.12300>.

SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. **Projeto de Engenharia Mecânica**. 7. ed. Porto Alegre: Editora Bookman, 2005. 960 p.

STOKES, B.; GAO, N.; REED, P. A. S. Effects of graphite nodules on crack growth behaviour of austempered ductile iron. **Materials Science And Engineering: A**, [s.l.], v. 445-446, p.374-385, fev. 2007. Elsevier

BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.msea.2006.09.058>.

SUJAKHU, S. et al. On the fatigue damage micromechanisms in Si-solution-strengthened spheroidal graphite cast iron. **Fatigue & Fracture Of Engineering Materials & Structures**, [s.l.], v. 41, n. 3, p.625-641, 3 out. 2017.

Wiley. <http://dx.doi.org/10.1111/ffe.12723>.

TARTERA, J.; PRADO, J. M.; PUJOL, À. Wear and Fatigue Properties of Austempered Ductile Iron. **Advanced Materials Research**, [s.l.], v. 4-5, p.251-258, out. 1997. Trans Tech

Publications. <http://dx.doi.org/10.4028/www.scientific.net/amr.4-5.251>.

ZHANG, J. et al. Microstructure and mechanical properties of austempered ductile iron with different strength grades. **Materials Letters**, [s.l.], v. 119, p.47-50, mar. 2014. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.matlet.2013.12.086>.

ZHANG, Y.; XIAO, Z.; LUO, J. Fatigue crack growth investigation on offshore pipelines with three-dimensional interacting cracks. **Geoscience Frontiers**, [s.l.], v. 9, n. 6, p.1689-1697, nov. 2018. Elsevier

BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.gsf.2017.09.011>.

APÊNDICE A – MÉTODO GEOMÉTRICO PARA OBTENÇÃO DE h_f E s_f

Para obtenção da espessura do dente medida no ponto crítico s_f e da altura da parábola de Lewis h_f , um método geométrico foi proposto por Broghamer & Dolan (1942). Para a determinação dessas variáveis, apresenta-se a seguir o passo a passo, utilizando como referência a Figura 94.

- 1) Através do dente, desenhar a linha OP na direção do ângulo de carregamento e normal a superfície do dente até interceptar a linha de centro BG ;
- 2) No ponto O desenhar a linha OC perpendicular à linha BG ;
- 3) Desenhar a linha AB com uma de suas extremidades tangente a curva trocoidal da raiz do dente e a outra coincidente com a linha de centro BG ;
- 4) Adicionar a relação de igualdade no comprimento das retas que compõem AB , ou seja, $BC = CA$. Assim, A é o ponto de tangência entre a curva da raiz do dente e a parábola de Lewis. Logo, desenhando AA' tem-se uma linha que une os dois pontos críticos.

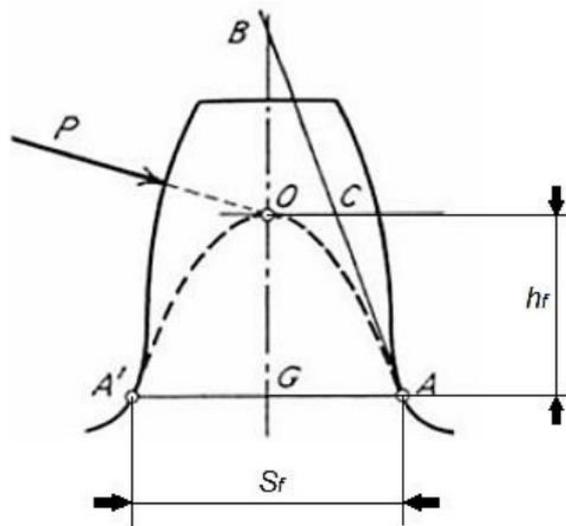


Figura 94 - Método geométrico para obtenção do h_f e s_f
 Fonte: (BROGHAMER & DOLAN, 1942) *apud* (QUADROS, 2015)

APÊNDICE B – ANÁLISE DE FADIGA UTILIZANDO O XFEM NO ABAQUS

1 INTRODUÇÃO

Este relatório tem como objetivo apresentar uma pequena introdução e uma metodologia inicial para geração de resultados de propagação de trincas sob fadiga utilizando o XFEM no *Abaqus*.

Visto que análises neste tema utilizando a formulação apresentada no *Abaqus* é raro de se encontrar na literatura, foi decidido apresentar aqui a metodologia utilizada que pode ser útil para o desenvolvimento de trabalhos futuros. Além disso, alguns resultados foram gerados com a metodologia proposta, mas o objetivo final não foi atingido.

O trabalho está separado em fundamentação teórica, que discorre sobre alguns assuntos relevantes no estudo de fadiga e crescimento de trincas sob fadiga. Posteriormente a isso uma metodologia inicial para realização desta análise foi proposta, com explicação de alguns parâmetros utilizados como dados de entrada no *software*. Por fim, resultados gerados utilizando um artigo com geometria mais simples foi apresentado, bem como discussões sobre possíveis problemas de análise.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os primeiros estudos realizados referente a falhas por fadiga tiveram início no século XIX. Junto ao desenvolvimento das ferrovias, observou-se a falha em componentes ferroviários que estavam sujeitos a cargas repetidas. Devido ao fato de os esforços terem intensidade que, sob condições estáticas não produziram problemas, concluiu-se que as falhas eram uma consequência da natureza cíclica das cargas (IPIÑA, 2004). Surgiu, portanto, a necessidade de aprofundar o estudo nessa área, de maneira a compreender o comportamento destes esforços no crescimento da trinca nos componentes mecânicos

2.1 LEI DE PARIS

O comportamento do crescimento da trinca em um material pode ser analisado pelo conceito de similaridade. Este conceito sugere que as condições na ponta da trinca são definidas somente por um parâmetro de carregamento, como é o caso do fator de intensidade de tensões.

Considerando uma trinca em crescimento sujeita a uma faixa de amplitude constante de tensões (Figura 95). Uma zona plástica cíclica forma-se na região da ponta da trinca, ao mesmo passo que essa trinca em crescimento afasta-se do rastro de deformação plástica (*plastic wake*). Caso a zona plástica seja suficientemente pequena e esteja embutida na região da zona de singularidade elástica, as condições para crescimento da trinca na ponta são definidas somente pelo valor de K , enquanto a taxa de crescimento da trinca será caracterizada pelo intervalo K_{\min} e K_{\max} (ANDERSON, 2005).

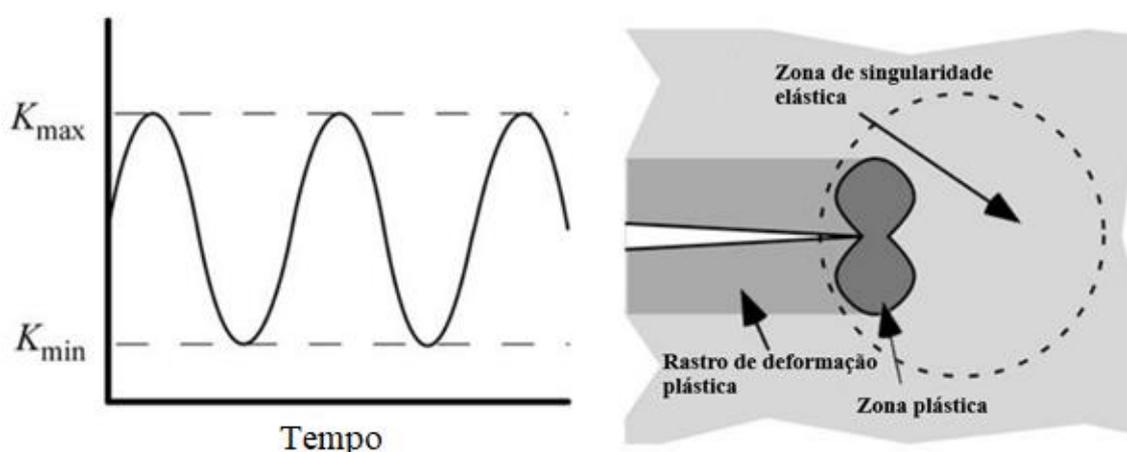


Figura 95 - Amplitude constante para propagação de trincas sob fadiga

Fonte: Adaptado de (ANDERSON, 2005)

Paul Paris, em seu trabalho, propôs uma teoria para a propagação da trinca. Ele propôs que o fator de intensidade de tensões K é o parâmetro a ser considerado para análise do efeito do carregamento e geometria no corpo. Como os carregamentos variam, e a geometria da peça muda com o crescimento da trinca, os valores obtidos em K refletem os efeitos destas mudanças na ponta da trinca. A propagação da trinca por ciclos de carregamento é dada por (PARIS, GOMEZ, & ANDERSON, 1961):

$$\frac{\Delta(2a)}{\Delta N} = f(K_{m\acute{a}x}, R), \quad (26)$$

onde R é a razão entre os carregamentos $K_{m\acute{i}n}$ e $K_{m\acute{a}x}$ durante um ciclo.

Para provar sua teoria, Paris examinou resultados obtidos na época por diversos autores. Os pesquisadores mediram a taxa de crescimento da trinca em relação ao carregamento para ligas de alumínio em modelos com configuração padrão. Estes resultados foram compilados e representados em um gráfico, conforme mostra a Figura 96.

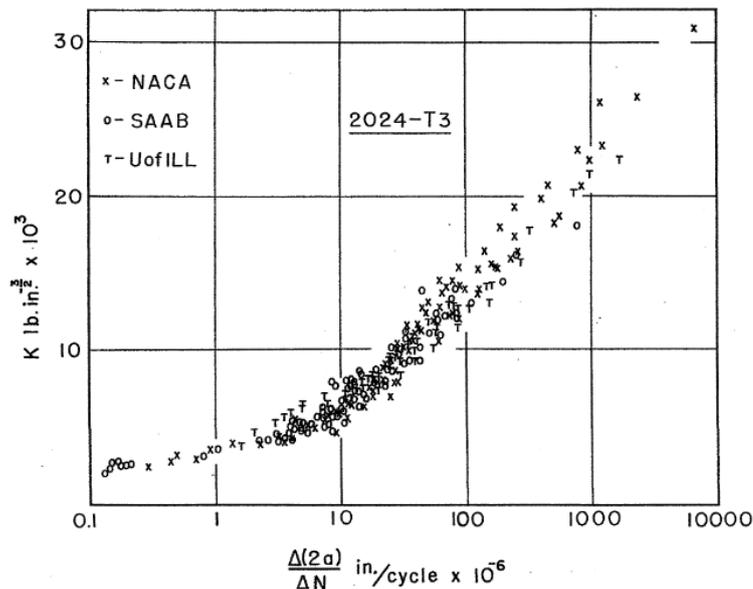


Figura 96 - Taxa de crescimento da trinca para liga de alumínio 2024-T3
Fonte: (PARIS, GOMEZ, & ANDERSON, 1961)

A análise realizada posteriormente considerou que cada valor de a tinha o seu diferencial correspondente da/dN . Além disso, como o valor de a é crescente conforme o tempo, foram determinados também os valores de ΔK . A partir disso, foi criado um gráfico em escala bilogárítmica da velocidade do crescimento da trinca

(da/dN) versus o ΔK aplicado. A Figura 97 apresenta o comportamento do crescimento da trinca por fadiga em materiais metálicos.

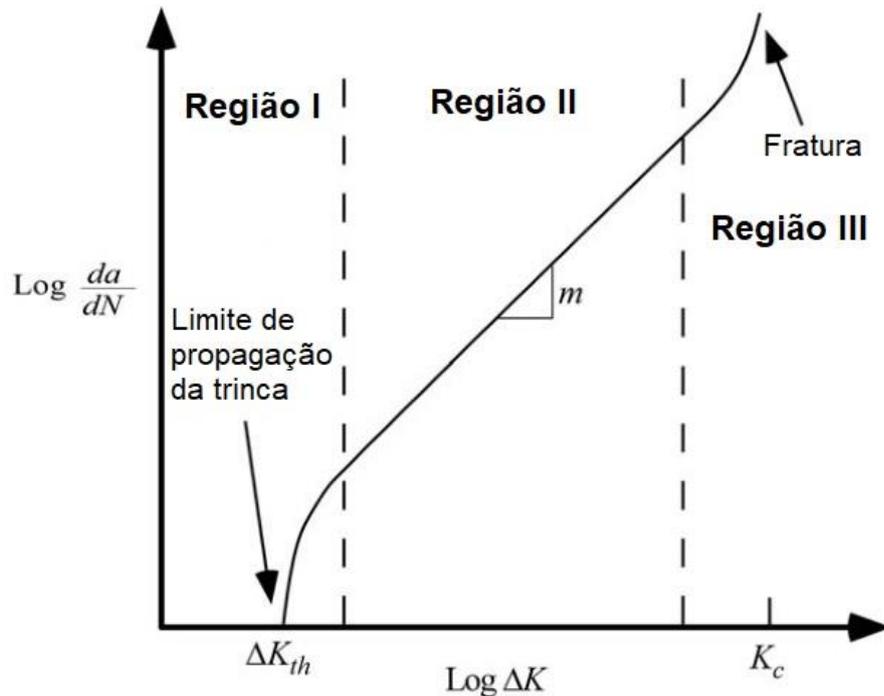


Figura 97 - Comportamento comum do crescimento da trinca por fadiga em materiais metálicos

Fonte: Adaptado de (ANDERSON, 2005)

É possível identificar três regiões diferentes na curva sigmoideal apresentada na Figura 97. A Região I mostra que os valores de da/dN são iguais a zero próximo a um valor limite de propagação de trincas, este valor que é caracterizado por um fator de intensidade de tensões limiar (ΔK_{th}). Ou seja, para valores de ΔK menores que o limite ΔK_{th} , os carregamentos não causam danos à peça trincada e a trinca não se propaga.

Para a Região II existe uma relação bilogarítmica entre da/dN e ΔK . Esta relação pode ser descrita por uma equação de potência, conforme proposta por Paris:

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^m, \quad (27)$$

onde C e m são constantes que podem ser obtidas experimentalmente. O parâmetro C representa o coeficiente linear do trecho reto da curva, e o coeficiente m representa o coeficiente angular. A Eq. 27 também é conhecida como Lei de Paris. É interessante observar aqui que a taxa de crescimento da trinca por fadiga é dependente somente

de ΔK e, nesta etapa, tanto a carga aplicada para a abertura da trinca quanto a tenacidade do material K_c tem pouca influência nessa região (MIRANDA, 2003).

A Região III divide opiniões entre pesquisadores: um grupo acredita que ocorre um aumento na taxa do crescimento da trinca à medida que $K_{m\acute{a}x}$ atinge o valor de K_c (tensão de tenacidade do material). Neste caso, uma superposição de mecanismos de propagação já ocorre e as condições de plasticidade em pequena escala já estão presentes. Um outro viés acredita que o aparente crescimento da taxa de da/dN não é real, mas ocorre devido à influência da plasticidade na ponta da trinca como a força motriz na fadiga. Sendo assim, para valores elevados de $K_{m\acute{a}x}$, o método de fratura linear elástica não é mais válido, sendo necessário utilizar um novo parâmetro, denominado por ΔJ (integral de contorno para carregamentos cíclicos ou integral J) para a caracterização da fadiga (ANDERSON, 2005).

O efeito da plasticidade excessiva durante a fadiga pode violar o conceito de similaridade na ponta da trinca. Portanto, alguns pesquisadores aplicaram o conceito de integral J para fadiga em conjunto com tensão limite em alta escala, resultando em uma equação do crescimento da trinca na seguinte forma:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta J, R). \quad (28)$$

2.2 EFEITO DA RAZÃO DE CARREGAMENTOS PARA A CURVA DE PARIS

Conforme apresentado na Eq. (26), a razão de carregamentos R é um dos parâmetros que influencia o modelo de propagação da trinca proposto por Paris. A Figura 98 mostra as curvas de Paris para o material da matriz de ADI utilizado neste trabalho para dois diferentes valores de R .

É possível notar que, à medida que o R aumenta, a tendência geral é diminuir o valor de ΔK_{th} . Consequentemente, os valores das constantes C e m da Lei de Paris também diferem para o mesmo material dependendo da razão de carregamento cíclica adotada. A Tabela 11 apresenta a diferença dos valores das constantes obtidos para as razões apresentadas na Figura 98.

Tabela 11 - Valores das constantes da lei de Paris para diferentes valores de R

Parâmetros	ΔK_{th}	C	m
$R = 0,1$	5,4 MPa \sqrt{m}	$0,94 \cdot 10^{-8}$	2,9
$R = 0,5$	4,3 MPa \sqrt{m}	$1 \cdot 10^{-8}$	3,2

Fonte: Adaptado de (Kuna, Springmann, Mädler, Hübner, & Pusch, 2005)

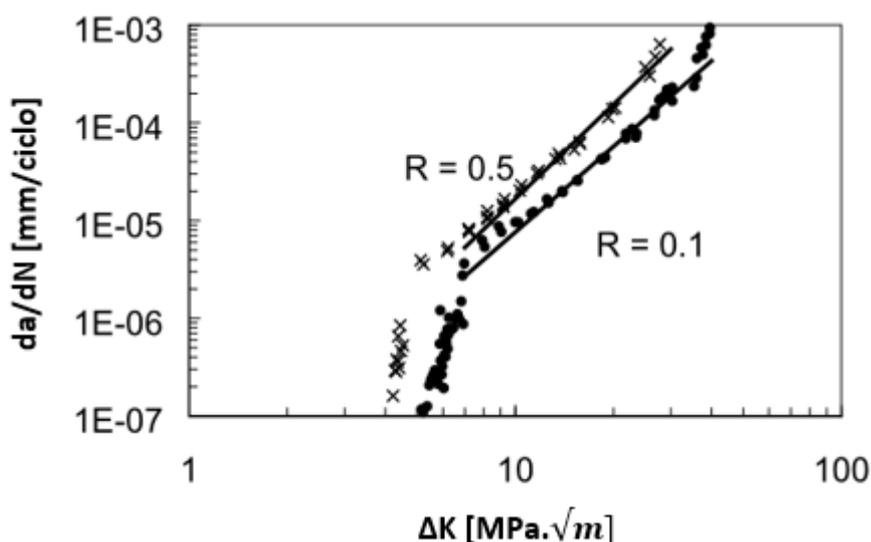


Figura 98 - Curvas da lei de Paris para diferentes valores de R
 Fonte: Adaptado de (Kuna, Springmann, Mädler, Hübner, & Pusch, 2005)

2.3 ANÁLISE DE FADIGA PARA O ABAQUS

Para a análise de fadiga, faz-se uso do modelo matemático utilizado nos princípios da mecânica da fratura linear elástica em conjunto com nós fantasmas, conforme apresentado na Seção 2.3.4.3.

Assim como o método dos elementos coesivos, as funções assintóticas na ponta da trinca não são consideradas, fazendo uso apenas da função *Heaviside*. A taxa de liberação de energia na ponta da trinca é calculada baseada no método VCCT (*Virtual Crack Closure Technique*) modificado. Este método é principalmente utilizado para modelagem de delaminação ao longo de uma superfície conhecida e parcialmente unida (*bonded*) (ABAQUS, 2014).

A análise de fadiga é realizada em conjunto com a abordagem de ciclo direto no *Abaqus*. Visto que o custo computacional para simular o crescimento progressivo de dano em um material para um número alto de ciclos é extremamente caro (excetuando modelos mais simples), a vida em fadiga em análises numéricas envolve modelar a

resposta de uma estrutura sujeita a uma pequena fração do carregamento real. Esta resposta é então extrapolada para um número alto de ciclos utilizando equações empíricas, como a relação de Coffin-Manson.

A propagação de uma trinca para uma análise de fadiga é caracterizada utilizando a lei de Paris modificada, porém, utilizando o conceito de energia crítica de fratura, conforme visto na Figura 99.

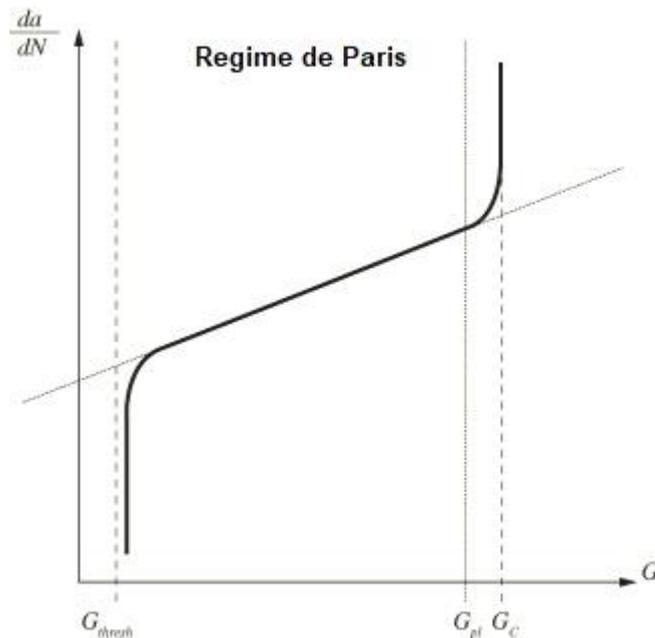


Figura 99 - Crescimento de trinca em fadiga regida pela lei de Paris modificada
 Fonte: (ABAQUS, 2014)

O regime de Paris modificado é compreendido pela região entre o limite da taxa de liberação de energia, G_{thresh} e o limite superior da taxa de liberação de energia G_{pl} . As razões entre $\frac{G_{thresh}}{G_c}$ e $\frac{G_{pl}}{G_c}$ podem ser definidas pelo usuário, entretanto, o manual do usuário do *Abaqus* (Capítulo 11.4.3) define que os valores padrão correspondem a:

$$\frac{G_{thresh}}{G_c} = 0,01; \quad (29)$$

$$\frac{G_{pl}}{G_c} = 0,85. \quad (30)$$

O critério de nucleação da trinca, para uma análise de fadiga, é caracterizado por ΔG , que se trata da taxa relativa de energia crítica de fratura quando a estrutura

está carregada pelos seus valores mínimos e máximos. O critério de nucleação de trinca para fadiga é definido a seguir:

$$f_2 = \frac{N}{c_1 \Delta G^{c_2}} \geq 1; \quad (31)$$

onde c_1 e c_2 são constantes do material e N é o número de ciclos.

Uma vez que o critério de nucleação da trinca é satisfeito, a taxa de crescimento da trinca $\frac{da}{dN}$ pode ser calculada tendo como base a taxa relativa de energia crítica de fratura, ΔG . A taxa de crescimento de trinca é determinada pelo regime de Paris modificado se $G_{thresh} < G_{máx} < G_{pl}$:

$$\frac{da}{dN} = c_3 \Delta G^{c_4}, \quad (32)$$

onde c_3 e c_4 são constantes do material. Nota-se a semelhança da Eq. (32) com a Eq. (27), com a diferença que a primeira leva em consideração a energia crítica de fratura, enquanto a segunda utiliza o fator de intensidade de tensão.

Ao final do ciclo N , a rotina do *software Abaqus* aumenta o comprimento da trinca, a_N , a partir do ciclo atual ao longo de um número incremental de ciclos, ΔN para $a_{N+\Delta N}$ pelo fissuramento de pelo menos um elemento na interface. Dadas as constantes c_3 e c_4 , combinadas com o espaçamento conhecido entre nós $\Delta a_{N_j} = a_{N+\Delta N} - a_N$ nos elementos enriquecidos na ponta da trinca, o número de ciclos necessários para falhar em cada interface de elemento na ponta da trinca pode ser calculado como ΔN_j , onde j representa o nó na j -ésima ponta da trinca. A análise é realizada de maneira a fissurar pelo menos um elemento de interface depois do ciclo ter sido estabilizado. Após a trinca ter crescido, o carregamento é redistribuído e uma nova taxa energia crítica de fratura deve ser calculada para a interface dos elementos da ponta da trinca do próximo ciclo. Esta capacidade do software permite com que pelo menos uma interface de elemento seja partida após cada ciclo estabilizado e descreve exatamente o número de ciclos necessários para gerar o crescimento de trinca por fadiga para o determinado comprimento (ABAQUS, 2014).

3 METODOLOGIA

Para a análise de fadiga, caso a trinca inicial não tenha sido definida, o critério de nucleação da trinca deve ser utilizado para a geração de uma trinca inicial no modelo.

A próxima etapa consiste na utilização de um critério de propagação da trinca a partir de uma propriedade de interação. No módulo *Interaction Properties*, seleciona-se o tipo *Contact* e depois *Mechanical* > *Fracture Criterion*. Conforme apresentado no Capítulo 2, para análise de fadiga o método VCCT modificado é utilizado.

A Figura 100 apresenta a janela para configuração dos parâmetros. A configuração foi definida para direção da propagação da trinca. Para análise de fadiga, não é possível selecionar apenas um modo de propagação, conforme visto na Figura 9. Desta forma, o mesmo valor da taxa de liberação de energia foi determinado para os Modos II e III.

Após configurado este critério, é necessário ativá-lo dentro da propriedade de contato para propagação de trinca para o XFEM, conforme mostra a Figura 101.

Name: IntProp-1

Contact Property Options

Fracture Criterion

Mechanical Thermal Electrical

Fracture Criterion

Type: VCCT

Direction of crack growth relative to local 1-direction: Maximum tangential stress

Note: Crack growth direction is applicable only for enriched region in Abaqus/Standard

Mixed mode behavior: BK

Tolerance: 0.2

Viscosity: 1E-005

Specify tolerance for unstable crack propagation:

Default Specify value: []

Benzeggagh-Kenane

Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Critical energy release rate			Exponent
Mode I	Mode II	Mode III	n
0.011	0.011	0.011	1

Figura 100 - Definição de parâmetros para propagação da trinca em análise de fadiga
Fonte: Autoria própria

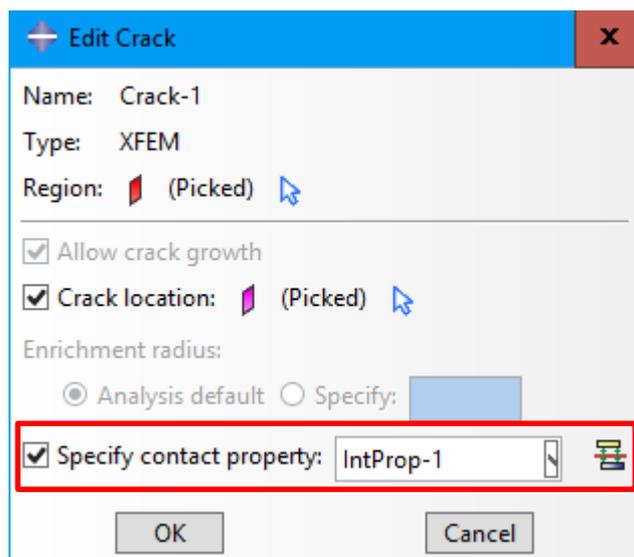


Figura 101 - Inserção da propriedade de contato para o XFEM
Fonte: Autoria própria

Para análise cíclica, é necessário mudar as definições de *Step*. No módulo *Step*, seleciona-se o procedimento do tipo *Direct cyclic*. Na aba *Incrementation*, se faz necessário realizar alguns comentários acerca dos parâmetros utilizados (Figura 102).

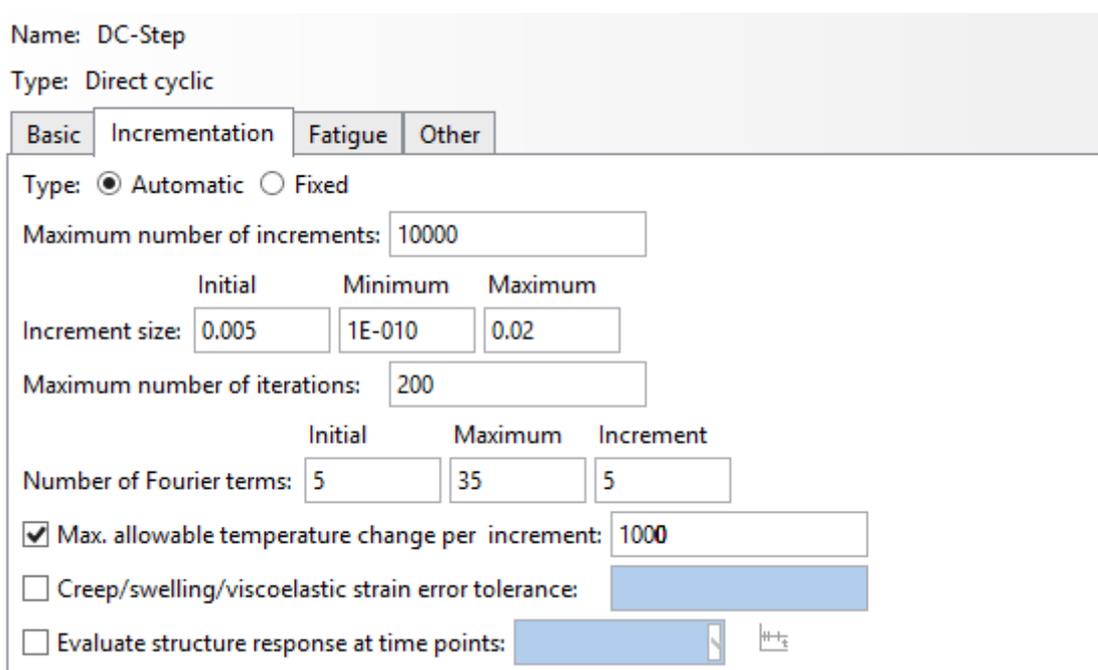


Figura 102 - Configurações para *step* cíclico na aba *Incrementation*
Fonte: Autoria própria

É necessário um número de ciclos de carregamento repetitivos para que a resposta de uma estrutura elastoplástica leve a um estado de tensão-deformação constante, onde cada ciclo sucessivo tenha comportamento semelhante ao anterior

(ABAQUS, 2014). Para este trabalho, definiu-se 200 iterações no máximo, para uma estrutura elástica considerando apenas o efeito da temperatura (que neste caso, definiu-se o valor padrão de 1000).

Para o cálculo iterativo da resposta cíclica estabilizada da estrutura, o *software* utiliza uma série de Fourier em combinação com integração no tempo. O número de termos de Fourier necessários para uma análise depende do tipo do carregamento bem como da variação da resposta da estrutura sujeita a estes carregamentos no mesmo período. Um número maior de termos de Fourier aumenta a acurácia da análise, porém, resulta em um maior tempo computacional bem como uso maior de armazenamento do computador. Para a análise em questão, definiu-se o número inicial de termos igual a 5 e o máximo igual a 35.

Para análise de fadiga, é necessário marcar como ativado o campo *Include low-cycle fatigue analysis* na aba *Fatigue*, conforme Figura 103.

The image shows a screenshot of the Abaqus software interface for configuring a cyclic step. The window title is 'Name: DC-Step' and the type is 'Direct cyclic'. There are four tabs: 'Basic', 'Incrementation', 'Fatigue', and 'Other'. The 'Fatigue' tab is active. A checkbox labeled 'Include low-cycle fatigue analysis' is checked. Below this, there is a section for 'Forward Damage Extrapolation'. It contains two input fields for 'Cycle increment size' with 'Minimum' set to 10 and 'Maximum' set to 100. There are two radio buttons for 'Maximum number of cycles': 'Default (51)' and 'Value: 10000', with the latter being selected. At the bottom, there is an input field for 'Damage extrapolation tolerance' set to 1.

Figura 103 - Configurações na aba *Fatigue* para o *step* cíclico
Fonte: Autoria própria

Nesta aba, é possível definir os valores de extrapolação da variável de dano D , bem como o número máximo de ciclos na qual a estrutura será analisada. Conforme visto no Capítulo 2 deste Anexo B, o critério de nucleação do dano é definido pela Eq. (31). Quando este critério é satisfeito para qualquer ponto do material no fim de um ciclo estabilizado, N , o *Abaqus* extrapola a variável de dano D_N do ciclo atual para o próximo incremento de tempo em um número de ciclos ΔN (ABAQUS, 2014). O próximo estado de dano, $D_{N+\Delta N}$ é dado por:

$$D_{N+\Delta N} = D_N + \frac{\Delta N}{L} c_3 \Delta w^{c_4}, \quad (33)$$

onde L é o comprimento característico associado com um ponto de integração e Δw é a histerese inelástica de energia acumulada para cada ciclo. Foram definidos valores iguais a 10 e 100 como mínimo e máximo para o tamanho de incremento do ciclo, de maneira a obter uma resposta com acurácia maior. Para o número máximo de ciclos, foi definido 10^4 para comportamento do material dentro deste intervalo. A tolerância para extrapolação de dano foi utilizada como padrão.

Faz-se necessário também a criação de uma amplitude para o carregamento da análise. Para o modelo desta análise, foi definida uma amplitude do tipo pulsante, conforme apresentado na Figura 104.

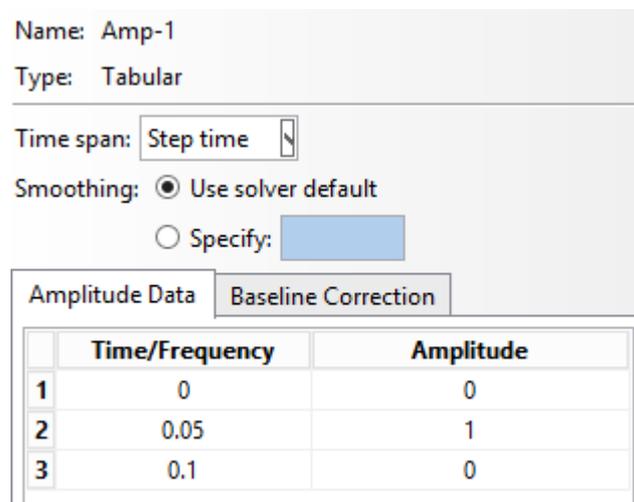


Figura 104 - Amplitude criada para o carregamento na análise de fadiga
Fonte: Autoria própria

A última etapa consiste na inclusão dos critérios de fadiga para nucleação e propagação da trinca conforme apresentado no Capítulo 2 deste Anexo B. A adição destes critérios no *Abaqus* não está disponível na linguagem *CAE*, sendo necessário incluí-los diretamente na análise. Desta forma, clica-se com o botão direito do mouse na árvore de modelos do *Abaqus* para o modelo em questão, e seleciona-se a opção *Edit Keywords*. Logo após o campo *Surface Behavior*, com as características definidas para propagação da trinca, alguns parâmetros são incluídos conforme sintaxe apresentada a seguir:

FRACTURE CRITERION, TYPE=FATIGUE, MIXED MODE BEHAVIOR=BK

$$c_1, c_2, c_3, c_4, G_{thresh} / G_c, G_{pl} / G_c, G_{Ic}, G_{IIc} \quad (34)$$

$$G_{IIIc}, \eta, \theta, f_v$$

Na Eq. (34), η representa o expoente para o cálculo da taxa de liberação de energia para a equação de potência BK de Benzeggagh e Kenane (1996), θ o valor da temperatura e f_v representa uma função para a qual mais variáveis podem ser incluídas para análise.

Os valores para c_1 e c_2 são obtidos experimentalmente e não foram encontrados na literatura os valores correspondentes a essas constantes. Dessa forma, foram escolhidos os valores padrão determinados pelo *Abaqus*. Os valores de $\frac{G_{thresh}}{G_c}$ e $\frac{G_{pl}}{G_c}$ também foram escolhidos como padrão, conforme apresentado nas Eq. (29) e Eq. (30). A Eq. (32) apresenta os valores das constantes c_3 e c_4 . É possível notar a semelhança dessa equação com a equação da Lei de Paris, conforme visto na Eq. (27). É possível relacionar estes parâmetros com a relação proposta na Eq. (25). Este equacionamento é apresentado no Apêndice C. Portanto, tem-se que:

$$c_3 = cE^{\frac{m}{2}}; \quad (35)$$

$$c_4 = \frac{m}{2}. \quad (36)$$

Kuna et al. (2005) apresentam os valores das constantes C e m para o ADI, para $R=0,1$. A Tabela 12 apresenta os valores destas constantes, bem como das constantes necessárias a serem utilizadas pelo *Abaqus*.

Tabela 12 - Constantes C e m obtidas experimentalmente

Referência	Parâmetros da Lei de Paris		Parâmetros do Abaqus	
	$\frac{da}{dN} = C\Delta K^m$		c_3	c_4
	C	m		
	$\frac{m}{\text{ciclo} \cdot \text{MPa} \cdot \sqrt{m}}$	-	-	-
Kuna et al., 2005	0,94E-08	2,9	3,6E-04	1,45

Fonte: (Kuna, Springmann, Mädler, Hübner, & Pusch, 2005)

Desta forma, a Figura 105 apresenta os valores destas constantes e propriedades inseridas na janela de *Keywords* do modelo, conforme sintaxe apresentada na Eq. (34).

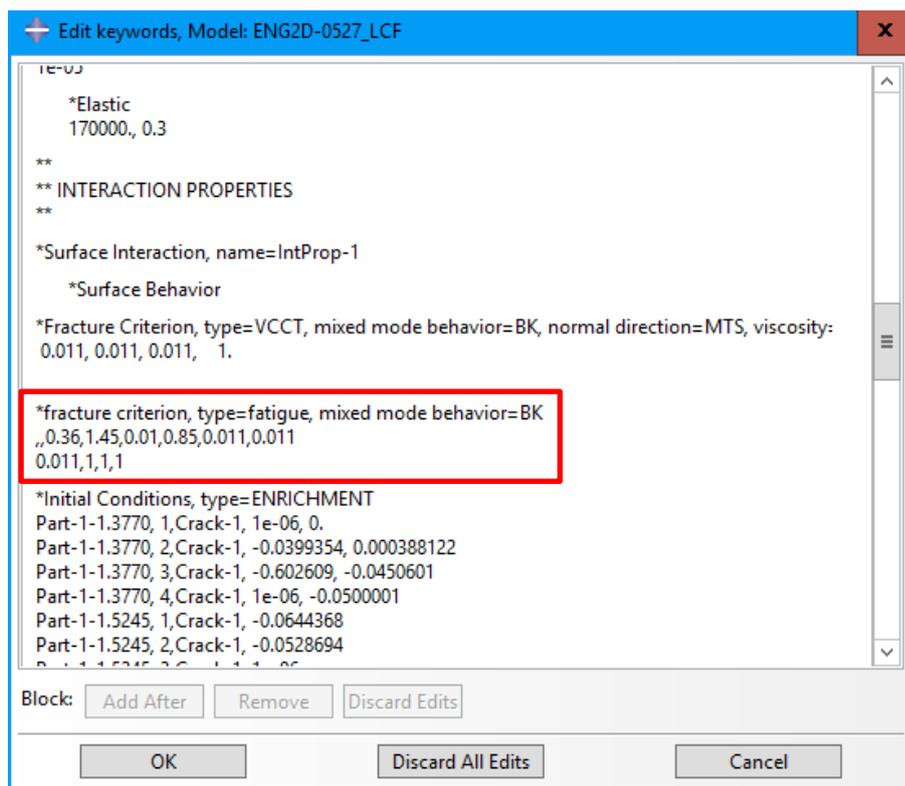


Figura 105 - Inserção de parâmetros de nucleação e propagação da trinca para análise de fadiga

Fonte: Autoria própria

4 RESULTADOS

Análises iniciais foram realizadas no modelo simplificado de ECDR 2D apresentado na Figura 45, utilizando a metodologia apresentada anteriormente. Porém, muitas dificuldades foram encontradas de maneira que os resultados gerados não eram satisfatórios.

Os principais problemas encontrados se davam pelo campo de tensões negativo ou de magnitude muito elevada, não representando corretamente a física do problema. Em outras análises, ocorria a análise cíclica, mas não ocorria a propagação da trinca, mesmo para análises com ciclos na escala de 10^3 . Desta forma, foi pesquisado na literatura trabalhos similares de maneira a entender os problemas enfrentados.

Um dos principais trabalhos encontrados nesta área foi o trabalho de Hedayati e Vahedi (2014). Os autores utilizaram o XFEM para simulações de crescimento de trincas em análises estáticas e de fadiga para uma liga de alumínio. A Figura 106 apresenta uma representação esquemática do modelo utilizado pelos autores para análise. A placa tem dimensões $w = 20mm$, $H = 200mm$ e espessura $e = 6mm$. A trinca inicial $2a$ foi posicionada no centro do modelo, com $a = 2,5mm$ e diferentes ângulos de posição inicial da trinca θ foram utilizados. A placa está sujeita a um carregamento na aresta superior que resulta em uma tensão com magnitude de $\sigma_0 = 250MPa$.

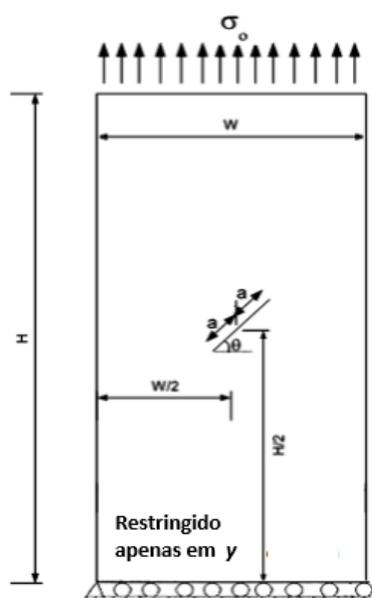


Figura 106 - Representação esquemática do modelo adotado e condições de contorno
Fonte: Adaptado de (Hedayati & Vahedi, 2014)

O trabalho de Hedayati e Vahedi (2014) utiliza os mesmos critérios de nucleação e propagação da trinca utilizados nessa dissertação. Desta forma, essas informações, bem como as propriedades elásticas do material são fornecida pelos autores. Além disso, os valores das constantes da Lei de Paris também são apresentados. Estas informações estão apresentadas na Tabela 13 e foram utilizadas para criação de um modelo no *Abaqus*.

Tabela 13 - Informações da liga de alumínio utilizada por Hedayati e Vahedi (2014)

Módulo de Elasticidade	Coefficiente de Poisson	Tensão principal máxima	Energia crítica de fratura	Constante C da Lei de Paris	Constante m da Lei de Paris
E [GPa]	ν	$\sigma_{máx}^0$ [MPa]	G_c [kN/m]	$\left[\frac{C}{\text{ciclo}(MPa\sqrt{m}^m)} \right]$	m
68	0.33	242	12,367	3,71E-12	4,1098

Fonte: (Hedayati & Vahedi, 2014)

Outra informação a respeito do modelo utilizado pelos autores é o tipo e tamanho do elemento de malha. Em seu trabalho, Hedayati e Vahedi (2014) têm como objetivo para o fator de intensidade de tensão e comprimento da trinca em fadiga comparar resultados teóricos com resultados gerados utilizando o XFEM e com o método convencional (método da integral de contorno, utilizado por Lazzaron (2016)). Visto que o XFEM calcula os valores dos fatores de intensidade de tensão apenas em trincas estacionárias, e que este modo está presente no XFEM apenas para modelos 3D, os autores, portanto, criaram um modelo tridimensional para utilização do XFEM e um modelo bidimensional para utilização do método da integral de contorno.

Para essa dissertação, um modelo tridimensional foi modelado para esta análise comparativa com Hedayati e Vahedi (2014), porém, houveram dificuldades para inserção de uma trinca em um modelo tridimensional. Desta forma, optou-se por utilizar um modelo 2D, com informações de tamanho de malha e tipo dos elementos conforme modelo 2D do trabalho de Hedayati e Vahedi (2014). O tipo de malha utilizado pelos autores e adotado neste trabalho é o CPS4R, e o número de elementos gerados neste trabalho é igual a 8037. Os autores utilizaram uma malha com 5842 elementos, porém, informações a respeito do algoritmo e técnica utilizada para geração de malha não foi informado.

A Figura 107 apresenta o modelo 2D criado no *Abaqus* para realização das análises de fadiga de baixo ciclo. A trinca inicial foi inserida na região central do modelo, nas mesmas condições apresentadas na Figura 106. Para o carregamento, foi utilizado uma carga do tipo deslocamento de 0,73 mm para representar a pressão utilizada por Hedayati e Vahedi (2014).

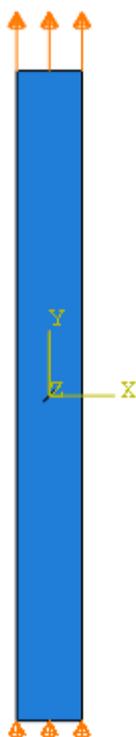


Figura 107 - Modelo 2D criado no *Abaqus* para realização das análises de fadiga de baixo ciclo
Fonte: Autoria própria

Depois de definidas todas as propriedades e características do modelo (conforme Tabela 13), testes foram realizados. Aqui é importante ressaltar que os autores não apresentaram em seu trabalho qual foi o valor de R utilizado no trabalho. Desta forma, para representação dos resultados para essa dissertação, foi definido utilizar $R = 0,1$, visto que essa é a razão adotada pela maioria dos trabalhos em ensaio de fadiga, conforme apresentado na Seção 2.4.2 e 2.4.3 do texto convencional.

A Figura 108 apresenta o estado final do elemento fraturado após o número completo de ciclos. Apesar da análise cíclica ter finalizado, o resultado encontrado para o número de ciclos não foi satisfatório.



Figura 108 - Estado final do elemento fraturado após número completo de ciclos
Fonte: Autoria própria

A Figura 109 apresenta o comportamento das curvas de crescimento de trinca em análise de fadiga realizada por Hedayati e Vahedi (2014). Os autores compararam o resultado teórico (curva em verde) com análises realizadas no XFEM (curva em vermelho) e análise por integral de contorno (curva em azul). Os autores tiveram como objetivo validar os métodos numéricos utilizados e verificar qual é o mais eficiente. O gráfico mostra que a análise realizada em XFEM possui erros mais baixos e, portanto, é mais eficaz para crescimento de trincas em fadiga de baixo ciclo.

O gráfico de $\Delta a/\Delta N$ gerado para este trabalho utilizou as informações geradas pelo *Abaqus*, conforme mostra a Figura 110.

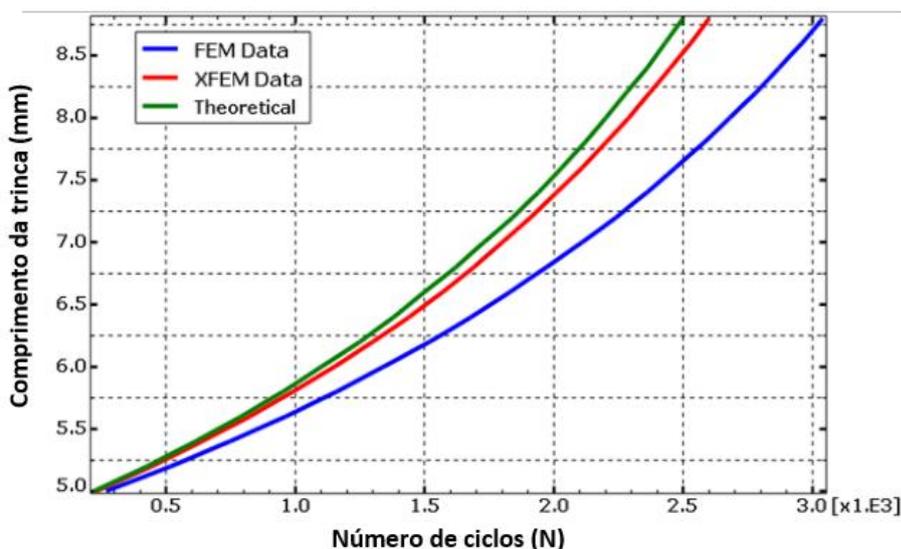


Figura 109 - Curvas do crescimento da trinca para análise de fadiga
Fonte: Adaptado de (Hedayati & Vahedi, 2014)

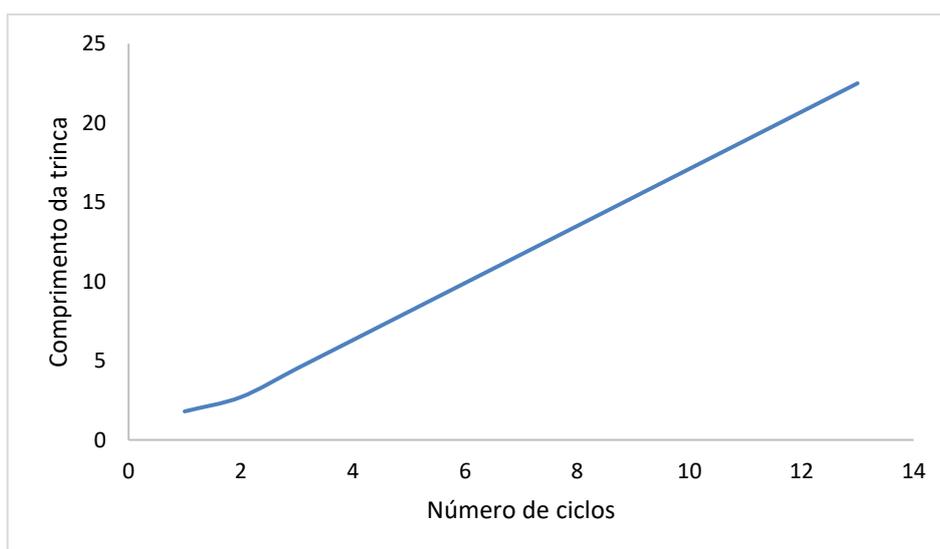


Figura 110 - Comportamento do crescimento da trinca para análise de fadiga
Fonte: Autoria própria

É possível perceber que, apesar do comportamento das curvas para ambos os gráficos das Figura 109 e Figura 110 serem semelhantes, os valores para número de ciclos não são os mesmos. Diversas tentativas de modificação no modelo numérico foram realizadas, mas nenhuma surgiu efeito para a obtenção de uma resposta satisfatória. A seguir, são listados alguns dos pontos que geraram dúvidas e requerem maior atenção para desenvolvimento de trabalhos futuros:

Não foi encontrada na literatura os valores das constantes c_1 e c_2 , referentes à nucleação da trinca. Para a realização das análises apresentadas nesse trabalho, foram definidos os valores padrão para c_1 e c_2 . Sabe-se que estas constantes devem ser obtidas experimentalmente, mas há pouca literatura sobre este assunto, inclusive no próprio manual do usuário do *Abaqus*. Nguyen, Park e Nguyen (2013) apresentaram uma metodologia para obtenção das constantes, porém, uma análise experimental foi realizada em conjunto para validação dessas constantes.

Para as constantes c_3 e c_4 pode ser interessante desenvolver uma relação diferente daquela apresentada no Apêndice C. Conforme visto no trabalho de Melson (2014), é provável que o modelo mais adequado para relacionar estas constantes seja a equação de Walker, visto que esse equacionamento leva em consideração a razão R de carregamentos.

Outro ponto que gerou incertezas nessa análise foi a escolha apropriada do tipo de amplitude a ser utilizada no modelo. O trabalho de Hedayati e Vahedi (2014) não indicou qual foi a amplitude utilizada, ou seja, o valor de R não foi apresentado. Optou-se por utilizar uma amplitude do tipo pulsante para realização das análises, porém, não se tem certeza se este tipo de amplitude é o mais apropriado.

Os parâmetros utilizados no *step* cíclico para tamanho do incremento de ciclo para o fator de extrapolação de dano, bem como o tamanho mínimo do incremento de tempo podem ser outros fatores que acabam fazendo com que o modelo numérico não tenha a convergência conforme esperado. Diversos testes foram realizados de maneira a aumentar a acurácia da solução, seja aumentando o número de iterações, seja aumentando o número de termos de Fourier por análise, porém todas sem sucesso.

Além disso, os parâmetros apresentados nas Eq. (29) e Eq. (30) foram escolhidos valores padrão do *Abaqus*. Estas razões podem ser obtidas mais facilmente com análise experimental.

Visto que existe pouca informação na literatura a respeito da metodologia para análise de fadiga e o manual do usuário do *Abaqus* carece de informações a respeito das constantes a serem inseridas pelo usuário, a metodologia aqui proposta pode

servir como ponto de partida para o desenvolvimento de trabalhos futuros no laboratório e para a universidade.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para as análises realizadas não foi possível obter a convergência do modelo numérico. A importância desta análise é que, tendo as constantes apropriadas e o modelo melhorado, é possível simular uma curva da Lei de Paris com os resultados obtidos no *Abaqus*.

O caminho proposto para esta análise em específico é, inicialmente, realizar ensaios de fadiga em corpos de prova fabricados em ADI. Desta forma, é possível obter as constantes da Lei de Paris, bem como outras relações utilizadas pelo *Abaqus* que são obtidas somente em análises experimentais. A grande vantagem dessa ferramenta é que, tendo como referência o ensaio experimental, é possível validar a propagação de trinca em ensaio de fadiga em um modelo geométrico simples no *Abaqus* para, posteriormente, realizar análises utilizando geometrias mais complexas, como é o caso da ECDR.

APÊNDICE C – RELAÇÃO ENTRE AS CONSTANTES DA LEI DE PARIS

Uma pesquisa de literatura foi utilizada para obter uma relação entre as constantes da Lei de Paris com as constantes para análise de fadiga no *Abaqus*.

Os trabalhos de dissertação de Chrysafopoulos (2014), Miller (2014) e Ferreira (2017) apresentaram que as constantes c_3 e c_4 possuem uma relação direta com C e m da Lei de Paris. Visto que há uma diferença conceitual entre as Eq. (27) (Lei de Paris) e Eq. (32) (taxa de crescimento da trinca), essa metodologia não foi adotada neste trabalho.

Melson (2014), em sua dissertação de mestrado, apresenta uma metodologia mais plausível. Em seu trabalho, o autor apresenta uma relação entre a equação de Walker e a taxa de crescimento da trinca (Eq. (32)) do *Abaqus*. A equação de Walker é dada por:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_0}{(1-R)^{m(1-\gamma)}} (\Delta K)^m; \quad (37)$$

onde C_0 e γ são constantes do modelo de propagação de trincas sob fadiga de Walker. Nota-se a semelhança da Eq. (37) com a Lei de Paris.

Para criar uma relação entre as constantes, Melson (2014) utilizou a seguinte equação:

$$G = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G} K_{III}^2. \quad (38)$$

Assumindo $K_{III} = 0$ e $K_{II} \ll K_I$, a Eq. (38) resulta na Eq. (25) (Seção 3.2 do texto convencional) apresentada neste trabalho.

Sendo assim, para facilitar o entendimento, as equações a serem usadas no desenvolvimento da relação serão apresentadas novamente. A equação para taxa do crescimento da trinca é dada por:

$$\frac{da}{dN} = c_3 \Delta G^{c_4}. \quad (39)$$

A equação da Lei de Paris é representada por:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m. \quad (40)$$

Utilizando a Eq. (25), é possível relacionar as Eq. (39) e Eq. (40). Elevando todos os termos da Eq. (40) em base logarítmica, tem-se o seguinte desenvolvimento:

$$\begin{aligned}\log\left(\frac{da}{dN}\right) &= \log(C) + \log(\Delta K^m) \\ \log\left(\frac{da}{dN}\right) &= \log(C) + m \log(\Delta K) \\ \log\left(\frac{da}{dN}\right) &= \log(C) + m \log((\Delta G E')^{1/2}) \\ \log\left(\frac{da}{dN}\right) &= \log(C) + \left(\frac{m}{2} \log(\Delta G)\right) + \left(\frac{m}{2} \log(E')\right)\end{aligned}\quad (41)$$

Aplicando a exponencial em ambos os lados:

$$\frac{da}{dN} = C (E'^{m/2}) (\Delta G^{m/2}).$$

Relacionando a Eq. (39) e Eq. (41), obtém-se que:

$$c_3 = C E'^{m/2}; \quad (42)$$

$$c_4 = \frac{m}{2}. \quad (43)$$

Aqui vale ressaltar que o valor de c_4 obtido no trabalho de Melson (2014) é idêntico ao obtido neste desenvolvimento. O valor de c_3 difere-se justamente por causa do modelo de crescimento de trincas utilizado em cada um dos trabalhos.