

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

JOSYLEINE APARECIDA BENTO DA SILVA

**OBJETOS DE APRENDIZAGEM APLICADOS AO ENSINO DA TRIGONOMETRIA:  
REVELANDO ELEMENTOS A PARTIR DO MOVIMENTO HISTÓRICO E LÓGICO.**

CURITIBA

2018

JOSYLEINE APARECIDA BENTO DA SILVA

**OBJETOS DE APRENDIZAGEM APLICADOS AO ENSINO DA TRIGONOMETRIA:  
REVELANDO ELEMENTOS A PARTIR DO MOVIMENTO HISTÓRICO E LÓGICO.**

Dissertação de mestrado apresentada para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Área de concentração: Ensino

Orientadora: Prof(a). Dr(a). Maria Lucia Panossian.

CURITIBA

2018

## TERMO DE LICENCIAMENTO

Esta Dissertação e o seu respectivo Produto Educacional estão licenciados sob uma Licença Creative Commons atribuição uso não-comercial/compartilhamento sob a mesma licença 4.0 Brasil. Para ver uma cópia desta licença, visite o endereço <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> ou envie uma carta para Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California 94105, USA.



---

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Silva, Josyleine Aparecida Bento da

Objetos de Aprendizagem aplicados ao ensino da trigonometria: revelando elementos a partir do movimento histórico e lógico / Josyleine Aparecida Bento da Silva -- 2018.

1 arquivo texto (123f.): PDF; 2,0 MB

Disponível também via World Wide Web.

Texto em português com resumo em inglês.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica, Curitiba, 2018.

Bibliografia: f. 117-123.

1. Trigonometria – Estudo e ensino. 2. Tecnologia da Informação. 3. Matemática - Filosofia. 4. Ciência – Estudo e ensino – Dissertações. I. Panossian, Maria Lúcia oriet. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica. III. Título.

CDD: Ed. 22 -- 507.2



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação

## TERMO DE APROVAÇÃO DE DISSERTAÇÃO Nº 19 /2018

A Dissertação de Mestrado intitulada “**OBJETOS DE APRENDIZAGEM APLICADOS AO ENSINO DA TRIGONOMETRIA: REVELANDO ELEMENTOS A PARTIR DO MOVIMENTO HISTÓRICO E LÓGICO**”, defendida em sessão pública pela candidata **Josyleine Aparecida Bento da Silva**, no dia 12 de dezembro de 2018, foi julgada para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, área de concentração ensino, aprendizagem e mediações, e aprovada em sua forma final, pelo Programa Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica.

BANCA EXAMINADORA:

Prof(a): Maria Lucia Panossian - UTFPR

Prof. Dr. Marcelo Souza Motta - UTFPR

Prof(a). Dr(a). Maria do Carmo Sousa – UFSCar

A via original deste documento encontra-se arquivada na Secretaria do Programa, contendo a assinatura da Coordenação após a entrega da versão corrigida do trabalho.

Curitiba, 12 de dezembro de 2018.

Carimbo e Assinatura do Coordenador do Programa

*As máquinas “pensantes” invadirão os mais diversos campos da atividade intelectual do homem mas continuarão sendo apenas meio material dessa atividade teórica. O homem transferirá para a máquina um número cada vez maior de funções por ele exercidas no processo de pensamento, reservando-se uma única função: o próprio pensamento como meio de representação da realidade mediante abstrações. Ele desenvolverá esta última função valendo-se de todos os meios, inclusive das chamadas máquinas pensantes.*  
(KOPNIN, 1978, p. 140)

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar quero agradecer ao Nosso Deus Pai, por abençoar a minha escolha de cursar e conseguir concluir esse mestrado, uma relevante etapa da vida acadêmica.

Ao meu esposo Darci, que sempre esteve ao meu lado, me apoiando em todos os momentos, principalmente quando diante das dificuldades, da falta de motivação, você foi o meu ombro consolador, que dava-me forças para seguir adiante.

Aos meus filhos Lucas e Caroline, meus maiores tesouros, pela compreensão da necessidade da ajuda extra nos afazeres de casa, e principalmente pela ausência da vossa mãe nos eventos habituais de nossa família. Em especial a você minha Carol, que contribuiu para a tradução em inglês do resumo dessa pesquisa e a programação do Objeto de Aprendizagem apresentado como o Produto Educacional desta dissertação.

Aos meus pais, que mesmo dentro de suas limitações, sempre me incentivaram a continuar estudando.

Agradeço a oportunidade de aprender juntos dos meus colegas de mestrado, em especial o meu grupo de estudos GETHC e as colegas de mestrado, Ana Paula, Flávia e Taniele, que tanto colaboraram para o aprendizado e progresso do meu conhecimento.

A todos os professores do PPGFCET, que cada qual no seu modo especial, contribuíram para o meu aperfeiçoamento intelectual e profissional como docente.

Aos professores Maria do Carmo Sousa e Marcelo Souza Motta, por gentilmente aceitarem o convite de fazerem parte da minha banca e, concomitantemente contribuírem para o aprimoramento da minha pesquisa.

Por fim, agradeço imensamente a minha professora e orientadora Maria Lucia Panossian, por ter acreditado no meu projeto, e com todo carinho e paciência ter me conduzido e ajudado de forma atuante a escrevê-lo e concluí-lo.

## Resumo

SILVA, J. A. B. **Objetos de Aprendizagem aplicados ao ensino da trigonometria: revelando elementos a partir do movimento histórico e lógico.** 2018. Dissertação (Mestrado). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

As transformações pelas quais a sociedade vem passando, devido ao acesso às Tecnologias de Informação e Comunicação, repercutem na forma como o ensino é planejado. As Tecnologias de Informação e Comunicação oferecem vários recursos pedagógicos e instrumentos de ensino e aprendizagem. Entre estes instrumentos, se encontram os Objetos de Aprendizagem (OA). Entende-se que a seleção de um Objeto de Aprendizagem pelo professor é tarefa a ser fundamentada teoricamente, para que esse possa contribuir para a construção do conhecimento teórico do estudante. Assim, a presente pesquisa tem por objetivo analisar o conteúdo de OA aplicados ao ensino da trigonometria usando elementos do movimento histórico e lógico. A análise desses elementos se fundamentou nos pressupostos da teoria histórico-cultural, a partir Vigotski e seus seguidores, entre eles Leontiev e Davydov, e de acordo com o estudo do par dialético histórico e lógico, da teoria materialista histórico-dialético de Karl Marx e Friedrich Engels. O estudo do movimento histórico e lógico possibilita ao professor reconhecer os nexos conceituais e a essência de determinada forma de conhecimento em suas etapas de surgimento e desenvolvimento, considerando que o lógico (movimento do pensamento) reflete aspectos históricos relativo às necessidades que culminaram para o surgimento do objeto de conhecimento. Para alcançar o objetivo proposto nesta pesquisa, foram realizadas algumas ações metodológicas, entre elas: estudo de elementos do movimento histórico e lógico do ensino da trigonometria à luz dos pensamentos dos autores estudados na revisão de literatura; seleção e análise de Objetos de Aprendizagem aplicados ao ensino da trigonometria em repositórios na internet, para verificar a presença dos elementos apresentados na etapa anterior, nas situações propostas por esses objetos. As análises realizadas sobre os Objetos de Aprendizagem, revelaram características de condução do pensamento empírico nos estudantes. Em busca de superação de algumas destas características, foi gerado um objeto de aprendizagem como produto educacional com situações que contemplem os nexos conceituais estudados no movimento histórico e lógico e possibilitem ao professor o encaminhamento à formação do pensamento teórico dos estudantes relacionado aos conceitos básicos de trigonometria.

**Palavras chaves:** Objetos de Aprendizagem. Teoria Materialista Histórico-Dialética. Teoria Histórico-Cultural. Par Dialético Histórico e Lógico. Ensino da Trigonometria.

## Abstract

SILVA, J. A. B. **Learning Objects applied to the teaching of trigonometry: revealing elements from the historical and logical movement.** 2018. Dissertation (Mestrado). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

The transformations which society have been through due to access to Information and Communication Technology reverberate in the way which teaching is planned. The Information and Communication Technology offer several pedagogical resources and teaching and learning instruments. Among these, there are the Learning Objects. It's understood that the selection by the teacher of a Learning Object is a task that needs to be theoretically substantiated, so it can contribute to the building of the student's theoretical knowledge. Thus, this current research aims to analyze the LO's content applied at trigonometry teaching using elements from the historical and logical movement. The analyze of these elements has been substantiated in the assumptions of the historical cultural theory, from Vigotsky and his followers, among then Leontiev and Davydov, and according to the study of the dialectical historical and logical pair, from the historical-dialectical materialistic theory of Karl Marx and Friedrich Engels. The study of the historical and logical movement allows the teacher to recognize new conceptual links and the essence of determinated shape of knowledge in it's steps of emergence and development, considering that the logical (movement of thought) reflects historical aspects relations to needs that culminate to the arising of the object of knowledge. To reach the objective proposed in this research, some methodological actions have been done: the study of elements of the historical and logical movement of the trigonometry teaching following the thoughts from the authors studied in the literature review; the selection and analyzes of Learning Objects applied at trigonometry studying in repositories on the internet, to check the presence of the elements presented on the previous step, in the situations proposed by these objects. The analyzes realized on the Learning Objects revealed aspects of conduction of the student's empirical thought. Looking for overcoming some of these aspects, a learning object has been made as an educational product, with situations which contemplate the conceptual links studied in the historical and logical movement and allow the teacher forward the formation of the student's theoretical thought related to the basics concepts from trigonometry.

**Keywords:** Learning Objects. Historical-dialectical materialistic Theory. Historical-cultural Theory. Historical and Logical Dialectical Pair. Teaching of Trigonometry.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – CONTRADIÇÕES: TERCEIRO INCLUÍDO .....	49
FIGURA 2 – TABELA TRIGONOMÉTRICA DE PLIMPTON 322.....	63
FIGURA 3 – CÁLCULO DO SEQT .....	66
FIGURA 4 – REPRESENTAÇÃO DE UM GNÔMON (RELÓGIO SOL) IDEIA DA COTANGENTE E TANGENTE .....	67
FIGURA 5 – TABELA DE SOMBRA EGÍPCIA.....	67
FIGURA 6 – REPRESENTAÇÃO POR HIPARCO, DA CORDA DE UM ARCO.....	70
FIGURA 7– SÍNTESE DO MOVIMENTO HISTÓRICO-LÓGICO DA TRIGONOMETRIA.....	78
FIGURA 8 – NEXOS CONCEITUAIS .....	79
FIGURA 9 – SITUAÇÃO PROBLEMA DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO .....	81
FIGURA 10 – OBJETO DE APRENDIZAGEM - RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS OFERTADO NO REPOSITÓRIO DO BANCO INTERNACIONAL DE OBJETOS EDUCACIONAIS.....	85
FIGURA 11- OBJETO DE APRENDIZAGEM - RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS EM TRIÂNGULOS RETÂNGULOS, OFERTADO NO REPOSITÓRIO DO KHAN ACADEMY .....	86
FIGURA 12 – OBJETO DE APRENDIZAGEM RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS OFERTADO NO REPOSITÓRIO NOAS.....	87
FIGURA 13 – OBJETOS DE APRENDIZAGEM - JOGO DE BILHAR OFERTADO NO REPOSITÓRIO RIVED .....	89
FIGURA 14 – OBJETO DE APRENDIZAGEM - APRENDENDO TRIGONOMETRIA DO REPOSITÓRIO SCRATCH .....	90
FIGURA 15 – OA JOGO DE BILHAR - CONCEITOS FUNDAMENTAIS.....	92
FIGURA 16 – OA JOGO DE BILHAR - FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS .....	93
FIGURA 17 – OA JOGO DE BILHAR – UMA APLICAÇÃO DA TRIGONOMETRIA. 94	
FIGURA 18 – OA JOGO DE BILHAR – PERGUNTA .....	95
FIGURA 19 – OA JOGO DE BILHAR – RESOLUÇÃO DA PERGUNTA.....	96
FIGURA 20 – OA JOGO DE BILHAR – PERGUNTA OPCIONAL.....	97
FIGURA 21 – OA JOGO DE BILHAR – RESOLUÇÃO DA PERGUNTA OPCIONAL .....	98
FIGURA 22 – OA JOGO DE BILHAR – PARABÉNS.....	98
FIGURA 23 – OA JOGO DE BILHAR – RESPOSTA ERRADA.....	99
FIGURA 24 – OA JOGO DE BILHAR – OOPS .....	99
FIGURA 25 – OA JOGO DE BILHAR – PRÓXIMA ETAPA .....	100
FIGURA 26 – OA - RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS EM TRIÂNGULOS	

RETÂNGULOS TELA INICIAL.....	101
FIGURA 27 – OA - RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS EM TRIÂNGULOS RETÂNGULOS MENOR ÂNGULO ATINGIDO PELO OA.....	102
FIGURA 28 – OA - RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS EM TRIÂNGULOS RETÂNGULOS MAIOR ÂNGULO ATINGIDO PELO OA .....	102
FIGURA 29 – OA: O SKATE E A TRIGONOMETRIA.....	105
FIGURA 30 – DIÁLOGO DE APRESENTAÇÃO 1.....	106
FIGURA 31 – CONHECIMENTO DA CORDA DE DOZE NÓS .....	107
FIGURA 32 – EXPLICAÇÃO DO CONCEITO SEQT .....	108
FIGURA 33 – USO DA SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS.....	109

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – QUANTIDADE DE APARIÇÕES DE OA APLICADOS AO ENSINO DA TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO, NOS REPOSITÓRIOS PESQUISADOS .....	91
--	----

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEFET	Centro Educacional Federal Tecnológico
DAMAT	Departamento Acadêmico de Matemática
GPTEM	Grupo de Pesquisa sobre Tecnologias na Educação Matemática
LEC	Laboratório de Estudos Cognitivos
MEC	Ministério da Educação
OA	Objetos de Aprendizagem
PPGECM	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática
PPGFCET	Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica
PUC	Pontifícia Universidade Católica
RIVED	Rede Interativa Virtual de Educação
SEED	Secretaria de Educação a Distância
SEB	Secretaria de Educação Básica
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UEPG	Universidade Estadual de Ponta Grossa
UFRS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UNIJUÍ	Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
<b>2 METODOLOGIA</b>	<b>22</b>
<b>3 A RELEVÂNCIA DO USO DAS TIC NO AMBIENTE ESCOLAR</b>	<b>26</b>
3.1 Objetos de Aprendizagem (OA)	28
3.2 Objeto de Aprendizagem e a Apropriação do Conhecimento	31
<b>4 CONCEITOS DA TEORIA HISTÓRICO- CULTURAL, DA TEORIA DA ATIVIDADE E DOS PRESSUPOSTOS DOS PARES DIALÉTICOS</b>	<b>35</b>
4.1 Teoria Histórico-Cultural no Ensino	35
4.2 Teoria da Atividade e Teoria Criativa	42
4.3 Princípios do Materialismo histórico-Dialético	46
4.4. Estudo dos Pares Dialéticos	54
<b>5 MOVIMENTO HISTÓRICO E LÓGICO DA TRIGONOMETRIA: O RECONHECIMENTO DE NEXOS CONCEITUAIS.</b>	<b>60</b>
5.1 Trigonometria Babilônica	63
5.2 Trigonometria Egípcia	65
5.3 Trigonometria Grega	68
5,4 Trigonometria Hindu	72
5.5 Trigonometria Árabe	73
5.6Trigonometria na Europa	75
5.7 Trigonometria nos dias de hoje	76
5.8 Objetos de Aprendizagem e o movimento histórico e lógico	79
<b>6 APRESENTAÇÃO E ANÁLISES DOS DADOS COLETADOS</b>	<b>83</b>
6.1 Objetos de Aprendizagem Selecionados	84
6.2 Análise dos Objetos de Aprendizagem	91
6.2.1 Jogo de Bilhar, do Repositório RIVED	91
6.2.2 Razões Trigonométricas, do Repositório NOAS	101
6.3 Análise do Produto Educacional – O Skate e a Trigonometria	104
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>111</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>117</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A escolha do tema de pesquisa desta dissertação – OA aplicados ao ensino da trigonometria, é decorrente de fatores que influenciaram o meu aprendizado em trigonometria, no caso, o estado de greve de professores da rede pública enquanto eu cursava o último ano do Ensino Fundamental II. Por não ter aprendido este conteúdo durante o Ensino Fundamental, no primeiro ano do Ensino Médio precisei recorrer aos livros da biblioteca da instituição em que estudava, para aprender de forma autodidata, os conceitos fundamentais da trigonometria. Logo, a escolha do tema deu-se devido as dificuldades apresentadas referente a esse conteúdo durante minha vida escolar, e sua apropriação de forma fragmentada.

Ser professora de Matemática não foi a minha primeira opção acadêmica, e sim ser bacharel em Ciências Econômicas pela Universidade Federal do Paraná (UFPR), profissão que não exerci devido a prioridades pessoais e familiares. Anos depois, decidi-me pela docência em Matemática, obtive a licenciatura em Matemática pelo Programa de Formação de Professores do Centro Federal de Educação Tecnológica (CEFET), em 2002. Em 2004 cursei uma pós-graduação em Ensino da Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC), com trabalho final direcionado ao ensino da trigonometria, concluído no mesmo.

Em 2010 assumi sala de aula como professora de Matemática de Ensino Médio de uma instituição privada. Em 2014 conclui minha segunda graduação, licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG). Neste mesmo ano passei a lecionar Matemática em uma escola pública da Rede Municipal de Curitiba, e ao participar de cursos de formação oferecidos por essa instituição, fui informada sobre a possibilidade de frequentar disciplinas isoladas, ofertadas pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGCEM) da Universidade Federal do Paraná (UFPR).

Em 2016 fui aceita para participar da disciplina isolada História da Educação Matemática, e fui apresentada ao Grupo de Pesquisas sobre Tecnologias na Educação Matemática (GPTEM), ligado ao PPGCEM e aos professores do Departamento Acadêmico de Matemática (DAMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Como integrante do GPTEM na UTFPR em 2016, tomei conhecimento sobre

os Objetos de Aprendizagem (OA), considerados um recurso pedagógico oferecido pela Tecnologia de Informação e Comunicação (TIC). Dessa forma, procurei estudar sobre as variadas formas que estes objetos podem se apresentar e como poderiam ser utilizados para a organização das minhas aulas. Mas, ao tentar envolvê-los no meu planejamento, percebi que não se podia simplesmente criar ou escolher um OA e depois aplicá-lo com os estudantes, era necessário mais conhecimento para este processo.

Ao ser aceita para cursar a minha segunda disciplina isolada do PPGCEM, intitulada 'Diálogos envolvendo abordagem histórico-cultural e a fenomenologia', fiquei instigada ao estudar a teoria histórico-cultural (THC) formulada por Lev Semenovitch Vigotski<sup>1</sup> e seus discípulos pesquisadores, entre eles Alexis Nikolaevich Leontiev e Vasily Vasilovich Davydov. O estudo dessa teoria levou-me a refletir que o ensino precisa sim ser mediado com o objetivo de conduzir o estudante a edificar o seu conhecimento.

Em 2017 passei a cursar outras disciplinas do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica (FCET), no qual fui aceita como aluna de mestrado. Juntamente com minha orientadora Maria Lucia Panossian, passamos a redesenhar o que seria o meu projeto de pesquisa. Sabendo a orientadora do meu interesse pelos OA e pela THC, pensamos em unir os dois assuntos à primeira vista distintos, mas tão relevantes para o desenvolvimento do projeto, de forma a contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de trigonometria, recorrendo às TIC como recurso para proporcionar aulas mais interativas.

Até este momento da escrita, em que expus os motivos pessoais e justificativas para a elaboração dessa dissertação, optei em escrever em primeira pessoa. Na sequência da apresentação a escrita se dará de forma impessoal, em terceira pessoa.

A discussão sobre tecnologia é intensificada, tanto na sociedade quanto em outras áreas científicas, e novos recursos para ensinar e aprender conceitos matemáticos podem ser investigados pelos docentes (SCHLUNZEN et al., 2007). A

---

<sup>1</sup> Devido a nas obras literárias aparecerem as mais diversas grafias para o autor Vigotski, no texto desta dissertação, será adotado o nome VIGOTSKI, com exceção das citações, que usaram a grafia imprimida na respectiva obra.

presença do computador e outros recursos tecnológicos nas salas de aula, associada às propostas teórico-metodológicas, pode oferecer resultados que potencializam o aprendizado dos estudantes.

Para Maltempi (2005), a introdução dos primeiros computadores em ambiente escolar começou a ocorrer no final do século passado, época em que a mediação do conhecimento para os estudantes era realizada apenas pela aula tradicional ministrada pelo professor. Ao longo das últimas décadas, educadores matemáticos têm discutido as políticas públicas de participação das TIC nas salas de aula (BORBA, LACERDA, 2015). “Dessa forma, em sintonia com a sociedade, as primeiras iniciativas de unir informática e educação visavam transformar o computador em máquina de ensinar, transmissora de conhecimentos.” (MALTEMPI, 2005, p. 1).

Pela experiência adquirida em sala de aula, posso relatar que todas as vezes em que o trabalho de conteúdos matemáticos foi associado com a utilização de recursos das TIC, como por exemplo planilhas eletrônicas, vídeos escolares, *webquest*, blogs, softwares educacionais, constatou-se uma maior motivação e curiosidade por parte dos alunos no desenvolver das situações. As transformações geradas pelas TIC no cenário escolar são identificadas por Janegitz (2016).

As tecnologias de informação e comunicação (TIC) ao serem inseridas na sala de aula transformam tanto o cenário escolar quanto a estrutura do processo de construção do conhecimento. A maneira como o professor aborda os conteúdos e as suas compreensões pelos alunos sofrem modificações com a utilização das novas tecnologias. (JANEGITZ, 2016, p. 34).

Diante das transformações e benefícios proporcionados pelo uso da TIC no processo de ensino, motivei-me a incluí-la como instrumento pedagógico para aplicação nas minhas aulas de trigonometria. Durante os meus anos de docência em Matemática, ao lecionar o conteúdo de trigonometria pude observar frequentes dificuldades dos estudantes. A trigonometria não é um conteúdo escolar de fácil aprendizado, devido a várias razões, entre elas a sua complexidade, conexão com numerosos fenômenos e falta de contextualização por parte dos professores no processo de ensino. Além disso, a forma como o conteúdo da trigonometria é apresentada aos estudantes pode gerar conflitos de interpretação e assimilação insuficientes dos seus conceitos básicos, o que resulta em empecilhos para a aprendizagem (MARTIN; RUIZ; RICO 2016).



Ciente dessas dificuldades relacionadas à introdução do conteúdo da trigonometria, junto aos alunos e tendo passado por essa vivência no período escolar, propus-me a pesquisar e a estudar os OA sobre o ensino de trigonometria, refletindo sobre as seguintes questões:

- As situações formuladas e apresentadas no OA proporcionam ao estudante momentos de reflexões sobre a necessidade do uso dos conceitos trigonométricos e a formação do pensamento teórico?
- Utilizar um OA que apresente situações similares as do livro didático, ou que meramente induza o estudante a uma fórmula pronta, seriam opções suficientes para trabalhar a essência dos conceitos trigonométricos?
- Que características e/ou condições dos OA, aplicados ao ensino da trigonometria, potencializam a apropriação desses conceitos pelo estudante?

Tais reflexões conduziram à delimitação do problema de pesquisa e a definição explícita do objetivo da pesquisa, considerando que:

O problema é geralmente definido em termos de um objetivo em uma certa situação. Entretanto, o objetivo nem sempre é dado inicialmente. Mesmo que ele seja externamente imposto, ele é frequentemente um tanto indefinido e permite interpretações complexas. Portanto, a formulação e obtenção de um objetivo estão entre as mais importantes manifestações do pensar. (TIKHOMIROV, 1981, p. 3).

Diante dos questionamentos anteriores, estabeleceu-se como principal **problema**: reconhecer elementos de um OA, aplicado ao ensino da trigonometria, que possam instigar o estudante a refletir sobre a necessidade do uso dos conceitos trigonométricos.

Considerou-se que um OA e as situações-problemas registradas nele poderiam ser analisadas e elaboradas a partir dos pressupostos da teoria histórico-cultural de Vigotski e do estudo do par dialético histórico e lógico, ambos fundamentados na teoria materialista histórico-dialética de Karl Marx.

A teoria histórico-cultural do desenvolvimento psicológico da mente humana foi desenvolvida por Vigotski para explicar o processo de apropriação da cultura mediante a comunicação e interação com outras pessoas. As pesquisas de Vigotski baseiam-se em pressupostos da teoria materialista dialética de Karl Marx (1818-1883) e Friedrich Engels (1820-1995). Elas tiveram início em 1924 na União Soviética, juntamente com outros pesquisadores, e estenderam-se até 1934 (VIGOTSKII;

LURIA; LEONTIEV, 2010).

A teoria materialista dialética prioriza o material, suas leis só se revelam em seus pares ou categorias dialéticas, que, por sua vez, estabelecem a lógica do pensamento científico teórico. Sua atuação dá-se na criação do movimento de um conceito a outro com mais propriedade em relação ao objeto em estudo (KOPNIN, 1978).

O estudo das leis e das categorias da dialética tem um papel importante na elevação do nível cultural do homem. E isso porque os resultados do desenvolvimento do conhecimento científico e da prática social concentram-se nas leis e categorias filosófica. (CHEPTULIN, 1982, p. 3).

Diante desse cenário, foi estabelecido como **hipótese** que tais elementos deveriam estar associados ao movimento histórico e lógico da trigonometria. Portanto, precisam revelar se o OA apresenta suas ações, valorizando a relevância dos conceitos trigonométricos, através de nexos conceituais, estabelecidos por meio de abstrações e generalizações, e/ou se caracteriza como uma necessidade para o estudante articular seus pensamentos matemáticos, desencadeando sua aprendizagem e levando assim à formação do pensamento teórico.

O pensamento pode se manifestar sobre a forma de pensamento empírico e teórico. O pensamento empírico é a base para a construção do conhecimento, é resultado de interpretações de percepções sensoriais, manifestados através de generalizações abstratas formulados dentro de uma lógica formal. O pensamento teórico é construído pela articulação entre opiniões, conteúdos e conceitos não congruentes. Cabe a ele a preocupação de edificar os conceitos através de relações sólidas entre suas propriedades, efetivando assim os conceitos científicos (DAVYDOV, 1990).

Logo o pensamento empírico e o pensamento teórico, possuem como característica comum a capacidade de perceber o objeto. Mas cabe às formas de pensamento teórico a capacidade de ir além do sensorial, que capta apenas as propriedades peculiares do objeto dentro das mais variadas atividades do intelecto (PANOSSIAN, 2008).

O professor ao cursar a licenciatura, não é instigado a pensar sobre o processo do movimento histórico e lógico do pensamento matemático (SOUSA, 2004), imprescindível para desenvolver a lógica inerente aos conceitos matemáticos. O

estudo do par dialético histórico e lógico possibilitará ao professor compreender que a constituição de um conceito não se dá de forma linear e estática, afinal está sempre em movimento e sujeito a novos aprimoramentos, conforme pontua Sousa (2004):

O lógico reflete o histórico de forma teórica. O histórico contém o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento, as casualidades dos fatos e da vida. Em suma, o lógico é o histórico despido das casualidades que perturbam o histórico. (SOUSA, 2004, p. 2).

Ao adotar a teoria materialista histórico-dialética como fundamento teórico para essa dissertação, foi necessário levar em consideração dois pontos essenciais. A relação enquanto professora e pesquisadora com objeto de pesquisa, ou seja, o entendimento das questões do materialismo dialético como uma possibilidade para fundamentar a edificação de um OA; e uma ampla revisão literária, que possibilitasse condições próprias e plenas de estabelecer relações e uma conversa crítica com o material produzido, sobre o fenômeno em estudo.

Entende-se que as questões do materialismo dialético configuram-se como uma possibilidade para ser o aporte teórico do OA, usado para identificar elementos que justifiquem a presença de nexos conceituais nos OA, através de uma análise que contribuirá para os professores no momento em que estes precisarem escolher ou desenvolverem um OA aplicado ao ensino da trigonometria, para uso em ambiente escolar.

A ausência de critérios para a análise da aprendizagem dos alunos traz, conjuntamente, a ausência de critérios para a análise das ações docentes, o que acarreta o desenvolvimento de inúmeras tarefas sem valor formativo tanto para o aluno quanto para o professor. O desenvolvimento profissional docente implica também a capacidade de pensar teoricamente as situações de ensino; este é diferencial profissional do professor. (SFORNI, 2004, p. 185).

Portanto, esta pesquisa tem por **objetivo** analisar o conteúdo de Objetos de Aprendizagem aplicados ao ensino de trigonometria usando elementos do movimento histórico e lógico. Conseqüentemente, o presente trabalho define como seu **Produto Educacional** a apresentação de um OA aplicado ao ensino da trigonometria, que evidencie aspectos do movimento histórico e lógico da trigonometria.

Para atender o objetivo proposto pelo presente trabalho, a metodologia dá-se dentro de uma abordagem qualitativa, desenhada em quatro etapas. A primeira etapa

é reconhecer nexos conceituais da trigonometria a partir do movimento histórico e lógico e de acordo com os pressupostos da teoria materialista. Na segunda etapa ocorre a seleção de OA aplicados ao ensino da trigonometria, nos principais repositórios de educação na internet. A terceira etapa é analisar os OA selecionados de acordo com os resultados da primeira etapa. Na última etapa se apresenta um OA, com situações que evidenciam os elementos estudados do movimento histórico e lógico da trigonometria.

A pesquisa é apresentada em sete capítulos, além das referências.

Este primeiro capítulo discorre sobre a introdução do trabalho, contendo as motivações para a realização da pesquisa, o problema a ser estudado, uma hipótese, o objetivo da pesquisa e a organização estrutural do trabalho.

O segundo capítulo apresenta os aspectos metodológicos desta dissertação por meio de uma pesquisa qualitativa, desenvolvida dentro da abordagem da teoria histórico-cultural. O escopo dessa metodologia é ascender ao objetivo proposto pela pesquisa, que, por sua vez, é analisar o conteúdo de OA aplicados ao ensino de trigonometria usando elementos do movimento histórico e lógico, além de evidenciar de que forma o resultado da pesquisa pode auxiliar os professores no momento que esses precisem escolher ou criar OA, especificamente relacionados ao ensino da trigonometria.

Um estudo sobre a importância do uso das TIC no ambiente escolar é realizado no terceiro capítulo, revelando as potencialidades e limitações da utilização de OA como instrumento pedagógico a disposição do professor para propiciar o ensino e a aprendizagem. Para a realização da revisão teórica deste capítulo, foram utilizados os seguintes autores: Lévy (1993), Tikhomirov (1981), (1999), Motta (2012), Willey (2000), Aguiar (2014), Flores (2014), entre outros.

O quarto capítulo traz os pressupostos da teoria histórico-cultural de Lev Semyonovich Vigotski aplicados ao ensino, a apresentação da teoria criativa de Oleg Konstantinovich Tikhomirov, a teoria da atividade de Alexis Nikolaevich Leontiev e o estudo dos pares dialéticos da teoria materialista histórico-dialética de Karl Marx e Friedrich Engels. Dentre os vários autores estudados neste capítulo, destacamos: Vigotski (1991, 1995, 2001a, 2001b, 2010), Leontiev (2010), Luria (2010), Davydov (1988, 1990), kopnin (1978), Tikhomirov (1981), Davydov (1990), Kopnin (1978), Cheptulin (1982), Lenin (2011), Caraça (1951), Trivinos (2011), entre outros.

O quinto capítulo, intitulado movimento histórico e lógico da trigonometria, apresenta alguns aspectos históricos e lógicos do conhecimento de trigonometria e as necessidades que culminaram para a construção de seus conceitos. Também se discutem as dificuldades apresentadas pelos estudantes de hoje perante o seu ensino e a sua real relevância para o estudo da Matemática atual. Dentro desse viés, a perspectiva histórica e lógica é usada para a percepção de nexos conceituais da trigonometria, nos OA. Os autores estudados para compor este capítulo foram Boyer (1974), Rooney (2012), Eves (2011), Roque (2012), Kennedy (1992), Lowe (1992), Schanck (1992), Miler (1992), Mossburg (1992), Jones (1992), entre outros.

A análise do objeto de estudo desta pesquisa, o OA, é descrito no sexto capítulo. São analisados OA aplicados ao ensino da trigonometria, de acordo com os elementos estabelecidos e fundamentos a partir do par dialético histórico e lógico. Neste capítulo, também é apresentado a análise do Produto Educacional da dissertação, o OA 'O Skate e a Trigonometria'.

No sétimo capítulo são apresentadas as considerações finais, esperando que o desenvolvimento desta pesquisa, a partir do estudo do movimento histórico e lógico da trigonometria, contribua para oferecer subsídios pedagógicos aos professores, para que estes possam ter um referencial no momento de escolher, analisar ou desenvolver um OA aplicado ao ensino da trigonometria.

## 2 METODOLOGIA

O presente trabalho, pretende atingir o objetivo de analisar o conteúdo de OA aplicados ao ensino de trigonometria usando elementos do movimento histórico e lógico, em quatro fases: Na primeira fase será feita a seleção de OA aplicados ao ensino de trigonometria no triângulo retângulo, em repositórios hospedados na internet; em seguida, o reconhecimento dos nexos conceituais considerando o movimento histórico e lógico da trigonometria; na sequência, a análise dos OA selecionados, de acordo com os nexos conceituais da fase anterior; na quarta e última etapa haverá a apresentação de um OA, desenvolvido pela pesquisadora, que pretende apresentar situações de ensino, que envolvam os elementos desse movimento histórico e lógico. Sendo este OA o Produto Educacional deste trabalho.

A metodologia da pesquisa foi desenvolvida dentro da abordagem da teoria histórico-cultural, que procura captar a essência do fenômeno e não apenas a sua aparência, advogando por uma metodologia com evidência aos aspectos qualitativos ao invés dos quantitativos (DAMAZIO, 2006). Ela busca também “as causas da existência dele, procurando explicar sua origem, suas relações, suas mudanças e se esforça por intuir as consequências que terão para a vida humana.” (TRIVINOS, 2011, p. 129).

O método investigativo histórico-cultural de Vigotski adota os fundamentos do materialismo histórico-dialético, o qual preza pela transformação do objeto através de procedimentos, pela exploração da sua essência e pela promoção da sua superação, através do conhecimento científico, entre outros (ARAUJO; MORAES, 2017).

Assumir o método de pesquisa materialista histórico-dialético, segundo Lefebvre (1995 apud CEDRO; NASCIMENTO, 2017, p.27), incide em:

- analisar o fenômeno de forma objetiva e não somente através de analogias;
- estudar o movimento peculiar ao fenômeno em estudo;
- ponderar o movimento das contradições internas do fenômeno;
- estar atento aos episódios de transições das contradições do fenômeno;
- contemplar o movimento infinito de aprofundamento do fenômeno;
- conceber que o pensamento está em movimento.

Segundo Gamboa (2000), a dialética como método de pesquisa científica,

surge como uma nova possibilidade entre as abordagens fenomenológicas (idealismo alemão) e empirismo (empírico inglês). Na constituição de sua forma, houve o cuidado em adotar-se alguns elementos de articulação lógica (técnico, teórico, epistemológico), gnosiológica e ontológica, referente a esses dois tipos de métodos de pesquisa, a empírica e a fenomenológica.

Quanto ao nível técnico, além da utilização de técnicas de coleta, tratamento e análise de dados de modo quantitativo, entrevistas, análise de discurso, técnicas essas adotadas pelas pesquisas empírica e fenomenológicas, as pesquisas crítico-dialética também utilizam a pesquisa-participação e a pesquisa-ação. No tocante ao nível teórico, as pesquisas crítico-dialética valorizam o caráter dinâmico e histórico da realidade, procurando desvendar possibilidades de mudanças para os fenômenos estudados. Em referência ao nível epistemológico, as outras duas concepções de ciências têm como preocupação a causalidade para explicar a ciência e a interpretação como essência para entender os fenômenos. A dialética procura entender a lógica interna do processo e considera a ação como a categoria de sua epistemologia (GAMBOA, 2000).

Segundo Gamboa (2000), quando há um estudo demasiado dos pressupostos ontológicos, concomitantemente há um melhor entendimento dos pressupostos gnosiológicos, concorrendo para a manifestação nas pesquisas das noções de homem e educação. No tocante a esse pensamento, essas noções se revelam nas pesquisas empírica e fenomenológica por meio da predominância das concepções tecnicistas e uma visão existencialista do homem. Nas pesquisas dialéticas “o homem é tido como ser social e histórico; embora determinado por contextos econômicos, políticos e culturais, é o criador da realidade social e o transformador desses contextos.” (IBIDEM, 2000, p. 103).

Ao trabalhar o aprimoramento de conceitos, a partir do aproveitamento de outras abordagens, a pesquisa dialética promove a construção do conhecimento por meio do estudo do movimento dos pares dialéticos.

A dialética, na sua pretensão de síntese, trabalha com categorias tais como o concreto, a inter-relação universal, a transformação quantidade-qualidade, a interligação todo-partes, explicação-apreensão, análise-síntese entre outros. Neste sentido a progressão da dialética precisa acompanhar o desenvolvimento dos elementos das outras abordagens para poder produzir novas sínteses sob pena de estagnar-se espiritualizar-se dogmatizar-se como método. (GAMBOA, p. 114, 2000).

Será considerado o par dialético histórico e lógico para o trabalho com os OA selecionados para esta pesquisa. A seleção desses OA aplicados ao conteúdo de trigonometria do Ensino Fundamental II e Ensino médio, foi feita em repositórios que se encontram na rede de computadores mundial – Internet. Conforme a revisão de literatura, os OA podem se apresentar em muitas modalidades, entre elas: vídeos, planilhas, jogos, áudios, entre outros (AUDINO; NASCIMENTO, 2010). Portanto, para limitar a modalidade de escolha do objeto no repositório, foram considerados os seguintes critérios:

- os OA deveriam fazer parte de repositórios de sites vinculados ao MEC, a instituições de ensino, ou a sites relacionados a educação, de idioma português;
- foram escolhidos dez sites de repositórios para a pesquisa dos objetos: Banco Internacional de Objetos Educacionais, Scratch, NOAS, Khan Academy, LEC, RIVED, Proativa, Portal do Professor, Domínio Público, UNIJUI, sem a pretensão de esgotar o levantamento de todos os objetos de aprendizagem existentes, apenas uma seleção para encontrar objetos de aprendizagem passíveis de análise.
- os OA para serem selecionados, deveriam se apresentar na forma de animação ou simulação;
- a busca pelos OA no repositório dos sites escolhidos, foi realizada utilizando o descritor: trigonometria;
- foram escolhidos os OA que continham o ensino da trigonometria no triângulo retângulo;
- devido o prazo de dois anos para a conclusão da pesquisa desta Dissertação de Mestrado, foram selecionados dois OA para o processo de análise. A escolha desses dois objetos obedeceu ao critério pessoal da pesquisadora no início da pesquisa.

Para acessar os sites de repositórios foi utilizado o navegador Chrome versão 71, o que tornou-se também um elemento de exclusão porque alguns OA não abriram neste navegador. Todos os sites foram pesquisados no dia 08/04/2017; com exceção do site UNIJUI, que foi acessado e pesquisado em 25/04/2018.

Selecionados os OA conforme os critérios estabelecidos iniciaram-se o



processo de análise desses objetos, quanto a presença dos elementos do movimento histórico e lógico, apresentados no capítulo cinco do movimento histórico e lógico da trigonometria. Entende-se que estes elementos ao se revelarem nos OA aplicado ao ensino a trigonometria no triângulo retângulo, permitem instigar o estudante a desenvolver o lógico enquanto processo de pensamento a partir de ações que considerem a necessidade de conceitos trigonométricos.

Como forma de validar a presença dos elementos do movimento histórico e lógico nos OA aplicados ao ensino da trigonometria, desenvolveu-se um OA no software Scratch (<https://scratch.mit.edu/>), de autoria da pesquisadora em parceria com a engenheira de computação Caroline Rosa da Silva, filha da pesquisadora e que esteve a par de todo o desenvolvimento da pesquisa.

A elaboração desse OA tomou por base as análises dos dois OA selecionados procurando evidenciar nas situações de ensino propostas, os nexos conceituais do movimento histórico e lógico da trigonometria, os quais participam na formação do pensamento teórico dos estudantes. Este OA é o Produto Educacional dessa Dissertação de Mestrado.

### 3 A RELEVÂNCIA DO USO DAS TIC NO AMBIENTE ESCOLAR

De tempos em tempos, o movimento da Educação Matemática integra componentes que propiciam aos professores de Matemática novos instrumentos metodológicos, para serem aplicados e desenvolvidos em suas atividades didáticas (BARONI; NOBRE, 2009). Estes instrumentos são baseados em reflexões teórico-metodológicas e são apresentados sob a forma de propostas didático-pedagógicas. Como exemplo, relatam-se as diversas atividades envolvendo a utilização de resolução de problemas, a modelagem Matemática, a etnomatemática, a história da Matemática, a informática, dentre outros, todas as tendências que proporcionam avanços ao ensino da Matemática, principalmente no trabalho diário do professor da disciplina (IBIDEM, 2009).

Segundo Penteadó (2000), a informática é um germe potencial para práticas educacionais, tais como a resolução de problemas, jogos em Matemática, e outras tendências de trabalhos que têm sido altamente valorizados nas propostas de Educação Matemática. Motta (2012), escreve sobre a relevância do uso da Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) para o ensino e a aprendizagem do estudante.

(...) a informática deve habilitar o aluno e dar-lhe oportunidade de adquirir novos conhecimentos, facilitar o processo ensino e aprendizagem, enfim, ser um complemento de conteúdos curriculares visando ao desenvolvimento integral do indivíduo. (MOTTA, 2012, p. 77).

Lévy (1993, p. 47), destaca que “a presença ou ausência de certas técnicas fundamentais de comunicação permitem classificar as culturas em algumas categorias gerais.” Essas categorias, ao fazerem frente às tecnologias intelectuais, oportunizam aos grupos sociais a integração com um cenário momentâneo. O mesmo autor descreve essas categorias sociais em oralidade primária, oralidade secundária e informática. Na oralidade primária ele ressalta a relevância da palavra, fundamentada nas lembranças e na memória humana. A categoria da oralidade secundária se caracteriza pelo advento da escrita e a criação da imprensa, que juntas revolucionaram o modo como a transmissão de informações puderam ser propagadas nas sociedades. “Mais que nunca, a exposição escrita se apresenta como autossuficiente.” (IBIDEM, p. 58).

O surgimento da informática emerge na sequência, e, segundo Lévy (2003, p.72), pareceu representar em alguns períodos o papel exercido pela escrita. Entretanto, logo se tornou “rapidamente uma mídia de comunicação de massa, ainda mais geral, talvez, que a escrita manuscrita ou a impressão, pois também permite processar e difundir o som e a imagem enquanto tais.”

Lévy (1993, p.5), indica por fim que “a sucessão da oralidade, da escrita e da informática como modos fundamentais de gestão social do conhecimento não se dá por simples substituição, mas antes por complexificação e deslocamento de centros de gravidade”. Isso ocorre porque as novas opções de acesso à informação, interação e comunicação, oportunizadas pelos computadores (e todos os seus periféricos, as redes virtuais e todas as mídias), dão origem à novas formas de aprendizagem (KENSKI, 2003).

Conforme Tikhomirov (1981), o processo de aquisição do conhecimento modificou-se a partir do momento em que a relação professor e estudante começou a ser mediada pelo computador. Valente (1999), afirma que o uso de computadores no ambiente escolar pode tanto fornecer informações para o aprendiz quanto pode contribuir para a construção e compreensão do conhecimento. Mas esse benefício só virá caso os professores e a comunidade escolar sejam devidamente preparados para o uso desse instrumento.

Atualmente, para alguém ser considerado um professor de Matemática, não basta apenas dominar a Matemática. É necessária a integração do conhecimento do conteúdo matemático, do processo de ensino e aprendizagem com o uso da tecnologia (SAMPAIO, 2015). Tendo o professor uma função primordial no ambiente escolar, cabe a ele a seleção dos instrumentos tecnológicos adequados ao uso em sala de aula, como ressalta Motta (2012):

Com o uso dos recursos tecnológicos o professor desempenha um papel fundamental na elaboração de estratégias centradas na experimentação que proporcionam ao educando um ambiente de trabalho que amplia seu próprio conhecimento. Para que isso ocorra faz-se necessário que o professor escolha as ferramentas informatizadas corretas. (MOTTA, 2012, p. 80).

O objetivo do uso de computadores nas escolas é oferecer recursos que auxiliem os docentes a mediar o conhecimento aos seus estudantes, auxiliando-os a resolverem problemas.

Assim, o uso do computador contribui para que os processos de ensino e aprendizagem da Matemática se tornem uma atividade experimental e rica, quando instiga o educando a desenvolver processos fundamentais que caracterizam o fazer matemático, tais como experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar, demonstrar, dentre outros. (MOTTA, 2017, p.178).

O uso das TIC pode servir como recurso adicional nas salas de aula, tornando o ambiente de ensino dinâmico e capacitando os estudantes para a transmissão do conhecimento ao propiciar a eles a autonomia para produzi-lo (NAVARRO, 2015). Diante desse quadro, acredita-se no potencial de investigação e estudo sobre o uso e a participação das TIC no processo de aprendizado dos estudantes no ambiente escolar. Do mesmo modo, acredita-se na necessidade do aprofundamento sobre o impacto dessas tecnologias na prática pedagógica em Educação Matemática.

Para Audino e Nascimento (2010), a cada dia, as escolas procuram aderir à realidade da era do computador e da internet, apoiando-se em recursos oriundos das TIC para complementar o processo de ensino e aprendizagem. Como exemplo de recursos que o professor pode ter a sua disposição, encontramos os Objetos de Aprendizagem (OA).

### **3.1 Objetos de Aprendizagem (OA)**

Os OA são um aliado em sala de aula para o professor no momento que ele precisa implementar o ensino de um determinado conteúdo. Mas, para que o objetivo esperado na aprendizagem seja alcançado pelo professor, ele deve ter a consciência de escolher o OA apropriado para a sua atividade didática. “Dessa forma, os OA podem funcionar como facilitadores da aprendizagem, além de tornarem as aulas mais estimulantes, uma vez que possibilitam uma adaptação às necessidades individuais dos alunos.” (AGUIAR; FLORES, 2014, p.12).

Atualmente, há várias definições sobre os OA, que surgem de acordo com o tratamento e a necessidade pedagógica apontadas pelos autores ou grupo de discussão, ou seja, aspectos que irão contribuir para o ensino e aprendizagem dos estudantes.

Sua definição surge de acordo com uma concepção própria dos autores acerca da utilidade e importância do objeto para o ensino e a aprendizagem e varia de acordo com a abordagem proposta e os aspectos que estão associados ao seu uso educacional. (AGUIAR; FLORES, 2014, p. 13).

Wiley (2000, p. 3), conceitua OA como “qualquer recurso digital que possa ser reutilizado para o suporte ao ensino.” Por sua vez, esses OA para uso em ambiente de aprendizagem por computador podem se apresentar sob o formato de: gráficos, vídeos, áudios, texto individual, animação, jogos, software educacional, entre outros.

Para os autores Audino e Nascimento (2010), os OA podem ser entendidos como:

(...) recursos digitais dinâmicos, interativos e reutilizáveis em diferentes ambientes de aprendizagem elaboradas a partir de uma base tecnológica. Desenvolvidos com fins educacionais, eles cobrem diversas modalidades de ensino: presencial, híbrida ou a distância, diversos campos de atuação: educação formal, corporativa ou informal; e devem reunir várias características, como durabilidade, facilidade para atualização, flexibilidade, interoperabilidade, modularidade, portabilidade, entre outras. (AUDINO; NASCIMENTO, 2010, p. 141).

Segundo o Grupo de Pesquisas sobre Tecnologias na Educação Matemática (GPTM) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) e da Universidade Federal do Paraná (UFPR), OA é definido como:

(...) qualquer recurso virtual multimídia, que pode ser usado e reutilizado com o intuito de dar suporte a aprendizagem de um conteúdo específico, por meio de atividade interativa, apresentada na forma de animação ou simulação. (BALBINO; KALINKE, 2016, p. 25).

Os autores Aguiar e Flores (2014), argumentam que os OA são ferramentas pedagógicas à disposição dos professores para serem operadas no ensino e na aprendizagem, podendo proporcionar aos estudantes maior interatividade. Interatividade essa que segundo Monteiro et al. (2006), corresponde a capacidade do estudante de lidar de forma bidimensional com a informação, ou seja, além de recebê-la lhe é permitido intervir e modificar o conteúdo dessa informação. Essas ideias são expressas na definição de Tarouco (2003):

Um Objeto de Aprendizagem é qualquer recurso, suplementar ao processo de aprendizagem, que pode ser reusado para apoiar a aprendizagem, termo geralmente aplicado a materiais educacionais projetados e construídos em pequenos conjuntos visando a potencializar o processo de aprendizagem onde o recurso pode ser utilizado. (TAROUCO et al., 2003, apud AGUIAR; FLORES, 2014, p. 14).

Segundo Sabbatini (2012), os OA apresentam na sua estrutura algumas características que os distinguem dos demais recursos didáticos:

- reusabilidade: o OA poderá ter a possibilidade de uso em diferentes contextos educativos, proporcionando eficiência econômica em sua preparação e desenvolvimento ao reduzir custos associados ao desenvolvimento de futuros cursos e materiais didáticos;
- portabilidade: permite o uso por meio de diferentes plataformas técnicas;
- modularidade: o OA poderá conter ou estar contido em outros objetos, com a perspectiva de combiná-los;
- autossuficiência: na finalidade de ter sentido, não necessita depender de outros OA;
- descrição de metadados: são registros de informações dos OA, tais como: autor, palavra-chave, criador/autor idioma e objetivos educacionais. Os metadados facilitam a busca do OA no repositório, e devem ser escritos em uma linguagem clara e padronizada.

Outra característica relevante na constituição de um OA é a granularidade, ou seja, a capacidade de um OA de poder ser representado por um elemento simples, como um vídeo, ou até mesmo por algo mais complexo, a exemplo de unidades didáticas completas. Logo, a granularidade determinará o tamanho do OA, influenciando diretamente sua capacidade de ser reutilizado e compartilhado entre seus usuários (SABBATINI, 2012).

Há relevantes distinções do uso dos OA em relação a outras mídias utilizadas como ferramentas pedagógicas, tais como a facilidade de serem reformulados e reutilizados para outras atividades pedagógicas.

As diferenças significativas entre outras mídias que podem ser utilizadas no contexto instrucional (como projetor ou fita de vídeo) e os objetos de aprendizagem, é que eles, com entidades digitais acessíveis, via Internet, permitem que um número infinito de pessoa possa acessá-los e usá-los simultaneamente. OA mais simples podem ser arranjados para formarem um novo objeto mais complexo, a ser aplicado em um contexto diferente. Dessa maneira, seus usuários podem colaborar e se beneficiar imediatamente de novas versões. (AGUIAR; FLORES, 2014, p. 14).

Podemos encontrar OA em repositórios que, também podem hospedar outros recursos digitais das TIC. A maioria dos repositórios de nacionalidade brasileira foram desenvolvidos pelo Ministério da Educação (MEC). Como exemplo temos a criação

em 2001, do RIVED<sup>2</sup> – Rede Interativa Virtual de Educação. (KALINKE; et al., 2015). O RIVED nasceu da parceria da Secretaria de Educação Básica (SEB), da Secretaria de Educação a Distância (SEED) e do MEC (RODRIGUES, 2009).

Segundo Balbino e Kalinke (2016, p. 24), o projeto RIVED teve como objetivo “elaborar materiais digitais e disponibilizá-los em um repositório para que os professores pudessem utilizá-los em suas aulas.”. Esta decisão de incentivar a criação de material didático digital tornou-se um meio de estimular os estudantes a desenvolverem raciocínio. Logo após a criação do RIVED, outros repositórios foram formulados e disponibilizados na internet.

Mesmo existindo vários conceitos de diferentes autores para os OA, as definições coincidem em alguns pontos. Ao realizar um projeto pedagógico que envolva o uso de OA, deve-se adotar o conceito mais apropriado para atender a necessidade exigida no processo de aprendizagem (AGUIAR; FLORES, 2014).

Portanto, de acordo com o que foi escrito no capítulo da metodologia, serão considerados OA para esta dissertação os que apresentarem as características descritas por Sabbatini (2012).

### **3.2 Objeto de Aprendizagem e a Apropriação do Conhecimento**

A introdução do uso da informática no Brasil deu-se em meados dos anos 70 de uma forma muito semelhante à ocorrida nos Estados Unidos, ou seja, com um número reduzido de escolas que utilizavam computadores como instrumento pedagógico. Esse fato passou a ser modificado, com o aparecimento dos microcomputadores no início dos anos 80 no mercado norte americano, processo esse que estimulou a produção de softwares educacionais, programas de demonstração, avaliação do aprendizado, jogos educacionais e simulação, para o ambiente escolar (VALENTE, 1999).

Com o advento da produção de softwares educacionais, entre eles o Logo, desenvolvido dentro da perspectiva do construtivismo de Piaget, “o computador passou a assumir um papel fundamental de complementação, de aperfeiçoamento e

---

<sup>2</sup> RIVED: <http://rived.mec.gov.br/>

de possível mudança na qualidade da Educação, possibilitando a criação e o enriquecimento de ambientes de aprendizagem.” (VALENTE, 1999, p. 15).

Consoante Balbino (2016, p. 86), para que um OA revele aspectos construtivistas, esse objeto deve apresentar características relativas a:

- interatividade: para que o estudante possa interagir com o conteúdo proposto pelo OA, esse deve permitir instrumentos de movimento, podendo ser eles através do mouse, caneta ou dedo, sendo esses dois últimos usados em lousa digital;
- tratamento dado ao erro: para o construtivismo o erro é um meio de aprendizado, portanto, quando o estudante erra ao interagir com o OA, esse não deve instantaneamente apontar seu erro, mas sim levá-lo a refletir sobre ele;
- possibilidade de simulações e inovações: o uso do OA deve oportunizar situações de exploração de fenômenos inéditos, os quais instiguem a busca do conhecimento pelo estudante.

Atualmente o uso do computador se faz um item relevante e praticamente presente em todas as escolas, inclusive as do Brasil. Sua utilidade vai desde auxiliar atividades internas e rotineiras das escolas, a servir como forma de instrumento de mediação entre o professor e seus estudantes, pode ter como meio o uso dos Objetos de Aprendizagem.

Na maioria das vezes, os OA discutem temas e assuntos substanciais para o conhecimento do estudante, mas não é sempre que esses objetos apresentam suas atividades educativas com precisão. Podendo assim promover o mal entendimento dos conceitos estudados, ou apenas limitar-se a sugerir aos estudantes atividades que necessitem apenas de cálculos diretos ou resultados automáticos fornecidos através de simples cliques no mouse (NASCIMENTO, 2007).

Portanto, é fundamental que a escolha de um OA envolva cuidado na seleção e elaboração de situações inseridas, com o propósito de preconizar a necessidade dos conceitos. Para o alcance desse desenvolvimento, é imprescindível a escolha do método pedagógico, o qual proporciona a impulsão do estudante ao articular conexões entre os conceitos em prol da apropriação do conhecimento.



Ao contrário do que se busca com as novas tecnologias, são raros os objetos com os quais o aluno pode interferir no ambiente e geralmente sua atuação limita-se a fazer cliques para que o sistema apresente informações e realize cálculos. Também deveria haver mais ajuda nas atividades para facilitar na compreensão da complexidade e relevância dos conceitos. O problema da maioria dos objetos desenvolvidos atualmente está nas estratégias pedagógicas escolhidas para atingir os objetivos propostos. As atividades estão focando a aplicação de regras e não a compreensão e aplicação de conhecimentos. Assim, um aluno dificilmente é instigado a fazer conjecturas e hipóteses sobre os fenômenos estudados. (NASCIMENTO, 2007, p. 139).

Assim, pode-se observar que o OA pode vir a ser usado como instrumento mediador e de apropriação do conhecimento. O estudante, ao manipular esse OA, ou seja, utilizando-o como instrumento para apropriar conhecimento, poderá adquirir conhecimentos compartilhados entre seu meio social (interpsíquicos) e na sequência ter a oportunidade de internalizá-los (intrapíquicos).

A transformação de um processo interpessoal num processo intrapessoal é o resultado de uma longa série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento. O processo, sendo transformado, continua a existir e a mudar como uma forma externa de atividade por um longo período de tempo, antes de internalizar-se definitivamente. (VYGOTSKI, 1991, p. 41).

Dessa forma, o desenvolvimento e o uso das TIC têm influenciado o conhecimento psicológico a ponto de provocar mudanças na atividade intelectual humana. Essa atividade humana pode se transformar em uma forma mais complexa, através da mediação do computador, desde que este computador esteja tecnicamente adequado e adaptado à atividade humana e o ser humano receptivo em aceitar e harmonizar seu trabalho com o uso do computador (TIKHOMIROV, 1981).

Uma das possibilidades de desenvolvimento é a utilização de recursos como os OA, mas estes devem ser adequados e potencializados para que ocorra esse desenvolvimento. Nesse sentido, destaca-se a necessidade de identificar nestes OA os nexos conceituais revelados por meio do movimento histórico e lógico.

Vistas essas preocupações, a presente pesquisa não foi explorada no sentido de demonstrar os aspectos da forma de um OA, os quais são indicados para a sua constituição estrutural. Mas sim destacou-se a preocupação da formação do seu conteúdo, considerando a necessidade do surgimento e do uso dos conceitos trigonométricos oferecida por esses objetos, principalmente no que concerne a problematização histórica. Tudo isso de uma forma que possa atender o objetivo

proposto por essa dissertação: analisar o conteúdo de um OA aplicado ao ensino de trigonometria usando elementos do movimento histórico e lógico.

## **4 CONCEITOS DA TEORIA HISTÓRICO- CULTURAL, DA TEORIA DA ATIVIDADE E DOS PRESSUPOSTOS DOS PARES DIALÉTICOS**

Ao estabelecer um objeto a ser pesquisado, para um determinado problema se faz necessário que esta pesquisa esteja fundamentada em pressupostos teóricos que validem suas propostas. Portanto, no decorrer deste capítulo, será apresentada uma revisão teórica sobre os princípios das teorias histórico-cultural, da teoria da atividade e dos pares dialéticos.

### **4.1 Teoria Histórico-Cultural no Ensino**

A teoria histórico-cultural do desenvolvimento psicológico da mente humana foi desenvolvida por Liev Sememovich Vigotski (1896-1934) para explicar o processo de apropriação da cultura mediante a comunicação e interação com outras pessoas (VIGOTSKII; LURIA; LEONTIEV, 2010). As pesquisas de Vigotski iniciaram-se em 1924 e estenderam-se até 1934 na URSS. Juntamente com outros pesquisadores, entre eles Alexei Nikolaievich Leontiev (1903-1979) e Alexander Romanovich Luria (1902-1977), constituíram a Troika, grupo de estudos com foco de pesquisa nas funções psicológicas e da consciência (MARTINS; SOUZA; MORETTI, 2017). Para a base dessa teoria, foram discutidos temas como a origem e o desenvolvimento do psiquismo, emoções, atividades, processos intelectuais, desenvolvimento humano e aprendizagem (LIBÂNEO; FREITAS, 2016).

A base da teoria histórico-cultural deu-se a partir dos princípios do materialismo dialético de Karl Marx (1818-1883) e Friedrich Engels (1820-1895). O materialismo dialético não separa o material (ser) do pensamento (consciência), mas racionalmente os une. Dessa forma, “o pensamento atinge a verdade objetiva, coincide por conteúdo com o objeto que fora dele se encontra porque ele mesmo se movimenta segundo as leis do objeto.” (KOPNIN, 1978, p. 55). Vigotski apoderou-se do âmago do marxismo para fundamentar a sua pesquisa, por ser um método que lhe forneceu subsídios para compreender as contradições pertinentes às funções psíquicas superiores, ou seja, entender o interior do objeto de estudo. A respeito disso, González e Mello (2014), argumentam:

Ele apresenta uma psicologia geral, cultural e dialética que não se fundamenta no materialismo mecanicista ou idealista como forma de superar essa crise psicológica, mas fundamenta-se no materialismo histórico-dialético de Marx. (GONZÁLEZ; MELLO, 2014, p. 30).

Segundo Martins, Souza e Moretti (2016, p. 16), o conhecimento dos princípios teóricos da teoria histórico-dialética “apresenta-se como necessidade para a produção de pesquisas em Educação nas quais os pesquisadores pretendem adotar esse referencial como condutor das investigações”. Dentro desse contexto, serão apresentados a seguir os principais pressupostos da teoria histórico-cultural, com o cuidado de direcionar o seu estudo para o campo do ensino escolar.

Vigotski considera que os processos psicológicos superiores, que compreendem a atenção voluntária, memória ativa, ações conscientemente controladas, pensamento abstrato e comportamento intencional, fazem parte das características do funcionamento psicológico tipicamente humanas. Esses processos psicológicos denominados superiores se distinguem de procedimentos mais elementares, como reações automáticas e reflexos, diferenciando, assim, o ser humano dos outros animais (OLIVEIRA, 1997).

A apropriação ativa da cultura, segundo a teoria histórico-social do desenvolvimento psicológico de Vigotski, ocorre pelo processo de internalização da atividade, em decorrência da comunicação com outras pessoas. Tal atividade de comunicação, juntamente com os processos psicológicos superiores, realiza-se primeiro na atividade externa (interpessoal), e na sequência são internalizados pela atividade interna (intrapessoal), que representa a consciência (LIBÂNEO; FREITAS, 2016).

Por meio de um processo de interiorização (VIGOTSKI, 2001), estabelece-se a transformação da atividade coletiva (experiência social) em uma atividade individual (experiência do sujeito), transformação possível por meio da comunicação entre as pessoas. Tal comunicação é sempre mediada. (PANOSSIAN, 2008, p. 24).

Para Libâneo (2004, p.128) no “processo de internalização, a cultura é fonte do desenvolvimento psíquico à medida que o sujeito realiza uma determinada atividade dirigida à apropriação das capacidades sociais, objetivadas em formas de instrumentos, linguagem, obras de arte entre outros”. Logo, o desenvolvimento mental do indivíduo passa a ser dependente de fatores socioculturais, provenientes da

educação e do ensino.

A internalização das atividades socialmente enraizadas e historicamente desenvolvidas constitui o aspecto característico da psicologia humana; é a base do salto qualitativo da psicologia animal para a psicologia humana. (VIGOTSKY, 1991, p. 41).

Segundo Cedro e Nascimento (2017, p. 30), “a possibilidade de garantir um máximo desenvolvimento de todos os indivíduos apresenta-se, objetivamente, como uma possibilidade histórica”, ou seja, é necessário que ações humanas modifiquem a organização do meio social humano, em prol do estabelecimento de novas relações sociais de produção. Para Moura (2010), a realização de atividade pelos estudantes no coletivo favorece o desenvolvimento de suas funções psíquicas superiores.

Cabe ressaltar a importância da escola, dos professores e dos ambientes de aprendizagem na atribuição relevante de incentivar o desenvolvimento psicológico dos humanos.

Entender a escola como o lugar social privilegiado para a apropriação de conhecimentos produzidos historicamente passa necessariamente por assumir que a ação do professor deve estar organizada intencionalmente para esse fim. (MOURA et al., 2010, p. 212).

A concepção sociocultural escolar dá maior ênfase à ação mediada, que se apresenta em situações concretas onde há o compartilhamento de culturas entre os indivíduos envolvidos. Fatores socioculturais exercem forte influência sobre os motivos das pessoas, mas essas também podem intervir no contexto que pode ser moldado pelas ações dos sujeitos. Logo, o ensino depende dos contextos socioculturais e institucionais como facilitadores dos instrumentos de linguagem e cognição (LIBÂNEO, 2004).

Vigotski opera com a percepção de que o relacionamento do homem com o mundo não ocorre de forma direta, mas sim de forma mediada. Essa mediação dá-se através de dois elementos básicos: os instrumentos e os signos (SFORNI, 2004).

O instrumento é o objeto de trabalho do homem, ele o permite ampliar a sua ação sobre a natureza e, indiretamente, sobre si mesmo. Já os signos operam como instrumentos psicológicos que regulam as ações sobre o psiquismo das pessoas (OLIVEIRA, 1997).

Inúmeras são as situações em que se verifica como o ambiente cultural, mediante signos e instrumentos, vai conferindo propriedade e pertinência as ações individuais, permitindo, nesse processo, o desenvolvimento de funções psicológicas superiores. (SFORNI, 2004, p.35).

Os instrumentos, ao serem assimilados no interpessoal através do processo da mediação, conduzem consigo os signos. Apesar dos instrumentos e os signos participarem ativamente na mediação da apropriação dos conceitos, ambos trabalham funções diferentes no comportamento das pessoas. Um opera nas ações concretas, já o outro atua na formação do processo psíquico superior.

Os instrumentos, porém, são elementos externos ao indivíduo, voltados para fora dele, sua função é provocar mudanças nos objetos, controlar processos da natureza. Os signos, por sua vez, também chamados por Vigotsky de instrumentos psicológicos, são orientados para o próprio sujeito, para dentro do indivíduo, seja de outras pessoas. (OLIVEIRA, 1997, p. 30).

Freitas e Ribeiro (2013), afirmam que tanto o instrumento, ferramenta técnica usada pelo humano para modificar a natureza e suas relações externas com o ambiente, quanto o signo, atividade usada pelo humano para alterar internamente suas ações mentais e sociais, realizam função mediadora, divergindo na forma de conduzir o pensamento do indivíduo. Desse modo, o emprego dos signos pelo humano é uma das propriedades fundamentais que o diferenciam dos animais.

O uso de computadores e conseqüentemente dos Objetos de Aprendizagem é um exemplo relevante de instrumento de trabalho carregado de signos, que atuam como meio de conhecimento do mundo exterior, agindo diretamente na atividade intelectual do homem.

Entre o machado de pedra do homem primitivo e o complexo computador eletrônico moderno há uma enorme distância. No entanto há certa afinidade entre eles: ambos são instrumentos de trabalho humano, em qualquer parte o homem usa as propriedades físicas e mecânicas dos objetos como instrumentos de sua atividade. Mas o machado primitivo de pedra e suas propriedades reforçavam a mão do homem para sua atuação sobre os objetos do mundo exterior no processo do trabalho físico, enquanto que o computador eletrônico moderno reforça o cérebro do homem em sua atividade intelectual cognitiva. São as condições de uma civilização desenvolvida, de uma ciência e técnica madura, o pensamento é suprido de instrumentos que ajudam imediatamente o homem a pensar, refletir o objeto. (KOPNIN, 1978, p. 137).

Tikhomirov (1981), em seus estudos, afirma que o processo da mediação pelos computadores reflete um desenvolvimento avançado da mediação externa, ou seja, no funcionamento interpsicológico, exercendo influência, da mesma forma, no funcionamento intrapsicológico. Portanto, pode proporcionar ao sujeito novas formas de mediação da atividade intelectual, auxiliando os estudantes em sua aprendizagem.

Ele propicia um modelo dinâmico das ações de aprendizagem. Ao dominar os modos de trabalho com os computadores, os alunos executam as ações de aprendizagem apropriadas e assimilam a quantidade finita de conteúdo conceitual que conseguem descobrir. Os alunos que trabalham com o computador transformam e assimilam o conteúdo de determinada esfera objetual, que é modelado no design destes sistemas. (DAVYDOV, 1988, p. 246, tradução nossa).

Libâneo (2004), explica que a mente humana, mesmo que haja em isolamento, ainda é essencialmente sociocultural por incorporar ferramentas socialmente evoluídas e organizadas. Vigotski prioriza os fatores interpessoais na formação de conceitos, reconhecendo e valorizando a ação dos contextos socioculturais na formação do pensamento.

Conforme Sforni (2004), o surgimento dos conceitos ao longo do processo de civilização deu-se porque os homens passaram a organizar intersubjetivamente métodos de simbologia, os quais permitiram a comunicação. Dessa forma, “possibilitar o domínio desses conceitos, que, em última instância, significa ter acesso à cultura socialmente produzida, é o papel da escola.” (IBIDEM, 2004, p. 26).

Para Vigotski (2001a, p. 110), “Os conceitos não se encontram depositados no cérebro da criança como ervilhas num saco, sem qualquer relação que os una.” Caso contrário, não haveria a necessidade da existência de conceitos separados e de estabelecer relações intelectuais que necessitassem de coordenação de pensamentos. O valor que Vigotski atribui a linguagem na formação de conceitos pode ser constatado nas seguintes palavras:

A formação dos conceitos é resultado de uma complexa atividade em que todas as funções intelectuais fundamentais participam. No entanto, este processo não pode ser reduzido à associação, à tendência, à imagética, à inferência ou às tendências determinantes. Todas estas funções são indispensáveis, mas não são suficientes se não se empregar o signo ou a palavra, como meios pelos quais dirigimos as nossas operações mentais, controlamos o seu curso e o canalizamos para a solução do problema com que nos defrontamos. (VYGOTSKY, 2001a, p. 61).

Um dos pontos mais relevantes da teoria vigotskiana para Freitas e Ribeiro (2013), é o papel exercido pela linguagem como facilitador da interação entre as pessoas, no âmbito de assimilação da cultura. Essa interação pode dar-se pela fala, discurso conversa, linguagem, dentre outros. “A linguagem é o principal sistema simbólico dos seres humanos, cumpre uma função mediadora, seus símbolos e signos mediam a comunicação entre as pessoas.” (PANOSSIAN, 2008, p. 24).

A linguagem acaba exercendo funções de intercâmbio social e organizador do pensamento. Ela possibilita a apropriação das formas de perceber e organizar o mundo, exercendo a função de um filtro entre o estudante e a sua realidade. Vigotski afirma que “o processo de formação de conceitos pressupõe, como parte fundamental, o domínio do fluxo dos próprios processos psicológicos por meio do uso funcional da palavra ou do signo.” (VIGOTSKI, 2001b, p. 172). Assim, Vigotski (2001b) afirma o papel relevante exercido pela linguagem na formação de conceitos ao constatar que:

O processo de formação de conceitos é irreduzível às associações, ao pensamento, à representação, ao juízo, às tendências determinantes, embora todas essas funções sejam participantes obrigatórias da síntese complexa que, em realidade, é o processo de formação de conceitos. Como mostra a investigação, a questão central desse processo é o emprego funcional do signo ou da palavra como meio através do qual o adolescente subordina ao seu poder as suas próprias operações psicológicas, através do qual ele domina o fluxo dos próprios processos psicológicos e lhes orienta a atividade no sentido de resolver os problemas que tem pela frente. (VIGOTSKI, 2001b, p. 164).

O objeto, quando é definido através de articulações de conceitos, torna mais fácil o método geral de entender sua origem e sua construção. Logo, “um conceito é um meio de perceber uma generalização relacionada ao conteúdo, um método de passar da essência ao fenômeno.” (DAVYDOV, 1990, p. 139, tradução nossa).

Vigotski (2001b) descreve que a passagem de um conceito para o outro não ocorre em um processo estático, mas sim em um processo de movimento dialético de ida e volta do geral para o particular, de volta e ida do particular para o geral.

Do ponto de vista dialético, os conceitos não são conceitos propriamente ditos na forma como se encontram no nosso discurso cotidiano. São antes noções gerais sobre as coisas. Entretanto, não resta nenhuma dúvida de que representam um estágio transitório entre os complexos e pseudoconceitos e os verdadeiros conceitos no sentido dialético desta palavra. (VIGOTSKI, 2001b, p. 218).



Ao estudar os conceitos e o desenvolvimento formativo, Vigotski faz uma grande contribuição para o âmbito escolar – a diferenciação entre o desenvolvimento de conceitos espontâneos e conceitos científicos. Essa distinção é relevante no processo de repensar a didática, reorganizar o ensino (SFORNI, 2004).

A formação de conceitos científicos é diferente da formação de conceitos espontâneos, ainda que de alguma forma tais conceitos estejam relacionados. É necessário um determinado nível de consolidação dos conceitos espontâneos para que se desenvolvam os conceitos científicos. (PANOSSIAN, 2008, p. 38).

Os conceitos espontâneos ou cotidianos são desenvolvidos na convivência do dia-a-dia, formados a partir de situações concretas. Conceitos científicos são um conjunto de associações estabelecidas pelo humano, conceitos esses que já atingiram um nível de abstrações e generalizações, com referência em leis, teoremas e teorias geralmente aprendidas pelos discentes em local escolar (DAMAZIO, 2006, p. 3).

Dessa forma, os conceitos científicos, que surgem a partir de abstrações e generalizações elementares (conceitos espontâneos), necessitam de um processo de internalização em que sejam absorvidos pela consciência dos estudantes, promovendo assim a construção do conhecimento (FREITAS; RIBEIRO, 2013). Segundo Caraça (1952), há um ponto em que os dois conhecimentos se diferenciam.

O conhecimento científico distingue-se, portanto, do conhecimento vulgar ou primário, no facto essencial seguinte: por apresentar a necessidade de dar uma resposta aceitável ao nosso entendimento sobre o acontecimento do fenómeno. (CARAÇA, 1951, p. 107).

Para Vigotski (2001a, p.108), “Embora os conceitos científicos e espontâneos se desenvolvam em direções inversas, os dois processos estão estreitamente relacionados.”. Isto nos mostra que não podemos separar as experiências vivenciadas pelos alunos no seu cotidiano dos novos conceitos que serão trabalhados no âmbito escolar. Logo, a escola é essencial para que os alunos pensem e raciocinem de modo mais elaborado.

Os conceitos científicos, por seu turno, fornecem estruturas para o desenvolvimento ascendente dos conceitos espontâneos da criança rumo à consciência e à utilização deliberada. Os conceitos científicos desenvolvem-se para baixo, através dos conceitos espontâneos; os conceitos espontâneos desenvolvem-se para cima, através dos conceitos científicos. (VYGOTSKY, 2001a, p.108).

Para Sforni (2004), o desenvolvimento dos conceitos científicos não é adquirido somente quando o indivíduo frequenta a escola e tem contato com os conhecimentos científicos. É necessário que o ensino apresente qualidade, fazendo valer o pensamento de Vigotski (1991, p.59) o qual diz que “bom aprendizado” é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento.

Os trabalhos de Vigotski e seus colaboradores oferecem elementos teóricos no sentido de superar a visão dicotomizada de ensino, aprendizagem e desenvolvimento, e principalmente passando a considerar como fenômeno histórico cultural o psiquismo (SFORNI, 2004). O desenvolvimento do psiquismo também é estudado por Leontiev, seguidor de Vigotski, que entende a atividade como unidade de análise do psiquismo humano. Essa atividade, com o auxílio dos recursos possibilitados pelo uso dos computadores, poderá auxiliar na transformação do conhecimento do estudante.

#### **4.2 Teoria da Atividade e Teoria Criativa**

Para Leontiev (2010), atividade são todos os processos psíquicos direcionados a um objeto. Direcionamento esse que coincide com o objetivo proposto pelo objeto, que irá motivar o ser humano a executar esta atividade.

Por atividade, designamos os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo. (LEONTIEV, 2010, p. 68).

Tikhomirov (1999), ao escrever sobre a teoria da atividade, nos afirma que:

a teoria da atividade contém afirmações sobre a relação entre a atividade e seu propósito e entre atividade e consciência, incluindo noções sobre as funções da teoria da atividade, as formas com que se desenvolveu, e sua relação com outras teorias psicológicas. (TIKHOMIROV, 1999, p. 2).

O movimento de constituição do ser humano é identificado por meio dos elementos da atividade, sendo eles: necessidade, motivos, objetivos, ações e operações. Ao reconhecer uma necessidade, o ser humano passa a procurar um

objeto que o atenda através de ações, as quais o motivarão a agir dentro desta atividade (PANOSSIAN, 2014).

Para Sforni (2004, p.97), “a necessidade é o fator desencadeador da atividade; ela motiva o sujeito a ter objetivos e a realizar ações para supri-la.”. Logo, concluímos que um processo é considerado atividade, quando é regido por uma necessidade.

Mas quando ocorre a atividade? Vamos responder a esta pergunta exemplificando a definição de Leontiev. Um estudante precisa realizar um trabalho em equipe na aula de Matemática, operar um OA no laboratório de informática da sua escola. Ao saber que este trabalho não irá contabilizar nota, ele poderá simplesmente operar de qualquer forma as fases do OA. Logo, o motivo que o levou a operar o OA não era aprender, mas sim, apenas a necessidade de obter nota. Esse exemplo não ilustra uma atividade, pois para haver atividade é necessário que o motivo coincida com o objeto, ou seja, o estudante precisa operar de forma atuante em todas as fases do OA porque deseja aprender o seu conteúdo.

Dessa forma, o que percebemos no exemplo acima é uma ação da atividade e não propriamente a atividade em si. A ação é “um processo cujo motivo não coincide com seu objetivo, (isto é, com aquilo para o qual ele se dirige), mas reside na atividade da qual ele faz parte.” (LEONTIEV, 2010, p. 69).

Todavia, uma ação pode ser transformada em uma atividade. Vejamos este exemplo envolvendo o uso do OA: a professora disponibiliza a aplicação de um OA no laboratório de informática da escola e deixa bem claro que os estudantes somente sairão para o recreio após o término de todas as fases do objeto. Podemos encontrar duas situações: o estudante que realiza todas as fases do OA apenas com a intuito de sair logo para o recreio, ou seja, um motivo compreensível, e o estudante que opera todas as fases do OA com o objetivo de aprender como desafio, empregando assim motivos realmente eficazes.

“Só motivos compreensíveis podem se tornar motivos eficazes, em certas condições e assim novos tipos de atividade humana.” (LEONTIEV, 2010, p. 70). Destarte, uma ação será transformada em uma atividade ao perceber-se que o estudante, ao operar o OA, não apenas sairá para o recreio, mas também estará aprendendo o conteúdo proposto pelo OA.

Para que a situação problema apresentada no OA instigue e determine a atividade mental do estudante, estimulando assim os motivos eficazes, é necessário que o problema inclua situações como: “(1) a correlação dos vários valores dos elementos e significados para transformar a situação, e (2) a intenção do formulador do problema.” (TIKHOMIROV, 1981, p. 4).

Para Tikhomirov (1999), a atividade pode se manifestar de diversas maneiras, entre elas: didática, rotina e criativa, sendo esta última normalmente não estudada de forma isolada. A atividade criativa é a atividade que sofre um progresso no percurso da sua atuação. Dessa forma, pode ser definida “como uma unidade de vida que inclui a geração de novas formações psíquicas, oferecendo realmente aos seres humanos a oportunidade de gerar um novo mundo de objetos.” (IBIDEM, 1999, p. 3).

Segundo Tikhomirov (1999), a psicologia através da diferenciação dos tipos de atividades; entre eles por exemplo: prática e teórica, externo e interno, individual e coletiva; pode nos fornecer noções mais gerais sobre ela. Frequentemente os componentes gerais da estrutura da atividade não são gerados nem produzidos, e sim estabelecidos. Problemas como a prevalência de ações a frente da atividade e incerteza nos seus campos motivações e emocionais, podem gerar negligências no seu desenvolvimento, inclusive para a atividade criativa, dificultando a resolução de problemas que aparecem na esfera tanto da teoria quanto da prática, no caso referente ao uso das TIC.

Segundo Asbahr, Furlanetto e Piotto (2016, p. 118), para que o objeto de uma atividade possa ser compreendido pelo ser humano, ele “deve ocupar na atividade realizada um lugar estrutural determinado e constituir-se como objeto de sua ação.”. Uma característica constituinte da atividade é que ela é algo originado de uma reflexão psíquica, a qual orienta o ser humano em relação ao objeto. Para Tikhomirov (1999), essa orientação pode dar-se da seguinte maneira:

O objeto da atividade aparece primariamente na sua existência independente, como subjugador e transformador da atividade do sujeito, e secundariamente como imagem do objeto ou de um produto da reflexão psíquica das propriedades do objeto, o que só pode ser realizado com um resultado da atividade do sujeito. (TIHKOMIROV, 1999, p. 3).

Já a atividade criativa, segundo Tikhomirov (1999), não é formada somente pelos elementos triviais da atividade, mas também por práticas e teorias que geram

novos elementos de necessidade, motivos, objetivos, ações e operações. Na atividade criativa, os motivos, além de serem os requisitos indispensáveis, também são as razões que induzem a estrutura da atividade intelectual, ressaltando que uma motivação inicial poderá sofrer mudanças durante o percurso da atividade. Quanto à orientação do objeto, a atividade criativa apresenta o seguinte comportamento:

Na atividade criativa, o objeto aparece em duas outras formas: como um novo produto da atividade, um produto que não existia antes, e como uma imagem de um objeto ainda a ser criado. Considerando que na atividade não-criativa as funções de comparação, reprodução, assimilação, e cópia são de primordial importância, na atividade criadora as funções de construção, criação, e produção do novo são as mais importantes. Dessa forma a subjetividade é transformada em objetividade. (TIKHOMIROV, 1999, p. 3).

Portanto, pode-se considerar a atuação ativa da atividade criativa em meios informatizados, que proporcionam novas formas de educação, de trabalho criativo e até novas formas de jogar que não existiriam sem a presença de computadores. Logo, para Tikhomirov (1999), o uso das TIC pode resultar em uma maior motivação na prática da atividade.

A informatização tipicamente implica em aumentos acentuados na motivação, prestígio externo, bem como o desenvolvimento intensivo de necessidades cognitivas da personalidade. Nós verificamos tanto um medo de usar computadores quanto um otimismo desenfreado inerente ao seu uso. A transformação ocorre em todo o sistema de motivação, formando significados estáveis de personalidade, e geração de metas pessoais em participar na regulação da atividade criadora. (TIKHOMIROV, 1999, p. 6).

Portanto, o uso de computadores pode colaborar para a prática da atividade criativa do ser humano, e, concomitantemente, estimula o desenvolvimento do pensamento no indivíduo e o progresso da ciência.

A máquina pode ajudar o homem até no conhecimento do próprio pensamento. Sendo cópia material de um aspecto qualquer do pensamento, ela contribui para que o homem tenha mais clareza dessa ou daquela função de pensamento. Assim, por exemplo, a prática atual de construção de máquinas cibernéticas contribui para o progresso no desenvolvimento da lógica Matemática. (KOPNIN, 1978, p. 139).

Para Tikhomirov (1981, p. 9), “o computador e outras máquinas são órgãos do cérebro humano criados pelas mãos humanas”, os quais auxiliam como instrumentos para a atividade intelectual humana, que, por sua vez, tem sua própria

forma de mediação, mas já com significados novos. Logo, o uso dos computadores transforma a atividade humana em uma nova forma de atividade (IBIDEM, 1981).

A transformação pelo uso do computador só ocorrerá quando o problema a ser resolvido for feito juntamente entre ele e o ser humano, processo que Tikhomirov (1981), chamou de computerização.

Para que haja atividade criativa, Tikhomirov (1981), afirma que é necessário o preparo de um conhecimento prévio que poderá estar conservado em determinados locais, o que Vigotski chamou de memória artificial da raça humana. Compreendida por livros, revistas, enciclopédias e principalmente os computadores que agiram como um reorganizador da atividade humana e, concomitantemente, como um instrumento transformador da atividade humana atual.

Com o surgimento do computador, a forma de armazenar a experiência da sociedade (o cérebro eletrônico versus a biblioteca) mudou, como mudou o processo de aquisição de conhecimento quando as relações professor-aluno começaram a ser mediadas pelo computador. (TIKHOMIROV, 1981, p. 12).

Destarte, a teoria da atividade deve assumir um novo papel, o de esclarecer o universo psicológico da atividade humana que irá agir nesta nova sociedade de atuação das TIC (TIKHOMIROV, 1999).

### **4.3 Princípios do Materialismo histórico-Dialético**

O homem, na sua ânsia de sobreviver a natureza e no ímpeto de dominá-la, precisou observar e aprender sobre como ocorrem e se dão os fenômenos (CARAÇA, 1951). O mundo é constituído por fenômenos e objetos. Eles podem ser: de natureza material, constituídos por toda a realidade objetiva que ocorre na matéria, ou seja, fora da nossa consciência, e de natureza espiritual, formados por toda a realidade produzida dentro da nossa consciência, entre eles pensamentos, juízos, sentimentos, entre outros (KOPNIN, 1978).

Mas quem viria primeiro, o material ou a consciência? Na tarefa de elucidar esse problema fundamental da filosofia, a ligação entre o material e o espiritual, encontramos duas vertentes: o idealismo filosófico, composto por Georg Wilhelm Friedrich Hegel (1770-1831), que considera primária a consciência, e o materialismo

filosófico, desenvolvido por Karl Marx e Friedrich Engels, o qual prioriza o material (TRIVINOS, 2011).

Como já foi dito, o estudo da presente pesquisa será ancorado nos pressupostos da teoria histórico-cultural, fundamentada nos princípios do materialismo dialético (CEDRO; NASCIMENTO, 2017). Conforme Trivinos (2011):

De maneira muito geral, pode-se dizer que a concepção materialista apresenta três características importantes. A primeira delas é a da materialidade do mundo, isto é, todos os fenômenos (...) A segunda (...) ressalta que a matéria é anterior a consciência (...) a consciência é um reflexo da matéria. E por último, (...) o mundo é conhecível. (TRIVINOS, 2011, p.52).

Os conceitos do materialismo histórico-dialético, juntamente com sua forma de apropriação e compreensão teórica, o tornam imprescindível no momento de sobrepor a teoria histórico-cultural de Vigotski. “Há uma fusão entre as duas teorias aplicadas nas práticas pedagógicas.” (GONZÁLEZ; MELLO, 2014, p. 30).

O método histórico-dialético consiste no processo de análise dos fatos, e não somente do resultado final que considera a superação da dicotomia entre o objeto e o sujeito. “O objeto estudado tem relação dialética com o próprio sujeito, propulsor da pesquisa.” (GONZÁLEZ; MELLO, 2014, p.30).

Vários outros autores influenciaram e colaboraram para o desenvolvimento do método dialético, entre eles Aristóteles e Hegel, mas coube a Karl Marx e Friedrich Engels, através da sua teoria materialista, aperfeiçoá-lo de forma sistemática. Logo, foi somente através teoria materialista histórico-dialética “que a descoberta dos elementos contraditórios se constituiu como um elemento importante dentro do método.” (CEDRO; NASCIMENTO, 2017, p. 26).

O materialismo dialético não permite uma divisão entre as leis do ser (material) e as leis da consciência (pensamento), mas sim uma união racional, respeitando determinadas diferenças que possam haver e superando qualquer movimento de agnosticismo (KOPNIN, 1978). Assim, “(...) o materialismo dialético reconhece como essência do mundo a matéria que, de acordo com as leis do movimento, se transforma, que a matéria é anterior à consciência e que a realidade objetiva e suas leis são cognoscíveis.” (TRIVINOS, 2011, p. 23). Dessa forma, o materialismo dialético de Karl Marx e de Friedrich Engels estabeleceu um novo paradigma na filosofia.

Marxismo inaugurou um novo período no desenvolvimento da filosofia, quando a coincidência entre a dialética, a lógica e a teoria do conhecimento realmente se torna cada vez mais plena em todos os sentidos. (KOPNIN, 1978, p. 55).

Mas o que seria a dialética? Kopnin (1978) a define como uma doutrina que estuda a unidade dos contrários. A dialética, inicialmente por volta de 300 a. C, era entendida pelos gregos antigos, principalmente por Platão e Aristóteles, com a arte da discussão à base de perguntas e respostas, além de ressaltar o caráter contraditório do ser.

Friedrich Hegel apresenta a dialética como a natureza do mundo em constante movimento, ou seja, em constante transformação, mudança e desenvolvimento. Já a visão materialista de Marx diz que a contribuição da dialética iria além da contradição (KOPNIN, 1978). “A dialética em Karl Marx subsidia uma concepção de homem e de mundo na qual o homem por meio do trabalho, entendido como atividade intencional, transforma a realidade e produz-se a si mesmo.” (MARTINS; SOUZA; MORETTI, 2017, p. 5). Davydov (1990), ressalta que a dialética proporciona ao estudo de um objeto a peculiaridade da superação.

No todo da evolução natural, todas as coisas estão em constante mudança, se tornando outras coisas, desaparecendo. Mas cada coisa, de acordo com a dialética, não apenas muda ou desaparece – ela se torna sua *própria* outra, que, em uma mais ampla interação das coisas, precede como a consequência necessária de ser a coisa que desapareceu, retendo todo o positivo dela (dentro dos limites de toda a natureza, isso é também uma conexão *universal*). (DAVYDOV, 1990, p. 118, tradução nossa).

O materialismo dialético é formado por leis que, segundo Kopnin (1978), podem ser básicas e não básicas. As leis básicas do materialismo dialético abordam assuntos mais genéricos da teoria do desenvolvimento, tais como: a precedência e a orientação do pensamento humano, desempenhando papel relevante na concepção dialética do desenvolvimento. As leis não básicas incluem as categorias ou pares dialéticos, que, por sua vez, trabalham partes isoladas dessa teoria, abordam questões de reciprocidade entre singular e universal, essência e fenômeno, causalidade e necessidade, entre outros.

Kopnin (1978), escreve em sua obra que as leis dialéticas não são semelhantes a uma construção axiomático, ou seja, elas não se encontram acabadas



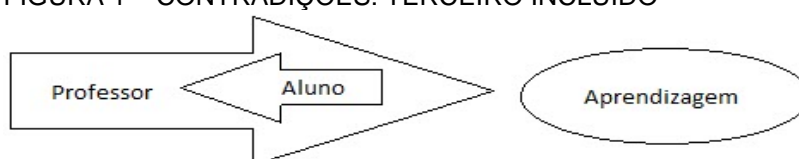
ou definidas numericamente. “Isto significa que novas leis podem ser inseridas na categoria das básicas.” (KOPNIN, 1978 p. 105). Segundo Trivinos (2011), Friedrich Engels delimita em três o número das leis básicas da dialética: 1) lei da unidade e luta dos contrários; 2) lei da transformação das mudanças qualitativas em quantitativas e 3) lei da negação da negação.

Segundo Kopnin (1978), o âmago para o desenvolvimento do objeto material encontra-se no seu interior, mas não significa que o materialismo dialético não leve em consideração as forças externas que pode atuar sobre este objeto. No movimento desse processo dialético de desenvolvimento do objeto, há a presença de princípios chamados contrários, onde um não podem existir sem o outro. Dessa forma, “a dialética é o conhecimento feito com base na luta dos contrários.” (MOURA et al., 2016, p. 86). Trivinos (2011), observa a presença desse movimento como uma característica da lei da unidade e luta dos contrários, que, segundo Kopnin (1978), é a essência do materialismo dialético, comentado abaixo:

Em termos sucintos, pode-se definir a dialética como doutrina da unidade dos contrários. Todas as outras leis da dialética (tanto as básicas quanto as não básicas) são uma revelação, concretização ou complementação do conteúdo dessa lei básica. (KOPNIN, 1978, p. 104).

Moura et al. (2016), destaca que, quando as contradições são trabalhadas harmonicamente, no sentido que a negação seja superada, ocorre uma síntese que já persistia na similaridade de ambos. Deste processo harmônico chamado par, devido os contrários surgirem sempre aos pares, surge um terceiro incluído. “As contradições são o fundamento de todas as áreas do pensamento.” (IBIDEM, 2016, p. 86). Como exemplo, o autor cita a contradição professor→aluno, que poderá resultar no o terceiro incluído, a aprendizagem.

FIGURA 1 – CONTRADIÇÕES: TERCEIRO INCLUÍDO



FONTE: MOURA, 2016, p. 91

Conforme Trivinos (2011), a lei da negação da negação nos permite conhecer no movimento dialético, quais os vínculos entre o antigo e o novo no processo de composição do objeto. A negação no movimento dialético é consequência da luta dos contrários, e expressa a transição do inferior para o superior e vice-versa. Ela apresenta-se pelo movimento, não no sentido de desprezo, mas sim de superação no desenvolvimento da evolução do objeto.

O novo significa um novo objeto, uma nova qualidade, mas o novo possui elementos do antigo, os elementos que são considerados positivos na estrutura do novo e que, de acordo com as circunstâncias onde se desenvolverá o novo, continuam existindo neste. (TRIVINOS, 2011, p. 72).

Convém explicitar a noção de qualidade aqui adotada como a relação entre os elementos de um isolado. Caraça (1951), em sua obra destaca a importância do estudo do isolado ao argumentar a inviabilidade do pesquisador dominar todo o conhecimento de uma vez só. Logo, ele deve recortar e isolar da totalidade, um complexo de seres e fatos, separando-o de todos os outros aos quais estava relacionado, com o intuito de aprender e identificar melhor as características dominantes no fenômeno a ser estudado.

Na impossibilidade de abraçar, num único golpe, a totalidade do Universo, o observador, recorta, destaca, dessa totalidade, um conjunto de seres e fatos, abstraindo de todos os outros que com eles estão relacionados. A tal conjunto daremos o nome de isolado; um isolado é, portanto, uma seção da realidade, nela recortada arbitrariamente. (CARAÇA, 1951, p. 112).

Para Trivinos (2011), os objetos e os fenômenos diferenciam-se entre si mesmos pelas propriedades que os constituem, ou seja, pela qualidade. Segundo Caraça (1951, p. 113), a qualidade representa o conjunto de "(...) relações em que um determinado ser se encontra com os outros seres dum agregado (...)" Logo, é necessário associar e relacionar a qualidade de um ser ao isolado a qual ele é inerente. Desse modo, a qualidade de um objeto ou fenômeno representa relações orientadas. Se considerarmos um novo isolado, modificam-se também as relações, ou seja, a cada isolado novo, uma nova qualidade.

Distinguir a qualidade do objeto é o primeiro passo para conhecê-lo. Na sequência, outros atributos são revelados, como a sua essência, sua causa, sua quantidade, entre outros. Ao conhecer mais profundamente esses atributos, pode-se prosperar no conhecimento sobre o isolado (TRIVINOS, 2011).

A qualidade estabelecida entre os elementos de um isolado nem sempre pode ser medida, conforme Caraça (1951). O autor ainda reforça que “a quantidade é um atributo da qualidade e, como tal, só em relação a ela pode ser considerada.” (IBIDEM, 1951, p. 116). “Há qualidades que não são susceptíveis de admitir graus diferentes de intensidade, isto é, qualidades a respeito das quais se não podem fazer juízos de mais que, maior, menos que, menor.” (CARAÇA, 1951, p. 114).

Quando por alguma razão a quantidade é intensificada, este processo contraria a estrutura da qualidade de um isolado, podendo ocorrer o aniquilamento dessa qualidade em prol do surgimento de uma qualidade nova, e esse ponto de transformação resultará na evolução do isolado (CARAÇA, 1951). Esse processo de movimento é afirmado por Lenin (2011, p. 116), ao escrever que “(...) a quantidade se transforma em qualidade (...)”. Desse modo, Trivinos (2011), justifica a presença da lei de transformação da quantidade em qualidade no processo do movimento dialético, de acordo com o seguinte pensamento.

A lei da passagem das mudanças quantitativas às qualitativas estabelece em primeiro lugar, a maneira como se realiza, de que maneira, que mecanismos atuam no processo de desenvolvimento das formações materiais. (TRIVINOS, 2011, p. 65).

Por mais que as leis básicas sejam relevantes, a teoria do materialismo histórico-dialético não será limitada apenas a elas. Assim, existem outras leis nomeadas não básicas que contribuem para a realização e funcionamento das leis básicas, portanto, de igual peso de importância para o desenvolvimento da teoria dialética. As leis não básicas, importantes para o desenvolvimento e movimento dos fenômenos, costumam ser refletidas pelas categorias ou pares dialéticos do materialismo dialético (KOPNIN, 1978).

O conhecimento se desenvolve e se realiza pela prática. Na prática ocorre a constituição dos pares dialéticos ou categorias, que representam as formas universais da matéria.

As categorias e leis são graus do desenvolvimento do conhecimento e da prática sociais, conclusões tiradas da história do desenvolvimento da ciência e da atividade prática. Familiarizar os homens com as categorias e as leis da dialética, fazê-los assimilar sua essência, nada mais é do que os iniciar na cultura humana e alargar seus horizontes. (CHEPTULIN, 1982, p. 3).

As leis do materialismo histórico-dialético para Kopnin (1978), só se revelam em seus pares dialéticos, que, por sua vez, estabelecem a lógica do pensamento científico teórico, ou seja, criação do movimento de um conceito a outro com mais propriedade em relação ao objeto em estudo. Nesse processo de desenvolvimento, haverá pares dialéticos com propósitos contrários, mas que não podem existir sem a presença um do outro. “O sistema lógico da dialética materialista não pode ser interpretado sem que nele se defina o lugar das categorias.” (IBIDEM, 1978, p. 105). Como afirma Trivinos (2011), ao discorrer sobre as categorias contrárias ou pares dialéticos.

Os contrários interpenetram-se, porque em sua essência tem alguma semelhança, alguma identidade, que se alcança quando se soluciona a contradição, quando se realiza a passagem dos contrários de um para o outro. (TRIVINOS, 2011, p. 69).

A dialética nos proporciona um conjunto de pares dialéticos, as quais atuam ativamente na metodologia do movimento do pensamento, e são formas inter-relacionadas que se constituem como unidades de contrários. Como exemplos, temos os pares dialéticos empírico/teórico, quantidade/qualidade, teórico/prático, lógico/histórico, concreto/abstrato, forma/conteúdo, entre outros. (MARTINS; SOUZA; MORETTI, 2017; KOPNIN, 1978). Segundo Kopnin (1978, p. 60), “todas as categorias do materialismo dialético, começando pela matéria, implicam a solução do problema da relação do pensamento com o ser.”

Os pares dialéticos se apresentam como meios de compreensão da realidade objetiva, localizados externamente a consciência do homem, ao mesmo tempo que atuam como atividade subjetiva orientada ao movimento do conhecimento (KOPNIN, 1978).

É nos indispensáveis uma lógica que explique o movimento do conhecimento em sua plenitude, que elabore um dispositivo para a atividade do pensamento. É nessa lógica que se constitui a dialética materialista, cujas leis e categorias são a base da síntese do conhecimento, orientam o pensamento no sentido da procura de solução de novos problemas científicos; elas devem manter-se em estado de ação permanente, de tensão original. É necessário confrontá-las com experiências novas, ainda não estudada, seja a experiência do conhecimento científico ou do desenvolvimento social no seu todo. (KOPNIN, 1978, p. 117).

Para Kopnin (1978), a sucessão dos pares dialéticos pode obedecer a um

caráter lógico, mas não se pode afirmar com sucesso quem surgiu primeiro, o abstrato ou o concreto, por exemplo, e qual categoria surgiu antes no processo histórico do conhecimento. Mas pode-se tomar por referencial a ideia da construção do conhecimento a partir do simples para o complexo, obedecendo aos princípios do materialismo dialético.

Segundo Kopnin (1978), as categorias da filosofia ou pares dialéticos retratam as leis mais gerais e relevantes do movimento dos fenômenos no mundo. Por serem ricos em conteúdo, os pares dialéticos concentram a experiência anterior do conhecimento do mundo, visando a construção do método do conhecimento científico. Eles possuem real importância no processo da metodologia por auxiliarem na busca de novos corolários, ou seja, “são um método de movimento do conhecido ao desconhecido.” (IBIDEM, 1978, p. 106).

Os pares dialéticos, ou categorias da teoria materialista dialética refletem a realidade do conhecimento. Sua criação deu-se dentro de um contexto histórico do conhecimento filosófico, fato que reforça a importância da experiência da história da filosofia no processo de interpretação e de possíveis acréscimos de novas categorias que instiguem a produção do pensamento teórico científico (KOPNIN, 1978).

Quanto aos pares dialéticos, sejam eles forma-conteúdo, necessidade-casualidade, histórico-lógico, ou qualquer outro par dialético, sempre estarão relacionados. “Ao que se sabe, nenhuma dessas categorias, tomada isoladamente da outra, expressa qualquer conteúdo real, daí serem definidas uma através da outra, ou melhor, na sua inter-relação percebe-se certa realidade.” (KOPNIN, 1978, p. 140).

Na sequência deste capítulo, apresentar-se-á um estudo teórico do par dialético histórico e lógico, concomitantemente com inferências dos pares dialéticos empírico e teórico e abstrato e concreto. Sendo o par dialético o par escolhido para ser usado na análise dos OA. Este estudo pretende contribuir com argumentos que relacionem os seus referenciais teóricos de acordo com o objetivo desta dissertação, ou seja, analisar o conteúdo de OA aplicados ao ensino de trigonometria usando elementos do movimento histórico e lógico.

#### 4.4. Estudo dos Pares Dialéticos

O pensamento é uma atividade intelectual teórica do homem a sua consciência. Para Kopnin (1978, p. 126), “o pensamento é um processo objetivo de atividade da humanidade, o funcionamento da civilização humana, da sociedade como sujeito autêntico do pensamento.”. Segundo o autor, o pensamento é formado inicialmente por dois momentos; o sensorial e o racional; considerando que o conhecimento tem origem através de percepções ou sensações, “não pode haver dúvida de que o reflexo sensorial da realidade antecede ao pensamento enquanto forma de conhecimento humano (KOPNIN, 1978, p.151).

Assim, a formação de concepções sensoriais gerais que são diretamente entrelaçadas com atividades práticas criou as condições para altamente complexas atividades intelectuais que são comumente chamadas pensamento. (DAVYDOV, 1990, p. 115, tradução nossa).

Antes da existência da inteligência no ser humano, o conhecimento era revelado por meio dos sentidos. Com o desenvolvimento da inteligência no ser humano “surgiu um nível especial de conhecimento - o racional, quando tudo assume a forma de pensamento, inclusive os resultados da representação sensorial da realidade.” (KOPNIN, 1978, p. 151). Logo, o pensamento não pode ser dividido em sensorial e racional, pois ambos fazem parte do momento da construção do conhecimento. Entretanto, ele pode ser caracterizado como empírico e teórico (IBIDEM, 1978).

O pensamento empírico é decorrência de interpretações sensoriais, ou seja, uma generalização formada por um princípio de concordância abstrata e formal, que assentará a base para a construção do conteúdo concreto. As “relações empíricas podem ser expressadas verbalmente como os resultados das observações sensoriais.” (DAVYDOV, 1990, p. 119, tradução nossa). Logo, o pensamento empírico, por sua vez, será o ponto de partida para a construção do conhecimento.

No pensamento empírico o objeto é representado no aspecto das suas relações e manifestações exteriores acessíveis à contemplação viva. A forma lógica do empírico é constituída pelo juízo tomado isoladamente, que constata o fato ou por certo sistema de fatos que descreve um fenômeno. A aplicação prática do conhecimento empírico é restrita, sendo, no sentido científico, um ponto de partida qualquer para a construção da teoria. (KOPNIN, 1978, p. 152).

Segundo Davydov (1990), o pensamento teórico, composto pelo ser mediado, é resultado da atividade prática por objetos e pela reprodução destes na atividade do trabalho pela suas leis e medidas, como uma experiência de caráter sensorial-objeto. Por conseguinte, essa experiência “adquire cada vez mais um caráter cognitivo, permitindo às pessoas, com o tempo, passar a uma experimentação *mental*, a mentalmente atribuir uma certa interação, uma forma definida do movimento, a objetos.” (IBIDEM, 1990, p. 116, tradução nossa). Essa experimentação mental é o eixo fundamental do pensamento teórico, e este se efetiva pelos conceitos científicos.

O pensamento teórico reflete o objeto no aspecto das relações internas e leis do movimento deste, cognoscíveis por meio da elaboração racional dos dados do conhecimento empírico. Sua forma lógica é constituída pelo sistema de abstrações que explica o objeto. A aplicação prática do conhecimento teórico é quase ilimitada, enquanto no sentido científico a construção da teoria se manifesta como um resultado final, como conclusão do processo de conhecimento. (KOPNIN, 1978, p. 152).

O pensamento teórico pode apresentar nexos externos e internos, em seu movimento. Os nexos externos representam elementos distintos do conceito, de modo formal, através de classificações, nomeações e cálculos mecânicos, os quais permitem poucos recursos ao estudante para a formação do conceito. Logo, apresentando ações que remetem somente ao processo de memorizações. Assim pode vir a comprometer a formação do pensamento teórico. Os nexos internos ou também chamados nexos conceituais, compreendem o movimento histórico e lógico do conceito (SOUSA, 2018; SIVA, 2018).

Desse modo, “os nexos conceituais, ou seja, os elos que fundamentam os conceitos contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento.” (SOUSA, 2018, p. 50).

Sousa (2018), nos alerta sobre o risco do não comprometimento na formação do conceito, da ausência da subjetividade do sujeito e por fim da não edificação do pensamento teórico, se, por ventura, o professor limitar o seu ensino somente por meio dos nexos externos.

De acordo com Panossian (2008), tanto o conhecimento empírico quanto o conhecimento teórico têm como referência comum a percepção dos objetos. No entanto, o conhecimento teórico vai além da externalidade que expõe apenas as

propriedades individuais do objeto; e procura construir o conceito através de relações entre suas propriedades nos mais diversificados meios de atividade intelectual.

Segundo Kopnin (1978), o pensamento humano só pode funcionar normalmente se há uma consonância entre as formas de pensamento juízos, conceitos e deduções. O juízo é o principal constituinte da abstração, logo está presente em toda parte, nos conceitos, nas deduções, nas teorias. Dado que, “todo conhecimento, se existe em realidade para o homem, tem a forma de juízo ou de sistemas de juízos” (IBIDEM, 1978, p. 195). Na dedução se encontra o caráter mediado, criador do pensamento humano. “É o elemento indispensável do caráter criativo do trabalho humano” (IBIDEM, 1978, p. 213).

Kopnin (1978), afirma que os conceitos contêm os juízos, e concomitantemente concentram o conhecimento de aspectos relevantes do objeto de estudo, sendo imprescindíveis para o movimento do pensamento no sentido da construção da teoria científica. Destarte, o conceito é “uma forma original de reflexo dos objetos, das coisas do mundo material e das leis do movimento destes. Os conceitos são objetivos por conteúdo.” (IBIDEM, 1978, p. 204). Logo, o conceito atua como o ponto de convergência entre o lógico e o histórico (SOUSA, 2004).

Vigotski, fundamentado nos preceitos do materialismo histórico-dialético de Marx e Engels, trabalhou para estruturar uma teoria que foi além de compreender a apropriação do conhecimento pelo meio cultural e coletivo, mas visava também compreender a “natureza do comportamento humano como parte do desenvolvimento histórico” (SFORNI, 2004, p. 31). Dessa forma, Vigotski buscou com a sua teoria histórico-cultural “(...) analisar o objeto de pesquisa como processo, não como fatos isolados da realidade histórica, senão como fatos que tem sua origem na historicidade, (...)” (GONZÁLEZ; MELLO, 2014, p. 32).

O processo de transformação do objeto é histórico, cabendo ao lógico o reflexo desse processo. É por meio das abstrações que o lógico reflete o histórico, sendo o lógico o movimento do pensamento necessário para interpretá-lo (KOPNIN, 1978). Portanto, “as formas lógicas de pensamento conduzem o movimento do pensamento, durante os diversos períodos históricos, nas diversas civilizações.” (SOUSA, 2004, p. 59).

O pensamento só se realiza nas abstrações, assim todas as leis da ciência são descobertas e formuladas por meio de abstrações do pensamento humano. Estas



permitem ao ser humano conhecer, entender e estudar os fenômenos encontrados na natureza e na prática social. Mas este pensamento não deve se limitar somente a abstrações, pois esta ação poderá ocasionar um sério comprometimento do conhecimento (KOPNIN, 1978).

A abstração rica em conteúdo e a generalização funcionam como dois aspectos únicos da ascensão do pensamento ao concreto. Ao *abstrair*, o homem isola e, no processo da ascensão, mentalmente retém a natureza específica da real relação das coisas que determina a formação e integridade de fenômenos sortidos. (DAVYDOV, 1990, p. 138, tradução nossa).

A lei da negação da negação do materialismo dialético aplica-se ao movimento de ascensão do conhecimento dado do sensorial-concreto, por meio das abstrações, ao concreto. “O movimento do sensorial-concreto ao concreto através do abstrato no pensamento é a lei universal do desenvolvimento do conhecimento humano,” (KOPNIN, 1978, p. 163). Esta lei é a pedra angular da lógica dialética para a construção de todas as teorias de formação do pensamento.

O abstrato é a negação do sensorial-concreto. O concreto no pensamento é a negação do abstrato, mas o concreto mental não é a retomada do concreto inicial, sensorial, mas o resultado da ascensão a um concreto novo, mais substância (...). No processo de formação do concreto uma abstração surge como continuação lógica e complementação de outra. A ligação entre as abstrações é determinada pelas ligações no objeto. (KOPNIN, 1978, p. 162).

Ao estudar as leis do movimento do pensamento, observamos que o histórico do processo de formação do objeto, submetido a etapas, que compreende o seu surgimento e desenvolvimento, é refletido por meio do lógico,

Por histórico subtendem-se o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O histórico atua como objeto do pensamento, o reflexo do histórico, como conteúdo. O pensamento visa à reprodução do processo histórico real em toda a sua objetividade, complexidade e contrariedade. O lógico é o meio através do qual o pensamento realiza esta tarefa, mas é o reflexo do histórico em forma teórica, vale dizer, é a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações. O histórico é primário em relação ao lógico, a lógica reflete os principais períodos da história. (KOPNIN, 1978, p. 183.)

Desse modo, a lógica dialética, em oposição à lógica formal, ressalta a essência do objeto, mostra “que a essência de uma coisa pode ser revelada apenas

ao considerar-se o processo de seu desenvolvimento.” (DAVYDOV, 1990, p. 135, tradução nossa). A lógica formal não assume as contradições do fenômeno por considerar que o processo ocorre apenas como causa e efeito. Por ser estática, não considera a intervenção do objeto no sujeito. A lógica dialética também considera o processo causa e efeito, mas entende que outros fatores podem participar desse processo, em constante movimento.

Portanto, dentre os problemas relacionados à atividade, a lógica dialética estuda aqueles ligados ao movimento do homem em direção ao conhecimento da verdade. Ela aborda as leis da origem histórica das categorias cujo funcionamento na atividade do homem, que passa da contemplação viva ao pensamento abstrato e deste à prática, leva este indivíduo ao conhecimento verdadeiro. (DAVYDOV, 1988, p. 22, tradução nossa).

Portanto, a lógica dialética se diferencia da lógica formal, principalmente quanto a manifestação do conceito. Quando para a lógica formal o conceito “não é outra coisa que uma representação geral, que se origina como resultado da distinção de uma série de características comuns”, para a lógica dialética “o conceito se revela mais rico de conteúdo que a representação.” (PANOSSIAN, 2014, p. 187). Logo, a concretização dos conceitos científicos se dá através de articulações do desenvolvimento de seus objetos com o meio onde será posto em prática. (DAVYDOV, 1988).

A lógica dialética acredita que a concretude pode ser desenvolvida a partir do produto de fenômenos pessoais e peculiares que se encontram externamente à mente do humano (DAVYDOV, 1990). A mesma lógica dialética expressa que o concreto no pensamento é uma composição de várias definições, manifestando-se como resultado de uma síntese e não como ponto de partida (KOPNIN, 1978).

Karl Marx e Friedrich Engels defendem o verdadeiro estudo do processo histórico concreto, o qual só pode ocorrer por meio da lógica dialética. Destarte, sempre contestavam autores, até mesmo os que se diziam seus discípulos, pois ao escrever procuravam apoio apenas em deduções e analogias superficiais, ou seja, meras relações mecânicas (LUKACS, 1965).

Para o pesquisador, ao fazer o estudo da essência do objeto, desde a abordagem do início e em seguida passando pelo desenvolvimento da história no pensamento, é fundamental que se reproduza “o processo histórico real de seu

desenvolvimento, mas este é possível somente se conhecemos a essência do objeto.” (KOPNIN, 1978, p. 184).

O método de reprodução da essência do objeto constitui a história deste, portanto é relevante que “as definições primárias do objeto, a lógica dos conceitos que o expressam constitui ponto de partida no estudo do processo de formação e desenvolvimento de dado objeto.” (KOPNIN, 1978, p. 185).

O movimento do estudo do histórico e lógico do objeto permite uma melhor compreensão da sua essência, pois, a medida que a teoria do objeto propicia a base para o estudo da sua história, por meio de abstrações, esta a aprimora ao corrigi-la, ao complementá-la e ao desenvolver os conceitos que compõem a teoria, alcançando o pensamento concreto.

Assim, tem-se uma teoria renovada que permitirá à história a possibilidade de rever fatos, passados despercebidos em um estudo anterior. Ao mesmo tempo, teremos um conhecimento histórico enriquecido, que por meio do lógico possibilitará futuras abstrações para a construção do aprimoramento dos seus conceitos, proporcionando o contínuo desenvolvimento da teoria.

É como se o pensamento se desenvolvesse conforme um círculo: da teoria (ou lógica); à história e desta novamente a teoria (lógica); além do mais, de acordo com a lei da negação da negação, verifica-se não a retomada das definições básicas, mas a criação de novos conceitos, surgidos à base de um estudo profundo e minucioso da história do objeto. (KOPNIN, 1978, p. 186).

Portanto, para Kopnin (1978), o movimento histórico e lógico atua na construção do conhecimento, pois os conteúdos têm uma história e partem de uma necessidade humana, sendo a lógica a reunião dos elementos essenciais desse movimento histórico reconstruídos dentro de uma forma teórica. Logo, o ensino do conteúdo “tem dupla dimensão: histórica e lógica.” (MOURA; SFORNI; LOPES, 2017, p. 91).

Nesta pesquisa, o par histórico e lógico será considerado no sentido de analisar se o OA contempla elementos do movimento histórico e lógico da trigonometria, e conseqüentemente a formação do pensamento teórico e o movimento do conceito do abstrato ao concreto.

## 5 MOVIMENTO HISTÓRICO E LÓGICO DA TRIGONOMETRIA: O RECONHECIMENTO DE NEXOS CONCEITUAIS.

“Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias Matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber.” (D’AMBRÓSIO, 1999, p. 97).

Ao estudar o movimento histórico e lógico da Matemática, tem-se a oportunidade de constatar em que momento da história da humanidade houve a necessidade da produção dos conceitos.

Conceitos que surgem a partir de juízos e de abstrações, os quais constituem o movimento do pensamento que levará à concretização do conhecimento científico. Conforme pensa Kopnin (1978, p. 196), “os conceitos são indispensáveis no movimento do nosso pensamento no sentido da teoria científica, pois neles se concentra o conhecimento de aspectos essenciais particularmente do objeto.”.

O processo histórico permite analisar o momento em que conceitos matemáticos foram concebidos e como seus resultados foram demonstrados, afirma Roque (2012). Não obstante, só haverá significado em trabalhar a história desses conceitos matemáticos em ambiente escolar, “quando professores e alunos compreenderem o movimento das abstrações do pensamento que compuseram as formalizações que estudamos.” (SOUSA, 2018, p. 58).

Na tentativa de compreender o movimento histórico e lógico da trigonometria, tornou-se necessário reconhecer na história os elementos que permitiram ao homem entender e formular a lógica do pensamento matemático referente aos conceitos trigonométricos como esses se apresentam atualmente. Afinal a Matemática, em particular a trigonometria, que conhecemos hoje não nasceu pronta, ela está em constante movimento. Roque (2012, p. 21), nos afirma que “a Matemática que lemos nos livros já foi produzida há muito tempo e reorganizada inúmeras vezes.”.

Entretanto, não se trata de um saber pronto e acabado. Ele continua em intenso movimento de desenvolvimento, e cabe ao histórico o papel de exibir os fatos da realidade que levaram ao surgimento dos conceitos, na maioria das vezes ocultos ao conhecimento de nossos estudantes.

Vigotski (1995), nos escreve sobre a importância de destacar a natureza histórica do fenômeno, no momento de realizar a sua investigação, nas seguintes

palavras:

São ainda muitos os que seguem interpretando erroneamente a psicologia histórica. Identificam a história com o passado. Para eles, estudar algo historicamente significa o estudo obrigatório de um ou outro fato do passado. (...) Contudo, o estudo histórico, por sinal, simplesmente significa aplicar as categorias do desenvolvimento à investigação dos fenômenos. Estudar algo historicamente significa estudá-lo em movimento. Esta é a exigência fundamental do método dialético. Quando em uma investigação se abarca o processo de desenvolvimento de algum fenômeno em todas as suas fases e transformações, desde que surge até que desapareça, isso implica colocar de manifesto sua natureza, conhecer sua essência, já que somente em movimento demonstra o corpo que existe. Assim, pois, a investigação histórica da conduta não é algo que complementa ou ajuda o estudo teórico, mas sim que constitui seu fundamento. (VIGOTSKI, 1995, p. 67-68, apud CEDRO; NASCIMENTO, 2017, p. 33).

Para revelar alguns nexos conceituais do objeto de estudo desta dissertação, 'o movimento histórico e lógico da trigonometria "é necessário reproduzir o processo histórico real de seu desenvolvimento." (KOPNIN, 1978, p. 184). Sabendo-se que os nexos conceituais; diferente dos nexos externos que retratam a parte superficial do conceito; são "elos que fundamentam os conceitos contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento." (SOUSA, 2018, p. 50).

Para Rooney (2012), a trigonometria é o segmento da Matemática que se refere ao cálculo de ângulos, especificamente relacionado aos encontrados nos triângulos retângulos. A trigonometria propicia cálculos matemáticos para todas as áreas ou superfícies limitadas por linhas retas, devido à possibilidade de qualquer polígono ser reduzido a um número de triângulos. Destarte, o uso do ângulo torna-se um dos nexos conceituais relevantes para o estudo do movimento histórico e lógico da trigonometria.

A trigonometria não foi obra de um só homem ou nação, ela foi construída através de séculos e pelas etnias mais diversificadas (BOYER, 1974). Esse pensamento reforça a afirmação de Trivinos (2011, p. 25), ao explicar que o "conhecimento é relativo em determinada época histórica", pensamento esse que reflete um dos princípios do materialismo dialético.

Segundo Kennedy (1992, p. 1), "a história da trigonometria mostra em seu interior o crescimento embrionário de três partes clássicas da Matemática: álgebra, análise e geometria.". Mas inicialmente esse estudo estava direcionado à importância

de encontrar valores para situações, valores que hoje seriam análogos ao que chamamos de lado do triângulo. Conforme pensa Boyer (1974).

Dada a falta, no período pré-helênico, do conceito de medida de ângulo, um tal estudo seria melhor chamado “trilaterometria”, ou medida de polígonos de três lados (triláteros), do que “trigonometria”, a medida de partes de um triângulo. (BOYER, 1974, p. 116).

Conforme Boyer, não necessariamente a trigonometria foi feita somente com base no ângulo, mas sim no período pré-helênico tendo a preocupação de estabelecer razão entre segmentos do triângulo. Assim, como o ângulo, se considera a razão entre segmentos do triângulo como um nexos conceitual relevante.

Segundo Panossian (2014), a evolução da história avança no momento em que o ser humano procura meios de atender às suas necessidades e os trabalha a favor da sua concretização. Com a evolução dos conteúdos da Matemática não foi diferente, principalmente com a trigonometria.

O movimento histórico e lógico da trigonometria, objeto de estudo desta dissertação, teve seu desenvolvimento impulsionado por uma íntima relação entre “a oferta de teorias Matemáticas aplicáveis e técnicas acessíveis em qualquer momento e a demanda de uma única ciência aplicada, à astronomia.” (KENNEDY, 1992, p. 1). O termo trigonometria mesmo só passou a existir em 1595, citado como título de uma exposição que foi publicada nesta época como suplemento a um livro sobre esféricas de Bartholomeus Pitiscus (1561-1613) (BOYER, 1974).

As etapas da história e sua compreensão, que, por sua vez, nesta dissertação, envolvem o estudo conceitual da trigonometria e a forma como se revela o pensamento e seus conceitos, estão inter-relacionadas e organizadas por uma estrutura lógica. Segundo Kopnin (1978), todas as teorias que são desenvolvidas a partir de uma análise estruturada sobre as suas leis de construção refletem uma lógica dialética, a qual procura estudar as formas de pensamento através de uma amplitude maior.

Logo, este trabalho pretende discorrer no texto abaixo as características da trigonometria em diferentes épocas de distintos povos. Descrever quais necessidades apresentadas por estes povos conduziram a constituição dos nexos conceituais que compõem os elementos do movimento histórico e lógico da trigonometria, conforme estudado nesta pesquisa.

## 5.1 Trigonometria Babilônica

Estudos remotos mostram a existência de uma trigonometria prática na região da Mesopotâmia, composta pelos povos babilônios, sumérios, acadianos e assírios (2000 a.C.). Uma trigonometria voltada a resolver problemas aplicados a navegação, agrimensura, ao plantio e a astronomia (EVES, 2011; BOYER, 1974).

A mais antiga tabela trigonométrica e completamente exata, a Plimpton 322, foi encontrada na cidade suméria Larsa, durante o início do século XX. A Plimpton 322. É uma tábua de argila composta por quinze linhas de números apresentados na escrita cuneiforme, de aproximadamente 1800 anos a.C. Esta tabela apresenta quinze triângulos retos com inclinações decrescentes, com uma característica bem peculiar por adotar uma trigonometria baseada em razões e não em ângulos e circunferências, o que permite cálculos exatos, sem a necessidade do uso de ângulos, circunferências e aproximações. Logo uma trigonometria diferente da qual seria apresentada pelos gregos, séculos adiante (EVES, 2011).

Considerou-se que estabelecer a razão entre segmentos nos triângulos, desde essa época dos babilônios, é um elemento do movimento histórico e lógico, o qual considera-se um nexos conceitual, que será identificado na trigonometria de outros povos.

FIGURA 2 – TABELA TRIGONOMÉTRICA DE PLIMPTON 322



FONTE: <https://www.bbc.com/portuguese/geral-41072079>. Acesso: 22 jan 2018.

O fato de obterem valores exatos para a tabela, ou seja, que não necessitavam de aproximações, deve-se à criação e adoção de um sistema numérico de base sessenta. O sistema sexagesimal permitia aos babilônios realizar mais divisões exatas, ao contrário do nosso atual sistema decimal. Assim, sem a presença de números irracionais, ângulos, tangentes, senos, cossenos, ou seja, a ausência da necessidade de se trabalhar triângulos juntamente com círculos, a trigonometria babilônica se tornava mais eficiente e clara (BBC BRASIL, 2017).

A tabela Plimpton 322, apresenta uma trigonometria com base em triângulos de ângulos retos, estudo semelhante ao Teorema de Pitágoras, que foi apresentado pelos gregos séculos mais tarde, aproximadamente há 500 a.C.. Estudo o qual pronuncia que o quadrado do lado maior de um triângulo; hipotenusa lado oposto ao ângulo de  $90^\circ$ ; é igual à soma dos quadrados dos dois lados menores desse triângulo, chamados de catetos, processo que formará as ternas pitagóricas 3, 4 e 5. Para a tábua babilônica, os valores são bem maiores que as usadas pelas ternas pitagóricas, como o exemplo do triângulo que aparece na primeira linha da tábua, um triângulo com valores de lados composto pelas medidas 119, 120 e 169 (EVES, 2011; O GLOBO, 2017).

Logo os babilônios, como também os egípcios, já detinham o conhecimento das ternas pitagóricas, mas não há registros de demonstrações desses (EVES, 2011).

Os pesquisadores ao estudarem a tabela Plimpton 322, acreditavam que a construção dessa tabela, estava associada a necessidade de realizar cálculos arquitetônicos usados para a construção de templos, pirâmides e palácios (O GLOBO, 2017).

Apesar da utilização da circunferência usada pelos babilônios como meio para realizar cálculos da trigonometria, não constar nas fontes de referências pesquisadas para esta dissertação, há sim registros históricos que comprovam que os babilônios adotaram a base sexagesimal para dividir o círculo em  $360^\circ$ . Fato esse que deu-se devido a vários fatores, entre eles: a facilidade de dividir um círculo em seis partes iguais, e quanto à divisão astronômica do zodíaco em 12 signos ou 36 decanos, com uma estimativa equivocada de 360 dias no ano (ROONEY, 2012; JONES, 1992). Um relevante conhecimento que será primordial para o desenvolvimento futuro da trigonometria grega.

Considerou-se que estabelecer a razão entre segmentos nos triângulos,



desde essa época dos babilônios, é um elemento do movimento histórico e lógico que considera-se um nexos conceitual, o qual será também identificado na trigonometria de outros povos.

Diante desses fatos, vemos a relevância de se estudar a história de um conteúdo, pois este surgiu de uma premência situada em uma determinada época. Essa relevância reflete uma qualidade ao ensino de caráter ambíguo, o histórico e o lógico, sendo o lógico o “resultado da sistematização de alguém que tomou os elementos essenciais desse movimento histórico e o reconstituiu para ter uma razão lógica de interdependência dos elementos conceituais que o compõe.” (MOURA; SFORNI; LOPES, 2017a, p. 91).

## 5.2 Trigonometria Egípcia

A trigonometria já era usada pelos povos egípcios (em torno de 1500 a.C.). Os egípcios foram um dos primeiros povos da antiguidade a se interessarem pelo estudo da astronomia, devido o interesse na inundação anual do Nilo, que geralmente ocorre pouco depois que a estrela do cão – Sirius, se levantava a leste antes do sol. Logo, perceberam que o anunciador da inundação, Sirius, apresentava o fenômeno a cada 365 dias. Movidos por essa necessidade, os egípcios estabeleceram um calendário solar de doze meses composto cada um de trinta dias e mais cinco dias de festa (BOYER, 1974).

Outro exemplo de premência dos egípcios que impulsionaram o desenvolvimento da trigonometria é a mensuração de alturas e distâncias. “Enquanto os conceitos de seno e co-seno tiveram sua origem no contexto da astronomia, tangente e co-tangente emergiram das necessidades mais modestas da medição de alturas e distâncias.” (MILER, 1992, p. 41).

Estudos iniciais de situações problemas que envolvem a mensuração de alturas e distância foram encontrados registrados no Papiro Ahmes, conhecido como Papiro Rhind (1650 a.C.), composto de oitenta e quatro problemas, sendo que quatro destes mencionam o seqt de um ângulo. No problema 56, encontramos o exemplo de uma situação envolvendo cálculo semelhante a de uma cotangente do ângulo. Esse exemplo fornece as medidas de uma pirâmide quadrada e solicita o seqt, o qual é “o

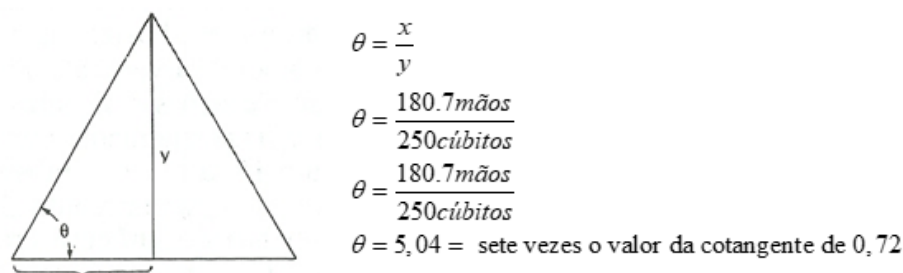
número obtido quando o percurso horizontal é dividido pela elevação vertical da face da pirâmide.” (MILER, 1992, p. 41).

A expressão *seqt* era um conhecimento usado pelos egípcios nas construções das pirâmides para manter a sua inclinação a partir da altura e da base (ROONEY, 2012). Algo que hoje equipara-se ao que denominamos de co-tangente, “ressalvando-se o costume egípcio de medir o percurso em “mãos” (aproximadamente 4 polegadas) e a elevação em cúbitos (que os egípcios consideravam igual a 7 mãos).” (MILER, 1992, p. 41).

De certa maneira pode-se entender o *seqt* como a objetivação do nexo conceitual razões entre segmentos, ou seja um conceito objetivado da época dos egípcios. Objetivação essa, que hoje é dada pelos conceitos de seno, cosseno, tangente e outros que representam as relações entre as razões da trigonometria.

Voltando ao exemplo 56 do papiro de Rhind, que descreve que a base quadrada da pirâmide é igual a 360 cúbitos de lado ( $x = 180$  cúbitos) e 250 cúbitos de altura, ( $y = 250$ ), obtém-se para *seqt* o seguinte resultado:  $\text{seqt} = 180.7 \text{ mãos} / 250 \text{ cúbitos} = 5.1/2 \text{ mãos por cúbitos} = 5,04$ , pode-se observar que equivaleria precisamente ao valor de sete vezes o valor da cotangente de  $0,72$  (MILER, 1992).

FIGURA 3 – CÁLCULO DO SEQT



FONTE: MILER, 1992, p. 41.

De acordo com Miler (1992), além do cálculo do *seqt*, os egípcios utilizavam também, em torno de 1500 a. C., um outro mecanismo que permitia atender suas necessidades humanas de obtenção de medidas de distância e de altura. Usavam um método associado à sombras projetadas por uma vara vertical de gnômon, “dispositivo do relógio solar a produzir sombras no chão.” (ROQUE, 2012, p. 74), que, de acordo com as horas do dia, possibilitava aos egípcios medir alturas e distâncias. Esse

processo foi o precursor dos conceitos das funções tangente e cotangente, o que se pode considerar como um juízo, que para o materialismo dialético é a forma mais geral e simples de abstração que constitui o pensamento (KOPNIN, 1978).

FIGURA 4 – REPRESENTAÇÃO DE UM GNÔMON (RELÓGIO SOL) IDEIA DA COTANGENTE E TANGENTE

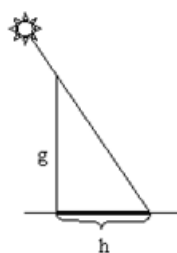


Figura A

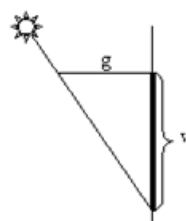


Figura B

FONTE: MILER, 1992, p. 42.

Na Figura A o relógio de sol vertical é representado por  $g$ , e  $h$  representa a sombra horizontal. “A ideia básica era de que uma elevação maior do Sol produzia uma sombra menor (essencialmente o conceito de co-tangente).” (MILER, 1992 p. 42). Já em versões decorrentes da utilização de relógios de sol nas paredes de construções, de acordo com a Figura B, o relógio de sol representado por  $g$  passa a ser horizontal e sua sombra representada por  $v$  passa a ser vertical. “Então elevações mais altas do Sol correspondiam a sombras mais longas (essencialmente o conceito de tangente).” (MILER, 1992 p. 42). Esses estudos estão registrados em tabelas de sombra (FIGURA 5) (BOYER 1974).

FIGURA 5 – TABELA DE SOMBRA EGÍPCIA

Fim de hora	Sombra
-	-
2	30
3	18
4	9
5	3
Meio-dia	0

FONTE: KENNEDY, 1992, p. 4

Ao perceber a importância do uso do seqt e do gnômom nas atividades dos egípcios, nota-se analogamente a sua relevância representada pelos nexos conceituais razões entre os segmentos no triângulo e ângulo. Este último é representado nesta época como inclinação, ou seja, apenas uma noção empírica do ângulo e não ainda como um conceito teórico. Estes nexos conceituais são elementos do movimento histórico e lógico da trigonometria, que com o passar dos anos serão aprimorados por outros povos.

Vemos a importância histórica do registro desses conceitos das tabelas de sombra, que durante um determinado tempo foram úteis para ajudar a resolver determinados problemas do cotidiano da população egípcia. Sabemos que com o passar do tempo esses conceitos evoluíram, fortalecendo o pensamento de que existe uma comunicação entre o lógico e o histórico (MOURA; SFORNI; LOPES, 2017).

Quanto ao estudo dos triângulos, os egípcios não eram rigorosos, pois estavam mais interessados em aplicações práticas para a trigonometria, ao invés de aprofundamentos na trigonometria pura. Não obstante, como a exemplo dos babilônios, os egípcios também utilizavam na prática, principalmente para a agrimensura, o conceito do terno pitagórico 3, 4 e 5 que formam um ângulo reto, apesar de não haver evidências documentais. Esse conceito, mais tarde seria demonstrado por um grego e chamado de Teorema de Pitágoras.

Há registros de que os agrimensores egípcios antigos, do tempo dos faraós, construíam triângulos 3,4,5 com uma corda dividida em 12 partes iguais por 11 nós para demarcar ângulos retos. Como não há evidências documentais de que esses egípcios tivessem ciência ao menos de um caso particular do teorema de Pitágoras surge o seguinte problema, de caráter puramente acadêmico: Mostrar, sem usar o teorema de Pitágoras, que o triângulo 3,4,5 é retângulo. (EVES, 2011, p. 86).

Outras civilizações também se aprofundaram nos estudos da trigonometria, entre elas a hindu e árabe, no entanto coube aos gregos o estudo mais intenso e promissor do desenvolvimento desse novo ramo da Matemática (RONNEY, 2012).

### **5.3 Trigonometria Grega**

Segundo Boyer (1974), com os gregos vamos encontrar o primeiro estudo sistemático das relações entre ângulos ou arcos numa circunferência e os

comprimentos de suas cordas, ou seja, meramente aplicações da lei dos senos. A Grécia teve grandes estudiosos, dentre os quais grandes matemáticos que contribuíram com cálculos e medições, os quais iriam formar os primeiros estudos para a trigonometria. De acordo com esse contexto podemos observar que, no movimento da história da trigonometria, a estrutura da forma de pensamento ou lógica dialética pode atuar de forma mais profunda e ampla do que a lógica formal, porque a lógica dialética não lhe consome todo o conteúdo, não corre o risco de ficar apenas em explanações. Como esclarece Kopnin (1978), ao escrever:

(...) as formas de pensamento são objetos da lógica dialética, que, compreendendo a experiência de toda a lógica antecedente, interpreta-as de acordo com os princípios da dialética, de sua concepção do pensamento como movimento no sentido da verdade objetiva. (KOPNIN, 1978, p.188).

Na Grécia (por volta de 270 a C.), a astronomia começa a se desenvolver. Hiparco foi uma figura de transição entre a astronomia babilônica e a obra de Ptolomeu. Mas não se tem conhecimento exato de quando e como se deu na Matemática helênica o uso e a convenção do círculo em 360 graus e do grau em 60 minutos, dados empíricos derivados dos estudos da trigonometria babilônica (BOYER, 1974).

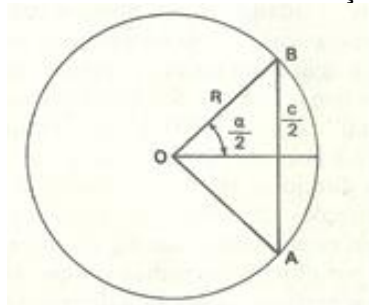
A primeira e possível tabela trigonométrica com valores correspondentes do arco e da corda para toda uma série de ângulos de  $0^\circ$  A  $180^\circ$ , foi compilada pelo astrônomo Hiparco de Nicéia (180 a 125 a C.), que, devido a este fato, ganhou o direito de ser chamado pai da astronomia, embora não existam registros históricos sobre como Hiparco as formulou (BOYER, 1974).

Segundo Rooney (2012), Hiparco para alcançar o seu objetivo de calcular e se possível prever as posições dos planetas, procurou estudar triângulos imaginários, desenhando-os sobre uma esfera também imaginária do céu durante o período da noite, e sempre que possível relacionando os corpos celestes uns com os outros. É de sua autoria também uma tabela de cordas, usada para calcular ângulos de diferentes tamanhos, próxima dos conceitos modernos de senos e cossenos.

Como Hiparco elaborou sua tabela não se sabe, pois, seus escritos se perderam. (...) É provável que seus métodos fossem semelhantes ao de Ptolomeu, (...), pois Teon de Alexandria, comentado a tabela de cordas de Ptolomeu, referiu que Hiparco antes tinha escrito um tratado em doze livros sobre cordas em um círculo. (BOYER, 1974 p. 118).

Hiparco também havia escrito uma tábua de cordas, a qual fornecia o comprimento da corda para um dado arco de um círculo de raio R, mesmo sabendo que a corda não era o seno. Logo, para obter o valor do seno, Hiparco dividia o valor da corda pelo valor do raio do círculo (LOWE; SCHANCK, 1992).

FIGURA 6 – REPRESENTAÇÃO POR HIPARCO, DA CORDA DE UM ARCO



$$\text{sen} \frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{c}{2}}{R} = \frac{1}{2R} \text{crd} \alpha$$

*Observe-se, na figura que  $c = \overline{AB} = \text{crd} \widehat{AB} = \text{crd} \alpha$*

FONTE: LOWE E SCHANCK, 1992, p. 38.

Graças a Ptolomeu de Alexandria (100-170), o mais célebre astrônomo da Antiguidade; surge a *Syntaxis Mathematica*, uma obra de 13 livros. Este tratado é famoso pela sua compacidade e, para distinguí-lo das obras de outros autores, passaram a chamá-lo de 'o maior'. Mais tarde, devido às freqüentes referências à obra como *megiste*, na Arábia passaram a chamá-lo de *Almagesto*, o documento mais antigo que trata da trigonometria (BOYER, 1974).

De acordo com Rooney (2012), o trabalho de Hiparco foi ampliado pela obra de Ptolomeu, o *Almagesto*, que, por sua vez, foi escrito com grande elegância e clareza “e foi considerado o trabalho-modelo de astronomia, até que Nicolau Copérnico (1473-1543) e Johann Kepler (1571-1630) introduziram a teoria heliocentrista do sistema solar.” (MOSSBURG, 1992, p. 28).

Dessa forma, o momento histórico nos ajuda a identificar as transformações do objeto desde o seu aparecimento até o decorrer do seu desenvolvimento, cabendo ao processo lógico o registro teórico do modo como o pensamento humano desempenha essa tarefa, tendo como alicerce o histórico (KOPNIN, 1978). Assim, o movimento de criação e soluções de problemas pelos integrantes de uma comunidade torna-se razão para o desenvolvimento desta comunidade. Logo, o processo de criação de conceitos é histórico (MOURA; SFORNI; LOPES, 2017a).

O Almagesto propiciou superações na tabela de cordas trigonométricas de Hiparco, e possibilitou estudos que definiram aproximadamente as funções trigonométricas inversas arco-seno e arco-cosseno. Este movimento é explicado por Trivinos (2011), ao afirmar que o novo conceito não extinguirá o velho de forma absoluta, pois o novo concentrará informações do velho. Seus pontos positivos serão incorporados no novo, e assim haverá uma superação, e não uma eliminação do conceito velho.

Deve-se lembrar que no começo dos estudos da trigonometria, não havia as razões trigonométricas. Usavam-se apenas linhas, a princípio na forma de cordas num círculo. Assim, coube a Ptolomeu associar valores numéricos às cordas. “Para isso duas convenções eram necessárias: 1) algum esquema para subdividir a circunferência de um círculo e 2) alguma regra para subdividir o diâmetro.” (BOYER, 1974, p. 121).

Ptolomeu, para desenvolver seus cálculos, adotou o sistema zodiacal usado pelos babilônios, dividindo a circunferência em 360 partes, adotando as frações sexagesimais babilônicas, “subdividindo seus graus em sessenta partes minuta e primae, cada uma das quais era dividida em sessenta partes minuta e secundae,” (BOYER, 1974, p. 121). Logo, a constituição de um conceito não é algo criado do zero, repentinamente. Pelo contrário, “é o resultado de um processo longo de conhecimento, o resumo de determinada etapa do conhecimento, a expressão concentrada de um conhecimento anteriormente adquirido.” (KOPNIN, 1978, p. 197).

Ptolomeu também foi influenciado pelo sistema sexagesimal ao dividir o diâmetro de seu círculo trigonométrico em 120 partes. “Ele usou um raio nominal de 60 como base de sua tabela de cordas e deu valores em passos de  $1/2^\circ$  de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  com precisão de  $1/3600$  de uma unidade. Isto é equivalente a uma tabela de senos para cada  $1/4^\circ$  de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ .” (ROONEY, 2012, p. 90).

Ao presenciar o histórico do surgimento e construção do conceito do seno pelos gregos, percebe-se a atuação inerente dos nexos conceituais ângulos, razões dos segmentos nos triângulos e divisão de partes da circunferência no processo do movimento histórico da trigonometria desses povos.

Novamente vê-se a importância da utilização de conceitos anteriores para a concretização de novos conceitos que irão propiciar a continuidade dos estudos na área pesquisada, procurando sempre ter a preocupação de considerar o momento

histórico vivenciado pelo sujeito, inclusive a apropriação lógica desses conceitos (KOPNIN, 1978).

#### 5,4 Trigonometria Hindu

A trigonometria hindu era voltada para a astronomia com uma natureza mais especificamente aritmética, geralmente escrita em versos e estudada sobretudo pelos sacerdotes devido ao sistema de castas. Diferente da trigonometria grega, o qual o estudo era aberto a todos que possuíssem interesse pelo assunto. Era particularmente geométrica com uma escrita clara oferecendo uma organização lógica em suas demonstrações (EVES, 2011).

A Matemática hindu era grandemente empírica, raramente oferecendo uma demonstração ou uma dedução. A característica mais importante da Matemática grega era sua insistência com as demonstrações rigorosas (EVES, 2011). Os matemáticos hindus foram os primeiros a realizar estudos com a razão seno como ela é utilizada nos dias de hoje. Por volta do século V, os hindus já trabalhavam valores para a razão seno de  $3,75^\circ$  até  $90^\circ$ . Em 628, Brahmagupta (598-668), aperfeiçoou a tabela trigonométrica de Ptolomeu com os valores de seno para qualquer ângulo (ROONEY, 2012).

Mesmo que os hindus tenham adquirido seu conhecimento de trigonometria do helênico cosmopolita de Alexandria, o material em suas mãos tomou uma forma nova. Ao passo que a trigonometria de Ptolomeu se baseava na relação funcional entre cordas de um círculo e os arcos centrais que subtendem, os autores dos *Siddantas* converteram isso em um estudo da correspondência entre metade de uma corda de um círculo e metade do ângulo subtendido no centro pela corda toda (BOYER, 1974).

Presenciando o histórico da trigonometria dos hindus, observa-se a utilização dos nexos conceituais ângulos, razões de segmentos no triângulo e divisão de partes da circunferência, como o aprimoramento dos elementos do movimento histórico e lógico de povos anteriores, entre eles os gregos e babilônios.

Esse momento significa que o desenvolvimento dos conceitos não estão todos definidos e ordenados, pois eles podem sofrer mudanças no decorrer do seu



processo, ou seja, adquirir novas qualidades, de acordo com a progressão do seu movimento histórico-lógico. “Nas ciências naturais a mudança dos conceitos ocorre, via de regra, em decorrência da mudança do nosso conhecimento do mundo exterior e seu adentramento na essência do fenômeno.” (KOPNIN, 1978, p. 210).

Assim, aparentemente, nasceu na Índia a percussora da função trigonométrica moderna que chamamos seno<sup>3</sup> de um ângulo, e sua introdução representa a contribuição mais importante dos Siddhantas à história da Matemática (BOYER, 1974).

## 5.5 Trigonometria Árabe

Para Eves (2011), tanto os matemáticos árabes como os hindus valorizavam a astronomia, portanto tinham interesse pelos cálculos trigonométricos. Os árabes foram os responsáveis pelas traduções de grandes clássicos gregos e hindus. O povo árabe para realizar os seus cálculos astronômicos, convivia com duas trigonometrias: a geometria de cordas encontrada no *Almagesto* dos gregos e as tabelas de senos oriundas do *Sindhind*. Dessa forma, possuíam “uma trigonometria cuja substância vinha principalmente da Grécia, mas à qual os árabes aplicaram a forma hindu e acrescentaram novas funções e fórmulas.” (BOYER, 1974, p. 175).

Os árabes fizeram consideráveis contribuições para as tabelas trigonométricas, entre elas a primeira tabela de tangentes e cotangentes, criada pelo persa Ahmad ibn ‘Abdallah Habash al-Hasib al-Marwazy (766-869), por volta do 860. Além disso, foram os primeiros a utilizarem as seis funções trigonométricas em seus cálculos (ROONEY, 2012).

Segundo Rooney (2012), o astrônomo sírio Abu ábdAllah Muhammad IbnSinan al-Battani al-Harranias-Sabi (858-929), através do princípio do relógio do sol que se utiliza de sombras, desenvolveu um cálculo que fornecia a elevação do sol acima do horizonte. Ele organizou uma tabela de ângulos entre 1° até 90°, para a função cotangente. “Foi através do trabalho de al-Battani que os senos chegaram até

---

<sup>3</sup>O seno era chamado *jya*, a qual significava corda em hindu. Tempos depois, os árabes a transcreveram para *jyb*, que depois foi incorretamente lida pelo tradutor Geraldo de Cremona (1114-1187) como *jayb*, o qual significa bolso, golfo e seio em árabe. Ao ser traduzido para o latim, utilizou-se *sinus*, que por sua vez, hoje chamamos de seno (LOWE e SCHANCK, 1992).

à Europa (...)" (ROONEY, 2012, p. 92).

Conquanto, o conceito da corda grega tenha sido superado pela função seno hindu, "foi, no entanto, o *Almagesto* de Ptolomeu que motivou o arranjo lógico de resultados trigonométricos." (BOYER, 1974, p. 172). Assim, vemos que "o pensamento individual de uma pessoa é o funcionamento das formas historicamente desenvolvida da atividade da sociedade, que foram *conferidas* nela." (DAVYDOV, 1990, p. 108, tradução nossa).

Os matemáticos árabes continuaram a refinar as tabelas e a trigonometria exclusivamente a serviço da astronomia, até que al-Tusi estabeleceu a trigonometria como uma disciplina separada em seu observatório em Maragheh no século 13 (ROONEY, 2012, p. 92).

Da necessidade de obterem a localização da cidade de Meca em qualquer parte do mundo para fazerem as suas orações, os matemáticos árabes procuraram aperfeiçoar seus cálculos nos ramos da geometria e topografia (ROONEY, 2012). Esse pensamento, confirmado por Kopnin (1978, p. 208), ao escrever que a maioria dos "conceitos da ciência surgem da necessidade da atividade prática dos homens."

No século 9 aproximadamente, o astrolábio, que muitos autores acreditam ter sido criado pelo grego Hiparco foi aperfeiçoado pelos árabes para obterem cálculos que lhe contribuíssem para o controle da hora, da navegação, da triangulação e principalmente da astronomia. Ele foi adotado pelos europeus praticamente até o século 18, como principal instrumento de navegação (ROONEY, 2012; BOYER, 1974).

Destarte, os árabes contribuíram para o estudo e o movimento da trigonometria, ao trabalharem e envolverem em seus estudos os nexos conceituais ângulos, razões de segmentos no triângulo e divisão de partes da circunferência.

Para Roque (2012, p. 174), a Matemática árabe é fundamental, pois demonstra que "a separação entre teoria e prática não é produtiva, quando se deseja compreender as transformações ocorridas na Matemática medieval." Durante um certo período da Idade Média, os trabalhos sobre novos cálculos trigonométricos diminuíram, predominando as traduções dos trabalhos árabes e gregos, não havendo, dessa forma, a expansão do conhecimento formulado até o momento.

## 5.6 Trigonometria na Europa

Conforme Kennedy (1992), à medida que os estudos e trabalhos realizados na astronomia migravam para a Europa, o mesmo acontecia com a trigonometria, ou seja, os mesmos trabalhos realizados pelos estudiosos do oriente estavam obtendo continuidade em solo ocidental. “Somente depois da explosão do conhecimento científico e matemático na Europa a partir da Renascença é que a trigonometria progrediu novamente.” (ROONEY, 2012, p. 94).

Em 1533, é escrito o primeiro livro totalmente dedicado à trigonometria - *Sobre os Triângulos de Todos os Tipos (On Triangles of Every Kind)* – que teve como autor o alemão Johnnes Muller Von Konigsberg (1436-1476), também conhecido como Regiomontanus. Sua obra contém o estudo trigonométrico com todas as suas fórmulas das funções trigonométricas, e na sequência foi estudada e aprimorada pelo astrônomo polonês Nicolau Copérnico (1473- 1543), com a ajuda do matemático prussiano Georg Rheticus (1514-1576) (ROONEY, 2012).

De acordo com Rooney (2012), Rheticus foi além da obra de Regiomontanus, acrescentando ao estudo trigonométrico cálculos a partir do triângulo retângulo, independente do círculo. Esse movimento foi afirmado por Kopnin (1978, p. 197), ao escrever que “o conceito se manifesta não como momento básico do conhecimento, mas como resultado deste.”

Com essa precisão de cálculos, o matemático Rheticus descarta a tradição da trigonometria de considerar as funções trigonométricas apenas com relação ao arco de um círculo, ao passar a utilizar os nexos conceituais ângulos e razão de segmentos no triângulo para os cálculos trigonométricos. Essa visão foi confirmada nas palavras de Lowe e Schanck (1992).

Rheticus repetiu esta precisão e tornou-se o primeiro europeu a descartar o arco e a usar as funções trigonométricas como razões entre lados de um triângulo. O seno e outras funções podiam assim ser concebidos como números puros em vez de comprimentos. (LOWE e SCHANCK, 1992, p. 40).

Rheticus também realizou cálculos com um grau maior de precisão para as tabelas das seis funções trigonométricas, estabelecendo as funções trigonométricas tangente e co-tangente como sendo uma razão. Em 1583 Thomas Fincke (1561-1656), contribuiu com o nome tangente, e em 1620 Edmund Gunter (1581-1626),

estabelece o nome co-tangente para o complemento da função tangente, e co-seno para o seno do complemento de um ângulo (ROONEY, 2012; MILER, 1992; LOWE; SCHANCK, 1992).

Diante da passagem desses momentos relevantes na história, verifica-se a importância inerente do entendimento do movimento histórico na formação do conhecimento, que, por sua vez, “é também lógico, constituído pelo movimento do pensamento, e que revela a essência de formas de conhecimento, na forma de nexos conceituais, ou seja, relação entre os conceitos.” (PANOSSIAN; MORETTI; SOUZA, 2017, p. 133).

Nos séculos que precederam, a trigonometria deixou de se restringir somente a soluções de triângulos ou esfera e tornou-se relevante para outras áreas da Matemática, a exemplo do cálculo infinitesimal.

Pode-se dizer que o fundador da trigonometria moderna foi Leonhard Euler (1707-1783). Ele influenciou nos conceitos básicos, como o seno, que não é mais um segmento de reta a ser expresso em relação a alguma unidade, mas sim a abscissa de um ponto do círculo unitário de centro na origem. Portanto, a trigonometria que é usada hoje se deve ao tratamento que Euler deu a essa área da Matemática (BOYER, 1974). Logo observa-se a participação do nexo conceitual partes de uma circunferência, no processo do movimento histórico e lógico da trigonometria.

Esse fato foi exposto por Davydov (1988), ao afirmar que o desenvolvimento dos processos históricos é expresso pelo lógico. Dessa forma, “o lógico atua como meio de conhecimento do histórico, fornece o princípio para o estudo multilateral deste.” (KOPNIN, 1978, p.185).

## **5.7 Trigonometria nos dias de hoje**

Com o decorrer da história da trigonometria, observa-se que a ela passou a não se resumir somente à solução de triângulos, mas ganhou importância para outras áreas da Matemática, como por exemplo no Cálculo e na Análise Matemática. Dessa forma, “um conteúdo a ser apropriado pelos indivíduos está sempre limitado pelo nível de desenvolvimento conceitual atingido na experiência da humanidade.” (PANOSSIAN; MORETTI; SOUZA, 2017, p. 137).

Destarte, a trigonometria desenvolveu-se em todas as direções e continua a

se desenvolver. Desde a sua utilização inicial na arquitetura de construções de templos, palácios e pirâmides pelos povos babilônios e egípcios, a necessidade de aperfeiçoamentos devido à demanda de áreas como a astronomia, agrimensura, navegações, óptica e o próprio aperfeiçoamento da astronomia, levou cientistas e estudiosos de todas as regiões e épocas à procura do saber. Isso contribuiu para tornar a trigonometria um ramo indispensável da Matemática e da física, para servir como ferramenta para encontrar respostas para futuros problemas e necessidades da humanidade.

Para Martin, Ruiz e Rico (2016), trigonometria é um tema atual, contestador e intrigante, que possui ação na ciência e na tecnologia, com aplicação direta na eletricidade, óptica, eletrônica, geodesia, civil, informática, entre outras. Reformulando, “é uma estrutura Matemática de grande riqueza conceitual que inclui links para várias noções, está ligada a outras estruturas Matemáticas e a ligações com várias disciplinas (...)” (MARTIN; RUIZ; RICO, 2016, p. 2).

Devido à complexidade para abordar seus conceitos, e por possuir uma vasta conexão com diversos fenômenos e várias disciplinas, a trigonometria torna-se um conteúdo escolar de difícil entendimento para os estudantes (MARTIN; RUIZ; RICO, 2016).

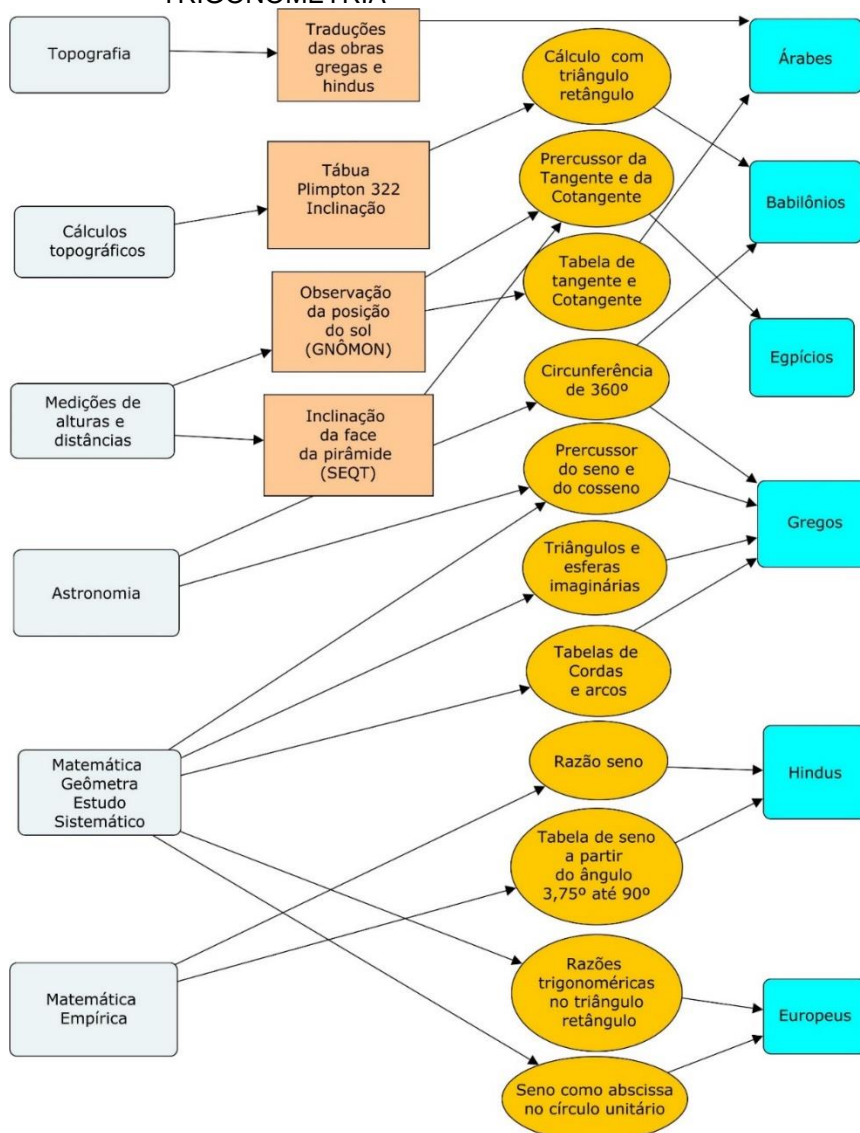
Dessa forma, vê-se como é importante o conhecimento histórico e lógico dos conceitos que a constituíram e prosseguem a formando, pois ela está sempre em movimento. Segundo Panossian, Moretti e Souza (2017), na maioria das vezes esses conceitos não estão explícitos aos estudantes. Logo, o seu entendimento do desenvolvimento histórico e lógico desses conceitos permite uma melhor compreensão dos significados que estes carregam.

Assim, o modo lógico de acompanhar os processos de construção do conhecimento na experiência humana é, na verdade, histórico. Por sua vez, os acontecimentos históricos são determinantes do desenvolvimento dos processos lógicos de pensamento. (PANOSSIAN, 2014, p. 22).

Portanto, a relação entre o sujeito e o mundo, mediado pelo conhecimento elaborado historicamente, passa a ser o agente precursor do desenvolvimento do psiquismo humano, que, por sua vez, é objetivado na aprendizagem devidamente organizada para este escopo (MORETTI et al., 2010). Assim, a relevância de um conceito como objeto de ensino poderá ser identificada pelo estudo do movimento histórico lógico dos conceitos (PANOSSIAN; MORETTI; SOUZA, 2017, p.148).

Na sequência (FIGURA 7), serão apresentadas algumas necessidades dos povos no decorrer da história. Essas necessidades levaram ao surgimento dos primeiros conceitos trigonométricos, que, dentro do movimento histórico e lógico, passariam a constituir a trigonometria hoje ensinada nas escolas e aplicada na atividade humana.

FIGURA 7– SÍNTESE DO MOVIMENTO HISTÓRICO-LÓGICO DA TRIGONOMETRIA

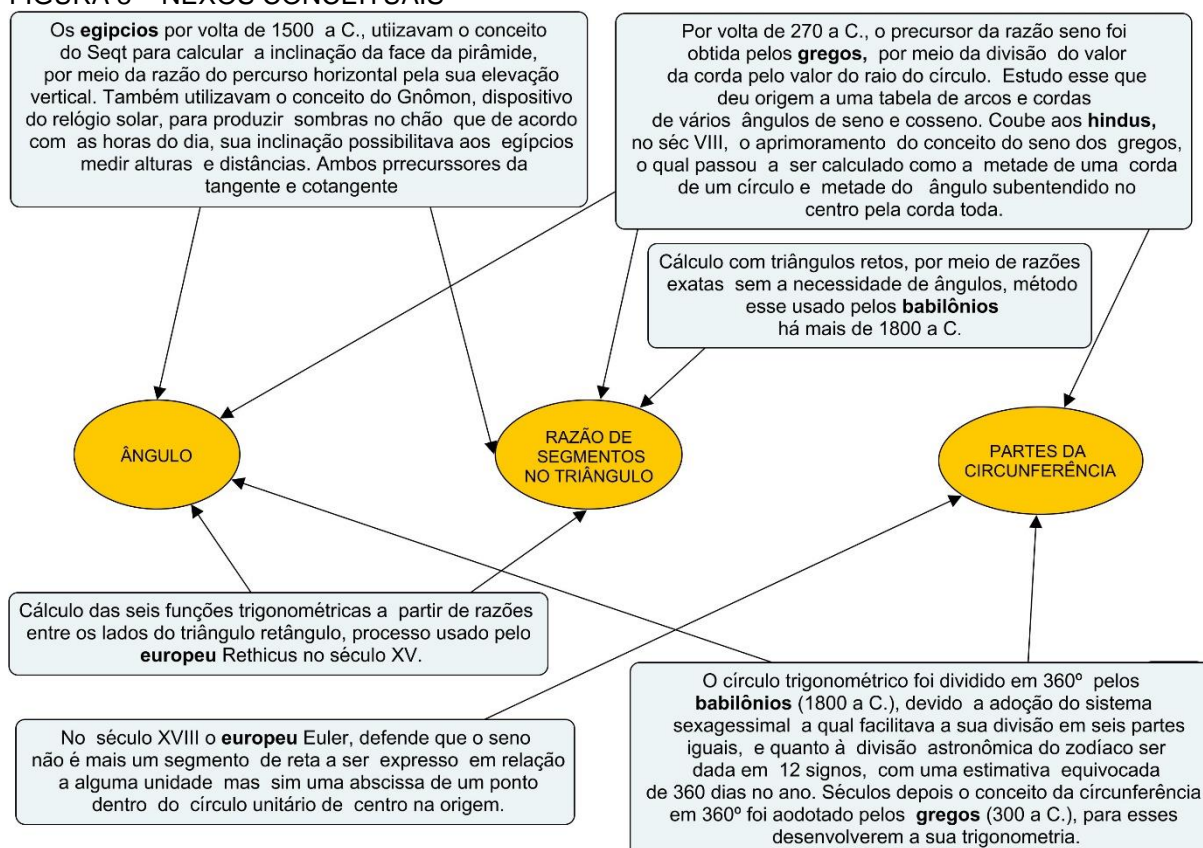


FONTE: Dados da Pesquisa, 2018.

Quanto a esta síntese que foi realizada no movimento histórico e lógico da trigonometria, observa-se o estabelecimento dos seguintes nexos conceituais: ângulos, razão dos segmentos no triângulo e partes da circunferência. Os quais são

considerados elementos relevantes e suficientes para o estudo da trigonometria no triângulo retângulo, pois apareceram na história de diferentes povos em determinados momentos.

FIGURA 8 – NEXOS CONCEITUAIS



FONTE: Dados da Pesquisa, 2018.

Porém, para abranger mais o estudo do movimento histórico e lógico da trigonometria, seria necessário aprofundar os estudos em outras trigonometrias, como a trigonometria esférica e a trigonometria medida em radianos na circunferência, por exemplo. Destarte, como consequência deste estudo mais intensificado, traria como consequência outras possibilidades de nexos conceituais para o movimento.

## 5.8 Objetos de Aprendizagem e o movimento histórico e lógico

Ao estudar o par dialético histórico e lógico, ver capítulo quatro desta

dissertação, inferiu-se a ele “como a integração da lógica matemática e do movimento histórico de sua formação, do que resulta um movimento único de criação matemática. Nessa integração, a lógica matemática adquire história e perde o caráter fragmentado de produto pronto e acabado.” (RODRIGUES, 2009, p. 41).

Não obstante, entende-se que a lógica dialética é o melhor movimento lógico para interpretar o processo histórico da trigonometria, porque a dialética não trata o processo como estático e não o considera apenas como efeito e causa.

Dessa forma, o lógico é o meio de presenciar as etapas da construção de cada momento histórico do conhecimento humano. É o meio de realizar o registro teórico dos fatos vivenciados pelo ser humano em determinados períodos de sua história, fatos estes, resultantes de específicas e peculiares necessidades, as quais levaram a progredir no conhecimento.

Para os nexos conceituais que serão utilizados nesta pesquisa, há a consciência de que não são os únicos que envolvem o ensino da trigonometria, mas a partir deste estudo realizado foram esses nexos, destacados abaixo, os que fizeram mais sentido para a análise dos OA e o desenvolvimento do Produto Educacional desta dissertação.

- razão entre segmentos: reconhecimento de medidas de comprimentos dos lados de triângulos e sobre as quais se estabelecem as relações;
- ângulos: movimento de inclinação observado em fenômeno e objetos;
- partes da circunferência: divisão do círculo e posicionamento do círculo trigonométrico no eixo de coordenadas.

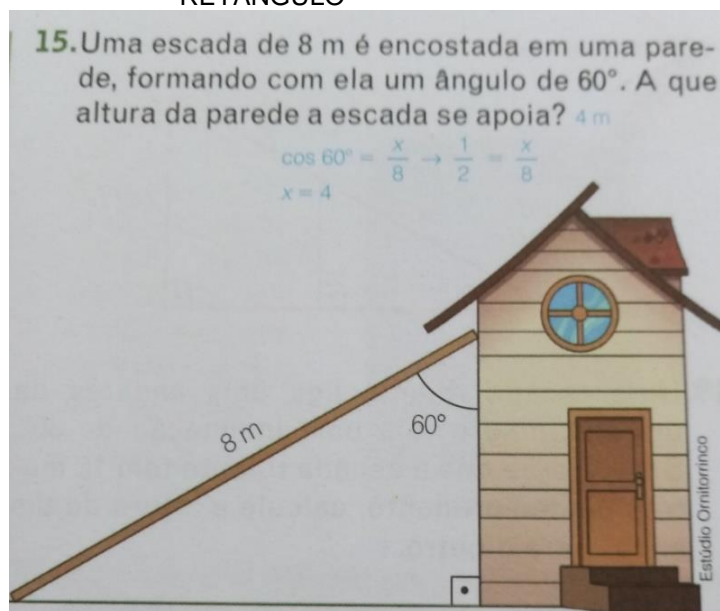
Ao analisar os OA aplicados ao ensino da trigonometria, de acordo com a revisão literária, espera-se oferecer aos professores condições de levá-los a perceber a forma com que a necessidade do uso dos conceitos da trigonometria é apresentada nas situações propostas pelo OA. Ou seja, se o OA permite ao estudante formular dúvidas ou questões que possam atender a real necessidade de elaboração do conhecimento, reconhecida no estudo do movimento histórico e lógico relacionado ao ensino da trigonometria.

Constata-se que o surgimento dessa necessidade não se deu exclusivamente a partir do estudo das razões trigonométricas de triângulos inscritos ou não na circunferência, ou mesmo a partir dos estudos no triângulo retângulo. Esse estudo é o ponto de partida usado pelos livros didáticos brasileiros para introduzirem o ensino



da trigonometria, como mostra a situação problema abaixo (FIGURA 10), extraída de um livro didático do nono ano do Ensino Fundamental II.

FIGURA 9 – SITUAÇÃO PROBLEMA DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO



FONTE: Livro didático- Praticando Matemática, p. 92

Assim sendo, a necessidade do uso dos conceitos da trigonometria ocorreu dentro de um movimento que foi proporcionado em um determinado momento, por uma determinada civilização. Como exemplo disso, cita-se o momento histórico vivenciado pelos povos babilônicos e egípcios há mais de 3000 anos, onde tais povos, na necessidade de desenvolver a astronomia, criaram, respectivamente, mecanismos como a circunferência de  $360^\circ$  e o gnômon (relógio sol), o qual utilizava o princípio do conceito da razão trigonométrica cotangente. Isso tornou inevitável o progresso desses povos.

Portanto, para que haja a edificação do pensamento teórico que leva a construção do conhecimento científico, não se deve fundamentar questões ou atividades somente se preocupando com o contexto do cotidiano do estudante, mas sim é necessário que essas questões trabalhem os nexos externos e os nexos internos do conceito, sendo esses revelados em seu movimento histórico e lógico. A inserção dos nexos conceituais dar-se-á através das abstrações que, ao mesmo tempo que permitem separar propriedades do objeto de estudo, também têm a capacidade de operarem as propriedades abstraídas desse objeto. Esse processo

culminará para a realização do concreto, o qual logicamente se torna compreensível por meio dos nexos internos e externos (SOUSA, 2004).

Logo, para identificar a presença dos elementos do movimento histórico e lógico nos OA aplicados ao ensino da trigonometria que conduzam à formação do pensamento teórico dos estudantes, é importante:

- Considerar se a aplicação do OA instiga o estudante a pensar na relevância do uso dos conceitos trigonométricos necessários para resolver as situações de ensino solicitadas. Logo, deve-se verificar a aplicação desses conceitos o conduz a criar generalizações e discussões reconhecidas nas necessidades humanas que desencadeiam os conceitos da trigonometria, e/ou apenas conduzem o estudante mecanicamente para o cálculo já induzido.
- Observar como estão organizados os conceitos do conteúdo trigonométrico no OA e o modo como eles são requisitados e sugeridos ao estudante, entre eles: a forma (layout) das interfaces do OA, a disposição da leitura das informações, a criatividade no formato de propor as situações problema, a apresentação das outras etapas do OA e principalmente a interatividade que o OA pode proporcionar ao estudante. Essa característica peculiar permitirá uma mudança na qualidade da organização dos conceitos, frente à organização apresentada pelos livros didáticos.
- Analisar se a organização dos conceitos trigonométricos no OA permite ao estudante a articulação entre outros conceitos matemáticos, entre eles: Teorema de Pitágoras, Teorema de Tales, equações, entre outros. Destarte, é necessário examinar se há a presença dos nexos conceituais internos associados ao movimento histórico e lógico, ângulos, razão entre segmentos e partes da circunferência, ou se há apenas a presença dos nexos externos que retratam a aparência, ou seja, situações de ensino que se fundamentam na lógica formal, composta por situações que envolvem deduções, analogias superficiais, relações de cálculos mecânicos.

## 6 APRESENTAÇÃO E ANÁLISES DOS DADOS COLETADOS

Este capítulo apresenta os dados coletados e a análise do objeto de estudo da pesquisa desenvolvida até o momento. Esta apresentação é realizada em três etapas: primeiramente a seleção dos OA nos repositórios, de acordo com os critérios estabelecidos no capítulo da metodologia, entre eles: Banco Internacional de Objetos Educacionais, LEC, Khan Academy, RIVED, Proativa, Portal do Professor, Domínio Público, SCRATCH, NOAS e UNIJUÍ. Por conseguinte, a análise de dois OA selecionados, os quais serão analisados de acordo com os elementos dos nexos conceituais revelados no capítulo do movimento histórico e lógico da trigonometria. Para finalizar, é feita a apresentação e análise do produto educacional da pesquisa - OA aplicado ao ensino da trigonometria, que procurou revelar a presença dos elementos do movimento histórico e lógico.

Para que o pesquisador possa instituir as articulações, intervenções e controvérsias dos conceitos que organizam o problema da sua pesquisa, ele deve estar assessorado de uma etapa relevante para esta, a análise dos dados.

A análise dos dados representa o esforço do investigador de estabelecer as conexões, mediações e contradições dos fatos que constituem a problemática pesquisada. Mediante este trabalho, vão-se identificando as determinações fundamentais e secundárias do problema. É no trabalho de análise que se busca superar a percepção imediata, impressões primeiras, a análise mecânica e empirista, passando-se assim do plano pseudoconcreto ao concreto que expressa o conhecimento aprendido da realidade. (FRIGOTTO, 2000, p. 88).

Todas as etapas deste capítulo são primordiais para o alcance do objetivo desta pesquisa: analisar o conteúdo de Objetos de Aprendizagem aplicados ao ensino de trigonometria usando elementos do movimento histórico e lógico. Portanto, é relevante que a identificação desses elementos esteja em consonância com a fundamentação teórica da pesquisa e, principalmente, que esses elementos proporcionem subsídios para munir os professores com informações suficientes, no momento em que eles precisarem criar ou selecionar um OA. Eles serão proporcionados também com instrumentos pedagógicos que conduzam seus estudantes a identificar a essência dos conceitos trigonométricos, de uma forma que os leve a articular esses conceitos por meio lógico de abstrações e generalizações, para assim construir o pensamento teórico.

## 6.1 Objetos de Aprendizagem Selecionados

De acordo com os dez repositórios consultados na primeira etapa, encontra-se a seguinte condição em relação a presença de OA aplicados ao ensino de trigonometria no triângulo retângulo.

- **BANCO INTERNACIONAL DE OBJETOS EDUCACIONAIS**

O Banco Internacional de Objetos Educacionais<sup>4</sup> é um portal do Ministério da Educação que possui um repositório de OA de acesso público, contando atualmente com mais de dezenove mil objetos publicados em vários formatos, entre eles: animação/simulação, áudio, experimento prático, hipertexto, imagem, mapa, software educacional, vídeo. Os OA são direcionados para todos os níveis de ensino ofertados no Brasil: Educação Infantil, Ensino Fundamental I e II, Ensino Médio, Educação Profissional e Educação Superior.

Para localizar dentro do repositório os OA destinados apenas ao ensino da trigonometria utilizou-se a palavra-chave “trigonometria”, e na sequência escolheu-se o país: Brasil, idioma: português e o tipo de recurso.

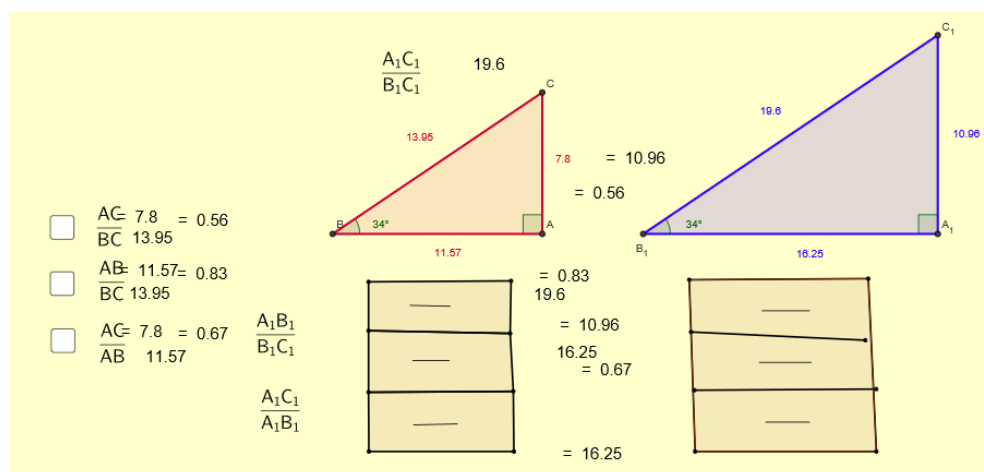
Quanto à escolha do tipo de recurso ofertado pelo OA, adotou-se o que mais se aproximou do critério adotado pela metodologia desta pesquisa, OA que apresente recurso virtual multimídia e interativo, apresentado na forma de animação ou simulação. Após fazer a varredura para o recurso animação/simulação, foram identificados doze OA relacionados à trigonometria entre eles: Funções Trigonométricas, Trigonometria, Epiciclos e interpolação trigonométrica, Instrumental matemático para a Física - Estudo das funções trigonométricas, Trigonometria e Halos, Ondas Trigonométricas, O uso de materiais manipuláveis como ferramenta na resolução de problemas trigonométricos, Trigonometria e Raios luminosos, Seno x Cosseno, Raio da Terra, Funções Periódicas

Apenas um destes objetos abriu no navegador do Chrome versão 71, o OA Razões Trigonométricas e ele tratava do ensino da trigonometria no triângulo retângulo. Mas para ele ser acessado pelo usuário, exige que esse tenha instalado em seu computador o software do Geogebra. Logo, este OA foi excluído da análise.

---

<sup>4</sup> Disponível em: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br>. Acesso em: 07 abr 2018.

FIGURA 10 – OBJETO DE APRENDIZAGEM - RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS OFERTADO NO REPOSITÓRIO DO BANCO INTERNACIONAL DE OBJETOS EDUCACIONAIS



FONTE: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br>

### • DOMÍNIO PÚBLICO

O repositório Domínio Público<sup>5</sup> é um acervo do portal do governo brasileiro, que conta com obras literárias de autores brasileiros, publicações sobre educação, vídeos, hinos, músicas eruditas brasileira, fotografia e pinturas. Este repositório contém recursos na forma de imagens, som, texto e vídeo, portanto nenhum OA que se adeque aos critérios de escolha do OA, adotado por essa pesquisa.

### • KHAN ACADEMY

O Khan Academy<sup>6</sup> é um portal de educação que oferece vários recursos educacionais a todos os níveis de escolaridade. O site aborda conteúdos de Matemática, ciências, programação de computadores, história, economia, entre outros. Seu repositório conta com variadas opções de OA, entre eles vídeo aulas, materiais explicativos sobre os conteúdos ofertados e exercícios interativos sobre esses conteúdos.

Dentro do conteúdo da Matemática, utilizando a palavra-chave: trigonometria, encontrou-se cinco OA aplicados ao ensino da trigonometria no triângulo retângulo,

<sup>5</sup> Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/PesquisaObraForm.jsp>. Acesso em: 08 abr 2018.

<sup>6</sup> Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/about>. Acesso em: 08 abr 2018.

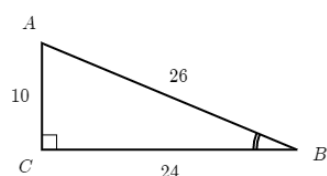
dentro da modalidade de exercícios interativos. Entre os objetos encontrados temos: Razões trigonométricas em triângulos retângulos, Como calcular a medida de um lado em triângulos retângulos, Calcular a medida de um ângulo de triângulos retângulos, Problemas com triângulos retângulos, Razões trigonométricas recíprocas.

Devido as características demonstradas por estes OA citados acima, serem semelhantes à de exercícios de fixação, e apresentando pouca interatividade ao ser manuseado, destarte, foram excluídos da análise.

FIGURA 11- OBJETO DE APRENDIZAGEM - RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS EM TRIÂNGULOS RETÂNGULOS, OFERTADO NO REPOSITÓRIO DO KHAN ACADEMY

$$\operatorname{tg}(\angle B) = \frac{5}{12}$$

Use uma expressão exata



Enroscou? [Assista a um vídeo ou use uma dica.](#)



Que determinação!

Veja como respondemos a esta pergunta.



Próxima pergunta

FONTE: <https://pt.khanacademy.org/about>

- **LEC**

A Fabrica Virtual – Laboratório Estudo Cognitivos – LEC<sup>7</sup> é um portal da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRS) que, além de acervos de produções intelectuais e científicas da própria universidade, conta com vários outros projetos, entre eles a Robótica, o Projeto Uca, Projeto Amadis, Projeto Mateval, entre outros. Quanto à presença de OA e de acordo com os critérios de escolha desses por essa pesquisa, o repositório apresentou a quantidade de nove OA para uso no Ensino na Matemática, mas nenhum foi compatível para o uso no ensino da trigonometria.

<sup>7</sup> Disponível em: [http://www.lec.ufrgs.br/index.php/F%C3%A1brica\\_Virtual](http://www.lec.ufrgs.br/index.php/F%C3%A1brica_Virtual). Acesso em: 08 abr 18.

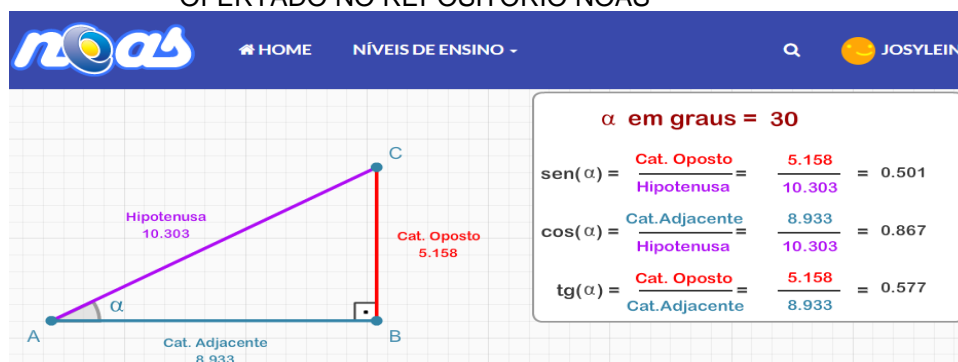
- **NOAS**

NOAS<sup>8</sup> é um site repositório de softwares educacionais que apresentam atividades baseadas em simulações computacionais, com a proposta de oferecer OA que contribuam para otimizar o ensino e a aprendizagem. Possui uma biblioteca virtual com diversos softwares educacionais, sob a concepção de software livre para diversas áreas do saber, aplicados a todos níveis de ensino – Educação Infantil, Ensino Fundamental I e II, Ensino Médio e Ensino Superior.

Atendendo aos critérios de escolha dos OA para essa pesquisa, o repositório apresentou somente um OA aplicado ao ensino da trigonometria no triângulo retângulo.

Esse objeto foi considerado para análise.

FIGURA 12 – OBJETO DE APRENDIZAGEM RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS OFERTADO NO REPOSITÓRIO NOAS



FONTE: <http://www.noas.com.br/ensino-medio/matematica/trigonometria/razoes-trigonometricas/>

- **PORTAL do PROFESSOR**

O Portal do professor<sup>9</sup> é um portal do Ministério da Educação que oferece aos professores sugestões de planos de aulas e recursos educacionais no formato de vídeos, áudios e imagens e acesso a links para outros sites educacionais. Contudo, não foram encontrados OA que atendam aos critérios de escolha dessa pesquisa.

<sup>8</sup> Disponível em: <http://www.noas.com.br/>. Acesso em: 18 abr 2018.

<sup>9</sup> Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/index.html>. Acesso em: 18 abr 2018.

- **PROATIVA**

O Grupo de Pesquisa e Produção de Ambiente Interativos e Objetos de Aprendizagem– Proativa<sup>10</sup> é um portal educativo que tem por objetivo pesquisar e desenvolver OA, na forma de atividades multimídias interativas, em várias áreas do conhecimento voltados para o Ensino Fundamental e Médio. Seu repositório conta com doze Objetos de Aprendizagem para o ensino da Matemática, mas nenhum desses objetos utilizam-se do conteúdo da trigonometria.

- **RIVED**

O RIVED<sup>11</sup> pertence ao portal da Secretaria de Educação a Distância (SEED), o qual tem por finalidade a produção de recursos educacionais digitais no formato de OA. Para localizar os OA na página de pesquisa das diversas áreas do conhecimento, escolheu-se a área de conhecimento: Matemática e a palavra-chave: trigonometria.

O repositório apresentou algumas deficiências ao trazer o resultado da pesquisa, solicitada para a palavra-chave, não contabilizando quantos OA que utilizam o conteúdo trigonometria, há no repositório para Matemática. Ao listar os OA selecionados para Matemática com uso de trigonometria, o site lista conjuntamente OA da área de conhecimento de física, química, engenharias e Matemática. E, mesmo utilizando a palavra-chave trigonometria, o site lista OA que contém conteúdo diferentes do selecionado pela palavra-chave, entre eles: probabilidade, geometria espacial, estatística, entre outros.

Devido aos problemas apresentados pelo buscador, que listou OA de Matemática diferentes do selecionado pela palavra-chave, resolveu-se fazer uma varredura manual para encontrar os OA de Matemática relacionados ao conteúdo de trigonometria. Foram encontrados três OA, de acordo com os critérios de escolha por essa pesquisa, entre eles: Trigonometria com molas; Ampliando as noções trigonométricas e Mundo da trigonometria. Não obstante, ao clicar nos três OA para acessá-los, apenas o objeto Mundo da trigonometria abriu.

Esse objeto foi considerado para análise.

---

<sup>10</sup>Disponível em: <http://www.proativa.virtual.ufc.br>. Acesso em: 18 abr 2018.

<sup>11</sup> Disponível em: <http://rived.mec.gov.br>. Acesso em: 18 abr 2018. O site RIVED, apesar de não estar sendo atualizado pelo MEC, não obstante, ele ainda está acessível para consultas e uso de seus AO. O site RIVED também é utilizado e parceria com outros sites, como repositório de oferta de OA, como exemplo o site da UNIJUÌ.



FIGURA 13 – OBJETOS DE APRENDIZAGEM - JOGO DE BILHAR OFERTADO NO REPOSITÓRIO RIVED

FONTE: [http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo\\_trigonometria/](http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo_trigonometria/)

- **SCRATCH**

O SCRATCH<sup>12</sup> é um software idealizado pelo grupo Lifelong Kindergarten no Media Lab do Massachusetts Institute of Technology (MIT), criado em 2003 e disponibilizado para uso em 2007. O Scratch se utiliza de blocos lógicos e itens de imagem e som que permitem ao usuário a criação e o compartilhamento de jogos, histórias e animações interativas. O software possibilita aos seus usuários experimentar e conhecer projetos desenvolvidos por outras pessoas e, principalmente, ter a opção de reutilizá-los e adaptá-los de acordo com as suas necessidades. Ele foi desenvolvido para ser usado pela faixa etária dos oito a dezesseis anos, mas é amplamente utilizado por pais e professores em geral.

Seu repositório conta com OA aplicados a diversos níveis do conhecimento. Ao pesquisarmos os OA de Matemática relacionados à trigonometria, encontramos cinco OA que abriram na data pesquisada, entre eles: Trigonometria, Calculando Trigonometria, Trigonometria, Relógio Trigonometria, Trigonometria no triângulo retângulo.

Apesar das opções de acessórios que o software permite ao programar os OA, os objetos encontrados não revelavam o uso desses acessórios, portanto eles não foram para análise.

<sup>12</sup>Disponível em: <https://scratch.mit.edu/>. Acesso em 20 abr 2018.

FIGURA 14 – OBJETO DE APRENDIZAGEM - APRENDENDO TRIGONOMETRIA DO REPOSITÓRIO SCRATCH



FONTE: <https://scratch.mit.edu/>

- **UNIJUÍ – Laboratório Virtual de Matemática**

UNIJUÍ<sup>13</sup> é um projeto de desenvolvimento e implementação de software educacional para a área de Matemática voltado para escolas da rede pública. Ele foi desenvolvido em parceria com a Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ) e o RIVED do Ministério da Educação.

Este repositório hospeda OA desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio. Há também materiais na forma de modelagem para as mais variadas disciplinas do saber explorados, além da oferta de apostilas para aplicativos, cursos de Educação a Distância (EAD) para programação expostos em material de PDF e o UNIJUÍ/ Fábrica. O UNIJUÍ/Fábrica é uma parceria entre a UNIJUÍ e o RIVED do Ministério da Educação. Este repositório conta com OA aplicados desde as séries do Ensino Fundamental ao Ensino Médio.

Ao procurar os OA ofertados pelo repositório, dentro dos critérios adotados por essa pesquisa, encontrou-se um OA aplicado ao ensino da trigonometria na circunferência, que ao ser acionado, não executou suas funções. Essa ação se procedeu com todos os outros OA ofertados no repositório, de parceria com o site RIVED.

<sup>13</sup>Disponível em: [http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica\\_virtual/](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica_virtual/). Acesso em: 25 abr 2018.

TABELA 1 – QUANTIDADE DE APARIÇÕES DE OA APLICADOS AO ENSINO DA TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO, NOS REPOSITÓRIOS PESQUISADOS

Repositório	*
Banco Internacional de Objetos Educacionais	1
Domínio Público	0
Khan Academy	5
LEC	0
NOAS	1
Proativa	0
Portal do Professor	0
Scratch	5
RIVED	1
UNIJUÍ	0

FONTE: Dados da Pesquisa, 2018.

\* Presença de OA aplicados ao ensino da trigonometria no triângulo retângulo.

## 6.2 Análise dos Objetos de Aprendizagem

De acordo com o item 6.1, os dois OA escolhidos para análise dentre os 13 objetos encontrados relacionados a trigonometria no triângulo retângulo foram:

- Jogo de Bilhar, do repositório RIVED;
- Razões Trigonométricas, do repositório NOAS.

A análise desses OA, dar-se-á em concordância com os elementos revelados pelo movimento histórico e lógico da trigonometria por meio dos nexos conceituais, reconhecidos no capítulo anterior desta dissertação.

### 6.2.1 Jogo de Bilhar, do Repositório RIVED

O OA Jogo de Bilhar, encontra-se disponível no repositório do RIVED ([http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo\\_trigonometria/](http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo_trigonometria/)), site de idioma português, o qual trata da trigonometria no triângulo retângulo. Dessa forma, ele atende aos critérios estabelecidos nesta pesquisa, apresentando seis opções de

acesso, entre eles motivação, introdução, noções básicas, as funções trigonométricas, aplicações e autores (FIGURA 15).

FIGURA 15 – OA JOGO DE BILHAR - CONCEITOS FUNDAMENTAIS

The screenshot shows the header of the 'RIVED' platform. At the top left is the 'RIVED' logo. To its right, the word 'MATEMATICA' is written in a smaller font, followed by the main title 'Funções Trigonométricas' in a large, bold font, and 'Conceitos Fundamentais' below it. A navigation menu is located below the title, with options: 'Motivação', 'Introdução', 'Noções Básicas', 'As Funções Trigonometricas', 'Aplicações', and 'Autores'. Below the menu, there is a breadcrumb trail: 'Motivação > Introdução'. The main content area has a section header 'Funções Trigonométricas - Conceitos Fundamentais'. The text below explains that the module covers basic trigonometry concepts, including definitions of sine, cosine, and tangent, and includes activities for practice. A warning section states: 'Mas ATENÇÃO!!! Para o bom uso do módulo é importante que você já tenha visto em sala de aula os conceitos aqui abordados.' It then describes the dynamic and interactive nature of the module. A section titled 'Como se dará?' explains that the module starts with real-life applications of trigonometry. At the bottom, the source is cited as: 'FONTE: [http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo\\_trigonometria/](http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo_trigonometria/)'.

No link 'motivação' o OA traz situações que remetem como o uso da trigonometria pode ser aplicado no cotidiano de uma pessoa, e, como exemplo são citados os jogos de futebol, rapel, canoagem e o próprio jogo de bilhar.

No link 'introdução' discorre sobre como dar-se-á o OA 'Jogo de Bilhar' e como o usuário poderá usá-lo.

No link 'autores' relata as pessoas pertencentes a equipe idealizadora do OA.

No link 'noções básicas' está elencado sob a forma de três sub links, o qual trará uma breve revisão sobre determinados conteúdos e conceitos da trigonometria.

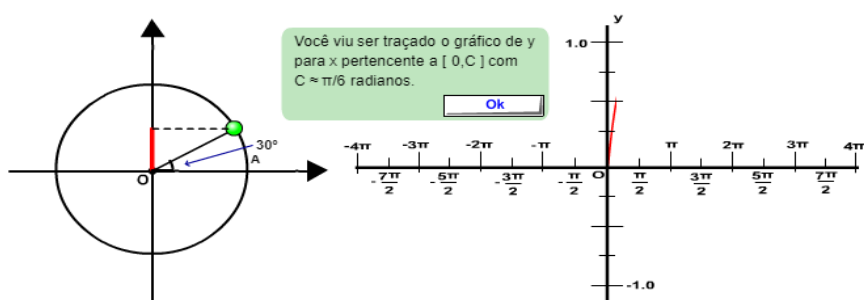
Na Introdução há uma explicação para diversas aplicações práticas da trigonometria. Logo na sequência, há um texto sobre um pouco da história da trigonometria. Dentro da Introdução há a opção arcos e ângulo, a qual é apresentada uma revisão dos conceitos de arcos, ângulos, grau, radianos. Finalmente no círculo trigonométrico, é evidenciada uma revisão dos conceitos da circunferência

trigonométrica, do círculo trigonométrico e quadrantes.

No link 'funções trigonométricas' explica separadamente em três sub links as funções seno, cosseno e tangente, que, por sua vez, trarão individualmente mais quatro links compostos de: definição, função trigonométrica, gráficos e atividade. Esse último sub link, por sinal, aparece somente para as funções seno e cosseno. A opção atividade é interativo e permite ao estudante traçar o movimento de um ponto no círculo trigonométrico e, concomitantemente, simular o gráfico da função seno ou cosseno (FIGURA 16).

FIGURA 16 – OA JOGO DE BILHAR - FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS  
**GRÁFICO DA FUNÇÃO  $y = \text{sen } x$**

Nesta atividade você verá o traçado do gráfico de  $y = \text{sen } x$ , para  $x$  pertencente ao intervalo  $[0, C]$ , se  $C > 0$ ; ou para  $x$  em  $[C, 0]$ , se  $C < 0$ .



FONTE: [http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo\\_trigonometria/](http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo_trigonometria/)

O OA do sub link das funções trigonométricas apresenta a organização do conteúdo da trigonometria na forma de uma revisão textual, material este que é análogo aos dos livros didáticos. Esse OA apresenta uma certa interatividade ao estudante, no momento em que ele precisa inserir o valor do ângulo no campo solicitado, o qual, como resposta apresenta a construção do gráfico das razões trigonométricas. Todavia, ao indicar a sua atividade ao estudante, ele não o faz através de uma necessidade, mas, sim por meio de uma aplicação prática, logo, não pondo em ação o movimento histórico e lógico dos conceitos trigonométricos. Concomitantemente, essa ausência não instiga abstrações ou seja, não sugere ao estudante generalizações e discussões lógicas para que este construa o concreto pensado. Afinal, é através das abstrações que o lógico reflete o histórico, cabendo ao lógico o movimento do pensamento fundamental para interpretá-lo, como afirma Kopnin (1978).

A aplicação desse OA, o qual pertence ao sub link das funções trigonométricas, solicita apenas que o estudante insira um valor no campo destinado ao ângulo, justificando apenas o uso do pensamento empírico e impossibilitando o estudante de articular os conceitos trigonométricos para seu entendimento, ou seja favorece a construção do pensamento teórico e possibilita ao estudante apenas um trabalho mecânico, como descreve Tikhomirov (1981).

Psicologicamente, conhecimento é a reflexão de algumas relações essenciais entre os objetos à volta. É um sistema de generalizações. Quando uma pessoa aprende “mecanicamente”, ela determina apenas a conexão entre a pergunta e a resposta (é outra questão que, na sua forma pura, este fenômeno é raramente visto). Quando alguma informação é significativamente adquirida, é sempre incluída em algum sistema da experiência passada da pessoa. (TIKHOMIROV, 1981, p. 7).

Na opção ‘aplicações’, encontra-se o OA propriamente dito, o ‘Jogo de Bilhar’ (FIGURA 17). Ao iniciá-lo, observa-se que a aplicação do OA apresenta uma situação problema que exige por parte do estudante a resposta de dois quesitos. Um dos quesitos chama-se “Pergunta” e o outro “Opcional”. A opção “Pergunta” tem caráter obrigatório, ou seja, o estudante precisa acessá-lo para obter a resolução que permitirá a ele dar sua tacada para a próxima fase do OA (FIGURA 18).

FIGURA 17 – OA JOGO DE BILHAR – UMA APLICAÇÃO DA TRIGONOMETRIA



FONTE: [http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo\\_trigonometria/](http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo_trigonometria/)

FIGURA 18 – OA JOGO DE BILHAR – PERGUNTA

**Bilhar & Trigonometria**

**Seu Triângulo:**  
 Cateto adjacente  
 $ca = 3$   
 Cateto oposto  
 $co = 3\sqrt{3}$

**Pergunta:**  
 Qual o valor do ângulo ( $\alpha$ )?  
 $\alpha = ?$

**Opcional:**  
 Qual a distância ( $h$ ) entre a bola e a caçapa?  
 $h = ?$

**Dar a tacada:**

**Pontos: 0**

FONTE: [http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo\\_trigonometria/](http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo_trigonometria/)

Na opção “Pergunta” (FIGURA 18), é indagado ao estudante qual o valor do ângulo  $\alpha$ . O estudante, ao clicar em calcular, perceberá que o cálculo do valor do ângulo  $\alpha$  do triângulo formado na mesa de bilhar já está pronto (FIGURA 19), ou seja, não precisará ser realizado. Observa-se que a pergunta de opção obrigatória apresenta apenas uma verificação do cálculo do valor da tangente para determinar o ângulo.

A partir da revisão literária sobre os pares dialéticos, considerou-se que a resolução dessa pergunta não desencadeia um movimento que resgate as necessidades humanas de constituição dos conceitos da trigonometria, justificado pelo par dialético histórico e lógico. O OA deixa claro a necessidade de jogar o ‘Jogo do Bilhar’ para se obter a passagem para a próxima fase do jogo, mas essa necessidade aparece apenas de forma a ilustrar graficamente o OA.

Sua interatividade não estimula o estudante a fazer questionamentos que o levem a pensar de uma forma lógica, para interpretar a situação problema proposta pelo OA, que inclusive já traz a solução esperada.

Constatou-se que essa atividade não instiga a formação do pensamento empírico e teórico ou a percepção do que possa ser considerado abstrato e concreto no objeto, pois seu conteúdo é apresentado de uma forma que somente demonstra o cálculo e não exige alguma ação física ou mental do estudante, a não ser olhar o que

já está realizado, ação semelhante às apresentadas pelos livros didáticos. Essas observações vão de encontro à posição de Davydov (1988), ao escrever que operar uma atividade apenas por representações e não através dos conceitos não levará o estudante a construir o pensamento teórico.

Ao retornar a interface inicial da aplicação do OA, o estudante observará que a opção que dá acesso a tacada, que o fará pontuar e o levará a próxima fase, já está disponível (FIGURA 20). Destarte, o estudante pode não se sentir motivado a realizar os cálculos necessários para obtenção da resposta da pergunta opcional, devido o seu resultado não ser necessário para que ele possa dar a tacada, pontuar e passar de fase no 'Jogo do Bilhar'. Portanto, para passar de fase o aluno precisará apenas ler, ou não, a demonstração do cálculo do ângulo  $\alpha$ .

FIGURA 19 – OA JOGO DE BILHAR – RESOLUÇÃO DA PERGUNTA

**Cálculo do Ângulo**

Podemos descobrir o valor do ângulo  $\alpha$  através da tangente:

$$\tan \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

Em nosso triângulo sabemos que:

$$\text{cateto oposto} = 3\sqrt{3} \qquad \text{cateto adjacente} = 3$$

$$\tan \alpha = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$\alpha = \arctan(\sqrt{3}) = 60^\circ$$

OK

FONTE: [http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo\\_trigonometria/](http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo_trigonometria/)



FIGURA 20 – OA JOGO DE BILHAR – PERGUNTA OPCIONAL

**Bilhar & Trigonometria**

**Seu Triângulo:**  
 Cateto adjacente  
 $ca = 3$   
 Cateto oposto  
 $co = 3\sqrt{3}$

**Pergunta:**  
 Qual o valor do ângulo ( $\alpha$ )?  
 $\alpha = 60^\circ$  **Calcular**

**Opcional:**  
 Qual a distância ( $h$ ) entre a bola e a caçapa?  
 $h = ?$  **Calcular**

**Dar a tacada:**  
**Dar a tacada!**

**Pontos: 0**

FONTE: [http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo\\_trigonometria/](http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo_trigonometria/)

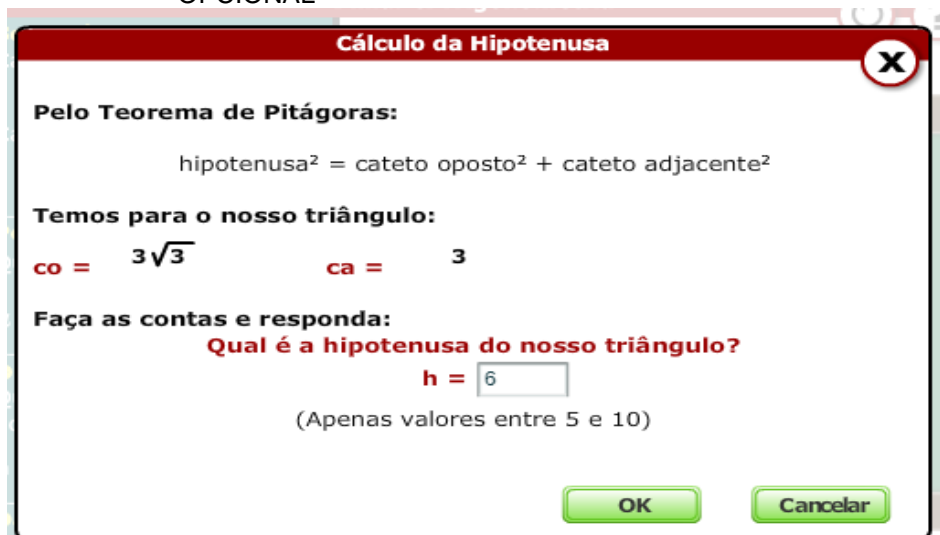
Na pergunta “Opcional”, é solicitado ao estudante que encontre o valor da distância entre a bola e a caçapa. Para esse cálculo são fornecidos ao estudante os valores dos catetos opostos e adjacentes do triângulo formado na mesa de bilhar, e inclusive a fórmula do Teorema de Pitágoras. Logo, o estudante somente terá o trabalho de inserir os valores fornecidos na fórmula e encontrar o valor para a hipotenusa (FIGURA 21). Em seguida, poderá dar a tacada para a próxima fase da aplicação do OA e receber um “Parabéns”, pela sua atuação (FIGURA 22). Por consequência, nessa atividade o estudante “é liberto não do trabalho mecânico, mas do trabalho criativo.” (TIKHOMIROV, 1981, p. 10).

Os conceitos do conteúdo trigonométrico são apresentados somente na forma de pensamento empírico, porque o estudante não precisa externalizar seu conhecimento, ou seja, como afirma Panossian (2008), não lhe será exigido que utilize de relações entre as propriedades da trigonometria para articular seus conceitos científicos, proporcionando o pensamento teórico.

Esta atividade não apresenta indícios dos nexos conceituais, por ela imediatamente sugerir qual fórmula o qual o estudante deve aplicar para encontrar a solução. Esse pensamento foi afirmado por Moura (2017b) ao dizer que “ao ignorar o movimento histórico e lógico, apenas usamos o conceito, mas não temos a compreensão de como ele foi formado.”

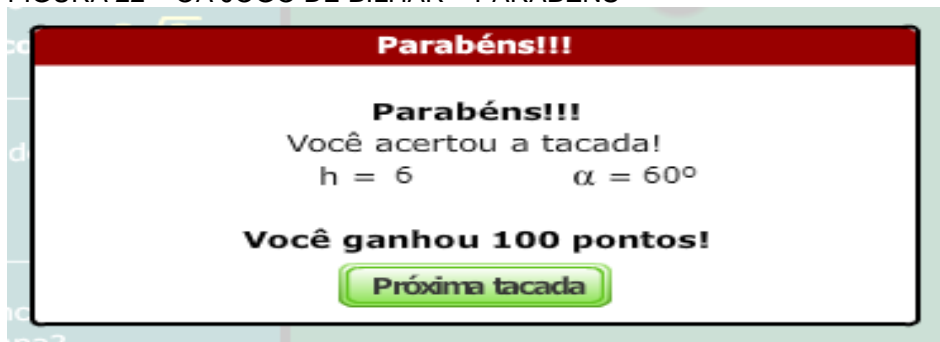
Concomitantemente, não há também prenúncios de abstrações que levarão à construção do concreto pensado, algo imprescindível como afirma Davydov (1988, p. 114, tradução nossa), ao escrever que “a capacidade para pensar abstratamente se interpreta como índice de um alto nível de desenvolvimento do pensamento.”.

FIGURA 21 – OA JOGO DE BILHAR – RESOLUÇÃO DA PERGUNTA OPCIONAL



Fonte: [http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo\\_trigonometria/](http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo_trigonometria/)

FIGURA 22 – OA JOGO DE BILHAR – PARABÉNS



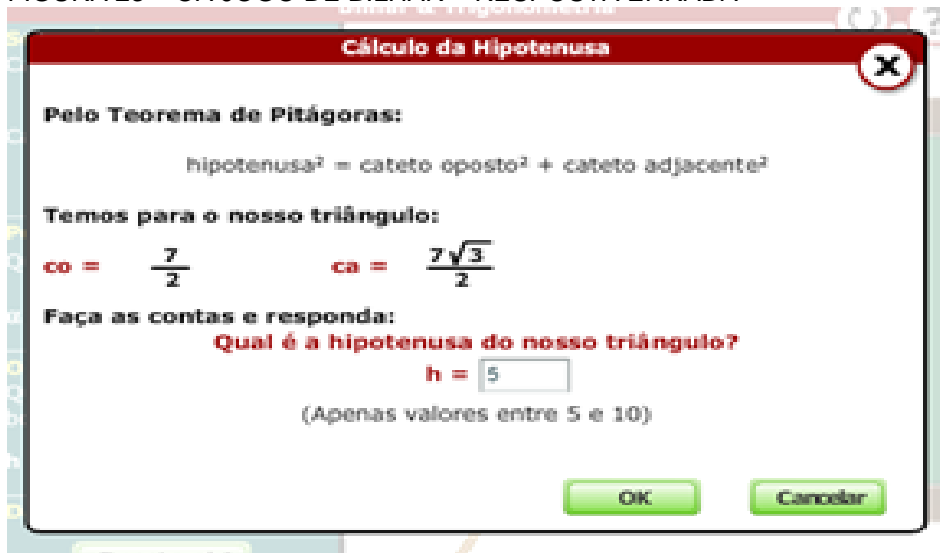
Fonte: [http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo\\_trigonometria/](http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo_trigonometria/)

Caso o estudante erre a resposta (FIGURA 23 e 24), ele tem as opções de voltar e resolver novamente a questão ou dar a tacada para a próxima fase sem a necessidade de respondê-la, por ser uma pergunta opcional. Esse tipo de pergunta como já descrito anteriormente, pode não motivar o estudante a realizar os cálculos, e o aprendizado pode não ser alcançado por parte dos estudantes, que não se sentirão instigados a realizar esta etapa da aplicação do OA.

De acordo com Davydov (1988), o estudante terá somente uma experiência

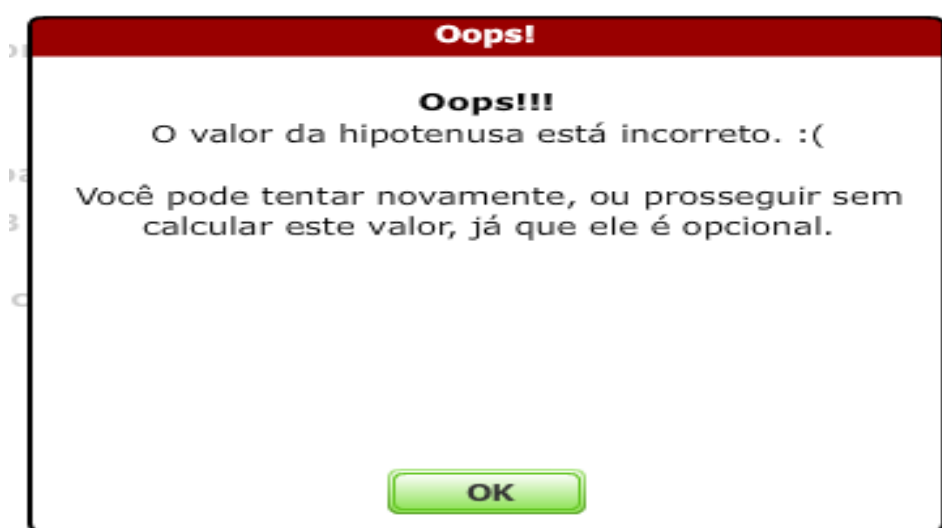
sensorial de leitura, meramente uma manifestação do pensamento empírico, ou seja, a forma como o conteúdo é apresentado, apesar de ser interativo, não sugere simulações e nem inovações, portanto não estimula o processo lógico de recorrer a abstrações para construir o conceito.

FIGURA 23 – OA JOGO DE BILHAR – RESPOSTA ERRADA



Fonte: [http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo\\_trigonometria/](http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo_trigonometria/)

FIGURA 24 – OA JOGO DE BILHAR – OOPS



Fonte: [http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo\\_trigonometria/](http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo_trigonometria/)

Dando sequência ao jogo, as novas etapas da aplicação do OA irão apresentar o mesmo layout para todas as fases a seguir, ou seja, o conteúdo aplicado

no OA terá a mesma forma, com as mesmas duas perguntas da primeira etapa. Novamente, o estudante será convidado a realizar o mesmo processo com mudanças apenas nos valores numéricos dos catetos e do ângulo  $\alpha$  do triângulo apresentado na mesa de bilhar (FIGURA 25).

FIGURA 25 – OA JOGO DE BILHAR – PRÓXIMA ETAPA

Fonte: [http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo\\_trigonometria/](http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/mundo_trigonometria/)

Todas as próximas fases repetirão o padrão da primeira interface (FIGURA 18), somente com mudanças nos valores do ângulo e dos catetos. A aplicação do OA ‘Jogo de bilhar’ não tem um final exatamente, pois ele entra em um processo cíclico, onde em determinados momentos os valores do ângulo e dos catetos acabam por se repetir.

De acordo com as observações anteriores, podemos constatar o pensamento empírico, que, segundo Davydov (1990), não apresenta a presença do movimento de articulação entre os conceitos.

Para apresentar em sua forma, o movimento, a necessidade de abstrações, ou articulações entre os conceitos do conteúdo da trigonometria, o OA precisa apresentar situações de aprendizagem que destaquem a essência do conceito (PANOSSIAN; MORETTI; SOUZA, 2017). Como exemplo, pode-se destacar uma situação em que o OA desencadeia a necessidade do estudante em perceber a inclinação dos ângulos e como a mudança nesta inclinação pode gerar mudanças nas

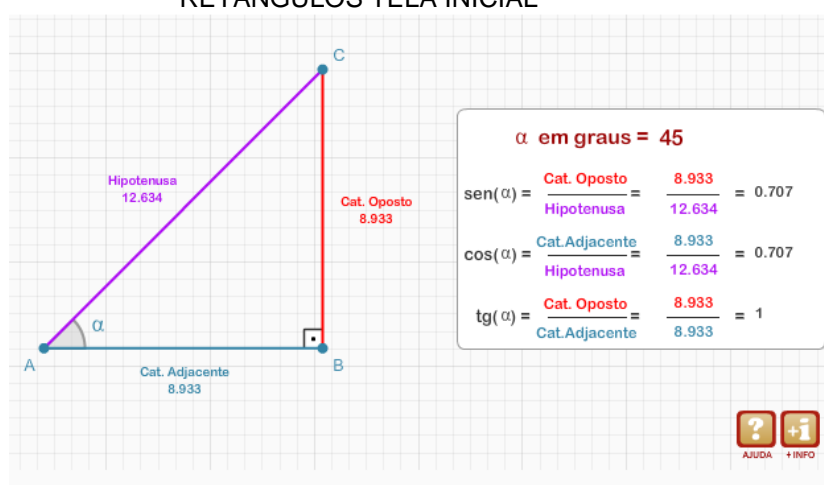
razões estabelecidas entre os lados do triângulo (razões trigonométricas). Dessa forma, o OA poderá proporcionar ao estudante a formação do pensamento teórico.

Para tornar-se inovador e interessante para os estudantes, o OA deve a cada nova fase do jogo (que se dá após a tacada) apresentar situações de ensino diferentes da fase anterior, de uma forma que possa instigar o estudante a continuar usando o OA.

### 6.2.2 Razões Trigonométricas, do Repositório NOAS

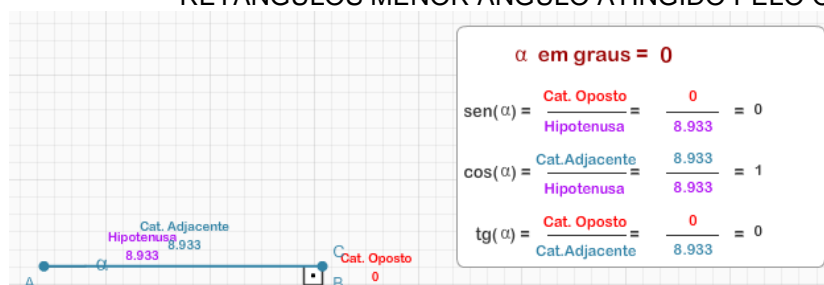
O OA 'Razões Trigonométricas' em triângulos retângulos encontra-se no repositório do NOAS, site educacional que apresenta o idioma português. Sua atividade principal consiste na apresentação de um triângulo retângulo ABC de ângulo  $\alpha$  (FIGURA 26). Por meio da utilização de um mouse, é permitido ao estudante arrastar seus vértices, que, por sua vez, por serem dinâmicos, exibem todas as combinações possíveis para o ângulo  $\alpha$ . Essas combinações demonstram os valores compreendidos entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  para as três razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente (FIGURA 27 e FIGURA 28).

FIGURA 26 – OA - RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS EM TRIÂNGULOS RETÂNGULOS TELA INICIAL



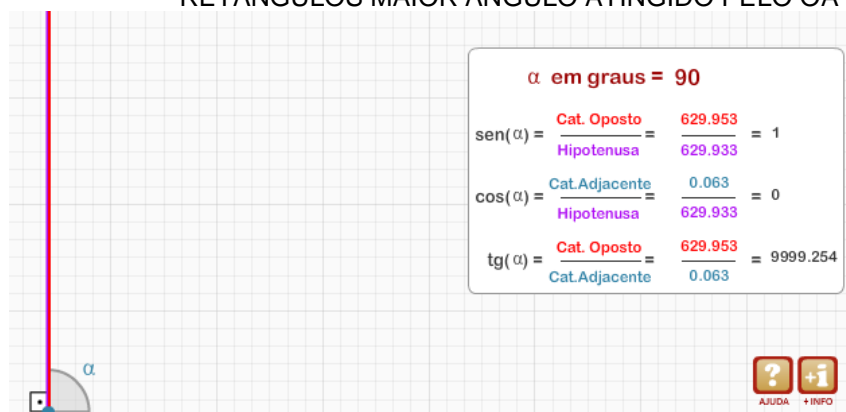
FONTE: <http://www.noas.com.br/ensino-medio/matematica/trigonometria/razoes-trigonometricas/>

FIGURA 27 – OA - RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS EM TRIÂNGULOS RETÂNGULOS MENOR ÂNGULO ATINGIDO PELO OA



FONTE: <http://www.noas.com.br/ensino-medio/matematica/trigonometria/razoes-trigonometricas/>

FIGURA 28 – OA - RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS EM TRIÂNGULOS RETÂNGULOS MAIOR ÂNGULO ATINGIDO PELO OA



FONTE: <http://www.noas.com.br/ensino-medio/matematica/trigonometria/razoes-trigonometricas/>

O OA ‘Razões Trigonômétricas’, traz dois ícones de acesso, além da aplicação da atividade principal, o de “Ajuda” e de “Info”. O ícone de “Ajuda”, ao ser acessado pelo estudante lhe dará as informações necessárias para que o estudante possa manusear com sucesso o objeto. Já o ícone “Info” traz referências técnicas do objeto, quanto o autor, área de concentração, descrição da atividade, objetivo do objeto. Há também um ícone que permite ao estudante reportar algum erro cometido durante o uso do OA, tais como: link quebrado, jogo que não carrega, erro na língua portuguesa.

Ao manusear o OA ‘Razões Trigonômétricas’ com o mouse, observa-se a interatividade que esse permite ao estudante, ao possibilitar a ele o reconhecimento de todos os valores do ângulo  $\alpha$  para as três razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente, com medidas compreendidas entre os ângulos de  $0^\circ$  e  $90^\circ$  graus. Mas de acordo com o estudo do movimento histórico e lógico da trigonometria, sabe-se que

essa interatividade não se deve dar somente pela forma, mas segundo Kopnin (1978), também pelos meios ou recursos lógicos possibilitados ao estudante para que ele possa desenvolver generalizações e abstrações.

Logo, notou-se que as simulações e inovações presentes neste OA traduzem as características presentes nos nexos externos dos conceitos, ao apresentá-las por meio de movimentos interativos dos vértices, mas ao mesmo tempo movimentos meramente aparentes e simples, que não condicionam o estudante a pensar na necessidade de operar este conceito.

Portanto, na constituição desse OA estão ausentes os nexos internos, que segundo Sousa (2018), conduzem o estudante por meios lógicos e abstratos a reconhecer a necessidade do uso dos conceitos trigonométricos por meio de situações que envolvam o seu histórico. O qual é possível quando há a identificação da presença de elementos do movimento histórico e lógico da trigonometria, entre eles o trabalho articulado entre os seus nexos conceituais: ângulo, razões entre os segmentos do triângulo e partes da circunferência.

O OA 'Razões Trigonométricas', ao propor um estudo sobre a variação dos valores dos ângulos das razões trigonométricas, o demonstrou de forma apenas empírica, ressaltando apenas um processo mecânico e repetitivo proposto por uma lógica formal. Destarte, não conduziram o estudante a um próximo movimento na construção do conhecimento, a análise do problema que lhe proporciona abstrações, que na sequência sofrem uma síntese, por meio da ação da lógica dialética, que de acordo com Davydov (1991), conduz a edificação do pensamento teórico

Portanto o uso desse objeto não proporcionou ao estudante reconhecer a relevância dos conceitos, e, principalmente, não oportunizou a ele motivos eficazes que o permitissem articular outros conceitos matemáticos, na construção do resultado esperado para promover a atividade humana, como sugere Tikhomirov (1981):

A condição técnica é que o computador deve ser adequado; a condição psicológica é que o computador deve ser adaptado à atividade humana, e o homem deve adaptar-se às condições do trabalho com um computador. (TIKHOMIROV, 1981, p. 13).

Um ponto relevante neste objeto é a possibilidade de o estudante manipular os vértices do triângulo por meio de uma forma dinâmica. Através desse movimento, ele

pode perceber a mudança de medidas dos valores dos ângulos do triângulo e concomitantemente, a mudança nos valores das suas razões trigonométricas, sem a necessidade de mudar o triângulo em questão. Destarte, há promoção somente da presença dos nexos externos da trigonometria, como por exemplo, a preocupação em apresentar a razão seno como sendo apenas a divisão entre o cateto oposto sobre o cateto adjacente.

### **6.3 Análise do Produto Educacional – O Skate e a Trigonometria**

Como meio de revelar os elementos do movimento histórico e lógico da trigonometria que podem estar presentes no desenvolvimento pedagógico de um Objeto de Aprendizagem, esta pesquisa teve a preocupação de desenvolver um OA denominado 'O Skate e a Trigonometria', e apresentá-lo como o Produto Educacional dessa dissertação (FIGURA 29). Na sequência se apresenta a análise desse Produto Educacional considerando os elementos do movimento histórico e lógico.

A escolha do tema desse objeto, o skate, surgiu da necessidade de envolver o estudante em situações de ensino, que se aproximasse do seu cotidiano. O surgimento do skate deu-se no estado da Califórnia dos Estados Unidos da América do Norte por volta da década de 1950, como opção ao surf em períodos que o mar não propiciava ondas perfeitas para a prática do esporte. Assim nasce o skate, forjado por meio do improviso de rodinhas de patins anexados a uma madeira de formato semelhante a uma prancha de surf (COELHO, 2015).

Segundo Coelho (2015), com o passar das décadas, o skate vai assumindo a identidade de esporte, e passa a se profissionalizar com a criação de modalidades e a inserção de rampas que proporcionavam as suas modalidades, entre elas: street, vertical, downhill slide e freestyle, entre outras, mais dinamismo e ousadia. Sendo o skate um esporte, logo a sua prática passa a ser um instrumento de sociabilização entre os seus praticantes. "Onde é desenvolvido o sentido e a apropriação de valores a partir de perspectivas histórico-culturais, norteando e desenvolvendo a socialização." (COELHO, 2015, p. 25).



FIGURA 29 – OA: O SKATE E A TRIGONOMETRIA



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

O OA foi desenvolvido dentro da plataforma do software Scratch<sup>14</sup>, em parceria com a programadora Caroline Rosa da Silva, estudante de Engenharia da Computação da UTFPR, e pode ser acessado em <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>.

Procurou-se desenvolver um OA na forma de um jogo educacional, que buscasse atender as características estruturais solicitadas a um OA, especificadas no capítulo dois desta dissertação por Balbino (2016) e Sabbatini (2012), entre elas: interatividade, tratamento ao erro, a reusabilidade, autossuficiência, a presença de metadados.

Não obstante além da forma estrutural, o escopo de criação para o OA 'O Skate e a Trigonometria', teve como preocupação a abordagem pedagógica a ser adotada. Logo, houve o cuidado em desenvolver situações de ensino que instigassem o estudante movido por uma necessidade, conduzindo-o a edificar o pensamento teórico ao revelar elementos do movimento histórico e lógico. Tudo isso tendo a preocupação de envolver a participação da mediação ativa do professor com o estudante nestas situações.

---

<sup>14</sup> <https://scratch.mit.edu/>.

O OA 'O Skate e a Trigonometria' é organizado inicialmente por meio do diálogo entre dois personagens que chamam-se 'Nina' e 'Cadu', que tem como objetivo encontrar a medida da altura de uma rampa de skate (FIGURA 30).

FIGURA 30 – DIÁLOGO DE APRESENTAÇÃO 1



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Contudo, este OA pode ser um instrumento de mediação entre o professor e seus estudantes, e segundo Sforni (2004), o objeto quando trabalhado no coletivo pode oferecer possibilidades para estimular o desenvolvimento das funções psicológicas superiores dos estudantes.

Sobretudo, ao desenvolver o OA 'O Skate e a Trigonometria' houve o cuidado de ressaltar a importância da formação dos conceitos, bem como a preocupação de envolver os conceitos espontâneos, simulados nas práticas do cotidiano dos estudantes, mas recorrendo a abstrações e generalizações, mediados pelo professor, possibilitando ao estudante a apropriação de conceitos científicos.

Dessa forma, para expor as ideias apontadas nos parágrafos acima, a presente pesquisa desenvolveu e procurou apresentar um OA, que revelasse a inclusão dos nexos conceituais destacados a partir do estudo do movimento histórico e lógico da trigonometria, entre eles: ângulo, razão entre os segmentos e partes da circunferência.

Mas, a proposta deste OA não foi a de reproduzir o passo a passo da história da trigonometria, mas sim usar esses conceitos, que foram gerados em determinados períodos da história, como meio para explicar e ajudar a resolver as situações de ensino propostas pelo OA, ainda que em alguns momentos resgatando elementos históricos como o uso dos nós das cordas. Método esse usado pelos egípcios, para praticar a agrimensura, que permitia a eles estabelecer a relação para que um triângulo com lados de 3 nós, 4 nós e 5 nós, fosse considerado um triângulo retângulo (FIGURA 31).

FIGURA 31 – CONHECIMENTO DA CORDA DE DOZE NÓS



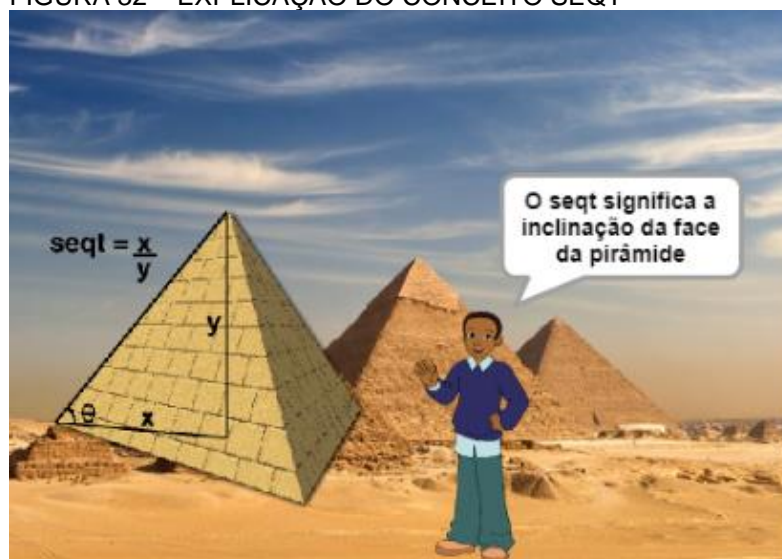
FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Apesar do nexo conceitual ‘partes da circunferência’ estar ausente no OA ‘O Skate e a Trigonometria’, nada impede que, para uma futura continuação do OA, ele possa fazer parte das novas situações de ensino que serão construídas.

Portanto, observa-se a relevante tarefa desse OA ao envolver elementos que representam o movimento histórico e lógico da trigonometria nas situações de ensino sugeridas aos estudantes, que permitem ao estudante entender a necessidade do uso desses conceitos na produção do conhecimento. Sugestões essas que possibilitam discutir os nexos internos ângulo e razão entre os segmentos do triângulo retângulo por meio, por exemplo, do conhecimento do seqt usado pelos egípcios para obter a inclinação da face de uma pirâmide, obtido ao dividir percurso horizontal da pirâmide

por sua distância vertical. O que hoje equivale à razão trigonométrica cotangente ensinada para os estudantes. (FIGURA 32).

FIGURA 32 – EXPLICAÇÃO DO CONCEITO SEQT



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Segundo Sousa (2004), “os nexos conceituais do ângulo não se estabelecem por apenas uma representação estática, seja essa representação gráfica, seja nos objetos, mas, sobretudo pelo estudo das relações do movimento dos corpos.” (IBIDEM, 2004, p. 61).

Logo, nota-se a relevância de dar movimento as atividades de ensino propostas pelo OA ‘O Skate e a Trigonometria’, como a exemplo do objeto analisado do NOAS ‘Razões Trigonômicas’. Contudo, aqui encontra-se uma primeira limitação do uso do software do Scratch, a impossibilidade de mostrar esse movimento.

Para o desenvolvimento desse OA, procurou-se também ter o cuidado de planejar situações de ensino que procurasse articular outros conceitos matemáticos, além dos conceitos trigonométricos. Processo esse diferente do usado nos livros didáticos, os quais são compostos geralmente por situações empíricas, que permitem ao estudante apenas o uso automático de fórmulas. As quais, contribuem somente para o resultado imediato da resposta procurada pela situação proposta (FIGURA 33).

Por conseguinte, é relevante a participação do nexos conceitual segmentos do triângulo na constituição do pensamento teórico. “Os nexos conceituais que

fundamentam os conceitos, contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento.” (SOUSA, 2004, p. 61).

FIGURA 33 – USO DA SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Destarte, é pertinente ao estudante conhecer a lógica que levou ao surgimento de um conceito matemático. Por meio do conhecimento histórico e lógico do conceito, o processo de abstrair e fazer generalizações, conduzirá o estudante à edificação do pensamento concreto, uma vez, que não precisará utilizar-se somente de recursos mecânicos e automáticos para desenvolver seu raciocínio.

Ao ignorar a origem dos conceitos negligencia-se ao estudante, material para deduções ou generalizações, ou seja, subsídios para o raciocínio lógico que o levará a formação do pensamento, forçando-o apenas ao processo da memorização, o privando do entendimento dos conteúdos, por não haver generalizações mais amplas. (DAVYDOV, 1990, p. 76, tradução nossa).

Portanto, nota-se que este processo didático dinâmico e interativo apresentado no OA 'O Skate e a Trigonometria', não poderia ser facilmente realizado pelo manuseio de um simples livro didático. Pois, ao ser demonstrado pelo OA, como o exemplo da apresentação dos conhecimentos do seqt e dos nós nas cordas representados sucessivamente pelos conceitos da razão trigonométrica cotangente e do Teorema de Pitágoras, tornam-se um concreto manipulável que permitirá ao

estudante, quando este o manusear, perceber que não é qualquer razão trigonométrica ou medida de lado para o triângulo que obterá sucesso para auferir o valor esperado pela situação de ensino.

Logo, ele precisará fazer tentativas (abstrações), que o ajudarão em seu raciocínio lógico, abrindo espaço para a razão trigonométrica cotangente e o conceito do Teorema de Pitágoras, consecutivamente.

Assim segundo Oliveira (1997), o OA pode atuar com um instrumento pedagógico, na forma de um jogo educacional de qualidade a serviço do ensino e da aprendizagem, pela capacidade de fomentar em sua forma signos que possam conduzir o estudante a construir o pensamento teórico.

O jogo não pode ser somente pelo jogo, ele precisa ter a capacidade de desenvolver um conteúdo, como dentro dele, nós desencadeamos um processo de apropriação do conceito pertinente a atividade que o estudante vai desenvolver. (MOURA, 2017b).

Dessa forma, o uso do OA 'O Skate e a Trigonometria', pode permitir a atuação da atividade criativa por parte do estudante, ao proporcionar novos meios para a apropriação do ensino, e até mesmo proporcionar a eles maior motivação, segundo Tikhomirov (1999).

Não obstante, o software apresenta determinadas limitações na sua programação, sendo que não possibilitou ao objeto todo o movimento esperado para as suas situações de ensino, por exemplo por não permitir o movimento de rotação ao ângulo apresentado na rampa de skate.

Embora a linguagem desse software não tenha limites de componentes visuais, percebe-se que o uso de uma determinada quantidade desses componentes torna lento a execução do objeto e passível de erros, inviabilizando o desenvolvimento de novas fases ao OA.

A apresentação detalhada, incluindo a análise das telas do Objeto de Aprendizagem e sugestões para o trabalho do professor estão apresentadas no Produto Educacional que compõe esta dissertação.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao apresentar o posicionamento dos autores de TIC presentes na revisão literária, pode-se observar como a inserção do uso de OA no planejamento das aulas pode vir a transformar o ensino e a aprendizagem do estudante, sendo inevitável a sua incorporação à atividade pedagógica.

Mesmo sabendo que o uso dos computadores pode servir como meio de mediação entre as pessoas, ainda assim, é solicitado ao professor que leve em conta outros aspectos no momento de optar pelo uso desta mediação, entre eles: sociais, técnicos e psicológicos. É recomendável que o professor esteja atento aos recursos que a utilização das TIC, entre eles os OA, têm a oferecer a seus estudantes que esteja alerta no sentido de observar qual qualidade este OA poderá apresentar aos seus estudantes.

O computador é apenas um instrumento que fornecerá ferramentas para que a atividade humana adquira uma forma com mais fundamentos, portanto cabe ao professor o critério de escolha do OA. Essa escolha será fundamental para potencializar ou restringir a qualidade de mediação do professor no processo de ensino e aprendizagem.

Destarte, o professor atual tem ao seu alcance outros instrumentos pedagógicos para planejar suas aulas, além dos livros didáticos, lousa e giz como instrumentos. A utilização da TIC no ambiente escolar é um acontecimento inevitável para impulsionar o progresso no processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, o computador deve sim ser usado como instrumento pelo professor para instigar e transmitir conhecimentos.

Ao estudar os autores da teoria materialista histórico-cultural e histórico-dialética no capítulo três e quatro desta dissertação, constatou-se que o conhecimento pode ser estimulado e apropriado pelo estudante quando é trabalhado no coletivo, dentro de um contexto histórico e cultural que obedece às leis não básicas da lógica dialética, ou seja, as leis da contradição dos pares dialéticos.

Esses pares atuam intensivamente no movimento do pensamento do ser humano, e apesar de apresentarem a característica da contrariedade, um é inerente ao outro, logo não podem ser interpretados individualmente, mas sim dentro de um movimento.

Portanto, ao adotar os pressupostos da teoria materialista para atender a hipótese e o objetivo proposto pela dissertação, analisar o conteúdo de Objetos de Aprendizagem aplicados ao ensino de trigonometria, optou-se pelo par dialético histórico e lógico.

O uso dessa categoria dialética associada ao referencial teórico fundamentado nesta pesquisa, permitiu que fossem estabelecidas relações entre os elementos pertencentes à organização lógica do conceito da trigonometria, instituídos de acordo com a necessidade inspirada no decorrer do desenvolvimento da sua história.

O estudo do movimento histórico e lógico da trigonometria, realizado no capítulo cinco dessa pesquisa, mostrou como esse processo é relevante para o surgimento e aprimoramento dos conceitos. Pôde-se verificar que os conceitos surgiram de acordo com as necessidades humanas, expressas em um determinado momento para atender uma determinada dificuldade manifestada. Logo, o movimento histórico e lógico confirma o fato de que os nexos conceituais não devem ser estudados de forma fragmentada, pois o seu desenvolvimento histórico não apresenta-se de forma linear.

Observou-se que a necessidade de surgimento de um conceito ocorre dentro de um movimento dialético, pois um conceito, ao ser dado como concreto pensado em um próximo momento, com o objetivo de atender uma nova necessidade, torna-se material empírico usado como abstrações para a construção de um novo conceito.

Desenvolver ou escolher um OA em um repositório qualquer na internet não é garantia suficiente para munir o professor com condições razoáveis para auxiliá-lo no processo de ensino e aprendizado. Portanto, é necessário que esse OA possibilite ao estudante meios lógicos concebidos por uma necessidade, apresentado de uma forma que contribua para a geração de abstrações. Estas, por sua vez, ao serem analisadas e sintetizadas, darão origem ao pensamento teórico no estudante.

Ao longo do capítulo seis foram analisados dois OA, o Jogo de Bilhar do repositório RIVED e o Razões Trigonométricas do repositório NOAS, bem como foi apresentado e analisado o Produto Educacional desta pesquisa, O Skate e a Trigonometria do repositório Scratch.

Ao observar e analisar os OA Jogo de Bilhar e Razões Trigonométricas, averiguou-se que as situações problemas relacionadas ao conteúdo trigonométrico



foram apresentadas sem sugerir uma necessidade para o seu contexto, ou seja, de uma forma que não simula a importância, por parte dos estudantes, de meios lógicos por meio de abstrações para a obtenção dos resultados esperado.

A aplicação dos OA Jogo de Bilhar e Razões Trigonométricas revela aspectos do pensamento empírico, e não encaminha à formação do pensamento teórico. Sabe-se o quanto são relevantes ambas as formas de pensamentos no momento em que o estudante irá articular os conceitos para erigir o conhecimento científico. Dessa forma, ao mesmo tempo em que os dois pensamentos evidenciam momentos relativamente autônomos, eles apresentam também objetos com consonância, pois, no desenvolver dos estudos, o que é inicialmente pensamento empírico irá evoluir para pensamento teórico, e, ao ser dada sequência nesses estudos, o que era pensamento teórico, na nova etapa de estudos, poderá se configurar como pensamento empírico.

A manipulação dos OA Jogo de Bilhar e Razões Trigonométricas, mesmo apresentando certa interatividade nas ações necessárias para trabalharem as situações problema que os compõem, ainda assim, não proporcionaram simulações que possibilitassem aos dois OA, induzirem os estudantes a gerarem generalizações e abstrações para a construção do pensamento teórico. Logo, desse modo, apresentando um processo que o conduz a agir mecanicamente, ao solicitar a eles que realizem cálculos mecânicos por meio de fórmulas induzidas pelo OA, comprometendo dessa forma, a atividade criativa do estudante.

Portanto, de acordo com a análise realizada nos dois OA, Jogo de Bilhar e Razões Trigonométricas, pode-se constatar que o seu uso não contribui necessariamente para a transformação do ensino e da aprendizagem no estudante, segundo o estudo do movimento histórico e lógico da trigonometria presente nesta pesquisa. Afinal, para haver tal transformação, este OA deveria apresentar elementos que revelassem a presença dos elementos desse movimento, principalmente por meio da articulação dos nexos conceituais.

Logo, os OA precisam proporcionar aos estudantes situações que vão além dos exercícios apresentados nos livros didáticos. Exercícios que por meio do uso da interatividade, permitem ao professor trabalhar situações no ensino da trigonometria que não seriam possíveis em uma aula tradicional em sala de aula apenas com o auxílio do livro didático, que exigem respostas automáticas.

Destarte, é sugerido ao OA apresentar a organização dos conceitos do

conteúdo trigonométrico ao estudante, por simulações concebidas dentro de uma forma que proporcione uma mudança de qualidade, ou seja, exija ações que instigue o estudante a pensar por meios lógicos, revelados por abstrações e generalizações, na real necessidade do uso do conceito trigonométrico, necessidade essa construída historicamente dentro um movimento.

Dessa forma, o OA pode ser considerado como mais que um jeito diferente e até mesmo divertido para pôr em prática o ensino e a aprendizagem. Pode ser pensado como um instrumento que irá contribuir para a construção do conhecimento no estudante. Logo, é importante ter ciência de elementos do movimento histórico e lógico para analisar estes OA, pois todos eles estão relacionados ao conceito, seja no gerar pensamento, seja no resgatar do seu processo histórico, ou seja, para instigar meios lógicos propiciados por abstrações. Espera-se que a compreensão do movimento histórico e lógico seja um elemento a ser considerado pelos professores no momento da escolha ou análise de um objeto de aprendizagem.

Por sua vez, o Produto Educacional derivado dessa pesquisa, o OA, 'O Skate e a Trigonometria', é um recurso virtual multimídia e interativo, apresentado na forma de animação ou simulação, que permite ao estudante o tratamento do erro com determinadas características funcionais inerentes, tais como a reusabilidade, a portabilidade, a modularidade, a autossuficiência e a descrição de dados.

Não obstante, à questão estrutural o OA 'O Skate e a Trigonometria' procurou trazer situações problemas por meio da interatividade proporcionada pelas TIC, que apresentassem elementos que instigassem o estudante a pensar na necessidade do uso dos conceitos trigonométricos. Elementos esses que procurassem instigar o estudante a criar processos lógicos, reconhecidos pelos nexos conceituais ângulos e razões entre segmentos do triângulo, os quais lhe favorecessem abstrair pensamentos relevantes para construir o resultado esperado e por conseguinte o pensamento teórico.

Apesar do OA 'O Skate e a Trigonometria' proporcionar aos estudantes, interatividade no momento de resolver as situações de ensino propostas por ele, nota-se o desprovimento de algumas possibilidades de manipulação dos objetos envolvidos nessas situações. Estes desprovements são decorridos da limitação de certos recursos ofertados pela plataforma do software Scratch, os quais impossibilitam uma programação mais estruturada que possa oferecer mais movimento a alguns desses

objetos, como por exemplo, mostrar a variação da inclinação de um ângulo, ou da dimensão de um dos lados do triângulo.

Quanto à análise da abordagem metodológica do OA 'O Skate e a Trigonometria', observou-se que o objeto apresentou um tema que conduz o trabalho do movimento dos conceitos espontâneos, já de propriedade do estudante, a produção dos conceitos científicos, no momento em que o estudante reconhece a necessidade de trabalhar o conceito trigonométrico a partir da temática skate.

O desenvolvimento desse OA foi pensado com o intuito de proporcionar o trabalho e discussões coletivas, possibilitando a interação entre os próprios estudantes. Com momentos que requerem da mesma forma o movimento de mediação do professor, no sentido de conduzir os estudantes a construir o pensamento teórico a partir da necessidade dos conceitos trigonométricos.

O OA, ao envolver o momento histórico da trigonometria como forma de ressaltar a necessidade dos conceitos trigonométricos para trabalhar a situação de ensino propostas pelo objeto, o faz primeiramente por meio da razão trigonométrica cotangente, sinônimo do conceito  $\text{seqt}$  utilizado pelos egípcios há mais de três mil e quinhentos anos. É sabido que a trigonometria no triângulo retângulo, normalmente é apresentada aos estudantes dos nonos anos do Ensino Fundamental, através das razões seno, cosseno e tangente. Geralmente estas são apresentadas de forma mecânica, somente exigindo-se que se decore o que são cateto oposto, adjacente, hipotenusa ou que se substitua os valores numéricos em razões correspondentes. A razão cotangente, e mesmo as razões cossecante e secante, são apresentadas aos estudantes geralmente nos anos iniciais do Ensino Médio.

Não obstante, o OA 'O Skate e a Trigonometria' ao trabalhar inicialmente com o conceito da cotangente, trouxe a ideia do movimento, ou seja, que os conceitos trigonométricos não devem estar presos e ser ensinados dentro de um padrão, mas sim que seu ensino e aplicação são justificáveis quando a necessidade de seu uso acontece.

O desenvolvimento desse Objeto de Aprendizagem 'O Skate e a Trigonometria' foi feito em etapas para oferecer ao estudante algumas situações de ensino que envolvem o uso dos conceitos da trigonometria no triângulo retângulo.

Destarte, este projeto fica à disposição para futuras pesquisas, análises e aperfeiçoamentos, receptivo à inclusão de novas situações de ensino, que possam

envolver, por exemplo, os conceitos da trigonometria na circunferência respectivamente o nexos conceitual partes da circunferência.

Desse modo, espera-se que a conclusão dessa dissertação possa contribuir para o ensino da trigonometria, e que a análise desses Objetos de Aprendizagem, e a apresentação do OA 'O Skate e a Trigonometria', sob a luz dos pressupostos do par dialético histórico e lógico, possam oferecer subsídios pedagógicos aos professores, para que estes possam ter um referencial teórico no momento de escolher, analisar ou desenvolver um OA aplicado ao ensino da trigonometria.

## REFERÊNCIAS

- AGUIAR, E. V. B.; FLORES, M. L. P. Objetos de Aprendizagem: conceitos básicos. In: TAROUCO, L. M. R. et al. **Objetos de Aprendizagem: teoria e prática**. Porto Alegre: Editora Evangraf Ltda. 2014. p. 12-28.
- ARAUJO, E. S.; MORAES, S. P. G. Dos princípios da pesquisa em educação como atividade. In: MOURA, M. O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017, p. 47-70.
- AUDINO, D. F.; NASCIMENTO, R. S. Objetos de Aprendizagem: diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação. **Revista Contemporânea de Educação**. Rio de Janeiro, v. 5, n. 10, p. 128-148, jul/dez. 2010.
- ASBAHR, F. S. F.; FURLANETTO, F. R. e PIOTTO, D. C. Significação e sentido na psicologia histórico-cultural: Implicações para a educação-escolar. In: MOURA, M. O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017, p. 47- 70.
- BALBINO, R. O.; KALINKE, M. A. Lousa digital e outras tecnologias na Educação Matemática. In: KALINKE, M. A, MOCROSKY, L. F. (org.). **Lousa Digital e outras tecnologias na Educação Matemática**. Curitiba: CRV, 2016, p. 13-32.
- BALBINO, R. O. **Os Objetos de Aprendizagem de Matemática do PNLD 2014: uma análise segundo as visões construtivista e ergonômica**. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.
- BARONI, R. L. S.; NOBRE, S. A pesquisa em história da Matemática e suas relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A.(org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999, p. 129- 136.
- BBC BRASIL. **As tabelas trigonométricas mais fáceis e precisas, criadas mil anos antes de Pitágoras**. 2017. Disponível em: [http://www.bbc.com/portuguese/geral-41072079?ocid=socialflow\\_facebook](http://www.bbc.com/portuguese/geral-41072079?ocid=socialflow_facebook). Acesso em: 20 dez 2017.
- BORBA, M. C; LACERDA, H. D. G. Políticas públicas e Tecnologias Digitais: um celular por aluno. **Educação Matemática e pesquisa**, São Paulo, v.1 7, n. 3, p. 490-507, 2015.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1974.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.
- CEDRO, W. L.; NASCIMENTO, C. P. Dos Métodos e das metodologias em

pesquisas educacionais na teoria histórico-cultural. In: MOURA, M. O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017, p. 13- 46.

CHEPTULIN, A. **A dialética materialista**. As categorias e as leis da dialética. São Paulo: Editora Alfa Omega, 1982.

D'AMBRÓSIO, U. A Pesquisa em história da Matemática e suas relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A.(org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115.

DAMAZIO, A. Elaboração de conceitos matemáticos: Abordagem histórico-cultural. **Educação Matemática**. Santa Catarina, Nº 19. UNESC, 2006.

DAVYDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

\_\_\_\_\_ **Types of generalization in instruction:**  
logical and psychological problems in the structuring of school curricula. Translated by Joan Teller. Reston Virginia:  
Published by the National Council of Teachers of Mathematics, 1990.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

FREITAS, M. T. A.; RIBEIRO, J. O. N. **Contribuições da perspectiva histórico-cultural para a construção de conhecimento a partir da interação dos sujeitos com as produções culturais multimídia**. Goiânia: 36ª Reunião Nacional da ANPED – 29 de setembro a 02 de outubro de 2013.

FRIGOTTO, G. O enfoque da dialética materialista histórica na pesquisa educacional. In: FAZENDA, I. (org.). **Metodologia da pesquisa educacional**. São Paulo: Editora Cortez, 2000, p. 69-90.

GAMBOA, S. A. S. A Dialética na pesquisa em educação: elementos de contexto. In: FAZENDA, I. (org.). **Metodologia da pesquisa educacional**. São Paulo: Editora Cortez, 2000, p. 91-117.

GONZÁLEZ, A. G. G.; MELLO, M. A. Vigotsky e a Teoria Histórico Cultural: bases conceituais marxistas. **Cadernos da pedagogia**. São Carlos, Ano 7, v. 7, n. 14, p. 19-33, jan-jun 2014.

JANEGITZ, L. E. Lousa digital e outras tecnologias na Educação Matemática. In: KALINKE, M. A, MOCROSKY, L. F. (org.). **Lousa digital e outras tecnologias na Educação Matemática**. Curitiba: CRV, 2016, p. 33-56.

JONES, P. S. Medida Angular. In: KENNEDY, E. S. **História da Matemática para uso em sala de aula: trigonometria**. São Paulo: Atual, 1992, p. 1-27.

KALINKE, M. A. et al. Tecnologias e Educação Matemática: Um enfoque em lousa

digitais e Objetos de Aprendizagem. In: KALINKE, M. A., MOCROSKY, L. F. (org.). **Educação Matemática: pesquisas e possibilidades**. Curitiba: Ed. UTFPR, 2015, p. 159-183.

KENNEDY, E. S. História da Trigonometria. In: KENNEDY, E. S. **História da Matemática para uso em sala de aula: trigonometria**. São Paulo: Atual, 1992, p. 1-27.

KENSKI, V. M. Aprendizagem mediada pela tecnologia. **Revista Diálogo Educacional**. Curitiba, v. 4, n.10, p. 47-56, 2003.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira S.A, 1978.

LEFEBVRE, H. **O marxismo**. São Paulo: Diefel, 1974.

LENIN, V. I. **Cadernos sobre a dialética de Hegel**. Tradução: José Paulo Neto. Rio de Janeiro: Editora UFRJ. 2011.

LEONTIEV, A. N. Uma Contribuição à Teoria do Desenvolvimento da Psique Infantil. In: VIGOTSKI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo. Editora Ícone Ltda. 2010, p. 59-83.

LÉVY, P. **As Tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LIBÂNEO, J. C. A aprendizagem escolar e a formação de professores na perspectiva da psicologia histórico-cultural e da teoria da atividade. **Educar**. Curitiba: n. 24, p. 113-147, Curitiba, Editora UFPR, 2004.

LIBÂNEO, J. C.; FREITAS, R. A. M. M. **Vygotsky, Leontiev, Davydov – três aportes teóricos para a teoria histórico-cultural e suas contribuições para a didática**. Eixo temático 3. Cultura e práticas escolares. Disponível em: <http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe4/individuaiscoautorais/eixo03www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe4/individuaiscoautorais/eixo03>. Acesso em 25/05/2017.

LOWE, R. D.; SCHANCK, C. Seno e Co-seno. In: KENNEDY, E. S. **História da Matemática para uso em sala de aula: trigonometria**. São Paulo: Atual, 1992, p. 38-40.

LUKACS, G. **Ensaio sobre literatura**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1965.

MALTEMPI, M. V. **Novas tecnologias e construção de conhecimento: reflexões e perspectivas**. In: V Congresso ibero-americano de Educação Matemática (CIBEM). Porto, Portugal, 17 a 22 de julho. 2005.

MARTIN, F. E.; RUIZ, H. J. F. e RICO, L. Significado escolar de las razones trigonométricas – elementales Students' notions of elementary trigonometric ratios. **Enseñanza de las Ciencias**, p. 51-71, novembro. 2016.

MARTINS, E.; SOUZA, F. D. E.; MORETTI, V. D. Método Histórico-Dialético, Teoria Histórico-Cultural e Educação: Algumas apropriações em pesquisas sobre formação de professores que ensinam Matemática. In: MORETTI, V. D.; LIMA, W. (org).

**Educação Matemática e a teoria histórico-cultural: um olhar sobre as pesquisas.** Campinas: Mercado das letras 2017. p. 25-60.

MILLER, R. A. Tangente e Co-tangente. In: KENNEDY, E. S. **História da Matemática para uso em sala de aula: trigonometria.** São Paulo: Atual, 1992, p. 41-44.

MONTEIRO, B. S. et al. **Metodologia de desenvolvimento de objetos de aprendizagem com foco na aprendizagem significativa.** João Pessoa: Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. 2006.

MORETTI, V. D. et al. O Desenvolvimento psíquico e o processo educativo. In: MOURA, M. O. A. **Atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.** Brasília: Liber livro, 2010. p. 45-67.

MOSSBURG, L. O Almagesto de Ptolomeu. In: KENNEDY, E. S. **História da Matemática para uso em sala de aula: trigonometria.** São Paulo: Atual, 1992, p. 28-30.

MOURA, M. O. A Objetivação do currículo na atividade pedagógica. **Revista de Didática e Psicológica Pedagógica.** Ubelândia, v.1, n. 1, p. 99-128, jan/jun. 2017a.

\_\_\_\_\_ Significação do conceito em Matemática durante a escolarização. DEZ. 2017b. Acesso em: 15/mai/2018. Disponível em: [https://www.youtube.com/channel/UCCR9YFNljYfPKvbdZeh\\_LwQ](https://www.youtube.com/channel/UCCR9YFNljYfPKvbdZeh_LwQ)

MOURA, M. O. et al. **Educar com Matemática fundamentos.** São Paulo: Cortez, 2016.

MOURA, M. O. et al. Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Rev. Diálogo Educ.** Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010.

MOURA, M. O.; SFORNI, M. S. F.; LOPES, A. R. L. V. A Objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade pedagógica. In: MOURA, M. O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural.** São Paulo: Edições Loyola, 2017a, p. 71-100.

MOTTA, M. S. **O Estágio supervisionado na formação Inicial do professor de Matemática no contexto das tecnologias educacionais.** São Paulo/SP. 2012. 342 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2012.

\_\_\_\_\_ Formação inicial do Professor de Matemática no contexto das Tecnologias Digitais. **Revista Contexto e Educação.** Ijuí, ano 32, n 102,. p. 170-204. Maio/Ago. 2017.



NASCIMENTO, A. C. A. N. Objetos de Aprendizagem: A distância entre a promessa e a realidade. In: PRATA, C. L.; NASCIMENTO, A. C. A. N. Objetos de Aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico/organização. Brasília: MEC SEED, 2007, p. 135-144.

NAVARRO, E. R. **Lousa Digital**: investigando o uso na rede estadual de ensino com o apoio de um curso de formação. 144 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

O GLOBO. Pesquisadores solucionam mistério de antiga tábua Matemática babilônica. 2017. Disponível em: <https://oglobo.globo.com/sociedade/historia/pesquisadores-solucionam-misterio-de-antiga-tabua-matematica-babilonica-21743526#ixzz51prz2HLh> Acesso em: 20 dez 2017.

OLIVEIRA, M. K. **Vygostsky – Aprendizado e desenvolvimento. Um processo sócio-histórico**. São Paulo: Editora Scipione, 1997.

PANOSSIAN, M. L. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes**: indicadores para a organização do ensino. 2008. 179 fls. Mestrado em Educação. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

\_\_\_\_\_ **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra**. 2014. 317 f. Doutorado em Educação. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

PENTEADO, M. G. A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão. In: PENTEADO, M. G.; et all. **A informática em ação**: formação de professores, pesquisa e extensão. São Paulo : Olho d'Água, 2000, p. 23-34

PANOSSIAN, M. L.; MORETTI, V. D.; SOUZA, F. D. Relações entre movimento histórico e lógico de um conceito, desenvolvimento do pensamento teórico e conteúdo escolar. In: MOURA, M. O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017, p. 125- 152.

RODRIGUES, R. V. R. **A construção e utilização de um Objeto de Aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros**. 2009. 236 fls. Mestrado em Educação. Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente, 2009.

ROQUE, T. **História da Matemática**: Uma Visão Crítica, Desfazendo Mitos e Lendas. Rio de Janeiro: Zahar, Edição Digital, setembro 2012.

SAMPAIO, P. A. S. **Integração de quadros interativos no Ensino da Matemática. Educação Matemática Pesq.** São Paulo, v.17, n.1, p.25-44, 2015.

SCHLUNZEN, E. T. M.; et al. Desenvolvimento de Objetos de Aprendizagem. In:

PRATA, C. L. et al. **Objetos de aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico/Organização**. Brasília: MEC, SEED, 2007, p. 17-26, 39-48.

SABBATINI, M. Reflexões críticas sobre o conceito de Objeto de Aprendizagem aplicado ao ensino de ciências e Matemática. **Revista de Educação Matemática e Tecnologia Iberoamericana**. v. 3, n. 3. p. 1-36. 2012.

SFORNI, M. S. F. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino: Contribuições da teoria da atividade**. Araraquara: JM Editora. 2004.

SILVA, A. L. **O ensino de função exponencial para além das aparências**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

SOUSA, M. C. **O Ensino De Álgebra Numa Perspectiva Lógico-Histórica: um estudo das elaborações correlatadas de professores do Ensino Fundamental**. 2004. 308 f. Doutorado em Educação. Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Educação, São Paulo, 2004.

\_\_\_\_\_ O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de Matemática. **Obutchénie: R. de Didat. E Psic. Pedag.** Uberlândia, MG, v.2, n.1, p.40-68, jan./abr. 2018.

ROONEY, A. **A História da Matemática**. São Paulo: M. Books do Brasil Editora Ltda, 2012.

ROQUE, T. **História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, Edição Digital, setembro 2012.

TAROUCO, L. M. R. et al. Reusabilidade de objetos educacionais. In: **RENOTE - Revista Novas Tecnologias para a Educação**. Porto Alegre: Centro interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação (CINTED-UFRGS), v. 1. nº 1, 2003. Disponível em: <http://lume.ufrgs.br/handle/10183/12975>. Acesso em: 7 set. 2011.

TIKHOMIROV, O. K. The Theory of Activity Changed by Information Technology. In Engeström, Y; Miettinen, R; Punamäki, R. (Ed.). **Perspectives on Activity Theory**. New York: Cambridge University Press. p. 347 – 359, 1999.

\_\_\_\_\_ The Psychological Consequences of Computerization. In Wertsch, J. V. (Ed.). **The Concept of Activity in Soviet Psychology**. New York: M. E. Sharpe Inc. p. 256-278, 1981.

TRIVINOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 2011.

VALENTE, J. A. **O Computador na sociedade do conhecimento**. São Paulo: UNICAMP/NIED, 1999.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda, 1991.

\_\_\_\_\_ **Pensamento e linguagem.** Edição Eletrônica: Ed Ridendo Mores ([www.jahr.org](http://www.jahr.org)). setembro 2001a.

\_\_\_\_\_ **A Construção do pensamento e da linguagem.** São Paulo: Editora Martins Fontes, 2001b.

\_\_\_\_\_ **Obras escogidas.** Tomo III. Madrid: Visor, 1995.

VIGOTSKI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** São Paulo. Editora Ícone Ltda. 2010, p. 59-83.

WILEY, D. **The instructional use of learning objects.** On-line version. 2000. Disponível em: [www.reusability.org/read](http://www.reusability.org/read). Acesso em: 20 abr 2017.