

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

JOSYLEINE APARECIDA BENTO DA SILVA

**PRODUTO EDUCACIONAL**

**O Objeto de Aprendizagem - O SKATE E A TRIGONOMETRIA**

CURITIBA

2018

JOSYLEINE APARECIDA BENTO DA SILVA

## **O SKATE E A TRIGONOMETRIA**

Produto de mestrado apresentado para obtenção do título de Mestre em Matemática do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Área de concentração: Ensino da Matemática.

Orientadora: Prof(a). Dr(a). Maria Lucia Panossian.

CURITIBA

2018



Ministério da Educação

Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Curitiba  
Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação  
*Programa Pós-Graduação em Formação Científica,  
Educativa e Tecnológica - PPGFCET*

## TERMO DE LICENCIAMENTO

Esta Dissertação e o seu respectivo Produto Educacional estão licenciados sob uma Licença Creative Commons atribuição uso não-comercial/compartilhamento sob a mesma licença 4.0 Brasil. Para ver uma cópia desta licença, visite o endereço <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> ou envie uma carta para Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California 94105, USA.



---

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Silva, Josyleine Aparecida Bento da

Objetos de Aprendizagem aplicados ao ensino da trigonometria: revelando elementos a partir do movimento histórico e lógico / Josyleine Aparecida Bento da Silva -- 2018.

1 arquivo texto (123f.): PDF; 2,0 MB

Disponível também via World Wide Web.

Texto em português com resumo em inglês.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Formação Científica, Educativa e Tecnológica, Curitiba, 2018.

Bibliografia: f. 117-123.

1. Trigonometria – Estudo e ensino. 2. Tecnologia da Informação. 3. Matemática - Filosofia. 4. Ciência – Estudo e ensino – Dissertações. I. Panossian, Maria Lúcia oriet. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Formação Científica, Educativa e Tecnológica. III. Título.

CDD: Ed. 22 -- 507.2

## INDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 - NEXOS CONCEITUAIS.....	11
FIGURA 2 - OA: O SKATE E A TRIGONOMETRIA .....	13
FIGURA 3 – TUTORIAL DO OA O SKATE E A TRIGONOMETRIA .....	14
FIGURA 4 – DIÁLOGO DE APRESENTAÇÃO 1 .....	15
FIGURA 5 – DIÁLOGO DE APRESENTAÇÃO 2 .....	15
FIGURA 6 – PRIMEIRA PAUSA DE INTERAÇÃO DESTINADO AO PROFESSOR	16
FIGURA 7 – EXPLICAÇÃO DO CONCEITO SEQT .....	17
FIGURA 8 – SEGUNDA PAUSA DE INTERAÇÃO DESTINADA AO PROFESSOR	18
FIGURA 9 – TERCEIRA PAUSA DE INTERAÇÃO DESTINADA AO PROFESSOR	19
FIGURA 10 – CÁLCULO DA COTANGENTE DE $30^\circ$ .....	20
FIGURA 11 – USO DA SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS .....	21
FIGURA 12 – CÁLCULO DA ALTURA DA RAMPA .....	21
FIGURA 13 – APRESENTAÇÃO DO CÁLCULO DA ALTURA DA RAMPA .....	22
FIGURA 14 – SUGESTÃO DE AJUDA AO COLEGA .....	23
FIGURA 15 – SOLICITAÇÃO DO CÁLCULO DO VALOR DO MAIOR LADO DA RAMPA .....	24
FIGURA 16 – TEOREMA DE PITÁGORAS OU RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS ....	25
FIGURA 17 – CONHECIMENTO DA CORDA DE DOZE NÓS .....	25
FIGURA 18 – FÓRMULA DO TEOREMA DE PITÁGORAS.....	26
FIGURA 19 – CÁLCULO DO VALOR DO MAIOR LADO DA RAMPA - POR TEOREMA DE PITÁGORAS.....	27
FIGURA 20 – APRESENTAÇÃO DO CÁLCULO DO VALOR DO MAIOR LADO DA RAMPA -POR TEOREMA DE PITÁGORAS .....	28
FIGURA 21 – MENSAGEM FINAL 1 DO OA .....	28
FIGURA 22 – MENSAGEM FINAL 2 DO OA .....	29
FIGURA 23 – QUARTA PAUSA DE INTERAÇÃO DESTINADA AO PROFESSOR .	30
FIGURA 24 – ESCOLHA DA RAZÃO TRIGONOMÉTRICA.....	31
FIGURA 25 – PAUSA PARA REFLEXÃO SOBRE O USO DA RAZÃO TANGENTE	32
FIGURA 26 – RETORNO DO USO DA RAZÃO TANGENTE .....	32
FIGURA 27 – ESCOLHA CORRETA DA RAZÃO TRIGONOMÉTRICA .....	33
FIGURA 28 – RAZÃO SENOS .....	34
FIGURA 29 – RAZÃO COSSENO.....	34
FIGURA 30 – CÁLCULO DO MAIOR LADO DA RAMPA – PELA RAZÃO TRIGONOMÉTRICA SENOS .....	35
FIGURA 31 – RESULTADO DO CÁLCULO DO MAIOR LADO DA RAMPA – PELA RAZÃO TRIGONOMÉTRICA SENOS .....	36

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>6</b>
Elementos da teoria histórico-cultural: a mediação, os nexos entre os conceitos e a formação do pensamento teórico.	8
O movimento histórico e lógico da trigonometria	9
<b>OA – O SKATE E A TRIGONOMETRIA: POSSIBILIDADES PARA AS AÇÕES DE ENSINO</b>	<b>13</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>37</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>39</b>

## INTRODUÇÃO

Este Produto Educacional, o Objeto de Aprendizagem ‘O Skate e a Trigonometria’ foi elaborado a partir da dissertação de Mestrado ‘Objetos de Aprendizagem aplicados ao ensino da trigonometria: revelando elementos a partir do movimento histórico e lógico’, do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

O Objeto de Aprendizagem (OA) foi pensado e construído para servir como um instrumento pedagógico aos professores, para discutir com seus estudantes a necessidade dos conceitos trigonométricos no triângulo retângulo.

O objetivo principal, durante a concepção do Objeto de Aprendizagem ‘O Skate e a Trigonometria’, foi o de revelar elementos do movimento histórico e lógico da trigonometria no processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo.

Este OA enquanto Produto Educacional da dissertação de mestrado, foi embasado nos princípios da teoria histórico-cultural de Vigotski e do estudo do par dialético histórico e lógico, fundamentados na teoria materialista histórico-dialética de Karl Marx.

O OA ‘O Skate e a Trigonometria’ de autoria da pesquisadora em parceria com a estudante de Engenharia de Computação da UTFPR Caroline Rosa da Silva, procurou evidenciar, em suas atividades propostas, generalidades do movimento histórico e lógico da trigonometria, de uma forma que encaminhe a formação do pensamento teórico dos estudantes.

Os Objetos de Aprendizagem são um aliado em sala de aula para o professor no momento que ele precisa implementar o ensino de um determinado conteúdo. Mas, para que o objetivo esperado na aprendizagem seja alcançado pelo professor, ele deve ter a consciência de escolher o OA apropriado para a sua atividade didática. “Dessa forma, os OA podem funcionar como facilitadores da aprendizagem, além de tornarem as aulas mais estimulantes, uma vez que possibilitam uma adaptação às necessidades individuais dos alunos.” (AGUIAR; FLORES, 2014, p.12).

Atualmente, há várias definições sobre os OA, que surgem de acordo com o tratamento e a necessidade pedagógica apontadas pelos autores ou grupo de

discussão, ou seja, aspectos que irão contribuir para o ensino e aprendizagem dos estudantes. Para o desenvolvimento deste Produto Educacional, adotou-se como referencial o conceito de OA definido pelo Grupo de Pesquisas sobre Tecnologias na Educação Matemática (GPTEM) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) e da Universidade Federal do Paraná (UFPR). Segundo esse grupo, OA é definido como:

(...) qualquer recurso virtual multimídia, que pode ser usado e reutilizado com o intuito de dar suporte a aprendizagem de um conteúdo específico, por meio de atividade interativa, apresentada na forma de animação ou simulação. (BALBINO; KALINKE, 2016, p. 25).

Atualmente o uso do computador se faz um item relevante e praticamente presente em todas as escolas, inclusive as do Brasil. Sua utilidade vai desde auxiliar atividades internas e rotineiras das escolas, a servir como forma de instrumento de mediação entre o professor e seus estudantes, como por meio do uso dos OA.

Na maioria das vezes, os OA discutem temas e assuntos substanciais para o conhecimento do estudante, mas, não é sempre que esses objetos apresentam suas atividades educativas com precisão. Eles podem acabar promovendo o mal entendimento dos conceitos estudados, ou apenas limitar-se a sugerir aos estudantes atividades que necessitem apenas de cálculos diretos ou resultados automáticos, fornecidos através de um simples clique do mouse (NASCIMENTO, 2007).

Visto isto, no momento da construção deste Produto Educacional 'O Skate e a Trigonometria', procurou-se ter o cuidado na seleção e elaboração de situações de ensino, com o propósito de preconizar a necessidade dos conceitos trigonométricos. Atentou-se também, à preocupação de apresentá-los de uma forma que possam permitir ao estudante articular conexões com outros conceitos matemáticos; Teorema de Pitágoras, semelhança de triângulos; em prol da apropriação do conhecimento teórico.

## **Elementos da teoria histórico-cultural: a mediação, os nexos entre os conceitos e a formação do pensamento teórico.**

Destarte, este Produto Educacional pode ser um instrumento de mediação entre o professor e seus estudantes, conforme relata Sforni (2004), ao afirmar que o objeto quando trabalhado no coletivo, pode oferecer possibilidades para estimular o desenvolvimento das funções psicológicas superiores dos estudantes.

Assim, pode-se observar que o OA, pode vir a ser usado como instrumento de mediação e de apropriação do conhecimento. O estudante, ao manipular este OA 'O Skate e a Trigonometria', ou seja, utilizando-o como instrumento para apoderar-se do conhecimento, poderá vir a adquiri-los, compartilhados entre seu meio social (interpsíquicos) e na sequência ter a oportunidade de internalizá-los (intrapíquicos).

A transformação de um processo interpessoal num processo intrapessoal é o resultado de uma longa série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento. O processo, sendo transformado, continua a existir e a mudar como uma forma externa de atividade por um longo período de tempo, antes de internalizar-se definitivamente. (VYGOTSKI, 1991, p. 41).

Dessa forma, o desenvolvimento e o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) têm influenciado o conhecimento psicológico a ponto de provocar mudanças na atividade intelectual humana. Essa atividade humana pode se transformar em uma forma mais complexa, através da mediação do computador, desde que este computador esteja tecnicamente adequado e adaptado à atividade humana, desde que e o ser humano esteja receptivo em aceitar e harmonizar seu trabalho com o uso do computador (TIKHOMIROV, 1981).

Portanto, o desenvolvimento desse Produto Educacional não teve a preocupação de demonstrar os aspectos da forma de um OA, os quais são indicados para a sua constituição estrutural.

Contudo, atentou-se à formação do seu conteúdo pedagógico, considerando a necessidade do surgimento e do uso dos conceitos trigonométricos no triângulo retângulo, por meio da revelação dos nexos conceituais ou internos. Estes são estabelecidos por meio de abstrações, que podem auxiliar o estudante a articular seus pensamentos matemáticos, levando assim à formação do pensamento teórico.

Este pensamento teórico que se diferencia do pensamento empírico,



segundo Panossian (2008), por ir além da externalidade, que expõe apenas as propriedades individuais do objeto. O pensamento teórico procura construir o conceito através de relações entre suas propriedades nos mais diversificados meios de atividade intelectual.

Não obstante segundo Kopnin (1978), ao mesmo tempo que os dois pensamentos evidenciam momentos relativamente autônomos, também apresentam o objeto com consonância. Pois, no desenvolver dos estudos, o que é inicialmente pensamento empírico irá evoluir para pensamento teórico, e ao ser dado sequência nestes estudos, o que era pensamento teórico, na nova etapa de estudos, pode se constituir pensamento empírico.

O pensamento teórico pode apresentar nexos externos e internos, no seu movimento. Os nexos externos representam elementos distintos do conceito, de modo formal, através de classificações, nomeações, cálculos mecânicos, os quais permitem poucos recursos ao estudante para a formação do conceito, e sim permitem ações que remetem ao processo de memorizações. Esse processo pode vir a comprometer a formação do pensamento teórico. Os nexos internos, ou também chamados nexos conceituais, compreendem o movimento histórico e lógico do conceito (SOUSA, 2018).

### **O movimento histórico e lógico da trigonometria**

A lógica dialética é o movimento lógico mais adequado para interpretar o processo histórico da trigonometria, porque a dialética não trata o processo como estático e não o considera apenas como efeito e causa.

Destarte, o lógico é o meio de presenciar as etapas da construção de cada momento histórico do conhecimento humano. É o meio de realizar o registro teórico dos fatos vivenciados pelo ser humano em determinados períodos de sua história, fatos estes resultantes de específicas e peculiares necessidades que o levaram a evoluir e progredir no conhecimento.

Para revelar os elementos do movimento histórico e lógico da trigonometria ou nexos conceituais, presentes neste Produto Educacional, “é necessário reproduzir o processo histórico real de seu desenvolvimento.” (KOPNIN, 1978, p. 184). Sabe-se que os nexos conceituais, diferentes dos nexos externos que retratam

a parte superficial do conceito, são “os elos que fundamentam os conceitos contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento.” (SOUSA, 2018, p. 50).

Como meio de revelar esses nexos conceituais do movimento histórico e lógico da trigonometria, que podem estar presentes no desenvolvimento pedagógico de um OA, este Produto Educacional teve a preocupação de desenvolver um OA denominado ‘O Skate e a Trigonometria’.

De acordo com a síntese realizada do movimento histórico e lógico da trigonometria, presente na Dissertação que gerou este Produto Educacional, observou-se o estabelecimento dos seguintes nexos conceituais:

- razão entre segmentos: reconhecimento de medidas de comprimentos dos lados de triângulos e sobre as quais se estabelecem as relações;
- ângulos: movimento de inclinação observado em fenômeno e objetos;
- partes da circunferência: divisão do círculo e posicionamento do círculo trigonométrico no eixo de coordenadas.

Há a consciência de que esses nexos não são os únicos que envolvem o ensino da trigonometria, mas de acordo com estudo realizado pela Dissertação, foram os que fizeram mais sentido para a construção do Objeto de Aprendizagem

Logo, esses nexos são considerados como elementos relevantes e suficientes para o estudo da trigonometria no triângulo retângulo, pois apareceram na história de diferentes povos em determinados momentos (FIGURA 1).

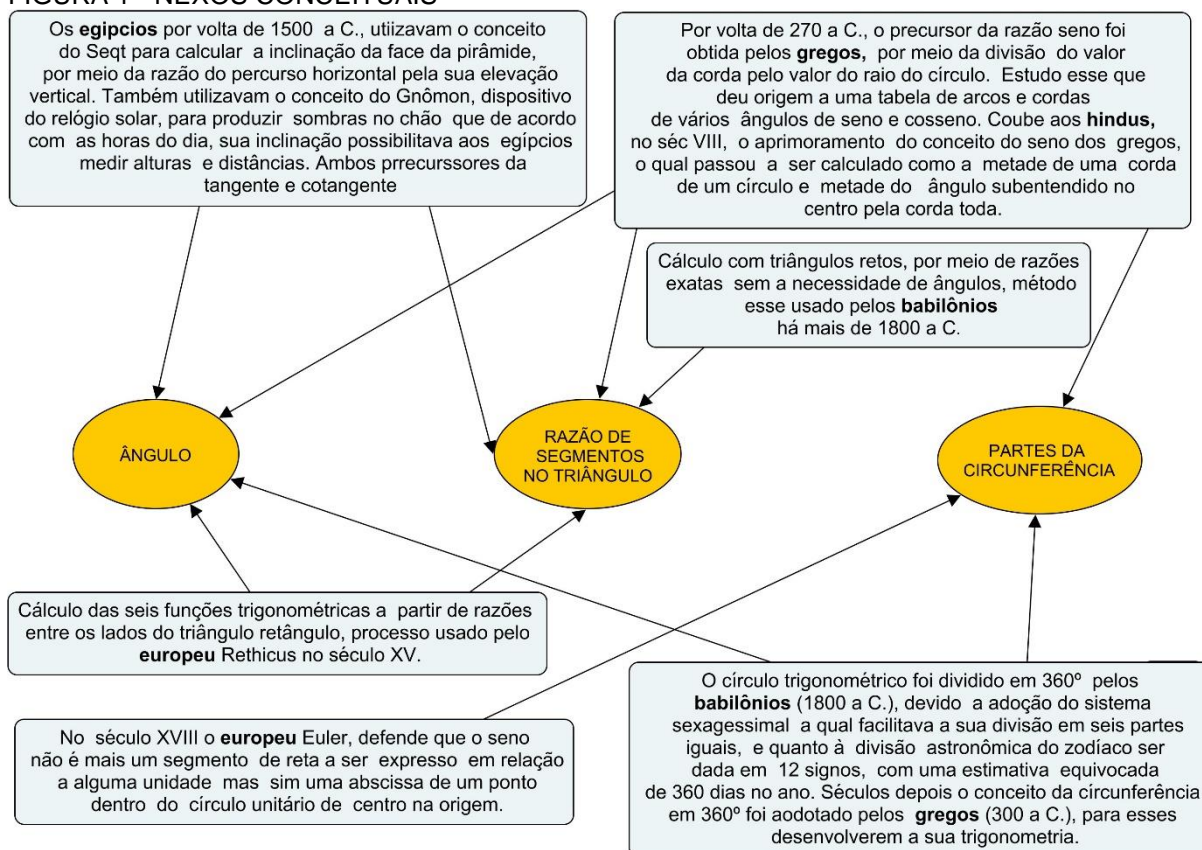
Portanto, para identificar a presença dos elementos do movimento histórico e lógico nos OA aplicados ao ensino da trigonometria que conduzam à formação do pensamento teórico dos estudantes, é importante:

- Considerar se a aplicação do OA instiga o estudante a pensar na relevância do uso dos conceitos trigonométricos necessários para resolver as situações de ensino solicitadas. Logo, deve-se verificar se a aplicação desses conceitos o conduz a criar generalizações e discussões reconhecidas nas necessidades humanas que desencadeiam os conceitos da trigonometria, e/ou apenas conduzem o estudante mecanicamente para o cálculo já induzido.
- Observar como estão organizados os conceitos do conteúdo trigonométrico no OA e o modo como eles são requisitados e sugeridos ao

estudante, entre eles: a forma (layout) das interfaces do OA, a disposição da leitura das informações, a criatividade no formato de propor as situações problema, a apresentação das outras etapas do OA e principalmente a interatividade que o OA pode proporcionar ao estudante. Essa característica peculiar permitirá uma mudança na qualidade da organização dos conceitos, frente à organização apresentada pelos livros didáticos.

- Analisar se a organização dos conceitos trigonométricos no OA permite ao estudante a articulação entre outros conceitos matemáticos, entre eles: Teorema de Pitágoras, Teorema de Tales, equações, entre outros. Destarte, é necessário examinar se há a presença dos nexos conceituais internos associados ao movimento histórico e lógico, ângulos, razão entre segmentos e partes da circunferência. Ou se há apenas a presença dos nexos externos que retratam a aparência, ou seja, situações de ensino que se fundamentam na lógica formal, composta por situações que envolvem deduções, analogias superficiais, relações de cálculos mecânicos.

FIGURA 1 - NEXOS CONCEITUAIS



FONTE: Dados da Pesquisa, 2018.

Destarte, o uso do OA 'O Skate e a Trigonometria', pode vir a potencializar condições da atividade criativa por parte do estudante, por proporcionar novos meios para a apropriação do ensino, até mesmo propiciar a eles maior motivação, segundo Tikhomirov (1999).

## OA – O SKATE E A TRIGONOMETRIA: POSSIBILIDADES PARA AS AÇÕES DE ENSINO

FIGURA 2 - OA: O SKATE E A TRIGONOMETRIA



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

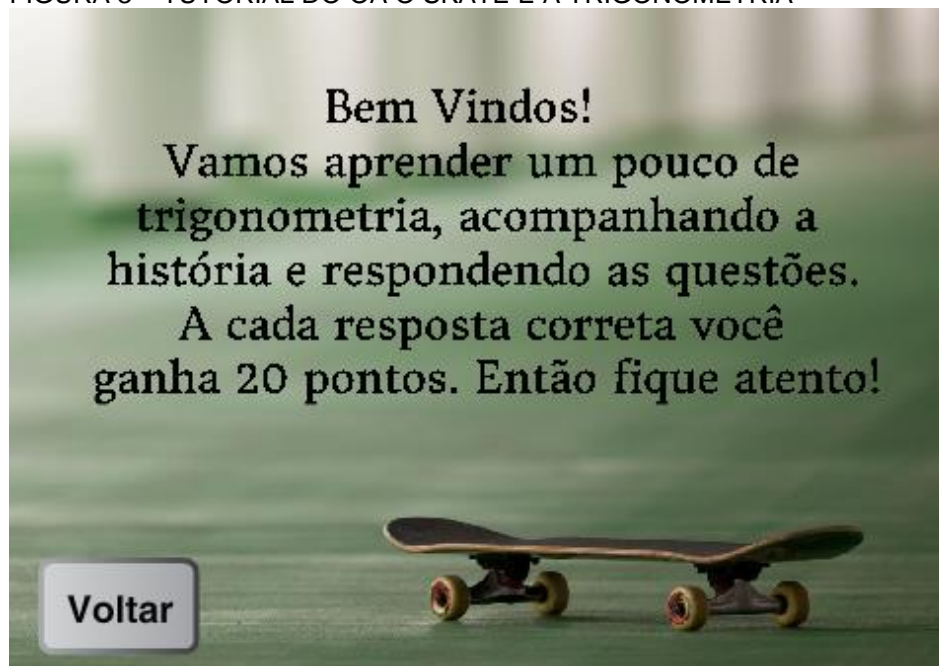
O OA 'O Skate e a Trigonometria' (FIGURA 2), foi desenvolvido dentro do software Scratch<sup>1</sup>, em parceria com a programadora Caroline Rosa da Silva, estudante de Engenharia da Computação da UTFPR, e pode ser acessado em <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>.

O OA contém um tutorial explicando seus procedimentos para o estudante, entre eles: regras de pontuação e objetivo da situação (FIGURA 3).

---

<sup>1</sup> <https://scratch.mit.edu/>.

FIGURA 3 – TUTORIAL DO OA O SKATE E A TRIGONOMETRIA



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Ao iniciar o OA 'O Skate e a Trigonometria', e ao clicar em jogar, o estudante é surpreendido pela conversa entre dois personagens, o 'Cadu' e a 'Nina', onde a personagem 'Nina' pede ajuda ao personagem 'Cadu' para medir uma rampa de skate (FIGURA 4). Logo de início a personagem 'Nina' informa, que só conhece a medida do comprimento horizontal da rampa e possui como instrumento de medição apenas um transferidor. Sugere-se ao professor fazer a leitura do diálogo decorrente da interação dos dois personagens.

Antes que a personagem 'Nina' revele no OA que possui um transferidor (FIGURA 5) como o único meio de ajuda para encontrar a medida da altura da rampa, o diálogo entre os personagens apresenta uma pausa, que dá ao professor a possibilidade de interagir com a sua classe para responder a seguinte pergunta feita pelo personagem 'Cadu' ao estudante: "Como você faria para medi-la?" (FIGURA 6).

Essa interação do professor pode vir a instigar os estudantes a interagirem entre si e a discorrerem sobre a necessidade de medir a rampa e identificar possíveis instrumentos que poderiam ser utilizados, para ajudar a resolver o problema da personagem 'Nina'. Sugestões que podem ser organizada no próprio caderno do estudante.



FIGURA 4 – DIÁLOGO DE APRESENTAÇÃO 1



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

FIGURA 5 – DIÁLOGO DE APRESENTAÇÃO 2



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

FIGURA 6 – PRIMEIRA PAUSA DE INTERAÇÃO DESTINADO AO PROFESSOR



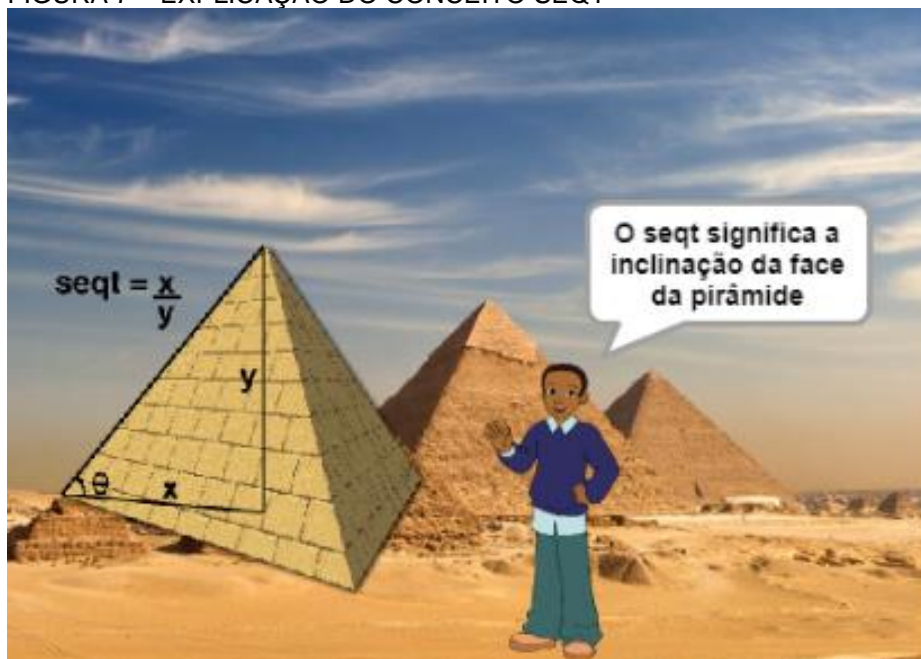
FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

É importante que o professor explore com os estudantes as diferentes possibilidades de medir a rampa com os conceitos, objetos e instrumentos que possuem. Este processo revela a necessidade de se conceber conceitos (no caso o de razões trigonométricas) que permitam que essa medição seja feita, e que captem o movimento de inclinação da rampa caso este seja alterado.

Ao seguir com o OA – ‘O Skate e a Trigonometria’, o personagem ‘Cadu’ justifica à personagem ‘Nina’ que não há problemas porque esses dados já são suficientes para calcular a altura da rampa e propõe uma solução ao contar sobre o ‘seqt’. O personagem ‘Cadu’ explica que os egípcios utilizavam o seqt como um conhecimento para obter a inclinação da face de uma pirâmide, obtido ao dividir percurso horizontal da pirâmide por sua distância vertical, o que hoje equivale à razão trigonométrica cotangente (FIGURA 7).



FIGURA 7 – EXPLICAÇÃO DO CONCEITO SEQT



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Nesta fase do OA, pode-se presenciar elementos do movimento histórico e lógico da trigonometria, pois a partir da necessidade de medir um dos lados da rampa de skate, torna-se possível discutir os nexos internos **ângulo e razão entre os segmentos do triângulo retângulo**, inseridos no conhecimento do seqt usado pelos egípcios em análogo a razão trigonométrica cotangente, ensinada nos dias de hoje para os estudantes.

Na sequência deste OA, após o personagem 'Cadu' explicar o conceito do seqt para a personagem 'Nina', ele faz a seguinte pergunta ao estudante: "Segundo o conhecimento do seqt usado pelos egípcios, como você calcularia a altura da rampa?". Neste momento o OA apresenta uma segunda pausa, a qual permite ao professor novamente interagir com seus estudantes, pedindo a eles que conversem entre si e escrevam em seus cadernos qual razão trigonométrica mais se assemelha ao conhecimento do seqt utilizado pelos egípcios. Na hipótese do estudante ficar com dúvidas na explicação do conhecimento do seqt, o OA oferece a ele a opção "Rever o seqt" (FIGURA 8).

Caso esses estudantes estejam no nono ano do Ensino Fundamental II é provável que eles sugiram somente as razões seno, cosseno e tangente, porque

geralmente são essas que são explicadas aos estudantes nesse nível escolar. Não obstante, o professor terá a oportunidade de comentar que existem outras razões trigonométricas além dessas três, entre elas a razão trigonométrica cotangente.

A intenção principal aqui não é nomear as razões trigonométricas, mas sim estabelecê-las e entender que podem ser indicadas várias razões entre os lados, e que se considerarmos o triângulo retângulo, estas razões trigonométricas se mantêm para cada ângulo definido.

FIGURA 8 – SEGUNDA PAUSA DE INTERAÇÃO DESTINADA AO PROFESSOR



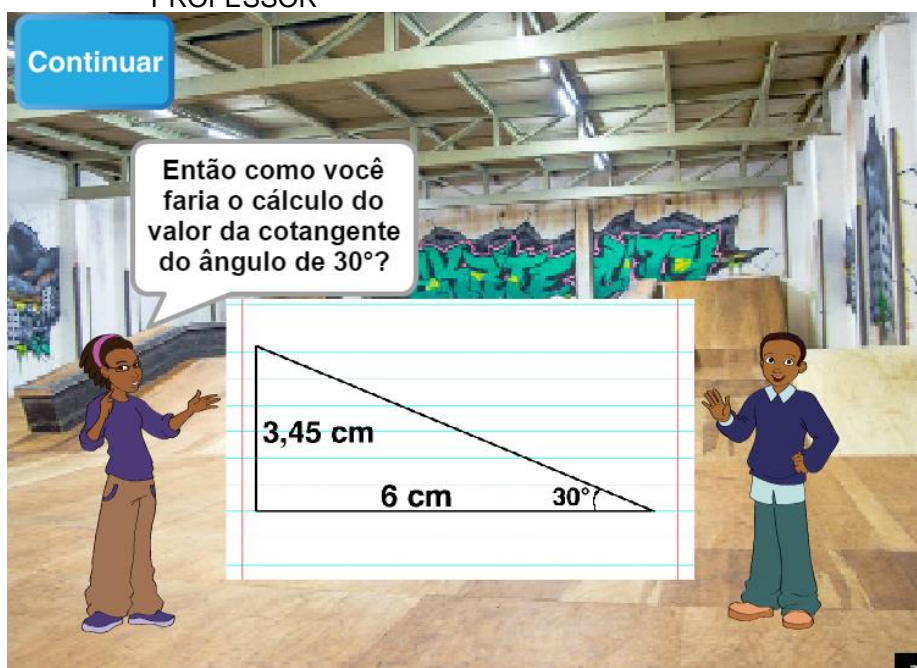
FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Seguindo com o OA, a personagem 'Nina', sugere o uso da razão trigonométrica cotangente como forma de cálculo para a altura da rampa, mas logo lembra-se que não sabe o valor da cotangente de  $30^\circ$ . Portanto, o personagem 'Cadu', recorda que para eles encontrarem o valor da cotangente de  $30^\circ$  é necessário apenas desenhar em uma folha de papel um triângulo, usando o transferidor que eles possuem para marcar o ângulo de  $30^\circ$ . A intenção aqui é destacar que em qualquer triângulo retângulo, em que um dos ângulos seja  $30^\circ$  e as

medidas dos lados sejam conhecidas, é possível determinar a razão trigonométrica, cotangente de  $30^\circ$ .

Na sequência, o personagem 'Cadu' explica com utilizar a régua do transferidor para marcar o segmento horizontal da rampa no papel, que teve como comprimento 6 cm, em seguida explica que com o uso da mesma régua, pode-se fechar o triângulo obtendo-se para a sua altura a medida 3,45 cm. Neste momento, o OA 'O Skate e a Trigonometria' oferece uma outra pausa, para permitir ao professor novamente interagir com seus estudantes, auxiliá-los no desenho do triângulo para responder à pergunta feita pela personagem 'Nina': "Então como você faria o cálculo do valor da cotangente do ângulo de  $30^\circ$ ?" (FIGURA 9).

FIGURA 9 – TERCEIRA PAUSA DE INTERAÇÃO DESTINADA AO PROFESSOR



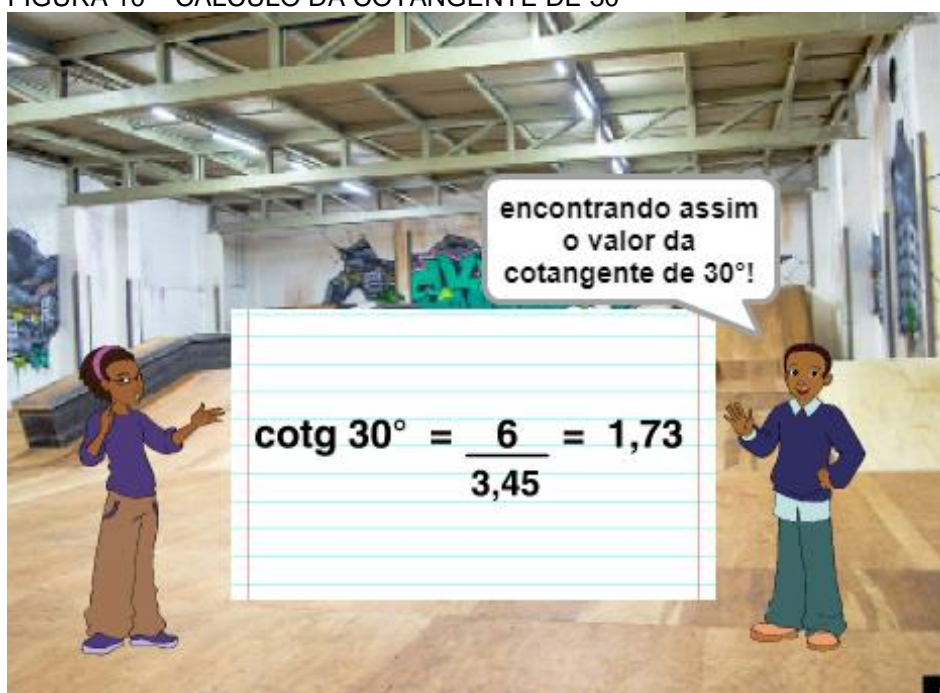
FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Nesta pausa sugerida pelo OA – 'O Skate e a trigonometria', o professor pode dispor dessa circunstância para perguntar a seus estudantes se eles percebem na necessidade deste cálculo, alguma referência ao uso do conhecimento do seqt utilizado pelos egípcios para resolver os problemas daquela época.

Na sequência desse momento de interação, o professor tem ao seu dispor a oportunidade de aplicar concomitantemente com a sua classe, o cálculo da razão

trigonométrica cotangente para encontrar o valor esperado para o ângulo de medida de 30°. Após a conclusão da interação da pausa proposta ao professor e ao clicar na opção “Continuar”, o OA apresenta o cálculo que envolve a razão trigonométrica cotangente, revelando que o valor da cotangente do ângulo de 30° é igual a 1,73 (FIGURA 10).

FIGURA 10 – CÁLCULO DA COTANGENTE DE 30°



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Neste momento do OA, os personagens ‘Nina’ e ‘Cadu’ interagem entre si, e relatam que por semelhança de triângulos (FIGURA 11), eles podem utilizar o valor encontrado para a cotangente de 30°, para responder a pergunta: “Então quanto mede a altura da rampa?”, e na sequência encontrarem o valor de 2,19 m (FIGURA 12). É indicado neste momento de pausa em que os estudantes estarão empenhados em realizar os cálculos da altura da rampa, que o professor retome com eles os conceitos de semelhança de triângulo.

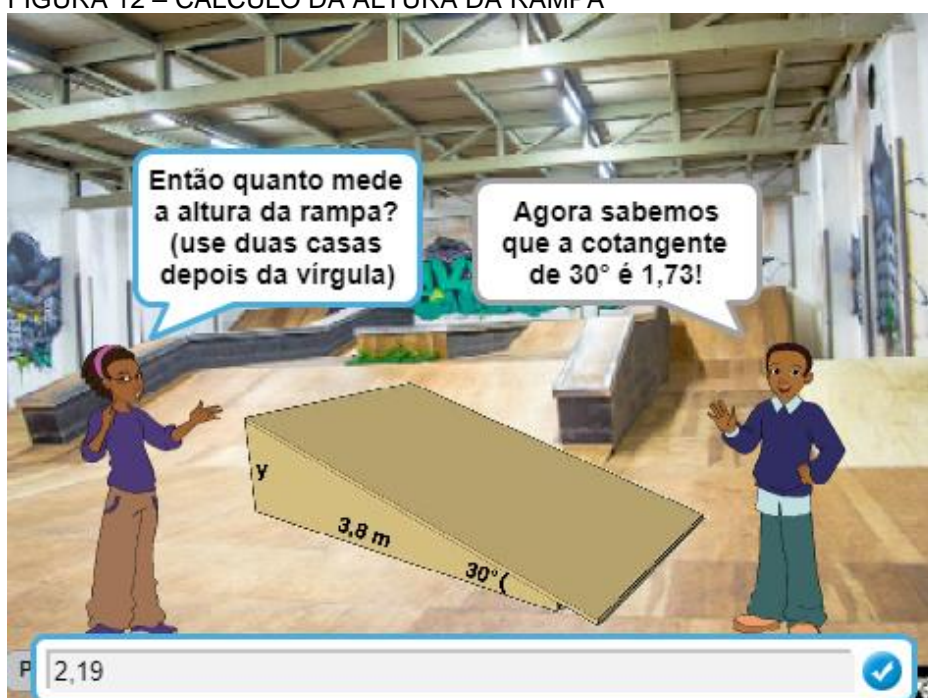


FIGURA 11 – USO DA SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

FIGURA 12 – CÁLCULO DA ALTURA DA RAMPA



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Após os estudantes finalizarem o cálculo da situação de ensino, eles deverão digitar o valor encontrado, com até duas casas decimais, no campo do

objeto e dar enter. Neste momento aparecerá o cálculo correto da situação de ensino proposta (FIGURA 13). Caso o estudante acerte a resposta, ele receberá um elogio “Isso mesmo” e concomitantemente aparecerá para ele a seguinte mensagem “Parabéns! Veja se o colega também acertou, caso não, ajude-o!” (FIGURA 14). Na sequência será ofertado a ele a opção “Continuar”, que o levará para a exibição da próxima situação de ensino proposta pela nova fase do OA.

Caso o estudante erre, o OA ‘O Skate e a Trigonometria’ oferece a ele duas opções, a opção de “Continuar” ou “Vamos tentar com outro valor”. Ao optar por continuar, o estudante é conduzido à próxima situação de ensino, Já se optar por tentar com outro valor, ele é remetido a mesma situação problema da rampa, apresentada com valores diferentes para as dimensões de suas medidas.

FIGURA 13 – APRESENTAÇÃO DO CÁLCULO DA ALTURA DA RAMPA

Continuar

$$\text{cotangente } 30^\circ = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{cateto oposto}}$$
$$1,73 = \frac{3,8}{y}$$
$$y = 2,19$$

Pontos: 20

FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

FIGURA 14 – SUGESTÃO DE AJUDA AO COLEGA



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Destarte, é necessário que o estudante articule outros conceitos matemáticos, como um instrumento para auxiliá-lo no momento de calcular o valor da cotangente do ângulo de  $30^\circ$ , a exemplo do uso do conceito de semelhança de triângulos. Processo diferente do usado nos livros didáticos, os quais são compostos geralmente por situações empíricas, que permitem ao estudante apenas o uso automático de fórmulas, as quais contribuem somente para o resultado imediato da resposta procurada pela situação proposta.

Logo, a proposta deste OA não é reproduzir o passo a passo da história da trigonometria, mas sim usar esses conceitos, que foram gerados em determinados períodos da história, como meio para explicar e ajudar a resolver as situações de ensino propostas pelo OA, e destacar a importância da inclinação (ângulo) e da medida dos lados (uso das razões entre os lados).

É conveniente que o professor também questione os alunos sobre o que aconteceria com a medida da cotangente caso se alterasse o ângulo de inclinação.

Dando sequência no OA 'O Skate e a Trigonometria', o personagem 'Cadu' solicita a necessidade de um novo cálculo de medida, agora para o comprimento do lado maior da rampa (FIGURA 15), e faz a seguinte pergunta: "Então, qual desses conteúdos você usaria para fazer esse cálculo?". Neste momento o OA oferece duas



opções de conceitos matemáticos “Teorema de Pitágoras” ou ‘Razões Trigonométricas’, onde o estudante pode escolher qual dos dois usará para encontrar o resultado esperado da situação proposta (FIGURA 16).

Lembrando que as duas opções de conteúdos matemáticos ofertadas pelo objeto, Teorema de Pitágoras e razões trigonométricas, conduzem ao valor esperado pela situação. Devido a haver a solicitação ao estudante para que ele use duas casas decimais ao digitar a resposta correta das situações de ensino, percebe-se que poderá ocorrer uma pequena diferença na apresentação das casas decimais.

Para evitar esse problema, o OA ‘O Skate e a Trigonometria’, aceitará como resposta correta alguns outros valores com diferenças decimais, entre eles os resultados 4,16 e 4,18 para a questão da primeira tentativa, e 3,39; 3,40 e 3,41 para as questões da segunda tentativa.

FIGURA 15 – SOLICITAÇÃO DO CÁLCULO DO VALOR DO MAIOR LADO DA RAMPA



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943>



FIGURA 16 – TEOREMA DE PITÁGORAS OU RAZÕES TRIGONÔMETRICAS



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Caso o estudante opte por usar o Teorema de Pitágoras, o personagem 'Cadu' traz como informação de ajuda o histórico de como os egípcios, para praticar a agrimensura, utilizavam como instrumento uma corda de doze nós com intervalos iguais, que permitia a eles estabelecer a relação para que um triângulo com lados de 3 nós, 4 nós e 5 nós, fosse considerado um triângulo retângulo (FIGURA 17).

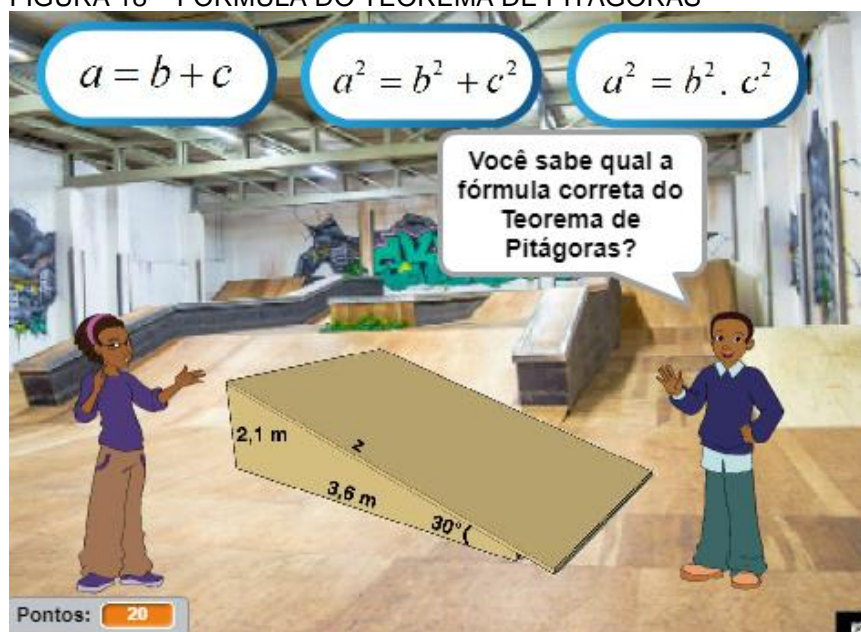
FIGURA 17 – CONHECIMENTO DA CORDA DE DOZE NÓS



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Prosseguindo, após a explicação do histórico do conhecimento da corda de doze nós, um dos precursores do Teorema de Pitágoras, o personagem 'Cadu' faz a seguinte indagação: "Você sabe qual a fórmula correta do Teorema de Pitágoras?" (FIGURA 18). O OA 'O Skate e a Trigonometria' apresenta três alternativas para esta pergunta, " $a = b + c$ ", " $a^2 = b^2 + c$ " ou " $a^2 = b^2 \cdot c^2$ ". Ao clicar na resposta correta o estudante é encaminhado para a próxima pergunta. Caso ele erre a resposta, o OA sugere a ele duas opções "Continuar" o jogo ou pedir "Ajuda". Ao optar por "Continuar", o estudante é direcionado à uma nova situação de ensino. Já ao optar pela "Ajuda", o OA oferece a ele uma nova explicação do movimento histórico e lógico do uso do antigo conhecimento egípcio, que remete ao conceito do Teorema de Pitágoras.

FIGURA 18 – FÓRMULA DO TEOREMA DE PITÁGORAS



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

A possibilidade de trabalhar os nós da corda como concreto material para resolver questões que são hoje associadas a noção de trigonometria, mas que antes não o eram, é um exemplo que se traz do histórico. Esse exemplo, pode servir como argumento para explicar o que seria a ideia do concreto material manipulável. Proporcionando também a articulação de conceitos trigonométricos com o uso do

conceito do teorema de Pitágoras. Logo, o concreto material quando trabalhado com o histórico pode ser representado por este movimento que constrói o ângulo reto, a partir de uma necessidade apresentada no histórico e lógico. Sabe-se que somente esta compreensão não é suficiente para a generalização da fórmula hoje tão largamente utilizada.

Prosseguindo no OA 'O Skate e a Trigonometria', ve-se a personagem 'Nina' fazendo ao estudante a seguinte pergunta: "Qual o valor da medida do maior lado da rampa?". Ao responder a medida correta, 4,16 m (FIGURA 19), o estudante receberá a imagem da resolução desse cálculo (FIGURA 20), e após clicar em "Continuar" será parabenizado e elogiado com a seguinte frase: "Você manja mesmo de trigonometria! Parabéns!" (FIGURA 21).

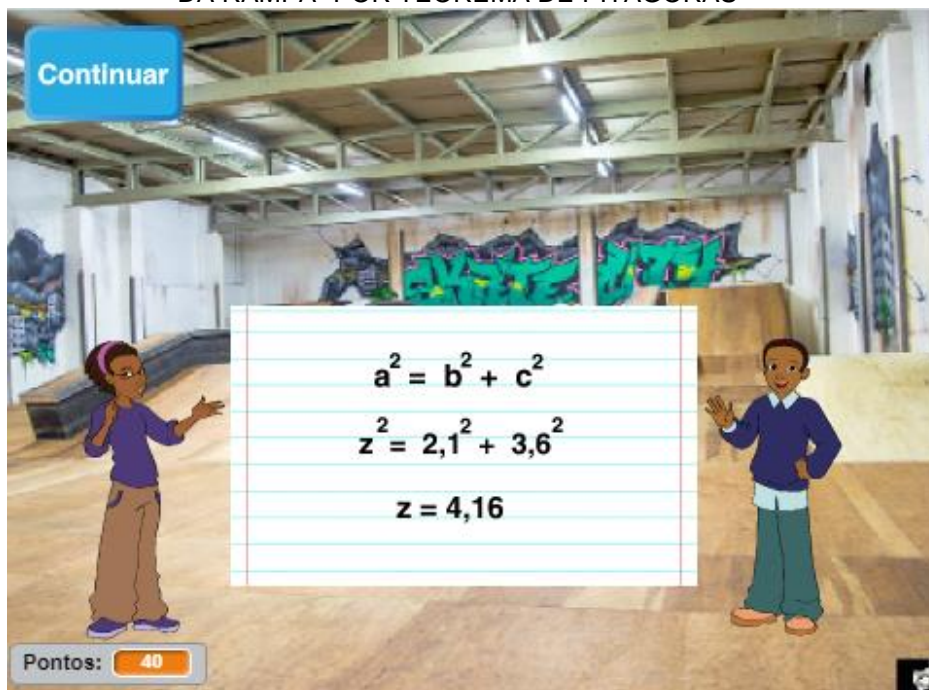
FIGURA 19 – CÁLCULO DO VALOR DO MAIOR LADO DA RAMPA - POR TEOREMA DE PITÁGORAS



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>



FIGURA 20 – APRESENTAÇÃO DO CÁLCULO DO VALOR DO MAIOR LADO DA RAMPA -POR TEOREMA DE PITÁGORAS



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

FIGURA 21 – MENSAGEM FINAL 1 DO OA



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Caso o estudante erre a resposta, o OA oferece a ele as opções “Continuar” ou “Vamos tentar de novo com outro valor”. Ao selecionar a opção “Continuar” ele receberá a mensagem final do jogo: “Parabéns pelo seu empenho! Para entender melhor esse problema e conferir a resposta, converse com seu colega ou professor”. Neste momento, o OA ‘O Skate e a Trigonometria’ também estende ao estudante a opção de “Retornar à atividade anterior”. Essa possibilidade permitirá a ele optar pela outra opção de conteúdo ofertada pelo objeto, ‘Razões Trigonômicas’, para ter assim uma nova oportunidade de concretizar a situação de ensino proposta (FIGURA 22).

Ao optar pela opção “Vamos tentar de novo com outro valor”, será propiciado novamente ao estudante a pergunta: “Qual o valor da medida do maior lado da rampa?”, para a mesma situação problema proposta anteriormente nesta fase do OA. Esta situação será apresentada com valores diferentes para as dimensões da rampa em relação a primeira vez que foi proposta. Ao final dos cálculos o estudante precisará encontrar o valor 3,39 m, e ao clicar enter ele poderá fazer a conferência correta ao receber o desenvolvimento do cálculo.

FIGURA 22 – MENSAGEM FINAL 2 DO OA

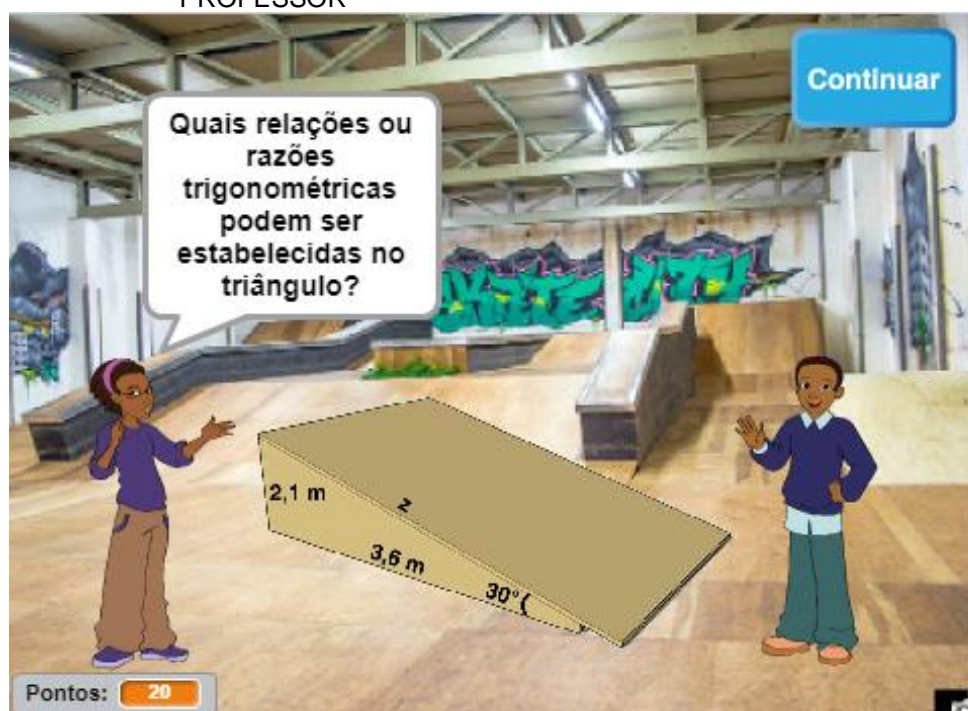


FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Mas se ao invés de optar pelo ‘Teorema de Pitágoras’, o estudante optar pelas ‘Razões Trigonométricas’ para resolver a situação do cálculo da medida do maior lado da rampa, a personagem ‘Nina’ emite o seguinte questionamento: “Quais relações ou razões trigonométricas podem ser estabelecidas no triângulo?”. Momento esse que sugere uma nova pausa para o professor conversar com seus estudantes, sobre outras possibilidades para encontrar o valor da medida do lado maior da rampa (FIGURA 23).

Neste instante da pausa, o professor terá a oportunidade de ouvir sugestões de seus estudantes, revisar as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente e dar abertura para o estabelecimento de outras razões.

FIGURA 23 – QUARTA PAUSA DE INTERAÇÃO DESTINADA AO PROFESSOR



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Após o término da interação proporcionada pela pausa do OA ‘O Skate e a Trigonometria’, o personagem ‘Cadu’ faz a seguinte pergunta: “Qual o valor do maior lado da rampa?”. Antes de responder a essa indagação, o estudante precisará escolher entre as três opções de razões trigonométricas apresentadas nesta fase do



OA, “ $\text{sen}\sigma = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$ ”, “ $\text{cos}\sigma = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$ ” ou “ $\text{tg}\sigma = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$ ”, ao

ser interpelado pela seguinte pergunta: “Qual razão trigonométrica você gostaria de usar?” (FIGURA 24).

FIGURA 24 – ESCOLHA DA RAZÃO TRIGONOMÉTRICA



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Ao analisar as opções de respostas, caso o estudante opte pela razão trigonométrica “ $\text{tg}\sigma = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$ ”, ele receberá o seguinte retorno do personagem: “Você consegue usar a tangente para calcular o maior lado da rampa?” (FIGURA 25). Neste instante, uma nova pausa será feita para que o professor converse e até mesmo demonstre por meio de cálculos com seus estudantes, se seria possível o uso da razão trigonométrica tangente para encontrar o valor da medida do maior lado da rampa.

Ao perceberem que o uso da razão trigonométrica tangente é inviável para o cálculo desejado nesta fase do OA, os estudantes podem clicar em “Continuar” e, antes de ser ofertado a eles a opção de escolher uma outra razão trigonométrica, eles receberão a seguinte mensagem “Você percebeu que se usarmos a tangente não vamos encontrar o valor do maior lado”, “Sabendo disso, qual razão você

escolheria agora?” (FIGURA 26).

FIGURA 25 – PAUSA PARA REFLEXÃO SOBRE O USO DA RAZÃO TANGENTE



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

FIGURA 26 – RETORNO DO USO DA RAZÃO TANGENTE



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>



O estudante ao optar pela razão “ $\text{sen}\sigma = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$ ”, recebe do personagem ‘Cadu’ a seguinte mensagem: “Mas saiba que também podemos utilizar o cosseno” (FIGURA 27).

Em seguida, o personagem ‘Cadu’, diz que há um problema, porque eles não sabem o valor do seno de  $30^\circ$ . Então, a personagem ‘Nina’ argumenta que eles podem usar o mesmo meio lógico realizado para o cálculo da cotangente de  $30^\circ$ . Ao utilizar o conceito de semelhança de triângulo para calcular os valores do seno ou cosseno do ângulo de  $30^\circ$ , o estudante descobre que o valor do seno de  $30^\circ$  é 0,5 (FIGURA 28), e o valor do cosseno é 0,86 (FIGURA 29). Porém, antes do OA ‘O Skate e a Trigonometria’ apresentar esses valores para o seno e o cosseno do ângulo de  $30^\circ$ , o objeto oferecerá uma pausa ao professor, permitindo a ele construir junto com seus estudantes o raciocínio desse cálculo.

FIGURA 27 – ESCOLHA CORRETA DA RAZÃO TRIGONOMÉTRICA



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

FIGURA 28 – RAZÃO SENO

descobrimos assim o valor do seno de 30°!

$\text{seno}30^\circ = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$

$\text{seno } 30^\circ = \frac{3,45}{6,9} = 0,5$

Pontos: 20

FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

FIGURA 29 – RAZÃO COSSENO

descobrimos assim o valor do cosseno de 30°!

$\text{cosseno}30^\circ = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$

$\text{cos } 30^\circ = \frac{6}{6,9} = 0,86$

Pontos: 20

FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

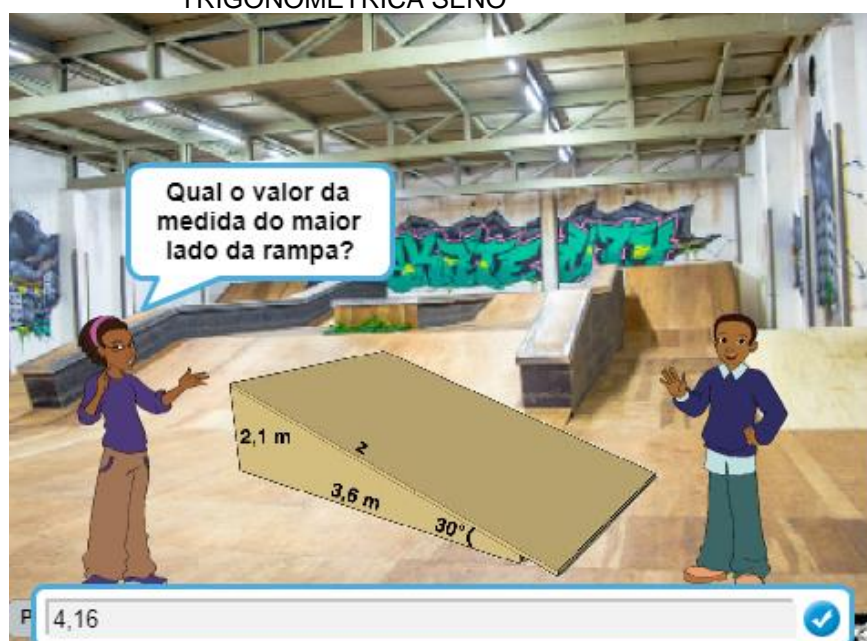
Dessa forma, o estudante tem a sua disposição todos os instrumentos necessários para efetuar o cálculo necessário para a obtenção do comprimento do lado maior da rampa, que corresponde a 4,16 m (FIGURA 30), cujo cálculo após ter o valor digitado corretamente pelo estudante, será mostrado pelo OA (FIGURA 31).

Caso o estudante erre o cálculo, novamente é oferecido a ele duas opções, a de “Continuar” o jogo, ou a opção de “Vamos tentar com outro valor”, onde lhe será atribuído uma nova oportunidade de cálculo para o lado maior da rampa, com valores de medidas diferentes em relação a primeira tentativa.

Ao obter a aprovação para a primeira tentativa da situação problema, ele receberá a mensagem final: “Parabéns! Você manja mesmo de trigonometria!” (FIGURA 21). Caso não acerte, receberá a mensagem: “Parabéns pelo seu empenho! Para entender melhor esse problema e conferir a resposta, converse com seu colega ou professor”. Neste momento é concedido a ele a opção de “Retornar a atividade anterior”, para que ele possa ter a oportunidade de tentar novamente resolver a situação problema proposta pelo OA “O Skate e a Trigonometria”, podendo utilizar o outro conteúdo matemático ofertado pelo objeto, o Teorema de Pitágoras (FIGURA 22).

É importante que o professor também questione os estudantes sobre o fato de se para calcular os valores de seno, cosseno e tangente de cada ângulo, sempre será necessário recorrer ao desenho. Os alunos podem perceber que estes valores são constantes e, portanto, poderá ser criada uma tabela com os valores determinados e a própria turma poderá elaborar esta tabela para os valores que mais aparecem nos exercícios.

FIGURA 30 – CÁLCULO DO MAIOR LADO DA RAMPA – PELA RAZÃO TRIGONOMÉTRICA SENO



FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>



FIGURA 31 – RESULTADO DO CÁLCULO DO MAIOR LADO DA RAMPA – PELA RAZÃO TRIGONOMÉTRICA SENO

Continuar

$$\text{seno } 30^\circ = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$0,5 = \frac{2,1}{z}$$

$$z = 4,16$$

Pontos: 40

FONTE: <https://scratch.mit.edu/projects/236986943/>

Destarte, nota-se que este processo didático dinâmico e interativo apresentado no OA 'O Skate e a Trigonometria', não poderia ser realizado pelo manuseio de um livro didático. Pois, ao ser demonstrados pelo OA, como o exemplo da apresentação dos conhecimentos do seqt e dos nós nas cordas representados sucessivamente pelos conceitos da razão trigonométrica cotangente e do Teorema de Pitágoras, tornam-se um concreto manipulável que permitirá ao estudante, quando este o manusear, perceber que não é qualquer razão trigonométrica ou medida de lado para o triângulo que obterá sucesso para auferir o valor esperado pela situação de ensino.

Logo, ele precisará fazer tentativas (abstrações), que o ajudarão no seu raciocínio lógico, abrindo espaço para a razão trigonométrica cotangente e o conceito do Teorema de Pitágoras, consecutivamente. Além disso, a interação entre o professor e os estudantes e os nexos entre os conceitos sustentados pelo movimento histórico e encaminhados pelo movimento lógico fundamentam o processo de apropriação dos estudantes dos conceitos teóricos da trigonometria.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este Objeto de Aprendizagem 'O Skate e a Trigonometria', é um recurso virtual multimídia e interativo, apresentado na forma de animação ou simulação, que permite ao estudante o tratamento do erro com determinadas características funcionais inerentes, tais como a reusabilidade, a portabilidade, a modularidade, a autossuficiência e a descrição de dados.

Não obstante, à questão estrutural o OA 'O Skate e a Trigonometria' procurou trazer situações problemas por meio da interatividade proporcionada pelas TIC, que apresentassem elementos os quais instigassem o estudante a pensar na necessidade do uso dos conceitos trigonométricos. Elementos esses que procurassem instigar o estudante a criar processos lógicos, reconhecidos pelos nexos conceituais ângulos e razões entre segmentos do triângulo, os quais lhe favorecessem abstrair pensamentos relevantes para construir o resultado esperado e por conseguinte o pensamento teórico.

Apesar do OA 'O Skate e a Trigonometria' proporcionar aos estudantes, interatividade no momento de resolver as situações de ensino propostas por ele, nota-se o desprovimento de algumas possibilidades de manipulação dos objetos envolvidos nessas situações. Estes desprovidos são decorridos da limitação de certos recursos ofertados pela plataforma do software Scratch, os quais impossibilitam uma programação mais estruturada que possa oferecer mais movimento a alguns desses objetos, como por exemplo, mostrar a variação da inclinação de um ângulo, ou da dimensão de um dos lados do triângulo.

O desenvolvimento desse OA foi pensado com o intuito de proporcionar o trabalho e discussões coletivas, possibilitando a interação entre os próprios estudantes. Com momentos que requerem da mesma forma o movimento de mediação do professor, no sentido de conduzir os estudantes a construir o pensamento teórico a partir da necessidade dos conceitos trigonométricos.

É sabido que a trigonometria no triângulo retângulo, normalmente é apresentada aos estudantes dos nonos anos do Ensino Fundamental, através das razões seno, cosseno e tangente, em geral apresentadas de forma mecânica, somente se exigindo que se decore o que são catetos oposto, adjacente, hipotenusa ou se substitua os valores numéricos em razões correspondentes. A razão

cotangente e mesmo as razões cossecante e secante, são apresentadas aos estudantes geralmente nos anos iniciais do Ensino Médio.

Não obstante, o OA 'O Skate e a Trigonometria' ao trabalhar inicialmente com o conceito da cotangente, trouxe a ideia do movimento, ou seja, que os conceitos trigonométricos não devem estar presos e ser ensinados dentro de um padrão, mas sim que seu ensino e aplicação são justificáveis quando a necessidade de seu uso acontece.

O desenvolvimento desse Objeto de Aprendizagem 'O Skate e a Trigonometria' foi feito em etapas para oferecer ao estudante algumas situações de ensino que envolvem o uso dos conceitos da trigonometria no triângulo retângulo.

Destarte, este projeto fica à disposição para futuras pesquisas, análises e aperfeiçoamentos, receptivo à inclusão de novas situações de ensino, que possam envolver, por exemplo, os conceitos da trigonometria na circunferência respectivamente o nexos conceitual partes da circunferência.

## REFERÊNCIAS

- AGUIAR, E. V. B.; FLORES, M. L. P. Objetos de Aprendizagem: conceitos básicos. In: TAROUCO, L. M. R. et al. **Objetos de Aprendizagem: teoria e prática**. Porto Alegre: Editora Evangraf Ltda. 2014. p. 12-28.
- BALBINO, R. O.; KALINKE, M. A. Lousa digital e outras tecnologias na Educação Matemática. In: KALINKE, M. A, MOCROSKY, L. F. (org.). **Lousa Digital e outras tecnologias na Educação Matemática**. Curitiba: CRV, 2016, p. 13-32.
- KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira S.A, 1978.
- NASCIMENTO, A. C. A. N. **Objetos de Aprendizagem: A distância entre a promessa e a realidade**. In: PRATA, C. L.; NASCIMENTO, A. C. A. N. **Objetos de Aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico/organização**. Brasília: MEC SEED, 2007, p. 135-144.
- PANOSSIAN, M. L. **Manifestações do Pensamento e da Linguagem Algébrica de Estudantes: indicadores para a organização do ensino**. 2008. 179 fls. Mestrado em Educação. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.
- SFORNI, M. S. F. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino: Contribuições da teoria da atividade**. Araraquara: JM Editora. 2004.
- SOUSA, M. C. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. **Obutchénie: R. de Didat. E Psic. Pedag.** Uberlândia, MG, v.2, n.1, p.40-68, jan./abr. 2018.
- TIKHOMIROV, O. K. The Theory of Activity Changed by Information Technology. In Engeström, Y; Miettinen, R; Punamäki, R. (Ed.). **Perspectives on Activity Theory**. New York: Cambridge University Press. p. 347 – 359, 1999.
- \_\_\_\_\_. The Psychological Consequences of Computarization. In Wertsch, J. V. (Ed.). **The Concept of Activity in Soviet Psychology**. New York: M. E. Sharpe Inc. p. 256-278, 1981
- VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda, 1991.