

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL
EM ENSINO DE MATEMÁTICA - PPGMAT
CÂMPUS LONDRINA/CORNÉLIO PROCÓPIO

JOICE CAROLINE SANDER PIEROBON GOMES

PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS EM PRÁTICAS DE
MODELAGEM MATEMÁTICA

DISSERTAÇÃO

LONDRINA

2018

JOICE CAROLINE SANDER PIEROBON GOMES

**PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS EM PRÁTICAS DE
MODELAGEM MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática Câmpus Londrina/ Cornélio Procópio – PPGMAT, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Karina Alessandra Pessoa da Silva

LONDRINA

2018

TERMO DE LICENCIAMENTO

Esta Dissertação e o seu respectivo Produto Educacional estão licenciados sob uma Licença Creative Commons *atribuição uso não-comercial/compartilhamento sob a mesma licença 4.0 Brasil*. Para ver uma cópia desta licença, visite o endereço <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> ou envie uma carta para Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, Califórnia 94105, USA.



Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca UTFPR - Câmpus Londrina

G633p Gomes, Joice Caroline Sander Pierobon

Professoras dos anos iniciais em práticas de modelagem matemática / Joice Caroline Sander Pierobon Gomes. - Londrina : [s.n.], 2018.
194 f. : il. ; 30 cm.

Orientadora: Prof^a Dr^a Karina Alessandra Pessoa da Silva
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, 2018.
Bibliografia: f. 184-194

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Modelos matemáticos. 3. Professores - Formação. 4. Ensino fundamental. I. Silva, Karina Alessandra Pessoa da, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. III. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. IV. Título.

CDD: 510.7

Ficha catalográfica elaborada por Cristina Benedeti Guilhem - CRB: 9/911



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina e Cornélio Procópio
Pró Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação



PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

TERMO DE APROVAÇÃO

**PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS EM PRÁTICAS DE MODELAGEM
MATEMÁTICA**

Por

JOICE CAROLINE SANDER PIEROBON GOMES

Esta dissertação foi apresentada em 14 de dezembro de 2018 como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em ensino de matemática. A candidata foi arguida pela banca examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a banca examinadora considerou o trabalho aprovado.

PROF^a. DR^a KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA

PROF.(A) ORIENTADOR(A)

PROF^a. DR^a. LOURDES M. WERLE DE ALMEIDA

MEMBRO TITULAR

PROF^a. DR^a MAGNA NATÁLIA MARIM PIRES

MEMBRO TITULAR

- A FOLHA DE APROVAÇÃO ASSINADA ENCONTRA-SE NA COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA-

Dedico este trabalho à minha filha Mariana e ao meu esposo Marcelo, pelos momentos de ausência.

AGRADECIMENTOS

Durante a construção deste trabalho muitas pessoas contribuíram direta ou indiretamente e este é o momento de agradecê-las.

Agradeço ao senhor **Deus** e **Nossa Senhora Aparecida** por me presentear com a vida, e pelas oportunidades que tive. Por nunca me desamparar nas dificuldades, por me dar forças para enfrentar os desafios e por me proporcionar muitos momentos de alegria, entre eles, a realização deste trabalho.

À minha **família**, sobretudo à minha filha Mariana e ao meu esposo Marcelo, pelo apoio incondicional em todos os momentos, principalmente nos de incerteza, muito comuns para quem tenta trilhar novos caminhos, sem vocês nenhuma conquista valeria a pena. Às minhas irmãs, por todo incentivo e ajuda recebida, em especial a Juliana que muitas vezes deixou seus compromissos de lado para me ajudar a cumprir os meus. A minha sobrinha Julia por encher meu coração de felicidade e amor e por me inspirar a querer ser um exemplo. Aos meus sogros e minha mãe, que não mediram esforços para cuidar da Mariana enquanto me dedicava aos estudos, o meu muito obrigada. Amo muito vocês.

À minha querida **orientadora** Karina Alessandra Pessoa da Silva, por acreditar e confiar em mim. Obrigada amizade, confiança, apoio, disposição e dedicação em me orientar neste trabalho. Saiba que seus ensinamentos me inspiram e me fazem querer continuar pesquisando. Conviver esses dois anos com maior proximidade, me fez aumentar minha admiração pela excelente profissional que tu és. Os momentos que passamos juntas serão lembrados com muito carinho.

Aos **amigos** do Grupo de Pesquisas sobre Modelagem, Investigação e Tecnologia (GEPMIT) com quem tive o privilégio de conviver e trabalhar durante os anos de 2017 e 2018, estudando, discutindo, concordando e, às vezes, discordando em estudos envolvendo não somente minha pesquisa, mas os mais variados temas abordados; em especial, aos amigos Rafael, Thaís, Camila e Rodrigo.

À **professora** Dra. Lourdes Werle de Almeida que, além de ler, discutir e sugerir considerações neste trabalho, tem sido exemplo de profissional e despertado minha admiração e meu respeito.

À **professora** Magna Natalia Marin Pires pelas considerações e sugestões que tanto contribuíram para o aprimoramento deste trabalho e para futuras pesquisas.

Aos **professores** e colegas do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGMAT) que compartilharam momentos de alegrias e tristezas enquanto estivemos juntos, principalmente aos amigos que fiz durante os anos de participação no programa como aluna regular e como aluna especial.

Aos meus **companheiros** do GEAMAI, principalmente as professoras Mércia, Josebeli, Andréa e Ivone que compreenderam e aceitaram fazer parte dos sujeitos da pesquisa, pelos ricos dados produzidos, pela espontaneidade no desenvolvimento das ações em suas salas de aula. Minha dedicação a pesquisa sem dúvida foi motivada pela participação de vocês. Às professoras formadoras Magna, Karina e Marilda que me acolheram tão bem e deram o suporte necessário para a realização da pesquisa. Aos alunos de graduação Arthur, Maria Caroline e Luana pelo apoio e envolvimento neste trabalho, sempre dispostos a colaborar e me acompanhar em todos os momentos.

A **todos** que contribuíram direta ou indiretamente para que este trabalho fosse realizado, eu não consigo expressar com palavras tamanha gratidão que sinto por vocês. Portanto, peço a Deus sempre que abençoe e ilumine seus passos e suas vidas, que ele olhe sempre por vocês e que vocês sempre tenham alguém para lhes ajudar, assim como vocês me ajudaram. Muito obrigada.

GOMES, Joice Caroline Sander Pierobon. **Práticas de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática**. 2018. 205p. Dissertação – Exame de qualificação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2018.

RESUMO

Embora pesquisas voltadas ao âmbito da Educação Matemática apresentem discursos de apologia à inserção da Modelagem em práticas pedagógicas dos professores de Matemática, isso tem ocorrido de maneira vagarosa quando centralizamos essas pesquisas aos anos iniciais do Ensino Fundamental. Existem na comunidade de Educação Matemática, pesquisadores que associam essa condição à necessidade de inserir os professores, em especial os polivalentes, em contextos de formação, que efetivamente os habilitem a incorporar essa tendência em suas práticas de sala de aula. Neste sentido, apresentamos um estudo sobre a formação de professores em Modelagem Matemática a partir do desenvolvimento de atividades em um grupo com características colaborativas intitulado GEAMAI. A partir de três etapas de formação – planejamento, ação e reflexão - buscamos investigar como professoras dos anos iniciais lidam com atividades de Modelagem Matemática em sua prática nas diferentes etapas de formação continuada em um grupo colaborativo. Para isso, foram desenvolvidas três atividades de Modelagem Matemática no âmbito da formação dessas professoras. As informações que subsidiam nossas análises foram coletadas durante doze encontros no GEAMAI e quatro ações desenvolvidas em diferentes turmas dos anos iniciais por meio de produções escritas, gravações em áudio e vídeo e questionários, caracterizando a pesquisa enquanto qualitativa. Posteriormente, estas gravações foram transcritas das quais selecionamos excertos para análise. Para as etapas de formação analisadas buscou-se apresentar reflexões para as questões norteadoras advindas da questão geral da pesquisa (Como professoras dos anos iniciais lidam com atividades de Modelagem Matemática em suas práticas quando planejadas em um grupo colaborativo?). Com uso da metodologia ÁRVORE DE ASSOCIAÇÃO DE IDEIAS e LINHAS NARRATIVAS (SPINK 2010, 2013) buscamos interpretações que revelaram, entre outras coisas, que as práticas pedagógicas das professoras participantes apresentavam indícios de práticas consideradas tradicionalistas, mas que ao vivenciar este modelo de formação, um movimento de ruptura com o modelo tradicional de ensino da Matemática foi instaurado, dando espaço a uma disposição à adoção da Modelagem Matemática em suas práticas de sala de aula. Assim, a partir das análises realizadas evidenciamos que o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática contribuiu para a formação das professoras na prática de sala de aula, quando planejadas em colaboração, pois, as professoras ressignificaram conceitos matemáticos e tiveram a oportunidade de aprender e isso se mostrou evidente à medida que estas professoras participaram das etapas de formação e vivenciaram o planejamento, a ação e a reflexão das atividades de maneira colaborativa. Assim puderam trocar experiências significativas em sua formação em Modelagem Matemática. Como produto educacional, fruto desta pesquisa, propomos um material que possa servir de apoio às professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental que queiram desenvolver Modelagem Matemática em suas práticas.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Formação de professores; Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

GOMES, Joice Caroline Sander Pierobon. **Practices of teachers from the initial years of Elementary School in Mathematical Modeling activities**. 2018. 205p. Dissertation (Professional Master's Degree in Mathematics Teaching) - Federal Technology University - Parana. Londrina, 2018.

ABSTRACT

Although researches aimed at the scope of Mathematics Education present discourses of apology to the insertion of Modeling into the pedagogical practices of Mathematics teachers, it has been occurred slowly when we centralize these researches to the early years of Elementary Education. There are, in the Mathematics Education community, researchers who associate this condition with the need to insert teachers, especially the multipurpose ones, in training contexts, that effectively enable them to incorporate this tendency into their classroom practices. In this sense, we present a study about the formation of teachers in Mathematical Modeling from the development of activities in a group with collaborative characteristics entitled GEAMAI. From three stages of formation - planning, action and reflection - we seek to investigate how teachers from early basic education deal with Mathematical Modeling activities in their practice in the different stages of a continuing education in a collaborative group. Therefore, three activities of Mathematical Modeling in the context of the training of these teachers were developed. The informations that support our analysis were collected in the course of twelve meetings at GEAMAI and four actions developed in different classes of the early year's education through written productions, audio and video recordings and questionnaires, characterizing as a qualitative research. Subsequently, these recordings were transcribed from which we selected excerpts for analysis. For the training steps analyzed, we sought to present reflections about the guiding questions arising from the general research question (How do early- education teachers deal with Mathematical Modeling activities in their practices when planned in a collaborative group?). Using the Tree of Association of Ideas and narrative lines methodology (SPINK 2010, 2013) we sought interpretations that revealed, among other things, that the pedagogical practices of the participating teachers presented signs of practices that are considered traditionalists, but when experiencing this model of formation, a breaking point of the traditional model of mathematics teaching was introduced, giving room to a disposition to adopt the Mathematical Modeling in their classroom practices. Thus, from the analysis that were carried out we emphasize that the development of Mathematical Modeling activities contributed to the formation of the teachers in the classroom practice, when planned in collaboration, since teachers re-signified mathematical concepts and had the opportunity to learn, evidently as these teachers participated in the training stages and experienced the planning, action and reflection of the activities in a collaborative way. In this way, they could exchange significant experiences in their training in Mathematical Modeling. As an educational product, result of this research, we propose a material that can serve as a support for teachers of the early years of Elementary Education who want to develop the Mathematical Modeling in their practices.

Keywords: Mathematics Education; Mathematical Modeling; Teacher training; Early Years of Elementary School.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Características dos sujeitos da pesquisa (2017/2018).....	22
Quadro 2 - Síntese das ações realizadas no GEAMAI durante os anos de 2017 e 2018.....	33
Quadro 3 - Síntese da etapa de formação – Ação.....	35
Quadro 4 – Diferentes representações para o problema “otimização da caixa”.....	46
Quadro 5 – Síntese dos artigos selecionados para o Estado da Arte.....	53
Quadro 6 - Divisão dos grupos e características sobre formação profissional e Modelagem Matemática.....	65
Quadro 7 - Primeira atividade de Modelagem - Suco de laranja.....	66
Quadro 8 - Reflexões sobre o problema a ser planejado a partir da prática pedagógica.....	69
Quadro 9 - Problemas elaborados pelos três grupos.....	70
Quadro 10 - Matematização realizada pelos grupos atividade SUCO DE LARANJA.....	73
Quadro 11 - Considerações sobre Modelagem Matemática na etapa planejamento no GEAMAI.....	80
Quadro 12 - Encaminhamentos de atividades planejados pelos pequenos grupos.....	82
Quadro 13 - Encaminhamento planejado pelo grupo da professora Juju.....	88
Quadro 14 - Encaminhamento desenvolvido pela professora Juju.....	93
Quadro 15 - Encaminhamento desenvolvido pela professora Nenê.....	96
Quadro 16 - Questionário referente à atividade suco de laranja.....	97
Quadro 17 - Encaminhamento desenvolvido na etapa ação pela professora Nenê.....	106
Quadro 18 - Modelo matemático obtido pelo grupo 1 atividade ROTINA DIÁRIA.....	119

Quadro 19 - Encaminhamento de aula planejado pela professora em formação Dada.....	121
Quadro 20 - Encaminhamento desenvolvido pela professora Dada atividade ROTINA DIÁRIA.....	126
Quadro 21 - Situação-problema, atividade três CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM.....	142
Quadro 22 - Encaminhamento grupo 02 para a atividade Cão: o melhor amigo do homem.....	145
Quadro 23 - Situação-problema CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM.....	150

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ciclos da Metodologia Estudos de Aula.....	30
Figura 2 - Ciclo de Etapas de formação em Modelagem Matemática.....	32
Figura 3 - Síntese das atividades às etapas de formação em Modelagem Matemática.....	34
Figura 4 – fases da Modelagem Matemática.....	48
Figura 5: Elementos que caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática.....	49
Figura 6: Síntese das atividades às etapas de formação em Modelagem Matemática.....	63
Figura 7: Inteiração dos pequenos grupos com a situação da primeira atividade suco de laranja.....	68
Figura 8: procedimentos do Grupo 03 para coleta de dados.....	69
Figura 9: Linha narrativa do Grupo 03.....	70
Figura 10: Levantamento de hipóteses realizadas pelo grupo 02.....	75
Figura 11 - Levantamento de hipóteses realizado pelo grupo 03.....	76
Figura 12 - Produção escrita da professora Vivi para resolução do problema do grupo 01.....	77
Figura 13 - Produção escrita da professora Lili para a resolução do problema do grupo 02.....	77
Figura 14 - Produção escrita da professora Nana para a resolução do problema do grupo 03.....	78
Figura 15 - Produção escrita da professora Carla para a resolução do problema do grupo 03.....	79
Figura 16 - Linha narrativa etapa planejamento SUCO DE LARANJA.....	80
Figura 17 - Árvore de associação de ideias da atividade SUCO DE LARANJA – etapa planejamento.....	82

Figura 19 - Professora Juju apresentando as diferentes medidas de copos.....	90
Figura 20 - Momento referente a coleta de dados.....	91
Figura 21 - Interpretação de resultados e Validação da atividade.....	93
Figura 22 - Árvore de associação de ideias da atividade SUCO DE LARANJA Ação, professora Juju.....	96
Figura 23 - Professora promovendo a leitura.....	98
Figura 24 - Panfleto confeccionado para atividade de Modelagem.....	99
Figura 25 - Linha narrativa - ação da professora Nenê.....	100
Figura 26 - Determinando o tamanho da circunferência da laranja.....	101
Figura 27 - Momento da pesagem das laranjas.....	102
Figura 28 - Sistematização na lousa da quantidade de laranjas necessárias para 1 copo de 200ml.....	104
Figura 29 - Coleta de dados e validação da falta de suco.....	104
Figura 30 – Árvore de associação de ideias da atividade SUCO DE LARANJA – etapa ação, professora Nenê.....	109
Figura 31 – GEAMAI na etapa reflexão da atividade SUCO DE LARANJA.....	114
Figura 32 – Árvore de associação de ideias da atividade SUCO DE LARANJA etapa Reflexão.....	117
Figura 33 - Segunda atividade desenvolvida no GEAMAI temática ROTINA DIÁRIA.....	119
Figura 34 - Participantes do Grupo 1 e do Grupo 2 etapa planejamento atividade ROTINA DIÁRIA.....	119
Figura 35 – síntese do desenvolvimento da atividade do grupo 1 – temática ROTINA DIÁRIA.....	121
Figura 36 - Linha narrativa etapa Planejamento ROTINA DIÁRIA.....	121

Figura 37 - Árvore de associação de ideias etapa planejamento ROTINA DIÁRIA.....	126
Figura 38 - Representação pictórica e textual para rotina diária.....	128
Figura 39 – Rotina detalhada de um aluno.....	129
Figura 40 - Linha narrativa com a temática Rotina diária.....	130
Figura 41 - Ação da professora <i>Dada</i>	131
Figura 42 - Ação da professora <i>Dada</i> visitando os grupos.....	131
Figura 43 - Ação da professora <i>Dada</i> na construção gráficos.....	132
Figura 44 - Ação da professora <i>Dada</i> construção gráficos.....	133
Figura 45 -Árvore de associação de ideias – ação da professora Dada com a temática ROTINA DIÁRIA.....	136
Figura 46 - Discussão etapa Reflexão no GEAMAI.....	137
Figura 47 - Linha narrativa etapa Reflexão Rotina Diária.....	138
Figura 48 - Árvore de associação de ideias etapa Reflexão Rotina Diária.....	142
Figura 49 - Linha narrativa etapa planejamento Cão: o melhor amigo do homem.....	147
Figura 50 - Pensamento funcional sistematizado na lousa etapa planejamento.....	147
Figura 51: Árvore de associação de ideias etapa planejamento CÃO, O MELHOR AMIGO DO HOMEM.....	150
Figura 52 - cartaz confeccionado na ação da professora Lili.....	151
Figura 53 - Cartaz relacionado ao portes de cães.....	152
Figura 54 - Perguntas relacionadas ao animal de cada aluno.....	152
Figura 55 - Ação da professora Lili.....	153
Figura 56 - sistematização da idade dos cães na lousa aos seus respectivos donos.....	154
Figura 57 – cartaz de sistematização da atividade.....	154

Figura 58 – Árvore de associação de ideias – Ação da professora Lili – temática CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM.....	157
Figura 59 –Árvore de associação de ideias etapa reflexão temática CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM.....	161
Figura 60 - Árvore de associação de ideias atitudes das professoras.....	168
Figura 61 - Árvore de associação de ideias para as três etapas de formação.....	175
Figura 62 – Capa do Produto Educacional.....	179
Figura 63 – Etapa coleta de informações.....	181

SUMÁRIO

REFLEXÕES INICIAIS: HÁ UM LONGO CAMINHO A PERCORRER, POR ONDE COMEÇAR?	18
1 - INTRODUÇÃO	20
2 - CONTEXTUALIZAÇÃO E PROCEDIMENTOS DA PESQUISA	26
2.1. Contextualização e descrição dos sujeitos.....	26
2.2. Natureza da pesquisa.....	39
3 - QUADRO TEÓRICO	43
3.1. Sobre Modelagem Matemática.....	44
3.2. Modelagem na Educação Matemática.....	45
3.3. Modelagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.....	51
3.3.1. Modelagem Matemática e Formação de Professores.....	54
3.4. Formação de Professores em Modelagem e os Anos Iniciais do Ensino Fundamental	59
4 - AS PROFESSORAS NAS ETAPAS DE FORMAÇÃO: CONTEXTO, DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA	63
4.1. As atividades de Modelagem Matemática e Situando a inclusão pesquisadora-formadora.....	64
4.2. Atividade SUCO DE LARANJA.....	66
4.2.1. Primeira etapa de formação – Planejamento - atividade SUCO DE LARANJA.....	66
4.2.1.1. Análise da primeira etapa de formação - Planejamento.....	84
4.2.2. Segunda etapa de formação – Ação - SUCO DE LARANJA	88
4.2.2.1. Ação da professora Juju.....	88
4.2.2.1.1. Análise da segunda etapa de formação - Ação da professora Juju.....	94
4.2.2.2. Ação da professora Nenê.....	97
4.2.2.2.1. Análise da segunda etapa de formação – Ação da professora Nenê.....	105
4.2.3. Terceira etapa de formação – Reflexão SUCO DE LARANJA.....	110
4.2.3.1. Análise da terceira etapa de formação – Reflexão SUCO DE LARANJA.....	114
4.3. Atividade ROTINA DIÁRIA.....	118

4.3.1. Primeira etapa de formação – Planejamento - atividade ROTINA DIÁRIA.....	118
4.3.1.1. Análise da primeira etapa de formação – Planejamento - atividade ROTINA DIÁRIA.....	124
4.3.2. Segunda etapa de formação – Ação da professora Dada atividade - ROTINA DIÁRIA.....	127
4.3.2.1. Análise da segunda etapa de formação - Ação da professora Dada - atividade ROTINA DIÁRIA.....	133
4.3.3. Terceira etapa de formação – Reflexão - atividade ROTINA DIÁRIA.....	137
4.3.3.1. Análise da terceira etapa de formação – Reflexão – atividade ROTINA DIÁRIA.....	139
4.4 Atividade CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM.....	143
4.4.1. Primeira etapa de formação – Planejamento - atividade CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM	143
4.4.1.1. Análise da primeira etapa de formação – Planejamento - atividade CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM	148
4.4.2. Segunda etapa de formação – Ação da professora Lili atividade - CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM	151
4.4.2.1. Análise da segunda etapa de formação - Ação da professora Lili - atividade CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM	154
4.4.3. Terceira etapa de formação – Reflexão - atividade CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM	158
4.4.3.1. Análise da terceira etapa de formação – Reflexão – atividade CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM	159
5 – FORMAÇÃO DAS PROFESSORAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA: REFLEXÕES EMPREENDIDAS A PARTIR DAS ANÁLISES REALIZADAS.....	162
5.1. Considerações finais.....	170
6 – PRODUTO EDUCACIONAL.....	179
7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	184
8 – APÊNDICES.....	195

REFLEXÕES INICIAIS: HÁ UM LONGO CAMINHO A PERCORRER, POR ONDE COMEÇAR?

“A pesquisa, além de ser uma via para a construção de conhecimento e informações, é base para o progresso humano no mundo científico, tecnológico e cultural.”

(Adilson Motta, 2011)

“Mergulhar” no ambiente da pesquisa na área de Ensino, é conhecer um mundo no qual ocorrem grandes descobertas. Nesse sentido, compreendemos o papel que o pesquisador assume no desenvolvimento da mesma, pois além de colaborar na produção de conhecimentos para o meio acadêmico, contribui para melhorias nos processos de ensino e de aprendizagem, demonstrando assim, um compromisso com a sociedade.

O trabalho até aqui desenvolvido faz parte de nossa¹ caminhada enquanto pesquisadoras. Cada capítulo dessa dissertação contempla desafios, descobertas e conquistas que fizeram com que aprendêssemos um pouco mais sobre Educação Matemática, em especial a Modelagem Matemática, e sobre Formação de Professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Entendemos que enquanto pesquisadoras tivemos o privilégio de desenvolver nosso trabalho em um mestrado profissional, pois a partir da elaboração de atividades para coleta de dados, elaboramos o produto educacional, e com a validação do mesmo em grupo de natureza colaborativa, apresentamos este material com potencial para ser utilizado por professores dos anos iniciais no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

Durante o processo de ensino, compreendemos que a Matemática pode ser considerada como uma ferramenta na qual o professor tem a oportunidade de trabalhar em sala de aula, apresentando-a aos alunos de diferentes maneiras. Com isso, valorizamos a importância do professor em seu desenvolvimento profissional, se atentando às constantes mudanças que ocorrem no sistema educacional, bem como o uso de novas metodologias e tendências que

¹ Refiro-me a “nossa” pois considero a participação de minha orientadora durante a construção e encaminhamento da pesquisa. Essa consideração se estende ao longo do texto, reservando apenas alguns momentos com relação a coleta de dados a que me refiro, particularmente a mim.

são desenvolvidas a partir de estudos ligados a pesquisas como esta, a fim de contribuir para a reflexões no meio educacional.

Portanto buscamos com esta pesquisa, refletir sobre a Educação Matemática e o processo de formação continuada de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a fim de contribuir para o meio acadêmico e para a prática do professor em sala de aula, desenvolvendo nosso papel de pesquisadoras perante a sociedade.

1 - INTRODUÇÃO

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria construção”
(Paulo Freire)

A busca pela melhoria da qualidade da Educação Básica tem sido um tema predomnante nos debates públicos nacionais. Para tanto, o documento atual, intitulado Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) é responsável por definir o conjunto de aprendizagens essenciais que o aluno deve desenvolver ao longo de todas as etapas e modalidades da Educação Básica, ou seja, indica competências e habilidades das quais se espera que o aluno desenvolva durante todo o período escolar. Deste modo busca-se uma formação humana do educando na construção de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva.

O documento supracitado além de apresentar novos conceitos com relação ao currículo das diferentes disciplinas apresentando aprendizagens essenciais tanto para o Ensino Infantil como Ensino Fundamental, destaca também uma nova postura do professor em sala de aula, ou seja, o documento propõe uma transformação na atuação do educador de modo que o mesmo deixe de ser o detentor único do saber, passando a se tornar um mediador que mostra caminhos, orienta e auxilia, deixando o aluno construir seu próprio conhecimento.

Neste sentido, diversos programas de formação de professores que ensinam matemática vêm tomando espaço desde as últimas décadas em contextos de formação inicial e continuada (CURI, 2005) tanto em nível nacional quanto internacional, de modo a oferecer oportunidades de aperfeiçoamento profissional nas diferentes modalidades da Educação Básica.

Face às considerações destacadas, ressaltamos a importância da formação inicial e continuada das professoras² dos anos iniciais do Ensino Fundamental³, denominadas polivalentes, visto que são responsáveis por lecionar diversas disciplinas numa mesma modalidade da Educação Básica (GARCIA, 1999).

² Utilizamos o termo professoras, pela quantidade de profissionais do sexo feminino ser muito superior ao do sexo masculino nesta modalidade de ensino em nossa pesquisa.

³ A referência anos iniciais passou a ser utilizada no estabelecimento do regime de nove anos.

Deste modo, a escolha pela docência pode considerar como primeira fase na busca pelo processo de formação, ou seja, a formação inicial que proporciona a esta professora muitos conhecimentos, capacidades e perspectivas de ação para a sua atividade docente, no entanto, pode deixar muitas lacunas com relação a conceitos, metodologias e até mesmo com relação à prática pedagógica do professor (CIRÍACO; MORELATTI; PONTE, 2016).

Sendo assim, o processo de desenvolvimento do professor não pode se manter apenas em sua formação inicial. É necessário, proporcionar uma formação continuada que busque minimizar tais lacunas existentes a determinadas disciplinas. Nacarato (2010), destaca que sistematicamente as professoras dos anos iniciais carregam marcas negativas com relação à matemática e isso, conseqüentemente, afeta seu desempenho em sala de aula.

A autora completa que tal realidade exige que processos de formação sejam ofertados a essas profissionais de ensino, de modo a romper com as crenças e culturas de aulas de matemática construídas ao longo de suas trajetórias estudantis, fazendo com que sejam explicitados, discutidos e problematizados durante a graduação.

Silva e Klüber (2014) apontam que a formação inicial e continuada voltada a professoras polivalentes é de fato muito importante, pois nos anos iniciais, o lúdico, a curiosidade e o interesse são elementos indispensáveis a este nível de ensino. No entanto, frequentemente esses elementos acabam sendo deixados de lado, dando espaço a um ambiente focado na massificação de conhecimentos.

Neste sentido, D' Ambrósio (2004) destaca que a abordagem de conteúdos, utilizando somente aulas expositivas, desmotivam os alunos. De acordo com Baraldi (1999), esse tipo de ensino valoriza somente a matemática pela matemática, ou seja, não há contextualizações; a matemática se torna algo abstrato, pronto e acabado, sendo apreendida somente de maneira intelectual.

Considerando as práticas pedagógicas das professoras dos anos iniciais, podemos destacar algumas ações específicas presentes neste nível de ensino, entre elas, as rodas de conversa, a literatura infantil, e a multidisciplinaridade, pois a professora polivalente tem a oportunidade de trabalhar diferentes contextos em uma mesma turma a qual leciona (SOUZA; LUNA, 2014).

Levando em consideração essas ações específicas é que destacamos o uso da Modelagem Matemática nos anos iniciais, visto que desenvolve o raciocínio e o pensamento lógico (SILVA; KLÜBER, 2014). Malheiros (2014) complementa, ainda, que ao desenvolver atividades com tal característica possibilita ao aluno uma compreensão do papel da

Matemática na sociedade, além de contribuir para a formação crítica e o relacionamento interpessoal.

Diante do exposto, compreendemos que a Modelagem Matemática pode contribuir para a aprendizagem da Matemática, e também, de outros conteúdos distintos, tornando-se um caminho na busca pelo conhecimento, pois a partir de discussões e reflexões sobre a realidade, os alunos têm a oportunidade de compreender diferentes situações, passando a compreender o mundo de maneira diferente (MALHEIROS, 2014).

Em consequência disso, Kaviatkovski (2012) evidencia que, para a Modelagem Matemática se consolidar enquanto metodologia neste nível de ensino da Educação Básica, é imprescindível que o professor reconheça a mesma articulando entre teoria e prática. Sendo assim, além de conhecer esta metodologia é necessário experimentá-la e isso é possível por meio de processos de formação continuada, uma vez que a formação inicial das professoras polivalentes pode ocorrer de forma generalista, deixando diversas lacunas com relação a conceitos e procedimentos.

No presente trabalho apresentamos o encaminhamento de um grupo de professoras dos anos iniciais que vivenciaram atividades de Modelagem Matemática em três etapas de formação continuada em que teoria e prática caminharam de forma conjunta. A primeira etapa foi o desenvolvimento da situação-problema de Modelagem “como alunas”, sendo modeladoras e planejando um encaminhamento que contempla-se a Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica. A segunda etapa, executando o encaminhamento (ou ação), as professoras são orientadoras do desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática em sala de aula. A terceira etapa, a reflexão, é configurada pelas discussões sobre a prática em sala de aula.

Neste sentido, buscamos refletir sobre a seguinte questão de pesquisa “*Como professoras dos anos iniciais lidam com atividades de Modelagem Matemática em sua prática nas diferentes etapas de formação continuada em um grupo colaborativo?*” A fim de apresentar reflexões para tal problemática, elaboramos algumas questões norteadoras:

1. Que ações as professoras dos anos iniciais realizam ao desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática na etapa de *planejamento*?
2. Que procedimentos as professoras dos anos iniciais utilizam na etapa de *ação*?
3. Que entendimentos sobre Modelagem Matemática as professoras dos anos iniciais destacam na etapa de *reflexão*?

Em consideração ao exposto, Bisognin e Bisognin (2016) salientam que a temática sobre a formação de professores em Modelagem Matemática tem tido grandes repercussões

nos últimos anos, tornando-se uma linha de pesquisa visada por muitos pesquisadores que atuam em cursos de formação inicial ou continuada. No entanto, Tambarussi (2015) relata em sua dissertação a importância de trabalhos voltados ao momento *a posteriori* ao da formação continuada em Modelagem, ou seja, faltam trabalhos que reflitam sobre a prática docente do professor quando escolhem desenvolver atividades de Modelagem Matemática em sua sala de aula.

Embora exista uma pluralidade de concepções e entendimentos, nos pautamos na compreensão de que Modelagem Matemática é uma alternativa pedagógica, seguindo os pressupostos de Almeida, Silva e Vertuan (2012), na qual aborda-se, por meio da matemática, um problema não essencialmente matemático.

Oferecer uma Formação de Professores em Modelagem Matemática proporciona momentos coletivos de discussão e reflexão. Segundo Mutti (2016), dominar apenas o conteúdo matemático não garante que o professor seja capaz de desenvolver atividades de Modelagem Matemática, é necessário vivenciar diferentes momentos que oportunizem o conhecimento tanto como aluno, quanto como professor.

Com isso, para além de uma formação continuada, o que buscamos no desenvolvimento da pesquisa foi configurar um espaço de reflexão em que as professoras, trabalhando em grupo, realizam, planejam, desenvolvem e apresentam reflexões sobre atividades de Modelagem. Neste espaço, de certa forma, se constituiu um grupo que trabalha colaborativamente. Para Ponte (2014), o trabalho colaborativo proporciona aos professores um olhar mais atento sobre a natureza das atividades a serem desenvolvidas em sala de aula.

O grupo colaborativo que se constituiu no contexto de formação continuada em Modelagem Matemática revela benefícios como já apontado em pesquisa de Martins *et al.* (2018). Entre esses benefícios, os autores destacam

a possibilidade de construção de *laços de amizade* que podem fazer com que os professores sintam-se *confortáveis*, no sentido de que o grupo se mostra para eles um *lócus de acolhimento e suporte*, destacadamente quando objetivam trabalhar com a Modelagem em suas salas de aula. Nesse caso, o grupo revela-se para esses professores como um contexto em que podem buscar *amparo* para sanar as dúvidas e minimizar as ansiedades inerentes ao trabalho com uma tendência que talvez se distancie de suas práticas habituais (MARTINS *et al.*, 2018, p. 451 -destaque dos autores).

Para trazer os resultados de nossa pesquisa, organizamos este texto em capítulos de forma a delinear as ações empreendidas. No entanto, ressaltamos que tais encaminhamentos não ocorreram de forma linear, pois foram revisitados quando se fazia

necessária uma readequação aos mesmos. Assim, ressaltamos então que um encaminhamento não termina necessariamente quando outro começa.

Portanto, partindo da questão de pesquisa, no capítulo 1, denominado introdução, estão presentes considerações, justificando e contextualizando a pesquisa e o modo como essa foi organizada.

No capítulo 2 apresentamos os aspectos metodológicos e a metodologia da pesquisa. Deste modo, a partir da questão de pesquisa a ser investigada, delineamos a mesma destacando o ambiente ao qual a coleta de dados se inseriu. Assim sendo, trazemos informações quanto aos sujeitos da pesquisa e a inspiração que justificou o modo como ocorreram as etapas de formação, bem como as atividades que foram desenvolvidas. Neste capítulo detalhamos também como compreendemos a pesquisa e instrumentos utilizados para a coleta de dados. Por fim, explicitamos e justificamos a opção metodológica escolhida para análise dos dados de modo a interpretar e dar sentido à pesquisa.

No capítulo 3 apresentamos o quadro teórico que embasa a pesquisa. Iniciamos apresentando considerações sobre a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, contemplando sua constituição enquanto área de pesquisa e enquanto possibilidade para o ensino da Matemática, destacando o uso de diferentes modelos matemáticos, bem como as diferentes maneiras de coletar dados em uma atividade de Modelagem Matemática. Ainda nesse capítulo, explicitamos discussões sobre a formação de professores em Modelagem Matemática e a formação de professoras dos anos iniciais no âmbito da formação continuada, apresentando um panorama geral do que tem sido discutido sobre essas temáticas, a fim de que, inseridos na pesquisa, possam restabelecer um entrelaçamento entre elas.

Interessadas em aprofundar as discussões sobre a prática pedagógica de professores em contextos de Formação em Modelagem, apresentamos, ainda no terceiro capítulo, uma revisão de literatura, base em artigos apresentados nos últimos eventos da área relacionados à nossa questão de pesquisa.

No capítulo 4, apresentamos as análises que emergiram das três atividades desenvolvidas para a pesquisa a partir dos dados coletados. Foram consideradas para essa análise, as gravações de vídeo e áudio, bem como as produções escritas das professoras participantes do Grupo de Estudos de Aula na Formação de Professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais (GEAMAI) durante dezessete encontros de formação. Ao final da descrição de cada etapa de formação - *planejamento*, *ação* e *reflexão* - apresentamos por meio de esquemas denominados Árvores de Associação de Ideias (SPINK, 2010) a interpretação

assumida para os dados coletados com base nos pressupostos teóricos sobre Modelagem Matemática.

No capítulo 5 apresentamos nossas considerações sobre as três categorias que emergiram a partir da interpretação ao qual realizamos para nossa questão de pesquisa. Sinalizamos contribuições em relação ao processo de formação continuada de professoras dos anos iniciais no âmbito da Educação Matemática com uso da Modelagem Matemática e apontamos possibilidades de pesquisas futuras com base na investigação apresentada.

Por fim, no capítulo 6 destacamos o produto educacional, parte integrante desta pesquisa, justificando a opção escolhida e a partir dos refinamentos realizados, trazemos uma possibilidade para o caderno de atividades.

2 - CONTEXTUALIZAÇÃO E PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

“A interpretação emerge, dessa forma, como um elemento intrínseco do processo de pesquisa. [...] Durante todo o processo da pesquisa estamos imersos no processo de interpretação” (SPINK, 2013, p. 82).

Neste capítulo abordamos a contextualização e os procedimentos da pesquisa. Para a contextualização, descrevemos características do ambiente, dos sujeitos da pesquisa, e das atividades desenvolvidas no processo de coleta de dados. Com relação aos procedimentos, destacamos a natureza da pesquisa, os métodos e estratégias utilizados para coleta de dados, e a metodologia de análise utilizada para interpretar e dar sentido à nossa questão de pesquisa.

2.1. CONTEXTUALIZAÇÃO E DESCRIÇÃO DOS SUJEITOS

Com o intuito de apresentarmos reflexões sobre nossa questão de pesquisa *Como professoras dos anos iniciais lidam com atividades de Modelagem Matemática em sua prática nas diferentes etapas de formação continuada em um colaborativo?* desenvolvemos atividades de Modelagem Matemática no grupo colaborativo GEAMAI.

A proposta por desenvolver essa pesquisa no referido grupo foi instigada pela orientadora deste trabalho, pois desde que o GEAMAI se constituiu em abril de 2017 as professoras formadoras (F1, F2 e F3) tinham como intenção ofertar um projeto de extensão que proporcionasse às professoras dos anos iniciais vivências com diferentes tendências da Educação Matemática, fazendo uso da metodologia Estudos de Aula⁴ como foco para solucionar problemas relativos à prática em sala de aula (PIRES; GOMES; PIRES, 2018).

O projeto de extensão no qual o grupo está inserido foi estabelecido a partir da parceria entre duas instituições públicas de Ensino Superior, sendo uma estadual (Universidade Estadual de Londrina - UEL) e outra federal (Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR), ambas localizadas na cidade de Londrina-PR.

⁴ A metodologia Estudos de Aula é abordada nas páginas 29-31 desta dissertação.

No ano de 2017, o grupo de estudos era composto por professoras dos anos iniciais atuantes da rede pública Municipal de Londrina e de Cambé, alunos da graduação das duas instituições participantes do projeto, professoras formadoras responsáveis pelo projeto e a pesquisadora responsável pela coleta de dados. No ano de 2018, foram inseridos novos participantes entre eles alunos de graduação, professoras dos anos iniciais e uma professora autora de livros didáticos. O Quadro 1 apresenta os participantes⁵, bem como sua classificação, formação acadêmica e tempo de atuação profissional no momento que responderam um questionário⁶ inicial no primeiro dia em que passaram a se inteirar ao grupo.

Participantes do grupo	Classificação quanto ao grupo	Formação acadêmica	Tempo de atuação como Professor(a) no momento da resposta ao questionário	Permanência na pesquisa
Dada	Professora dos anos iniciais do E.F. ⁷ .	Graduação em Pedagogia e pós-graduação em Psicopedagogia, Gestão e Ensino de Matemática.	7 anos	18/10/2017 a 16/05/2018
Lili	Professora dos anos iniciais do E.F.	Graduação em Pedagogia e pós-graduação em Docência no Ensino Superior, Gestão, Inclusão e Psicopedagogia.	7 anos	18/10/2017 a 16/05/2018
Fifi	Professora dos anos iniciais do E.F.	Graduação em Pedagogia e pós-graduação em Avaliação Educacional.	13 anos	18/10/2017 a 16/05/2018
Nenê	Professora dos anos iniciais do E.F.	Graduação em Pedagogia e pós-graduação em Psicopedagogia.	3 anos	18/10/2017 a 16/05/2018
Juju	Professora dos anos iniciais do E.F.	Graduação em Pedagogia e pós-graduação em Docência no Ensino Superior, Gestão, Inclusão e Psicopedagogia.	21 anos	18/10/2017 a 16/05/2018
Nana	Professora dos anos iniciais do E.F.	Graduada em Pedagogia e Mestrado em Educação.	3 anos	18/10/2017 a 06/12/2017
Vivi	Professora dos anos iniciais do E.F.	Graduação em Pedagogia e pós-graduação em Educação Especial, Arte na Educação e Alfabetização e Letramento.	3 anos	18/10/2017 a 06/12/2017
Lulu	Professora dos anos iniciais do E.F.	Graduação em Pedagogia e pós-graduação em Educação	3 anos	18/10/2017 a 06/12/2017

⁵ O termo de consentimento livre e esclarecido encontra-se no Apêndice A desta pesquisa.

⁶ O questionário inicial encontra-se no Apêndice B.

⁷ Utilizamos a sigla E. F. para Ensino Fundamental.

		Especial, Arte na Educação e Alfabetização e Letramento		
Mama	Professora dos anos iniciais do E.F.	Graduação em Pedagogia, com pós-graduação em Educação Infantil.	10 anos	02/05/2018 a 16/05/2018
Gigi	Aluno de graduação em licenciatura em Matemática	Graduanda em Licenciatura em Matemática.	Sem experiência profissional	07/03/2018 a 16/05/2018
Bibi	Aluno de graduação em licenciatura em Matemática	Graduanda em Licenciatura em Matemática.	Sem experiência profissional	07/03/2018 a 16/05/2018
Kaka	Aluno de graduação em licenciatura em Matemática	Graduanda em Licenciatura em Matemática.	Sem experiência profissional	18/10/2017 a 16/05/2018
Tata	Aluno de graduação em licenciatura em Matemática	Graduanda em Licenciatura em Matemática.	Sem experiência profissional	18/10/2017 a 06/12/2017
Pepê	Aluno de graduação em licenciatura em Matemática	Graduanda em Licenciatura em Matemática.	Sem experiência profissional	18/10/2017 a 06/12/2017
Jaja	Aluno de graduação em Química	Graduanda em Licenciatura em Química.	Sem experiência profissional	18/10/2017 a 21/03/2018
Tutu	Aluno de graduação em Química	Graduando em Licenciatura em Química.	Sem experiência profissional	18/10/2017 a 16/05/2018
Zazá	Professora e autora de livros didáticos	Graduação em Licenciatura em Matemática e pós-graduação em Educação Matemática	2 anos	07/03/2018 a 16/05/2018

Quadro 1 - Características dos sujeitos da pesquisa (2017/2018)

Fonte: Autores, 2018.

Destacamos que as professoras formadoras F1, F2 e F3, desenvolvem trabalhos de formação inicial e continuada com professores da rede municipal, estadual e privada, e a pesquisadora classificava-se enquanto mestranda em Ensino de Matemática e atuava há cinco anos como professora dos anos finais do Ensino Fundamental e Médio.

Durante a pesquisa aconteceram doze encontros do grupo GEAMAI quinzenalmente às quartas-feira no período matutino. Cada encontro tinha duração de três horas e ocorreram alternadamente nas dependências das instituições públicas de Ensino (UEL/UTFPR) ao qual o projeto se consolidou. Nestes encontros as etapas de formação fundamentaram-se no *planejamento* (primeira etapa) e *reflexão* (terceira etapa).

Aconteceram também cinco encontros referentes à segunda etapa de formação denominada *ação*. As escolas escolhidas para o desenvolvimento das atividades de

Modelagem Matemática planejadas no GEAMAI localizava-se nas cidades de Londrina e Cambé. Além da professora dos anos iniciais que desenvolveram as atividades, estavam presentes outros participantes do GEAMAI que tinham a função de auxiliar na coleta de informações escritas ou filmadas de modo a ser discutidas na etapa de *reflexão*. A duração de cada encontro na segunda etapa de formação foi de uma hora e trinta minutos aproximadamente.

As etapas de formação que os participantes do GEAMAI vivenciaram durante a coleta de dados foram organizadas de modo a caminhar seguindo a abordagem proposta nos Estudos de Aula (PONTE *et al*, 2016). Desta forma, as etapas de formação eram centradas nas aprendizagens profissionais das professoras dos anos iniciais a partir das discussões em pequenos grupos ou de forma coletiva, a fim de destacar o trabalho colaborativo das mesmas, mas também evidenciar particularidades voltadas à prática pedagógica dessas professoras. Desta forma, o modelo de formação proposto objetivava apresentar uma alternativa em relação aos já instituídos e, desse modo, contribuir para práticas pedagógicas das professoras dos anos iniciais.

A metodologia Estudos de Aula tem como característica principal a colaboração e a reflexão entre professores envolvidos em um grupo colaborativo. Neste sentido, Fiorentini (2004) destaca a essência de um trabalho colaborativo:

[...] um grupo autenticamente colaborativo é constituído por pessoas voluntárias, no sentido de que participam do grupo espontaneamente, por vontade própria, sem serem coagidas ou cooptadas por alguém a participar. As relações no grupo tendem a ser espontâneas quando partem dos próprios professores, enquanto grupo social, e evoluem a partir da própria comunidade, não sendo, portanto, reguladas externamente, embora possam ser apoiadas administrativamente ou mediadas/assessoradas por agentes externos (FIORENTINI, 2004, p. 53).

A pesquisa desenvolvida por Quaresma *et al*. (2014), corrobora com o autor acima em relação à colaboração, e destaca como a metodologia dos Estudos de Aula acontece. Uma vez determinado o tema de pesquisa, ou seja, o conteúdo específico que emergiu da discussão inicial do grupo colaborativo, passa-se a seguir algumas etapas, as quais, visam favorecer o ambiente de reflexão sobre o tema escolhido.

Com isso, os professores se envolvem com o tema e passam a refletir sobre o que pode ser feito em sala de aula. Posteriormente é confeccionado um encaminhamento de forma colaborativa, buscando identificar possíveis perguntas e respostas que possam surgir durante a aula, sendo esta etapa classificada como planejamento da aula.

Posteriormente, acontece o que Felix (2010) classifica como colocar o planejamento em ação, ou seja, nesta etapa um professor se dispõe a desenvolver o encaminhamento em sua turma de alunos e os outros professores são convidados a observar a aula, no intuito de anotar pontos importantes para uma análise *a posteriori*.

Após realizada a etapa do planejamento em ação, os professores se reúnem para realizar uma reflexão sobre a aula, em que buscam não apenas a melhoria específica da mesma, mas também o aprimoramento do profissional docente. Sendo assim, a metodologia Estudos de Aula, estimula o despertar para uma prática de grupo de pesquisas no ambiente escolar, em que o objetivo é promover o aperfeiçoamento profissional de forma colaborativa.

Vale ressaltar que a reflexão sobre a aula planejada e colocada em ação não finaliza com a etapa de reflexão. O encaminhamento pode sofrer uma reformulação com as reflexões realizadas e pode-se retomar à etapa inicial de planejamento. O “novo” encaminhamento planejado poderá ser desenvolvido em outras turmas, com outros professores e, assim, sucessivamente, constituindo-se em um ciclo que pode ser representado como no esquema (Figura 1) desenvolvido por Felix (2010).

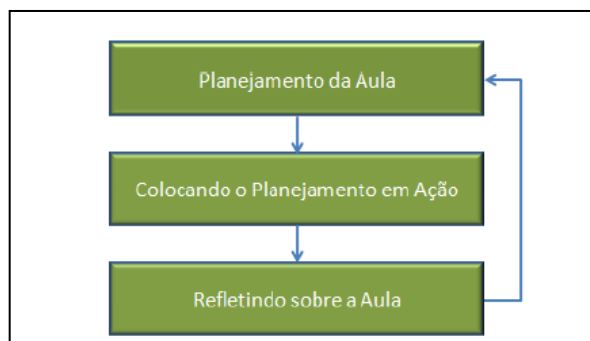


Figura 1 - Ciclos da Metodologia Estudos de Aula
Fonte: Felix, 2010.

Ponte *et al.* (2016) complementam que os Estudos de Aula se diferenciam de outros processos formativos que envolvem observação de aulas, por estar centrado na atuação do professor. Nesta oportunidade, os professores participantes do grupo têm a chance de aprender questões importantes em relação ao conteúdo nos quais ministram em suas aulas, além de refletir sobre orientações curriculares, e aos processos de raciocínio dos alunos incluindo dificuldade e a própria prática em sala de aula. Como salientam Ponte *et al.* (2016):

Os estudos de aula são desenvolvidos em ambientes colaborativos, levando os participantes a criar um relacionamento próximo, partilhar ideias e apoiar-se mutuamente. Desta forma, constituem um contexto não só para refletir,

mas também para promover a autoconfiança, fundamental para o seu desenvolvimento profissional (p. 870).

Inspiradas nos Estudos de Aula e considerando a temática Modelagem Matemática na formação de professoras dos anos iniciais, nosso intuito foi elencar algumas características desta metodologia durante as etapas de formação realizadas no grupo de estudos GEAMAI.

Para representar nossa abordagem metodológica de formação das professoras do GEAMAI, optamos por elaborar um ciclo de modo a mostrar e explicitar as etapas por elas vivenciadas. No centro do ciclo inserimos o tema considerado para a pesquisa – Etapas de Formação em Modelagem Matemática. O segmento contínuo destacado faz ligação à primeira etapa de formação *planejamento* e reflete na apresentação da situação-problema a ser modelada e, posteriormente, o planejamento da aula voltado aos anos iniciais, levando em consideração a temática e a metodologia apresentadas.

Finalizada a etapa de *planejamento*, segue-se para etapa de *ação*, que consiste no desenvolvimento da aula em uma turma dos anos iniciais do Ensino Fundamental em que uma das professoras atua. Nesta etapa, os demais integrantes do grupo são convidados a observar o desenvolvimento da aula, coletando informações e auxiliando na atividade quando solicitados pela professora responsável.

Com a conclusão da segunda etapa segue-se para a terceira etapa denominada *reflexão*. Nela são selecionados episódios do encaminhamento desenvolvido na *ação*, para juntamente com as informações dos demais integrantes que realizaram a observação, refletir sobre os encaminhamentos voltados à prática pedagógica. Assim, como os Estudos de Aula, o processo de formação em Modelagem Matemática centrou-se exclusivamente na ação das professoras nas três etapas de formação.

As setas do esquema (Figura 2) remetem a ordem em que as etapas acontecem. Deixamos claro que a formação não se finaliza na terceira etapa, ela pode se estender de modo a refinarem o encaminhamento e reelaborar outro, desenvolvendo-o em outra turma dos anos iniciais para, posteriormente, refletir sobre o desenvolvimento do mesmo, tornando-se assim um ciclo de formação. Os seguimentos pontilhados justificam quando apenas se desenvolve a ação ou apenas a reflexão, deixando lacunas quanto à formação de professoras em Modelagem Matemática como acontece em processos de formação continuada, em que o foco não é o professor e sim o formador. A Figura 2 representa o ciclo como planejamos as etapas de formação.

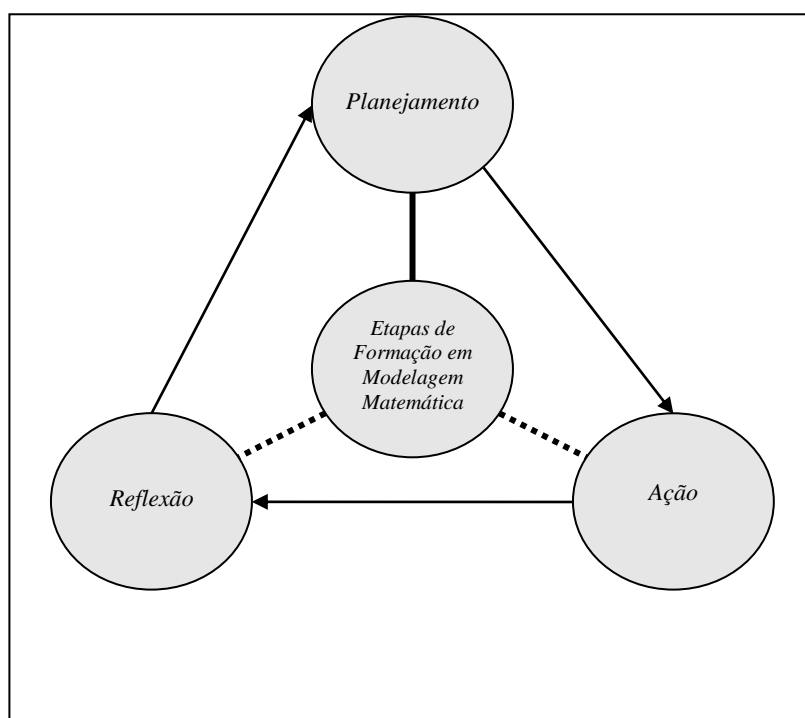


Figura 2 - Ciclo de Etapas de formação em Modelagem Matemática

Fonte: Autores, 2018.

Quanto aos processos de formação continuada, Mutti (2016) complementa que,

situação análoga pode ser encontrada quando falamos da relação entre a Modelagem Matemática e a formação continuada de professores, uma vez que a maior parte dos programas de formação, autoneomados *em* Modelagem, trabalham com a crença de que o professor "aprende" a desenvolver atividades de Modelagem realizando poucas leituras, conhecendo apenas teoricamente algumas de suas concepções e desenvolvendo, esporadicamente, atividades de Modelagem elaboradas por professores formadores, na maior parte das vezes, apenas a partir de perspectivas mais fechadas, ou seja, aquelas em que o professor define o tema, coleta os dados e os alunos utilizam esses dados para responder o problema proposto. Embora esses aspectos sejam relevantes, eles não são auto-suficientes, pois o professor precisa conseguir ir além da empolgação inicial sentida no primeiro contato com atividades de Modelagem (MUTTI, 2016, p. 79).

Assim, justificamos a originalidade de nossa pesquisa dentre as demais, pois ainda que a inserção da Modelagem Matemática não se configure enquanto prática pedagógica nos anos iniciais como explicitam as pesquisas (BURAK; KAVIATKOVSKI, 2014), trazemos um modelo de formação centrado nas ações do professor, para que o mesmo tenha a oportunidade de aprofundar reflexões acerca de suas próprias práticas.

Com isso, acreditamos que o processo de formação continuada pautado na ação do professor pode promover mudanças benéficas tanto do ponto de vista teórico, quanto prático, uma vez que os professores assumem a posição de protagonistas no contexto da formação e colaborativamente vivenciam uma relação de parcerias estabelecendo mudanças na prática educativa, pois se desenvolvem pessoal e profissionalmente.

É neste sentido que podemos entender a colaboração, enquanto um processo que ocorre determinada atividade do início ao fim, de maneira que todos os participantes possam contribuir, ou seja, colaborar é trabalhar em conjunto, não estabelecendo uma relação de hierarquia (FIORENTINI, 2004). Neste processo, todos se ajudam e buscam atingir objetivos dos quais se beneficiem.

Campos e Luna (2011) descrevem que a colaboração surge a partir de grupos que, no decorrer de suas atividades, desenvolveram algumas características, entre elas a voluntariedade, a identidade e a espontaneidade dos participantes ao optarem por fazer parte do mesmo. As autoras ainda destacam que para que um grupo seja considerado colaborativo este desenvolvimento precisa ser gradativo.

Neste sentido, contemplamos a necessidade nas etapas de formação, de conquistar a confiança dos participantes, pois segundo Tambarussi (2015), é por meio de reflexões em grupo que há o compartilhamento de saberes e experiências pedagógicas, ou seja, aprendemos a olhar de outra forma o que fazemos. Isso faz com que o processo de ação e reflexão seja compartilhado, ao passo que novas aprendizagens sobre o trabalho docente possam ser reestruturadas a partir desses encontros de formação.

Desta forma, Campos e Luna (2011) complementam que colaborar favorece o fim do individualismo e isolamento profissional, o que significa dizer que a colaboração proporciona o compartilhamento de vivências e experiências na qual favorece o processo de formação profissional.

Assim, durante os encontros do GEAMAI buscamos trabalhar de forma colaborativa, desenvolvendo três atividades de Modelagem Matemática, nas quais tiveram como encaminhamentos as três etapas de formação. Tais atividades foram nomeadas como SUCO DE LARANJA, ROTINA DIÁRIA e CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM. Sintetizamos as mesmas com a quantidade de encontros destinados às etapas de formação com a questão de pesquisa, juntamente com as questões norteadoras a fim de estabelecer relações de modo a contribuir no momento das análises. A Figura 3 apresenta a síntese realizada.

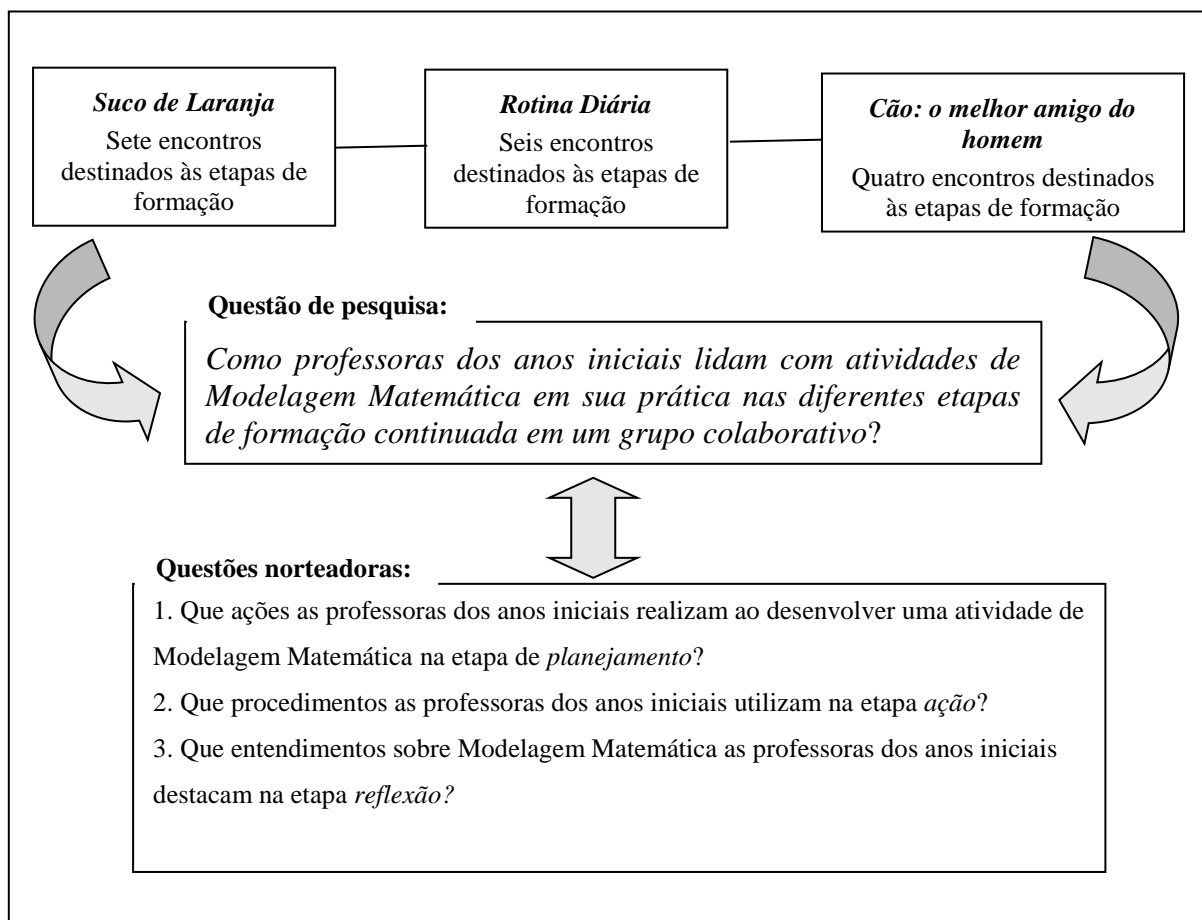


Figura 3 - Síntese das atividades às etapas de formação em Modelagem Matemática
Fonte: Autores, 2018.

Para apresentar as ações realizadas durante os encontros de formação do GEAMAI sintetizamos, no Quadro 2, a descrição do que aconteceu em cada encontro, e a classificação quanto às etapas de formação, desenvolvidas no segundo semestre do ano de 2017 e no primeiro semestre do ano de 2018.

Encontro	Data	Síntese das ações e participantes	Classificação quanto às etapas de formação
1	18/10/2017	- Apresentação ao grupo da proposta de trabalho a ser desenvolvida: Atividades de Modelagem Matemática - Desenvolvimento da primeira atividade de Modelagem Matemática “Suco de Laranja” (Professoras enquanto modeladoras)	Primeira etapa de formação “Planejamento”
2	25/10/2017	- Discussão sobre aspectos voltados à Modelagem Matemática - Reflexão sobre o desenvolvimento da primeira atividade desenvolvida caracterizando-a enquanto fases - Divisão de grupos e planejamento da atividade pelos grupos.	Primeira etapa de formação “Planejamento”
3	08/11/2017	- Planejamento da atividade pelos grupos;	Primeira etapa de formação “Planejamento”
4	22/11/2017	- Término do planejamento da atividade pelos	Primeira etapa de formação

		grupos; - Discussão dos encaminhamentos das atividades planejadas pelos grupos; - Definição das turmas para serem desenvolvidas as atividades planejadas;	“Planejamento”
5	30/11/2017	- Desenvolvimento da atividade planejada na turma de 4º e 5º anos com a temática “Suco de laranja”. Professora que desenvolveu: Juju. Escola Parceira: Melvin Jones – Londrina PR.	Segunda etapa de formação “Ação”
6	01/12/2017	- Desenvolvimento da atividade planejada na turma de 2º ano com a temática “Suco de laranja”. Professora que desenvolveu o plano: Nenê. Escola Parceira: D. Pedro II – Cambé PR.	Segunda etapa de formação “Ação”
7	06/12/2017	- Reflexão sobre o desenvolvimento da primeira atividade nas turmas das professoras Juju e Nenê; - Propostas para reorganização dos encaminhamentos para outras possíveis possibilidades.	Terceira etapa de formação “Reflexão”
8	07/03/2018	- Desenvolvimento da segunda atividade de Modelagem Matemática “Rotina Diária” (Professoras enquanto modeladoras).	Primeira etapa de formação “Planejamento”
9	21/03/2018	- Planejamento da atividade pelos grupos com a temática “Rotina Diária”.	Primeira etapa de formação “Planejamento”
10	04/04/2018	- Término do planejamento da atividade pelos grupos; - Discussão dos encaminhamentos da atividade pelos grupos; - Definição das turmas para serem desenvolvidas as atividades planejadas;	Primeira etapa de formação “Planejamento”
11	06/04/2018	- Desenvolvimento da atividade planejada na turma de 4º ano com a temática “Rotina Diária”. Professora que desenvolveu: Dada. Escola Parceira: Santos Dumont – Cambé PR.	Segunda etapa de formação “Ação”
12	10/04/2018	- Desenvolvimento da atividade planejada na turma de Educação Infantil 5-6 anos com a temática “Rotina Diária”. Professora que desenvolveu: Fifi. Escola Parceira: Colégio de Aplicação Pedagógica da UEL – Educação Infantil – HU.	Segunda etapa de formação “Ação”
13	11/04/2018	- Reflexão sobre o desenvolvimento da segunda atividade nas turmas das professoras Dada e Fifi; - Propostas para reorganização dos encaminhamentos para outras possíveis possibilidades.	Terceira etapa de formação “Reflexão”
14	18/04/2018	- Desenvolvimento da terceira atividade de Modelagem Matemática “Cão: o melhor amigo do homem” (Professoras enquanto modeladoras); - Elaboração das atividades pelos grupos.	Primeira etapa de formação “Planejamento”
15	02/05/2018	- Término do planejamento das atividades pelos grupos; - Discussão dos encaminhamentos para a atividade planejada pelos grupos; - Definição das turmas para serem desenvolvidas as atividades;	Primeira etapa de formação “Planejamento”
16	11/05/2018	- Desenvolvimento da atividade planejada na turma de 5º ano com a temática “Cão: o melhor amigo do homem”. Professora que desenvolveu: Lili. Escola Parceira: Hilda Soares – Londrina PR.	Segunda etapa de formação “Ação”
17	16/05/2018	- Reflexão sobre o desenvolvimento da terceira	Terceira etapa de formação

		atividade na turma da professora JoseLili; - Propostas para reorganização de encaminhamentos para outras possíveis possibilidades; -Fechamento das atividades propostas para formação em Modelagem Matemática no GEAMAI.	“Reflexão”
--	--	--	------------

Quadro 2 - Síntese das ações realizadas no GEAMAI durante os anos de 2017 e 2018

Fonte: Autores, 2018.

A partir das informações do Quadro 2, realçamos os empreendimentos realizados pelo grupo de estudos, dos quais se constituíram nas três etapas de formação, sendo elas: desenvolvimento de atividades e elaborações de planos de aula, desenvolvimento dos planos de aulas em turmas nos anos iniciais do Ensino Fundamental e reflexões dos desenvolvimentos dos planos nas turmas selecionadas.

Os desenvolvimentos das atividades planejadas, foram sintetizados na segunda etapa de formação denominada *ação*. Nesta etapa, uma professora dos anos iniciais voluntariamente seria responsável por desenvolver o encaminhamento planejado em sua turma dos anos iniciais e os outros participantes do grupo GEAMAI que tinham disponibilidade para observar a aula estariam convidados de modo a complementar as discussões realizadas na terceira etapa de formação contribuindo com seu “olhar” perante a atividade desenvolvida. Reapresentamos no Quadro 3 os encontros, destacando data, temática, ano, turma, escola parceira, professora responsável pelo desenvolvimento do encaminhamento e participantes do grupo GEAMAI presentes no dia da atividade.

Data	Temática da atividade	Ano, Turma, Escola, Professora responsável pelo desenvolvimento do plano	Participantes do grupo GEAMAI
30/11/2017	Suco de Laranja	4º e 5º anos Turma de contraturno – 13 alunos Escola Municipal Melvin Jones – Londrina (PR) Professora responsável: Juju	Joice, F2, F3, e Tutu
01/12/2017	Suco de Laranja	2º ano Turma regular – 11 alunos Escola Rural Municipal D. Pedro II – Cambé (PR) Professora responsável: Nenê	Joice, F2, Kaka, Tutu, Vivi, Lulu
06/04/2018	Rotina Diária	4º ano Turma regular – 21 alunos Escola Municipal Santos Dumont – Cambé (PR) Professora responsável: Dada	Joice, F1, Tutu, Kaka

10/04/2018	Rotina Diária	Educação Infantil 5-6 anos Turma regular – 8 alunos Colégio de Aplicação Pedagógica da UEL – Educação Infantil – HU – Londrina (PR) Professora responsável: Fifi	Joice, F1, F2, Bibi, Tutu
11/05/2018	Cão: o Melhor amigo do homem	5º ano Turma regular – 25 alunos Escola Municipal Hilda Soares – Cambé (PR) Professora responsável: Lili	Joice, Tutu

Quadro 3 - Síntese da etapa de formação – *Ação*

Fonte: Autores, 2018.

O desenvolvimento da primeira atividade planejada aconteceu no dia 30/11/2017, no período vespertino na cidade de Londrina-PR e abordou a temática “Suco de Laranja”. A professora que se disponibilizou a desenvolver a atividade foi a professora *Juju* que lecionava em período de contraturno escolar para treze alunos de quarto e quinto anos. Neste dia, quatro participantes do GEAMAI puderam estar presentes de modo a auxiliar na coleta de informações (observação, fotos e filmagem da aula).

A segunda atividade desenvolvida aconteceu no dia 01/12/2017, no período vespertino na cidade de Cambé-PR e também abordou a temática “Suco de Laranja”. Aconteceu em uma turma de segundo ano dos anos iniciais, na turma regular da professora *Nenê*. A turma contava com onze alunos e classificava-se enquanto escola do campo. No dia do desenvolvimento do plano, seis participantes do GEAMAI puderam observar a aula e coletar informações (observação, fotos e filmagem da aula). Neste dia também estavam presentes três professoras coordenadoras do município de Cambé que foram visitar a escola e aproveitaram para assistir o desenvolvimento da atividade.

A terceira atividade desenvolvida, aconteceu no dia 06/04/2018 no período matutino na cidade de Cambé-PR, sob a responsabilidade da professora *Dada* envolvendo a temática “Rotina Diária”, em sua turma regular de quarto ano. Neste dia, quatro participantes do grupo GEAMAI estavam presentes para assistir a aula e recolher informações (observação, fotos e filmagem da aula).

A quarta atividade desenvolvida foi no dia 10/04/2018 na turma regular de Educação Infantil 5-6 anos da professora *Fifi*. A temática da atividade era “Rotina Diária” e estavam presentes no dia da atividade cinco participantes do GEAMAI incumbidos de observar a aula e reunir informações (observação, fotos e filmagem da aula).

A quinta e última atividade desenvolvida foi realizada no dia 11/05/2018 no período matutino na turma regular de quinto ano dos anos iniciais da professora *Lili*. A temática da atividade relacionava-se ao “Cão: o melhor amigo do homem” e contou com a participação de dois participantes do GEAMAI encarregados de colaborar na coleta de informações (observação, fotos e filmagem da aula).

Dentre todas as atividades planejadas e desenvolvidas a partir dos encontros de formação realizados no GEAMAI em nossa investigação, não analisaremos a atividade da professor *Fifi*, pois aconteceu em uma turma de Educação Infantil 5-6 anos que não é o foco de nossa pesquisa.

Embora todas as professoras dos anos iniciais tenham colaborado e participado nas etapas de formação, nosso olhar se foca nas professoras que desenvolveram na prática atividades de Modelagem Matemática com seus alunos, seja em contraturno, seja em aulas regulares. Desse modo, nossos sujeitos de pesquisa são as professoras *Juju*, *Nenê*, *Dada* e *Lili* que participaram de todas as etapas de formação – *planejamento*, *ação* e *reflexão*. Porventura reflexões e diálogos dos outros participantes do GEAMAI se fazem presentes pois também auxiliaram na formação dessas professoras.

A etapa de *reflexão*, sendo ela posterior ao desenvolvimento das atividades planejadas, caracterizou-se por discussões em plenária, realizada em roda de conversa com todos os participantes do GEAMAI, na qual se desencadearam outras possibilidades de encaminhamentos, além de refletirem sobre a prática pedagógica das professoras no desenvolvimento de cada atividade de Modelagem Matemática. As coletas de informações em vídeo e áudio pelos participantes que acompanharam tais desenvolvimentos permitiram uma análise mais detalhada garantindo assim a “memória” dos acontecimentos.

Quanto à coleta de informações obtidas na observação da etapa *ação*, levamos em conta dois fatores. O primeiro deles diz respeito a presença dos participantes do GEAMAI alterar de alguma forma a dinâmica da professora em sala de aula (VIANNA, 2003; VALLADARES, 2007). Assim, destacamos que ao solicitar às professoras que desenvolveram os planos, a permissão para observar suas aulas, deixamos clara a intenção de contribuir na formação continuada das mesmas em Modelagem Matemática de modo a oportunizar reflexões quanto à sua prática.

O outro fator a ser destacado é que ao estar em sala de aula nos desenvolvimentos dos planos, nos tornamos também orientadores nas atividades de Modelagem Matemática, deixando as professoras à vontade para solicitar ajuda/dicas de como proceder com a

atividade. Desse modo, procuramos construir uma relação de co-parceria com elas (MUTTI, 2016).

Sendo assim, ao realizarmos discussões no GEAMAI na terceira etapa de formação a partir da observação, buscamos, de acordo com Tambarussi (2015), apresentar a prática das professoras não como algo constante, ou seja, que acontece da mesma forma todos os dias, mas sim, apresentar de modo geral, que aspectos essa prática pode estar vinculada.

Consequentemente, compreendemos a terceira etapa de formação denominada *reflexão* como um ambiente de colaboração que contribui para ajudar a compreender dificuldades do ofício do professor nos processos de ensino e de aprendizagem. Desse modo, Imbernón (2009) complementa que a colaboração nesta perspectiva busca contribuir com respostas às situações problemáticas voltadas à prática em sala de aula, ao passo que os participantes atuam em colaboração mútua, discutindo e organizando aspectos que contribuam para o processo de formação profissional. Ponte *et al.* (2016) se aproximam de tais ideias, pois no ambiente colaborativo os participantes se sentem mais à vontade para discutir em grupos, trocar experiências e planejar propostas de trabalho que possam ser compartilhadas.

Ao término da terceira etapa de formação, as professoras dos anos iniciais que haviam desenvolvido a atividade em suas turmas, responderam um questionário sobre a experiência vivida ao desenvolver Modelagem Matemática em sala de aula⁸. Com esse questionário buscou-se destacar encaminhamentos que se fizeram presentes na constituição da prática pedagógica a partir das etapas de formação.

No que se refere às experiências, Mutti (2016) destaca que é necessário vivenciar, experimentar, pois “a disposição desses professores à experimentação sugere uma abertura, mesmo que mínima, à mudança e à aquisição de uma nova dinâmica para suas aulas, condição que do ponto de vista da adoção à Modelagem pode ser um motivador” (MUTTI, 2016, p. 208).

2.2. NATUREZA DA PESQUISA

Ao refletir sobre os aspectos metodológicos referente à questão de pesquisa, “*Como professoras dos anos iniciais lidam com atividades de Modelagem Matemática em sua*

⁸ Apêndice E.

prática nas diferentes etapas de formação continuada em um grupo de estudos?” levamos em consideração o foco central de análise, pois como destaca Aguiar e Tourinho (2011), pensar neste contexto é o momento *a priori* ao qual o pesquisador define sua matriz metodológica.

Desta maneira, apresentamos a abordagem metodológica ao qual escolheu-se para compor este trabalho, classificada como qualitativa (GARNICA, 2004). Optamos por analisar de acordo com D’AMBROSIO (2012), os indivíduos pertencentes à pesquisa e quais relações como complexidade, inserção e interação atuam no ambiente sociocultural.

As leituras para tal fundamentaram-se nos pressupostos de Bogdan e Biklen (1994), que defendem que o mundo deve ser analisado partindo da ideia que nada é comum, ou seja, que tudo a ser investigado pode ter potencial para estabelecer uma compreensão sobre nossa investigação. Os autores supracitados também complementam a pesquisa qualitativa, destacando cinco características.

A primeira característica diz respeito ao ambiente natural para fonte dos dados, ou seja, o modo como o investigador elabora seu instrumento e coleta de informações. Para tanto, o contato com os sujeitos da pesquisa é essencial visto que essa ligação ocorrerá por todo o período a ser investigado. Na presente pesquisa este contato ocorreu de forma sistemática nos encontros quinzenais do grupo entre outubro de 2017 e maio de 2018, com recesso nos meses de dezembro de 2017 a março de 2018, totalizando dezessete encontros de formação.

A segunda característica relaciona-se ao método descritivo, ou seja, o modo como ocorre a interação entre investigador e sujeitos da pesquisa. Neste sentido, todos os encontros do grupo foram devidamente gravados em vídeo e áudio⁹, além de fotos de anotações feitas na lousa e produções escritas dos participantes. Todas as gravações de vídeo e áudio foram transcritas na íntegra com o objetivo de selecionar episódios de análise.

No que diz respeito à terceira característica, trata-se do modo como o pesquisador relaciona-se ao processo de investigação, e não simplesmente nos resultados ou produtos (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Neste sentido, durante o processo de coleta de dados, a intenção foi analisar o modo como as professoras participantes atuam em colaboração no desenvolvimento das atividades de Modelagem, e ao voltar-se ao ambiente escolar como essas professoras desenvolvem sua prática pedagógica com o uso dessa alternativa pedagógica.

⁹ Ao iniciar a pesquisa, os sujeitos assinaram um termo para que fosse possível a utilização das falas, imagens e produção escrita dos mesmos. O termo encontra-se no apêndice A ao final deste trabalho.

Deste modo, concordamos com os autores ao destacar que a preocupação esteve voltada ao processo e não apenas ao resultado.

O método de análise dos dados relaciona-se à quarta característica, e o modo como o pesquisador a interpreta encontra-se classificado na quinta característica. Desta maneira buscamos inferir sobre os dados coletados e revelar nossas análises, utilizando enquanto metodologia a Árvore de Associação de Ideias (SPINK, 2010; 2013), de modo a produzir sentido a esta investigação.

As árvores de associação de ideias foram selecionadas a fim de oferecer uma visibilidade do encadeamento de todo processo das atividades, buscando ilustrar o fenômeno em estudo. Nesta pesquisa, buscamos utilizar também linhas narrativas, as quais foram utilizadas em trechos de diálogos, tendo como foco o discurso, sendo sua visibilidade a ordenação temporal dos acontecimentos.

Para a construção das árvores utilizamos ações realizadas pelas professoras dos anos iniciais nas três etapas de formação – *planejamento*, *ação* e *reflexão*- destacando-as em negrito. Para fazer a ligação entre elas utilizamos segmentos contínuos e setas para indicar a ordem em que aconteceram e na falas em destaque presente nas árvores, utilizamos a característica itálico. Lembrando que as árvores foram construídas de modo a emergir toda interpretação que fizemos no processo de análise, dando visibilidade ao nosso processo de investigação.

As linhas narrativas se constituíram a partir dos diálogos realizados nas etapas de formação, de modo a emergir elementos que se tornaram importantes para o processo de interpretação.

Baseando-se na perspectiva construcionista, adotamos o método qualitativo para a presente pesquisa. Assim, buscamos produzir sentido nos pressupostos de Spink (2010, 2013) a fim de entender como as práticas discursivas que acontecem no cotidiano são utilizadas na produção discursiva. O uso da linguagem foi essencial, pois forneceu momentos de ressignificações e rupturas.

O uso da árvore de associação de ideias nas pesquisas em Educação Matemática relacionada à Modelagem Matemática é recente. Autores como Palharini (2017) e Almeida e Silva (2016) a utilizaram de modo a produzir sentido em relação às pesquisas desenvolvidas. A primeira autora fez uso da metodologia em sua tese de doutorado a fim de analisar como alunos do curso de licenciatura em Matemática desenvolvem Modelagem Matemática e quais relações atribuem sobre linguagem e matemática. A partir das análises, a autora inferiu a

utilização de hipóteses, justificativas e regras matemáticas por parte dos alunos e, com isso, concluiu diferentes usos de matemática em atividades de Modelagem Matemática.

Já a pesquisa desenvolvida por Almeida e Silva (2016) ocorreu em um curso de especialização em Educação Matemática na disciplina Modelagem Matemática cujo encaminhamento seguiu as indicações de aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando Modelagem Matemática. O foco foram professores que, após a participação em um curso de formação continuada que contempla uma disciplina de Modelagem Matemática, incluíram atividades de Modelagem Matemática em sua prática docente e mostraram disposição em relatar como o fizeram. A partir da análise das comunicações dos professores, foram construídas árvores de associação de ideias que revelaram que os encaminhamentos das atividades de Modelagem Matemática na sala de aula, realizados pelos professores envolvidos na pesquisa, seguem diferentes configurações.

Durante toda nossa pesquisa o diálogo foi o ponto forte para a afetividade e interação do grupo. Gonzáles Rey (1999), destaca que o diálogo é uma das principais fontes para construção do conhecimento em uma pesquisa qualitativa, pois é este diálogo que proporciona um clima seguro, em que os participantes têm interesse e confiança em poder ser espontâneos e sinceros. Aos participantes da pesquisa este momento foi muito importante, pois as professoras tiveram a oportunidade de relatar sua prática pedagógica que muitas vezes, pela falta de tempo, não tinham a oportunidade de expor seus sentimentos, angústias e até mesmo sanar dúvidas sobre metodologias e conceitos.

Nesse contexto é que autores defendem a ideia de não neutralidade para o olhar do pesquisador, pois é ele quem seleciona o mundo a ser explorado, interage com o conhecido e se dispõe a comunicá-lo (BOGDAN; BIKLEN, 1994; GARNICA, 1997; LÜDKE; ANDRÉ, 2013).

3 - QUADRO TEÓRICO

“O professor não é mais apenas aquele que ensina, mas aquele que aprende ao dialogar com os alunos que, por sua vez, também ensinam enquanto aprendem. Eles se tornam corresponsáveis por um processo em que todos crescem”
(LINDA DARLING-HAMMOND, 2018).

Com base na questão a ser investigada *“Como professoras dos anos iniciais lidam com atividades de Modelagem Matemática em sua prática nas diferentes etapas de formação continuada em um grupo de estudos?”* desenvolvemos a presente pesquisa de modo a refletir sobre alguns aspectos: Modelagem Matemática na Educação Matemática, Formação de professores em Modelagem Matemática e Formação de professores nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com isso, organizamos este capítulo de modo a contemplar aspectos mencionados anteriormente, iniciando com o primeiro deles a Modelagem Matemática no Brasil no qual apresentamos um breve relato histórico de como a mesma se constituiu. Posteriormente discorreremos sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, apresentando nosso entendimento e a concepção adotada na pesquisa.

Complementando este capítulo, o terceiro tópico consiste na Modelagem Matemática nos anos iniciais, apresentando a importância de atividades neste nível de ensino. Discutimos também sobre a Formação de Professores em Modelagem Matemática, de modo a apresentá-la como potencial na prática pedagógica do professor dos anos iniciais em aulas de Matemática, pois concordamos com Blum *et al.* (2007) ao destacar a necessidade de desenvolver no professor uma formação de modo a proporcionar mudanças com relação à sua prática. Acreditamos, que só é possível uma mudança por parte do professor a partir de aperfeiçoamento profissional. Para evidenciar esse fato realizamos um “estado da arte”, a fim de estabelecer relações entre atividades de Modelagem Matemática e Formação de Professores em Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, fortalecendo e localizando nossa pesquisa.

Por fim, discorreremos sobre a importância da Formação de professores nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

3.1. SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

A partir do século XIX, o ensino de matemática passou por grandes transformações. A primeira delas foi a “expansão da escolaridade e o abandono de um sistema arcaico, seletivo e aristocrático de educação” (BASTOS, 2018, p. 18). Deste modo houve a necessidade de uma reestruturação da Matemática e do ensino de matemática. Com isso, novos currículos foram reformulados dentro das universidades, de modo a aproximar a nova linguagem matemática adquirida no século XX com a matemática do Ensino Médio. Esse processo foi conhecido como Movimento da Matemática Moderna (BASTOS, 2018).

O movimento supracitado tinha como objetivo aproximar a Matemática trabalhada na escola básica com a Matemática produzida pelos pesquisadores da área. Deste modo, ações referentes ao currículo e aos conteúdos foram reformuladas ao longo dos anos. No entanto, somente a partir da década de 1970 foi que, de acordo com Burak e Klüber (2008), se passou a considerar outros aspectos envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem de matemática.

A partir de então, de acordo com Bastos (2018), um novo movimento passou a ser incorporado, o movimento da Educação Matemática, no qual tinha como foco a busca por soluções de problemas relacionados ao processo de ensino e de aprendizagem. Neste sentido, o movimento considerava tanto,

[...] a capacidade cognitiva do sujeito que aprende, a sua cultura, os fatores sociais e econômicos e a língua materna; como buscava inserir no currículo, conteúdos que até então não faziam parte do programa escolar, como estruturas algébricas, teorias de conjuntos, topologia, transformações geométricas e assim por diante (BASTOS, 2018, p. 21).

O declínio da Matemática Moderna e os novos desafios educacionais da atualidade fizeram com que pesquisadores voltassem seus olhares ao ensino de matemática, propondo novas “metodologias que contribuíssem com a formação de cidadãos críticos e conscientes dos seus direitos e deveres e que percebessem relações interdisciplinares” (BASTOS, 2018, p. 21).

De acordo com Kaviatkovski (2012), foi em meados das décadas de 1970 e 1980, que se constituiu a SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, e os primeiros programas de pós-graduação em Educação Matemática no Brasil. Neste momento, a Modelagem Matemática também foi inserida no cenário da Educação Matemática brasileira e passou a ser encarada como uma possibilidade para o ensino da Matemática na escola (MUTTI, 2016).

Biembengut (2009) relata como precursores da Modelagem Matemática no Brasil, Aristides Camargo Barreto e Rodney Carlos Bassanezi, ambos responsáveis por realizar experiências de Modelagem na Educação Matemática em cursos de formação continuada e de pós-graduação, e ainda representar o Brasil em congressos internacionais apresentando trabalhos sobre a temática. Com isso puderam implementar, na teoria e na prática, propostas de Modelagem semelhantes às aquelas que ocorriam em alguns países da Europa e Estados Unidos (BASTOS, 2018).

Desde então, podemos observar o crescente avanço que a Modelagem Matemática vêm proporcionando para a Educação Matemática, a partir de trabalhos de conclusão de cursos, dissertações, teses, além de eventos específicos em nível Regional (EPMEM), Nacional (CNMEM) e Internacional (ICTMA), dos quais buscam apresentar tanto em pesquisas, quanto em relatos de experiências, desenvolvimentos de Modelagem Matemática na Educação Básica e no Ensino Superior.

3.2. MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Concordamos com Souza e Luna (2014) que existe uma variedade de caracterizações para o que se entende por Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática. Dentre essas caracterizações as autoras destacam Modelagem Matemática como estratégias de ensino, abordagem pedagógica, processos de obtenção de modelos matemáticos, metodologias de ensino, ambientes de aprendizagem, entre outras.

Para nossa pesquisa, fundamentamos-nos nas assertivas de Almeida, Silva e Vertuan (2012), que concebem a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica na qual se faz uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não essencialmente matemático. Para isso, parte-se de uma situação problemática (em que se define um problema) e, seguindo um encaminhamento matemático, chega-se a uma situação final (solução para o problema). O encaminhamento da situação problemática para a situação final requer do modelador a formulação de um problema e a definição de metas para sua resolução, a definição de hipóteses, a formulação de previsões e a apresentação de explicações e soluções para a situação em estudo bem como a comunicação destas soluções e/ou explicações para outros (ALMEIDA, FERRUZZI, 2009).

Conceitos e procedimentos matemáticos que emergem na busca pela solução para o problema se fazem presentes por meio de linguagem matemática, por meio de representação matemática que pode ser expressa por símbolos, diagramas, gráficos, expressões algébricas ou

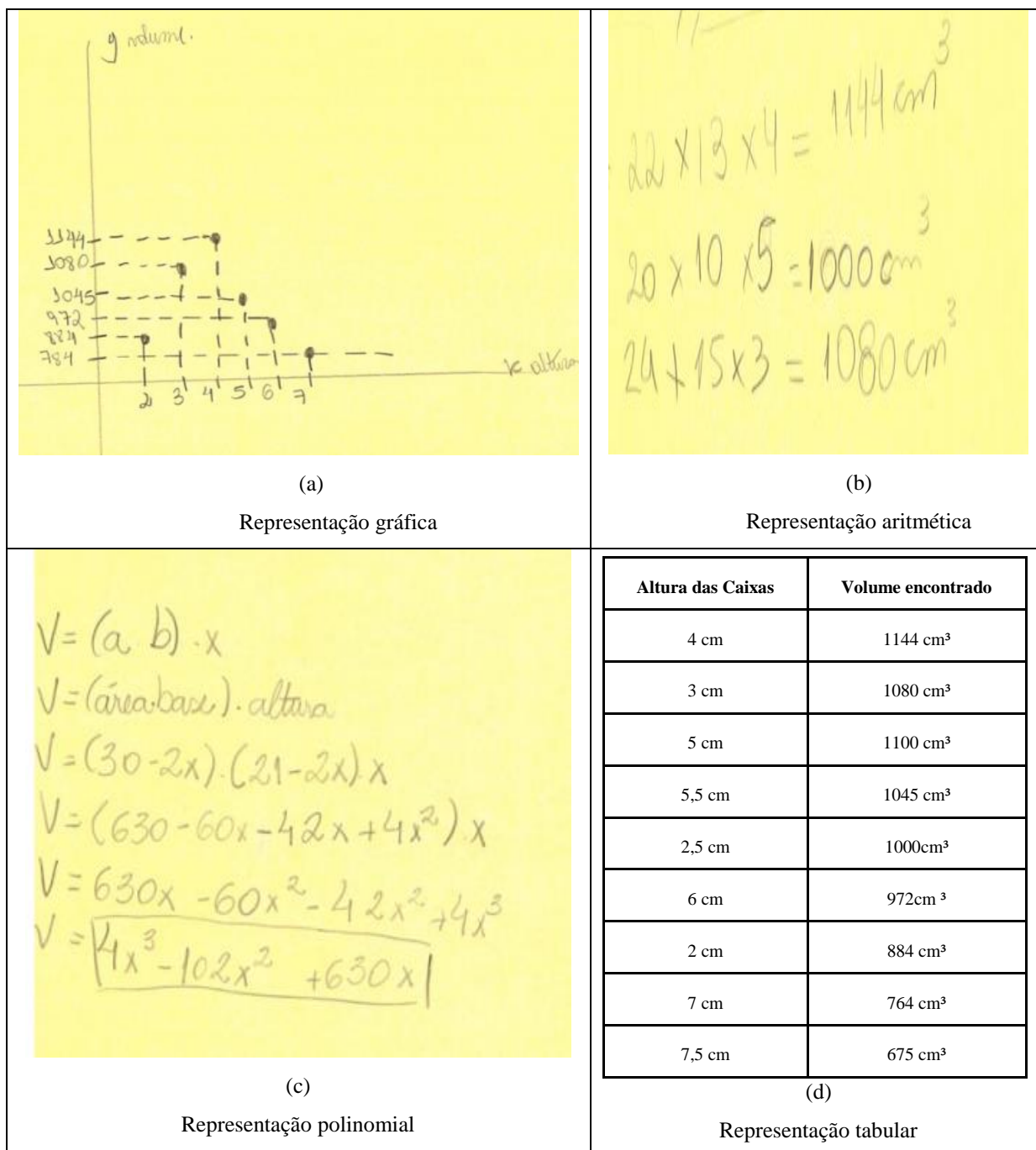
geométricas. A essa representação matemática, a literatura convencionou denotar como modelo matemático. Bassanezi (2002) destaca que a Modelagem Matemática

[...] é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2002, p. 24).

Almeida, Tortola e Merli (2012) complementam estas ideias destacando que a Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. Para os autores, modelo matemático, é o que “dá forma” à solução do problema e a Modelagem Matemática é a “atividade” de busca por esta solução. Essa “forma” é entendida como um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Doerr e English (2003) afirmam que um modelo matemático pode ser entendido como um sistema de elementos, operações, relações e regras, e pode ser utilizado para descrever, explicar ou prever o comportamento de algum outro sistema conhecido, associado a uma situação proveniente do mundo real que pode ser representada por meio da escrita de símbolos, diagramas e gráficos.

Deste modo, conceituamos modelo matemático como sendo “uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13). No primeiro trabalho desenvolvido por Gomes e Silva (2017a), sobre uma atividade de Modelagem Matemática com alunos do Ensino Médio com a temática “otimização de embalagem”, foram deduzidos modelos matemáticos seguindo diferentes representações, conforme Quadro 4:



Quadro 4 – Diferentes representações para o problema “otimização da caixa”

Fonte: Gomes e Silva (2017a).

Na representação gráfica (Quadro 4a), os alunos utilizaram uma estrutura matemática para organizar e apresentar os dados e informações de maneira objetiva por meio de um recurso visual. Na representação tabular (Quadro 4d), os alunos produziram uma estrutura matemática na qual os dados foram organizados em uma tabela, de maneira sintética e objetiva, mas que representa uma solução para o problema.

A representação polinomial (Quadro 4c) foi a que os alunos generalizaram a partir das variáveis volume (V, em cm³) e altura (x, em cm) e escreveram uma relação para a mesma.

Na representação aritmética (Quadro 4b), com as três medidas encontradas a partir das caixas confeccionadas, os alunos utilizaram a operação de multiplicação para encontrar a caixa com maior volume.

Levando em consideração as diferentes representações que se fizeram presentes em uma atividade de Modelagem Matemática, concordamos com Almeida, Silva e Vertuan (2012), quando caracterizaram como modelo matemático uma tabela, um gráfico, uma equação, entre outros. Tortola e Almeida (2016), destacam que diferentes estruturas matemáticas podem ser utilizadas pelos alunos para expressar modelos, podendo ser constituídos por inúmeras representações, sendo elas tabulares, pictóricas, descritivas, gráficas, textuais, entre outras. Os autores afirmam que nos anos iniciais há um refinamento no uso das estruturas matemáticas e no rigor com que são produzidas, além de um olhar mais autônomo com relação às regras e convenções estabelecidas no jogo de linguagem da matemática.

Atividades de Modelagem Matemática, em geral, não estão focadas na abordagem de um conteúdo específico, como se costuma observar em “exercícios de fixação” (DANTE, 1998), frequentemente utilizados nas aulas de Matemática, mas na obtenção de um modelo matemático que seja capaz de responder ao problema proposto na investigação. E é este caminho que visa a abordagem de diferentes conteúdos matemáticos, conforme a situação e os sujeitos envolvidos.

No entanto, partir de um problema e obter uma solução (modelo) para o mesmo, devemos levar em consideração alguns procedimentos, “fases” que são essenciais no momento de configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema, caracterizados por Almeida, Silva e Vertuan (2012), como inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. Na Figura 4 são apresentadas, de forma concisa, estas fases da Modelagem Matemática.

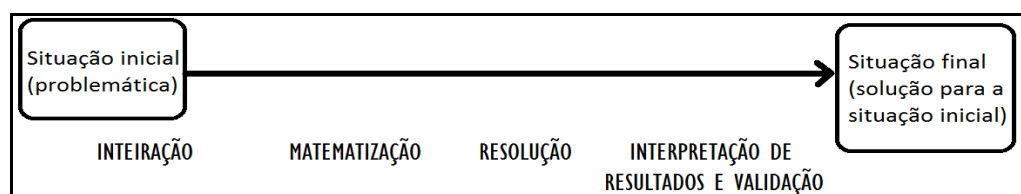


Figura 4 – fases da Modelagem Matemática
Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15).

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012) as fases podem ser caracterizadas como segue:

O termo “inteiração” remete a “ato de inteirar-se”, “informar-se sobre”, “torna-se ciente de”. Em termos da atividade de Modelagem Matemática, essa etapa representa um primeiro contato com uma situação-problema que se pretende estudar com a finalidade de conhecer as características e especificidades da situação. Implica, portanto, cercar-se de informações sobre essa situação por meio da coleta de dados quantitativos e qualitativos, seja mediante contatos diretos ou indiretos.

[...]A situação-problema identificada e estruturada na fase de inteiração, de modo geral, apresenta-se em linguagem natural e não parece diretamente associada a uma linguagem matemática, e assim gera-se a necessidade da transformação de uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem matemática). Essa linguagem matemática evidencia o problema matemático a ser resolvido. A busca e elaboração de uma representação matemática são mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente essas características.

[...]Resolução consiste na construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado na situação e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões para o problema em estudo.

[...]A interpretação de resultados indicados pelo modelo implica a análise de uma resposta para o problema. A análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da representação para a situação (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15-16).

Os autores defendem que mesmo que essas fases se constituam em procedimentos necessários para uma atividade de Modelagem Matemática, as mesmas podem não acontecer de maneira linear, por ocasionar constantes “idas e vindas” entre as mesmas. Almeida, Silva e Vertuan, (2012) finalizam destacando que as fases de desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática:

Coloca em evidência aspectos de caracterizam a Modelagem Matemática: o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são pré-definidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 17).

Deste modo os autores evidenciam elementos que caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática e constroem um esquema (Figura 5).

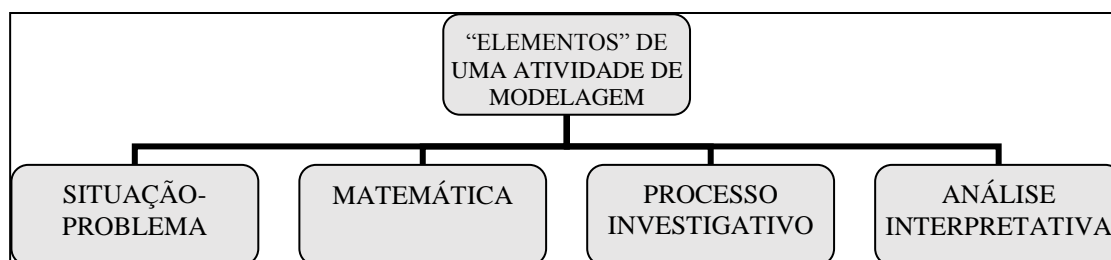


Figura 5: Elementos que caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática

Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17).

Levando em consideração as fases de uma atividade de Modelagem Matemática e os elementos destacados é que acreditamos que o uso dessas atividades em ambientes escolares possam mobilizar os alunos a vivenciar diferentes ações para responder a um problema. Todavia não é algo imediato. Almeida e Dias (2004) defendem que a implementação de atividades de Modelagem Matemática em sala de aula ocorra de forma gradativa. Segundo as autoras:

- Em um primeiro momento, são abordadas, com todos os alunos, situações em que estão em estudo a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático, a partir de uma situação problema já estabelecida e apresentada pelo professor; neste momento, a formulação de hipóteses e a investigação do problema, que resulta na dedução do modelo, são realizadas em conjunto com todos os alunos e o professor;
- Posteriormente, uma situação problema já reconhecida, juntamente com um conjunto de informações, pode ser sugerida pelo professor à classe, e os alunos, divididos em grupos, realizam a formulação das hipóteses simplificadoras e a dedução do modelo durante a investigação e, a seguir, validam o modelo encontrado;
- Finalmente, os alunos, distribuídos em grupos, são incentivados a conduzirem um processo de Modelagem, a partir de um problema escolhido por eles, devidamente assessorados pelo professor. (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 7).

Tortola (2016) sinaliza que a inserção da Modelagem Matemática no contexto escolar desde os primeiros anos contribui no desenvolvimento de habilidades, uma vez que em uma atividade de Modelagem Matemática os dados para resolver o problema não estão explícitos no enunciado, deste modo, ao resolvê-lo, os alunos demonstram mais autonomia ao passo que produzem seus próprios dados para a situação investigada.

Assim, propor aos alunos que busquem informações, faz com que os mesmos tenham a capacidade de avaliar quais dados e hipóteses são úteis para contribuir na solução do problema, ou ainda, se necessário, produzir tais dados, utilizando instrumentos apropriados para a coleta.

Autores como Burak (1994), Burak (2014) e Silva e Klüber (2014) defendem a ideia de que o uso de atividades de Modelagem Matemática podem ser inseridas em qualquer nível de ensino, alterando apenas a maneira que se deve enfatizar a atividade, ou seja, para os anos iniciais o professor deve se preocupar mais com o processo do que apenas criar modelos matemáticos. E isso se deve ao fato de que neste nível da Educação Básica, as estruturas matemáticas ainda estão em processo de construção, devendo apenas nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio a criação de modelos de forma mais sistemática (BURAK, 1994).

Para Maaß (2005), desenvolver atividades de Modelagem Matemática a partir dos anos iniciais faz com que os estudantes tenham uma outra visão da matemática que é pregada

nas escolas, ou seja, os alunos passam a modificar a crença de que a matemática é apenas uma ciência objetiva e inquestionável.

Sendo assim, a Modelagem Matemática nos anos iniciais coloca o aluno no papel de construtor de suas próprias ideias e conceitos matemáticos, tendo o papel de sujeito da aprendizagem (BURAK, 2014). O professor atua como mediador dessa aprendizagem, apresentando um ensino problematizador, dialógico, investigativo e interdisciplinar (SILVA; KLÜBER, 2014).

Há mais de vinte anos é defendida a utilização da Modelagem Matemática nos anos iniciais (VELEDA; UNIAT, 2017). No entanto, Machado (2008) destaca que são pouquíssimos os trabalhos que tratam desse tema na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Tortola (2016) relata em sua tese que esse cenário vem se modificando, tanto em nível nacional quanto em nível internacional.

Burak e Kaviatkovski (2016) destacam dois motivos incidentes a respeito da dificuldade em se desenvolver Modelagem Matemática nestas etapas de escolarização, a formação de quem ensina matemática, e a forma de ver e conceber a Modelagem Matemática.

Deste modo, podemos inferir que a respeito do primeiro motivo, a falta de conhecimento é o maior empecilho, ao passo que o segundo motivo se concentra no ensino do conteúdo, o que implica considerar a natureza dos objetos em discussão. Machado (2008) destaca, em sua dissertação de mestrado, a relevância em se desenvolver atividades de ensino que estejam ligadas ao lúdico e à realidade cotidiana das crianças.

Neste sentido podemos considerar que a Modelagem Matemática pode ser inserida na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental, porém é necessário destacar também o papel da formação do professor, como salientado por Larrosa (1999, p. 52): “[...] uma viagem aberta em que pode acontecer qualquer coisa, e na qual não se sabe onde se vai chegar, nem mesmo se vai chegar a algum lugar”.

Assim, buscando ampliar e fomentar as discussões acerca da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica, propomos no próximo subtópico, destacar a Modelagem Matemática no processo de Formação de Professores de modo a compreender como atividades dessa natureza em sala de aula pode auxiliar o professor desse nível de ensino a utilizá-la de maneira sistemática.

3.3. MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

De acordo com Van Es e Sherin (2010, p. 158), muitos contextos escolares nos quais o professor está inserido “são resistentes à mudança e assim restringem os esforços para adoção de perspectivas alternativas de ensino”. Por isso, consideramos pertinente propiciar ao professor a participação em ambientes de formação nos quais ele possa “reformular o seu pensamento, sobre o que significa conhecer e compreender a matemática, os tipos de tarefas nas quais os alunos estão envolvidos, e, o seu próprio papel na sala de aula” (SMITH, 2001, p. 4); assumir um papel de sujeito ativo na produção de conhecimentos; “engajar-se em reflexões que o auxiliem a dar sentido as suas experiências, usar este conhecimento para decisões futuras” (VAN ES; SHERIN, 2008, p. 246) e aprender a ensinar de outras maneiras.

No entanto, mesmo diante desses benefícios e da ampliação do discurso de incentivo ao trabalho com a Modelagem nas escolas, presente tanto nas pesquisas como nos documentos oficiais, a maior parte dos professores não se sente pedagogicamente preparadas a utilizar em suas práticas pedagógicas (MUTTI, 2016). Em pesquisa desenvolvida com professores dos anos iniciais, Silveira e Caldeira (2012) elencaram fatores que dificultam o trabalho com Modelagem mencionados pelos professores: a insegurança e o receio de que o desenvolvimento de atividades de Modelagem possa levar à indisciplina, notadamente em turmas numerosas; a preocupação com o não cumprimento do currículo escolar; a carga horária da disciplina de Matemática.

Para além dos fatores relacionados diretamente com a inserção de atividades de Modelagem na sala de aula, o apego a um modelo de prática pedagógica balizado na exposição oral de conteúdos matemáticos e na reprodução mecânica de exemplos de aplicação, acabam contribuindo para que os professores apresentem dificuldades em discernir os benefícios de assumir um modelo de prática mais próximo ao paradigma investigativo (SKOVSMOSE, 2000) e mais do que isso, para que eles se abram ao trabalho com a Modelagem como uma prática possível e compatível com os contextos escolares em que atuam.

Essas considerações nos levam a concordar com Barbosa (2001, p. 8) quando observa que “[...] existe uma relativa distância entre a maneira que o ensino tradicional enfoca problemas de outras áreas e a Modelagem. São atividades de natureza diferente, o que nos leva a pensar que a transição em relação à Modelagem não é algo tão simples”.

Concordamos com Almeida e Silva (2016, p. 8) quando afirmam que “para ensinar matemática por meio da Modelagem, os professores têm de estar preparados para fazê-lo”. As autoras defendem que esta preparação precisa oportunizar ao professor “*aprender sobre a*

Modelagem Matemática; *aprender por meio* da Modelagem Matemática; *ensinar usando* a Modelagem Matemática” (ALMEIDA; SILVA, 2016, p. 8).

Nesse sentido, voltar-se ao trabalho com a Modelagem pode solicitar dos professores “[...] o abandono das posturas e conhecimentos oferecidos pela socialização docente e discente e a adoção de outros” (BARBOSA, 2001, p. 8), mudanças que talvez os professores se sintam incapazes de realizar sozinhos. Ao mencionarmos isso, somos remetidos a um aspecto que é considerado por Cararo (2017), Mutti (2016) e Tambarussi (2015) preponderante no que diz respeito à decisão do professor de trabalhar ou não com a Modelagem. Referimo-nos especificamente à *Formação de Professores em Modelagem Matemática*, seja ela inicial ou continuada. Alinhando-se a isso, Mutti (2016, p. 19-20) infere que

[...] a possibilidade de adoção da Modelagem Matemática ao contexto escolar está, entre outras coisas, associada à constituição de espaços coletivos de discussão. Essa constituição perpassa por questões inerentes à Formação de Professores, pois não basta que o professor tenha domínio do conhecimento matemático, porque esse domínio, por si só, não garantirá que o docente desenvolva atividades de Modelagem em suas aulas.

Dias e Almeida (2004) destacam que para que sejam ampliadas as possibilidades de o professor adotar efetivamente a Modelagem como uma constante em suas aulas é necessário que ele seja inserido em programas de formação.

Com efeito, mais do que a simples menção da Modelagem nos cursos de formação de professores, é importante que seja considerado o fato de que a mudança da prática pedagógica dos professores “não [é construída] por acumulação de cursos, de conhecimentos ou de técnicas, mas sim através de um trabalho de reflexividade crítica sobre as práticas e de (re)construção permanente de uma identidade pessoal” (GONÇALVES, 2006, p. 52, inserção nossa).

A reflexividade crítica sobre as práticas e a (re)construção permanente da identidade pessoal dos professores são habilidades que podem ser desenvolvidas mais facilmente pelos professores se eles tiverem a oportunidade de constituir grupos de estudos com os seus pares nas instituições de ensino. Autores como Imbernón (2009; 2010) e Tardif (2013) explicitam aspectos positivos da constituição de grupos de estudos entre os professores, o que também pode ser considerado do ponto de vista da formação em Modelagem.

Entre os aspectos positivos que podem ser elencados a partir de modelos de formação e, analogamente, da formação em Modelagem, que valorizam a constituição de grupos, estão a abertura de espaços em que os professores possam discutir e compartilhar suas ideias, refletir acerca de suas próprias práticas e das atividades que desenvolvem com seus alunos,

estabelecendo, concomitantemente, paralelos com o que ressalta a literatura sobre a importância de utilizar novas metodologias no ensino.

3.3.1. Modelagem Matemática e formação de professores

Como a formação de professores em Modelagem Matemática e os anos iniciais do Ensino Fundamental são nosso foco de pesquisa, inicialmente, fizemos um estudo, estabelecendo um estado da arte que foi realizado no início do desenvolvimento da pesquisa e levou em consideração eventos em Educação Matemática, conforme Quadro 5. Isso se fez relevante, pois os eventos têm se dedicado a relatar atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais, orientando nosso entendimento de como essas atividades têm sido implementadas e discutidas.

Para isso, selecionamos artigos publicados no Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática (EPMEM 2016), Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM 2016), Conferência Nacional sobre Modelagem em Educação Matemática (CNMEM 2015), Encontro Paranaense de Educação Matemática (EPREM 2015), Seminário Internacional de Educação Matemática (SIPEM 2015) e a International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA 2007; 2009).

Nos trabalhos selecionados (GOMES; SILVA, 2017b) buscamos identificar e analisar nos anais desses eventos, artigos relacionados à Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e anos equivalentes. Esta busca resultou em 13 trabalhos conforme apresentado no Quadro 5 nas modalidades relato de experiência e comunicação científica.

Evento	Título	Modalidade	Código
XIII CNMEM 2015	Indícios de aprendizagem significativa em atividade de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Relato de experiência	RE1
	Por que a maioria das embalagens tem formato de paralelepípedo? Uma investigação por meio da Modelagem Matemática nos anos iniciais	Relato de experiência	RE2
XII ENEM 2016	O método de Modelagem Matemática, nos primeiros anos do Ensino Fundamental	Comunicação científica	CC1
	Modelagem Matemática como possibilidade de ensino nos anos Iniciais do Ensino Fundamental	Comunicação científica	CC2
	Modelos matemáticos e linguagem de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental	Comunicação científica	CC3
	Uma revisão sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Comunicação científica	CC4
	Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino	Relato de experiência	RE3

	Fundamental: explorando o tamanho do pé		
VII EPMEM 2016	Apontamentos sobre a Modelagem Matemática na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais	Comunicação científica	CC5
	O uso de proposições por alunos dos anos iniciais em uma atividade de Modelagem Matemática	Comunicação científica	CC6
	Um ensaio teórico sobre o desenvolvimento da Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Comunicação científica	CC7
XIII EPREM 2015	Modelagem Matemática em atividades nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Comunicação científica	CC8
ICTMA 13 2007	Modeling with Complex Data in the Primary School - Modelagem com dados complexos na escola primária (tradução nossa)	Relato de experiência	RE4
ICTMA 14 2009	Modelling at Primary School Through a French-German Comparison of Curricula and Textbooks - Modelagem na escola primária através de comparação de Currículos e Livros de Texto (tradução nossa).	Comunicação científica	CC9
VI SIPEM 2015	Nenhum trabalho encontrado	-	-

Quadro 5 – Síntese dos artigos selecionados para o Estado da Arte
Fonte: Autores, 2018.

Após esta seleção dos artigos relativos a Modelagem Matemática e os anos iniciais do Ensino Fundamental, realizamos a leitura completa dos mesmos, a fim de evidenciar algumas características quanto à utilização da Modelagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental e a importância da formação continuada em Modelagem Matemática dos professores desse nível de ensino.

No artigo (CC1) intitulado: *Indícios de aprendizagem significativa em atividade de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*, Munduim (2016) salienta que neste nível da Educação Básica, ao se desenvolver projetos, partir de situações reais para aulas de matemática e se envolver com outras áreas do conhecimento, são algumas das contribuições didáticas que a Modelagem Matemática oferece, tanto para alunos quanto professores. Deste modo, essa pesquisa buscou estudar, analisar e trazer a Modelagem Matemática como alternativa metodológica para os primeiros anos do Ensino Fundamental, a fim de encontrar novas possibilidades para o ensino e a aprendizagem dos saberes matemáticos. A metodologia utilizada foi a pesquisa experimental com o intuito de desenvolver uma atividade prática de Modelagem.

A autora se embasa nas assertivas de Biembengut e Hein (2013), Bean (2001), D'Ambrosio (1986), Bassanezi (2009), em sua dissertação de mestrado, apresentando características que revelam as possibilidades de desenvolvimento da Modelagem Matemática

nos primeiros anos do Ensino Fundamental, destacando suas etapas de desenvolvimento, na qual edificam uma teoria válida e consistente para o trabalho com os saberes matemáticos.

Rinaldi, Santos e Piveta (2016) e Bisconsini, Martens e Oliveira (2016), em dois trabalhos intitulados *Modelagem Matemática como possibilidade de ensino nos anos Iniciais do Ensino Fundamental* (CC2) e *Modelagem Matemática em atividades nos anos iniciais do Ensino Fundamental* (CC8), respectivamente, caracterizam a Modelagem Matemática como uma possibilidade de ensino para os anos iniciais, pois contribui para que os estudantes percebam a importância de aprender a matemática na escola e tornar essa ciência significativa para o contexto de sua realidade, pois esses sujeitos necessitam, pela idade em que se encontram, de um ensino que tenha representação e situações mais significativas, como atividades lúdicas e concretas.

Ambos artigos supracitados são de natureza científica e buscaram analisar trabalhos tanto em eventos que tratam sobre essa temática, quanto ao pesquisar no buscador google e google acadêmico pesquisas que abordam a Modelagem Matemática em práticas de sala de aula, nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Assim, refletem sobre a Modelagem Matemática enquanto tendência metodológica, a fim de apresentar sua importância em qualquer nível de ensino.

Nas pesquisas (TORTOLA; ALMEIDA; 2016, TORTOLA; SOUSA; ALMEIDA, 2016) intituladas *Modelos matemáticos e linguagem de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental* (CC3) e *O uso de proposições por alunos dos anos iniciais em uma atividade de Modelagem Matemática* (CC6), respectivamente, apresentam contribuições ao destacar o uso da Modelagem Matemática para alunos dos anos iniciais, ao analisar quais modelos matemáticos e jogos de linguagem são produzidos por esses alunos. Fundamentando suas investigações em Wittgenstein, a partir dos dados coletados em suas pesquisas por meio de registros escritos, imagens e gravações em áudio, consideram que diferentes modelos matemáticos podem ser produzidos em uma atividade de Modelagem Matemática e que essa “pluralidade pode ser associada aos conhecimentos matemáticos dos modeladores e aos usos que fazem da linguagem” (TORTOLA; ALMEIDA, 2016, p. 1).

Desta forma, salientam que a Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica possibilita a ampliação dos usos da linguagem, pois diferentes representações como números e operações, gráficos, desenhos e textos possam ser obtidos de modo a apresentar-se como um modelo na solução da atividade, podendo desencadear assim, à aprendizagem.

Quanto aos momentos de familiarização, o relato de experiência, *Por que a maioria das embalagens tem formato de paralelepípedo? Uma investigação por meio da Modelagem Matemática nos anos iniciais* (RE2), os autores Butcke e Tortola (2015) fundamentaram sua pesquisa em Almeida, Silva e Vertuan (2012), e evidenciaram que a partir de uma atividade de Modelagem desenvolvida em terceiro momento, resultou-se em uma ponte, pois a partir dela os alunos passaram a considerar conhecimentos matemáticos construídos antes da vida escolar, e também tiveram a oportunidade de construírem novos conhecimentos a partir do desenvolvimento da atividade. Com isso os autores caracterizam benefícios da utilização da Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Já a experiência apresentada por Dente, Rhfeldt e Quartieri (2016) denominada *Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: explorando o tamanho do pé* (RE3), teve por objetivo apresentar uma atividade explorada durante uma prática pedagógica desenvolvida com alunos dos anos iniciais. Tal atividade seguiu os passos de Burak e Aragão (2012), com relação ao uso da Modelagem Matemática e, desta forma, seguiram algumas etapas de acordo com os pressupostos dos autores como a escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento de Problemas, Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema; para, analisar criticamente as soluções por eles encontradas. Assim, os autores da pesquisa evidenciaram a potencialidade da Modelagem Matemática no desenvolvimento de atividades voltadas aos anos iniciais, tanto a considerar conhecimentos já desenvolvidos, quanto na construção de conhecimentos a partir da atividade.

Outra experiência apresentada por English (2007), em *Modeling with Complex Data in the Primary School - Modelagem com dados complexos na escola primária (tradução nossa)* no trabalho (RE4), apresentou contribuições quanto à aprendizagem no uso de situações-problema para crianças do ensino primário em diferentes domínios. O autor destaca que tais situações permitem uma diversidade de abordagens e soluções e, com isso, crianças de diferentes níveis escolares podem ser capazes de resolvê-las.

O artigo em questão descreve a experiência de um professor, ao desenvolver atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais a partir de situações-problema destacando sua contribuição em cada ciclo da atividade. Os alunos interpretaram as informações contidas no problema, expressaram suas ideias sobre como cumprir o objetivo do problema, testaram sua abordagem em relação aos critérios e dados fornecidos, revisitaram a informação do problema e sua abordagem, implementaram uma nova versão e a testaram.

Com isso, proporcionar às crianças uma vivência com uso de situações-problema de Modelagem Matemática facilita diferentes trajetórias do aprender na construção de conceitos matemáticos, ou seja, apresentam diferentes caminhos a seguir, o que faz com que as crianças sejam capazes de optar pela melhor opção para construção de sua aprendizagem matemática.

A pesquisa de Silva e Burak (2016) em CC5, intitulada *Apontamentos sobre a Modelagem Matemática na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais*, buscou apresentar e dar enfoque sobre a Modelagem Matemática na formação de professores dos anos iniciais e apresentar considerações sobre vivências e construção de conhecimentos com a utilização desta metodologia. Consideram a importância da Modelagem Matemática em sala de aula como forma a propor um ensino de Matemática mais significativo, tanto para professor quanto para os alunos. Em consequência disso, defendem a necessidade de cursos de formação inicial e continuada voltados a profissionais responsáveis pela educação nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Assim, realizaram um levantamento por meio de uma pesquisa bibliográfica a fim de proporcionar uma compreensão de como o uso de Modelagem Matemática em sala de aula pode favorecer o aperfeiçoamento profissional desses professores, apresentando-se como uma possibilidade de aprender sobre a metodologia e até mesmo de despertar o gosto por aprender matemática que nem sempre, segundo os autores supracitados, é apreciada por esses profissionais.

Cabassut e Wagner (2011) no trabalho intitulado *Modelling at Primary School Through a French-German Comparison of Curricula and Textbooks - Modelagem na escola primária através de comparação de Currículos e Livros de Texto (tradução nossa)* em CC9, apresentam uma reflexão teórica baseada na Teoria Antropológica da Didática (ATD). Os autores destacam o ensino de Modelagem Matemática como um caminho a se chegar ao conhecimento matemático, em que a partir de problemas do mundo real ocorre uma transposição no ambiente escolar, tornando-se um método possível a todos os níveis escolares, inclusive nos anos iniciais. A pesquisa buscou, a partir da literatura francesa, atividades que possam ser desenvolvidas por meio da modelagem, visto que muitos livros didáticos não apresentam atividades de modelagem, mas sim tarefas, que ajudam a alcançar objetivos parciais.

Os autores concluem que a Modelagem não é uma maneira explícita considerada nos livros didáticos para o ensino, mas pode ser implicitamente considerada a fim de contribuir na preparação dos alunos para anos secundários, de modo a oferecer diferentes abordagens a partir de atividades propostas nos livros.

A investigação realizada por Zanella e Kato (2016) denominada *Um ensaio teórico sobre o desenvolvimento da Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental* (CC7), buscou identificar quais concepções de Modelagem Matemática foram assumidas em pesquisas desenvolvidas com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em nível nacional e internacional.

A pesquisa desenvolvida abordou concepções de Modelagem Matemática disponibilizados pela plataforma Google Acadêmico, fundamentada em autores como Almeida, Silva e Vertuan (2012), Barbosa (2001), Burak (1992) e Blum (2006) e buscou identificar o que esses trabalhos revelam sobre os conceitos matemáticos e suas relações com as situações-problema, evidenciando a importância da problematização em atividades de Modelagem Matemática sob diferentes perspectivas, como o uso da linguagem, da aprendizagem significativa e a teoria dos campos conceituais.

No relato (RE1) de Gerolômo, Milani e Almeida (2015) intitulado *Indícios de aprendizagem significativa em atividade de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental* é apresentada uma experiência realizada com alunos dos anos iniciais na qual buscam evidenciar características sobre a ocorrência de aprendizagem significativa em sala de aula. Fundamentadas na teoria de David Ausubel e seus pressupostos, a partir do desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática com 43 alunos do quinto ano do Ensino Fundamental, encontraram indícios de aprendizagem significativa a partir da atividade desenvolvida.

A pesquisa dos autores Martens e Klüber (2016) intitulada *Uma revisão sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental* (CC4), apresenta uma investigação das dissertações que tiveram como foco de estudo a Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesta pesquisa, os autores destacam um crescimento significativo das pesquisas sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais nos últimos anos e chamam a atenção para a necessidade de maiores investimentos e compromisso com a formação inicial e continuada de professores da Educação Básica, sinalizando a importância de um currículo aberto e flexível ao uso de diferentes tendências, em especial, a Modelagem Matemática.

Das leituras realizadas, podemos evidenciar que os trabalhos que abordam a Modelagem Matemática nos anos iniciais vêm aumentando gradativamente ao longo dos anos, porém quando analisados em relação aos outros níveis escolares, ainda caminha a passos lentos. Nesse sentido, para superar desafios de inserção da Modelagem em sala de aula, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, consideramos necessários mais investimentos

na formação inicial e continuada de professores, de modo a oportunizar aos docentes, reflexões teóricas e práticas sobre tais experiências.

Assim, compreendemos que atividades de Modelagem Matemática proporciona tanto ao professor quanto ao aluno, conhecer aplicações da matemática, na resolução de problemas do mundo real, participando na construção e produção de conhecimentos, caminhando em direção aos documentos normativos atuais. Logo vislumbrar a Formação de professores em Modelagem Matemática busca potencializar a formação do professor polivalente, e esta pesquisa proporcionou uma análise crítico/reflexiva para estabelecer o estado da arte para a fundamentação teórica em estudo, apresentando considerações que cada autor descreve em relação a estes temas.

3.4. FORMAÇÃO DE PROFESSORES NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Conforme observado anteriormente no subtópico 3.1. deste capítulo, o movimento do qual originou a Educação Matemática, foi responsável por dois principais objetivos:

- a) compreender como ocorre a aprendizagem dos conceitos matemáticos pelos alunos;
- b) buscar estratégias metodológicas das quais pudessem aprimorar a aprendizagem dessa disciplina (PIRES, 2008).

Neste sentido, Mutti (2016) descreve que, a partir desses objetivos, reflexões puderam ser tomadas sobre a aprendizagem da matemática, sobre o currículo e sobre o ensino. Deste modo, Quartieri e Knijnik (2012) relatam que com essas reflexões, o currículo deixou de ser classificado apenas como um documento de organização de disciplinas, mas sim como a união de todas as atividades da escola significativas aos saberes dos alunos. Pires (2008) argumenta que:

[...] em todo o mundo buscou-se construir currículos de Matemática mais ricos, contextualizados culturalmente e socialmente, com possibilidades de estabelecimento de relações intra e extra-matemática, com o rigor e a conceituação matemáticos apropriados, acessível aos estudantes, evidenciando o poder explicativo da Matemática, com estruturas mais criativas que a tradicional organização linear (PIRES, 2008, p. 15).

No entanto, mesmo com o impulso na reestruturação de currículos em nível nacional fortalecidos pelo movimento da Educação Matemática, houve a necessidade de alteração nas propostas curriculares para o ensino da Matemática em todo o país. Isso, de acordo com Mutti

(2016), fez com que ao final da década de 1980, o Paraná produzisse um documento de referência curricular para a rede pública de Ensino Fundamental denominado Currículo Básico.

O Currículo Básico de Matemática do Estado do Paraná descreve a importância do aprender matemática como a interpretação, a criação e o desenvolvimento de seus próprios instrumentos para resolução de um problema, ou seja, segundo este currículo o ensino não estava ligado apenas em saber utilizar fórmula e fazer contas, mais sim ir muito mais além.

Neste sentido, Curi (2002) considera que o conhecimento do professor deve ir além de conhecer conceitos ligados à área de ensino ao qual atua. Podemos evidenciar que Brasil (1997) aponta que neste nível de ensino o professor, além de conhecer os conteúdos de matemática, deve conhecer como tratá-los, a fim de que a aprendizagem do aluno se efetive. Serrazina (2003) afirma que o processo de ensino deve acontecer de maneira prazerosa tanto aos alunos como aos professores, pois é fundamental que o professor que pretende atuar nos anos iniciais se sinta à vontade em relação à Matemática que vai ensinar.

Nacarato, Mengali e Passos (2009, p. 34), afirmam que “a aprendizagem da matemática não ocorre por repetições e mecanizações, mas se trata de uma prática social que requer envolvimento do aluno em atividades significativas”. Sendo assim, os professores dos anos iniciais precisam buscar formas para que haja contextualização de conteúdos a fim de apresentar uma matemática aliada à realidade. Para tanto, é necessário que o professor tenha formação adequada, a fim de que desenvolva diferentes maneiras de construção do conhecimento matemático aos seus alunos.

Trivilin e Ribeiro (2015) complementam que esta preocupação voltada à qualidade do ensino de Matemática é uma questão que vem sendo investigada desde as décadas de 1950 e 1960. As avaliações de ensino promovidas por órgãos públicos foram utilizadas de forma a classificar o baixo rendimento dos alunos em Matemática. No entanto, essas avaliações foram essenciais para estudos voltados a resultados insatisfatórios que culminaram em reformas curriculares ocorridas no Brasil e em diferentes países do mundo. Segundo as autoras:

As inovações curriculares trouxeram para a discussão o perfil do professor de Matemática, pois sua atuação marca de forma decisiva as aprendizagens dos alunos e sua contribuição é essencial para viabilizar mudanças significativas nos sistemas de ensino. Uma questão que tem definido rumos de investigações se refere aos conhecimentos que os professores necessitam deter para poder ensinar. As preocupações com essa questão têm levado pesquisadores a adotar o conceito de *conhecimento de base*, que, em termos gerais, se refere ao conhecimento que os professores devem possuir para realizar um bom ensino (TRIVILIN; RIBEIRO, 2015, p. 40).

O conhecimento de base traz para discussão saberes que o professor precisa dominar para ensinar esta disciplina (TARDIFF *et al.*, 1991). Santos, Ortigão e Aguiar (2014) destacam que muitos autores enfatizam o que deve ser esperado em relação ao domínio do conteúdo que se pretende estudar. No entanto chamam a atenção para a dificuldade do professor relacionar este saber com o modo como é conduzida a aula.

Desta maneira concordamos com Schimitz (2000) ao voltarmos nossos olhares aos processos de ensino ligados aos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois nos dias de hoje consideramos que o ensino de matemática deve ir além de apresentar fórmulas, saber fazer contas ou assinalar corretamente uma questão. É necessário promover maneiras de desenvolver nos alunos diferentes tipos de raciocínios, sejam eles, lógico, funcional, algébrico, geométrico entre outros a fim de que os alunos sejam capazes de interpretar, abstrair, generalizar, levando-os a construir seus próprios significados.

Considerando esses apontamentos é que em nossa pesquisa nos debruçamos em articular a formação continuada de professoras dos anos iniciais e a Modelagem Matemática a partir da constituição de um grupo de estudos no qual se sintam seguras para enfrentar os desafios de implementar em suas aulas Modelagem Matemática.

4 - AS PROFESSORAS NAS ETAPAS DE FORMAÇÃO: CONTEXTO, DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

“O professor não ensina, mas arranja modos de a própria criança descobrir. Cria situações-problema.”

(Jean Piaget)

Neste capítulo analisamos, a partir dos dados coletados no grupo de estudos, registros produzidos por professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao resolver, elaborar e desenvolver atividades de Modelagem Matemática na busca por reflexões de nossa questão de pesquisa, aliadas às questões norteadoras conforme Figura 6.

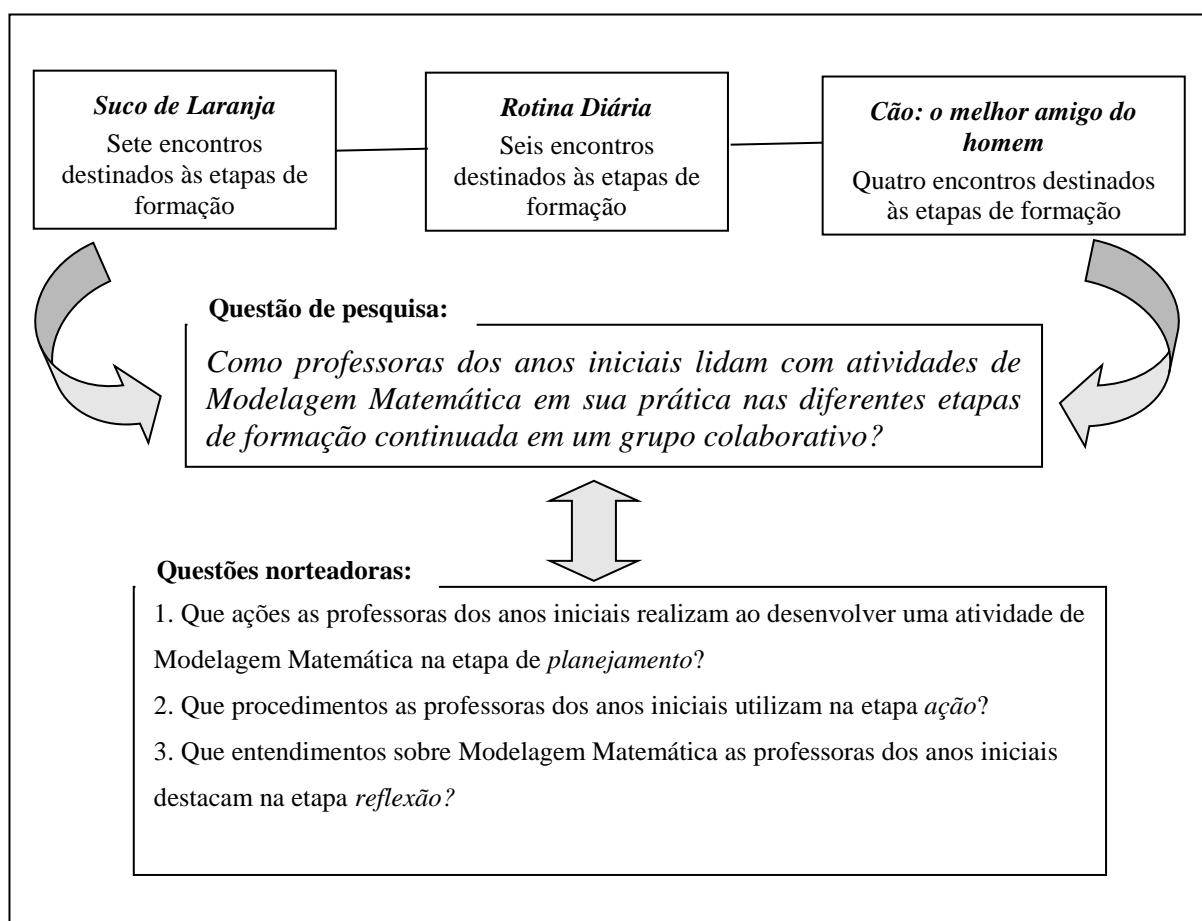


Figura 6: Síntese das atividades às etapas de formação em Modelagem Matemática

Fonte: Autores, 2018.

Conforme apresentamos na Figura 6, foram desenvolvidas três atividades de Modelagem Matemática cujas temáticas foram escolhidas em conjunto com a pesquisadora e

orientadora, quais sejam: SUCO DE LARANJA, ROTINA DIÁRIA e CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM.

Utilizamos a metodologia de pesquisa linhas narrativas e Árvore de Associação de Ideias (SPINK, 2013) para emergir a análise de interpretação dos dados. A partir da questão de pesquisa, buscamos inferir sobre o processo de formação de professoras dos anos iniciais em Modelagem Matemática de modo a destacar encadeamentos e reflexões. As interpretações dos dados para cada etapa de formação em Modelagem Matemática são apontadas ao final de cada subtópico.

O recurso das linhas narrativas foi utilizado para explicitar os argumentos das professoras, quando as ideias eram longas. Isso proporcionou apresentar reflexões sobre sua prática a fim de captar argumentos para contribuir com reflexões para a questão de pesquisa. A partir de ideias centrais, utilizamos quadros, figuras, linhas e setas que culminaram na elaboração de árvores de associação de ideias para cada etapa de formação, bem como a elaboração de uma árvore central para cada atividade.

4.1. AS TEMÁTICAS PARA AS ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA E A INCLUSÃO DA PESQUISADORA-FORMADORA

Quando fui orientada¹⁰ a desenvolver a pesquisa no grupo de estudos, do qual já participava desde 2017, comecei a pensar quais atividades seriam revelantes para ser desenvolvidas. Como as atividades só tiveram início em outubro, tive tempo para observar o perfil de cada professora, seus relatos em relação à prática para então planejar as três atividades desenvolvidas no grupo GEAMAI. Neste momento da pesquisa, discorremos sobre como aconteceu a escolha da atividade a ser analisada.

A atividade SUCO DE LARANJA foi planejada considerando que algumas professoras estavam trabalhando em sala de aula com o tema alimentação saudável. Como no planejamento para o desenvolvimento da coleta de dados pelos participantes para então se definir, hipóteses, variáveis e um modelo matemático, considerei interessante apresentar esta temática a fim de iniciar o processo de formação das professoras dos anos iniciais em Modelagem Matemática.

¹⁰ Em alguns momentos do texto, utilizamos a primeira pessoa do singular, devido à experiência da coleta de informações ter sido realizada apenas pelo olhar da pesquisadora.

A atividade ROTINA DIÁRIA foi planejada levando em consideração a volta às aulas, visto que a partir de alguns relatos das professoras, alguns alunos haviam trocado de período escolar (período vespertino para o período matutino). Assim a proposta buscou apresentar as professoras, uma possibilidade de conscientização dos alunos perante o tempo gasto para cada atividade realizada em um dia escolar e sua importância para uma rotina escolar saudável.

Para a atividade CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM, optamos por apresentar uma temática bastante presente nas relações sociais, tendo em vista que o cachorro é o pet mais querido em relação ao povo brasileiro. Além da capacidade de criar apego e relação emocional, a inteligência dos cães é outro ponto característico para possíveis investigações em sala de aula. Assim, a proposta se pautou em investigar a idade canina com relação a idade humana e assim estabelecer algumas relações.

Com relação ao processo que teve como foco a inclusão pesquisadora nas etapas de formação, passando a ser pesquisadora-formadora, no dia 18/10/2017, tive a oportunidade de iniciar o processo de formação das professoras em Modelagem Matemática. Estava um tanto ansiosa, pois não havia participado de uma experiência como esta até então. Não estava preocupada com os participantes, pois já os conhecia desde abril do mesmo ano, quando o GEAMAI se consolidou. Minha preocupação voltava-se com a seguinte indagação: *Será que vai acontecer Modelagem Matemática a partir dessa situação-problema?*

Pois bem, desenvolvi a temática SUCO DE LARANJA com meus alunos do terceiro ano do Ensino Fundamental ao qual era professora de contraturno a fim de promover um ensaio da atividade e obter mais elementos para contribuir nas etapas de formação. Esse ensaio me proporcionou, além de vivenciar uma primeira experiência com Modelagem Matemática nos anos iniciais, segurança perante ao GEAMAI pois também seria minha primeira experiência como formadora.

As professoras formadoras responsáveis pelo GEAMAI (F1, F2 e F3) me deixaram à vontade para exercer o papel de pesquisadora-formadora¹¹ e desenvolver, ao longo de alguns encontros, minha coleta de dados, na qual consistia em evidenciar *Como professoras dos anos iniciais lidam com atividades de Modelagem Matemática em sua prática nas diferentes etapas de formação continuada em um grupo colaborativo?* Desta forma, agradei a oportunidade e solicitei que os participantes do grupo GEAMAI se integrassem à pesquisa

¹¹ A partir de então utilizaremos o termo pesquisadora-formadora, referindo à pesquisadora dessa dissertação.

após a leitura e assinatura do termo de consentimento livre e esclarecido preenchido pelos mesmos (Apêndice A).

4.2. ATIVIDADE SUCO DE LARANJA

4.2.1. Primeira etapa de formação - *Planejamento*

A primeira etapa de formação com a atividade SUCO DE LARANJA, aconteceu nas dependências da Universidade Estadual de Londrina – UEL na sala destinada a encontros do GEAMAI. Estavam presentes doze participantes, entre eles sete professoras dos anos iniciais, dois alunos de graduação, duas professoras formadoras e a professora pesquisadora-formadora que a partir de então seria responsável pelas etapas de formação.

Um questionário (Apêndice B) foi entregue para que fosse respondido a fim de coletar informações para a pesquisa. As perguntas eram sobre dados pessoais de formação acadêmica, tempo de serviço, além de questões em relação à prática pedagógica das professoras após a participação de processos de formação continuada, conceitualização da disciplina de Matemática, e conhecimento sobre Modelagem Matemática.


A atividade foi desenvolvida em três pequenos grupos e, nesta divisão, as professoras formadoras não fizeram parte, levantando apenas indagações ou reflexões quando solicitadas por algum participante, ou quando achavam necessário, deixando para a pesquisadora-formadora o papel de orientadora da atividade. O Quadro 6 representa a divisão dos pequenos grupos bem como sua formação profissional e seu conhecimento sobre Modelagem Matemática, destacamos em negrito os nomes das professoras foco de nossa análise.

Participantes	Informação
Grupo 01	<i>Lulu</i> : Professora dos anos iniciais. Nunca teve contato com Modelagem até então. <i>Vivi</i> : Professora dos anos iniciais. Nunca teve contato com Modelagem até então. <i>Tutu</i> : Aluno de graduação. Conhece Modelagem Matemática por ter vivenciado em sala de aula.
Grupo 02	<i>Dada</i> : Professora dos anos iniciais. Teve uma “noção” sobre Modelagem Matemática a partir de um evento regional, no qual a mesma participou, durante o ano de 2017. <i>Lili</i> : Professora dos anos iniciais. Teve uma “noção” sobre Modelagem Matemática a partir de um evento regional, no qual a mesma participou, durante o ano de 2017. <i>Fifi</i> : Professora dos anos iniciais. Diz desenvolver atividades de Modelagem Matemática, após aprender por meio e estudos no qual sua filha (aluna de graduação Jaja) desenvolve a partir de projetos de iniciação científica. <i>Juju</i> : Professora dos anos iniciais. Passou a conhecer em cursos de capacitação, seminários e congressos. Para ela Modelagem Matemática é <i>partir de problemas reais, e por meio de</i>

	<i>um modelo matemático buscar a solução.</i>
Grupo 03	<p><i>Nana:</i> Professora dos anos iniciais. Nunca teve contato com Modelagem até então.</p> <p><i>Jaja:</i> Aluna de graduação. Conhece Modelagem Matemática por ser a linha de pesquisa na qual seu projeto de iniciação científica faz parte.</p> <p><i>Nenê:</i> Professora dos anos iniciais. Nunca teve contato com Modelagem até então.</p>

Quadro 6 - Divisão dos grupos e características sobre formação profissional e Modelagem Matemática
Fonte: Autores, 2018.

A atividade foi gravada em vídeo e áudio e, com a divisão dos pequenos grupos, foi entregue a folha¹² com informações sobre a temática SUCO DE LARANJA, conforme Quadro 7, e uma folha de sulfite em branco para que utilizassem de modo a coletar dados com relação à produção escrita dos pequenos grupos.

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">O suco de laranja</p>  <p>De acordo com o SEBRAE – O consumo de sucos naturais está cada vez maior. Fato que se deve ao baixo investimento, pois são poucos os eletrodomésticos essenciais e necessários para venda de sucos naturais, em especial o de laranja. Uma refresqueira, espremedor de laranja, liquidificador e um bom refrigerador garantem uma boa rentabilidade, e baixo custo.</p> <p><i>Sucos: o único setor do food service no qual “espremer” é uma atividade que rende lucros, e não sufoco.</i></p> <p>“Suco de laranja você vende o ano todo, não tem época, não tem região”.</p> <p>http://www.foodserviceneeds.com.br/sucos-naturais-estao-em-alta/</p>	<p>A origem da laranja é controversa, relatos históricos situam as mais remotas plantações de laranjas há 2 mil anos em diversas regiões da Ásia. A laranja atingiu a Europa na idade média depois de circular pela África e a região da península Arábica.</p> <p>Os portugueses, na época dos descobrimentos, introduziram os diferentes tipos de frutos cítricos nas regiões em ocupação, observando a fácil adaptação climática e geológica. No Brasil, o início do plantio se fez nas regiões do Nordeste e Bahia, sendo depois conduzida a região Sul e Sudeste.</p> <p>A utilização dos sucos cítricos, ricos em vitamina C, foi uma das maiores descobertas médicas dos navegadores, na prevenção e cura do escorbuto, causado pela falta dessa vitamina. A laranja é um alimento rico em vitaminas, principalmente a C e A, bem como antioxidantes (Flavonóides – Hesperidina) e minerais (Potássio, Fósforo, Cálcio e Magnésio).</p> <p>O suco de laranja é o suco de fruta número 1 no mundo. É feito ao espremer a laranja fresca, podendo ser totalmente natural, ou pela concentração do suco e mais tarde acréscimo da água/açúcar/gelo ao concentrado.</p> <p>http://top10mais.org/top-10-bebidas-mais-consumidas-no-mundo/#ixzz4vTgRvBQ4</p>
	<p>Problema:</p> <div style="border: 1px solid black; height: 60px; width: 100%;"></div>

Quadro 7 - Primeira atividade de Modelagem - Suco de laranja
Fonte: Autores, 2018.

Com as folhas da atividade em mãos, realizei a leitura da mesma enquanto roda de conversa com todos os participantes. Posteriormente, os pequenos grupos passaram a se inteirar da situação como destacado na primeira fase de desenvolvimento de uma atividade de

¹² Apêndice C.

Modelagem Matemática como proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012) na qual a partir da situação-problema buscavam estabelecer um problema a ser modelado. Na Figura 7 apresentamos a divisão dos pequenos grupos (grupo 01, 02 e 03), bem como a fase de inteiração.

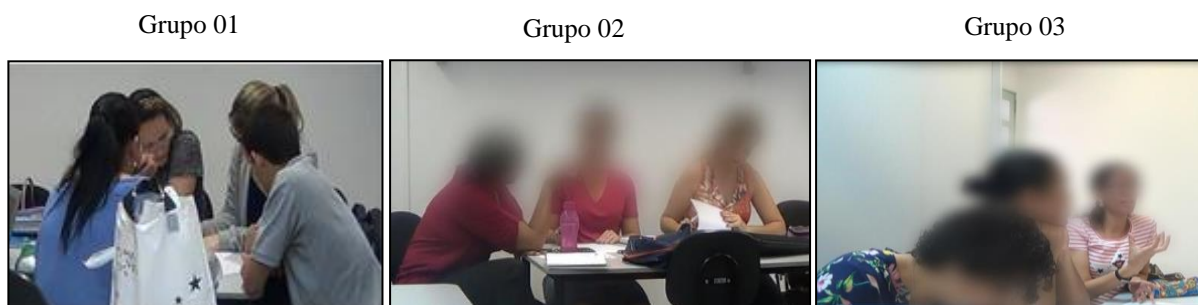


Figura 7: Inteiração dos pequenos grupos com a situação da primeira atividade suco de laranja
Fonte: Autores, 2018.

As discussões nos pequenos grupos buscaram refletir sobre entendimentos de suco de laranja. A inteiração do grupo 02 foi transcrita destacando este fato:

Dada: Suco é puro, somente laranja!

Lili: Sim, quando se adiciona água se torna refresco!

A partir dessas inteirações nos pequenos grupos, os participantes iniciaram a coleta de informações para então definir o problema a ser investigado e que caminho seguir sua solução. Compreender o que é suco de laranja, de certa forma, orientou o encaminhamento para a definição do problema a ser investigado pelos grupos. Uma transcrição que reflete a discussão entre pesquisadora-formadora, e participantes do grupo 03 está apresentado a seguir:

Joice: Vocês já definiram o problema?

Jaja: Não.

Nana: Ainda não sabemos qual problema elaborar.

Para esta atividade, os dados não estavam explícitos, então optei por levar alguns objetos que poderiam ser úteis para seleção de variáveis, formulação de hipóteses e simplificações. Entre estes objetos estavam laranjas, espremedores, copos descartáveis com diferentes capacidades, balança digital e copo medidor de modo a buscar experimentalmente os dados necessários para obtenção do modelo matemático.

Os grupos 01, 02 e 03 ainda estavam se inteirando da situação-problema e se mostravam um pouco confusos sobre qual problema elaborar. Neste momento informei que os objetos presentes na mesa poderiam ser utilizados de modo a contribuir na elaboração e resolução do problema. Destacamos então a intenção do grupo 03 ao levantar-se e ir para a

mesa onde estavam os objetos (laranjas, balança, espremedores, copos) para terem uma ideia de como elaborariam o problema.

Com isso, compreendemos que a fase de inteiração abriu caminho para a coleta de dados, pois de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), os participantes foram em busca de informações, e isso se faz a partir da coleta de dados. Nesta atividade, as professoras mediram a massa da laranja utilizando a balança digital, espremeram algumas delas com os espremedores elétricos e coletaram a quantidade de suco (em ml) no copo medidor (Figura 8).



Figura 8: procedimentos do Grupo 03 para coleta de dados

Fonte: Autores, 2018.

A transcrição a seguir apresenta as discussões entre uma professora do grupo 03 e uma professora formadora que levantou alguns questionamentos sobre a elaboração do problema a ser investigado:

Nana: A gente está pesando (laranjas) para depois espremer e ter uma ideia.

F1: Qual é a ideia?

Nana: É ver quanto de suco tem uma laranja média, vamos supor que tenha 20ml, ou a gente faz um arredondamento. Sabendo que uma laranja média possui 20ml de suco, quantas laranjas serão necessárias para fazer 1 jarra de suco.

F1: Ah, então vocês já têm a ideia do problema?

Nana: Pelo menos no Quinto ano, eles já fazem esse tipo de problema.

Com os objetos em mãos, o grupo 03 escolheu duas laranjas nas quais se classificadas como laranja maior e laranja menor, pesou as duas para então realizar o cálculo da média aritmética entre as massas, definindo assim a massa de uma laranja média. Com isso, o grupo buscou encontrar uma laranja que tivesse massa igual, ou mais próxima definindo-a enquanto “laranja média”. Com relação ao que seria uma laranja média, os outros participantes ainda demonstraram dúvidas. Uma participante do grupo 03 fez a seguinte exclamação:

Vivi: Então a gente estava até pensando quantas laranjas são necessárias para uma jarra de suco, mas aí entra a questão que cada laranja tem um peso.

Deste modo, destacamos a importância do trabalho colaborativo, pois mesmo que apenas o grupo 03 tenha apresentado a pré-disposição em coletar seus dados, eles apresentaram sua coleta para o grupo 01 e grupo 02 a fim de contribuir na elaboração do problema de todos.

Ferreira (2003) destaca a importância de momentos como estes, ao passo que trabalhar colaborativamente proporciona o compartilhamento de experiências, saberes e aprendizagens da prática docente. Com isso, a busca por inovações e soluções para os problemas que possam emergir no cotidiano escolar torna-se elemento de reflexão quando trabalhados de maneira colaborativa, fazendo com que professores sejam sujeitos ativos de sua própria formação. Por meio da linha narrativa (Figura 9) buscamos destacar este momento de colaboração entre os participantes do grupo 03 com os demais participantes:

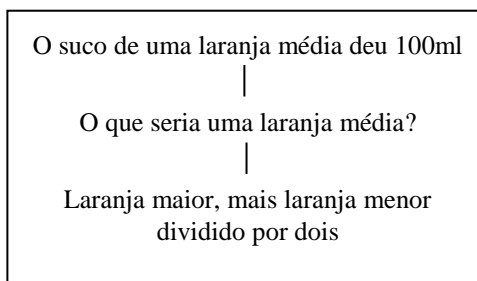


Figura 9: Linha narrativa do Grupo 03
Fonte: Autores, 2018.

Com os dados coletados, os três grupos buscaram definir uma situação a ser investigada. Neste momento pudemos evidenciar que, para elaborar o problema, as professoras dos anos iniciais voltaram-se à sua prática pedagógica. Isso pode ser evidenciado a partir do Quadro 8 quando transcrevemos as falas das professoras nesta fase da Modelagem Matemática.

Grupos	Reflexões	Turma foco para elaboração do problema
Grupo 01	Vivi: O segundo ano ainda usa muitos desenhos para representar uma situação.	2º ano do Ensino Fundamental.
Grupo 02	<p>Dada: Gente eu estou trabalhando medidas de capacidade, nossa a gente é tão ligada a isso [voltando-se a sua turma de quarto ano] [risos].</p> <p>Lili: Como para as crianças a gente também pode usar a dúzia! [Voltando-se as turmas dos anos iniciais]</p> <p>Dada: Trabalhar com as crianças, porque elas não têm muita noção disso, a gente tem... Eles não têm noção de quilograma e dúzia!</p>	4º e 5º anos do Ensino Fundamental

Grupo 03	Nana: O quinto ano resolve muitos problemas... Ah quantos ml são necessários para um litro, um litro e meio, aí a gente pode estipular um problema desse tipo	5º ano e 2º ano do Ensino Fundamental.
----------	---	--

Quadro 8 - Reflexões sobre o problema a ser planejado a partir da prática pedagógica
Fonte: Autores, 2018.

A partir dos problemas elaborados, pudemos evidenciar a utilização de elementos que foram caracterizados a partir das reflexões no GEAMAI sobre a prática pedagógica das professoras com relação às turmas nas quais lecionavam no momento da primeira atividade SUCO DE LARANJA. O Quadro 9 apresenta o problema elaborado por cada grupo com base nessas reflexões:

Grupo	Problema elaborado
Grupo 01	<p>Problema: Na hora do lanche cada copo receberá um copo de 200ml de suco de laranja. Sabendo que cada jarra tem a capacidade de 1l, quantas jarras serão necessárias para atender 20 copos?</p>
Grupo 02	<p>Problema: Medidas de Capacidade. Quantas laranjas serão necessárias para fazer 1 litro de suco?</p>
Grupo 03	<p>1) Quantas laranjas são necessárias para encher uma jarra?</p> <p>1b) Observando seu estoque, o dono do restaurante percebeu que existem 15 laranjas apertas. Essa quantidade de laranjas é suficiente para encher a jarra? Se não, quanto de água terá que ser acrescentado para completar a jarra?</p> <p>1-c) Num evento, o mesmo restaurante atenderá 26 clientes, e cada um receberá um copo de 300 ml de suco de laranja. usando estas informações calcule:</p> <ol style="list-style-type: none"> o número de laranjas para encher 1 copo. o número de laranjas para encher 26 copos. quantos litros serão necessários para encher os 26 copos. Sabendo que 6 laranjas pesam 1kg e o preço da laranja este R\$ 1,00 o kg, quanto reais o dono do restaurante gastou para servir os 26 clientes.

Quadro 9 - Problemas elaborados pelos três grupos
Fonte: Autores, 2018.

De modo a analisar como as professoras elaboraram e resolveram o problema, optamos por considerar a produção escrita dessas professoras nos referidos grupos. No grupo 01, a partir do problema elaborado, evidenciamos elementos que caracterizam o uso de todos os dados do problema, ou seja, para resolver o mesmo, os participantes deveriam apenas fazer uso de alguma operação matemática (adição, multiplicação e divisão).

Com isso, evidenciamos que o grupo 01, elaborou um problema de rotina (DANTE, 1998), muito presente em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Isso reflete no modo como as professoras caracterizam problema, para o qual não se exigiu grau de complexidade algum na busca pela solução, o que vai de encontro ao que Polya descreve:

O problema que não se resolve por rotina exige um certo grau de criação e originalidade por parte do aluno, enquanto o problema de rotina não exige nada disso. O problema a ser resolvido sem rotina tem alguma possibilidade de contribuir para o desenvolvimento intelectual do aluno, enquanto que o problema de rotina não tem nenhuma (POLYA, 1995, p. 14).

Já a elaboração do problema do grupo 02, aponta para uma situação em que o sujeito deseja fazer algo, mas desconhece, *a priori*, os procedimentos ou encaminhamentos necessários para obter a solução (POGGIOLI, 2001), pois quando perguntam sobre a quantidade de laranjas necessárias para fazer 1 litro de suco, não apresentam de antemão um encaminhamento a ser seguido.

Assim, o problema elaborado pelo grupo 02, atende aos requisitos previstos da Modelagem e também àqueles voltados para a resolução de problemas, pois como enfatiza Pozo (1998), a solução de um problema baseia-se na apresentação de situações sugestivas, exigindo dos alunos uma participação ativa, em que se deve fazer um esforço para buscar a resolução do problema, fazendo com que o aluno tenha oportunidade de construir seu próprio conhecimento. Neste contexto, elaborar um problema em Modelagem colocou o grupo,

na condição de quem faz matemática, de quem precisa elaborar um problema, elencar hipóteses, pensar num plano de ação que verifique (ou não) a validade dessas hipóteses, monitorar os encaminhamentos de resolução, enfim, de quem precisa pensar matematicamente mesmo em situações inicialmente não matemáticas (VERONEZ; VERTUAN; ALMEIDA, 2013, p. 1).

Entendemos que mesmo que o grupo 02 tenha elaborado um problema e respondido utilizando elementos de sua prática, considerando alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, este problema pode ser desenvolvido em qualquer etapa da Educação Básica, visto que como ponto de partida para resolução, irá depender da coleta de dados necessários para responder ao problema.

O grupo 03 elaborou seu problema e com ele outras duas questões nortadoras para serem investigadas, o que apresenta algumas semelhanças e diferenças quanto a elaboração do problema do grupo 02. Todavia, para o problema 1a (*Quantas laranjas são necessárias para encher uma jarra?*) exige uma tomada de decisão por parte do resolvidor, semelhante ao problema elaborado pelo grupo 02. No entanto, considerando que o nível de criatividade que é maior, não é apresentada a capacidade da referida jarra, como o do grupo 02 (*Quantas laranjas serão necessárias para fazer 1 litro de suco?*).

No problema 1b (*Observando seu estoque, o dono do restaurante percebeu que existem 15 laranjas apenas. Essa quantidade de laranjas é suficiente para encher a jarra? Se não, quanto de água terá que ser acrescentado para completar a jarra?*), o grupo 03 elabora um contexto para além do que a própria atividade de Modelagem Matemática desencadeia, com vista à sua resolução. Além disso, nesse problema, os participantes inserem a ideia de refresco com o acréscimo de água, caso a quantidade de laranja não fosse suficiente, característica presente nas reflexões dos grupos na fase de inteiração.

O problema 1c é dividido em quatro itens, nos quais evidenciamos uma ampliação nas discussões dos dados coletados empiricamente, considerando número de pessoas a serem servidas em um dado evento quando a capacidade dos copos é apresentada. Todavia, a abordagem gira em torno da quantidade de suco de uma laranja (100 ml). Além disso, no item d (*Sabendo que 6 laranjas pesam 1kg e o preço da laranja está R\$1,00 o kg, quantos reais o dono do restaurante gastou para servir os 26 clientes?*) levou em consideração o valor do quilograma da laranja, destacado pela pesquisadora-formadora quando indagada sobre o preço pago no quilograma que foi levado para o GEAMAI. Dessa forma, fica evidente os elementos presentes na elaboração dos problemas do grupo 03 levando em consideração as discussões realizadas no pequeno grupo e também as realizadas na roda de conversa com todos os participantes.

Com os problemas elaborados, os grupos partiram para a matematização já abordada no início do desenvolvimento da atividade, mas que se configuram com os problemas definidos. Cada grupo realizou a transição da linguagem natural para a linguagem matemática que, de forma geral, ocorreu a partir da formulação das hipóteses, seleção de variáveis e simplificações das informações ao problema elaborado na fase de inteiração.

No Quadro 10 apresentamos a matematização realizada pelos grupos em suas produções escritas, a partir da definição de hipóteses e variáveis para o problema elaborado.

Grupo	Matematização
Grupo 01	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>* 1 laranja = 100 ml</p> <p>* capacidade copo 200 ml</p> <p>+ 5 laranjas = 1 kg</p> </div>
Grupo 02	<p>Variáveis:</p> <p>20 tamanho da laranja } não no caso de modelagem - só para 20 espessura da casca } or escolha da laranja</p> <p>20 1 laranja média \Rightarrow 100 ml</p> <p>20 perdemos 40 ml ao esprememos 6 laranjas</p> <p><u>Hipóteses:</u></p> <p>-> meia dúzia de laranjas equivalem 560 ml. $\frac{560}{12}$</p> <p>1 dúzia laranja, 1, 120 ml $\frac{120}{12}$</p> <p>-> 1 laranja = 100 ml</p> <p>-> Foi espremido 1 laranja, deu 100ml e 6 laranjas deu 560 ml. há uma perda de 40ml.</p>
Grupo 03	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>VARIÁVEL</p> <p>- volume (da polpa de laranja)</p> <p>- peso de laranja \rightarrow medida aritmética</p> </div>

Quadro 10 - Matematização realizada pelos grupos atividade SUCO DE LARANJA

Fonte: Autores, 2018.

Na matematização realizada pelo grupo 01, os participantes utilizaram da coleta de dados, o que denota que necessitaram retornar à inteiração, caracterizando a dinamicidade do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática como apontado por Bassanezi (2002), bem como a não linearidade em que os envolvidos percorrem as fases, como afirmam Almeida, Silva e Vertuan (2012). Este grupo, todavia, não deixou explícita que variáveis foram consideradas na resolução do problema. No entanto, de acordo com o problema, apresentado no quadro 10, a variável jarra de suco, depende da quantidade de copos de 200ml servidos para as crianças. Mesmo apresentando a massa de cinco laranjas (1kg), essa

informação não foi considerada na definição do problema, havendo uma simplificação do mesmo.

Já para o grupo 02, os participantes apresentaram de forma explícita as variáveis. No entanto, tais variáveis não estavam de acordo com o que seria utilizado a partir do problema definido pelo grupo - grandezas proporcionais -, ou seja, a quantidade em mililitros de suco de laranja dependia da quantidade de laranjas. Uma das integrantes deste grupo havia relatado conhecer e desenvolver atividades de Modelagem Matemática em suas aulas, conforme diálogo transcrito:

Fifi: Para comprovar a gente vai ter que espremer!

Joice: Sim pode espremer.

Fifi: Não, porque tem que validar... Pra ser, Pra ser... modelagem tem que validar!

Para o levantamento de hipóteses, o grupo 02 considerou os dados obtidos empiricamente pelo grupo 03, mas sentiu necessidade de completar essa coleta, espremendo laranjas e visualizando que *meia dúzia de laranjas equivalem a 560 ml* (Figura 10).



Figura 10: Levantamento de hipóteses realizadas pelo grupo 02

Fonte: Autores, 2018.

Na produção escrita relativa à fase de matematização, os participantes do grupo 03, não apresentaram hipóteses *a priori*, descrevendo as variáveis que relacionavam o volume da laranja (quantidade de suco) e o peso (massa) de uma laranja. Ao analisarmos as gravações de vídeo, pudemos evidenciar que as professoras consideraram a massa de duas laranjas, de menor e maior tamanho (Figura 11a) e calcularam a média com uso de uma calculadora do celular (Figura 11b).

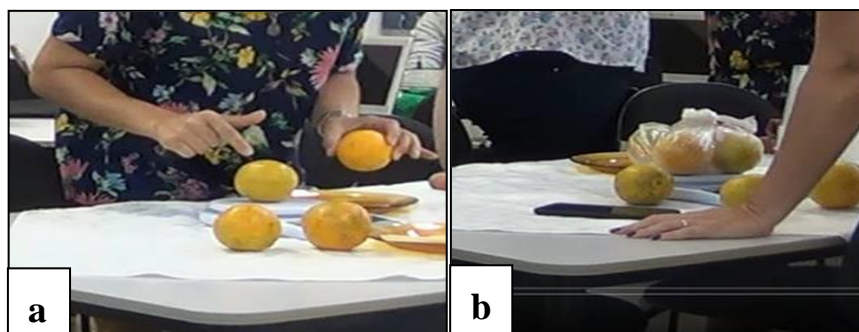


Figura 11 - Levantamento de hipóteses realizado pelo grupo 03

Fonte: Autores, 2018.

O grupo 03 buscou por meio da linguagem natural discutida entre os participantes, selecionar variáveis e hipóteses voltadas a conceitos matemáticos, como grandezas e medidas (capacidade e massa) e tratamento da informação (cálculo de médias). No entanto, isso não ficou explícito na produção escrita do grupo, sendo analisado a partir da gravação das discussões empreendidas. Assim, o que podemos evidenciar é que transição de linguagem não se refere ao que está escrito, mas também o que é falado. Isso vai ao encontro do que Almeida, Silva e Vertuan (2012) destacam como sendo a matematização, ou seja, a fase em que acontecem os processos de transição de linguagens, o momento em que se busca por meio da matemática “dar significado para organização da realidade” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15).

Na fase de resolução, analisamos o modo como as professoras responderam ao problema investigado. Assim, apresentamos os modelos matemáticos desenvolvidos pelos três grupos, pois de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), esta fase é importante para responder ao problema proposto e em alguns casos viabilizar a realização de previsões do mesmo. Para isso, se faz uso de um modelo matemático “para representar, explicar e tornar presentes, situações (que podem não ser matemáticas)” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12).

Para resolução do problema, as professoras do grupo 01, decidiram por responder de acordo com a turma da professora *Vivi* na qual lecionava em uma turma de segundo ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental e era composta de vinte alunos. Deste modo utilizaram dois tipos de representações em que os alunos poderiam se pautar, a representação figural e a aritmética (Figura 12) para determinar a quantidade de jarras de suco de laranja necessárias para servir 20 alunos.

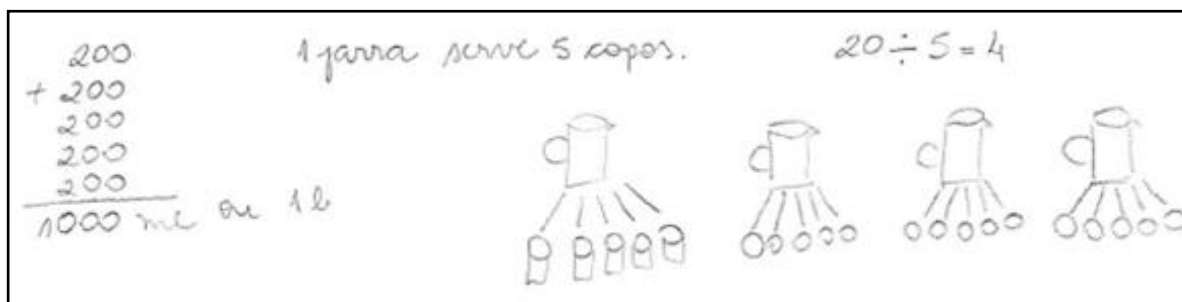


Figura 12 - Produção escrita da professora *Vivi* para resolução do problema do grupo 01

Fonte: Autores, 2018.

Por meio de tentativas, o grupo utilizou somas sucessivas ($200+200+200+200+200$) para obter 1000ml, ou seja, 1L de suco de laranja (capacidade da jarra) afirmando que os *alunos ainda não compreendem a multiplicação como soma de parcelas iguais* (Professora *Vivi*). Considerando então que uma jarra serve cinco copos, e que o número de alunos da sala de aula da professora *Vivi* é vinte, dividiram 20 por 5 e obtiveram 4 que se refere ao número de jarras necessárias para servir toda turma.

A professora *Lulu* também relatou no grupo que, nesta fase escolar, *os alunos ainda realizam representações em forma de desenhos para responder às perguntas*. Justificando os diagramas de cada jarra relacionados a cinco copos cada um. Tortola (2016) salienta que os diferentes tipos de registros que os alunos dos anos iniciais podem utilizar na resolução de um problema, contribuem para o desenvolvimento da linguagem matemática, pois ao registrar os alunos colocam em evidência sua interpretação sobre a resolução.

O grupo 02 optou pela representação aritmética. A produção da professora *Lili*, reflete o modo como o grupo pensou, apresentando uma resolução com a utilização de relações de igualdade, partindo do que já havia destacado nas hipóteses em que consideraram também as perdas quando espremeram as laranjas (Figura 13).

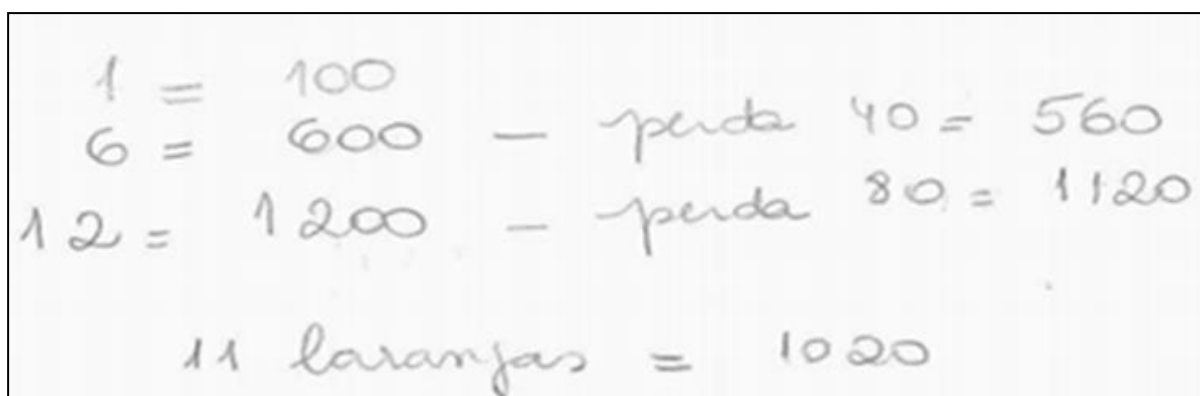


Figura 13 - Produção escrita da professora *Lili* para a resolução do problema do grupo 02

Fonte: Autores, 2018.

Ao analisar os áudios e as gravações, é possível inferir que a professora utilizou relações que refletem na seguinte situação:

$$\begin{aligned} 1 \text{ laranja} &= 100\text{ml} \\ 6 \text{ laranjas} &= 600\text{ml} \\ 600 \text{ ml} - 40\text{ml} &= 560 \text{ ml} \\ 12 \text{ laranjas} &= 1200\text{ml} \\ 1200\text{ml} - 80\text{ml} &= 1120 \text{ ml} \\ 11 \text{ laranjas} &= 1020 \text{ ml} \end{aligned}$$

As professoras também fizeram a relação que para 1 litro de suco de laranja, são necessárias 11 laranjas, com sobra de 20 ml, ou seja, apresentaram uma solução para o problema. No entanto utilizaram possíveis representações que seus alunos fariam, deixando explícito que as professoras elaboraram o problema pensando em sua prática em sala de aula, porém quando resolveram o mesmo não se voltaram a prática novamente. O que implica na dificuldade do professor hipotetizar a maneira de resolução de seus alunos.

Ao analisar as produções escritas para a resolução dos problemas do grupo 03, os participantes resolveram separadamente cada uma das questões. As resoluções se findaram nas produções da professora *Nana* que utilizou representações aritméticas. Para resolução do problema 1a (*Quantas laranjas são necessárias para encher uma jarra?*) apresentada na Figura 13, a professora destacou as massas de três laranjas, 180g, 165g e 270g. No entanto para determinar a laranja que definiram como média, nas hipóteses, utilizaram a menor e a maior medida, encontrando 205g como a massa média, conforme já destacado na fase de matematização. Apresentaram também na resolução o volume de suco que continha nessa laranja média, ou seja, 100ml. Porém não explicitaram nas hipóteses ou mesmo no problema que uma jarra teria a capacidade de 1L e 700ml, o que foi confirmado quando analisamos as gravações do pequeno grupo. A partir do volume encontrado na laranja média, determinaram a quantidade necessária para encher a jarra, ou seja, 17 laranjas.

$$\begin{aligned} 1) A) \quad & 180\text{g} \\ & 165\text{g} \\ & 270\text{g} \\ & \bar{X} = 205\text{g} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{X} (\text{Volume}) &= 100 \text{ ml} \\ 1\text{L } 700\text{ml} \\ 17 \\ \times 100 \\ \hline 1.700 \quad 17 \text{ laranjas.} \end{aligned}$$

Logo, são necessárias 17 laranjas.

Figura 14 - Produção escrita da professora *Nana* para a resolução do problema do grupo 03

Fonte: Autores, 2018.

Na resolução ao problema 1b que está representado na Figura 15 (*Observando seu estoque o dono do restaurante percebeu que existem 15 laranjas apenas. Essa quantidade de laranjas é suficiente para encher a jarra? Se não, quanto de água terá que ser acrescentado para completar a jarra?*) os participantes do grupo 03 utilizaram os dados coletados empiricamente (1 laranja tem 100ml de suco) e realizaram a multiplicação: $15 \times 100 = 1500$, que corresponde a 1L e 500ml de suco de laranja. Como no problema 1a determinaram que a jarra tem 1700ml, fizeram então a subtração ($1700 - 1500 = 200$), obtendo a quantidade de água a ser inserida para complementá-la, obtendo assim um modelo aritmético para o problema.

1b) 15 laranjas
 $15 \text{ laranjas} \times 100 \text{ ml} = 1\text{L e } 500 \text{ ml de suco}$
 1700
 $- 1500$
 $\hline 200 \text{ ml}$
 Logo devem ser adicionados 200 ml de água, para que o volume da jarra seja completo.

Figura 15 - Produção escrita da professora Nana para a resolução do problema do grupo 03
Fonte: Autores, 2018

No problema 1c (*Num evento o mesmo restaurante atenderá 26 clientes, e cada um receberá um copo de 300 mililitros de suco de laranja. Usando essas informações calcule*), o grupo também respondeu da mesma forma como nas duas letras anteriores, com representações aritméticas, de forma mais objetiva, utilizando relações, e operações diretas (Figura 16a e 16b). Para esse problema, foram inseridos quatro itens nomeados como a, b, c, d.

No item a do problema 1c (*o número de laranjas para encher 1 copo*), determinaram a capacidade do copo no problema como sendo 300ml e, sabendo da quantidade de suco em uma laranja, determinado na coleta de dados empírica (100ml), utilizaram regra de três simples e obtiveram como solução 3 laranjas. Com essa solução, puderam determinar o número de laranjas para encher 26 copos (item b do problema 1c), ou seja, 78 laranjas. Dessa forma, como cada copo tem 300ml e serão servidos 26 copos, o grupo chegou à solução do item c do problema 1c (*quantos litros são necessários para encher os 26 copos*), obtendo como solução 7L e 800ml, ou seja, aproximadamente, 8L.

Com relação ao item d do problema 1c (Figura 16b), fica implícito que os participantes determinaram a massa das 78 laranjas, dividindo essa quantidade por 6, visto que seis laranjas têm massa de 1kg, como determinado no enunciado (*Sabendo que 6 laranjas pesam 1kg e o preço da laranja está R\$1,00 o kg, quantos reais o dono do restaurante gastou para servir os 26 clientes?*). Com isso, chegaram a 13kg que equivalem a R\$13,00, devido o valor do quilograma de laranjas ser R\$1,00.

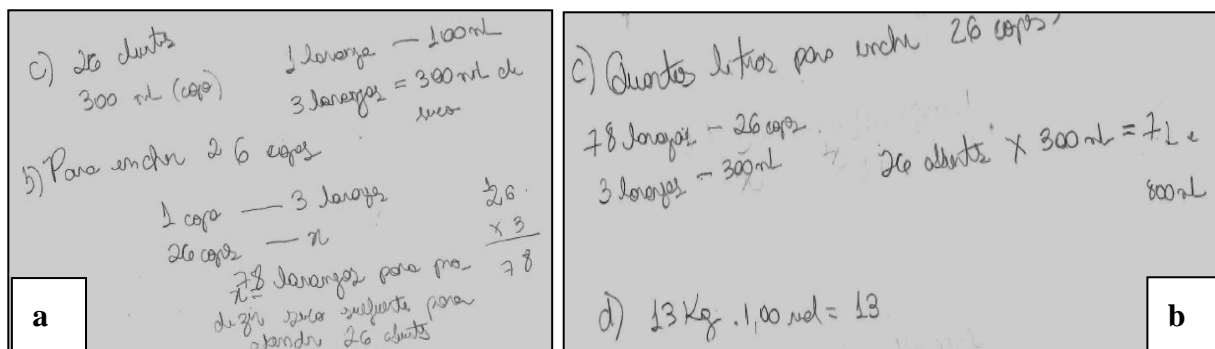


Figura 16: Produção escrita da professora Nana para a resolução do problema do grupo 03

Fonte: Autores, 2018.

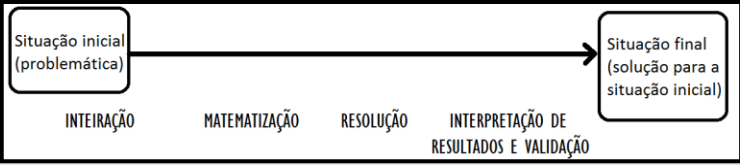
Neste grupo pudemos inferir que em parte as professoras hipotetizaram as resoluções com relação à prática pedagógica, pois buscaram sempre dar uma resposta ao problema, característica presente nas atividades dos anos iniciais do Ensino Fundamental. No entanto, acabaram resolvendo algumas questões de maneira rápida e objetiva não apresentando o modo como haviam pensado.

Na fase de interpretação dos resultados os três grupos chegaram a uma solução para o problema e o validaram por meio de observação empírica, seja para determinar quantas jarras de 1L são necessárias para encher 20 copos (grupo 01), como para determinar a quantidade de laranjas necessárias para fazer 1L de suco (grupo 02), e para calcular a quantidade de laranjas necessárias, para encher uma jarra, ou um copo de 300ml, ou para encher 26 copos de suco (grupo 03).

Finalizado o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática no GEAMAI, iniciou-se no dia 25/10/2018 a complementação da primeira etapa de formação denominada *planejamento*. O encontro teve duração de três horas e aconteceu nas dependências da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Iniciei o encontro propondo uma roda de conversa com todos os participantes sobre a atividade de Modelagem Matemática desenvolvida, buscando relacionar teoria e prática, para então propor o planejamento de um encaminhamento com a temática SUCO DE LARANJA. Para isso, elaborei uma apresentação em *Power point* de modo a refletir sobre aspectos

voltados ao ensino de matemática por meio da Modelagem Matemática divididos em tópicos (Quadro 11). Os trechos da conversa foram transcritos com uso das linhas narrativas¹³, com o intuito de explicitar os argumentos dos participantes quando as ideias foram demasiadamente longas.

Tópicos	Considerações
Diferentes Concepções sobre Modelagem Matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) • Modelagem Matemática enquanto ambiente de aprendizagem (BARBOSA, 2004) • Modelagem Matemática enquanto estratégias de ensino
Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica	<p><i>A Modelagem Matemática é abordar por meio da matemática, um problema não essencialmente matemático</i> (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012)</p> <p>A Modelagem Matemática busca responder problemas apresentando modelos matemáticos</p>
O que é um Modelo Matemático	<p><i>“Um processo conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema”</i> (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).</p> <p><i>(...) um modelo matemático tem o papel de descrever um fenômeno ou representa-lo, de diagnosticar um problema ou solucionar um problema, de prever fenômenos ou evitar fenômenos, etc. De um modo geral, o papel que esse modelo pode assumir vai depender da área de conhecimento da qual o mesmo é construído, pensado.</i> (BRAGA; SANTO, 2015. p. 4).</p>
Etapas do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012)	<ul style="list-style-type: none"> • Inteiração; • Matematização, • Resolução, Interpretação de resultados; • Validação. <p>“As fases nem sempre caminham de forma linear”</p>  <pre> graph LR A[Situação inicial (problemática)] --> B[Situação final (solução para a situação inicial)] subgraph Etapas direction LR C[INTEIRAÇÃO] --- D[MATEMATIZAÇÃO] --- E[RESOLUÇÃO] --- F[INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS E VALIDAÇÃO] end A --- C --- D --- E --- F --- B </pre>

¹³ Para compor as linhas narrativas recorreremos aos áudios e vídeos gravados durante o encontro realizado.

Práticas Pedagógicas dos anos iniciais	<p>Livro: Modelagem Matemática nos anos iniciais e tese doutorado (TORTOLA, 2016)</p> <ul style="list-style-type: none"> • A formação do professor a partir do grupo colaborativo; • O medo de desenvolver Modelagem em sala de aula; • O professor enquanto orientador da atividade; • Diferentes atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais; • A interdisciplinaridade do professor polivalente; • Planejamento x tempo; • O aluno enquanto agente ativo do processo de aprendizagem • Importância do planejamento para a atividade; • Diferença de problema e exercício.
--	--

Quadro 11 - Considerações sobre Modelagem Matemática na etapa *planejamento* no GEAMAI
Fonte: Autores, 2018.

Visando relacionar a atividade desenvolvida nos pequenos grupos, buscamos discutir sobre como aconteceu a atividade prática destacando aspectos da teoria. A linha narrativa apresentada na Figura 17, busca destacar algumas destas reflexões:

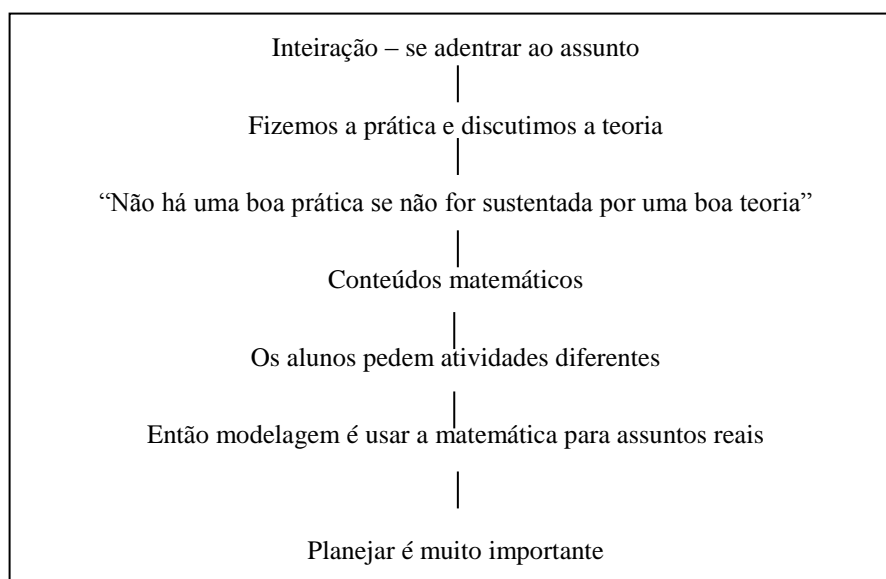


Figura 17: Linha narrativa etapa *planejamento* SUCO DE LARANJA
Fonte: Autores, 2018.

Com as discussões empreendidas pudemos evidenciar que os participantes refletiram sobre as fases da Modelagem e a prática que haviam vivenciado. Destacamos as falas das professoras ao comentar *A teoria ajuda a identificar as possibilidades* (F2), *Os alunos pedem atividades diferentes, devemos modificar nossa prática para alcançarmos toda sala de aula* (Juju), *Então modelagem é usar a matemática para assuntos reais* (Lili), *Elaborar um planejamento é muito importante, a gente não planeja a atividade que é desenvolvida pelos alunos, a gente planeja as atividades que vamos fazer com os alunos* (F1).

Finalizando as discussões, cada grupo apresentou um encaminhamento que oportunizasse a temática “suco de laranja” e fizesse uso da Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica.

No encontro do dia 08/11/2018, na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, retomamos o que havíamos refletido no encontro anterior e destaquei que este encontro fosse destinado ao planejamento dos encaminhamentos a serem desenvolvidos. Como estavam menos da metade dos participantes, optamos por formar apenas dois grupos para o planejamento do encaminhamento de modo a discutir o mesmo no próximo encontro, com o GEAMAI em sua grande maioria.

O encontro do dia 22/11/2018 foi destinado à finalização dos planos e discussão dos mesmos para que então pudesse ser desenvolvimento em uma turma dos anos iniciais do Ensino Fundamental (Quadro 12).

Encaminhamento	Procedimentos
<p>Encaminhamento 1 Autores: Kaka, Tata, Tutu, Lili e Nana</p>	<p>Metodologia: Modelagem Matemática Situação-problema: “suco de laranja” Problema: Quantas laranjas são necessárias para produzir 1 jarra de suco? Turma: 5º ano do Ensino Fundamental. Conteúdos que podem desencadear: Medidas de massa e capacidade e sistema monetário; Objetivos: compreender a relação litro e seus subgrupos; desenvolver situações-problema a partir do tema abordado; trabalhar a conversão de múltiplos e submúltiplos de medidas de massa e capacidade. Metodologia: Levar algumas laranjas, espremedores para iniciar o assunto; em grupos os alunos iriam observar a quantidade de laranjas; mediar o diálogo para instigá-los à situação-problema; discutir sobre quantos mls tem uma laranja; levar panfletos de supermercados e balança; apresentar diferentes possibilidades de medidas dos copos; instigá-los a pensar quanto custa o kg de laranja; apresentar outras indagações como quantas laranjas são necessárias para que todos da sala tomem suco; Recursos: Laranjas, medidores, copos de diferentes tamanhos, balanças, encartes de mercado, fita métrica.</p>
<p>Encaminhamento 2 Autores: Dada, Juju, Pepê e Vivi</p>	<p>Metodologia: Modelagem Matemática Situação-problema: “suco de laranja” Problema: Quantas laranjas são necessárias para produzir um copo de suco? Turma: 3º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Conteúdos que podem desencadear: Medidas de massa e capacidade e sistema monetário; Objetivos: Trabalhar a conversão de múltiplos e submúltiplos de medidas de massa e capacidade; desenvolver situações-problema a partir do tema abordado; Metodologia: Discutir sobre de onde vem a laranja, tipos de laranjas. Obter empiricamente quantas laranjas são necessárias para se fazer 1 copo de suco Recursos: Laranjas, espremedores, medidores, copos de diferentes tamanhos, balanças.</p>
<p>Encaminhamento 3 Autores: Nenê, Jaja, Lulu, Fifi e contribuições da professora formadora F3</p>	<p>Metodologia: Modelagem Matemática. Situação-problema: “suco de laranja” Problema: Quanto de laranja eu preciso para fazer 1 litro de suco? Turma: 2º ano do Ensino Fundamental. Conteúdos que podem desencadear: Medidas de massa e capacidade Objetivos: Compreender a diferença entre caixa de laranja, e kg; compreender a relação ml e litro.</p>

	<p>Metodologia: Levar algumas laranjas, discutir sobre tamanho da laranja a partir da medida da circunferência, obter quantos ml tem em uma laranja, discutir sobre quantas laranjas são necessárias para fazer suco de laranja para sala toda.</p> <p>Recursos: Laranjas, medidores, copos de diferentes tamanhos, balanças, barbante, fita métrica.</p>
--	---

Quadro 12: Encaminhamentos de atividades planejados pelos pequenos grupos

Fonte: Autores, 2018.

Neste dia estavam presentes todos os participantes do GEAMAI. Iniciamos o encontro reiterando aos participantes quanto ao planejamento das atividades a definição do desenvolvimento em alguma turma das quais as professoras dos anos iniciais lecionavam.

Duas professoras se mostraram interessadas em desenvolver o plano em suas turmas. A professora *Juju* iria desenvolver em uma turma mista de contraturno, com alunos do quarto e quinto ano na qual desenvolve atividades de apoio escolar com a disciplina de Matemática na cidade de Londrina (PR) (encaminhamento 2). E a professora *Nenê* iria desenvolver a atividade em sua turma regular do segundo ano, em uma escola em Cambé (PR), denominada escola do campo (encaminhamento 3).

Com o planejamento e discussão dos encaminhamentos, finalizamos a primeira etapa de formação em Modelagem Matemática sobre a atividade SUCO DE LARANJA. Os encaminhamentos dos grupos se mostraram enxutos, e nenhum deles hipotetizou algumas questões que poderiam surgir pelos alunos no desenvolvimento da atividade. Com base no que foi anteriormente mencionado, podemos dizer que esses encaminhamentos mostraram a fragilidade da prática pedagógica dessas professoras em atividades de Modelagem Matemática, pois, de acordo com Klüber *et al.* (2016) os professores por muitas vezes perpetuam sua prática pedagógica limitada, quase que exclusivamente, pela memorização, pela cópia e reprodução, o que não condiz para atividades com uso da Modelagem Matemática.

4.2.1.1. Análise da Primeira Etapa de Formação - *Planejamento*

Ao longo dos encontros do GEAMAI destinados à primeira etapa de formação, os participantes se mostraram interessados. Na atividade em pequenos grupos trocavam experiências de práticas de sala de aula, e o respeito entre eles foi um dos pontos fortes para o fortalecimento do GEAMAI. Alguns participantes não tiveram uma frequência linear durante os encontros. No entanto, nesta primeira etapa de formação, denominada *planejamento* teve seus objetivos alcançados, buscando responder a uma das questões norteadoras desta

pesquisa: *Que ações as professoras dos anos iniciais realizam ao desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática na etapa de planejamento?*

Nossa interpretação quanto à primeira etapa de formação foi organizada por meio de uma árvore de associação de ideias (Figura 18). A árvore de associação de ideias construída teve como raiz a expressão central **vivenciar**, acompanhada das expressões **identificar**, **refletir** e **experimentar**. Para identificação de características do GEAMAI, buscamos por meio do questionário inicial conhecer nossos sujeitos da pesquisa, na finalidade de refletir sobre a primeira etapa de formação.

Para experimentação, o GEAMAI buscou elaborar e resolver um problema, utilizando a Modelagem Matemática como fio condutor. Para tanto, seguiram as fases de Alemida, Silva e Vertuan (2012). **Inteirar**, **coletar**, **matematizar**, **resolver** e **interpretar**, foram os encaminhamentos que cada grupo seguiu. Deste modo, destacamos tais fases sinalizando as reflexões que as professoras expressaram quanto à sua prática.

Com a atividade, elas tiveram a oportunidade de identificar problemas e perceber a necessidade de mudança, que, segundo Ferreira (2003), só é possível a partir do desejo em aprender e condições que favoreçam estas atitudes. Desta forma, um grupo colaborativo torna-se um ambiente propício para tais condições.

As expressões **refletir**, **conceituar**, **relatar**, **elaborar** e **estruturar**, fazem parte da etapa que se constituiu para a construção do encaminhamento a ser desenvolvido, assim destacamos parte de diálogos em *itálico* e sublinhado das professoras, que evidenciamos ao refletir sobre sua prática. Uma característica que vai ao encontro à nossa questão de pesquisa é destacada por Almeida e Dias (2004), na qual afirmam que no período de formação, não basta o professor ter contato com a Modelagem Matemática apenas na teoria, é necessário que os professores desenvolvam as atividades enquanto modeladores e que tais experiências sejam positivas ao passo de optarem por desenvolverem em suas turmas atividades de Modelagem Matemática.

Deste modo, podemos inferir que as professoras se sentiram seguras ao planejar o encaminhamento, ao passo que haviam vivenciado a atividade no GEAMAI. Para tanto, promover a primeira etapa de formação de professores em Modelagem Matemática, proporcionou um ambiente de colaboração, pois puderam refletir sobre suas próprias práticas, a fim de discutir e partilhar significados, de forma a constituir conhecimentos matemáticos e confiança nas suas próprias capacidades para aprender sobre matemática.

As setas utilizadas para a árvore construída (Figura 18) foram utilizadas no intuito de enfatizar o sentido que as professoras vivenciaram as fases da Modelagem Matemática na

concepção de Almeida, Silva e Vertuan (2012) e a seta dupla se deve ao fato das professoras irem e virem nas fases da Modelagem, destacando uma dinamicidade da atividade.

Os quadros em destaque na árvore destacam os três encaminhamentos planejados na primeira etapa de formação. Os encaminhamentos foram destinados a diferentes turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Neste sentido, Almeida e Dias (2004) destacam:

A Modelagem Matemática na formação docente visa alcançar, de certa forma, uma autonomia em relação ao conhecimento profissional, pois quando aplicada em sala de aula em qualquer nível de ensino, pode implicar processos complexos de pensamento (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 7).

A Figura 18, buscou destacar nossa interpretação quanto a primeira questão nortadora: *Que ações as professoras dos anos iniciais realizam ao desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática na etapa planejamento?*

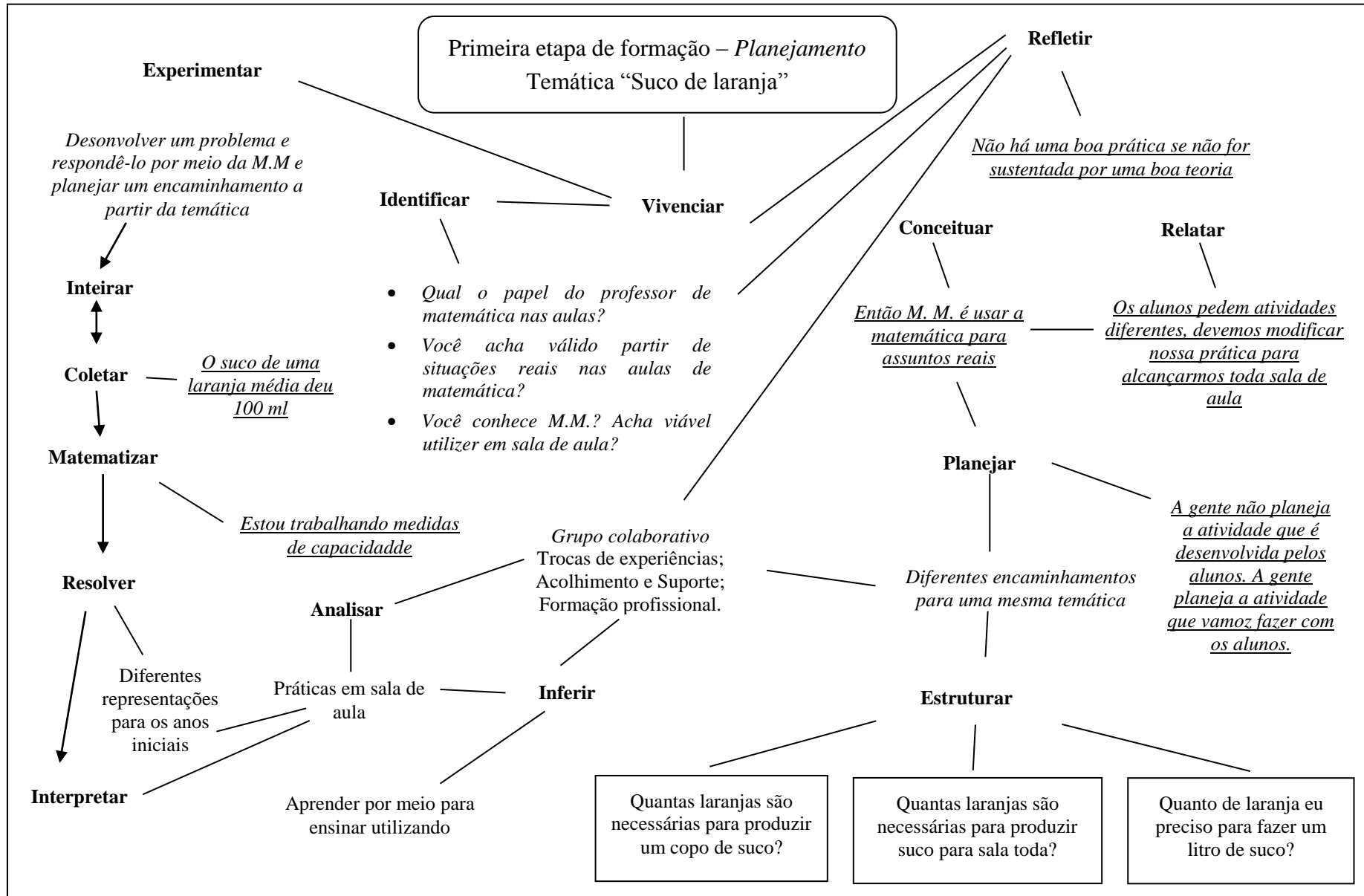


Figura 18 - Árvore de associação de ideias da atividade SUCO DE LARANJA – etapa planejamento

Fonte: Autores, 2018.

4.2.2. Segunda etapa de formação – Ação SUCO DE LARANJA

Os dias 30/11/2017 e 01/12/2017, foram escolhidos pelas professoras dos anos iniciais *Juju* e *Nenê*, respectivamente, para desenvolver os planos de aula elaborados durante a primeira etapa de formação.

4.2.2.1. Ação da professora *Juju*

A professora *Juju*, optou por executar o encaminhamento 2 (Quadro 13), na turma da qual desenvolve um projeto de contraturno que visa a melhoria do ensino de matemática para alunos do terceiro ao quinto anos. Para o desenvolvimento da atividade foi solicitada à escola um pedido de autorização assegurando o anonimato dos alunos (Apêndice D). Neste dia estavam presentes a professora dos anos iniciais *Juju*, 13 alunos e quatro participantes do grupo colaborativo que foram para assistir o desenvolvimento e auxiliar na coleta de detalhes para a terceira etapa de formação.

O desenvolvimento da atividade levou aproximadamente uma hora e meia e aconteceu na Escola Melvin Jones na cidade de Londrina (PR).

<p>Encaminhamento 2 Autores: Dada, Juju, Pepê e Vivi</p>	<p>Metodologia: Modelagem Matemática Situação-problema: “Suco de Laranja” Problema: Quantas laranjas são necessárias para produzir um copo de suco? Turma: 3º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Conteúdos que podem desencadear: Medidas de massa e capacidade e sistema monetário; Objetivos: Trabalhar a conversão de múltiplos e submúltiplos de medidas de massa e capacidade; desenvolver situações problemas a partir do tema abordado; Metodologia: Discutir sobre de onde vem a laranja, tipos de laranjas. Obter empiricamente quantas laranjas são necessárias para se fazer 1 copo de suco Recursos: Laranjas, espremedores, medidores, copos de diferentes tamanhos, balanças,</p>
--	---

Quadro 13 - Encaminhamento planejado pelo grupo da professora *Juju*

Fonte: Autores, 2018.

Como a sala era pequena, a professora optou por já dividi-la em três grupos menores de três alunos e um grupo com quatro alunos, ela já havia orientado os alunos que neste dia fariam uma atividade diferente. A professora optou por iniciar a atividade com uma roda de conversa, de modo a promover a inteiração com a situação-problema. Nesta conversa, os alunos responderam as indagações que a professora fazia, conforme diálogo a seguir:

Juju: Vocês tomam suco natural?

Alunos¹⁴: Natural, Natural ... É mais saudável.

Juju: Qual é o suco mais consumido na casa de vocês?

Alunos: Limão, uva, limonada, laranja, abacaxi.

Alunos: Eu tomo de morango tá gente, natural eu bato ele puro, sem açúcar com água.

Juju: Então nós vamos fazer suco, quantas laranjas são necessárias para nós todos aqui?

Alunos: Nós somos em treze.

Juju: Treze crianças, quantas laranjas são necessárias?

Neste momento a professora *Juju* conversou com os alunos que começassem a pensar quantas laranjas eram necessárias e eles começaram a responder por estimativa, perguntando para cada um deles, obtendo algumas respostas, como treze, dezessete, oito, vinte, quinze. A professora *Juju* também questionou se todos gostavam de suco de laranja, como preparam o mesmo em suas casas, quantos copos de suco eram acostumados a tomar e qual o tamanho do copo que eles utilizavam.

Desta forma a professora *Juju* começou a indagá-los sobre o tamanho do copo, ou seja, a capacidade do copo que utilizavam em casa para beber o suco. Com relação as respostas à pergunta, a professora Juju pode perceber que os alunos ainda não haviam compreendido a noção de capacidade, pois alguns responderam que um copo de 500ml era suficiente para a família inteira, outros disseram que tomavam quatro copos de 500ml sozinhos, outro aluno respondeu que tomava no copo com capacidade de 1litro e outros disseram 200ml ou 250ml.

Com isso, a professora *Juju* indagou sobre qual copo eles escolheriam para tomar o suco de laranja que iriam fazer, e novamente surgiram conclusões que refletem a falta de compreensão sobre o conceito de capacidade, visto que uma aluna disse que eles tomariam no copo com capacidade de 50ml. Para a atividade, a professora levou para sala de aula, copos de diferentes capacidades e utilizou-os para mostrar aos alunos a capacidade de cada um quando eles optavam pelo copo de 50 ml (copo de café) 100ml (equivalentes a dois copos de café), copo de 180ml (mais utilizado para uso desse tipo de bebida), copo de 300ml (geralmente vendido quando se compra suco em restaurantes e lanchonetes) e o copo de 500ml. A Figura 19 destaca o momento que a professora Juju apresenta os copos com diferentes capacidades para turma escolher qual utilizar.

¹⁴ Como não fizemos a classificação dos alunos, visto que nosso foco está no processo de formação da professora, optamos por nos referir ao termo “alunos” para todos da classe e “aluno” quando refere-se a fala de um único aluno.



Figura 19 - Professora Juju apresentando as diferentes medidas de copos
Fonte: Autores, 2018.

Quando a professora apresentou o copo de 500ml, os alunos não pensaram duas vezes para definir o tamanho do copo, ou seja, optaram pelo copo de 500ml pois iriam beber uma quantidade maior de suco de laranja. No entanto, a professora pediu que retornassem ao problema inicial “Quantas laranjas são necessárias para fazer suco para a sala toda” e outras reflexões foram realizadas conforme transcrição do diálogo a seguir:

Aluno: Mas então se for para esse copo aí, vai ser mais do que oito laranjas...

Aluno: Tem que ser dezessete certinho!

Aluno: Não, porque vai cortar no meio, ou seja, não vai ser mais dezessete, vai ser mais... vai ser o dobro de dezessete.

Aluno: Ah, mas se a gente juntar vai ficar dezessete de qualquer jeito.

Esse diálogo proposto com os alunos Almeida, Silva e Vertuan (2012) definem como inteiração, visto que os alunos se familiarizaram com o tema, discutiram sobre o tema e iniciaram a coleta de informações, destacando assim a característica de uma atividade de Modelagem Matemática.

Como os alunos haviam definido o tamanho do copo, a professora passou a indagar quantas laranjas seriam necessárias para o copo de 500ml, lembrando que só utilizariam o suco da fruta, sem adição de açúcar e água. A maior parte dos alunos respondeu que para o copo de 500ml utilizariam duas laranjas.

No início da aula, os alunos haviam recebido uma folha de sulfite e a professora havia pedido que colocassem no papel o que estavam pensando, então ela questionou: *Quanto de suco de laranja, há em uma laranja? quantos mililitros de suco?* Como os alunos estavam em grupo, tiveram um tempo para anotar no papel o que estavam pensando.

A professora *Juju* havia levado, além de copos com capacidades diferentes e laranjas, objetos como balança digital, espremedor elétrico, copo medidor. Ela esperava que os alunos

além da estimativa e intuição, também utilizassem esses objetos, de modo a coletar e realizar simplificações passando para a fase de matematização na atividade de Modelagem Matemática. A professora *Juju* tentou instigar os alunos a utilizar os objetos que ela havia levado. No entanto, os alunos não compreendem a ideia, conforme transcrito no áudio a seguir:

Juju: E se fosse essa laranja? (mostrando uma laranja um pouco maior da que estava na mão do aluno).

Aluno: Iria passar, porque é um pouquinho maior.

Juju: E agora? (mostrando uma laranja menor).

Aluno: Agora tem que escolher. Agora eu já não sei professora.

Tortola (2016), destaca que a fase da matematização para os anos iniciais, deve ser orientada com cautela pelo professor, pois o aluno não é “treinado” para estabelecer hipóteses e realizar simplificações. Desde modo, cabe ao professor destacar esses pontos, ou seja, o professor tem o papel de orientar nesse processo para que possa vir a se tornar necessário e usual para eles. Com as estimativas pensadas por cada grupo, a professora Juju indagou:

Juju: Como vocês podem ter certeza, que o que vocês falaram está correto?

Aluno: Testando professora!

Aluno: A gente pega uma laranja, corta, tira o caldo e coloca no copo para ver se vai dar.

Juju: Então vamos fazer isso!

A professora pediu para que cada grupo viesse a mesa, na qual estavam os objetos e escolhessem uma laranja para ser cortada, a fim de espreme-la para saber quantos mililitros de suco há na mesma. Todos os alunos tiveram a oportunidade de escolher sua laranja e validar suas hipóteses iniciais quanto à quantidade de suco de laranja. A Figura 20a, 20b e 20c representa o momento em que os alunos coletaram os dados e validaram suas conclusões empíricas.



Figura 20: Momento referente a coleta de dados

Fonte: Autores, 2018.

Aluno: 100 ml, porque foram duas (metade da laranja), se fosse só uma como a professora estava falando ia dar 50 ml e eu tava certo!

Aluno: Não dá para descobrir a capacidade certa.

Aluno: Mas eu estou feliz, porque eu estou certo!

A professora *Juju* pediu que eles anotassem na folha a quantidade de mililitros que haviam encontrado. Ela orientou para que os alunos também não apagassem o que haviam escrito, apenas complementassem na folha o que haviam encontrado. A figura 19 apresenta os registros de um dos alunos.

Com os dados coletados, a professora buscou concluir com os alunos, quanto de suco então uma laranja tem, encontrando aproximadamente a quantidade de 100ml. A professora perguntou então como poderiam pensar para responder o problema inicial *quanto de laranja precisamos para fazer suco para a sala toda* e um aluno chegou à seguinte conclusão:

Aluno: Se a maioria das laranjas deu 100 (quantidade de suco em ml) então é capaz que seja só 5 laranjas.

Como eles haviam realizado simplificações e adotaram 100 ml para cada laranja, concluíram que iriam gastar 5 laranjas por aluno para obter 500 ml de suco. A professora perguntou então como poderiam encontrar a quantidade de laranjas necessárias para fazer suco para a sala toda. Houve alguns questionamentos como 20 laranjas, 8 laranjas, 13 laranjas, entre outros. Uma aluna comentou que seriam necessárias 65 laranjas para que cada aluno ingerisse um copo com 500 mililitros.

No entanto, a professora comentou que não teria essa quantidade de laranjas para atender a quantidade de suco para cada copo. Ela comentou que teriam que contar as laranjas para saber quanto de suco iriam obter. Um aluno novamente comentou:

Aluno: Então é só diminuir os mililitros professora.

A professora não deu muita atenção ao que o aluno disse e começou a contagem das laranjas com todos os alunos. Começaram contabilizando quantas laranjas já haviam sido espremidas, ou seja, quatro e foram fazendo a conta adicionando sempre 4, obtendo um total de 30 laranjas.

Os alunos começaram a pensar em como poderiam resolver o problema, alguns disseram que utilizariam 3 laranjas para cada aluno, porém, a quantidade iria ultrapassar a quantidade de laranjas que eles tinham. Decidiram então pensar em duas laranjas por aluno, o que utilizaram a contagem dois a dois, obtendo 2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24 até encontrar 26. Analisaram também que sobrariam quatro laranjas. Desta forma concluíram que com 26 laranjas cada aluno poderia tomar um copo de suco de 200ml.

A professora *Juju* deixou que os próprios alunos apresentassem de maneira livre suas respostas ao problema. Os alunos optaram por representar de duas maneiras: por meio de diálogos e por meio de registros. Tortola (2016) descreve que neste nível de ensino o diálogo é uma forma de expressão, visto que os alunos fundamentam suas argumentações, impressões e tiram conclusões a partir do mesmo. Neste nível de ensino os alunos também não estão habituados a escrever, logo buscam representar de diferentes maneiras a resolução do problema.

Ao validar o modelo, os alunos espremeram as 26 laranjas e concluíram que foi possível obter suco de laranja natural para os 13 alunos da classe. Os alunos tomaram o suco finalizando a atividade de Modelagem Matemática desenvolvida, conforme Figura 21.

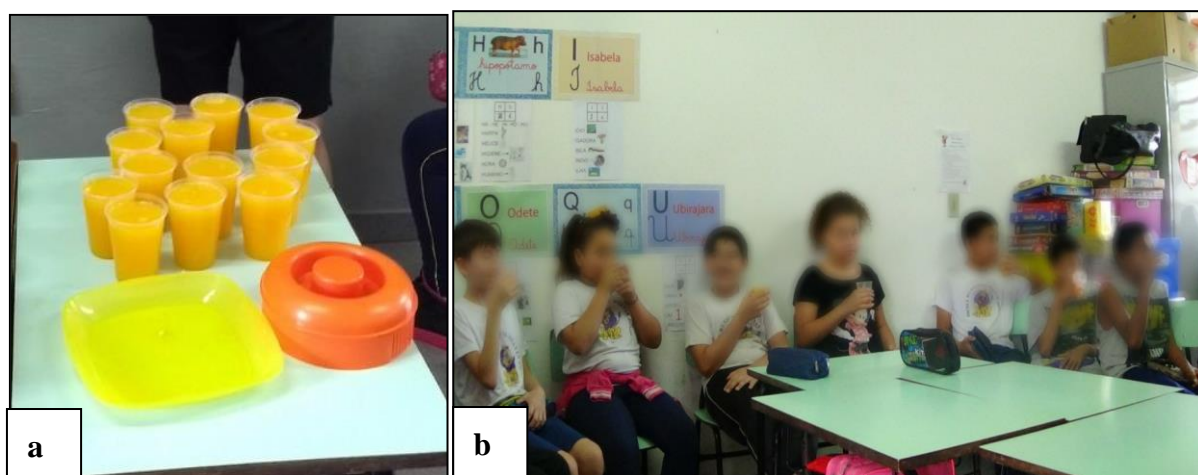


Figura 21 - Interpretação de resultados e Validação da atividade
Fonte: Autores, 2018.

4.2.2.1.1. Análise da Segunda Etapa de Formação - Ação da Professora Juju

A professora *Juju* vivenciou sua primeira atividade de Modelagem Matemática em sua turma de contraturno. Um dos aspectos que podemos destacar foi a atitude que a professora passou a adotar nesta atividade, pois em seus relatos em áudio e vídeo a mesma destacava que sempre tinha o *controle total da atividade*, o que a deixou um pouco apreensiva na etapa *ação*.

As expressões **hipotetizar**, **indagar** e **estruturar** foram destacadas como ações que a professora Juju demonstrou no momento da atividade. A hipótese *a priori* que a professora discutiu com sua turma, foi quantos mililitros de suco uma laranja pode conter em seu interior, indagando então *quantas laranjas são necessárias para fazer suco para sala toda?*

Assim, a professora estruturou sua turma, dividindo-a em pequenos grupos e, quando necessário, centrava as discussões em roda de conversa com a turma toda. Podemos inferir que a professora *Juju* passou a ter uma nova postura, orientando a atividade, solicitando aos alunos descrever na folha que havia entregue os encaminhamentos em relação à quantidade de suco em uma laranja e a quantidade de laranjas necessárias para obter suco para a sala toda.

A professora também orientou os alunos a utilizar os objetos que havia levado. E quando cada grupo foi exprimir as laranjas, a mesma pedia que os outros grupos refletissem sobre o problema, não deixando que a sala se tumultuasse, mantendo o controle da situação.

O encaminhamento (Quadro 14) que a professora optou por **desenvolver** foi seguido em partes, ou seja, a mesma optou por utilizar o problema inicial que haviam planejado. No entanto, ela toma a decisão de abandonar o mesmo, seguindo ações voltadas à sua prática pedagógica.

<p>Encaminhamento 2 Autores: Dada, Juju, Pepê e Vivi</p>	<p>Metodologia: Modelagem Matemática Situação-problema: “Suco de Laranja” Problema: Quantas laranjas são necessárias para produzir um copo de suco? Turma: 3º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Conteúdos que podem desencadear: Medidas de massa e capacidade e sistema monetário; Objetivos: Trabalhar a conversão de múltiplos e submúltiplos de medidas de massa e capacidade; desenvolver situações problemas a partir do tema abordado; Metodologia: Discutir sobre de onde vem a laranja, tipos de laranjas. Obter empiricamente quantas laranjas são necessárias para se fazer 1 copo de suco Recursos: Laranjas, espremedores, medidores, copos de diferentes tamanhos, balanças.</p>
--	---

Quadro 14 - Encaminhamento desenvolvido pela professora *Juju*

Fonte: Autores, 2018.

Para os alunos se **inteirar** da situação presente na atividade, a professora propôs uma roda de conversa no intuito de saber se todos tomavam suco, se gostavam de suco de laranja e tinham o hábito de consumir em casa. Com isso, a professora trabalhou por meio de estimativas a quantidade de suco que uma laranja poderia conter e, posteriormente, orientou os alunos a validarem a hipótese levantada com a coleta de dados.

Assim cada grupo coletou a quantidade de suco de uma laranja escolhida por eles, e começou a **matematizar** a situação, definindo como hipótese que uma laranja possuía 100ml de suco e com uso de cálculos de multiplicação, os alunos conseguiram **resolver** o problema.

A professora *Juju* considerou as diferentes representações produzidas pelos alunos para representar o problema.

Para a árvore de associação de ideias produzida (Figura 22) a fim de sintetizar a aula da professora Juju, utilizamos setas no intuito de enfatizar o sentido que aconteceram as fases da Modelagem Matemática e os seguimentos foram as ligações ocorridas entre as expressões em negrito que destacamos no desenvolvimento da atividade. As expressões obtidas por meio das análises em vídeo e áudio foram sintetizadas em itálico de modo a emergir fundamentos que justificam a importância da professora *Juju* ter vivenciado a experiência durante as duas etapas de formação *elaboração* (GEAMAI) e *ação* (em sala).

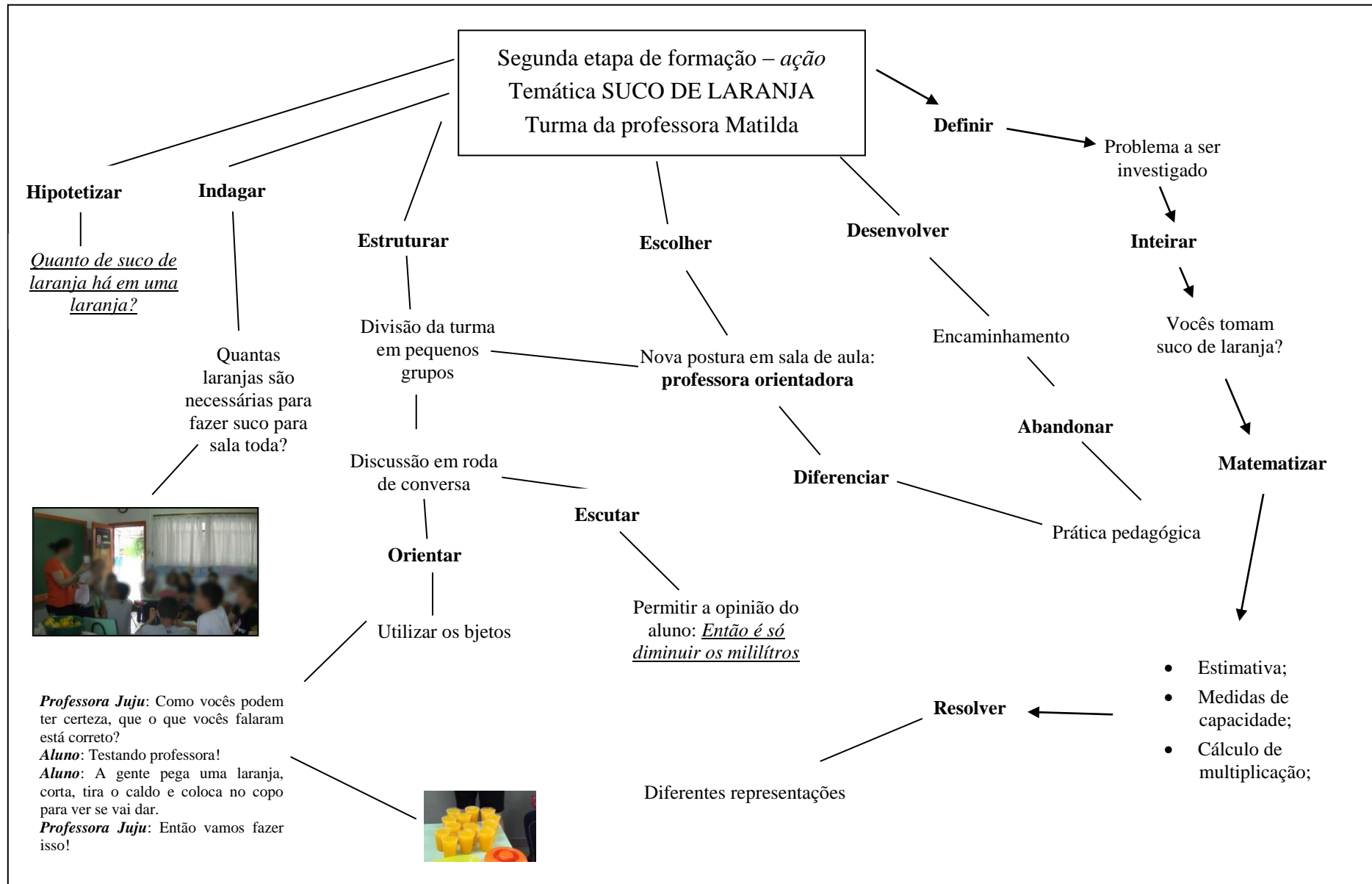


Figura 22 - Árvore de associação de ideias da atividade SUCO DE LARANJA – Etapa Ação, professora Juju
Fonte: Autores, 2018.

4.2.2.2. Ação da professora Nenê

A professora Nenê desenvolveu a atividade de Modelagem Matemática no segundo ano, no horário regular de aula em uma escola do campo, a Escola Municipal Rural Dom Pedro II, localizada na cidade de Cambé (PR). Para isso, foi solicitada à escola um pedido de autorização assegurando o anonimato dos alunos (Apêndice D). Neste dia estavam presentes os onze alunos do segundo ano do Ensino Fundamental e seis participantes do GEAMAI responsáveis por coletar os dados (áudio e vídeo) da atividade que teve duração de aproximadamente uma hora e trinta minutos. Além dos participantes, estavam presentes três professoras da Autarquia Municipal de Educação de Cambé (PR).

O encaminhamento 3 foi o escolhido para ser desenvolvido na turma planejado pelo grupo 03 na etapa *planejamento*, conforme Quadro 15.

<p>Encaminhamento 3 Autores: Nenê, Jaja, Lulu, Fifi e contribuições da professora formadora F3</p>	<p>Metodologia: Modelagem Matemática. Situação-problema: “Suco de Laranja” Problema: Quanto de laranja eu preciso para fazer 1 litro de suco? Turma: 2º ano do Ensino Fundamental. Conteúdos que podem desencadear: Medidas de massa e capacidade Objetivos: Compreender a diferença entre caixa de laranja, e kg; Compreender a relação ml e litro. Metodologia: Levar algumas laranjas, discutir sobre tamanho da laranja a partir da medida da circunferência, Obter quantos mililitros têm em uma laranja, discutir sobre quantas laranjas são necessárias para fazer suco de laranja para sala toda. Recursos: Laranjas, medidores, copos de diferentes tamanhos, balanças, barbante, fita métrica.</p>
---	---

Quadro 15 - Encaminhamento desenvolvido pela professora Nenê

Fonte: Autores, 2018.

De maneira a se antecipar, quanto ao desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática em sala de aula, a professora Nenê optou por confeccionar um questionário, que deveria ser respondido pelos alunos com a ajuda dos responsáveis, de modo a estabelecer contato com a situação-problema a ser desenvolvida SUCO DE LARANJA. As perguntas se relacionavam com características sobre a plantação de laranjas, visto que alguns pais e alunos vivenciam esta situação (Quadro 16). O questionário deveria ser entregue até a data do desenvolvimento da atividade para discussões e reflexão sobre a temática.

Sabendo que em uma plantação de laranjas é necessário uma certa distância entre os pés:

1- Qual é a distância mínima entre um pé de laranja e outro?

R: _____

2- Qual é a altura aproximada que um pé de laranja pode alcançar?

R: _____

3- Quanto tempo demora para uma laranjeira começar a produzir?

R: _____

4- Quantas laranjas aproximadamente uma laranjeira adulta produz?

R: _____

Quadro 16 - Questionário referente à atividade suco de laranja

Fonte: Autores, 2018.

O planejamento do questionário foi justificada pela professora Nenê, informando que alguns conceitos os alunos já haviam estudado na disciplina de Ciências, como tipo de solos, quantidade de chuva em determinado ambiente e tipos de plantações.

A professora *Nenê* iniciou a atividade de Modelagem Matemática, entregando o questionário do qual os alunos já haviam respondido. Posteriormente, começou a conversar com seus alunos sobre o questionário que haviam levado para casa e que agora estavam de posse dos mesmos. No intuito de inteirar os alunos com a situação-problema, a professora fez a seguinte indagação:

Nenê: Sobre o que era mesmo a pesquisa que vocês fizeram?

Alunos: Sobre a laranja.

Nenê: Sobre a laranja muito bem, e tinha umas perguntas sobre o plantio de laranja, eu mandei quatro perguntinhas e agora nós vamos analisar as respostas que vocês trouxeram.

Como os alunos da turma da professora Nenê ainda estavam em fase em alfabetização, a mesma aproveitou a oportunidade para pedir a alguns alunos que, aleatoriamente, fizessem a leitura em voz alta de cada uma das perguntas do questionário, bem como refletir sobre cada uma delas. A figura 23a e 23b representa a situação descrita.



Figura 23 - Professora promovendo a leitura

Fonte: Autores, 2018.

Após a discussão das respostas, a professora entregou um panfleto elaborado por ela mesma em que apresentava valores para alguns alimentos vendidos em um supermercado, entre eles a laranja como está apresentado na Figura 24.

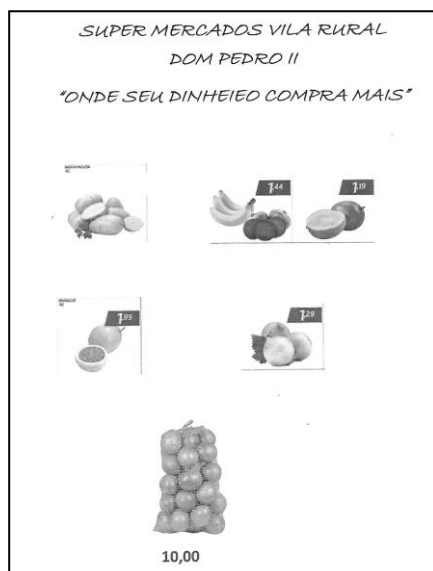


Figura 24 - Panfleto confeccionado para atividade de Modelagem
Fonte: Autores, 2018.

O panfleto continha o nome “supermercado Vila Rural Dom Pedro II” de modo a situar os alunos para a atividade. Os valores fictícios dos produtos foram escolhidos pela professora a partir de uma pesquisa em sites de supermercados da região de Londrina (PR). O intuito desse panfleto, seguindo a justificativa da professora, foi apenas para mostrar que as laranjas podem ser vendidas por quilograma (Kg), saco, balde, caixas entre outras formas, e neste Mercado especificamente as laranjas eram vendidas em sacos de 10kg.

Diante do panfleto, a professora *Nenê* comentou que o produto que estava sem preço havia se esgotado no estoque e os outros produtos estavam todos em promoção. A professora então, perguntou qual era o produto de maior destaque no panfleto, e os alunos responderam a laranja. Assim, a professora comentou que a figura da laranja estava em destaque porque eles iriam fazer uma atividade sobre ela naquele dia.

A professora *Nenê* realizou alguns questionamentos com relação à quantidade de laranjas e preço como são vendidas:

Nenê: Quanto que custa o saco de laranjas?

Alunos: R\$10,00.

Nenê: Esse preço está caro ou está barato?

Alunos: Está barato.

Nenê: Se fosse para comprar dois sacos de laranjas quanto gastaria?

Alunos: R\$20,00.

Nenê: E meio saco de laranjas?

Alunos: R\$5,00.

De modo a justificar a imagem das laranjas no panfleto ser vendidas no saco, a professora Nenê comentou que havia comprado um saco de laranjas e falou que retirou-as do saco, lavou-as e colocou em um balde. Ela pediu aos alunos que levantassem de suas cadeiras e viessem até a mesa da frente para que cada um pegasse uma laranja, de modo a investigar características. A fim de sistematizar as questões indagadas pela professora aos alunos ao manipular as laranjas e destacar conceitos matemáticos presentes utilizamos a linha narrativa da Figura 25.

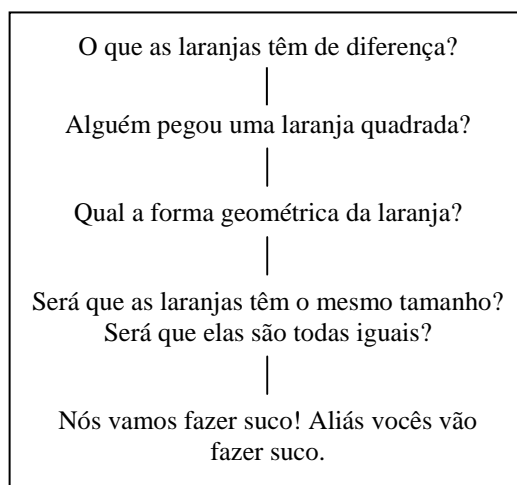


Figura 25 - Linha narrativa - *ação* da professora *Nenê*

Fonte: Autores, 2018.

Dessas indagações surgiram diálogos em que os alunos puderam expressar suas opiniões quanto ao tamanho de sua laranja em relação a do colega, formato esférico da mesma, classificação entre menor e maior laranja e a proposta para fazer suco, se mostrando animados e pró-ativos. Este momento do desenvolvimento da atividade foi de inteiração em relação à situação-problema, visto que os alunos manipularam as laranjas e destacaram algumas características das mesmas.

Como a turma era pequena, a professora optou por escolher trabalhar de maneira coletiva com todos os alunos, por conhecer o perfil de trabalho da mesma e, assim, conseguir dar atenção aos questionamentos dos alunos. Uma das questões abordadas pela professora foi a importância de substituir o consumo de produtos industrializados por sucos naturais, visto que no início da aula muitos deles haviam comentado que tomavam “suco de pacotinho”. A

professora nesse momento destacou a importância de uma alimentação saudável apoiada pela ingestão de sucos naturais, revisitando conceitos já vistos sobre a temática.

Continuando a atividade, a professora *Nenê* pediu que cada aluno escolhesse entre as laranjas dispostas na mesa central a que fosse considerada a “maior laranja”, de modo a medir a “circunferência” de cada uma delas. Após cada aluno escolher sua laranja, a professora distribuiu um pedaço de barbante para que contornasse a mesma, obtendo o valor do comprimento da “circunferência” da laranja com o auxílio de uma fita métrica.

A professora auxiliou os alunos, medindo os pedaços de barbante com fita métrica, fazendo a validação quanto ao tamanho da “circunferência”, contornando também a laranja, de modo a concluir se o aluno estava medindo corretamente ou não. Sempre comentando com os alunos onde estava o erro. As Figuras 26a, 26b e 26c apresentam momentos desse procedimento.

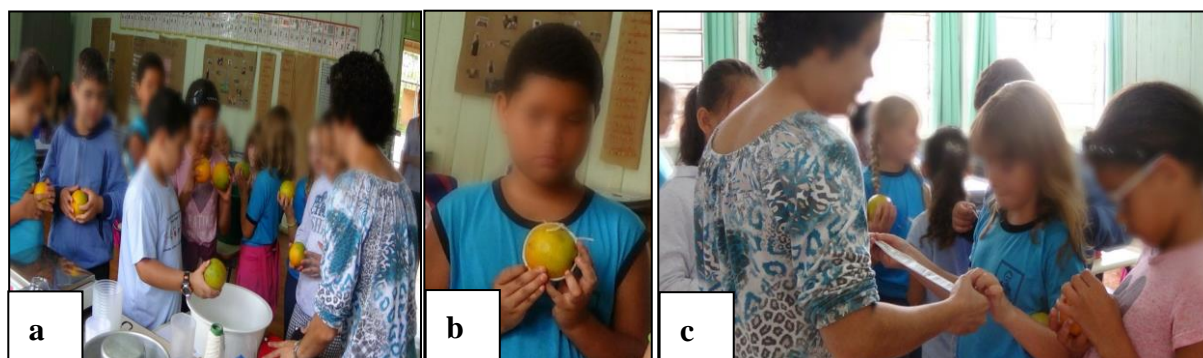


Figura 26- Determinando o tamanho da circunferência da laranja

Fonte: Autores, 2018.

Podemos justificar a intenção da professora *Nenê* ao utilizar o questionário, panfleto e medição das laranjas de forma a proporcionar aos alunos o conhecimento e familiaridade com o assunto. E neste aspecto de inteiração, Pollak (2012) descreve como sendo o momento de decidir aspectos a serem investigados, selecionando-os de forma a responder o problema mantendo-os até a solução.

A partir da discussão realizada sobre os tamanhos das laranjas, a professora pediu que os alunos contassem quantas pessoas haviam em toda sala de aula. Os alunos foram contando um a um, chegando à conclusão de 23 pessoas. Com isso, a professora elaborou o seguinte problema a ser investigado:

Nenê: Eu tenho 23 pessoas e quero fazer um suco de laranja bem gostoso, como que eu faço?

Aluno: Tem que ter 23 laranjas.

Nenê: Então se eu pegar 23 laranjas eu tenho suco para 23 pessoas?

Alunos: Sim!

Nenê: Mas o que mais eu preciso saber? Olhem para a mesa!

Aluno: A gente precisa corta, espremer, mexer.

Assim, a professora definiu o problema a ser investigado e pediu aos alunos que pegassem 23 laranjas dispostas na mesa e colocassem no balde para, posteriormente, colocar na balança digital, obtendo o peso total das 23 laranjas. A Figura 27 representa o momento da pesagem das laranjas.



Figura 27 - Momento da pesagem das laranjas

Fonte: Autores, 2018.

No momento da leitura do valor que apareceu na balança, muitos alunos tiveram dificuldade em converter o mesmo em quilogramas. Neste momento, a professora aproveitou para diferenciar quilograma (Kg) e grama (g), explicando que o valor 5285 que aparecia no visor da balança correspondia a 5kg e 285 gramas. Novamente, a professora indagou se com essa quantidade era possível fazer os 23 copos de sucos e os alunos afirmaram que seria possível, pois “*é muita laranja professora!*”.

Como a professora *Nenê* havia levado para a sala alguns objetos como espremedores, copos de diferentes tamanhos, copos medidores, pediu aos alunos que analisassem cada um deles. Neste contexto, a professora optou por diferenciar mililitros de gramas e quais produtos são consumidos utilizando essas unidades de medidas.

A professora perguntou qual dos copos eles usariam para servir as pessoas e optaram pelo de 200ml, pois era o tamanho que tinha em maior número em relação aos copos de 50ml e 180ml. Com isso, a professora começou a cortar uma laranja e questionou:

Nenê: Vocês falaram que cada laranja preenche um copo de suco?

Aluno: É isso, uma.

Aluno: Não, duas.

Nenê: Vamos espremer então para saber?

Os alunos espremeram a laranja e, a partir dela, evidenciaram que, apenas uma laranja não era suficiente para completar o copo de suco. Neste sentido podemos inferir que a primeira hipótese dos alunos ao afirmar que cada laranja corresponderia a um copo de 200ml foi refutada com a experiência da coleta de dados. Então decidiram espremer outra laranja que completou o copo, transformando a hipótese inicial “1 laranja para um copo de 200ml” em “2 laranjas são equivalentes a um copo de 200ml”. Deste modo, evidenciamos que a coleta de dados foi uma característica que se configurou como importante na atividade de Modelagem Matemática desenvolvida na turma de segundo ano.

Tortola (2016) descreve que fazer com que os alunos dos anos iniciais busquem informações para o problema a ser investigado, se configura como importante em uma atividade de Modelagem Matemática, pois para muitos deles isso é novidade, despertando maior interesse e/ou curiosidade para com a atividade. Dessa forma, “qualquer tema com o qual o aluno se depara e lhe interessar ou lhe despertar curiosidade pode ser tomado como objeto de investigação de uma atividade de Modelagem Matemática” (TORTOLA, 2016, p. 236).

A partir dos dados coletados, uma dúvida destacada pelos alunos à professora foi que haviam utilizado quatro laranjas e não duas para validação da hipótese. Neste momento, a professora entrevistou pegando as cascas de laranjas utilizadas, ou seja, quatro partes e as encaixou formando apenas duas laranjas. Para solucionar a dúvida, a professora chamou a atenção dos alunos para a lousa, onde definiram como hipótese para a situação-problema que duas laranjas preenchem um copo de 200ml e, como são vinte e três pessoas, precisariam do dobro de laranjas, ou seja, utilizariam 46 laranjas no total, sintetizando a operação aritmética referente à situação, como mostram as figuras 28a e 28b.

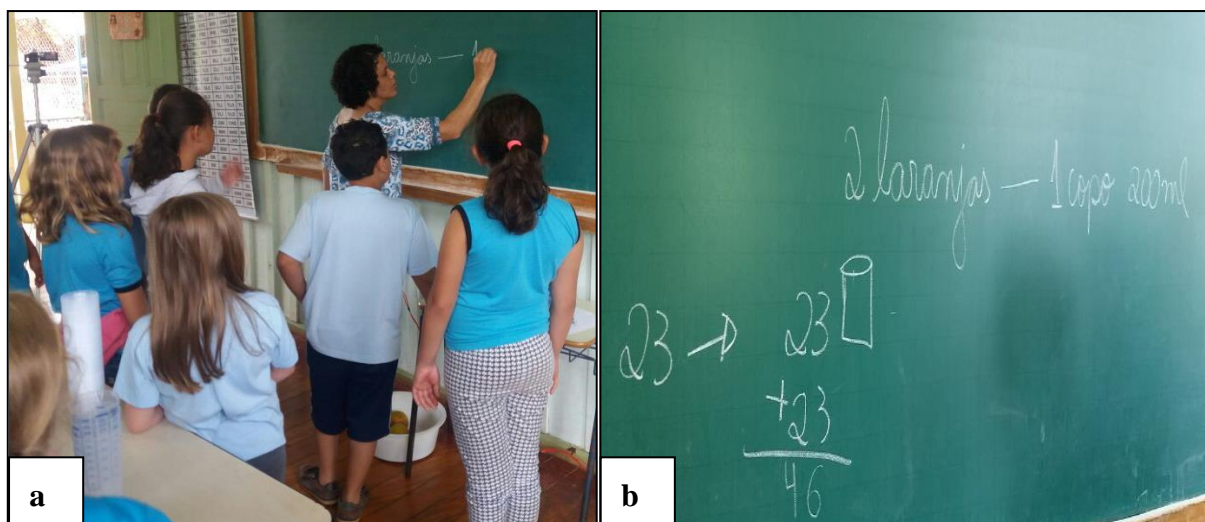


Figura 28 - Sistematização na lousa da quantidade de laranjas necessárias para 1 copo de 200ml
Fonte: Autores, 2018.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), um dos objetivos do Ensino Fundamental é que o aluno desenvolva a capacidade de “questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação” (BRASIL, 1997, p. 9). Neste sentido, destacamos a ação da professora em planejar o problema de Modelagem Matemática e discutir com os alunos uma solução para o mesmo, a fim de modelar a atividade.

A professora *Nenê* não havia contado anteriormente as laranjas. Sabia que, em média, um saco comportaria 35 laranjas. Os alunos espremeram todas as laranjas como mostram as Figuras 29a e 29b e chegaram à conclusão de que faltaria suco.

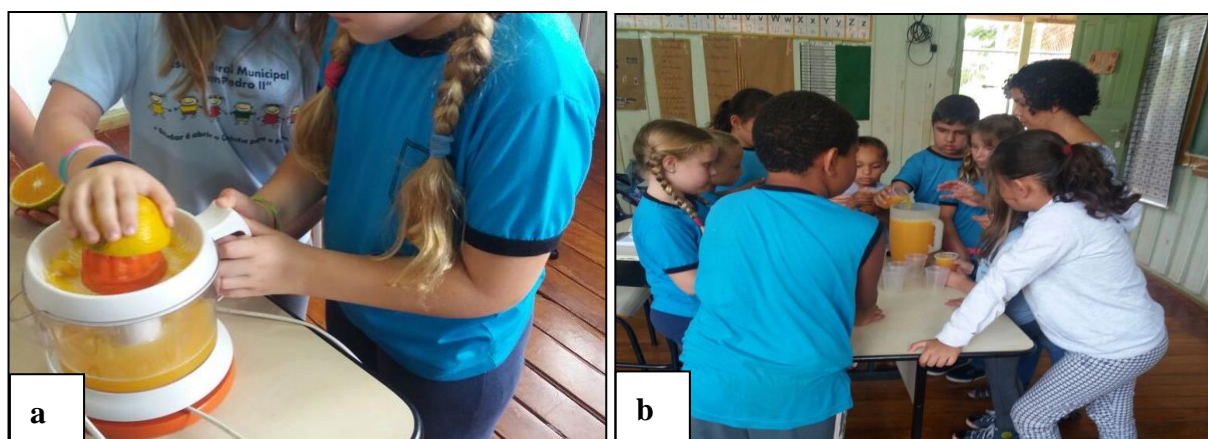


Figura 29 - Coleta de dados e validação da falta de suco
Fonte: Autores, 2018.

Com as laranjas espremidas, a professora colocou o suco em uma jarra grande com capacidade máxima de três litros e o restante numa jarra com capacidade máxima de um litro. Os alunos separaram os 23 copos que seriam servidos e colocaram em cima da mesa para que pudessem ser preenchidos com suco. Conforme foram preenchendo os copos eles analisaram que a quantidade de suco não seria suficiente então duas opções foram feitas: dividir nos copos, mas não ficariam com a mesma quantidade; completar o suco com água. Os alunos optaram pela segunda opção.

Completaram então o suco com água e, por conta disso, denominou-se refresco. Com isso, foi possível obter os 23 copos de refresco sendo distribuídos para todos. Após todos degustarem o refresco de laranja, a professora entregou uma folha aos alunos de modo a sintetizar a atividade realizada. Para isso, a professora escreveu a pergunta inicial na lousa e como alguns alunos ainda escreviam somente em caixa alta ela optou por escrever das duas maneiras: escrita em caixa alta e escrita cursiva.

4.2.2.2.1. Análise da Segunda Etapa de formação - *Ação* da Professora *Nenê*

Considerando as experiências vividas no GEAMAI na primeira etapa *planejamento*, a etapa *ação* foi importante para a professora *Nenê* pois esta vivenciou sua primeira atividade de Modelagem Matemática - ensinando por meio - em sua turma regular do segundo ano. Para tanto, evidenciamos ações empreendidas pela professora durante a atividade de Modelagem Matemática.

Para as primeiras ações da professora na atividade vivenciada, destacamos expressões a fim de buscar interpretações quanto aos encaminhamentos que emergiram no desenvolvimento da mesma. **Antecipar**, **elaborar** e **investigar** foram ações destacadas nesses encaminhamentos.

Na antecipação, caracterizamos o uso do questionário na tentativa de inteirar os alunos para a atividade que iriam desenvolver. Como a professora havia trabalhado conceitos de Ciências em relação a tipos de solo e alterações climáticas, a mesma sentiu a necessidade em construir o questionário, de modo proporcionar uma conexão entre as disciplinas.

Neste sentido, autores como Borba, Malheiros e Zulatto (2008), entendem a Modelagem Matemática como uma estratégia pedagógica que privilegia ações de interdisciplinaridade, pois possibilita aos alunos uma compreensão de conteúdos ao passo que relacionam os mesmos com assuntos do cotidiano, não necessariamente matemáticos.

Para a *ação*, destacamos a construção do panfleto por ela construído como forma de subsidiar a atividade. Na etapa *planejamento*, havia sido discutido sobre a possibilidade da utilização de encartes de supermercado e a professora utilizou da ideia para a atividade. Desta forma, Almeida e Dias (2004) sinalizam que, a partir de cursos de formação em Modelagem Matemática, o professor tem a oportunidade de refletir sobre sua prática em sala de aula, a fim de contribuir para o desenvolvimento profissional e implementar a partir das práticas relatadas novas posturas à sua didática.

A investigação proposta pela professora buscou evidenciar características matemáticas para a atividade. Novamente a expressão **investigar** emergiu da contribuição destacada pela professora *F3*, durante o planejamento do encaminhamento da atividade no grupo. Assim, autoras defendem espaços de formação como formas privilegiadas para professoras e pesquisadoras trocarem experiências de modo a oportunizar momentos de reflexão “sobre resultados de experiências já realizadas, que podem ter origem na escolaridade básica do professor, na sua formação inicial, na sua concepção de ensino e de aprendizagem, entre outros” (SOUZA; LUNA, 2014, p. 47).

No entanto, as ações **antecipar**, **elaborar** e **investigar** foram deixadas de lado, dando espaço a uma ação de **abandonar** o que havia sido desenvolvido até então. Tal ação pode ser justificada pelo fato de que o professor polivalente não tem a mesma capacidade de abordar qualquer conteúdo nas ações que propõe, como os professores especialistas em matemática (SOUZA; LUNA, 2014). Neste sentido, a professora sentiu necessidade em destacar as ações anteriormente relatadas, mas não soube encaminhar as mesmas de modo a sistematizá-las.

Isso vai ao encontro às próximas ações destacadas na análise que se pautou nas expressões de **valorizar**, **atribuir** e **considerar** de modo a produzir significado para a atividade. Essas expressões se relacionam a uma nova postura em sala de aula da professora. No entanto, por não ter uma formação específica em matemática, o professor polivalente não possui uma maior liberdade ao transitar pelos conhecimentos matemáticos e, com isso, os processos de formação em Modelagem Matemática surgem como possibilidade de aprofundar conceitos que até então não tinham oportunidade em estudar com maior intensidade.

Quanto às ações **conhecer**, **escolher** e **sintetizar**, justificamos a partir da professora Nenê conhecer o perfil da turma e optar por não dividir os alunos em grupos, orientando-os de forma geral. Souza e Souza (2014) também abordam essas ideias, destacando a postura da professora polivalente ao buscar o controle sobre o processo da atividade. As autoras ainda

complementam que o grande desafio para estas professoras é possibilitar que, na relação pedagógica, no ambiente de Modelagem a postura do professor não seja tão diretiva.

O encaminhamento elaborado para a atividade (Quadro 17) foi seguido em partes pela professora, pois como o encaminhamento planejado era sucinto, ela optou por acrescentar alguns elementos tais como, massa das laranjas, preço de venda, quantidade produzida por um pé de laranja adulto. Deste modo, destacamos as expressões **problematizar**, **inteirar**, **matematizar**, **resolver** e **validar** referentes às fases da Modelagem Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

<p>Encaminhamento 3 Autores: Nenê, Jaja, Lulu, Fifi e contribuições da professora formadora F3</p>	<p>Metodologia: Modelagem Matemática. Situação-problema: “Suco de Laranja” Problema: Quanto de laranja eu preciso para fazer 1 litro de suco? Turma: 2º ano do Ensino Fundamental. Conteúdos que podem desencadear: Medidas de massa e capacidade Objetivos: Compreender a diferença entre caixa de laranja, e kg; Compreender a relação ml e litro. Metodologia: Levar algumas laranjas, discutir sobre tamanho da laranja a partir da medida da circunferência, Obter quantos mililitros de suco têm em uma laranja, Discutir sobre quantas laranjas são necessárias para fazer suco de laranja para sala toda. Recursos: Laranjas, medidores, copos de diferentes tamanhos, balanças, barbante, fita métrica.</p>
---	--

Quadro 17 - Encaminhamento desenvolvido na etapa *ação* pela professora Nenê

Fonte: Autores, 2018.

Partindo da ação **problematizar**, a professora estabeleceu o problema a ser investigado pelos alunos *Eu tenho 23 pessoas e quero fazer um suco bem gostoso, como que eu faço?* Assim alguns conteúdos matemáticos se fizeram presentes. Entre eles destacamos o conjunto dos números naturais, ao realizar a contagem 1 a 1 das pessoas em sala para determinar a quantidade de copos de sucos a serem produzidos; o sistema monetário, que, para se **inteirar**, a professora utilizou o panfleto para apresentar como é vendido alguns produtos, e em especial a laranja, indagando os alunos sobre o preço de meio saco de laranjas e de dois sacos de laranjas; o conceito de formas geométricas, buscando investigar qual a maior laranja, o comprimento de sua “circunferência” e qual a forma geométrica se assemelha. De modo a **matematizar** a situação, transpondo-a da linguagem natural para a matemática, a professora orientou os alunos a coletar dados de modo a levantar hipóteses, em que 2 laranjas correspondem a um copo de 200 ml de suco.

Após a coleta dos dados, a professora perguntou para os alunos com relação a quantas laranjas seriam necessárias para **responder** o problema, e com uso de uma operação aditiva foi possível encontrar uma solução, obtendo então 46 laranjas. No entanto, ao validar

experimentalmente a situação, verificaram que não possuíam a quantidade necessária de laranjas, logo optaram por transformar o suco em refresco, completando-o com água para que então todos pudessem degustar.

Com a árvore de associação produzida (Figura 30) para a sintetização da aula da professora Nenê, utilizamos linhas para destacar as ligações entre as expressões ocorridas na atividade. Os diálogos obtidos através das análises em vídeo e áudio foram sintetizados nas expressões em itálico de modo a emergir fundamentos às ações da professora em relação à prática em sala de aula. As setas foram utilizadas para orientar como aconteceu as fases da Modelagem Matemática.

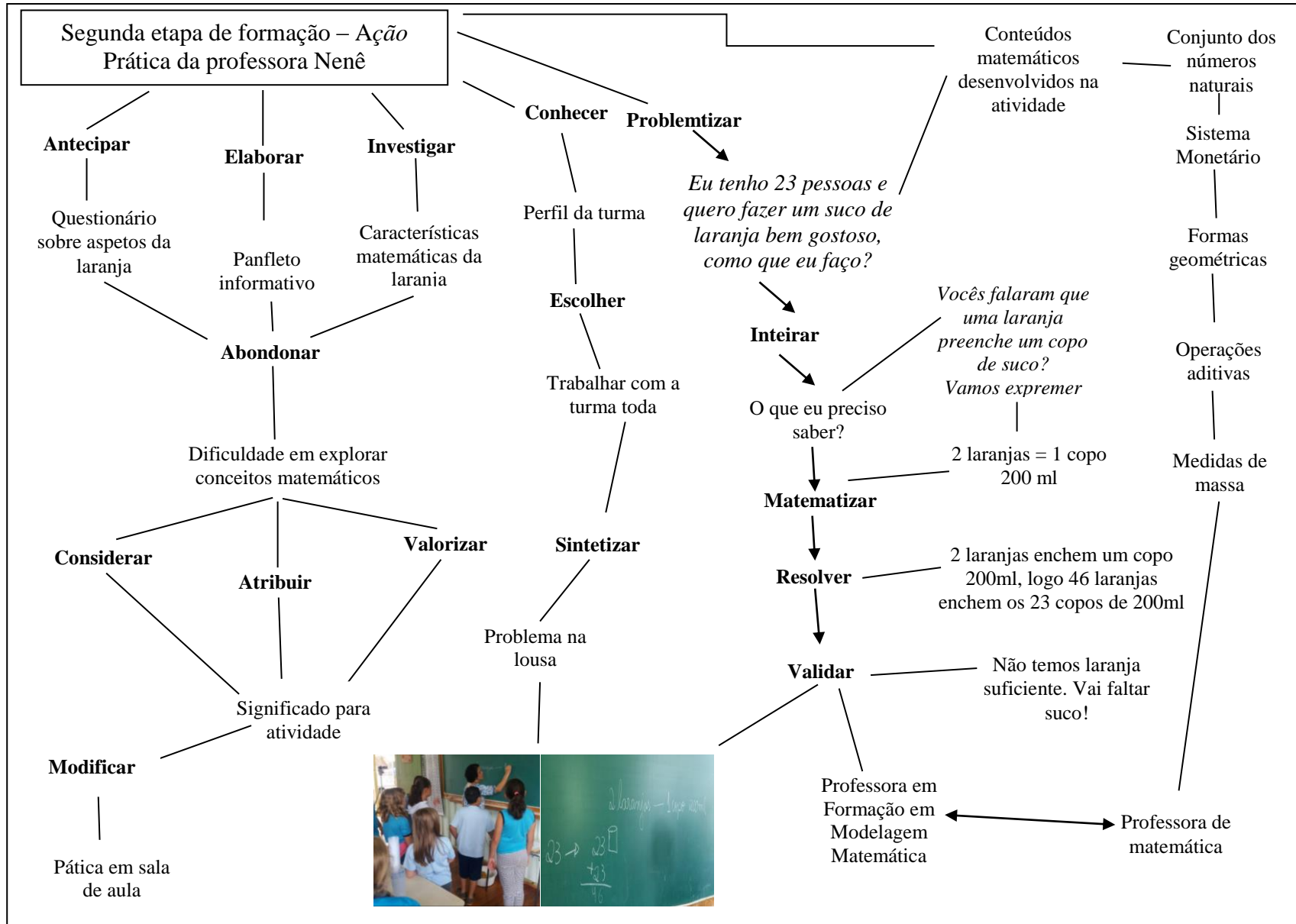


Figura 30 – Árvore de associação de ideias da atividade SUCO DE LARANJA – etapa ação, professora Nenê

Fonte: Autores, 2018.

4.2.3. Terceira Etapa de Formação – *Reflexão* SUCO DE LARANJA

A terceira etapa de formação aconteceu no dia 06/12/2017, nas dependências da Universidade Estadual de Londrina – UEL, e teve duração de três horas. No dia faltaram apenas dois alunos de graduação *Pepê* e *Tatá*. O encontro se iniciou com a retrospectiva dos encontros anteriores a fim de situar todos os participantes quanto às etapas de formação.

Inicialmente discutimos¹⁵ a aula da professora *Juju*, apresentando por tópicos os encaminhamentos. Um dos primeiros aspectos a ser destacado foi a percepção visual dos alunos ao colocar uma laranja dentro do copo de 500 ml e dizer que era suficiente para preencher o copo. Neste sentido algumas professoras refletiram sobre a ideia dos alunos:

Nenê: Nossa a gente nem pensou nisso.

Lili: Nem pensamos nisso, tá vendo como é diferente a vivência?

F2: Eles estavam crendo que uma laranja iria encher o copo!

Um conteúdo matemático que emergiu da atividade foi o uso de estimativas para descobrirem quantos mililitros de suco de laranja havia em cada uma. Assim, a professora F1 buscou compreender se o mesmo estava previsto no plano conforme diálogo:

F1: Isso estava previsto no plano? Essa questão da estimativa?

Juju: Não, não estava previsto.

F1: Então isso é uma coisa interessante que pode ser implementada no plano, porque não foi prevista.

Deste modo inferimos que no refinamento do encaminhamento desenvolvido pela professora *Juju*, o conteúdo de estimativa pode ser acrescentado. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) orientam o uso de práticas que promovam uma educação voltada para o perfil do cidadão autônomo, reflexivo e consciente de seus direitos e deveres, assim, o trabalho com uso de estimativa pode contribuir uma vez que:

A estimativa constrói-se juntamente com o sentido numérico e com o significado das operações e muito auxilia no desenvolvimento da capacidade de tomar decisões. O trabalho com estimativas supõe a sistematização de estratégias. Seu desenvolvimento e aperfeiçoamento depende de um trabalho contínuo de aplicações, construções, interpretações, análises, justificativas e verificações a partir de resultados exatos (BRASIL, 1997, p. 77).

¹⁵ O verbo discutir encontra-se no plural pois os participantes do GEAMAI que observaram a aula da professora puderam contribuir com informações na etapa de reflexão.

Desta forma, sinalizamos a partir experiência vivida na turma da professora *Juju*, a potencialidade de se utilizar cálculos por estimativas junto ao encaminhamento planejado.

Outro aspecto a destacar foi que a partir da coleta de dados, os alunos utilizaram como hipótese 100ml de suco em uma laranja, e quando indagados sobre quantas laranjas seriam necessárias para o copo de 500ml, muitos deles não responderam cinco laranjas, e sim duas e meia, três laranjas. Com isso, destacamos a dificuldade que os alunos de quarto e quinto anos que participaram da atividade apresentavam. A professora *Juju* relatou que muitos deles tinham déficit de atenção, uma aluna tinha discalculia, outros dois tomavam ritalina e um aluno era autista.

A professora formadora *F2*, que observou a aula, destacou que achou que os alunos se desenvolveram bem e, mesmo apresentando os problemas destacados pela professora *Juju*, compreenderam as ideias sobre proporção. Continuando a reflexão, sobre a quantidade de laranjas não ser suficiente para preencher o copo de 500ml a todos os alunos, as professoras refletiram no modo como os alunos pensaram, pois, ao relatar que decidiram por escolher um copo com menor capacidade, as professoras destacaram que não eram acostumados a beber refresco (suco+água).

Em relação ao momento quando os alunos buscavam por estimativas quanto à quantidade de mililitros presente no suco de laranja, a professora *Juju* comentou:

Juju: Aí teve uma hora que um aluno pegou uma pequena e disse 100 ml, aí eu peguei outra e mostrei a ele que ficou sem saber o que fazer. E agora?

F1: Mas como eles chegaram na metade?

Juju: Eles optaram por diminuir o tamanho do copo.

Joice: Eles viram que era preciso 65 laranjas, e como não havia essa quantidade, eles optaram por diminuir o tamanho do copo.

F2: Eles ficaram frustrados, pois queriam o copão. Eles ficaram meio frustrados com a quantidade de ml em uma laranja, mas aí eles decidiram diminuir o tamanho do copo, fazer o quê!? [risos].

A reflexão continuou com a apresentação de recortes da aula, apresentando o momentos destacados pela pesquisa-formadora como essenciais: o momento em que a professora apresenta o problema a ser investigado pelos alunos; a escolha do copo menor para poder obter suco para os treze alunos; o momento da coleta de dados, e a obtenção de diferentes representações para o modelo matemático. Contudo, um diálogo foi se formando a fim de concluir, a partir da prática, da profesora como foi sua primeira experiência - ensinar utilizando - Modelagem Matemática:

Vivi: Quando eles foram fazer as contas eles pensaram somente neles?

F2: A todo momento eles só pensaram nos 13 [risos].

F1: Com relação ao plano elaborado e a aula como foi acontecendo, teve algum momento que você fez essa comparação? Ou depois você já sabia que não estava seguindo o plano?

Juju: Não deu nem para seguir o plano. O que havia pensado era a questão de peso, eu achei que ia sair deles, aí meio que furou o plano. Eu fiquei focada no que eles estavam pensando, o plano não saiu como planejado, mas quero aplicar novamente, para ver como que seria! Eu quero ver! Não com essa turma.

F2: Teve a primeira vivência de vocês com a modelagem, depois pensando o que aconteceu vocês elaboraram um encaminhamento que vocês já estavam pensando na turma da *Juju*, aí você tinha a ideia que iria acontecer? Você abandonou completamente o plano? Participar da escrita do plano foi essencial. Qual sua relação com ele?

Juju: São muitos anos em sala tendo o controle total da situação, sabendo o que ia acontecer e naquele dia não tinha controle de nada, tive medo, medo mesmo de não saber o que ia acontecer, direcionar, aquela preocupação o que faço agora?

F2: O plano deu um norte?

Juju: Sim claro, minha preocupação era o que viria deles, minha preocupação era o espaço, nosso espaço era pequeno, eles estavam meio aglomerados, porque a escola não tinha espaço, aí sabe é desconfortável. É adaptação mesmo. Eu nem sabia quantas laranjas comprar. Eles não pensaram em dúzia, não pensaram na pesagem. Quando entreguei a laranja menor e posteriormente a maior para o aluno em nenhum momento eles ficaram perguntando o que eu faço agora professora.

Joice: Seus alunos não ficavam perguntando, professora o que faço agora? Como você justifica essa postura?

Juju: Eu peço sempre que eles escrevam suas ideias, porque a matemática não é só cálculo.

Outros aspectos também foram levantados com relação às práticas pedagógicas das professoras polivalentes, pois a professora *Lili* relatou que não é habitual a mesma levar balança em sala, destacando seu erro quando se trabalha medidas de massa. A professora formadora *F1* também refletiu sobre apresentar os objetos aos alunos, visto que a professora *Juju* relatou que esperava que eles utilizassem os mesmos e talvez se tivesse falado sobre sua possível utilização eles poderiam ter se atentado à utilização da balança, por exemplo.

A partir desses diálogos, podemos destacar que a Modelagem Matemática, assim como as demais tendências da Educação Matemática, não está isenta de imprevistos e nem de dificuldades de implementação, no entanto, o apoio apresentado pelas professoras foi de grande importância. Nesse sentido, destacamos o apoio do grupo ao contribuir para estabelecer um sentimento de parceria entre os participantes da formação (MARTINS *et al.*, 2018).

Para finalizar a reflexão do desenvolvimento do encaminhamento da atividade na turma da professora *Juju*, foram discutidos aspectos sobre a importância da intervenção e o “parar para ouvir os alunos” para garantir que eles possam fazer associações quanto à matemática, bem como estabelecer compreensões sobre conceitos matemáticos presentes no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

A reflexão do desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática pela professora *Nenê*, se iniciou destacando aspectos marcantes no desenvolvimento da mesma. O primeiro deles foi sobre o questionário apresentado aos alunos, pois a professora *Nenê* ouviu as respostas e não realizou um fechamento para o mesmo. Os alunos utilizaram estimativas, mas no entanto, não houve uma finalização. A professora *Nenê* chegou a destacar a importância do tipo de solo, do período de plantio, da quantidade de chuva, mas não buscou cientificamente para apresentar aos alunos. Outro aspecto a destacar foi no momento da medição do comprimento da “circunferência” da laranja, pois os alunos pegavam o barbante e completavam-na sem se atentar que o barbante era maior. A professora buscou destacar onde estava sendo o erro de cada aluno.

A turma da professora *Nenê* estava sempre colaborando para o desenvolvimento da atividade e a mesma justificou que preferiu desenvolver a atividade com todos os alunos juntos, visto que o trabalho em pequenos grupos não funciona em sua sala de aula.

Quanto ao panfleto elaborado, a professora justificou que escolheu fazer o encarte a fim de mostrar como é vendida a laranja que a mesma havia comprado. No entanto, as laranjas que a professora havia levado estavam em um balde e, a partir disso, orientou os alunos para pesar as mesmas.

Quanto ao problema, a professora optou por elaborar quanto de suco era necessário para servir para vinte e três pessoas, e como os alunos ficaram responsáveis pela contagem, acabou acontecendo o equívoco, pois havia 21 pessoas entre alunos, participantes do grupo e equipe escolar.

Em relação ao copo, a professora pediu ajuda a qual tamanho utilizar e eles optaram pelo de 200ml sem se atentar à capacidade. E quando indagados sobre a quantidade de laranjas por copo eles responderam que era uma por pessoa, mas quando espremeram uma laranja e colocaram no copo viram que só foi completada a metade do mesmo. Neste ponto foi destacada a dificuldade que os alunos tiveram em obter quantas laranjas encheriam um copo e, posteriormente, os vinte e três copos de suco.

As reflexões do desenvolvimento do encaminhamento da professora *Nenê* foi, de forma geral, e como já há na literatura uma atividade sobre comprimento da “circunferência”

(ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Desse modo, a professora F1 finalizou as reflexões indagando sobre o plano elaborado:

F1: No plano você tinha previsto aquelas questões? Você seguiu o plano?

Nenê: Não totalmente. Só o questionário e o mercadinho, as outras fui pensando com relação aos objetos que havia levado.

Os alunos não chegaram a uma produção escrita do modelo matemático para a situação no dia do desenvolvimento da atividade. No entanto, a professora em aulas posteriores sistematizou cada passo realizado na atividade escrevendo na lousa. As imagens e parte da aula selecionadas para apresentação no grupo GEAMAI foram projetadas para que todos os participantes presentes no grupo pudessem ter acesso. A Figura 31, apresenta os participantes assistindo excertos das aulas das professoras.



Figura 31 – GEAMAI na etapa *reflexão* da atividade SUCO DE LARANJA
Fonte: Autores, 2018.

4.2.3.1. Análise da Terceira etapa de formação – *Reflexão* SUCO DE LARANJA

Durante as três etapas de formação, pudemos evidenciar algumas expressões que se fizeram presentes nos encontros. A primeira expressão a destacar é **colaborar**, pois a cada encontro o apoio entre as professoras se mostrou predominante para que se sentissem confiantes tanto para desenvolver atividades de Modelagem em colaboração com os outros participantes no GEAMAI, como ao desenvolver atividades de Modelagem Matemática em suas salas de aula, ou seja, ensinar usando. Com isso se caracterizou um ambiente de

solidariedade e trocas de experiências, pois as professoras se sentiram confiantes aos relatar dificuldades encontradas com relação a conceitos e práticas em sala de aula. Isso pode ser observado no relato da professora *Fifi*, quanto aos encontros no GEAMAI:

Fifi: Eu profissionalmente, dei um avanço assim, maravilhoso na minha prática depois que eu me envolvi com a matemática. Como professora, minha prática evoluiu maravilhosamente, até para alfabetização a matemática é essencial, isso não tem discussão! Mais do que nunca eu quero aprender matemática.

Neste sentido, concordamos com Nóvoa (2002), ao destacar o processo de formação continuada em colaboração como importante na ação “crítico-reflexiva” do professor, pois, contribui para mudanças tanto em sua prática, quanto em seu desenvolvimento profissional. Assim, o autor justifica que:

A troca de experiências e a partilha de saberes consolidam espaços de formação mútua, nos quais cada professor é chamado a desempenhar, simultaneamente, o papel de formador e de formando. A construção de dispositivos de (auto) formação assistida e participada, através da diversificação das modalidades de apoio e de consultoria, favorece a elaboração de projetos pessoais de formação (NÓVOA, 2002, p. 29).

O que podemos evidenciar que ações como **fortalecer** e **conhecer** emergiram a partir da forma como trabalharam no GEAMAI, ou seja, em colaboração. Esse fortalecimento e conhecimento aconteceu desde a primeira etapa de formação e se estendeu ao longo dos encontros. Considerando que a melhoria do ensino e aprendizagem de matemática pode estar associada aos processos de formação, devemos destacar a importância da escola ao estimular os professores a partilhar experiências, construindo assim, uma trajetória pautada em investigações colaborativas, contribuindo para a formação pessoal e profissional (JUSTO; GIUSTI, 2014).

Outras ações que destacamos é **desenvolver** e **refletir**, pois no GEAMAI as professoras puderam planejar os encaminhamentos para a aula e as professoras *Juju* e *Nenê*, puderam desenvolvê-los em suas turmas, refletindo sobre como aconteceu a ação, pois ao resolver e elaborar um encaminhamento com uso da Modelagem Matemática, buscar compreendê-la em sua teoria e desenvolver o planejamento, refletindo sobre sua própria prática, consistiu no entrelaçamento da teoria com a prática, articulando conhecimentos e fortalecendo o processo de formação em Modelagem Matemática, ou seja, as professoras tiveram a oportunidade de aprender por meio da Modelagem para então ensinar fazendo uso.

Deste modo, entendemos que a formação dessas professoras em Modelagem Matemática, com a implementação de atividades, possibilitou mudanças com relação às práticas pedagógicas, pois conforme análise nos diálogos e questionário pós-aula (Apêndice

E) as professoras se mostraram interessadas e confiantes a continuar desenvolvendo atividades de Modelagem em suas turmas: *Não tenho o costume de trabalhar em grupo, achei um ponto positivo, pois observei o quanto eles se ajudam (Juju); Os alunos apresentaram bastante interesse na atividade (Nenê); Eu percebi que são atividades que saem da “rotina”, desperta o interesse! (Juju).*

Para a árvore construída nesta etapa (Figura 32), realçamos as ações em negrito e as reflexões que emergiram em itálico. Utilizamos segmentos para representar as ligações e destacamos **formação, prática e Modelagem Matemática** a fim de entrelaçá-las e atribuir sentido a nossa questão de pesquisa.

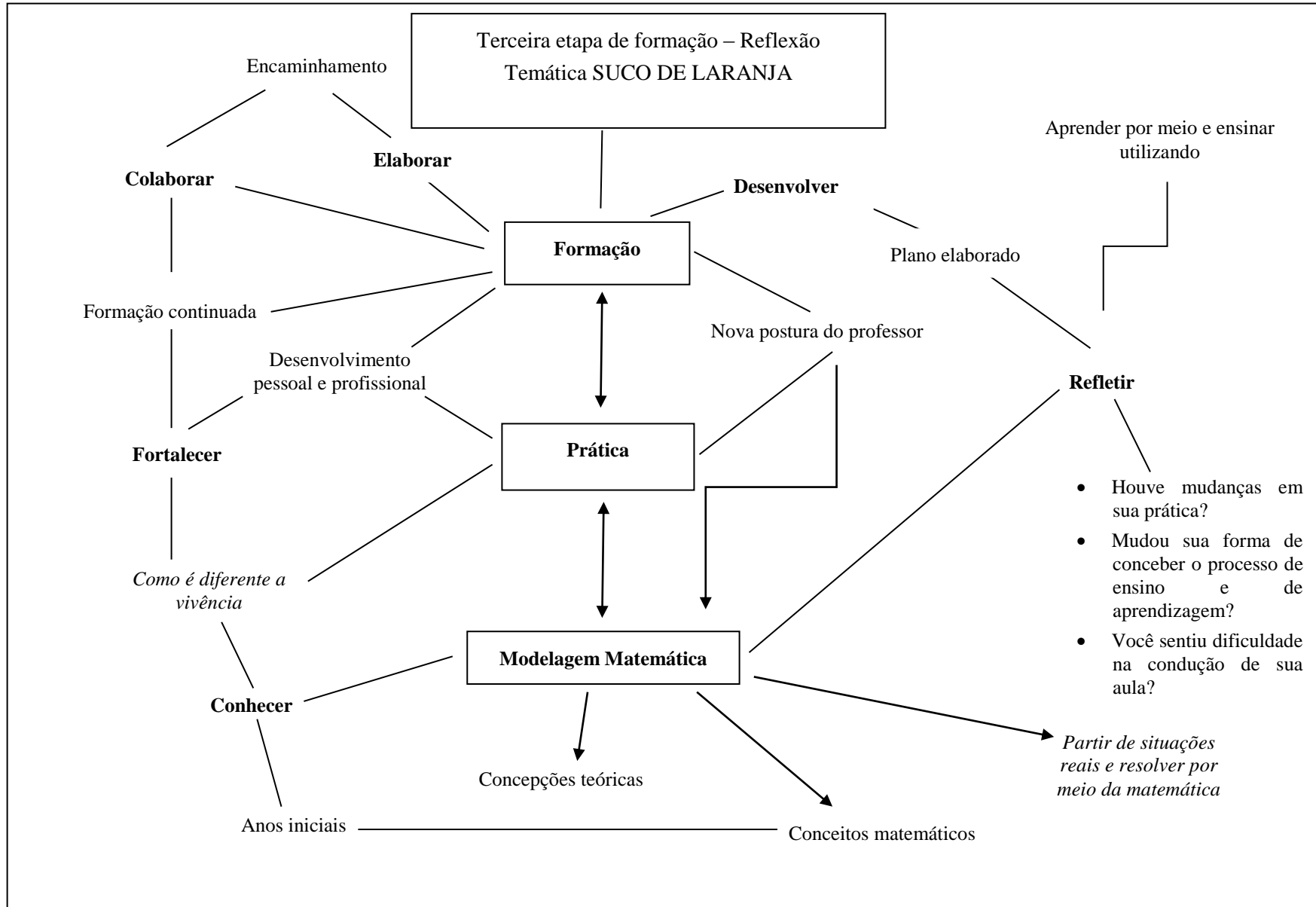


Figura 32 – Árvore de associação de ideias da atividade SUCO DE LARANJA etapa *Reflexão*

Fonte: Autores, 2018.

4.3. ATIVIDADE ROTINA DIÁRIA


4.3.1. Primeira etapa de formação – *Planejamento* ROTINA DIÁRIA

A rotina é um elemento importante no dia a dia das crianças, principalmente quando voltam das férias escolares e algumas alteram seus horários, ou seja, estudavam em um período e passam a estudar em outro. Este foi o ponto central que utilizamos para planejar a segunda temática para a formação de professoras no GEAMAI. Motivo pelo qual uma professora havia relatado estar com dificuldades com seus alunos com relação as suas rotinas, visto que estudavam no período vespertino e passaram a estudar no período matutino.

Entendemos que abordar esta temática com os participantes do GEAMAI por meio da Modelagem Matemática, poderia auxiliar a professora em sala de aula a discutir com os alunos aspectos em relação à organização espaço-temporal, destacando e/ou planejando a rotina do seu dia, para que se habituassem ao novo horário escolar e reorganizassem seus horários

No dia 07/03/2018, aconteceu nas dependências da Universidade Estadual de Londrina - UEL, o primeiro encontro destinado a etapa de planejamento referente a atividade ROTINA DIÁRIA. Na volta das férias do GEAMAI, alguns participantes deixaram de frequentar os encontros, entre eles, dois alunos de graduação (Pepê, Tatá) e duas professoras dos anos iniciais (Vivi e Lulu). A atividade foi gravada em vídeo e áudio.

A partir da entrega da folha de atividades (Figura 33), os participantes deveriam entender o problema e apresentar uma solução para o mesmo. Novamente as professoras formadoras não interferiram diretamente na atividade, deixando que a pesquisadora-formadora fizesse o papel de orientadora.



As aulas começaram e agora??

Na volta às aulas, os pais têm sempre um desafio: ajudar as crianças a voltarem à rotina. Ainda mais quando algumas delas trocam de turno escolar. Antes estudavam à tarde e mudam para turno da manhã, por exemplo. Para se adaptar à nova rotina, o ideal é planejar horários, sono, alimentação, atividade física entre outros.

De acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), as crianças entre cinco e dezessete anos devem dormir nove horas por dia. Isso porque é durante o sono que as células limpam as impurezas para estarem prontas para o aprendizado do dia seguinte. Também é durante o sono que a memória é consolidada e tudo que foi visto no dia é guardado. Além disso, o sono reparador deixa a criança mais disposta e ativa. A organização também ressalta com relação à atividade física, duas horas diárias de atividade física para crianças de dois a cinco anos e uma hora por dia para as de cinco a dezessete anos. Uma dica para a escola melhorar a atividade física é fazer as crianças caminharem no intervalo das aulas. É importante quebrar o tempo sedentário.

De que forma podemos organizar uma rotina diária para que a criança tenha tempo para estudar, brincar, dormir, durante o ano escolar?

Figura 33 - Segunda atividade desenvolvida no GEAMAI temática ROTINA DIÁRIA

Fonte: Autores, 2018.

Os participantes foram divididos em três grupos, sendo que dois deles (grupo 1 e grupo 2) eram compostos por uma professor dos anos iniciais cada. No grupo 1 estava a professora *Dada* e no grupo 2 a professora *Fifi*. O terceiro grupo era formado pela professora *F3* e dois alunos de graduação. A Figura 34a e 34b representa a composição do grupo 1 e do grupo 2 respectivamente.



Figura 34: Participantes do Grupo 1 e do Grupo 2 etapa planejamento atividade ROTINA DIÁRIA

Fonte: Autores, 2018

Este encontro teve duração de três horas em que a fase de *inteiração* passou a ser vivenciada pelos participantes. As discussões nos grupos buscaram refletir sobre aspectos relevantes para responder ao problema *De que forma podemos organizar uma rotina diária para que a criança tenha tempo para estudar, brincar, dormir, durante o ano escolar? conforme transcrição:*

Dada: Meus alunos estão com muita dificuldade em acordar, ontem tinha um babando na carteira.

Zazá: Aí vamos modelar uma situação para sua turma.

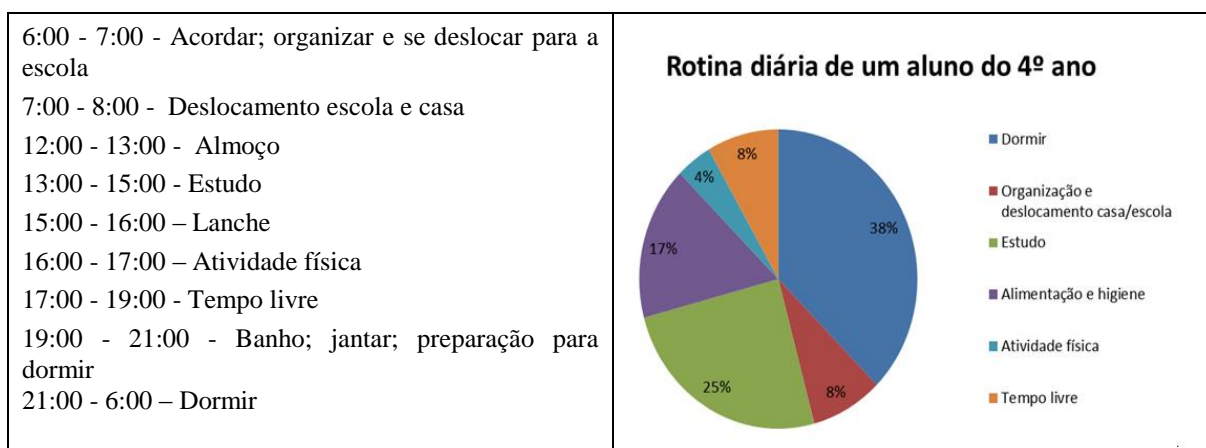
Dada: Eu quero desenvolver essa atividade.

Como o problema já estava definido, o processo de obtenção do modelo matemático pelos grupos aconteceu de maneira mais rápida com relação à primeira atividade SUCO DE LARANJA, devido os participantes já estarem se familiarizando com este tipo de atividade.

Os dados produzidos para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática, considerou aspectos presentes no texto disponibilizado, bem como em conhecimentos da rotina dos alunos por parte das professoras.

A partir dos modelos obtidos (Figura 35), cada grupo teve a oportunidade de discutir entre os participantes do GEAMAI como havia pensado, conforme transcrição:

Zazá: Primeiro estipulamos o ano que ia trabalhar, o 4º ano, a turma que a professora Dada leciona, depois fizemos uma lista com 24 horas elencando tudo que o aluno pode fazer na rotina desde acordar, se organizar, ir para a escola, tempo de estudo, alimentação, atividade física e tempo livre. Indicamos as citações de acordo com cada um dessa lista e depois colocamos em um gráfico de setores no software Excel (Quadro 19), além de fazermos o gráfico exploramos a porcentagem (Grupo 1).



Quadro 18 - Modelo matemático obtido pelo grupo 1 atividade ROTINA DIÁRIA
Fonte: Autores, 2018.

Fifi: Nós pensamos assim, não pensamos em uma série mais sim de 6 a 10 anos, uma criança que estuda de manhã e nós pensamos de que forma podemos trabalhar esse tempo e organizar essa rotina para que os horários e as atividades fossem organizadas em uma tabela que foi nosso modelo matemático (Grupo 2).

Problema

De que forma podemos organizar uma rotina diária para que a criança tenha tempo para estudar, brincar, dormir durante o ano escolar?

Parâmetros - tempo alocado por cada criança para brincar, estudar, dormir.

Objetivos: zero 9 horas
atendidos finais: 4 horas (considerando que a criança brinca entre 6 e 10 anos)
fórmula: 1 dia de semana

Objetivo do modelo matemático
montagem de uma tabela

A tabela representa os horários para um roteiro de um dia semanal (segunda a sexta-feira), para uma criança entre 6 e 10 anos.

Horário	Atividade
8:30 às 9:30	Alimentação + higiene pessoal
9:30 às 11:30	Estudo (aula)
11:30 às 12:30	Almoço
12:30 às 14:00	Repos
14:00 às 17:00	Atividade física
17:00 às 19:00	Satisfação familiar
19:00	Comer
19:30 às 19:50	Tarefa (estudo)
19:50 às 20:00	Finalizar
20:00 às 21:30	Repos e interação familiar
21:30 às 6:30	Sono

Figura 35: Síntese do desenvolvimento da atividade do grupo 1 temática ROTINA DIÁRIA
Fonte: Autores, 2018

Jaja: Em nosso grupo inicialmente, cada um de nós fez um cronograma geral de atividades, sem especificar. Depois fizemos detalhado, contando cada tempo destinado. Como pensamos na turma da professora Lili pensamos no estudo dos gráficos e porcentagem. Por exemplo, o aluno fica 4 horas na escola e isso representa 16,6% do dia dele. No entanto, dessas 4 horas que estão na escola acabam sendo os 100% e a partir daí estudar cada atividade que eles fazem na escola com relação à porcentagem e depois construir o gráfico (Grupo 3).

Após as discussões com relação aos modelos matemáticos obtidos, os participantes refletiram sobre aspectos relacionados a sistematização e o momento da intervenção em uma atividade de Modelagem Matemática como destacamos na linha narrativa Figura 36.

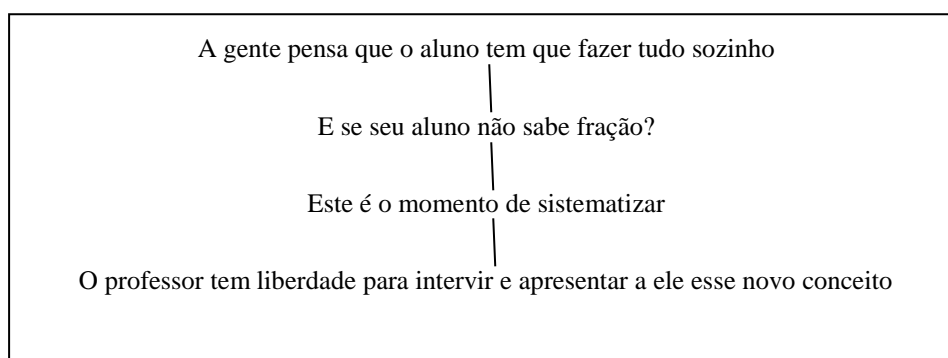


Figura 36 - Linha narrativa etapa Planejamento ROTINA DIÁRIA
Fonte: Autores, 2018.

Nessas discussões, podemos evidenciar a mudança no perfil dessas professoras com relação à Modelagem Matemática, visto que em relação às falas: *O professor tem a liberdade de parar e intervir, apresentar para ele este novo conceito (Joice), O professor aprende junto*

com o aluno (Fifi), *Nosso foco é ensinar matemática utilizando a Modelagem Matemática* (F1), caracterizam a maturidade dessas professoras perante o conhecimento sobre esta alternativa pedagógica.

Souza e Luna (2014) descrevem que, prioritariamente nos anos iniciais, pode ocorrer durante uma atividade de Modelagem Matemática a abordagem de algum conceito matemático que não faz parte da ementa do ano escolar, mas que pode ser abordado pelos alunos.

Outra abordagem presentes nas discussões foi a importância de se antecipar, ou seja, de planejar o encaminhamento de uma atividade, deixando claro que “não temos que segui-lo a risca, mas nos orienta em sala de aula” (Joice). A transcrição a seguir descreve esta discussão:

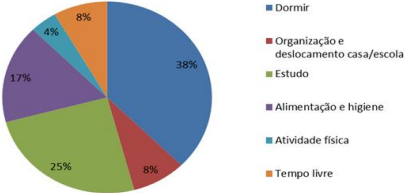
Dada: O planejamento nos orienta em como vamos desenvolver

F1: Exatamente Dada, no entanto devemos ter consciência de que não podemos segui-lo linearmente, pois em uma atividade de Modelagem Matemática pode acontecer diferentes possibilidades.

Joice: O encaminhamento nos orienta para uma ideia do que poderá acontecer na atividade.

O planejamento da atividade de Modelagem Matemática ROTINA DIÁRIA foi finalizado no segundo encontro da primeira etapa de formação *Planejamento*, que aconteceu no dia 21/03/18 nas dependências da Universidade Estadual de Londrina – UEL e teve duração de três horas. Os grupos tiveram a oportunidade de descrever como fariam e para que turma haviam pensado em desenvolver a atividade. Destacamos aqui o encaminhamento elaborado pelo grupo 1, em que a professora optou por desenvolver a atividade de Modelagem Matemática em sua turma regular do 4º ano do Ensino Fundamental conforme Quadro 19.

Encaminhamento para o 4º ano	
Conteúdos Matemáticos que podem emergir:	Medidas de tempo (horas); Números na forma de fração; Operações fundamentais; Porcentagem; Gráfico de setores.

Objetivos:	Estabelecer um dia (segunda à sexta) para organizar a rotina de cada aluno; Apresentar aos alunos uma maneira de ver a matemática na resolução de um problema não matemático; Organizar a rotina diária de cada aluno, observando o tempo que cada um gasta em cada atividade; Obter um modelo matemático que represente a rotina de cada aluno.																
Encaminhamentos metodológicos:	Propor aos alunos que organizem sua rotina diária com ajuda dos pais e/ou responsáveis, elencando atividades como horários de sono, higiene, alimentação e atividades físicas. Propor aos alunos alguns questionamentos, como: Como você pensou para organizar sua rotina? Qual das atividades do seu dia você ocupa mais tempo? Quanto tempo? Por que você acha que gasta mais tempo nessa atividade? É necessário todo esse tempo para essa atividade? E qual atividade você ocupa menos tempo? Como você pode organizar esses dados? Os dados coletados poderão ser organizados em uma tabela, com as atividades da rotina e o tempo correspondente a cada uma delas.																
Dado Importante:	Criança com 9 anos / 4º ano Tempo de sono: 9 horas por dia Atividade física: 1 hora por dia																
Possível resolução	<p>6:00 - 7:00 - Acordar; organizar e se deslocar para a escola 7:00 - 8:00 - Deslocamento escola e casa 12:00 - 13:00 - Almoço 13:00 - 15:00 - Estudo 15:00 - 16:00 - Lanche 16:00 - 17:00 – Atividade física 17:00 - 19:00 - Tempo livre 19:00 - 21:00 - Banho; jantar; preparação para dormir 21:00 - 6:00 – Dormir</p> <div style="text-align: right;"> <p>Rotina diária de um aluno do 4º ano</p>  <table border="1"> <caption>Legenda do Gráfico de Pizza</caption> <thead> <tr> <th>Atividade</th> <th>Porcentagem</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Dormir</td> <td>38%</td> </tr> <tr> <td>Estudo</td> <td>25%</td> </tr> <tr> <td>Alimentação e higiene</td> <td>17%</td> </tr> <tr> <td>Tempo livre</td> <td>8%</td> </tr> <tr> <td>Organização e deslocamento casa/escola</td> <td>8%</td> </tr> <tr> <td>Atividade física</td> <td>4%</td> </tr> <tr> <td>Tempo livre</td> <td>4%</td> </tr> </tbody> </table> </div>	Atividade	Porcentagem	Dormir	38%	Estudo	25%	Alimentação e higiene	17%	Tempo livre	8%	Organização e deslocamento casa/escola	8%	Atividade física	4%	Tempo livre	4%
Atividade	Porcentagem																
Dormir	38%																
Estudo	25%																
Alimentação e higiene	17%																
Tempo livre	8%																
Organização e deslocamento casa/escola	8%																
Atividade física	4%																
Tempo livre	4%																

Quadro 19: Encaminhamento de aula planejado pela professora em formação Dada
Fonte: Relatório das professoras do grupo 1 – ROTINA DIÁRIA.

A professora *Fifi* do grupo 2 estava lecionando em uma turma de Educação Infantil e também optou por desenvolver essa atividade. No entanto, como nosso foco de pesquisa não é este nível de ensino, não descrevemos o encaminhamento planejado nem como ocorreu a atividade.

O grupo 1 expressou qual o encaminhamento que desenvolveu para a atividade, no entanto, a professora responsável, poderia realizar algumas alterações visto que conhecia características e limitações de sua turma, conforme transcrição:

Dada: Não que isso vai acontecer, pois na hora pode ocorrer de maneira completamente diferente. Mas a gente vai induzindo de qualquer forma.

Zazá: Porque algum momento eles vão falar de hora.

Ao planejar o encaminhamento da atividade, a professora optou por antecipar quanto ao que poderia acontecer em sala de aula. Stillman, Brown e Geiger (2015, p. 97) descrevem

antecipação como uma “forma-chave de pensamento matemático na resolução de problemas de Modelagem Matemática”. O modelo de encaminhamento planejado pelo grupo e adaptado pela professora dos anos iniciais *Dada* está descrito no Quadro 20.

4.3.1.1. Análise da primeira etapa de Formação – *Planejamento ROTINA DIÁRIA*

Assim como na atividade SUCO DE LARANJA, as análises da atividade ROTINA DIÁRIA têm como objetivo evidenciar ações que possam articular aspectos relativos ao “lidar” com atividades de Modelagem Matemática das professoras dos anos iniciais. O que podemos evidenciar é que o encaminhamento em busca de uma solução para o problema seguiu as fases da Modelagem Matemática como caracterizadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

As fases, de certa forma, estão associadas a como as professoras dos anos iniciais lidam com a atividade e podem se articular com ações como **inteirar**, **coletar**, **matematizar**, **resolver** e **interpretar**.

As professoras buscaram a partir de um problema¹⁶ relacionar um conjunto de procedimentos necessários para que o mesmo pudesse ser respondido. Nos grupos, as professoras passaram a se inteirar da atividade, destacando a importância da rotina no dia-a-dia, conforme transcrição:

Dada: Este ano estou com 26 alunos, faz tempo que venho lecionando apenas no 4º ano e no início do ano eles têm muita dificuldade com a questão do sono, eles estudavam a tarde e agora estão estudando de manhã. Quero fazer essa atividade com eles!

Com a fala da professora *Dada* podemos destacar a fase de inteiração, visto que a partir da situação-problema ROTINA DIÁRIA, os participantes buscaram informações para uma maior familiaridade, passando a investigá-la. Ao coletar informações para a atividade, os três grupos buscaram refletir quantas horas eram destinadas para cada atividade dos alunos, produzindo assim, os dados.

Com o objetivo de obter um modelo matemático para a situação, as professoras novamente voltaram-se às suas práticas, pois pensaram quais conteúdos matemáticos

¹⁶ O termo problema é entendido como uma situação em que o indivíduo não possui um esquema *a priori* para resolvê-lo (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

poderiam emergir da atividade. Assim, o uso de gráficos de barras e setores, tabelas, frações e porcentagem se fizeram presentes na obtenção do modelo matemático, com o intuito de resolver o problema.

A fase de interpretação pode ser evidenciada quando as professoras apresentaram seus modelos obtidos, desta forma as professoras passaram a refletir sobre suas práticas e assim, complementaram que o professor tem a oportunidade de aprender junto com os alunos em uma atividade de Modelagem Matemática.

Como cada grupo havia uma professora dos anos iniciais que lecionava em diferentes turmas, foi oportunizado o contato com diferentes abordagens para uma atividade de Modelagem Matemática, proporcionando aprofundar os estudos sobre essa tendência e, com isso, garantir uma possibilidade para ser utilizada em contextos escolares (TAMBARUSSI, 2015).

A figura 37 ilustra a árvore de associação de ideias que emergiu da primeira etapa de formação. Em **negrito** encontram-se as fases da Modelagem Matemática segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012) e tiveram ligação com uso de setas. As expressões obtidas por meio das análises em vídeo e áudio foram sintetizadas em *itálico* de modo a emergir fundamentos que justificam a importância da planejamento em uma atividade de Modelagem Matemática.

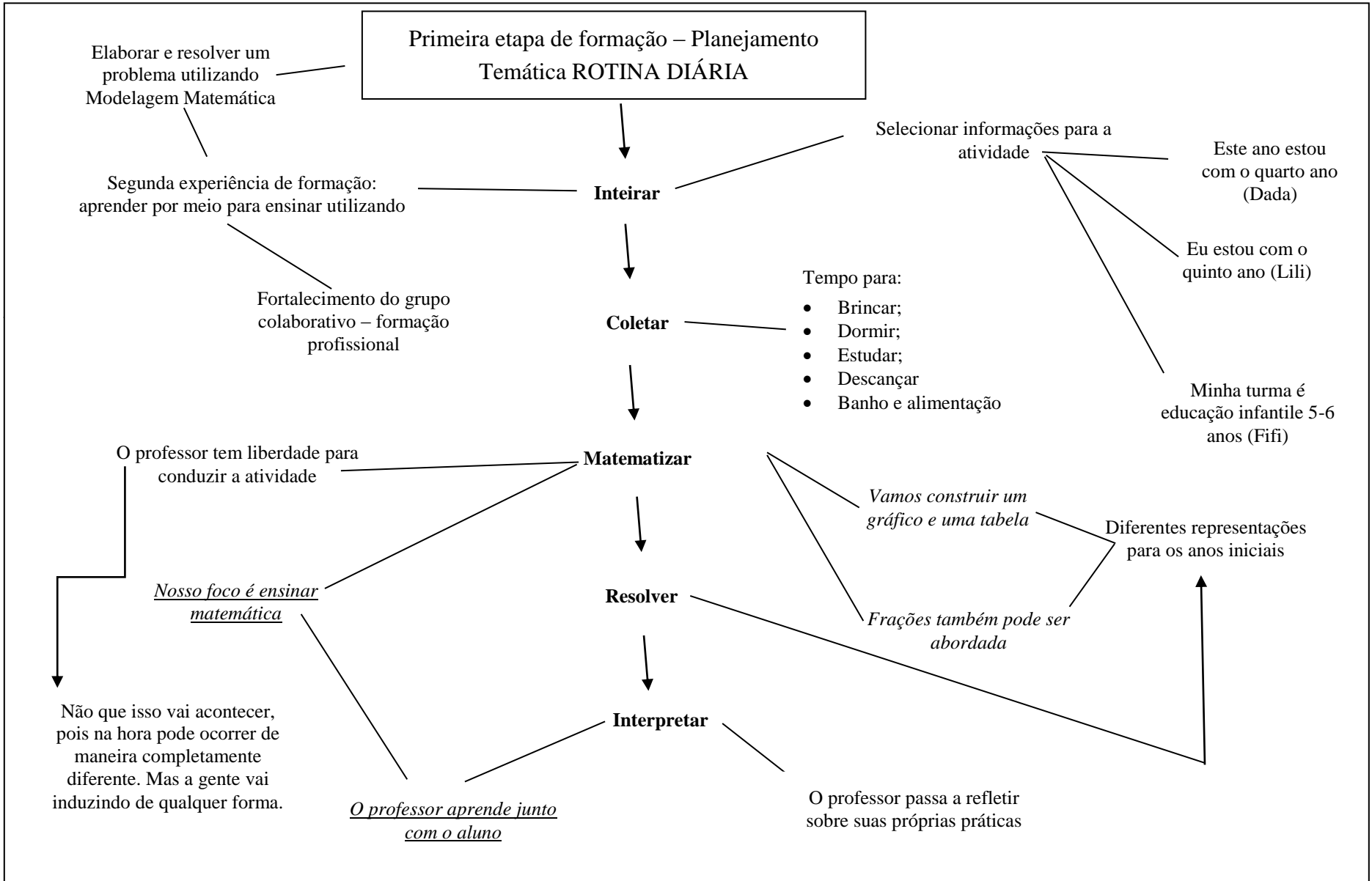


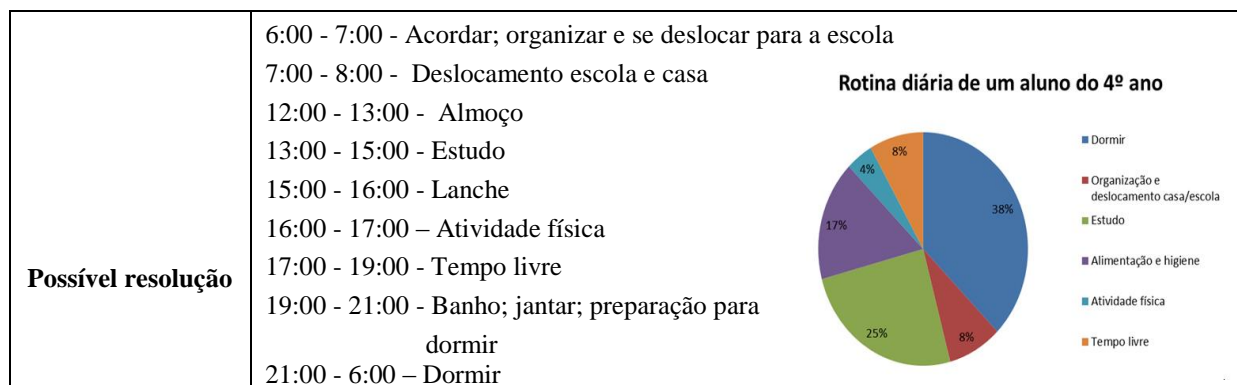
Figura 37 - Árvore de associação de ideias etapa planejamento ROTINA DIÁRIA
Fonte: Autores, 2018.

4.3.2. Segunda etapa de formação – Ação ROTINA DIÁRIA

A segunda etapa de formação aconteceu no dia 06/04/2018 no município de Cambé-PR, na escola municipal Santos Dumont. A professora Dada responsável por desenvolver o encaminhamento, leciona no quarto ano do Ensino Fundamental as disciplinas de Português, Matemática e Ciências. Estavam presentes neste dia quatro participantes do GEAMAI (F1, Joice, Kaká e Tutu) que foram para auxiliar a professora, se necessário, e coletar informações para serem discutidas na próxima etapa de formação, a reflexão. A aula foi gravada em vídeo e áudio com o consentimento da escola e dos pais ou responsáveis pelos alunos após um pedido de autorização que assegurasse o anonimato dos alunos.

O desenvolvimento da atividade levou aproximadamente duas horas e seguiu encaminhamento (Quadro 20) planejado no GEAMAI pelo grupo 1 no qual a professora Dada foi integrante.

Encaminhamento para o 4º ano	
Conteúdos Matemáticos que podem emergir:	Medidas de tempo (horas); Números na forma de fração; Operações fundamentais; Porcentagem; Gráfico de setores.
Objetivos:	Estabelecer um dia (segunda à sexta) para organizar a rotina de cada aluno; Apresentar aos alunos uma maneira de ver a matemática na resolução de um problema não matemático; Organizar a rotina diária de cada aluno, observando o tempo que cada um gasta em cada atividade; Obter um modelo matemático que represente a rotina de cada aluno.
Encaminhamentos metodológicos:	Propor aos alunos que organizem sua rotina diária com ajuda dos pais e/ou responsáveis, elencando atividades como horários de sono, higiene, alimentação e atividades físicas. Propor aos alunos alguns questionamentos, como: Como você pensou para organizar sua rotina? Qual das atividades do seu dia você ocupa mais tempo? Quanto tempo? Por que você acha que gasta mais tempo nessa atividade? É necessário todo esse tempo para essa atividade? E qual atividade você ocupa menos tempo? Como você pode organizar esses dados? Os dados coletados poderão ser organizados em uma tabela, com as atividades da rotina e o tempo correspondente a cada uma delas.
Dado Importante:	Criança com 9 anos / 4º ano Tempo de sono: 9 horas por dia Atividade física: 1 hora por dia



Quadro 20: Encaminhamento desenvolvido pela professora Dada atividade ROTINA DIÁRIA

Fonte: Autores, 2018

A turma da professora era composta por 21 alunos. O desenvolvimento da atividade foi realizado em três momentos. No primeiro, os alunos coletaram os dados, juntamente com seus pais e seus familiares, organizando sua rotina diária. A professora orientou que os dados poderiam ser registrados como achassem melhor. Com isso os alunos utilizaram diferentes representações para a coleta de dados, sendo elas pictóricas, textuais e tabulares. Na Figura 38, apresentamos duas dessas representações.

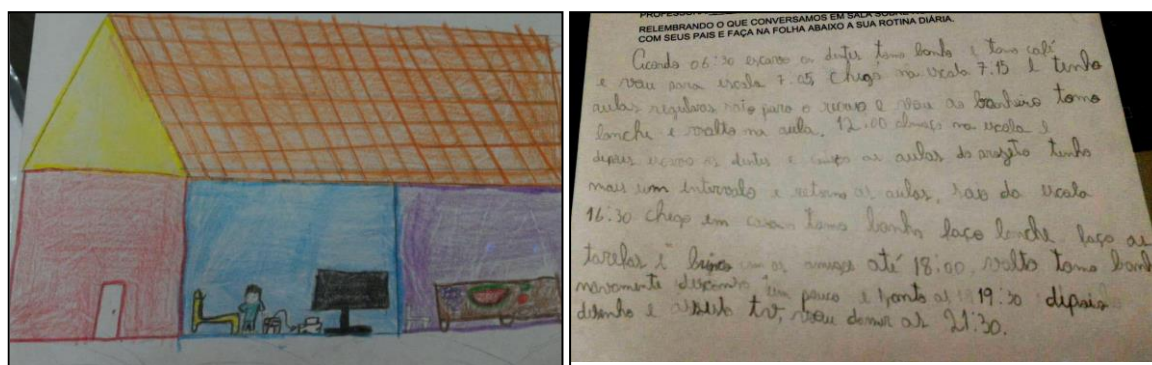


Figura 38 - Representação pictórica e textual para rotina diária

Fonte: Arquivo da professora Dada, 2018.

No segundo momento, após coleta dos dados de maneira individual, a professora pediu que os alunos descrevessem sua rotina detalhadamente com relação a um dia escolar (Figura 38), visto que alguns representaram por um desenho apenas um horário de sua rotina. A professora destacou que, com a primeira coleta, não seria suficiente para o desenvolvimento da atividade.

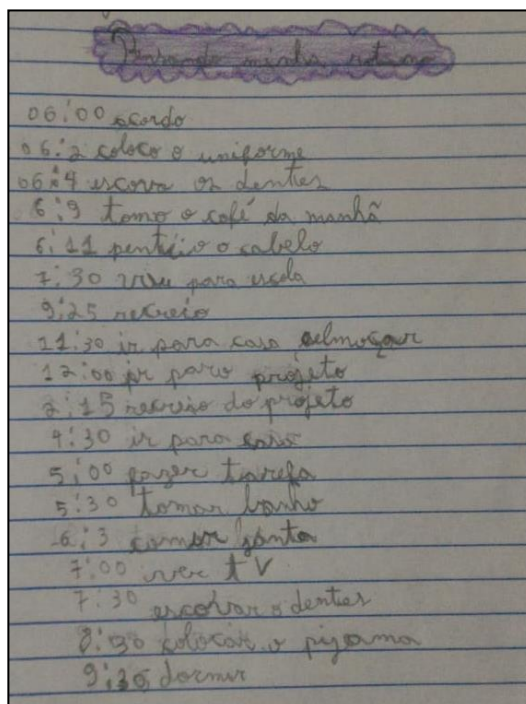


Figura 39: Rotina detalhada de um aluno

Fonte: Produção escrita de um aluno da professora *Dada*

A professora *Dada* destacou que muitos alunos não tinham noção do tempo, portanto o segundo momento foi importante por destacar que:

Dada: Nós estamos condicionados ao tempo [...] Não temos noção das horas, por isso nós fizemos nossa nova rotina, detalhando nossos horários e desenhamos vários relógios.

A professora refletiu sobre como os alunos estabeleceram sua rotina com relação aos horários e, com isso, discutiu com os alunos sobre a dificuldade da compreensão com relação as medidas de tempo - horas e minutos - visto que é uma habilidade a ser destacada por Brasil (2018) EF04MA22¹⁷,

Ler e registrar medidas e intervalos de tempo em horas, minutos e segundos relacionadas ao seu cotidiano, como informar os horários de início e término de realização de uma tarefa e sua duração (BRASIL, 2018 p. 249).

A professora destacou a importância da coleta de dados realizada nos primeiros momentos, em casa com a ajuda dos pais ou até mesmo sozinhos. Deste modo, a professora destacou que apenas os desenhos de um momento da rotina não eram suficientes para a atividade que iriam desenvolver, pois a não apresentava a rotina diária do aluno, e sim apenas

¹⁷O código EF04MA22 indica a vigésima segunda habilidade do 4º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental de Matemática.

uma parte do seu dia. Assim, o segundo momento foi importante por organizar a rotina com relação aos horários, destacando a importância do tempo no dia a dia.

Uma aluna se propôs a ler sua rotina para a turma toda e, em seguida, a professora discutiu sobre as etapas que haviam vivenciado até então, destacando a dificuldade dos alunos com relação às medidas de tempo e como preencher a nova rotina que iriam desenvolver.

Dada: Depois de toda essa conversa, sobre o tempo da construção das horas, do relógio, porque o ponteiro vai até o doze, como que se faz esse processo das vinte quatro horas, teve gente que conseguiu colocar lá certinho (rotina organizada por tempo – segundo momento), mas teve pessoas que teve um pouco de dificuldade com essa questão do tempo. E através dessa dificuldade que nós elaboramos o terceiro momento da atividade e vamos suprimir para ver se a gente consegue colocar as horas e pensar na rotina com um pouco mais de facilidade.

No terceiro momento, a professora fez a leitura do texto sobre rotina diária e estabeleceu juntamente com os alunos uma nova rotina que pudesse suprimir algumas informações a fim de apresentar as principais atividades realizadas em um dia. Para isso, cada aluno iria estabelecer o tempo que leva para dormir, brincar, estudar, descansar, tomar banho e se alimentar. A partir dessa nova proposta de rotina, a professora organizou os alunos em cinco grupos com quatro integrantes e um grupo com cinco integrantes, deixando livre a formação dos mesmos.

A linha narrativa (Figura 40) apresenta trechos do áudio da atividade em que a professora realiza a nova proposta de rotina com base nos dados coletados pelos alunos no primeiro e segundo momentos da atividade.

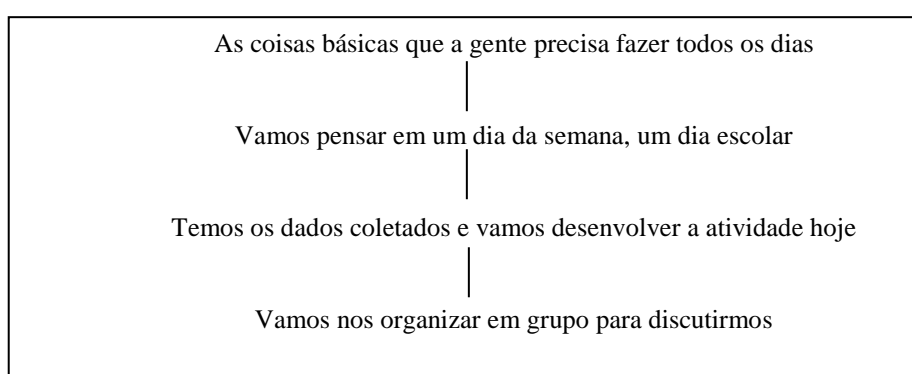


Figura 40 - Linha narrativa com a temática Rotina diária
Fonte: Autores, 2018.

Ao iniciar o desenvolvimento da atividade *pensando em minha rotina diária*, os alunos destacaram o tempo destinado às principais atividades de um dia (dormir, brincar,

estudar, descansar, tomar banho e se alimentar). Como cada aluno teve a oportunidade de construir a sua rotina diária, a professora os orientou que se atentassem a quantidade de horas/minutos destinadas para cada uma dessas atividades, pois alguns ficavam na escola por um período de quatro horas e outros por oito horas.

A professora *Dada* escreveu na lousa um exemplo de rotina, com o objetivo de orientar os alunos a organizarem seus dados (Figura 41).

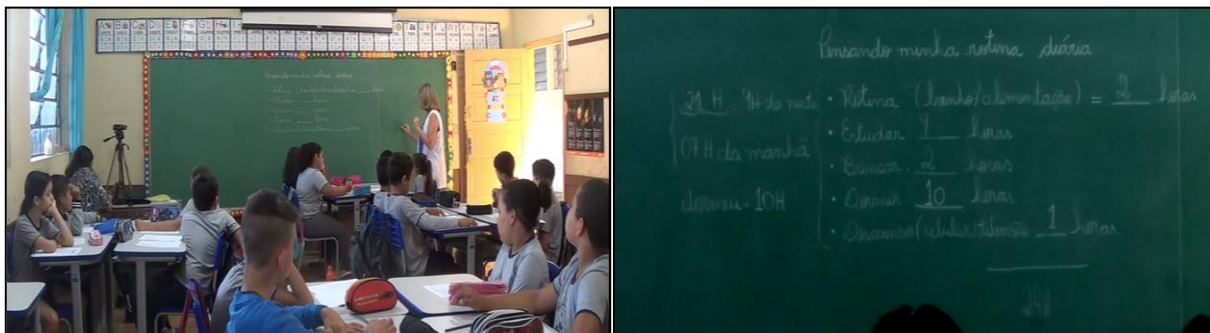


Figura 41 - Ação da professora *Dada*

Fonte: Autores, 2018.

Continuando a atividade a professora pediu para que um aluno apresentasse para a turma o tempo que havia descrito para cada tópico (dormir, brincar, estudar, descansar, tomar banho e se alimentar) e, com isso, auxiliou os alunos orientando-os nos erros cometidos ao preencher, pois a soma dos horários deveria ser vinte e quatro, ou seja, um dia (manhã, tarde e noite). Com isso, a professora sempre chamava a atenção de todos o tempo final de sua rotina.

Dada: Quantas horas tem um dia? Então se eu somar as horas da rotina diária do colega, tem que dar vinte e quatro! Será que a rotina dele está correta?

A professora foi passando pelos grupos (Figura 42) discutindo sobre os horários estabelecidos por cada aluno para cada atividade. Alguns alunos equivocavam quanto à quantidade de horas destinada para cada atividade, orientando os grupos a ajudarem uns aos outros para conferência da soma final, ou seja, vinte e quatro horas.



Figura 42 - Ação da professora *Dada* visitando os grupos

Fonte: Autores, 2018.

Após listarem o tempo para desenvolverem cada atividade, a professora pediu aos alunos que organizassem os dados de modo diferente para que, ao levar para casa, os pais/responsáveis pudessem visualizar a rotina deles. O intuito da professora era que os alunos lembrassem do uso de gráficos, como pode ser observado no trecho a seguir:

Dada: Outro dia eu falei para vocês, vamos sistematizar a atividade agora lembram? Como que nós podemos organizar isso aqui em que você olha e consegue ter uma outra visão de nossa rotina. Alguém lembra? Será que a gente consegue sistematizar em um gráfico?

Com essas orientações a professora sugeriu a construção de um gráfico de barras. Ela orientou os alunos a estabelecer os parâmetros para o gráfico, em que o eixo horizontal representa as atividades e o eixo vertical a quantidade de horas destinada a cada uma delas.

A professora também aproveitou a oportunidade e questionou se o gráfico de barras era o único utilizado para representar a rotina, orientando-os a trabalhar com o gráfico de setores, o qual os alunos nomearam como “gráfico da pizza”.

Como a professora havia planejado o encaminhamento da atividade, a mesma se antecipou e construiu sua rotina diária com o gráfico de barras e com o gráfico de setores apresentando-os aos alunos, conforme mostram as fotografias apresentadas na Figura 43.



Figura 43 - Ação da professora Dada na construção gráficos
Fonte: Autores, 2018.

Para auxiliar os alunos, a professora distribuiu uma folha de papel quadriculado e uma folha com o formato circular para que escolhessem uma das duas formas de representação gráfica para apresentar a rotina. A professora destacou que esses gráficos poderiam ser feitos com uso do computador, no entanto, como não havia sala de informática, eles iriam utilizar papel e lápis para sua construção. A Figura 44 apresenta os gráficos feitos na escola pelos alunos na obtenção do modelo matemático para a atividade. O gráfico de setores foi construído por meio de dobraduras em vinte quatro partes iguais.

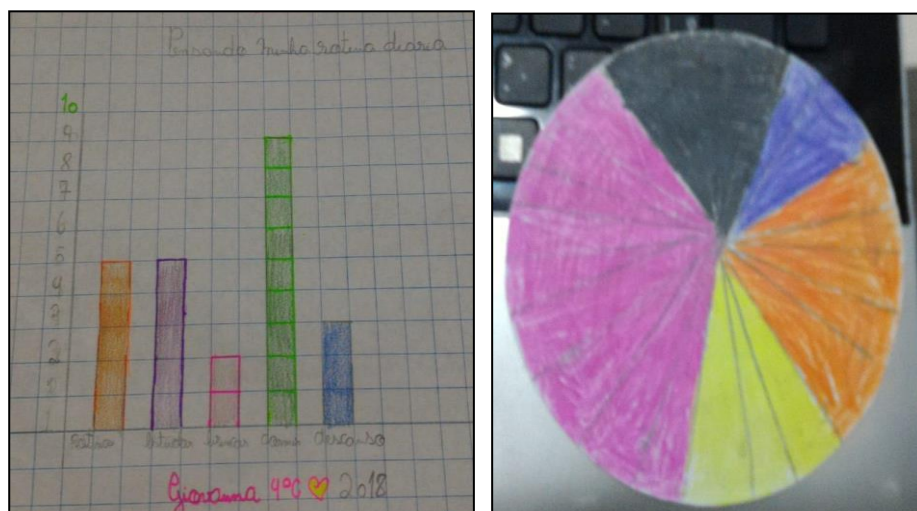


Figura 44 - Ação da professora *Dada* construção gráficos
Fonte: Autores, 2018.

Finalizando a atividade a professora apresentou alguns elementos que fazem parte de um gráfico como legenda, título e fonte, discutindo que um gráfico fornece ao leitor uma interpretação de forma mais rápida e objetiva para a atividade realizada. No término da atividade, os alunos entregaram seus registros (Coleta de dados em casa, organização da rotina por horários, rotina diária com atividades essenciais e os gráficos de barra e/ou setores) dentro de um saquinho plástico que a professora havia entregue no início da atividade.

4.3.2.1. Análise da Ação da Professora *Dada*

Com o desenvolvimento do encaminhamento feito pela professora *Dada* em sua turma de quarto ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental, podemos refletir sobre algumas ações que se fizeram presentes, com esse propósito, destacamos tais ações em **negrito** nas análises.

A primeira ação é **vivenciar**, justificando a sua primeira experiência ao desenvolver a atividade em sua sala de aula, bem como a motivação ao afirmar *eu quero desenvolver essa atividade*. A ação **escolher** surge como um norte para que a formação em Modelagem Matemática possa ser de fato vivenciada pela professora nas três etapas de formação *Planejamento, ação e reflexão*.

Ao optar por desenvolver o planejamento feito no GEAMAI, a professora buscou **encaminhar** a atividade a partir do que havia antecipado. No entanto, a partir da primeira coleta de dados, o encaminhamento precisou sofrer algumas alterações, o que em uma atividade de Modelagem Matemática é algo comum de acontecer.

Neste caso, fica evidente o papel do professor em **orientar** uma atividade de Modelagem Matemática. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 24):

a) Orientar é indicar caminhos, é fazer perguntas, é não aceitar o que não está bom, é sugerir procedimentos; b) orientar não é dar respostas prontas e acabadas, não é sinalizar que “vale tudo” c) orientar não é esperar que o aluno simplesmente siga exemplos, d) orientar não é livrar-se de estudar, de se preparar para o exercício da função; e) orientar-se não é despir-se da autoridade de professor.

Podemos conjecturar que a professora *Dada* assumiu o papel de orientadora durante toda a atividade, incentivando os alunos a coletar informações a fim de encontrar uma solução. Caminhando nesta direção, destacamos a necessidade do professor conhecer sua turma (quantidade de alunos, conhecimento matemático, particularidades da turma, entre outros) para que possa se antecipar frente a situações que poderão ocorrer.

Com relação às fases da Modelagem Matemática de Almeida, Silva e Vertuan (2012), **inteiração** da situação-problema pode ser observada no momento da roda de conversa, sendo o ponto de partida. A coleta de dados foi realizada mais de uma vez seja pelos alunos com a ajuda de seus pais e familiares, seja individualmente ao descrever cada atividade do seu dia e o tempo destinado a elas.

A **matematização** e a **resolução** foram encaminhadas quando, em conjunto com a professora, os alunos optaram por descrever apenas atividades essenciais para do dia-a-dia até chegarem a um modelo matemático que foi obtido a partir de duas representações matemáticas – gráfico de barras e gráfico de setores. O uso de dois modelos buscou representar uma resposta matemática para a situação-problema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) aborda que nos anos iniciais o estudo de gráfico deve priorizar

[...] a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos (BRASIL, 2018, p. 272).

A comunicação dos resultados obtidos foi a socialização que a professora promoveu com a turma, ao apresentar elementos essenciais que um gráfico precisa apresentar como título, fonte e legendas.

Promover a *ação* da professora *Dada* nos fez concluir que a implementação da Modelagem Matemática desde os anos iniciais do Ensino Fundamental auxilia a interação professor-aluno e aluno-aluno, pois ao discutir/refletir em coletivo os problemas surgem e são resolvidos em conjunto. Isso é essencial para reafirmar o uso de atividades de Modelagem Matemática em sala de aula e, ao mesmo tempo, encorajar outros educadores para que utilizem em suas práticas docentes (SANTOS; BISOGNIN, 2007).

Na construção da árvore de associação de ideias para esta etapa de formação, levamos em consideração as ações que se emergiram durante o desenrolar da atividade, tanto com relação às fases da Modelagem Matemática, como no direcionamento do encaminhamento, fazendo a ligação entre elas por meio de setas e segmentos.

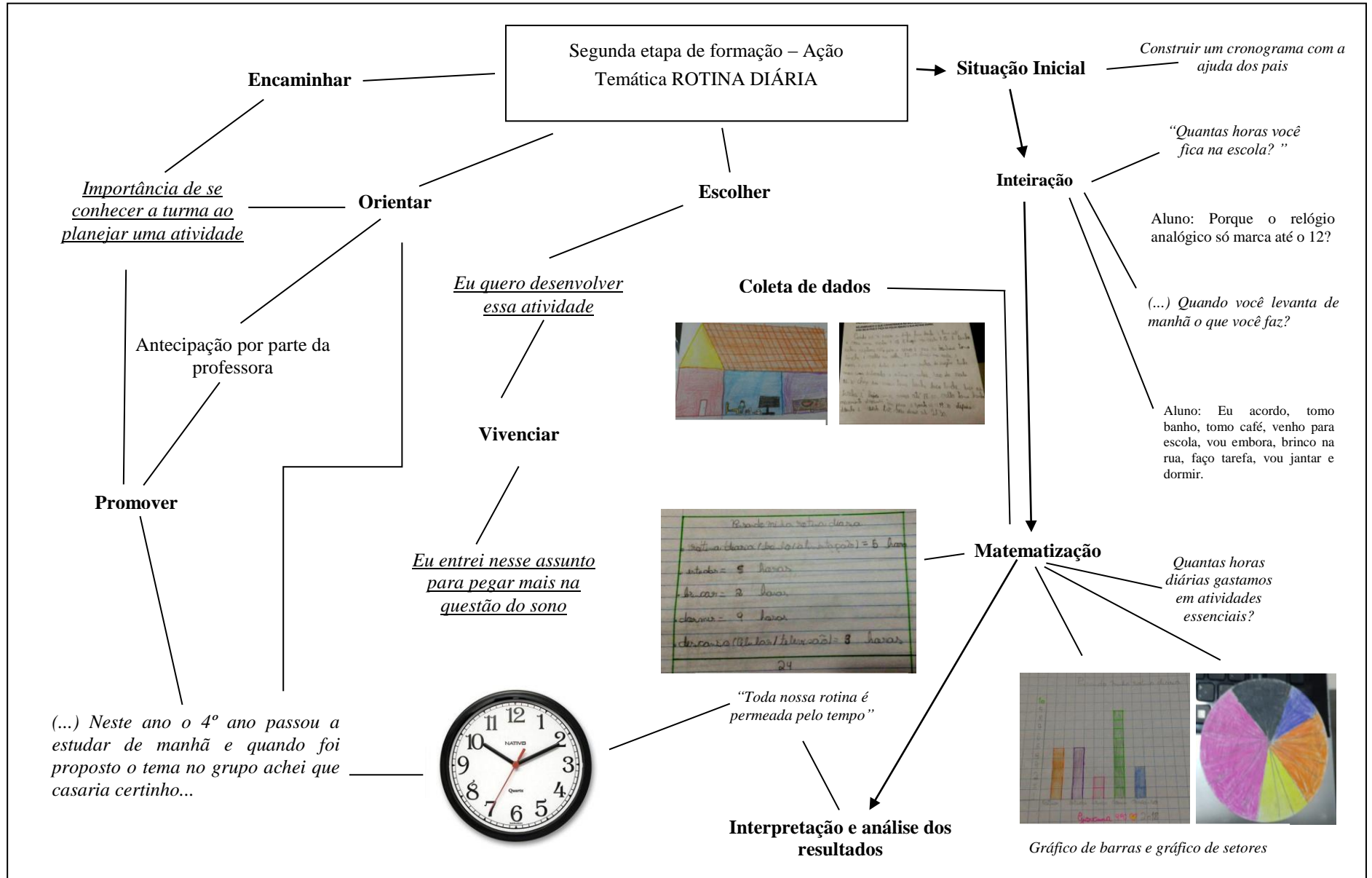


Figura 45 -Árvore de associação de ideias – ação da professora Dada com a temática ROTINA DIÁRIA

Fonte: Autores, 2018.

4.3.3. Terceira etapa de formação – *Reflexão* ROTINA DIÁRIA

O dia 11/04/18 foi destinado à reflexão da ação desenvolvida na turma da professora Dada, o encontro aconteceu nas dependências da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR e teve duração de três horas (Figura 46).



Figura 46- Discussão etapa *Reflexão* no GEAMAI
Fonte: Autores, 2018.

Inicialmente situamos as professoras dos anos iniciais *Lili* e *Nenê* para o que havíamos desenvolvido, pois haviam faltado nos últimos encontros. Posteriormente iniciou-se a discussão do encaminhamento planejado para a atividade, como podemos evidenciar na transcrição:

Dada: Quando a gente preparou esse encaminhamento para se trabalhar a rotina, só que aí quando chegou lá (em sala de aula) como eu ia desenvolver a atividade sozinha eu pensei em alguns aspectos. Como a minha turminha é bem relativamente fraca em alguns conteúdos, eu pensei de dividir a atividade em momentos. Quando pedi o primeiro momento eu achei que daria para trabalhar. No entanto quando voltou aqueles desenhos, eu senti que precisava trabalhar mais, pois alguns alunos não tinham noção sobre rotina.

Com isso, um aspecto a ser destacado na etapa *reflexão* foi o tempo utilizado para a atividade e a professora relatou que havia utilizado três dias para a realização da atividade, pois optou por dividi-la em momentos pois se deparou com toda essa dificuldade dos alunos com relação a medida de tempo horas/minutos para computar as atividades diárias.

As discussões tiveram como foco a importância do professor olhar para a atividade e saber guiar, pois quando os alunos trouxeram os registros sem menção ao tempo, as professoras refletiram sobre a importância de olhar para os registros trazidos e discutir que esses registros não podem ser considerados como “errados”, pois a professora havia deixado em aberto sua coleta, ou seja, *esses desenhos fazem parte do processo de aprendizagem* (F2).

A linha narrativa (Figura 47) se tornou importante, pois ao destacar a falta de informações, a professora *Dada* optou por desenvolver um segundo momento em que os alunos detalhassem a rotina.

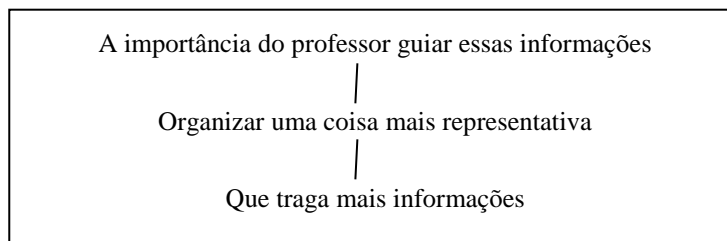


Figura 47: Linha narrativa etapa *Reflexão* ROTINA DIÁRIA
Fonte: Autores, 2018.

A professora *FI* destacou a importância das discussões que a professora *Dada* proporcionou aos alunos, questionando-os por quanto tempo jogavam vídeo-game, estudavam, brincavam, iam dormir, entre outras atividades. Sobre esse aspecto, a professora *Dada* apresentou alguns comentários, conforme transcrição:

Dada: Esta atividade foi bem interessante. (...) Quando pedi para produzirem suas rotinas, os alunos não tinham noção do tempo que ficavam na escola (...) essa questão do tempo tive que rever muito (...) Uma aluna disse que ia dormir as 16h, mas nesse horário ela ainda está na escola. Quando pedi para que estruturassem a rotina deles por horário teve aluno que colocou o que ele quis, horário para tudo. Só que na hora de trabalhar o gráfico de setores ficaria com muitas informações.

Para a fase de inteiração, a professora dividiu os alunos em grupos. No entanto, cada aluno tinha suas informações e obteve seu modelo matemático. Eles se ajudaram no momento da sistematização, ao realizar a soma dos horários e na construção dos gráficos. Na reflexão foi discutida a autonomia do aluno em uma atividade de Modelagem Matemática.

Com relação à construção dos gráficos foram discutidos aspectos das ações da professora a destacar sua organização e antecipação, ao levar o papel quadriculado, o uso de régua, o saco plástico para guardar todos os registros, além de apresentar aos alunos seu modelo para a sua rotina.

Em relação aos conteúdos matemáticos presentes na atividade, a professora *FI* destacou que ao se trabalhar com o relógio, pode-se abordar conceitos relacionados a ângulos no gráfico de setores apresentado aos alunos. A professora *FI* também destacou a importância do uso da tecnologia aliada à atividade. No entanto, como não haviam computadores, a professora *Dada* optou por utilizar somente lápis e papel. Continuando a reflexão da ação da

professora *Dada*, o diálogo transcrito a seguir se mostrou de extrema importância sobre a atividade de Modelagem:

Joice: Você acha que essa atividade de Modelagem Matemática contribuiu para aprendizagem dos alunos?

Dada: Eu descobri nessa atividade que eles não tinham noção nenhuma de tempo, talvez se eu tivesse trabalhado da forma convencional eu não teria tido esse olhar, essas discussões que foram feitas desde o início foram muito importantes. Eu acredito que a aprendizagem foi outra.

F2: A atividade permitiu que você entendesse onde é que eles estavam e o que eles compreendem e a partir disso, você caminha para que eles construam e cheguem ao objetivo do que você está querendo. Veja bem você refletiu antes, durante e agora também.

Uma reflexão sobre o direcionamento do encaminhamento planejado originou no seguinte diálogo:

F1: Você seguiu o encaminhamento?

Dada: Em partes, quando havíamos planejado o encaminhamento sabíamos que ia trabalhar a rotina, no entanto, outros pontos foram destacados, que se originou nos três momentos da atividade.

F2: Você mudaria o encaminhamento planejado?

Dada: Não, mas sim acrescentaria algumas coisas.

As reflexões que emergiram nesta etapa de formação sobre a atividade de Modelagem Matemática ROTINA DIÁRIA se fundamental nas imagens e parte das gravações selecionadas pela professora-pesquisadora.

4.3.3.1. Análise da terceira etapa de formação - *Reflexão* ROTINA DIÁRIA

Ao analisar a terceira etapa de formação, buscamos destacar quais ações emergiram a partir das reflexões das professoras no GEAMAI para a segunda atividade desenvolvida ROTINA DIÁRIA. A partir do interesse de pesquisa, identificamos as ações: **Planejar, Refletir, Identificar, Organizar e Encaminhar.**

Encaminhar a atividade durante o *planejamento*, a *ação* e a *reflexão* proporcionou às professoras uma maior familiaridade com o entendimento sobre Modelagem Matemática na teoria e na prática. Os encaminhamentos planejados proporcionaram uma maior visibilidade sobre o fortalecimento dos momentos de formação continuada, em especial, a colaboração. Esta etapa se configurou como uma aliada ao desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, pois proporcionaram maior segurança nas práticas em diferentes turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A ação **planejar** corresponde à importância do professor ao antecipar um possível encaminhamento para a atividade, a fim de orientar o que poderia acontecer. No entanto, como destaca Souza e Luna (2014) por mais que seja planejado um encaminhamento, o mesmo deve ser flexível ao passo que possam surgir novos encaminhamentos no decorrer da atividade.

Ao planejar um encaminhamento, o professor não deve criar expectativas prévias sobre o mesmo, pois são inúmeras as possibilidades de conteúdos matemáticos que podem surgir. No desenvolvimento da ação da professora *Dada* foi necessário trabalhar medidas de tempo, conteúdo que não estava contemplado no planejamento *a priori*.

Organizar esses momentos para **refletir** foi de fundamental importância para o fortalecimento das professoras sobre Modelagem Matemática, pois o estranhamento que antes se refletiu em insegurança ao sair da prática tradicional de ensino, se configurou em uma nova maneira de pensar. Ao passo que, o novo realmente assusta, mas à medida que é compreendido na pesquisa na prática vai se incorporando a um estilo de pensamento tanto de professores quanto de estudantes (BURAK; KAVIATKOVSKI, 2014, p. 62).

Entretanto é preciso **identificar** que a professora *Dada* ao vivenciar sua primeira experiência na *ação* ao desenvolver seu encaminhamento, se apresentou de maneira segura, com maior autonomia em relação às professoras *Nenê* e *Juju* que desenvolveram a primeira atividade (Suco de laranja). Neste sentido a reflexão em Modelagem Matemática possibilita confortar e encorajar professoras em formação continuada.

A fala da professora *Dada* ao destacar que teve *um olhar diferenciado com relação à aprendizagem dos alunos a partir do desenvolvimento da atividade*, deixa clara a importância de se desenvolver atividades de natureza dialógica e problematizadora a fim de despertar no aluno o senso crítico, além de promover o diálogo para as aulas de matemática, a “vislumbrar um ensino de Matemática que faça mais sentido e dê menos medo de errar” (SOUZA; LUNA, 2014, p. 31).

Autores como Rinald, Santos e Piveta (2016) e Bisconsini, Martens e Oliveira (2016) evidenciaram que a Modelagem Matemática pode ser inserida e/ou praticada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, visto que nesta etapa da Educação Básica os alunos necessitam de um ensino que tenha representação e situações mais significativas, como atividades lúdicas e concretas. Porém é necessário que mais ações sejam desenvolvidas para que essa abordagem chegue às práticas pedagógicas das professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Para árvore construída nesta etapa de formação Reflexão para a temática ROTINA DIÁRIA, (Figura 48) realçamos as ações em **negrito** e as reflexões que emergiram através das análises do áudio destacadas em *itálico* e sublinhadas. Utilizamos segmentos com setas para as ligações entre as expressões destacando as práticas das professoras com relação à Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

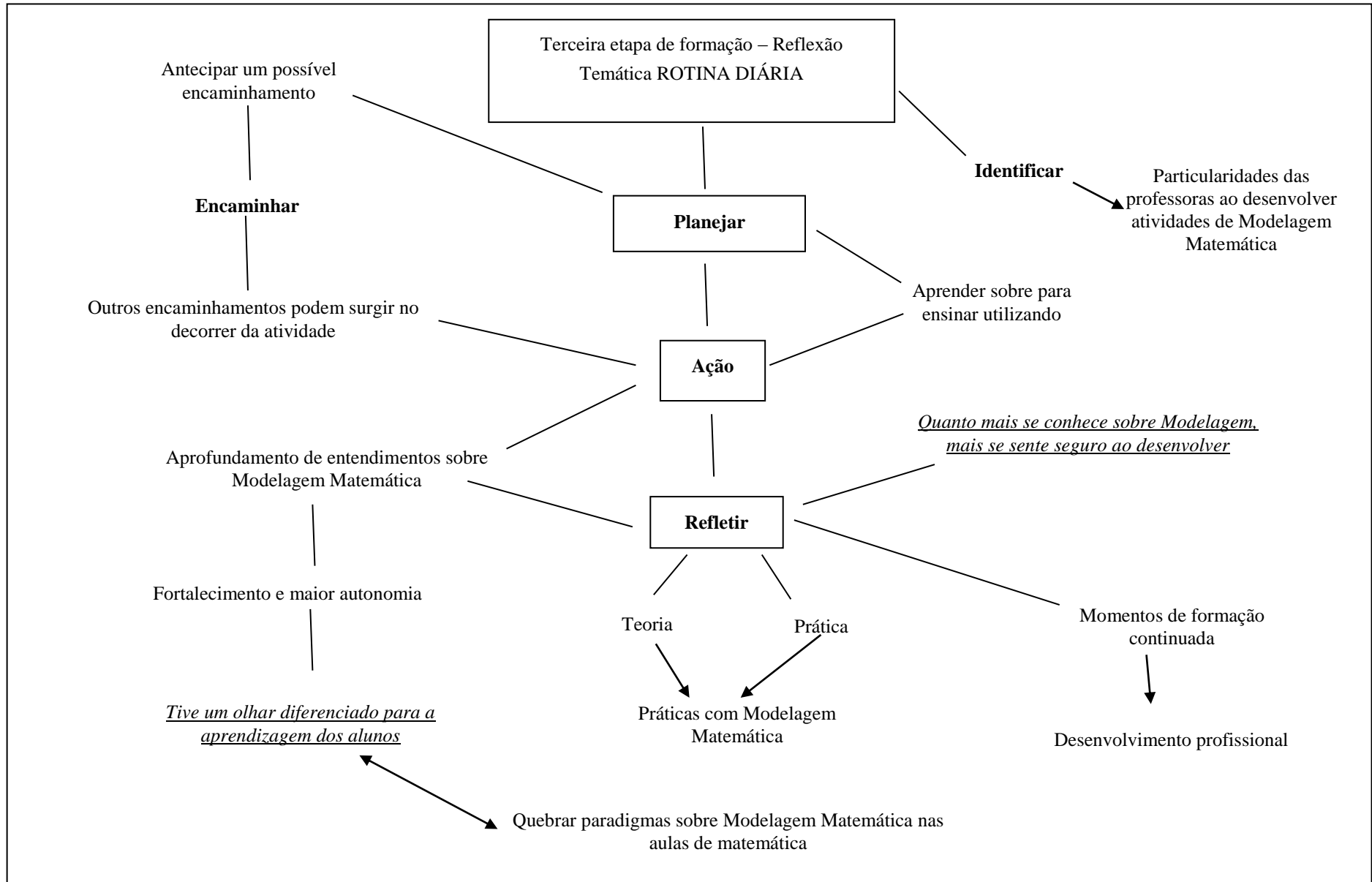


Figura 48 - Árvore de associação de ideias etapa *Reflexão* Rotina Diária

Fonte: Autores, 2018.

4.4. ATIVIDADE CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM

4.4.1. Primeira etapa de formação – *Planejamento* CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM

No dia 18/04/2018 o GEAMAI se encontrou na Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR para a primeira etapa da formação para a atividade CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM. Como as professoras já estavam se familiarizando com o encaminhamento da formação, após a apresentação da temática (Quadro 21) as mesmas já se dividiram em dois grupos para o desenvolvimento da atividade, sendo grupo 1 (Mama, Gigi, Zazá e Dada) e grupo 2 (F3, Fifi, Lili e Bibi).


CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM

Todo mundo já deu risadas e se encheu de fofura com imagens proporcionadas pela dupla formada por criança e cachorro. Histórias de pessoas que tiveram a infância marcada pela companhia de um amigo fiel peludo e tudo que foi compartilhado entre eles são emocionantes. É claro que também há o lado difícil dessa relação, afinal, juntar uma criança e um cachorro pode ser motivo para muita bagunça. Por isso muitas pessoas acabam decidindo não ter um animal de estimação em casa.

Mesmo assim, se colocarmos em uma balança o melhor desenvolvimento afetivo, educacional e pessoal de uma criança que convive com um pet e o trabalho que a dupla pode dar, com certeza a escolha será juntá-los. Afinal, criança é capaz de fazer muita bagunça sozinha. Confira alguns benefícios dessa amizade.

**Sistema imunológico - Alergia e dermatite – Afetividade – Ansiedade – Exercícios - Convívio familiar
Proteção – Responsabilidade - Terapia para crianças autistas**

Fonte: [Canal do Pet - iG @ http://canalpet.com.br/curiosidades/2016-07-28/crianca-cachorro.html](http://canalpet.com.br/curiosidades/2016-07-28/crianca-cachorro.html)



Dicas: Não se esqueça de destacar suas hipóteses, variáveis para enfim encontrar seu Modelo Matemático para esta questão!!

Quadro 21 - Situação-problema, atividade CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM

Fonte: Autores, 2018

Com a temática em mãos, os participantes optaram por desenvolver a atividade já pensando em planejar o encaminhamento que poderia ser desenvolvido em alguma turma dos anos iniciais. A professora *Lili* era a única que não havia desenvolvido encaminhamentos planejados no GEAMAI, então para esta atividade, a mesma se mostrou interessada e motivada, como destacada em sua fala transcrita:

Lili: Eu quero aplicar sim, mesmo se não puder ser pelo grupo. Mas vai dar! Eu quero fazer.

No grupo 1 havia a professora *Dada* que se mostrava motivada em continuar desenvolvendo atividades de Modelagem Matemática em sua turma do quarto ano e no grupo 2 havia a professora *Lili* que queria ter sua experiência em sala de aula com sua turma do quinto ano. Sendo assim, os dois grupos decidiram planejar o encaminhamento com a temática CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM, para uma turma de quarto e uma de quinto, respectivamente.

A partir da leitura das informações (Quadro 21), iniciou-se a segunda parte das discussões para articular os detalhes necessários para a aula a ser planejada. Ambos os grupos começaram a pensar que conteúdos seriam abordados com essa atividade, porque no decorrer da mesma poderiam surgir outros. Os conteúdos e procedimentos matemáticos poderiam ser: tabelas de medida de tempo, números decimais e operações com números decimais, comparação entre maior e menor.

Os objetivos a serem alcançados para o desenvolvimento desses conteúdos e os procedimentos matemáticos adotados estavam relacionados a desenvolver habilidades na elaboração de tabelas de dupla entrada; compreender a relação entre idade “canina” e tempo de vida dos cachorros e sistematizar operações com números decimais, visto que as professoras lecionam em turmas de quarto e quintos anos do Ensino Fundamental.

Com vistas a abarcar tais conteúdos, o momento foi de refletir como seria iniciado o trabalho. Partiria-se de onde? E pela descrição da professora *Lili* (grupo 2), sua turma tinha muitas dificuldades, e a considerava “fraca” de conteúdo. Nesse momento, as discussões tomaram maior quantidade de tempo, pois a dúvida era que conhecimentos os alunos das turmas poderiam desenvolver, uma vez que os mesmos (alunos da professora *Lili*) não estão habituados a realizar este tipo de atividade.

Durante a discussão no grupo 2, a professora formadora *F3* se fez presente e destacou importantes considerações que poderiam ser contempladas para o encaminhamento da atividade, entre elas estavam a vacinação; a quantidade de ração consumida por determinado cachorro, com relação ao seu porte. Sugeriu-se também convidar um adestrador para ir até a turma da professora *Lili* na tentativa de antecipar a atividade e promover uma maior inteiração com a temática. Esta possibilidade consta nas transcrições:

F3: Eu conheço um adestrador, posso mandar uma mensagem para ele e ver sua disponibilidade para ir fazer uma palestra.

Lili: Nossa se conseguir os alunos vão adorar!

No entanto, o adestrador só tinha disponibilidade no período vespertino e as aulas da professora *Lili* aconteciam no período matutino. Para não perder a oportunidade, a professora F3 sugeriu à professora *Fifi* (atuava no período vespertino) para que pudesse receber o adestrador em sua turma dos anos iniciais e, se possível, desenvolver também a atividade CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM.

A professora *Fifi* aceitou a visita do adestrador, mas não poderia desenvolver a atividade por motivos particulares com relação à instituição de ensino. Como o tempo do encontro estava chegando ao fim, ficou para o próximo encontro a finalização e discussão dos encaminhamentos.

No dia 02/05/2018, aconteceu na Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR o segundo encontro destinado à primeira etapa de formação *Planejamento* envolvendo a temática CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM. A professora-formadora *Joice* pediu, que os grupos iniciassem a discussão sobre o encaminhamento que haviam estruturado. A professora *Lili* (Grupo 2) iniciou a fala comentando que já havia iniciada a atividade, comentando com os alunos que eles fariam uma atividade diferenciada. A professora *Lili* destacou ainda:

Lili: Tem um aluno em minha sala que já foi mordido por um cachorro.

F1: Sério, da sala deles?

Lili: Sim ele tem uma cicatriz muito feia no rosto, foi um pitbull, e aí quando eu comecei a falar sobre o tema, ele começou a falar do acidente, do que tinha acontecido.

F1: Mas aí o assunto começou com essa proposta?

Lili: Sim, quando fui falar sobre cães de guarda, porte grande que não pode ter muito contato, aí ele contou para nós na sala.

A professora relatou que pediu aos alunos que trouxessem fotos, imagens de seus cachorros de estimação para que elaborassem um cartaz a fim de estabelecer comparações entre raças, portes entre outras características. No entanto, alguns alunos poderiam não ter cachorro em casa, assim poderiam coletar dados de revistas, jornais, livros entre outros. Com o intuito de entender as intenções preliminares com a atividade, estabeleceu-se um diálogo, conforme transcrito a seguir:

F1: Então o que você pensou para a atividade?

Lili: Eu penso que na próxima aula vou trabalhar os números decimais.

F2: No encontro passado vocês finalizaram os encaminhamentos?

Lili: Não. Ainda estávamos pensando.

A professora *F3* então destacou uma abordagem que poderia realizar como a idade do cão de cada aluno e, a professora-formadora *F1* acrescentou o fato de uso dos dados próximos dos alunos conforme argumento transcrito a seguir:

F1: Se eles têm na casa deles (cachorros), eles podem trazer essas informações exatas, pois é melhor do que pegar da revista, pois não terão dados verídicos e sim fictícios. Aproveite que eles têm cachorros em casa.

A professora *Lili* sugeriu que, mesmo que alguns alunos não tenham cachorros, poderiam fazer uso das informações dos colegas. Para isso ao se dividir em grupos, pelo menos um aluno que tenha cão fique em um grupo para compartilhar suas experiências e informações.

Para o encaminhamento da atividade, a professora *Lili* abordaria as fotos e trabalharia os conceitos voltados a operações com números decimais para que cada aluno pudesse descobrir qual a idade canina em relação à humana, conforme Quadro 22.

Situação-Problema: CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM

Problema: Qual a idade meu cão?

Turma: 5º ano do Ensino Fundamental.

Conteúdos que podem desencadear: Operações com números decimais; Medidas de massa.

Objetivos: Trabalhar o conceito de número decimal em operações multiplicativas para descobrir qual a idade canina com relação à raça humana.

Metodologia: Familiarizar os alunos com a situação-problema, estruturar o grupo de maneira que pelo menos um aluno que tenha cão faça parte do grupo e relate suas experiências; solicitar a idade do cão, para descobrir quantos anos ele tem na idade canina.

Recursos: Imagens dos cães, cartolinas, cola.

Quadro 22 - Encaminhamento grupo 02 para a atividade Cão: o melhor amigo do homem

Fonte: Autores, 2018.

A professora *Lili* informou que estava um pouco nervosa com relação à atividade, pois seus alunos não estavam habituados com atividades com essa configuração. A professora formadora *F2* ressaltou que a professora-pesquisadora *Joice* estaria lá para desenvolver a sua pesquisa e não para saber o que é certo ou errado, e que ia dar tudo certo, conforme abordado na linha narrativa apresentada na Figura 49.

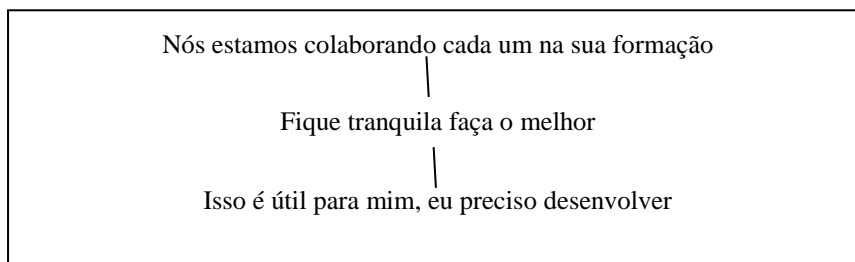


Figura 49 - Linha narrativa etapa *planejamento* Cão: o melhor amigo do homem
Fonte: Autores, 2018.

Na linha narrativa (Figura 49) as reflexões que surgiram foram importantes para evidenciar o trabalho colaborativo para o grupo, destacando o fortalecimento do GEAMAI e entender como as ações da professora *Lili* vão se refletir a partir das etapas de formação. Outras reflexões que se fizeram presentes foi que diversos conteúdos matemáticos poderiam emergir, e a professora *F1* mencionou a importância de revisitar uma atividade de Modelagem Matemática para contextualizar outros conceitos a serem trabalhados.

Com o intuito de discutir e mostrar a regularidade presente nos dados relativos a idade canina e a idade humana, a professora *F3* realizou alguns procedimentos matemáticos, como mostrados na Figura 50. De maneira conceitual, a professora *F3* propôs a reflexão sobre aspectos funcionais na relação um a um e, como poderiam ser desenvolvidos com os alunos dos anos iniciais. Este momento foi essencial para que conteúdos como relação funcional e grandezas escalares pudessem ser abordados, apresentando assim uma maneira que intuitivamente poderia ser trabalhado função.

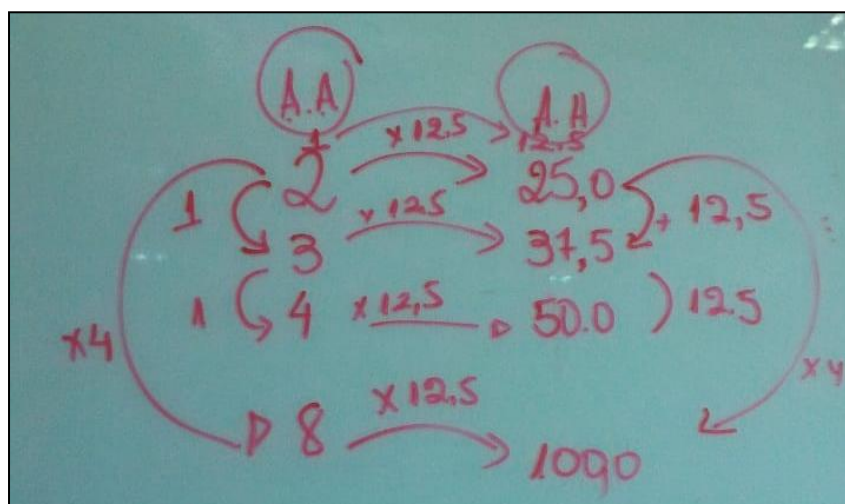


Figura 50 - Pensamento funcional sistematizado na lousa etapa *planejamento*
Fonte: Autores, 2018.

Com isso, a professora *F3* destacou que poderia ser trabalhada essa relação na atividade. E com isso chegar a algumas conclusões, como por exemplo, se o cão de porte grande vive menos, ou mais.

Também foi comentado que poderia ser feito um cartaz com relação entre a idade canina e o porte do animal e colar na lousa no dia da atividade. Desta forma as discussões para o encaminhamento do grupo 2 se finalizaram, e posteriormente o grupo 1 descreveu como haviam pensado¹⁸.

4.4.1.1. Análise da Primeira etapa de formação – *Planejamento* CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM

As professoras, partindo de uma situação inicial que consistia na resolução da atividade com a temática relacionada aos cães, teriam que **relacionar** a idade canina com a idade humana.

Ao **estruturar** os possíveis conteúdos matemáticos que poderiam emergir na atividade - pensamento funcional, operações com números decimais, cálculos em tabelas de dupla entrada – evidenciaram a importância do **planejar** em ambientes colaborativos pensando para além de suas práticas.

Nesse sentido, Souza e Luna (2014) destacam que a partir de vivências em colaboração, o professor é convidado a propor situações de aprendizagem que permitam ultrapassar a dinâmica do ensino tradicional, proporcionando momentos de investigação, descobertas se tornando mediador e facilitador de uma construção da aprendizagem sustentada pela autonomia e pelo comprometimento do aluno na sua própria aprendizagem.

A ação **aprender** evidenciada quando as professoras buscaram refletir sobre suas próprias práticas e, com isso, corrigir e/ou utilizar estratégias de ação pedagógica para que possam ser desenvolvidas em sala de aula com seus alunos (MUTTI, 2016).

Isso vai ao encontro da ação **familiarizar** em que as professoras ao trocar experiências puderam refletir sobre o modo como encaminhava suas aulas e, conseqüentemente, no modo

¹⁸ Destacamos aqui que a *ação* da professora *Dada* não pode ser desenvolvida pelo fato de que no período da coleta de dados houve a greve dos caminhoneiros, não sendo possível desenvolver e analisar a mesma. Desta forma, não apresentamos o encaminhamento planejado.

como dirigiam, na maioria das vezes, o cumprimento de conceitos e conteúdos do currículo, sem refletir sobre a aprendizagem dos alunos (MUTTI, 2016).

No que diz respeito ao interesse das professoras em desenvolver atividades de Modelagem Matemática, podemos evidenciar que a etapa planejamento auxiliou as professoras a um olhar diferenciado sobre a Modelagem Matemática, admitindo a possibilidade de desenvolvê-la com seus alunos, *Eu quero desenvolver em minha turma* (Lili). Embora as professoras destaquem alguma insegurança, todas manifestaram interesse em desenvolver atividades de Modelagem Matemática em suas turmas.

Para tanto, consideramos a importância desses momentos de formação, em que seja discutido e refletido o uso dessa tendência a fim de proporcionar o desenvolvimento profissional sem que haja a tentativa de “distribuir” aos professores receitas prontas de como utilizá-las em sala de aula.

Com relação aos conteúdos matemáticos discutidos na etapa *planejamento*, as professoras destacaram o uso de gráficos, tabelas, números decimais e pensamento funcional. Com isso, refletir sobre a oportunidade de **revisitar** uma atividade de Modelagem Matemática fez com que as professoras passassem a olhá-la como algo promissor, visando processos de ensino e de aprendizagem. Tambarussi (2015) destaca que a Modelagem Matemática do ponto de vista da aprendizagem, contribuiu por vários aspectos, entre eles, a flexibilidade, a tomada de decisões, o trabalho em grupo, a não superioridade por parte do professor e não menos importante, o quanto o professor pode se dedicar a conhecer o nível cognitivo em que seus alunos se encontram, ocorrendo de maneira constante, sem se prender em apelos didáticos, ou seja, uma prova que simplesmente tem a função de monitorar o que os alunos sabem sob determinado conteúdo.

Para construção da árvore (Figura 51) da primeira etapa de formação *planejamento* para a temática CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM, utilizamos setas para indicar o sentido dos acontecimentos, expressões em itálico para destacar reflexões das professoras que se fizeram presentes durante essa primeira etapa e ações em negrito que puderam ser evidenciadas de modo a produzir sentido às nossas interpretações.

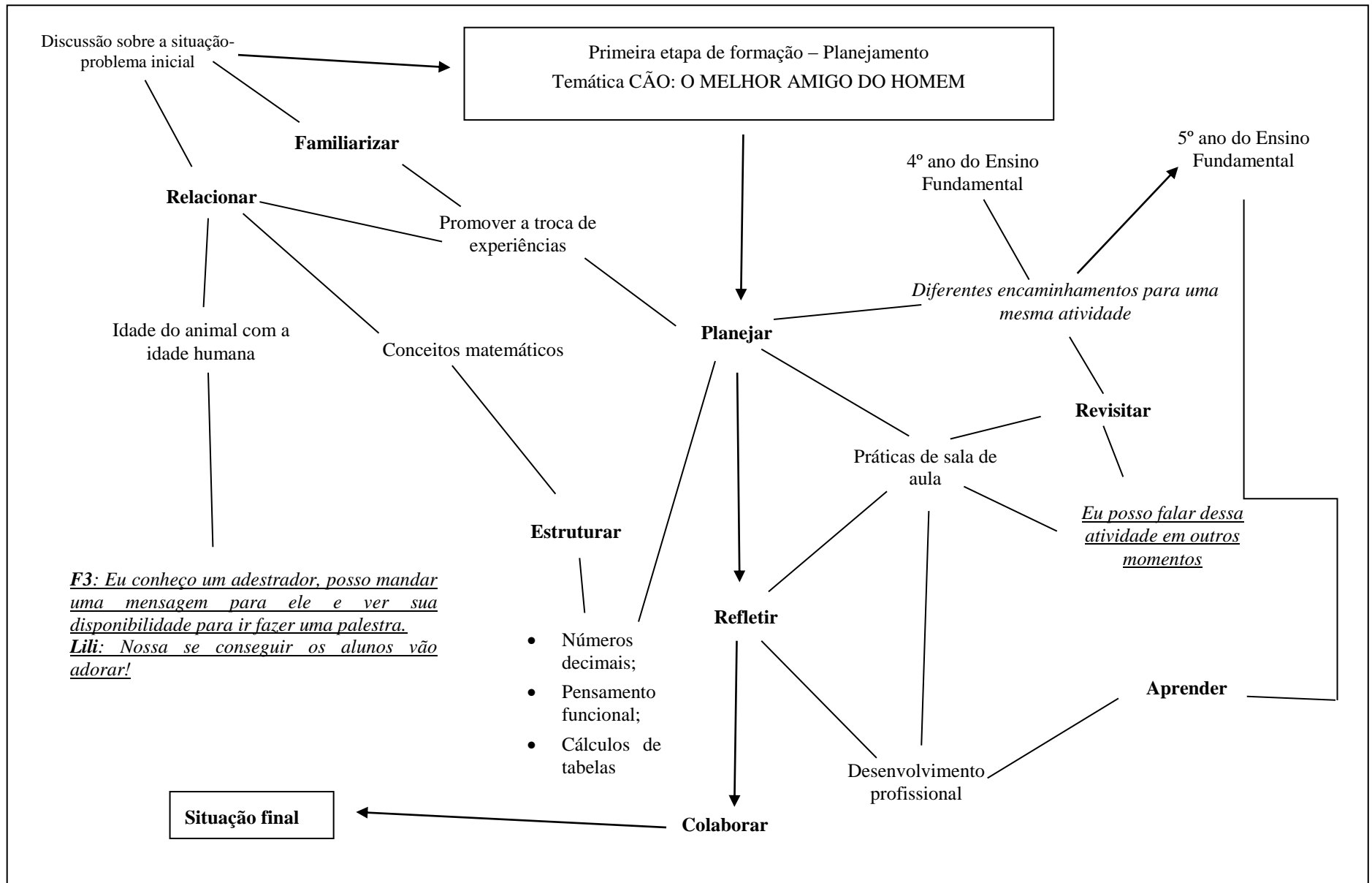


Figura 51: Árvore de associação de ideias etapa *planejamento* CÃO, O MELHOR AMIGO DO HOMEM
Fonte: Autores, 2018.

4.4.2. Segunda etapa de formação – Ação da professora Lili

No dia 11/05/2018, o planejamento da professora *Lili* em sua turma de quinto ano na escola municipal Hilda Soares em Cambé Pr. A duração da atividade em sala de aula foi de aproximadamente uma hora e trinta minutos. Neste dia estavam presentes vinte e dois alunos e a professora iniciou a atividade dividindo-os em quatro grupos com quatro alunos cada e dois grupos com três alunos. Em seguida, a professora promoveu uma discussão a fim de inteirar os alunos a respeito do tema que iriam trabalhar. Para isso, a professora leu em voz alta o texto apresentado no Quadro 23.

CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM

Todo mundo já deu risadas e se encheu de fofura com imagens proporcionadas pela dupla formada por criança e cachorro. Histórias de pessoas que tiveram a infância marcada pela companhia de um amigo fiel peludo e tudo que foi compartilhado entre eles são emocionantes. É claro que também há o lado difícil dessa relação, afinal, juntar uma criança e um cachorro pode ser motivo para muita bagunça. Por isso muitas pessoas acabam decidindo não ter um animal de estimação em casa.

Mesmo assim, se colocarmos em uma balança o melhor desenvolvimento afetivo, educacional e pessoal de uma criança que convive com um pet e o trabalho que a dupla pode dar, com certeza a escolha será juntá-los. Afinal, criança é capaz de fazer muita bagunça sozinha. Confira alguns benefícios dessa amizade.

**Sistema imunológico - Alergia e dermatite – Afetividade – Ansiedade – Exercícios - Convívio familiar
Proteção – Responsabilidade - Terapia para crianças autistas**

Fonte: [Canal do Pet - iG @ http://canaldopet.ig.com.br/curiosidades/2016-07-28/crianca-cachorro.html](http://canaldopet.ig.com.br/curiosidades/2016-07-28/crianca-cachorro.html)

Quadro 23 - Situação-problema CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM
Fonte: Autores, 2018.

A professora *Lili* então comentou com os alunos que com as fotos trazidas, eles produziram um cartaz a fim de apresentar os cães do 5º C (Figura 52) e promover uma interação com a situação-problema a ser investigada.



Figura 52 - cartaz confeccionado na ação da professora Lili
Fonte: Autores, 2018.

Após colar o cartaz na lousa “nossos animais”, a professora expôs outros três cartazes que os alunos haviam produzidos em aulas anteriores a partir de recortes de jornais, revistas e livros sobre animais de pequeno, médio e grande porte. A professora discutiu com os alunos sobre as raças mais comuns para cães de cada porte.



Figura 53 - Cartaz relacionado ao portes de cães
Fonte: Autores, 2018

A partir desta exposição e discussão, a professora pediu aos alunos que pegassem o caderno em que haviam pesquisado algumas características com relação ao animal de estimação (cão) de cada um, sendo elas: o nome do dono, o nome do animal, seu peso, porte, sexo e idade (Figura 54). Com o caderno em mãos, a professora questionou se com as informações que eles haviam coletado, era *possível saber quantos anos na idade canina seu cão tem em relação a humana*.

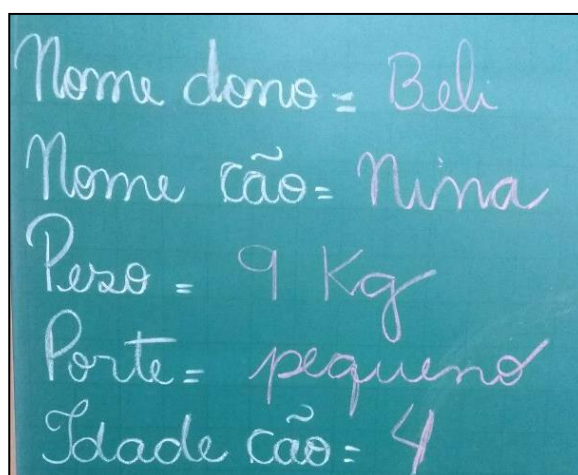


Figura 54 - Perguntas relacionadas ao animal de cada aluno
Fonte: Autores, 2018.

A professora *Lili* conversou com os alunos que o porte do animal influenciava para descobrir a idade canina do mesmo, e que esse fator estava diretamente relacionado ao peso, pois cães que pesavam até 10 quilogramas se enquadrariam no porte pequeno, para cães que pesavam entre 11 quilogramas e 20 quilogramas, o porte do animal era classificado como

médio e, para cães acima de 20 quilogramas a classificação era de porte grande, como transcrito a seguir:

Lili: Pessoal, se sabemos que o porte do animal está relacionado ao peso, como posso saber quantos anos meu cachorro tem na idade canina?

Novamente a professora colou outros cartazes na lousa, mas dessa vez os alunos não haviam visto antes. O cartaz era relacionado à idade animal com a idade humana. A professora apresentou cada cartaz para que, a partir das relações um a um, os alunos pudessem calcular o valor da constante multiplicativa para ser multiplicada pela quantidade de anos na raça humana, e com isso, determinar quantos anos cada cachorro têm, na idade animal.



Figura 55 - Ação da professora Lili
Fonte: Autores, 2018.

Para obterem a solução para a problemática, poderiam realizar a atividade em grupo, a fim de promover a colaboração entre os alunos, ou seja, o aluno que era considerado “esperto” pela professora, poderia ajudar os demais. Neste momento, a professora caminhou entre os grupos, corrigindo possíveis erros dos alunos. Buscando uma maior interação, a professora relatava fatos pessoais com relação ao seu cão para promover o diálogo entre os alunos.

Para que todos pudessem expor seus cálculos, a professora promoveu a socialização da atividade, pedindo para que cada grupo fosse à frente da sala e um a um descrevesse sobre seu animal, apontando nome, peso, idade humana e idade canina (Figura 56). Durante a exposição de cada aluno, a professora ia discutindo com a turma se o cálculo estava correto. Se não estivesse, a professora pedia ao aluno para rever o peso e o porte para que, com a ajuda dos demais participantes do grupo, pudesse repensar e retomar os cálculos para obter a idade canina do animal.

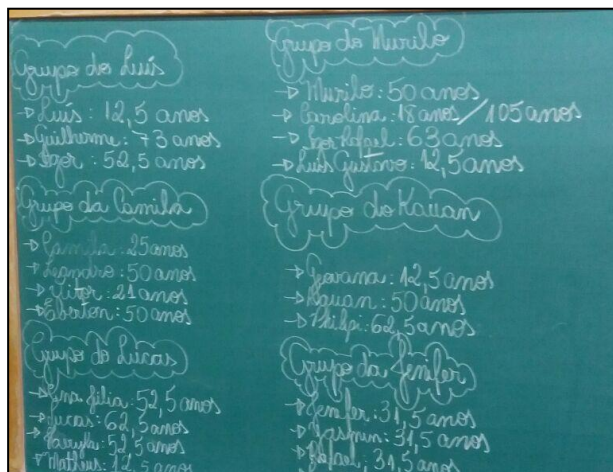


Figura 56 - sistematização da idade dos cães na lousa aos seus respectivos donos

Fonte: Autores, 2018.

Quando o aluno tinha mais que um cachorro, poderia escolher um, ou realizar o cálculo para determinar a idade animal dos dois. Com a anotação feita na lousa sobre as idades caninas, a professora promoveu outros questionamentos, como apresentado na transcrição:

Lili: Qual animal é o mais velho? Qual é o mais novo? O porte do animal é médio, grande ou pequeno? A maior quantidade de animais dessa turma são machos ou fêmeas?

Finalizando a atividade, a professora acrescentou outro cartaz na lousa, sistematizando a relação idade humana e idade canina com relação ao porte do animal (Figura 57)

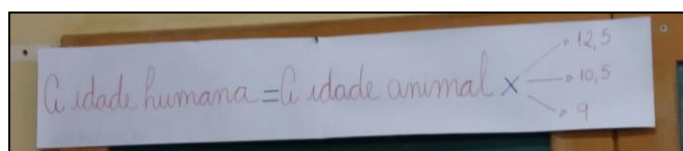


Figura 57 - cartaz de sistematização da atividade

Fonte: Autores, 2018.

4.4.2.1. Análise da segunda etapa de formação Ação CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM

Esta segunda etapa de formação se mostrou muito importante às práticas da professora *Lili* visto que a mesma teve a oportunidade de ensinar utilizando Modelagem Matemática, em sua turma regular de quinto ano do Ensino Fundamental.

Novas ações se estabeleceram e foram interpretadas a partir das análises que realizamos. Uma postura fortemente assumida nas aulas da professora *Lili* por ela relatada, se apoiava no ensino considerado tradicionalista centrado exclusivamente na professora. Para ela, *foi um divisor de águas entre o “ensino tradicional” e a “Modelagem Matemática”* (Lili). Isso está em consonância com as assertivas de Silva e Klüber (2014) de que em uma atividade de Modelagem Matemática o professor atua como **mediador** da aprendizagem, ou seja, “é um educador e não alguém que deposita conhecimento, é um sujeito que aprende e se forma constantemente. Não se vê como detentor da verdade e inquestionável, é um ser inconcluso” (SILVA; KLÜBER, 2014, p. 15).

O que podemos inferir com tudo que a ação **mudar**, com relação a postura da professora com relação às suas práticas a fez valorizar o pensamento dos alunos e **promover** o diálogo entre professor-aluno a fim de desenvolver a aprendizagem por meio da reflexão. Essa abordagem vai ao encontro do que fundamenta os documentos atuais normativos (BRASIL, 2018). Cabe destacar que mesmo tendo insegurança ao desenvolver sua experiência com Modelagem, a professora se mostrou aberta ao novo, ao aprender a cada momento.

Outra ação que pudemos evidenciar é a importância do professor dos anos iniciais **conhecer** os conteúdos e conceitos matemáticos previstos para a etapa ao qual leciona. A primeira etapa de formação no GEAMAI foi essencial para que a professora Lili pudesse aprofundar seus conceitos e conteúdos sobre a matemática que poderia emergir da atividade.

A ação de **planejar** a atividade contribuiu para maior segurança da professora e ao relatar *o planejamento foi seguido fielmente*, justifica a necessidade de seguir previamente as formas de resolução antecipadas para a situação-problema. Souza e Luna (2014) destacam que isso reflete na necessidade do professor manter o controle do modelo matemático a ser obtido. As autoras afirmam que isso se justifica pelo fato da formação polivalente deste professor, ou seja, o professor não tem uma formação específica em matemática, o que o impede de transitar com maior liberdade entre os conteúdos matemáticos.

Nesta direção destacamos a importância do professor planejar o encaminhamento da atividade. No entanto o mesmo não deve ser concebido como uma orientação rígida, mas ser uma possibilidade aberta a inclusões e alterações no decorrer da atividade. Segundo Souza e Luna (2014):

Nessa situação o professor pode elaborar, no planejamento, questões sobre o tema que demandem uma abordagem Matemática. Todavia, não devem criar expectativas em relação a que conteúdos matemáticos serão contemplados na representação matemática da situação-problema, pois eles são imprevisíveis (SOUZA; LUNA, 2014, p. 48).

Sendo assim, ao desenvolver sua ação em sala de aula, a professora *Lili* por mais que tenha vivenciado as três etapas de formação relativas ao SUCO DE LARANJA, ROTINA DIÁRIA e as duas etapas de formação referentes ao CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM, o fato de optar por **adotar** uma alternativa de ensino diferenciada, causou de início certa insegurança ao passo que sair da zona de conforto significa não seguir o passo-a-passo.

Entretanto, destacamos que após a ação, a professora *Lili* passou a ter um olhar diferenciado sobre a atividade, ao **relatar** que seus alunos estavam mais *atentos, críticos e autônomos*. Portanto, desenvolver atividades de Modelagem Matemática pode causar em primeiro momento insegurança, mas à medida em que a atividade é desenvolvida em parceria com teoria e prática vai se tornando um estilo de pensamento tanto de professores quanto de estudantes (BURAK; KAVIATKOVSKI, 2014).

Devemos considerar, todavia, que apenas uma experiência pode não fazer com que a professora mude totalmente seus encaminhamentos e concepções em sala de aula, mas é possível inferir que esta ação contribuiu para que não só a professora *Lili*, mas todos os participantes do GEAMAI pudessem refletir sobre alternativas, em especial, Modelagem Matemática, considerando principalmente as peculiaridades dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Sendo assim para Árvore de associação de ideias que construímos do que emergiu da *ação* da professora *Lili*, optamos por selecionar ações que se fizeram presentes, e como a professora direcionou a atividade em sua primeira experiência – ensinando por meio - da Modelagem Matemática.

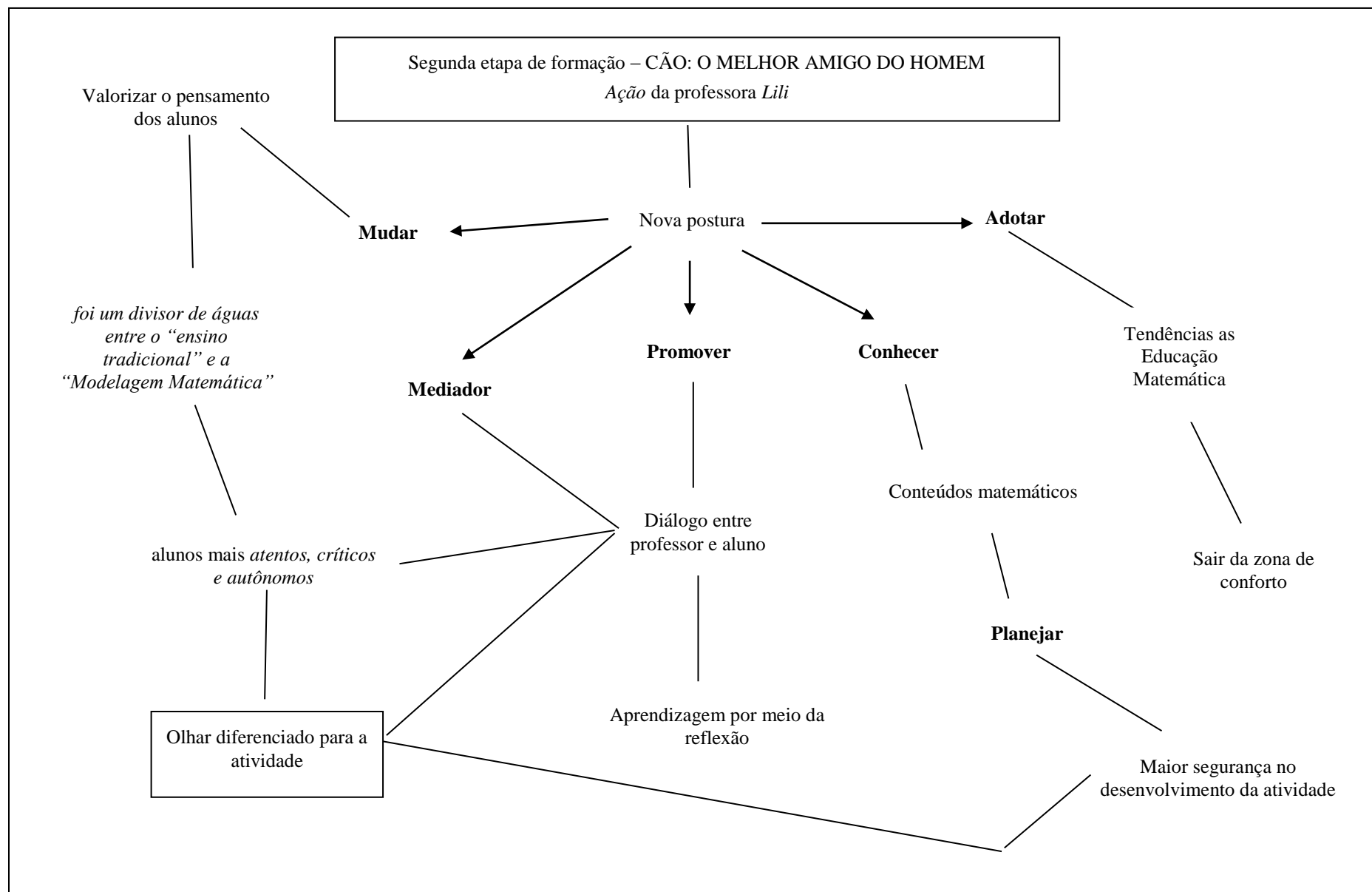


Figura 58 - Árvore de associação de ideias – Ação da professora Lili temática CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM
Fonte: Autores, 2018

4.4.3. Terceira etapa de Formação – Reflexão CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM

No dia 16/05/2018 foi realizado o último encontro da professora-pesquisadora com o GEAMAI na Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR. O encontro teve duração de três horas. O encontro destinado a reflexão da ação da professora *Lili*, começou por destacar alguns aspectos que se fizeram presentes. O primeiro deles buscou destacar a quebra de paradigma da professora *Lili* em desenvolver Modelagem em sala de aula, destacando que antes se sentia insegura e apreensiva, mas que ao desenvolver a atividade passou a ter uma outra visão do que é desenvolver Modelagem Matemática, conforme transcrição a seguir:

F1: E aí Lili como foi a atividade?

Lili: No começo eu estava insegura, mas aí a Joice e o Tutu estavam lá para me dar apoio.

Joice: A professora Lili se saiu muito bem!

Lili: Eu quero continuar desenvolvendo atividades como esta.

Outro aspecto a ser considerado foi a atitude dos alunos perante a atividade. A professora relatou que antes os alunos se apresentavam como apáticos e sem motivação e quando o tema foi apresentado, e socializado entre eles, houve uma mudança de comportamento. Dessa forma, a professora completou ainda que a partir da atividade os alunos puderam conhecer um caso particular de um colega de classe que havia sofrido um acidente com um cachorro, deixando marcas físicas e psicológicas, como destacado na transcrição:

Lili: Eu fiquei muito orgulhosa de ver o Ygor falando, o menino não faz nada na sala e aquele dia ele foi na frente da sala e apresentou para todos. E o garoto que sofreu a mordida do cachorro, ele conversou sobre seu problema, isso foi muito gratificante para mim.

Quanto ao seguir o planejamento, a professora relatou que optou por seguir de forma diretiva de modo a trazer segurança no decorrer da atividade. No entanto, ela afirmou sobre a necessidade de continuar estudando não apenas o fazer Modelagem Matemática, mas sim aprofundar conceitos e conteúdos matemáticos para que de fato consiga manter uma continuidade no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

Vale ressaltar que na etapa de planejamento foram levantadas muitas considerações sobre o planejamento da atividade. A professora *Lili* manteve uma postura de rigidez quanto ao seguir o planejamento. Sendo assim nesta etapa de formação, as considerações se

apresentaram de maneira diretiva quando comparadas a mesma etapa de formação nas demais atividades SUCO DE LARANJA e ROTINA DIÁRIA.

4.4.3.1. Análise da terceira etapa de formação Reflexão CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM

A professora *Lili* quando desenvolveu a atividade em sua turma, não estava preocupada com a atividade, mas sim com a interação dos alunos, pois afirmava ter uma turma apática e desinteressada, mudou seu discurso após o desenvolvimento do encaminhamento. A ação **favorecer** foi destacada ao analisar as respostas das professoras quanto a favorecer o trabalho docente. Assim, o diálogo entre as professoras dos anos iniciais e uma das professoras formadoras pode subsidiar na inferência, conforme transcrição:

F1: Você acha que a atividade contribuiu para sua prática? Você aprendeu com ela?

Lili: Sim, e muito! Pretendo desenvolver outras atividades para que os alunos se habituem a buscar informações, estratégias e representações, para que realmente possam aprender, a partir da realidade, conteúdos matemáticos.

F1: A Modelagem Matemática favorece muito o trabalho, enriquece, devido a reflexão até por parte dos alunos.

A partir deste diálogo podemos evidenciar que em consonância com as assertivas de Silveira e Caldeira (2012) a Modelagem Matemática busca promover maior interesse por parte dos alunos, visto que emerge de situações reais.

Na expressão intervir destacamos a reflexão que o grupo teve ao destacar o momento que a professora Lili relatou não saber o momento certo para intervir na atividade.

Nesta etapa de formação, as ações **continuar** e **participar** se fazem presentes tanto na teoria (planejamento) quanto na prática (ação), pois as professoras se mostravam motivadas em continuar desenvolvendo atividades de Modelagem. Assim, concordamos com Biembengut e Hein (2013) ao relatarem que diversas são as razões para se usar a Modelagem Matemática em sala de aula, pois motiva, torna a aula mais interessante, dá utilidade à Matemática, facilita a aprendizagem, promove a compreensão, traz habilidades. Enfim, desmistifica o processo de ensino da Matemática, tirando-lhe as lacunas de “matéria sem utilidade prática”, “muito teórica”, “não tem nada a ver com a realidade”, entre outras considerações, que, para muitos, acaba por promover certa aversão à disciplina tanto à professores, quanto a alunos.

Para a árvore construída (Figura 59) nesta etapa de formação, utilizamos itálico para as considerações destacadas por participantes dos grupos e negrito para as ações que se fizeram presentes no desenrolar da etapa de formação. As setas foram utilizadas para definir o sentido que aconteceram e os segmentos foram utilizados para fazer ligação entre as ideias.

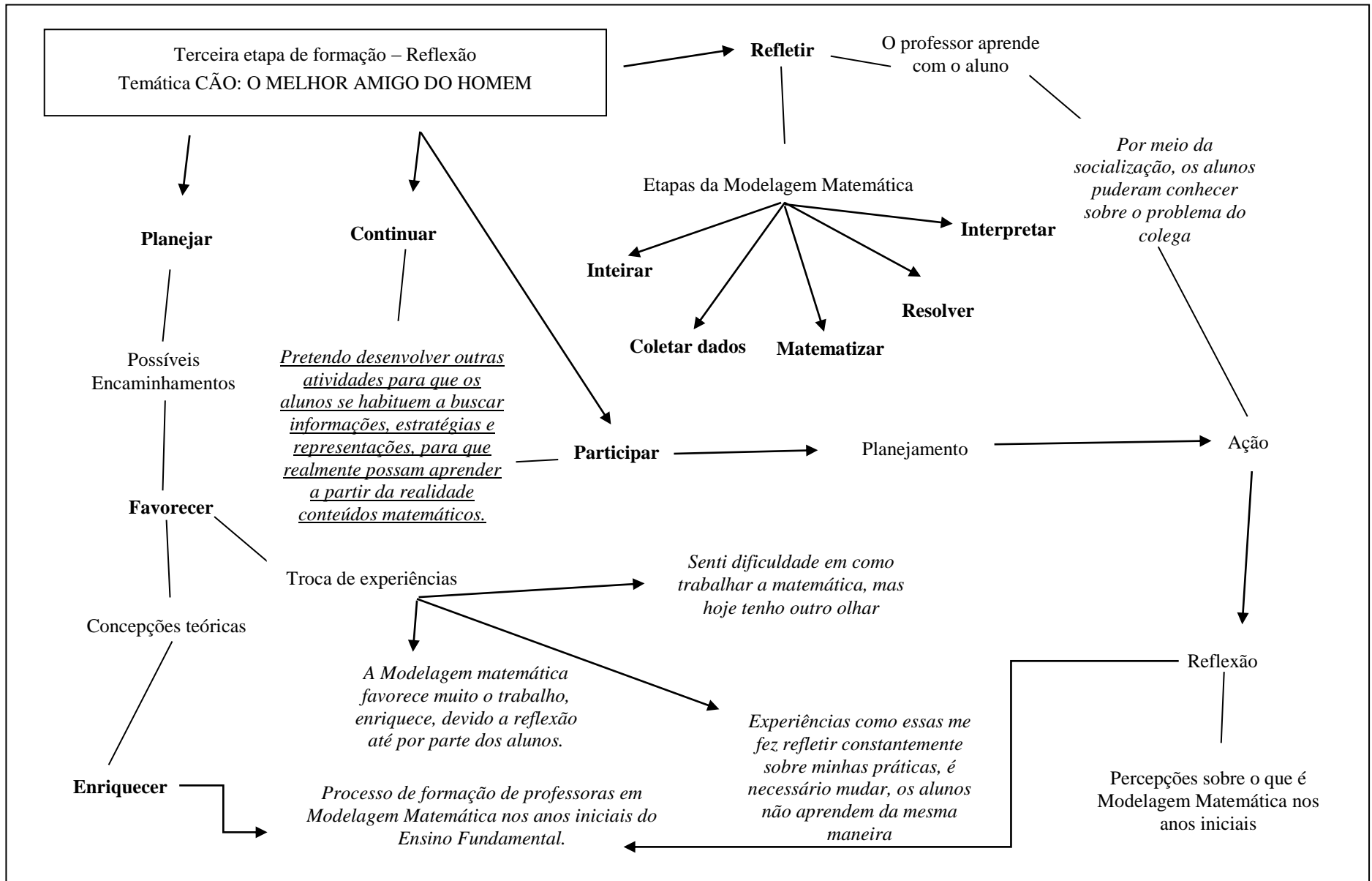


Figura 59 – Árvore de associação de ideias etapa *reflexão* temática CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM

Fonte: Autores, 2018

FORMAÇÃO DAS PROFESSORAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA: REFLEXÕES EMPREENDIDAS A PARTIR DAS ANÁLISES REALIZADAS

Nas descrições e análises que apresentamos no capítulo anterior, que se refere a cada etapa de formação para uma atividade de modelagem matemática, buscamos apresentar o que se mostrou significativo sobre as *práticas de professoras dos anos iniciais em Modelagem Matemática quando desenvolvidas a partir de um grupo colaborativo*. Para isso nos debruçamos em analisar tanto as discussões e produções escritas realizadas durante os encontros, quanto em ações no contexto da sala de aula, a fim de apresentar reflexões para a nossa questão de pesquisa: *Como professoras dos anos iniciais lidam com atividades de Modelagem Matemática em sua prática nas diferentes etapas de formação continuada em um grupo colaborativo?*

Para apresentar uma reflexão para tal problemática, estruturamos questões norteadoras relacionadas às etapas de formação: - Que ações as professoras dos anos iniciais realizam ao desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática na etapa de *planejamento*? Que procedimentos as professoras dos anos iniciais utilizam na etapa de *ação*? Que entendimentos sobre Modelagem Matemática as professoras dos anos iniciais destacam na etapa de *reflexão*? - se fizessem presentes a fim de subsidiar considerações para que juntas pudessem entrelaçar entendimentos para nossa investigação.

Na interpretação dos dados para cada etapa de formação, optamos pelo uso do recurso Árvores de Associação de Ideias e linhas narrativas de Spink (2013), de modo a produzir sentido à investigação e apresentar uma interpretação que entrelace os dados coletados ao referencial teórico. Deste modo, dando continuidade com esta postura de investigação, nos voltamos atentamente às análises das quais emergiram três categorias: C1: o planejamento colaborativo como subsidio à professora nas práticas em sala de aula; C2: a mudança de postura a partir das práticas em atividades de Modelagem Matemática; C3: a formação de professores em Modelagem Matemática como potencial para o desenvolvimento profissional.

Descrevemos assim, a partir das leituras realizadas, das análises evidenciadas em cada etapa de formação e de nossas próprias compreensões, as categorias abertas para esta investigação a fim de apresentar nossas compreensões com relação ao todo, a partir do que foi

evidenciado nos doze encontros do GEAMAI e as quatro ações em sala de aula das professoras.

Deixamos claro que ao dissertarmos sobre este texto, seguimos a mesma característica que apresentamos durante as análises de cada etapa de formação. Ressaltamos que, por mais que foram analisadas separadamente, buscamos relacioná-las umas com as outras e, para além disso, evidenciar aspectos comuns que se fizeram presentes a partir do quadro teórico apresentado nesta dissertação. Esse esforço destaca nossa intenção de produzir sentido a essa investigação, a partir da perspectiva que escolhemos para esta pesquisa.

Na primeira categoria (C1), *O planejamento colaborativo como subsídio à professora nas práticas em sala de aula*, evidenciamos que diversos encaminhamentos foram planejados para o desenvolvimento das três atividades de Modelagem Matemática SUCO DE LARANJA, ROTINA DIÁRIA e CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM. Nestes encaminhamentos, diferentes possibilidades foram constituídas para que as professoras *Dada*, *Nenê*, *Lili* e *Juju* pudessem desenvolver suas ações nas práticas de sala de aula. A reflexão sobre esses encaminhamentos revelou, entre outros aspectos, a fragilidade das professoras ao antecipar conceitos e procedimentos matemáticos que poderiam emergir da atividade da atividade de Modelagem Matemática.

Quando as professoras refletiram sobre a antecipação da atividade, planejando um possível encaminhamento, elas por diversas vezes relacionaram conteúdos matemáticos que estavam previstos apenas para o ano escolar do qual lecionavam e, quando questionadas sobre pensar para além da turma que estavam inseridas, as mesmas demonstraram preocupações e dúvidas: *No terceiro ano, o conteúdo de medidas de capacidade é visto superficialmente* (Juju) *Eu não aprofundo conceitos de fração no quarto ano, meus alunos não compreendem bem nem a divisão* (Dada) *Tenho alguns alunos que não escrevem no formato cursivo, tenho dificuldade quando vou abordar um conteúdo* (Nenê)

O fato desses sentimentos terem gerado um sentimento de insegurança vai ao encontro do que Mutti (2016) trata sobre as concepções de prática pedagógica assumidas por participantes em formação em Modelagem Matemática. A autora apresenta que o apego ao livro didático e a rotina escolar considerada tradicionalista pode ser considerada como obstáculo às práticas de sala de aula com uso da Modelagem Matemática, visto que se distancia dos trabalhos habitualmente desenvolvidos pelas professoras.

Neste sentido, adaptar-se a essa mudança não é uma tarefa fácil, é um processo que exige tempo e esforço. No entanto, esse cenário pode ser modificado ou facilitado quando os

professores que estão dispostos a se aventurarem em novos caminhos possam contar com uma formação que articule teoria e prática, além de contar com um grupo do qual possa compartilhar seus sucessos e insucessos.

Nessa perspectiva Barbosa (2001) afirma que o processo de formação de professores em Modelagem Matemática consiste em estabelecer condições para que existam momentos de reflexão sobre experiências vivenciadas. O autor complementa que não se trata apenas de falar sobre propostas, mas sim de estabelecer um diálogo entre participantes e formadores. Isso implica entre outros aspectos de romper com o processo de formação no qual o formador é o centro do processo, e solicita um modelo de formação em que participante e formador estejam lado a lado.

Compreendemos que esta categoria explicita a relação estabelecida entre os participantes do GEAMAI, em especial as professoras participantes das etapas de formação, quando relatam que se sentiram motivadas ao desenvolver atividades em suas turmas: *quando eu vi a Juju e a Nenê desenvolvendo a atividade, eu também quis ter minha experiência* (Dada), *no começo eu ficava pensando, será que vou conseguir desenvolver também a atividade em minha sala, mas aí vendo vocês desenvolverem me encorajou a fazer também* (Lili), por poder discutir e refletir em colaboração, tanto com as professoras-formadoras quanto aos demais participantes, possibilidades de planejamento de atividades de Modelagem Matemática; *poder refletir sobre o que poderia acontecer me ajudou a ter mais confiança para desenvolver a atividade* (Lili), *a professora F3 me deu várias ideias do que eu podia fazer em sala de aula e que nunca havia parado para pensar que poderia abordar* (Nenê), *eu sabia como dividir o círculo no papel a partir de dobraduras. O Tutu me ajudou* (Dada).

As professoras que participaram das etapas de formação ressaltaram que a colaboração existente no GEAMAI foi encorajada a cada encontro, fazendo com que se sentissem seguras, uma vez que puderam decidir colaborativamente o planejamento da atividade, sentido preparadas para lidar com possíveis imprevistos que poderiam surgir: *a ideia do cartaz que pensamos durante o planejamento eu levei para turma e construímos vários deles, ficou bacana na hora da atividade* (Lili); *eu levei para sala a minha rotina diária em forma de gráfico, isso ajudou quando os alunos foram construir a deles.* (Dada); *levar diferentes tamanhos de copos fez com que os alunos pensassem em outras quantidades, e durante o planejamento nós pensamos nisso* (Juju).

Deste modo pudemos compreender que ocorreu uma relação de cumplicidade e parceria entre participantes de forma gradativa, na qual, a partir da primeira etapa de formação planejamento, as professoras puderam resolver uma atividade de Modelagem

Matemática para planejar uma atividade com o uso dessa alternativa e desenvolvê-la em suas práticas. Imbernón (2009) descreve que a “colaboração é um processo que pode ajudar a entender a complexidade do trabalho educativo e dar melhores respostas às situações problemáticas da prática” (IMBERNÓN, 2009, p. 60).

Com base nessas afirmativas, inferimos ainda que o fortalecimento da relação de colaboração e parceria entre professoras-formadoras e participantes se mostraram como essenciais no apoio às práticas, não apenas para planejar a atividade, mostrando-se dispostos a dialogar sobre suas inseguranças; conteúdos matemáticos; aprendizagem dos alunos entre outros, além de refletir em colaboração para possíveis encaminhamentos que poderiam ser utilizados no sentido de atender as necessidades de cada professora participante da formação.

É importante ressaltar que outros aspectos podem ter contribuído para esse ambiente colaborativo durante as três etapas de formação para cada atividade, entre eles a relação de parceria que já estabeleciam desde abril de 2017, quando o GEAMAI se constituiu: *eu quero que vocês conheçam a minha turma, minha escola (Juju), estou muito feliz que vocês vão até minha escola, é uma escola rural (Nenê), eu falei para os alunos vocês vão na escola, eles estão ansiosos (Lili)*. Imbernón (2009) afirma que:

Desenvolver uma formação permanente em que a metodologia de trabalho e o clima afetivo sejam pilares do trabalho colaborativo. Um clima e uma metodologia formativa que situe o professorado em situações de identificação, participação, aceitação de críticas, de discordância, suscitando a criatividade e a capacidade de regulação. A capacidade de respeitar a diferença e de elaborar itinerários diferenciados com diferentes ferramentas com um caráter aberto e gerador de dinamismo e situações diversas (IMBERNÓN, 2009, p. 60).

Destacamos também que ao proporcionar a essas professoras conhecimentos sobre tendências da Educação Matemática, em especial Modelagem Matemática, oportunizou a volta à Universidade pois, além dos encontros do GEAMAI ser realizados nas dependências das Universidades, as professoras tiveram contato com diferentes participantes que estavam inseridos em diversos ambientes (alunos de graduação, pós-graduação e professoras-formadoras) proporcionando momentos de diálogos, troca de experiências, contribuindo com a formação profissional dessas professoras. Neste sentido, Modesto e Garnica (2005) destacam:

[...] novos conhecimentos, novas práticas pedagógicas, novos momentos de formação, de maneira que não fiquem “estagnados” no tempo, e também porque é neste espaço da Universidade que, muitas vezes, ele vai encontrar pessoas disposta à reflexão, à troca de ideias e experiências que via-de-regra não tem encontrado nas escolas nem nas instâncias superiores, materializadas a forma das políticas educacionais. Na volta à Universidade parece residir a

possibilidade de atualização e dinamização do próprio ambiente de trabalho (MODESTO; GARNICA, 2005, p. 9).

A parceria entre professores e investigadores pode diminuir a separação entre a prática do professor e a pesquisa, o que por sua vez pode minimizar o distanciamento entre o professor da Educação Básica e o professor (pesquisador) universitário. Essa possibilidade se mostra, segundo Saraiva e Ponte (2003), como positiva e nós também a evidenciamos sob essa ótica, pois compreendemos que essa aproximação é uma das grandes necessidades do sistema de ensino brasileiro.

Portanto, para que haja essa aproximação é necessário que tanto escola quanto universidade se vejam como parte essencial e integrante para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Os professores da Educação Básica vivenciam diariamente as dificuldades de aprendizagem dos alunos e os professores universitários estão munidos de conhecimentos teóricos e epistemológicos que podem auxiliar a minimizar tais dificuldades.

Compreendemos que a categoria C1 *O planejamento colaborativo como subsídio à professora nas práticas em sala de aula* que emergiu das análises está intrinsecamente relacionada à primeira questão norteadora deste trabalho *que ações as professoras dos anos iniciais realizam ao desenvolver Modelagem Matemática na etapa planejamento?*, apresentando uma interpretação a nossa investigação.

No que consiste a segunda categoria (C2), *a mudança de postura a partir das práticas em atividades de Modelagem Matemática*, evidenciamos a partir das leituras realizadas em Cararo (2017), Mutti (2016), Martins (2016) e Tambarussi (2015) e as análises voltadas as etapas de formação, a decisão das professoras em trabalhar ou não com a Modelagem Matemática, se apresenta como uma nova postura em relação às práticas de sala de aula.

Concordamos com Almeida e Silva (2016) ao destacar a importância do professor aprender *na e sobre* a prática para ensinar utilizando Modelagem Matemática. Neste viés Luna (2012) acrescenta que a experiência do professor com a Modelagem Matemática em espaços de formação estabelece relações com o seu papel em sala de aula: *Eu achei que eles fossem querer espremer as laranjas de primeiro momento como nós fizemos, mas eu precisei instigá-los (Juju) quando pedi a rotina deles, não imaginava que alguns fariam apenas desenhos, achei que fossem fazer como nós fizemos* (Dada).

As ações vivenciadas pelas quatro professoras destacam a disposição das mesmas para a experimentação. Esta etapa se mostrou motivadora para uma abertura, mesmo que mínima,

à mudança e à aquisição de uma nova postura para suas aulas. Mutti (2016), complementa que do ponto de vista da adoção à práticas com Modelagem, esse primeiro passo pode ser um motivador para que mudanças nesse sentido possam acontecer.

As professoras ao optar por desenvolver atividades de Modelagem Matemática em sala de aula passaram por um momento de aprimoramento, visto que na etapa *planejamento* puderam compreender o desenvolvimento de uma atividade de modelagem para então usar em suas aulas. A mudança de postura que destacamos está atrelada às afirmações das professoras que se consideravam tradicionalistas: *os alunos pedem coisas diferentes, eu quero ter essa experiência em minha sala* (Juju); *eu não dividia meus alunos em grupo, tinha medo de tumultuar a sala, mas percebi que foi a melhor coisa, eles ficam mais “quietos”* (Lili).

A transição entre as práticas consideradas tradicionalistas e trabalho com a Modelagem foi acontecendo com as professoras de maneira gradativa. Em cada temática proposta as professoras foram optando pela *apropriação da Modelagem às suas práticas*.

Esse fato se mostrou importante para que elas se sentissem confiantes ao levar para sua sala de aula o encaminhamento planejado. Isso oportunizou um ambiente de colaboração, pois a partir das reflexões que cada professora fez à sua primeira experiência com Modelagem Matemática, novas professoras se apresentaram dispostas em também querer fazer uso da Modelagem Matemática.

Ao compreender a postura destacada por cada professor, podemos evidenciar que a professora *Nenê* se mostrou aflita na etapa reflexão, ao descrever que queria ter feito *coisas diferentes*, e que para um próximo desenvolvimento faria mudanças no encaminhamento. Já a professora *Lili* se apresentou insegura em primeiro momento, mas se encorajou durante a atividade por seguir fielmente o planejamento da atividade, *saber o que poderia acontecer me deixou mais segura* (Lili).

Para a professora *Juju*, a mesma optou em iniciar a atividade seguindo o planejamento, no entanto, decidiu partir para outras possibilidades, *eu fui desenvolvendo a atividade a partir do que os alunos iam destacando* (Juju). A professora *Dada* demonstrou mais segurança em sua postura como orientadora da atividade. Esse fato pode ser evidenciado pelas reflexões que destacava durante as etapas de formação, *eu tenho o hábito de dialogar com os alunos, tento fazer eles pensarem, por isso não me senti tão desconfortável ao desenvolver essa atividade* (Dada).

Elaboramos uma árvore de associação de ideias (Figura 60) para explicitar a constituição das professoras com relação às práticas desenvolvidas.

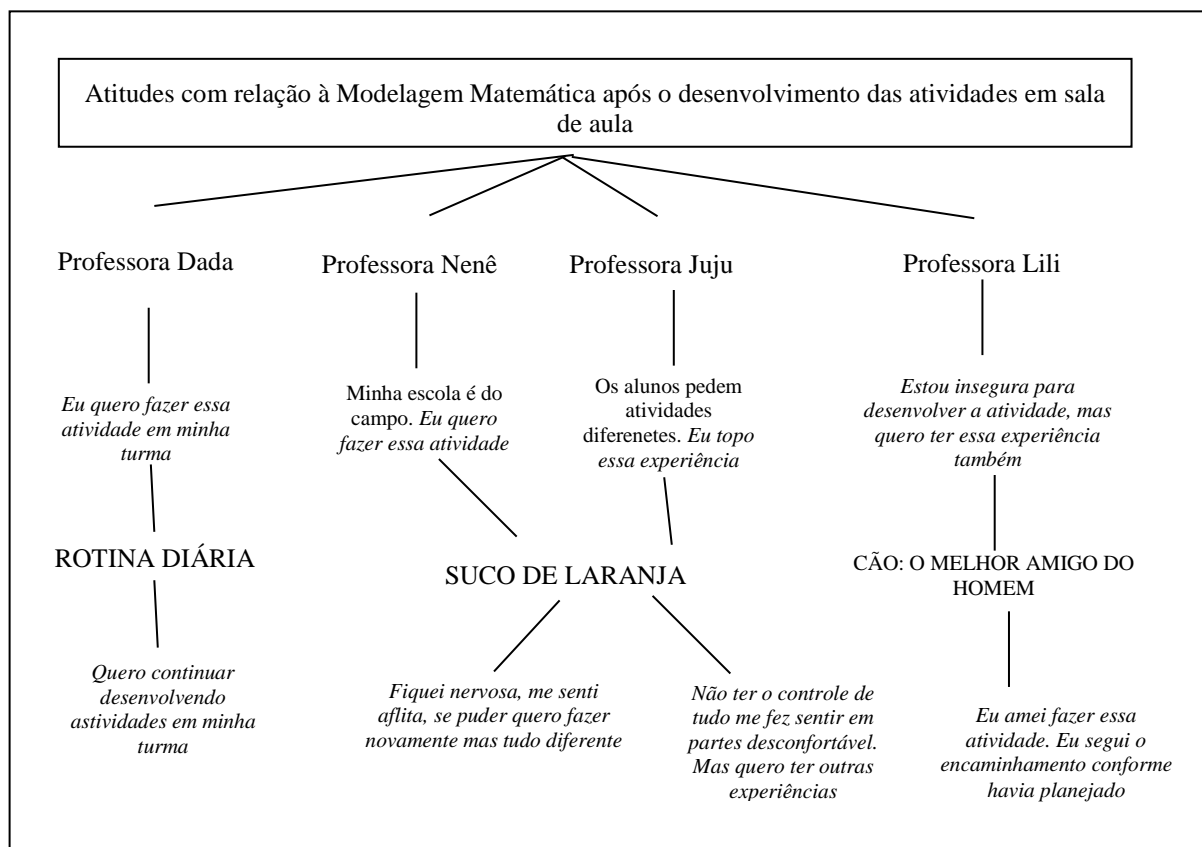


Figura 60 - Árvore de associação de ideias atitudes das professoras

Fonte: Autores, 2018

Em síntese, a formação descrita nesta dissertação se apresenta como essencial por estreitar laços e, portanto, construir ambientes de colaboração entre os participantes.

A terceira categoria (C3), *a formação de professores em Modelagem Matemática como potencial ao desenvolvimento profissional* está alinhada à terceira questão norteadora.

No que diz respeito, inicialmente, ao perfil das professoras participantes, observadas durante as etapas de formação continuada em Modelagem Matemática para essa investigação, destacamos a colaboração como ponto chave ao desenvolvimento profissional. Entendemos como ambiente colaborativo, o lugar no qual professores possam compartilhar e aprender experiências com seus pares.

Trazendo para nossa investigação, isso pode ser evidenciado ao observar que os participantes do GEAMAI trabalharam colaborando, seja em pares, ou em grupos maiores. Isso oportunizou a caracterização de um ambiente de solidariedade e compartilhamento de ideias, fortalecendo, gradativamente, a percepção das professoras para o que venha ser Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Podemos dizer que esse ambiente colaborativo, só se fez presente a partir da forma como foram vivenciadas as etapas de formação em Modelagem Matemática. Ao planejar um encaminhamento, desenvolvê-lo em sua turma e refletir como essa ação aconteceu, oportunizou a essas professoras discussões que permearam todas as etapas de formação.

Esta proposta de formação teve como princípio norteador o professor em suas práticas, ou seja, buscou valorizar o professor em suas multiplicidades, se contrapondo ao modelo de formação positivista, onde o objetivo é apenas apresentar técnicas e métodos universais (MUTTI, 2016) tornando esses processos generalistas de formação.

Podemos assim dizer que esse processo de formação continuada em Modelagem Matemática culminou como potencial para que a tendência Modelagem Matemática possa ser incorporada às aulas de Matemática, pois as professoras puderam vivenciar e adaptar à sua prática a atividade desenvolvida. O que podemos conjecturar, de acordo com Mutti (2016) é que a constituição de um ambiente colaborativo em Modelagem Matemática permitiu uma estrutura formativa em que a comunicação proporcionou o estreitamento dos laços e, com isso, estabelecer uma relação de igualdade entre os participantes e entre os formadores.

Embora não possamos concluir que as professoras sempre estarão dispostas a desenvolver essa relação de colaboração, ou até mesmo refletir sobre suas práticas, é imprescindível que se estabeleça uma comunicação entre os participantes a fim de possa ser discutido e refletido sobre Modelagem Matemática.

Assim, outro aspecto que chamamos a atenção é que por mais que já apresentássemos as temáticas às professoras, os encaminhamentos por elas realizados tiveram diferentes configurações, no entanto, destacamos a possibilidade de ouvir o professor, em suas estratégias e concepções. Para que o mesmo a partir de sua realidade, possa também investigar temas relevantes para a turma ao qual está inserido.

Neste sentido, nos pautamos em García (1999) ao afirmar que este modelo de formação propõe que o professor seja referenciado como um profissional capaz de refletir sobre sua própria prática docente, que em nossa pesquisa se configurou nas três etapas de formação em Modelagem Matemática – *planejamento, ação e reflexão*. O autor destaca que por meio dessa reflexão o professor poderá investigar sua própria prática, tendo assim a possibilidade de identificar problemas e utilizar metodologias para solucioná-los.

Ao investigarmos a terceira questão norteadora *que entendimentos sobre Modelagem Matemática as professoras dos anos iniciais destacam na etapa de reflexão?* optamos por expressar seus entendimentos a partir do questionário pós-aula respondido por elas, sobre a

importância de ambientes de formação em Modelagem Matemática a professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. *É difícil sair do tradicional, mas aprendi que é possível* (Lili), *Senti dificuldade em como trabalhar a matemática, mas hoje tenho outro olhar* (Nenê), *Experiências como essas me fez refletir constantemente sobre minhas práticas, é necessário mudar, os alunos não aprendem da mesma maneira* (Dada).

Por fim ao término desta análise concluímos que, a mudança do “ensino tradicional” para um “ensino investigativo”, não é tarefa fácil. No entanto espaços como esses de formação se fazem necessários para a formação de professores em Modelagem Matemática ao passo que aprender sobre Modelagem Matemática, aprender por meio da Modelagem Matemática e ensinar usando a Modelagem Matemática torna-se essencial ao professor fundamental ou aperfeiçoar sua prática (ALMEIDA; DIAS, 2004).

5.1. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante as interpretações descritas no capítulo 5, apresentamos uma síntese de compreensão sobre o que evidenciamos a partir de nossa questão de pesquisa: *Como professoras dos anos iniciais lidam com atividades de Modelagem Matemática em sua prática nas diferentes etapas de formação continuada em um grupo colaborativo?* Tal síntese buscou evidenciar convergências a partir das análises realizadas em cada etapa de formação a partir das quatro professoras: *Juju, Nenê, Dada e Lili*. Não iremos aqui, discutir etapa por etapa, mas sim realizar uma articulação entre elas, buscando ir além do que já foi discutido.

Partindo da postura de investigação que assumimos, efetuamos um movimento de reflexão intencional, que nos conduziu a interpretação quando analisamos as professoras participantes do projeto de formação continuada nas três etapas de formação, estabelecendo um diálogo entre o que emergiu das análises, da fundamentação teórica e de nossas próprias compreensões enquanto pesquisadoras.

Dentre as percepções analisadas a partir dos questionários *a priori* e *a posteriori* pudemos inferir sobre algumas ações que se fizeram presentes para a elaboração da Árvore de Associação de ideias construída para a análise final, em que, a partir do tronco da árvore (questionários *a priori* e *a posteriori*) as ramificações provenientes das interpretações para os questionários foram destacadas em negrito.

As primeiras ações destacadas foram **Compreender**, **Promover** e **Questionar**, estando diretamente ligadas a parte do tronco destinado ao questionário *a priori*. Neste

contexto, ao analisar as respostas obtidas pelo questionário inicial, as professoras destacaram a importância em compreender os conceitos matemáticos e promover a utilização de problemas reais em aulas de matemática.

Neste sentido com relação aos conceitos matemáticos concordamos com Curi (2002), ao considerar que o conhecimento do professor deve ir além de conhecer conceitos ligados à área de ensino ao qual atua. Em Brasil (1997) é destacado que nos anos iniciais o professor, além de conhecer os conteúdos de matemática, deve conhecer como tratá-los, a fim de que a aprendizagem do aluno se efetive.

Sendo assim evidenciamos a vontade das professoras em buscar uma formação que minimize lacunas existentes com relação a conteúdos e conceitos. As primeiras etapas de formação – *planejamento* – se mostraram essenciais na busca pelo processo de formação continuada.

Com relação ao destaque em promover a utilização de problemas reais nas aulas de Matemática, concordamos com Nacarato, Mengali e Passos (2009, p. 34), ao inferir que “a aprendizagem da matemática não ocorre por repetições e mecanizações, mas se trata de uma prática social que requer envolvimento do aluno em atividades significativas”.

Sendo assim, as professoras dos anos iniciais procuraram planejar as atividades buscando uma contextualização dos conteúdos a fim de apresentar uma matemática aliada à realidade. Para tanto, as atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas no GEAMAI se mostraram significativas em que, a partir delas, diferentes maneiras de construção do conhecimento matemático se fizeram presentes quando foram apresentadas aos alunos.

Quanto a ação de questionar sobre o conhecimento em relação à Modelagem Matemática, as professoras responderam não conhecer, mas se mostraram proativas em estudar e passar a conhecer esta tendência: *tive uma noção do que era Modelagem em um evento regional, e quero conhecer essa alternativa para utilizá-la em minha turma* (Dada); *Ouvi dizer que a Modelagem se relaciona a problemas reais e penso que é importante pois pode trazer mais sentido para os alunos.* (Juju).

Deste modo, inferimos que a formação em Modelagem Matemática que as professoras dos anos iniciais vivenciaram nas três etapas, possibilitou um espaço colaborativo para discussão e reflexão. Mutti (2016) corrobora com tais ideias e destaca que não basta o professor ter domínio do conhecimento matemático pois, esse domínio, por si só, não garantirá que o docente desenvolva atividades de Modelagem em suas aulas.

As autoras Dias e Almeida (2004) destacam que para que sejam ampliadas as possibilidades de o professor adotar efetivamente a Modelagem como uma constante em suas

aulas é necessário que ele seja inserido em programas de formação, Assim sendo, as etapas de formação – *planejamento, ação e reflexão* – se constituiu como um espaço para que os professores estivessem em constante reflexão sobre suas práticas.

Após vivenciar essas etapas, a partir do questionário *a posteriori*, outras ações puderam ser evidenciadas: **Intervir, Refletir, Enriquecer, Favorecer, Continuar, Participar** a partir da troca de experiências entre elas.

Por mais que a terceira etapa fosse caracterizada como *reflexão*, pudemos inferir que a ação refletir se mostrou presente em todas as etapas, *uma questão importante para mim foi de pensar e refletir no momento de preparação da aula, da tarefa, pois geralmente faço isso mecanicamente, sem pensar e refletir e quando fiz isso, fez toda a diferença* (Dada), nos remete ao trabalho de Ponte (2002) no qual afirma que, quando o professor reflete sobre suas prática ele se torna um investigador de sua ação, e com isso, passa a construir conhecimentos essenciais para o desenvolvimento profissional.

Diante do que consideramos, podemos destacar que alguns sentimentos e preocupações manifestadas pelas professoras no GEAMAI foram ditas em momentos de reflexão sobre suas práticas pedagógicas e isso se faz interessante destacar pois as professoras passaram a obter outras percepções a partir da vivência no contexto da Formação Continuada de Professoras em Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Outro ponto que discorremos referente a ação refletir, diz respeito ao planejamento que as professoras realizaram para as propostas de atividades desenvolvidas no GEAMAI. Embora que o planejamento das atividades tenha se configurado como relevante e durante os desenvolvimentos das atividades um aliado às professoras no sentido de levá-las a refletir sobre hipóteses, conteúdos, e possíveis encaminhamentos, ele não pôde atender integralmente as expectativas, visto que em uma atividade de Modelagem Matemática o conteúdo emerge da atividade e, quando esse planejamento passa a ser utilizado apenas como *checking list*, ou seja, como um documento cuja utilidade se limita a orientar o professor sobre a ordem em que os conteúdos aparecem acabam prendendo o professor ao sistema tradicionalista de ensino. Entre as professoras analisadas, a professora *Lili* foi a que se prendeu mais nesta prática.

Serrazina (2003), afirma que o processo de ensino deve acontecer de maneira prazerosa tanto aos alunos como para os professores, pois é fundamental que o professor que pretende atuar nos anos iniciais se sinta à vontade em relação à Matemática que vai ensinar. Desta forma, a formação em Modelagem Matemática pode ser caracterizada como um ambiente reflexivo e colaborativo pois, as professoras tiveram a oportunidade de enriquecer

sua formação profissional: *pretendo desenvolver outras atividades para que os alunos se habituem a buscar informações, estratégias e representações, para que realmente possam aprender a partir da realidade conteúdos matemáticos* (Lili).

Nesta ação, outro fator a ser considerado é que as professoras haviam vivenciado uma atividade de Modelagem Matemática pela primeira vez, deste modo ao refletir sobre os sentimentos após ao desenvolvimento das *ações* em sala de aula, as mesmas se sentiam motivadas e consideraram o desenvolvimento da atividade uma experiência muito positiva para o seu desenvolvimento profissional.

Ao evidenciar a ação favorecer, o relato da professora *Juju* ao inferir que: *ao meu ver a Modelagem matemática favorece muito o trabalho, enriquece, devido a reflexão até por parte dos alunos*, vai ao encontro das assertivas de Silveira e Caldeira (2012), pois o uso da Modelagem Matemática promove maior interesse por parte dos alunos, pois emerge de situações reais.

Mutti (2016) por sua vez, descreve que a utilização de atividades de Modelagem Matemática se apresenta como positiva, uma vez que permite que os alunos compreendam, como é organizado o processo que envolve a resolução de uma situação-problema, favorecendo a familiarização e reflexão com relação às soluções encontradas.

Para a ação evidenciada ao intervir, as professoras relataram lacunas quanto ao momento da intervenção em uma atividade de Modelagem Matemática, e como relatado pela professora *Lili* *a maior dificuldade foi quando posso intervir para que realmente ocorra a atividade de Modelagem Matemática*. Isso foi evidenciado no fato de que as professoras se diziam desconfortáveis quanto ao domínio dos conteúdos matemáticos.

As ações continuar e participar foram evidenciadas simultaneamente a partir de respostas relacionadas a teoria e prática em Modelagem Matemática, pois ao participar da formação continuada as professoras puderam refletir em cada etapa de formação e se apresentaram motivadas ao desenvolver outras atividades de Modelagem Matemática, os relatos da professora *Lili*: *eu vou procurar desenvolver outras atividades como essa em minha sala*; *Dada*: *vou me habituar a desenvolver mais atividades de Modelagem, eu gostei!*, demonstram interesse para além da etapas de formação.

Portanto, concordamos com Biembengut e Hein (2004) ao relatarem que, diversas são as razões para se usar a Modelagem Matemática em sala de aula, pois motiva, torna a aula mais interessante, dá utilidade à Matemática, facilita a aprendizagem, promove a compreensão, traz habilidades. Enfim, desmistifica o processo de ensino da Matemática,

tirando-lhe as lacunas de “matéria sem utilidade prática”, “muito teórica”, “não tem nada a ver com a realidade”, entre outras considerações, que, para muitos, acaba por promover certa aversão à disciplina tanto à professores, quanto a alunos.

Desse modo, devemos pensar em formações, de modo particular, em formações continuadas em Modelagem Matemática centradas no professor. Para isso, esta formação se mostrou como essencial, onde as professoras constituíram um ambiente colaborativo-reflexivo no qual as professoras puderam ser acompanhadas em suas práticas a fim de discutir e aprofundar conceitos e concepções.

Nesse sentido, justificamos as etapas de formação vivenciadas pelas professoras trazendo o argumento de Ponte (1998) ao destacar o cuidado que devemos ter com as propostas de formação de professores de Matemática, pois os dezessete encontros de formação de apresentaram como essenciais ao desenvolvimento profissional das professoras envolvidas.

Por fim, as professoras puderam expressar seus entendimentos a partir do questionário pós-aula sobre a importância de ambientes de formação em Modelagem Matemática a professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. *É difícil sair do tradicional, mas aprendi que é possível* (professora Lili), *Senti dificuldade em como trabalhar a matemática, mas hoje tenho outro olhar* (Professora Nenê), *Experiências como essas me fez refletir constantemente sobre minhas práticas, é necessário mudar, os alunos não aprendem da mesma maneira* (Professora Dada).

Desse modo, a *Árvore* construída (Figura 61) a partir da análise final representa um modelo de formação centrado nas ações das professoras. Assim o que buscamos com interpretação deste trabalho foi apresentar uma interpretação a questão que investigamos Como professoras dos anos iniciais lidam com atividades de Modelagem matemática em sua prática nas diferentes etapas de formação continuada em um grupo colaborativo? Novamente utilizamos a formatação **negrito** para destacar as ações que emergiram a partir das etapas de formação e *itálico* para reflexões destacadas. Os galhos da árvore foram representados por segmentos, dos quais fizeram a ligação entre ações e reflexões. As setas foram utilizadas para representar a ordem como aconteceu o processo de formação em Modelagem Matemática das professoras Dada, Nenê, Lili e Juju com as três atividades realizadas: SUCO DE LARANJA, ROTINA DIÁRIA e CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM.

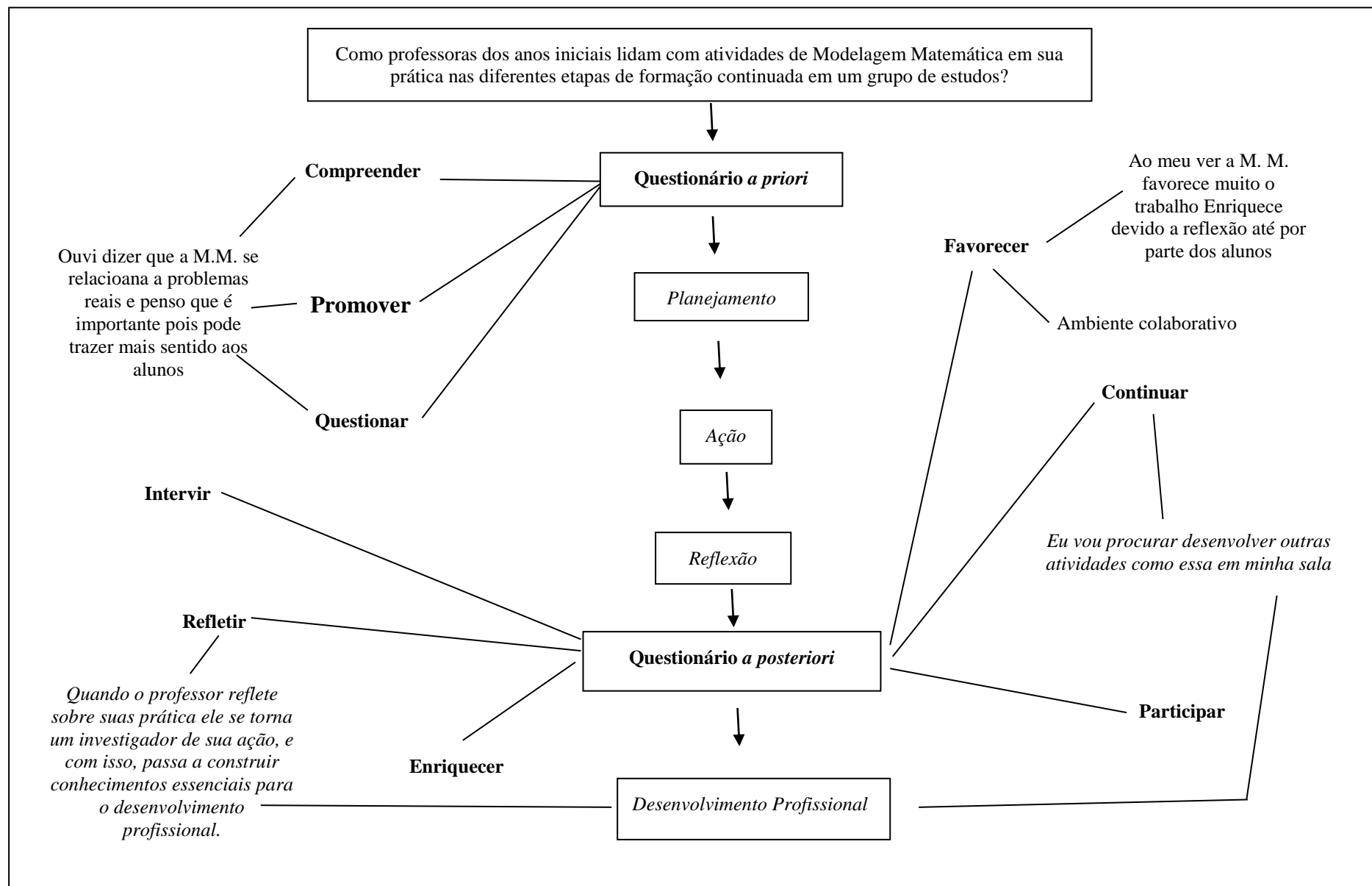


Figura 61 - Árvore de associação de ideias para as três etapas de formação
Fonte: Autores, 2018.

A partir das vastas leituras realizadas durante o desenvolvimento da pesquisa, tecemos nossas considerações sobre o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para tanto, algumas características presentes neste nível de ensino podem ser contempladas a fim de buscar uma interpretação e articulação de nosso referencial teórico (GOMES; SILVA, 2017b).

Começamos por sinalizar que neste nível de ensino, o desenvolvimento de habilidades com relação a autonomia e cooperação são características evidenciadas, visto que os alunos são instigados a interpretar o problema, coletar e selecionar informações, a fim de determinar a partir das hipóteses, que estruturas matemáticas poderão ser utilizadas na obtenção de modelos a fim de socializar e validar o mesmo. Sendo assim, no trabalho de TORTOLA (2016), o autor apresenta a importância de *jogos de linguagem* – diferentes usos da matemática – em atividades de Modelagem Matemática (TORTOLA; ALMEIDA; 2016, TORTOLA; SOUSA; ALMEIDA, 2016) e descreve pontos importantes, entre eles, elementos que caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática nos anos iniciais.

Promover a visão de que a Matemática pode ser construída e não apenas uma ciência objetiva e inquestionável (Maaß, 2005, RINALDI; SANTOS; PIVETA, 2016, BISCONSINI, MARTENS; OLIVEIRA, 2016), faz com que alunos dos anos iniciais tenham um papel de sujeito da aprendizagem (BURAK, 2014). Neste sentido, os autores destacados justificam tais premissas quando evidenciadas a partir de experiências vivenciadas quando desenvolvidas em diferentes turmas deste nível de escolaridade.

Uma outra característica que se mostrou pertinente é a elaboração de projetos neste nível de ensino. Partir de situações reais, e articulá-las entre outras áreas do conhecimento (MUNDIUM, 2016, CABASSUT; WAGNER, 2011), proporciona uma interdisciplinariedade e, o professor dos anos iniciais por ser polivalente, têm maior flexibilidade quando tem a oportunidade de desenvolver atividades que abordem outras disciplinas em atividades de Modelagem Matemática.

Construir novos conhecimentos a partir de uma atividade de Modelagem Matemática (BUTCKE; TORTOLA, 2015, DENTE; RHFELDT; QUARTIERI, 2016) pode se fazer muito importante, visto que a Modelagem Matemática pode ser utilizada para introduzir, sistematizar ou revisar conceitos matemáticos que se fazem presentes neste nível de ensino.

Desse modo seu uso permite diferentes abordagens e, conseqüentemente, diferentes soluções (ENGLISH, 2007), isso é possível pela dinamicidade que uma atividade de Modelagem Matemática proporciona e, essencialmente nos anos iniciais, o uso de diferentes

representações sugere ao professor refletir com os alunos sobre conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos necessários para construção e obtenção do modelo matemático.

Contudo, podemos considerar que essas características supracitadas podem levar o professor a inferir que práticas de sala aula com o uso de atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental podem desencadear conhecimentos, entre eles a ocorrência da aprendizagem significativa (GEROLÔMO; MILANI; ALMEIDA, 2015).

Deste modo caracterizamos Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental por proporcionar a partir das características apresentadas com as leituras realizadas para o “estado da arte” como momentos de trocas de experiências tanto ao professor quanto ao aluno, de modo a inferir que sua inserção esta sendo cada vez mais desenvolvida e fundamentada neste nível da Educação Básica.

Como observamos nas análises, pudemos inferir que algumas características se tornaram mais explícitas na medida em que as professoras desenvolveram suas ações com o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Sendo assim, destacamos a importância do professor conhecer Modelagem Matemática para que saibam lidar e articular essas características em suas práticas de sala de aula (MALHEIROS, 2014).

Caminhando em direção à conclusão dessa dissertação, por muitas vezes, o que mais esperamos de uma investigação é que ela possa trazer uma conclusão sobre nossas inquietações. No entanto, levando em consideração a interrogação de pesquisa: *Como professoras dos anos iniciais lidam com atividades de Modelagem Matemática em sua prática nas diferentes etapas de formação continuada em um grupo de estudos?* Buscamos evidenciar aspectos voltados a formação de professores em Modelagem Matemática num contexto no qual as professoras participantes do GEAMAI tiveram a oportunidade de conhecer essa tendência a partir de etapas de formação.

Gostaríamos de dizer o quanto nós enquanto pesquisadoras fomos transformadas. Não apenas intenso universo de leituras, discussões e reflexões com os participantes do GEAMAI, mas, notadamente, pela relação estabelecida com as professoras dos anos iniciais durante os encontros de formação. A partir da fala das professoras pudemos inferir sobre os objetivos e fragilidades com relação ao trabalho com a Modelagem Matemática a medida em que realizamos o processo de análise das atividades.

Reflexões que se fizeram presentes, relativas à formação do professor, à Modelagem Matemática, e aos anos iniciais do Ensino Fundamental e tudo aquilo que se mostrou desde a

elaboração do referencial teórico, até a análise e interpretação dos dados, nos permitiram ir além do que apresentamos e inferir que de modo geral, a formação em Modelagem das professoras que vivenciaram as três etapas de formação se mostrou importante e necessária ao seu desenvolvimento profissional.

Ainda que tenhamos apresentado nessa pesquisa algumas reflexões iniciais sobre a formação em Modelagem Matemática voltada a professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a busca por uma compreensão aprofundada sobre elas enquanto fenômeno de pesquisa poderá continuar a fim de considerar outros aspectos no âmbito da formação em Modelagem, como por exemplo: *Será que as etapas de formação vivenciadas por professoras dos anos iniciais contribuem para o aprendizado dos alunos? De que forma? Como evidenciar o aprendizado dos alunos em atividades de Modelagem Matemática?*

Questões adjacentes a essas e que se refletidas podem motivar novas investigações seriam: *De que modo a formação de professores em Modelagem Matemática proporciona ao aluno momentos de ensino e de aprendizagem? Quais são os aspectos da Modelagem Matemática essenciais para mudanças de práticas pedagógicas quando desenvolvidas em ambientes colaborativos? Quais aspectos característicos voltados a prática dos professores se alteram com maior facilidade quando inseridos em contextos de Formação Continuada em Modelagem Matemática?* Essas questões nos instigam a continuar no universo da pesquisa e nos levam a retomar toda a trajetória que percorremos desde nossas primeiras leituras até a conclusão desta pesquisa em formação continuada para professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em Modelagem Matemática.

Sendo assim podemos dizer que *ao formar nos formamos e nos transformamos*, e nesse fluxo sempre contínuo e inacabado, avançamos. Avançamos em busca de novos aspectos, novas interrogações, que nos permitirão compreender a relação entre a Modelagem Matemática, a prática pedagógica dos professores e a aprendizagem dos alunos. Ao nos empenharmos nessa busca, intencionamos, mesmo que de modo singelo, contribuir com a comunidade da Modelagem Matemática, em especial aos anos iniciais com a satisfação de dever cumprido. Em outras palavras, podemos dizer que a partir dessa pesquisa podemos afirmar que a formação de professoras em Modelagem Matemática nos anos iniciais pode conquistar, efetivamente, o seu espaço no âmbito da sala de aula.

PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional, fruto dessa pesquisa de Mestrado Profissional, consiste em um caderno de atividades voltados a profissionais dos anos iniciais do Ensino Fundamental e/ou pesquisadores que queiram utilizar em suas práticas a Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica.

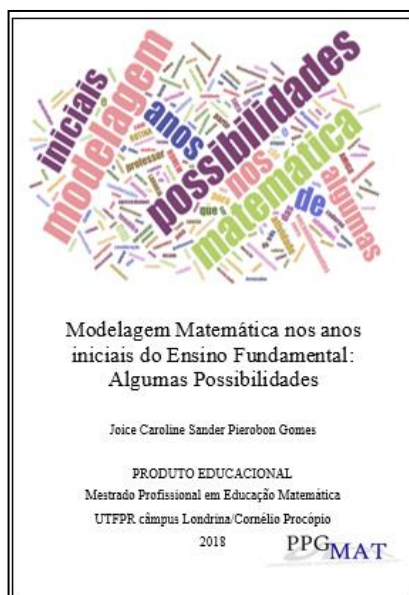


Figura 62 - Capa do caderno de atividades – produto educacional
Fonte: Autores, 2018

O caderno está dividido em três capítulos. No primeiro, discorreremos com base na pesquisa bibliográfica realizada para a dissertação a fim de situar o leitor sobre aprofundamentos teóricos com relação a Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

No segundo capítulo, consta as possibilidades de encaminhamentos que foram refinados a partir das três etapas de formação vivenciadas pelas professoras no GEAMAI. Tais possibilidades de encaminhamentos poderão ser utilizados na íntegra, ou ser adaptados da maneira que o professor desejar, pois uma das características mais importantes no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática é a segurança e a habilidade do professor ao desenvolvê-la em sala de aula, e isso só se ganha com experiência. Neste sentido, ao desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática, o professor deve levar em

consideração fatores voltados às suas práticas, entre eles: tempo disponível; nível de escolaridade; temas a serem abordados; os objetivos para a atividade, entre outros.

As possibilidades de encaminhamentos foram construídas a partir das três temáticas SUCO DE LARANJA, ROTINA DIÁRIA e CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM. Nelas apresentamos como pode ser desenvolvida em sala de aula, destacando algumas considerações em quadros a fim de oportunizar ao professor dicas e aprofundamentos referente a temática. O caderno de possibilidades estará disponível no site da instituição em formato PDF para que o professor tenha a oportunidade de baixar/utilizar as atividades diante de sua realidade e contexto.

A partir das reflexões que emergiram em cada atividade, podemos refiná-las a fim de levantamos algumas observações importantes para o produto educacional, entre elas, apresentar outras possibilidades de encaminhamentos das atividades para a mesma temática; destacar conteúdos matemáticos que podem emergir da atividade; apresentar em forma de síntese a atividade a partir das etapas destacadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Tendo em vista estas considerações e toda a pesquisa desenvolvida no decorrer do trabalho, apresentamos um modelo de possibilidade para a temática SUCO DE LARANJA que planejamos e que consta no caderno de atividades.



Fonte: depositphotos.com

Quero fazer suco, mas de quantas laranjas preciso?

1

A origem da laranja é controversa. Relatos históricos situam as mais remotas plantações de laranjas há 2 mil anos em diversas regiões da Ásia. A laranja atingiu a Europa na idade média depois de circular pela África e a região da península Arábica.

Os portugueses, na época dos descobrimentos, introduziram os diferentes tipos de frutos cítricos nas regiões em ocupação, observando a fácil adaptação climática e geológica. No Brasil, o início do plantio se fez nas regiões do Nordeste, sendo depois conduzida a região Sul e Sudeste.

A utilização dos sucos cítricos, ricos em vitamina C, foi uma das maiores descobertas médicas dos navegadores, na prevenção e cura do escorbuto, causado pela falta dessa vitamina. A laranja é um alimento rico em vitaminas, principalmente a C e A, bem como antioxidantes (Flavonóides – Hesperidina) e minerais (Potássio, Fósforo, Cálcio e Magnésio).

Curiosidades

De acordo com o SEBRAE – O consumo de sucos naturais está cada vez maior. Fato que se deve ao baixo investimento, pois são poucos os eletrodomésticos essenciais e necessários para venda de sucos naturais, em especial o de laranja. Uma fresqueira, espremedor de laranja, liquidificador e um bom refrigerador garantem uma boa rentabilidade, e baixo custo.

Sucos: o único setor do food service no qual “espremer” é uma atividade que rende lucros, e não sufoco. <http://www.foodserviceneeds.com.br/sucos-naturais-estao-em-alta/>

“Suco de laranja você vende o ano todo, não tem época, não tem região”.

Partindo dessa situação-problema, uma possível abordagem com alunos dos anos iniciais se refere à *Quantidade de laranjas necessárias para fazer suco para todos os alunos de determinada turma*. Neste contexto, a partir de diferentes laranjas (trazidas por alunos, ou pelo professor), pode-se coletar e organizar as informações.



Figura 63 - etapa da coleta de informações

Fonte: Autores, 2018

Para isso, deve-se considerar que uma laranja após ser cortada e espremida e têm 100 mililitros de suco. Outra informação é definir a capacidade do copo. Em seguida, a depender da turma que vai ser desenvolvida a atividade, investigações voltadas ao comprimento da circunferência, com relação a quantidade de suco, com uso de barbantes e fitas métricas. Por meio das informações coletadas, outros questionamentos podem ser levantados. Se consideramos uma sala com treze alunos, podemos apresentar os dados da seguinte maneira.

Por hipótese: 1 laranja contém 100 mililitros de suco

Número de alunos	Quantidade de laranjas
1	2
2	4
3	6
4	8
⋮	⋮
<i>n</i>	$L = n \times 2$

Ao descrever e responder a equação:

$$L = n \times 2$$

$$L = 13 \times 2$$

$$L = 26 \text{ laranjas}$$

Em que:

L = quantidade de laranjas necessárias;

n = número de alunos.

Obtemos a quantidade de laranjas necessárias para fazer suco para 13 alunos.

Os alunos podem utilizar somas sucessivas ou conceitos multiplicativos para obter cálculos que representem a situação.

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 26 \text{ ou } 2 \times 13 = 26$$

Outra possível abordagem de conteúdo seria descrever quantos mililitros de suco seriam necessários para os treze alunos.

Número de alunos	Quantidade de Suco (ml)
1	200
2	400
3	600
⋮	⋮
<i>n</i>	$Q = n \times 200$

Por hipótese: 1 laranja contém 100 mililitros de suco

Ao descrever e responder a equação:

$$Q = n \times 200$$

$$Q = 13 \times 200$$

$$Q = 2600 \text{ mililitros}$$

Em que:

Q = quantidade de mililitros de suco;

n = número de alunos.

Obtemos a quantidade de mililitros necessários para uma turma de 13 alunos.

Realizando os cálculos para estes dados, os alunos podem trabalhar com tabelas, somas sucessivas, multiplicação e divisão.

$$200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 = 2600 \text{ mililitros}$$

$$\begin{array}{r} 2600 \\ - 2600 \\ \hline 0000 \end{array} \quad \begin{array}{l} 13 \\ 2 \times \end{array}$$

Em que:

O divisor 2600 representa a quantidade de mililitros de suco;

O dividendo 13 alunos a quantidade de alunos;

O quociente 2 a quantidade de laranjas necessárias por aluno.

A partir dos modelos matemáticos obtidos, que nos anos iniciais se fazem presentes fortemente representações pictóricas, figurais, textuais, aritméticas entre outras. Promova uma discussão entre os alunos a fim de validar o modelo por eles encontrado. Caso a quantidade de laranjas não seja suficiente para completar o copo de cada aluno, oriente-os para outra possibilidade, como acrescentar água, obtendo um refresco de laranja (suco + água).

Nesta atividade...

Situação inicial: Quantidade de laranjas necessárias para fazer suco para todos os alunos de determinada turma

Inteiração

Espremer as laranjas para coleta de dados
Definir o tamanho do copo

Matematização e resolução

- 1) Uma laranja média tem 100ml
- 2) Para um copo de 200ml são necessárias duas laranjas, ou seja, duas laranjas por aluno.
- 3) Em uma turma de 13 alunos a quantidade de laranja para se obter um copo de 200ml para cada aluno é de 26 laranjas. Se a quantidade de laranjas disponíveis for menor, é preciso completar a quantidade com água.

Definição de hipóteses

Coleta intuitiva: uma laranja tem 200ml
Coleta experimental: uma laranja tem 100ml
Quantidade de alunos: 13

Definição de variáveis

Variável dependente: quantidade de laranjas
Variável independente: quantidade de mililitros de uma laranja

Tradução de linguagens

A quantidade necessária de laranjas para obter suco para sala toda

$$\begin{aligned}
 & 1 \text{ laranja} = 100\text{ml} \\
 & 1 \text{ copo de } 200\text{ml} = 2 \text{ laranjas} \\
 & 1 \text{ copo de } 200\text{ml para cada aluno} \\
 & 1 \text{ copo de } 200\text{ml para cada alunos} \\
 & 2 \times 13 = 26 \text{ LARANJAS}
 \end{aligned}$$

Interpretação e validação

Discussão e socialização em roda de conversa com a turma

Situação Final

Obtenção da quantidade de laranjas necessária para obter suco para a turma toda.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, E. P.; TOURINHO, M. A. C. Discussões Metodológicas: A perspectiva qualitativa na pesquisa sobre ensino/aprendizagem em história. In: SIMPÓSIO NACIONAL DA HISTÓRIA, XXVI. 2011, São Paulo, **Anais do XXVI Simpósio Nacional de História – ANPUH**, São Paulo, p. 1-16, jul, 2011.

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação**, v. 11, n. 3, p. 483-498, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. In: BARBOSA J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, p. 253-268, 2007.

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, ano 17, n. 22, p. 19 – 35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a Modelagem Matemática. **Tutuandria**, v. 2, n. 2. 117-134. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/Tutuandria/article/view/37952>, 2009.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Práticas de professores com Modelagem Matemática: Algumas Configurações. **Educação Matemática em Revista**, p. 6-15, 2016

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. The meaning of the problem in a mathematical modelling activity. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.). **Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences**. New York: Springer, 2015. p. 45-54.

ALMEIDA, M. L. W de; TORTOLA, E.; MERLI, R. F.. Modelagem Matemática – Com o que Estamos Lidando: Modelos Diferentes ou Linguagens Diferentes? **Revista Acta Scientiae**. Canoas, RS: ULBRA, v.14, n.2, p. 200-214, maio/ago. 2012

BARALDI, Ivete Maria. **Matemática na Escola: que ciência é essa?** Florianópolis: EDUSC, 1999.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: Concepções e experiências de futuros professores (Tese de doutorado) - UNESP, Rio Claro, 2004.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: reunião anual da ANPED, n. 24, Caxambu. **Anais CDRM**, 2001.

BASTOS, A. R. **Modelagem Matemática na Educação Básica**: uma proposta para a formação inicial dos professores do magistério. 125 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, 2018.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma Nova Estratégia**. 3ª ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BEAN, D. O que é Modelagem Matemática? **Educação matemática em revista**, São Paulo, ano 8, n. 9/10, p. 49-57, abr. 2001.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem Matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Tutuandria**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. Blumenau: Ed. Contexto, 2000.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BISCONSINI, V. R.; MARTENS, A. S.; OLIVEIRA, W. P. **Modelagem Matemática como possibilidade de ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. In ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM 2016. **Anais**. São Paulo – SP.

BISOGNIN, Vanilde; BISOGNIN, Eleni. Percepções de professores sobre o uso da Modelagem Matemática em sala de aula. **Bolema**, v. 26, n. 43, 2016, p. 1049-1079.

BLUM, W. Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht: Herausforderung für Schüler und Lehrer. In: BÜCHTER, A. et al. (Orgs.) **Realitätsnaher Mathematikunterricht: vom Fach aus und für die Praxis**. 1. Ed. Berlin: Franzbecker, 2006. p. 8-23.

BLUM, W., GALBRAITH, P. L., HENN W.H.; NISS, M.. **Modelling and Applications in Mathematics Education**. Springer: New York, 2007.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução de Maria João Alvarez; Sara Bahia dos Santos; Telmo Mourinho Baptista. Lisboa: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; ZULATTO, R. B. A. **Educação a Distância Online**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Área da matemática. p. 265-295. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>, acesso em 15 de julho de 2018.

BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BURAK, D. Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem. **Tese** (doutorado educacional). Faculdade de Educação. Universidade de Campinas – Unicamp. Campinas, 1992.

BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário. **Zetetiké**. v.2, n. 2, p. 10-27, 1994.

BURAK, D. Modelagem Matemática nos diferentes níveis de ensino: uma perspectiva. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2014. **Anais...** Campo Mourão, 2014.

BURAK, D.; ARAGÃO, R. M. R. de. A Modelagem Matemática e relações com a aprendizagem significativa. Curitiba: CRM, 2012.

BURAK, D.; KAVIATKOVSKI, M. A. C. Considerações sobre a Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir de atividades desenvolvidas em sala de aula. In: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (Orgs.). **Modelagem Matemática nos anos iniciais**. São Paulo: Editora Sucesso, 2014. p. 51-62.

BURAK, D.; KAVIATKOVSKI, M. A. C. Modelagem Matemática na formação de conceitos e construção dos conteúdos matemáticos na educação infantil. Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática - EPMEM 2016. **Anais**. Londrina-PR

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Educação matemática: contribuições para a compreensão de sua natureza. In: **Acta Scientiae** (ULBRA), v. 10, jul – dez, 2008, p. 93 - 106.

BUTCKE, D. A. P.; TORTOLA, E. **Por que a maioria das embalagens tem formato de paralelepípedo? Uma investigação por meio da Modelagem Matemática nos anos iniciais**. CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - CNMEM. 2015. **Anais**. São Carlos- SP.

CABASSUT, R.; WAGNER, A. Modelling at Primary School Through a French–German Comparison of Curricula and Textbooks. In: KAISER, G. et al. (Orgs.). **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. London, New York: © Springer, v. 1, 2011, p. 559-568.

CAMPOS, I. S.; LUNA, A. V. A. **Modelagem Matemática, professores e desenvolvimento profissional**: possibilidades geradas pela colaboração. XIII CIAEM-IACME Conferência Interamericana de Educação Matemática, Recife, Brasil, 2011.

CARARO, E. F. F. **O sentido da formação continuada em Modelagem Matemática na Educação Matemática desde os professores participantes**. 2017.186f. Dissertação (Mestrado em Educação) - UNIOESTE, Cascavel.

CARRARO, E. F. F.; KLÜBER, T. E. Concepções de Modelagem Matemática na formação de professores em Modelagem Matemática. XIV EPREM Encontro Paranaense em Educação Matemática, **Anais**. Cascavel, 2017.

CIRÍACO, K. T.; MORELATTI, M. R. M.; PONTE, J. P. Professoras iniciantes em grupo colaborativo: contributos da reflexão ao ensino de geometria. **Zetetiké**, Campinas - SP, v. 24, n. 2, p.249-268, maio/ago, 2016.

CURI, E. **A matemática e os Professores dos Anos Iniciais**. São Paulo. Musa, 2005.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes**: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. Tese de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC/SP. 2004.

CURI, E. **Formação de professores de Matemática: realidade presente e perspectivas futuras**. Lisboa: APM. (2002).

D'AMBROSIO, U. **Da Realidade à Ação: Reflexões sobre Educação e Matemática**. São Paulo, Summus Editorial. 1986.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática da Teoria à Prática** - Campinas, SP, Papirus, 2012.

D'AMBROSIO, U. Prefácio . In BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

DANTE, L.R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 2ªed. São Paulo: Ática, 1998.

DENTE, E. C.; RHFELDT, M. J.; QUARTIERI, M. T. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: explorando o tamanho do pé**. In ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM 2016. **Anais**. São Paulo – SP.

DIAS, M. R.; ALMEIDA, L. M. W. Formação de professores e Modelagem Matemática. In: VII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Recife. **Anais...** Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004.

DOERR, H. M.; ENGLISH, L. D. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 34, n. 2, p. 110-136. 2003.

ENGLISH, L. D. **Modeling with Complex Data in the Primary School**. In INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE TEACHING OF MATHEMATICAL MODELLING AND APPLICATIONS – ICTMA, 13. Universidade da Indiana, Bloomington, EUA, 2007.

FELIX, T. F. Pesquisando a melhoria de aulas de matemática seguindo a proposta curricular do estado de São Paulo, com a metodologia da pesquisa de aulas (Lesson Study). 2010. 153f.

Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) – Universidade Federal de São Carlos, 2010.

FERREIRA, A.C. Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de matemática. In: FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2003.

FERREIRA, Carlos Roberto. Modelagem Matemática na Educação Matemática: contribuições e desafios à formação continuada de professores na modalidade Educação a Distância online. 2010. 100 p. **Dissertação** (Mestrado em Educação), Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2010.

FIORENTINI, D. Pesquisar Práticas Colaborativas ou Pesquisar Colaborativamente? In.: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GARCIA, C. M. **Formação de professores para uma mudança educativa**. Porto, Porto Editora, 1999.

GARNICA, A. V. M. História Oral e educação Matemática. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Orgs.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GARNICA, A. V. M. Algumas notas sobre pesquisa qualitativa e fenomenologia. **Interface: Comunicação, Saúde, Educação**, Botucatu, v. 1, n. 1, p. 109-122, Ago 1997.

GARNICA, A. V. M.; MODESTO, M. A. Ouvindo Professores de Matemática: um estudo sobre formação (continuada). Guairaca, Guarapuava, Paraná, v. 19, p. 31-55, 2005.

GEROLÔMO, A. M. L.; MILANI, C. S.; ALMEIDA, L. M. W. **Indícios de aprendizagem significativa em atividade de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - CNMEM. 2015. **Anais**. São Carlos- SP

GOMES, J. C. S. P.; SILVA, K. A. P. **A Modelagem Matemática nos anos iniciais: um estudo a partir dos eventos**. CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - CNMEM. 2017b. **Anais**. Maringá – PR.

GOMES, J. C. S. P.; SILVA, K. A. P. **Modelagem Matemática na otimização de um protótipo de embalagem: relato de experiência**. ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – XIV EPREM. 2017a. **Anais**. Cascavel – PR.

GONÇALVES, M. A. S. Violência na escola, práticas educativas e formação do professor. **Cadernos de Pesquisa**, v. 35, n. 126, p. 635-658, 2006.

GONZÁLEZ REY, F. **La investigación cualitativa en psicología: rumbos y desafios**. São Paulo, Educ. 1999.

IMBERNÓN, F. **Formação continuada de professores**. Lisboa: Porto Alegre: Artmed, 2010.

_____. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza**. 7. Ed. São Paulo: Cortez, 2009.

KAVIATKOVSKI, C. A. M. A Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental. 2012. 136f. **Dissertação** (Mestrado em Educação), Universidade Estadual de Ponta Grossa-UEPG, 2012.

LARROSA, J. **Pedagogia profana: Danças, piruetas e mascaradas**. 2 ed. Belo Horizonte, Autêntica, 1999.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2. ed. São Paulo: E.P.U., 2013.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: o germém da criticidade. **Tutuandria** Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.135-157, jul. 2009.

LUNA, A. V. Modelagem Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental: um estudo de caso no 1º ciclo. In: CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 12, Santiago de Querétaro. **Anais...** Santiago de Querétaro: Comitê Interamericano de Educación Matemática, 2007.

JUSTO, J. C. R.; GIUSTI, N. M. R. Formação Colaborativa de Professores Dos Anos Iniciais: um Olhar sobre Duas Pesquisas. **Acta Scientiae**, v.16, n.4, Ed. Especial, 2014.

MAAß, K. Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study. **Teaching Mathematics and Its Application**, v 24, n. 2-3, p. 61-74, 2005.

MACHADO, S. R. C. **Oficinas de formação de professores das séries iniciais sob a perspectiva da Modelagem Matemática: Um novo olhar sobre a educação**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica), UFSC, Florianópolis, 2008.

MALHEIROS, A. P. S. Possibilidades da Modelagem Matemática na formação dos Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. In: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (Orgs.). **Modelagem Matemática nos anos iniciais**. São Paulo: Editora Sucesso, p. 25-36, 2014.

MARTENS, A. S.; KLÜBER, T. E. Uma revisão sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016. **Anais...** São Paulo, 2016.

MARTENS, A. S.; TAMBARUSSI, A.M.; KLÜBER, T. E. Formação continuada em modelagem na educação matemática: análise de práticas formativas em contexto de pesquisa. XIV EPREM - Encontro Paranaense em Educação Matemática, **Anais**. Cascavel, 2017.

MARTINS, S. R.. Formação Continuada de Professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática: O sentido que os participantes atribuem ao grupo. 139 p., 2016. **Dissertação** (Mestrado) - Curso de Ensino, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2016.

MARTINS, S. R.; MUTTI, G. S. L.; CARVALHO, F. J. R.; KLÜBER, T. E. Grupos de estudos em contextos de formação em modelagem matemática: o sentido atribuído por professores a partir de artigos publicados em periódicos. **CONTEXTO & EDUCAÇÃO**. Editora Unijuí Ano 33 nº 104 Jan./Abr. 2018.

MUNDIUM, J. S. M. **O método de Modelagem Matemática, nos primeiros anos do Ensino Fundamental**. In ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM 2016. **Anais**. São Paulo - SP

MUTTI, Gabriele de Sousa Lins. **Práticas pedagógicas de professores da educação matemática num contexto de formação continuada em Modelagem Matemática na educação matemática**. 2016. 236 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Estadual do Oeste do Parana, Foz do Iguaçu, 2016.

NACARATO, A. M. A Formação Matemática das Professoras das Séries Iniciais: a escrita de si como prática de formação. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 37, p. 905-930, dez, 2010.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NÓVOA, A. **A formação de professores e trabalho pedagógico**. Lisboa: Educa, 2002.

PALHARINI, B. N. **A Matemática em atividades de Modelagem Matemática**: uma perspectiva wittgensteiniana. 2017. 316p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2017.

PIRES, C. M. C.. Educação Matemática e sua Influência no Processo de Organização e Desenvolvimento Curricular no Brasil. **Boletim de Educação Matemática**, v. 21, n. 29, p. 13-42, 2008.

PIRES, M. N. M.; GOMES, M. T.; PIRES, M. C. M. CONHECIMENTO MATEMÁTICO REVELADO POR PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS: uma análise commognitiva. 5º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática -27 a 29 de junho de 2018. **Anais**. BELÉM - PARÁ - BRASIL.

POGGIOLI, L. **Estrategias de resolución de problemas**. Serie Enseñando a Aprender. Caracas: Polar. 2001.

POLLAK, H. O. What is mathematical modeling? In: **Mathematical Modeling Handbook**. Bedford: COMAP, 2012. Disponível em <www.comap.com>.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência. 1995

PONTE, J. P. Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: que desafios? **Revista Iberoamericana de Educación**, OEI, n.24, 2000, p. 63-90.

PONTE, J. P., QUARESMA, M., MATA-PEREIRA, J., BAPTISTA, M. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. **Bolema**, v. 30, n.56, 868-891, dez, 2016.

PONTE, J. P., SERRAZINA, L. **Didáctica da matemática para o 1º ciclo do ensino básico**. Lisboa: Universidade Aberta. 2000.

PONTE, J. P. da. Da formação ao desenvolvimento profissional. **Actas do ProfMat**, v. 98, p. 27-44, 1998.

PONTE, J. P. da. **Investigar a prática**. Departamento de Educação e Centro de Investigação em Educação. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Lisboa: [s.n.], 2002. Mimeografado.

POZO, J. I. **Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender**. In: Pozo, J. I. (org.). A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, p. 13-42. 1998.

QUARESMA, M. PONTE, J.P.; BAPTISTA, M.; PEREIRA, J. M. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional. Atas do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática - SIEM. Braga: APM., pp. 311–325. 2014

QUARTIERI, M. T.; KNIJNIK, G.. Modelagem Matemática na escola básica: surgimento e consolidação. **Caderno Pedagógico**, v. 9, n. 1, p. 9-26, 2012.

RINALDI, SANTOS, M.; PIVETA, W. Modelagem Matemática como possibilidade de ensino nos anos Iniciais do Ensino Fundamental. In ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM 2016. **Anais**. São Paulo – SP.

SANTOS, L. M.; BISOGNIN, V. Experiências de ensino por meio da modelagem matemática na educação fundamental. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D. ; ARAUJO, J. L. (Orgs.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. p.99-114.

SANTOS, M. C.; ORTIGÃO, M. I. R.; AGUIAR, G. S. Construção do currículo de matemática: como os professores dos anos iniciais compreendem o que deve ser ensinado? **Bolema**, Rio Claro, v.28, n.49, p.638-661, 2014.

SARAIVA, M.; PONTE, J. P. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. **Quadrante**, 12(2), p. 25-52. 2003.

SERRAZINA, L. A formação para o ensino de Matemática: perspectivas futuras. **Educação Matemática em Revista**, Intercâmbio, n. 14, ago, 2003.

SILVA, V. S.; BURAK, D. **Apontamentos sobre a Modelagem Matemática na formação de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais**. ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPMEM. 2016 **Anais**. Londrina – PR.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: reflexões e apologia aos seus usos. In: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (Orgs.). **Modelagem Matemática nos anos iniciais**. São Paulo: Editora Sucesso, p. 7-24, 2014.

SCHMITZ, E. **Fundamentos da Didática**. 7ª Ed. São Leopoldo, RS: Editora Unisinos, 2000. (p. 101 a 110).

SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. D. Modelagem na Sala de Aula: resistências e obstáculos. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 43, p. 1021-1047, ago. 2012.

Smith, M. S. Practice - based professional development for teachers of mathematics. Reston, VA: **NCTM**. 2001.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. **Bolema** – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

SOUZA, E.; LUNA, A. V. A. Modelagem Matemática nos anos iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 9, p. 57-73, jul. 2014.

SPINK, M. J. **Linguagem e produção de sentidos no cotidiano**. Rio de Janeiro: Centro Edelstein de Pesquisas Sociais, 2010. 72 p. Disponível em: SciELO Books <<http://books.scielo.org>>.

SPINK, M. J. **Práticas discursivas e produção de sentidos no cotidiano**. Ed. Virtual. Rio de Janeiro: Centro Edelstein de Pesquisas Sociais, 2013, p. 22-41.

STILLMAN, G. A.; BROWN, J. P.; GEIGER, V. **Facilitating Mathematisation in Modelling by Beginning Modellers in Secondary School**. Mathematical Modelling in Education Research and Practice pp 93-104. 2015.

TAMBARUSSI, C. M. **A Formação de Professores em Modelagem Matemática: Considerações a partir de Professores Egressos do Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná - PDE**. 2015. 179 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de PósGraduação Stricto Sensu em Educação - Nível de Mestrado/PPGE, Centro de Educação, Comunicação e Artes, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2015.

TARDIF, M.; LESSARD, C.; LAHAYE, L. **Os professores face ao saber: esboço de uma problemática do saber docente**. Teoria e educação, v. 4, p. 215-233, 1991.

TARDIF, M. **A profissionalização do ensino passados trinta anos: dois passos para a frente, três para trás**. *Educ. Soc.* [online]. 2013, vol.34, n.123, pp.551-571. Jan/mar, 2013.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Modelos matemáticos e linguagem de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **ENEM** – Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais, São Paulo, jul, 2016.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. **Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática**. RPEM, Campo Mourão, Pr, v.5, n.8, p.83-105, jan.-jun. 2016.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Reflexões a respeito do uso da Modelagem Matemática em aulas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, maio/ago. 2013.

TORTOLA, E.; SOUSA, B. N. P. A.; ALMEIDA, L. M. W. **O uso de proposições por alunos dos anos iniciais em uma atividade de Modelagem Matemática**. ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPMEM. 2016 **Anais**. Londrina – PR.

TRIVILIN, L. R.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 38-59, abr, 2015.

VALLADARES, L. Os dez mandamentos da observação participante. **Revista Brasileira de Ciências Sociais**. Vol.22, nº 63 São Paulo Feb. 2007.

VAN Es, E. A., SHERIN, M. G. Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. **Teaching and Teacher Education**, v. 24, n. 2, p. 244-276. 2010.

VELEDA, G. G.; UNIAT, C. C. Modelagem Matemática na educação matemática: um olhar para ações dos estudantes dos anos iniciais. XIV EPREM Encontro Paranaense em Educação Matemática, **Anais**. Cascavel, 2017.

VERONEZ, M. R. D.; VERTUAN, R.; ALMEIDA, L. M. W. Quando a elaboração de problemas acontece em uma atividade de modelagem: uma análise. **Anais da 8ª Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática** (pp. 1-11). Santa Maria: Unifra. 2013.

VIANNA, H. M. **Pesquisa em educação: a observação**. Liber Livro Editora Ltda. Brasília, DF. 2003.

ZANELLA, M. S.; KATO, L. A. **Um ensaio teórico sobre o desenvolvimento da Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. ENCONTRO

PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPMEM. 2016
Anais. Londrina – PR

APÊNDICES

APÊNDICE A: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Joice Caroline Sander Pierobon Gomes



Tendo em vista o desenvolvimento da pesquisa intitulada “ Práticas de professoras dos anos iniciais em Modelagem Matemática” sob responsabilidade da discente Joice Caroline Sander Pierobon Gomes, orientada pela docente F1 Alessandra Pessoa da Silva, declaro que consinto que utilize meus registros escritos e os registros de minhas discussões gravadas em vídeo e áudio na realização das atividades desenvolvidas no grupo de extensão GEAMAI – Grupos de Estudos de Aula na Formação de Professores que ensinam Matemática nos anos iniciais na cidade de Londrina – PR, durante os encontros no semestre 2017/02 e semestre 2018/01. Os registros de vídeo e áudio poderão ser utilizados parcial ou integralmente, sem restrições de prazos e citações, desde a presente data, podendo se necessário, apresentá-lo na presente pesquisa, ou também em publicações, congressos e eventos da área com a condição de que meu nome não seja citado em hipótese alguma, garantindo o anonimato.

Declaro ainda que fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) quanto à investigação que poderá ser desenvolvida.

Londrina, _____ de _____ de 201____.

Nome Completo e assinatura do participante

APÊNDICE B: QUESTIONÁRIO 1



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Joice Caroline Sander Pierobon Gomes



Questionário inicial

Nome:

1. Qual sua formação?

Graduação: _____

Pós-graduação: _____

2. Há quanto tempo você trabalha nos anos iniciais? _____

3. Em média, qual sua carga horária semanal? _____

4. Dê três razões pelas quais você optou por lecionar nos anos iniciais. Se possível ordene por razão de importância:

5. Você participa frequentemente de cursos de aperfeiçoamento?

() Sim () Não

Se sim, utiliza os conhecimentos adquiridos em suas aulas?

() Sim () Em parte () Não

Caso tenha respondido “Em parte ou não” que motivos levaram a isso:

() Cumprimento do currículo;

() Falta de tempo para preparar as atividades;

() Falta de apoio institucional;

() Outros. Quais?

6. Para você, a matemática é uma disciplina:

() muito fácil () fácil () difícil () muito difícil

Justifique:

7. Qual o papel do professor de matemática nas aulas:

- Transmissor de conhecimento;
- Orientador no processo de ensino e de aprendizagem;
- Mediador do conhecimento;

8. Como são suas aulas de matemática:

- expositivas Trabalha com problemas do dia-a-dia
- Utiliza algum software matemático Outros. Quais? _____
- Resolução de exercícios

9. Qual a principal necessidade matemática de seus alunos?

- Falta de conceitos matemáticos;
- Falta de raciocínio lógico e crítico;
- Outra. Qual? _____

10. Você conhece Modelagem Matemática? Sim Não

Se sim, o que é Modelagem Matemática para você?

11. De que forma você entrou em contato com a Modelagem Matemática:

- livros, artigos e revistas; Não tenho contato
- Por meio de conversas com outros professores;
- Em cursos de capacitação, seminários, congressos;

12. Você acha válido partir de situações reais nas aulas de matemática? Justifique

13. Você considera importante o aluno ser ativo nas aulas de Matemática? Justifique.

APÊNDICE C: ATIVIDADE 1 - SUCO DE LARANJA



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Joice Caroline Sander Pierobon Gomes



O suco de laranja

De acordo com o SEBRAE – O consumo de sucos naturais está cada vez maior. Fato que se deve ao baixo investimento, pois são poucos os eletrodomésticos essenciais e necessários para venda de sucos naturais, em especial o de laranja. Uma fresqueira, espremedor de laranja, liquidificador e um bom refrigerador garantem uma boa rentabilidade, e baixo custo.

Sucos: o único setor do food service no qual “espremer” é uma atividade que rende lucros, e não sufoco.

“Suco de laranja você vende o ano todo, não tem época, não tem região”

<http://www.foodservicenews.com.br/sucos-naturais-estao-em-alta/>

A origem da laranja é controversa, relatos históricos situam as mais remotas plantações de laranjas há 2 mil anos em diversas regiões da Ásia. A laranja atingiu a Europa na idade média depois de circular pela África e a região da península Arábica.

Os portugueses, na época dos descobrimentos, introduziram os diferentes tipos de frutos cítricos nas regiões em ocupação, observando a fácil adaptação climática e geológica. No Brasil, o início do plantio se fez nas regiões do Nordeste e Bahia, sendo depois conduzida a região Sul e Sudeste.

A utilização dos sucos cítricos, ricos em vitamina C, foi uma das maiores descobertas médicas dos navegadores, na prevenção e cura do escorbuto, causado pela falta dessa vitamina. A laranja é um alimento rico em vitaminas, principalmente a C e A, bem como antioxidantes (Flavonóides – Hesperidina) e minerais (Potássio, Fósforo, Cálcio e Magnésio).

O suco de laranja é o suco de fruta número 1 no mundo. É feito ao espremer a laranja fresca, podendo ser totalmente natural, ou pela concentração do suco e mais tarde acréscimo da água/açúcar/gelo ao concentrado.

Read more: <http://top10mais.org/top-10-bebidas-mais-consumidas-no-mundo/#ixzz4vTgRvBQ4>

Problema:

Quantidade de laranjas (un)	Quantidade de suco (ml)	Quantidade de laranjas (un)	Quantidade de suco (ml)

Variáveis:

Hipóteses:

Dedução do modelo matemático:

APÊNDICE D: PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Joice Caroline Sander Pierobon Gomes



PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO

Tendo em vista o desenvolvimento do projeto de extensão intitulado Estudos de Aula na Formação de Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais, constituído no GEAMAI - Grupo de Estudos de Aula de Matemática nos Anos Iniciais -, sob responsabilidade das docentes Karina Alessandra Pessoa da Silva e Magna Natália Marin Pires, Autorizo por meio deste ofício solicitar a realização de uma atividade de Modelagem a ser desenvolvida pela professora _____ na turma _____ dos _____ anos iniciais, na Escola _____ na cidade de _____ PR, no dia _____. As gravações feitas em vídeo e áudio serão utilizadas para fins acadêmicos, não havendo nenhuma divulgação de imagens/nomes de alunos, garantindo o anonimato. Por ser verdade, firmo e assino o presente pedido de autorização.

Por ser verdade, firmo e assino o presente pedido de autorização.

Londrina, 2017.

APÊNDICE E: QUESTIONÁRIO PÓS-AULA



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Joice Caroline Sander Pierobon Gomes



Questionário – Pós-aula sobre a atividade de Modelagem Matemática

Data: _____

1. Nome: _____

2. Formação: _____

3. Turma na qual desenvolveu a atividade:

4. A quanto tempo leciona neste nível de ensino ao qual desenvolveu a atividade?

5. Você conseguiu seguir o encaminhamento proposto para esta atividade?

6. Em sua opinião a atividade realizada contribuiu para sua formação em Modelagem Matemática? Justifique.

7. Você optou por desenvolver a atividade de Modelagem Matemática Individualmente ou em grupo? Justifique sua escolha

8. Houve modificações em sua prática docente com o uso da Modelagem Matemática? Em caso afirmativo, em que aspectos?

9. Houve modificações em suas concepções sobre o processo de ensino e de aprendizagem, após vivenciar, a experiência com a Modelagem Matemática?

10. Em que aspectos você sentiu que a Modelagem Matemática favoreceu seu trabalho docente? Em que aspectos você sentiu dificuldade na condução da aula?

11. Como os alunos se posicionaram frente à utilização dessa estratégia? Manifestaram maior interesse em participar das aulas? Apresentaram dificuldades?

12. Você gostaria de desenvolver outras atividades como esta em sua sala de aula com maior frequência? Porquê?

13. Na sua opinião qual a importância em desenvolver atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais?

Obrigada pela atenção!

APÊNDICE F: ATIVIDADE 2 – ROTINA DIÁRIA



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Joice Caroline Sander Pierobon Gomes



As aulas começaram e agora??

Na volta às aulas, os pais têm sempre um desafio: ajudar as crianças a voltarem à rotina. Ainda mais quando algumas delas trocam de turno escolar. Antes estudavam à tarde e mudam para turno da manhã, por exemplo. Para se adaptar à nova rotina, o ideal é planejar horários, sono, alimentação, atividade física entre outros.

De acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), as crianças entre cinco e dezessete anos devem dormir nove horas por dia. Isso porque é durante o sono que as células limpam as impurezas para estarem prontas para o aprendizado do dia seguinte. Também é durante o sono que a memória é consolidada e tudo que foi visto no dia é guardado. Além disso, o sono reparador deixa a criança mais disposta e ativa. A organização também ressalta com relação à atividade física, duas horas diárias de atividade física para crianças de dois a cinco anos e uma hora por dia para as de cinco a dezessete anos. Uma dica para a escola melhorar a atividade física é fazer as crianças caminharem no intervalo das aulas. É importante quebrar o tempo sedentário.



De que forma podemos organizar uma rotina diária para que a criança tenha tempo para estudar, brincar, dormir durante o ano escolar?

APÊNDICE G: ATIVIDADE 3 - CÃO O MELHOR AMIGO DO HOMEM



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Joice Caroline Sander Pierobon Gomes



CÃO O MELHOR AMIGO DO HOMEM



Viver com um cão contribui com inúmeros benefícios para a nossa saúde emocional e física. Tanto é assim que se provou que as crianças que crescem com cães são mais felizes e têm menor risco de adoecer.

Todo mundo já deu risadas e se encheu de fofura com imagens proporcionadas pela dupla formada por criança e cachorro. Histórias de pessoas que tiveram a infância marcada pela companhia de um amigo fiel peludo e tudo que foi compartilhado entre eles são emocionantes. É claro que também há o lado difícil dessa relação, afinal, juntar uma criança e um cachorro pode ser motivo para muita bagunça. Por isso muitas pessoas acabam decidindo não ter um animal de estimação em casa.

Mesmo assim, se colocarmos em uma balança o melhor desenvolvimento afetivo, educacional e pessoal de uma criança que convive com um pet e o trabalho que a dupla pode dar, com certeza a escolha será juntá-los. Afinal, criança é capaz de fazer muita bagunça sozinha. Confira alguns benefícios dessa amizade.

Sistema imunológico

Alergia e dermatite

Afetividade

Ansiedade

Exercícios

Convívio familiar

Proteção

Responsabilidade

Terapia para crianças autistas

O porte do pet é um fator bastante relevante para começar a definir a **idade canina**. Por exemplo, os cachorros que têm peso de até 10 kg podem ser considerados pequenos e os que pesam entre 11 kg e 20kg são médios. Se o pet tem mais de 21 kg e 40 kg é grande, e os com mais de 41 kg já se encaixam na categoria gigante.

A idade dos cães deve ser multiplicada por:
12,5 no caso dos pequenos
10,5 para os médios
9 para grandes

Fonte: [Canal do Pet - iG @ http://canalpet.ig.com.br/curiosidades/2016-07-28/crianca-cachorro.html](http://canalpet.ig.com.br/curiosidades/2016-07-28/crianca-cachorro.html)



Mas como comparar minha idade com a idade do meu cão?

Dicas: Não se esqueça de destacar suas **hipóteses**, **variáveis** para enfim encontrar seu **Modelo Matemático** para esta questão!!