

CADERNO
DE



TAREFAS DE
ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA
PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Iara S. Doneze
Jader O. Dalto (Orient.)

Caderno de Tarefas de Análise da Produção Escrita para o Ensino de
Matemática

Produto Educacional
03/2019 (Versão pré-defesa)



**Universidade Tecnológica Federal
do Paraná**



**Programa de Pós-Graduação
Mestrado Profissional em Ensino
de Matemática**

Câmpus Londrina/Cornélio Procópio

Coordenadora || Prof.^a Dr.^a Marcele Tavares Mendes

Autores || Prof. Iara Souza Doneze
|| Prof. Dr. Jader Otavio Dalto

TERMO DE LICENCIAMENTO

Esta Dissertação e o seu respectivo Produto Educacional estão licenciados sob uma Licença Creative Commons *atribuição uso não-comercial/compartilhamento sob a mesma licença 4.0 Brasil*. Para ver uma cópia desta licença, visite o endereço <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> ou envie uma carta para Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, Califórnia 94105, USA.



Carta ao Leitor

Caro(a) colega professor(a) ou futuro(a) professor(a)

O ambiente de sala de aula tem sido o cenário para investigações onde a Análise da Produção Escrita possa se configurar em estratégia de ensino, proporcionado tanto ao aluno quanto ao professor um ambiente de reflexão e aprendizagem.

Nos últimos dois anos essa possibilidade passou a ser vislumbrada sob a concepção de Tarefa, na qual a Análise da Produção Escrita é o foco da atenção. Nesse período as pesquisas apontaram para uma nova configuração as Tarefas de Análise da Produção Escrita a qual TAPE.

As TAPE aproximam ainda mais o professor de suas ações docentes. Sua elaboração requisita tanto a análise, quanto uma autorreflexão de suas compreensões acerca dos conhecimentos prévios de seus alunos.

Diante do contexto apresentado, há uma grande expectativa de que nas próximas páginas você leitor possa se aventurar na busca em compreender o que são as TAPE, qual sua função e aplicabilidade em seu cotidiano, e assim possa aderir a essa nova possibilidade como auxiliadora em sua prática.

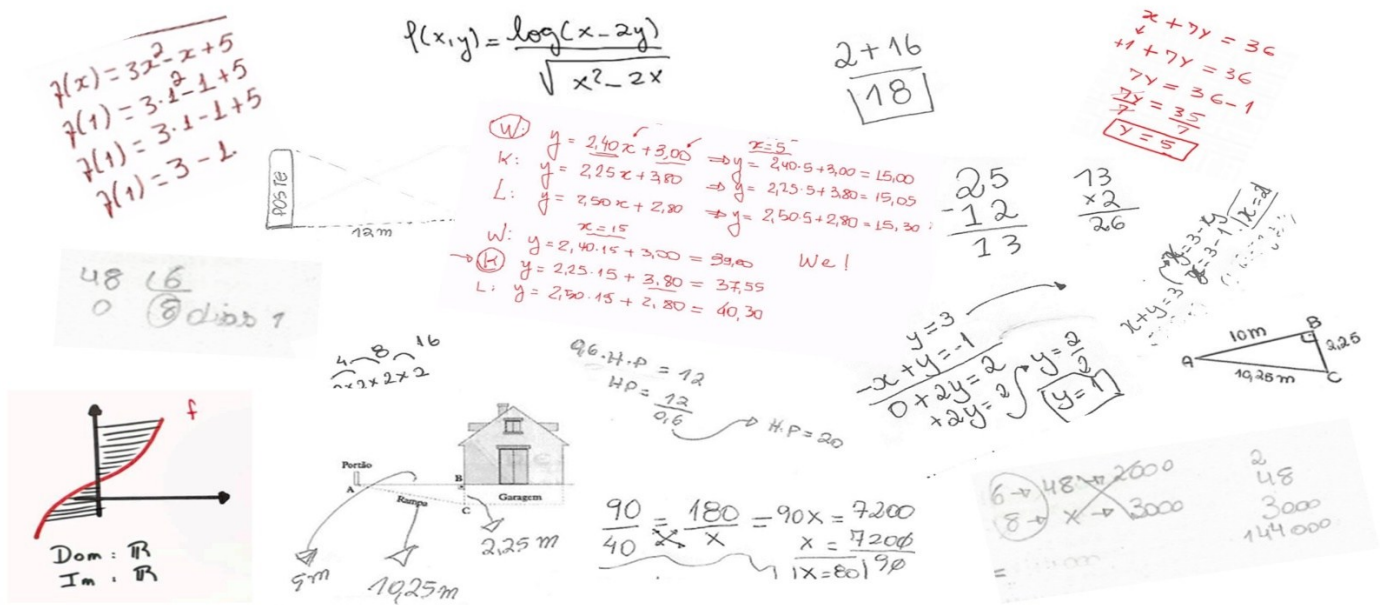
Fica aqui o desejo sincero quem espera contribuir inserindo um pequeno tijolo no caminho por você trilhado

Agora é sua vez

Abraços

Sumário

Análise da Produção Escrita – APE	6
Tarefas de Análise da Produção Escrita – TAPE	9
Conhecendo as TAPE.....	11
Primeira TAPE	14
Segunda TAPE.....	17
Terceira TAPE.....	18
Quarta TAPE	20
Quinta TAPE	23
Sexta TAPE.....	24
Sétima TAPE	26
Considerações	28
Referencias.....	29



Análise da Produção Escrita - APE

No âmbito do GEPEMA (Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação) da Universidade Estadual de Londrina - UEL, entre os anos de 2005 a 2010 foram inúmeros os trabalhos produzidos que investigaram esta temática.

A fim de delinear o que vem a ser a Análise da Produção Escrita, e o que ela possibilita durante o processo de ensino e aprendizagem dos alunos, pautado nos estudos realizados por Santos (2014), apresenta-se a seguir a figura 1, a qual traz definições presentes em 14 (quatorze) pesquisas desenvolvidas pelo GEPEMA quanto à compreensão dos autores sobre a temática em questão.



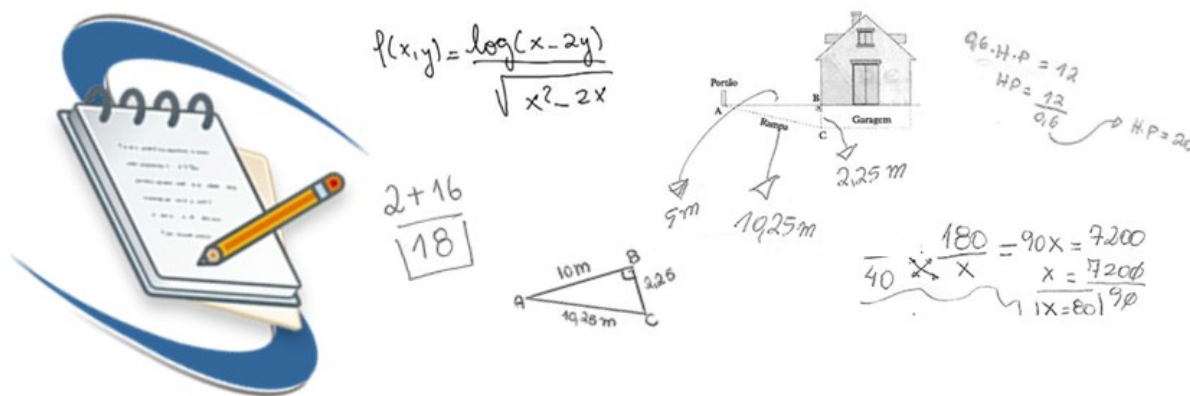
Figura 1: Compreensão da Análise da Produção Escrita no âmbito do GEPEMA
Fonte: Os autores (2018) adaptado de Santos (2014)

Ao lançar os olhos para a figura apresentada anteriormente podemos assegurar que a Análise da Produção Escrita vista como oportunidade de avaliação sob uma prática investigativa é uma ferramenta a qual contribuiu para a compreensão dos conhecimentos apresentados pelos alunos, bem como interpretar suas dificuldades e erros apresentados, **se configurando acima de tudo em uma fonte de comunicação entre aluno e professor.**

Indo além Santos (2014), apresenta subsídios que identificar aspectos relevantes para que a Análise da Produção Escrita possa ser vista também sobre a ótica da Estratégia de Ensino, podendo esta assumir um papel em sala de aula de modo que, tanto aluno como o professor tenham seus papéis definidos quanto a dinâmica da aula, devendo essas ações se apresentarem de forma planejada

Santos (2014) destaca ainda que a Análise da Produção Escrita vista como Estratégia de Ensino, **vai além ao passo que esta não se limita a uma utilização como estratégia de avaliação, e sim amplia sua possibilidade de utilização em sala de aula.**

Diante do exposto até aqui, podemos considerar a APE como um recurso VALIOSO, visto que pode ser vislumbrada em duas perspectivas tanto como oportunidade de avaliação sob uma prática investigativa a qual possibilita ao professor conhecer melhor seu aluno ao passo que pode vir auxiliá-lo de forma precisa, e como estratégia de ensino ao passo que auxilia diretamente no planejamento e execução das aulas.



Tarefas de Análise da Produção Escrita - TAPE

Apoiada na busca de Santos (2014) em compreender como a Análise da Produção Escrita poderia transpassar os moldes da investigação e avaliação e se configurar em uma Estratégia de Ensino. Cardoso (2017) em sua pesquisa de mestrado apresenta algumas experiências realizadas em sala de aula a qual tem a Análise da Produção Escrita como fio condutor de suas aulas de matemática.

Tendo como aporte as pesquisas realizadas por Santos (2017) e Cardoso (2017), partindo de estudos sobre o embasamento teórico e as práticas desenvolvidas, em 2018 o conceito de TAPE foi apresentado pela primeira vez por Pereira, Doneze e Dalto (2018) em um artigo científico intitulado “*Caracterizando Tarefas de Análise Da Produção Escrita Por Meio Do Ensino De Equações*”, o qual foi publicado na Revista Paranaense de Educação Matemática – RPEM. No artigo define-se TAPE como:

um instrumento e/ou atividade, cujo surgimento advinha de uma produção escrita previamente analisada pelo professor, de modo que sua construção tenha sido no cerne desta produção escrita, tudo nele(a) proposto esteja envolto ao objetivo de se analisar tal produção escrita, norteando o ensino e a aprendizagem de determinado conteúdo, configurando-se como uma tarefa de questionamentos, reflexões, de comparação e discussão quanto aos diferentes pontos de vista e procedimentos que permitem solucionar as situações. (PEREIRA; DONEZE; DALTO, 2018)

Destacamos ainda os cuidados a serem considerados ao elaborar uma TAPE

ao elaborar tarefas de análise da produção escrita, especificadamente a que originou esta pesquisa, é necessário que ela seja elaborada de forma crescente, ao passo que o aluno atinja os objetivos e/ou habilidades de forma gradual, sendo, que cada questão apresentada tenha sido alicerçada pela anterior e possibilite fornecer subsídios para a sua subsequente. (PEREIRA; DONEZE; DALTO, 2018)

Frente ao exposto é preciso tecer algumas considerações sobre as características de uma TAPE. Uma tarefa de Análise da Produção Escrita deve ser elaborada centrada em produções escritas que permita ao professor elaborar questionamentos investigativos e reflexivos para seus alunos, de modo a auxiliar na construção de seus conhecimentos, podendo a tarefa ser composta por uma única produção escrita, duas ou mais, contribuindo na geração possibilidades que conduzem a um ambiente reflexivo e de interação.



Esta proposta apresenta 7(sete) Tarefas de Análise da Produção Escrita – TAPE, das quais cinco foram elaboradas por um grupo de professores que ensinam matemática e graduandos de cursos de Licenciatura em matemática e duas foram elaboradas pela autora deste material juntamente com outros pesquisadores. Todas as tarefas aqui apresentadas passaram por um refinamento afim de torná-las mais reflexivas.

A seguir apresenta-se um quadro com as características principais de cada uma das tarefas a serem apresentadas.

Tarefa	Características das Tarefas
1	<p>Conteúdo Estruturante: Números e álgebra;</p> <p>Conteúdo Específico: Números e operações;</p> <p>Objetivo da Tarefa: Provocar reflexões sobre a soma e multiplicação de fatores iguais, bem como a interpretação de uma situação problema;</p> <p>Autores da Tarefa: Professores que ensinam matemática no ensino fundamental I</p> <p>Quando utilizar: A tarefa pode ser utilizada tanto para introduzir noções de soma e multiplicação de fatores comuns quanto para reforçar tal conteúdo.</p>

2	<p>Conteúdo Estruturante: Números e álgebra</p> <p>Conteúdo Específico: Sistema Monetário – Lucro e Prejuízo</p> <p>Objetivo da Tarefa: Refletir sobre situações que envolvam lucro e prejuízo.</p> <p>Autores da Tarefa: Autores deste material juntamente com outros pesquisadores.</p> <p>Quando utilizar: A tarefa pode ser utilizada tanto para introduzir o conceito de lucro e prejuízo quanto para reforçar tal conteúdo.</p>
3	<p>Conteúdo Estruturante: Números e álgebra;</p> <p>Conteúdo Específico: Adição e subtração de Polinômios</p> <p>Objetivo da Tarefa: Atentar-se aos procedimentos de resolução envolvendo adição e subtração de polinômios.</p> <p>Autores da Tarefa: Professores que ensinam matemática no ensino fundamental II e ensino médio.</p> <p>Quando utilizar: A tarefa pode ser utilizada para reforçar o conteúdo de adição e subtração de polinômios.</p>
4	<p>Conteúdo Estruturante: Números e álgebra</p> <p>Conteúdo Específico: Equação de Primeiro Grau</p> <p>Objetivo da Tarefa: Analisar simplificação de equações de primeiro grau bem como refletir sobre situações em que a propriedade distributiva da multiplicação se faz presente.</p> <p>Autores da Tarefa: Autores deste material juntamente com outros pesquisadores.</p> <p>Quando utilizar: A tarefa pode ser utilizada tanto para introduzir conteúdos envoltos a equação de primeiro grau tais como: propriedade distributiva da multiplicação e termo desconhecido bem como para reforçar tais conteúdos.</p>
5	<p>Conteúdo Estruturante: Números e álgebra.</p> <p>Conteúdo Específico: Sistemas de Equação de Primeiro Grau.</p> <p>Objetivo da Tarefa: Analisar incógnitas representadas de diferentes maneiras porém com o mesmo significado e instigar a compreensão de diferentes formas de solucionar um problema.</p>

	<p>Autor da Tarefa: Graduando de cursos de Licenciatura em Matemática</p> <p>Quando utilizar: A tarefa pode ser utilizada tanto para introduzir noções de sistemas de equações de primeiro grau quanto para reforçar tal conteúdo.</p>
6	<p>Conteúdo Estruturante: Números e álgebra</p> <p>Conteúdo Específico: Sistemas de Equação de Primeiro Grau</p> <p>Objetivo da Tarefa: Analisar diferentes soluções para uma mesma situação problema.</p> <p>Autores da Tarefa: Graduandos de cursos de Licenciatura em Matemática e um professor que ensina matemática no ensino fundamental II e ensino médio.</p> <p>Quando utilizar: a tarefa pode ser utilizada para reforçar o conteúdo de Sistemas de Equações de Primeiro Grau.</p>
7	<p>Conteúdo Estruturante: Geometria</p> <p>Conteúdo Específico: Ângulos internos de um polígono</p> <p>Objetivo da Tarefa: Compreender a soma de ângulos internos de um pentágono a partir de triângulos inscritos na figura.</p> <p>Autor da Tarefa: Graduando de cursos de Licenciatura em Matemática.</p> <p>Quando utilizar: A tarefa pode ser utilizada tanto para introduzir o conteúdo de ângulos internos de um polígono regular quanto para reforçar tal conteúdo.</p>

Quadro 1: Características das Tarefas
Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Primeira TAPE

Carina foi à papelaria e comprou: três canetas a R\$ 3,60 cada, seis cadernos de R\$ 10,80 cada e ainda comprou uma lapiseira por R\$ 8,00. Deu ao caixa duas notas de R\$ 50,00 e ainda mais R\$ 3,60. Quantos reais, Carina receberá de troco?

Resolução do Aluno 1

de troco?

3 canetas - 3,60 cada
 6 cadernos - 10,80 cada
 1 lapiseira - 8,00
 2 notas de 50,00
 3,60

$\begin{array}{r} 3,60 \\ \times 3 \\ \hline 10,80 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10,80 \\ \times 6 \\ \hline 64,80 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8,00 \\ \times 1 \\ \hline 8,00 \end{array}$			
$\begin{array}{r} 64,80 \\ + 10,80 \\ + 8,00 \\ \hline 83,60 \end{array}$					
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: right; width: 33%;"> $\begin{array}{r} 100,00 \\ + 3,60 \\ \hline 103,60 \end{array}$ </td> <td style="text-align: right; width: 33%;"> $\begin{array}{r} 103,60 \\ - 83,60 \\ \hline 20,00 \end{array}$ </td> <td style="width: 33%;"></td> </tr> </table> <p style="text-align: right; margin-top: 5px;">Vai receber de troco 20,00</p>			$\begin{array}{r} 100,00 \\ + 3,60 \\ \hline 103,60 \end{array}$	$\begin{array}{r} 103,60 \\ - 83,60 \\ \hline 20,00 \end{array}$	
$\begin{array}{r} 100,00 \\ + 3,60 \\ \hline 103,60 \end{array}$	$\begin{array}{r} 103,60 \\ - 83,60 \\ \hline 20,00 \end{array}$				

Resolução do Aluno 2

de troco?

$\begin{array}{r} 3,60 \\ 3,60 \\ + 3,60 \\ \hline 10,80 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10,80 \\ 10,80 \\ 10,80 \\ 10,80 \\ 10,80 \\ + 10,80 \\ \hline 64,80 \end{array}$	$(8,00)$	$\begin{array}{r} 50,00 \\ + 50,00 \\ \hline 100,00 \\ + 3,60 \\ \hline 103,60 \end{array}$	$\begin{array}{r} 103,60 \\ 64,80 \\ + 08,00 \\ \hline 83,60 \end{array}$	$\begin{array}{r} 103,60 \\ - 83,60 \\ \hline 20,00 \end{array}$
<p style="text-align: right; margin-right: 20px;">R = Receberá 20,00</p>					

Resolução do Aluno 3

de troco?

$\begin{array}{r} 3,60 \\ \times 3 \\ \hline \$ 10,80 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10,80 \\ \times 6 \\ \hline \$ 64,80 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8,00 \\ \hline \text{Total} \\ 64,80 \\ + 10,80 \\ + 8,00 \\ \hline \$ 83,60 \end{array}$	$\begin{array}{r} 100,00 \\ - 83,60 \\ \hline 16,40 \end{array}$
<p style="text-align: right; margin-right: 20px;">R // Ela receberá \$ 16,40</p>			

Observe como os alunos 2 e 3 calcularam o valor gasto na compra das canetas e dos cadernos.

Aluno 2	Aluno 3
$\begin{array}{r} \text{---} \\ 3,60 \\ \text{---} \\ 3,60 \\ + 3,60 \\ \hline 10,80 \end{array}$ $\begin{array}{r} 10,80 \\ 10,80 \\ 10,80 \\ 10,80 \\ 10,80 \\ + 10,80 \\ \hline 64,80 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{---} \\ 3,60 \\ \times 3 \\ \hline \$ 10,80 \end{array}$ $\begin{array}{r} 10,80 \\ \times 6 \\ \hline \$ 64,80 \end{array}$

Observe que os dois alunos chegaram ao mesmo resultado utilizando operações diferentes. Como você explicaria isso?

Observe o cálculo do troco realizado pelo aluno 1 e aluno 3.

Aluno 1	Aluno 3
$\begin{array}{r} \text{---} \\ 103,60 \\ - 83,60 \\ \hline 20,00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 99 \\ 100,00 \\ - 83,60 \\ \hline 16,40 \end{array}$

Por que os resultados do troco calculado pelos alunos foram diferentes?

Qual dos alunos calculou o troco correto? Por quê?

Observe a resolução do Aluno 4. O aluno cometeu algum erro, identifique o que está errado e justifique sua resposta.

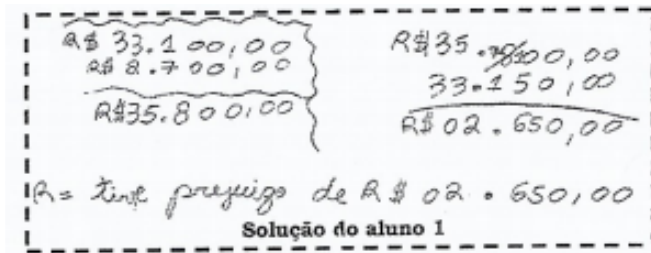
Carina foi à papelaria e comprou: três canetas a R\$ (3,60) cada, seis cadernos de R\$ 10,80 cada e ainda comprou uma lapiseira por R\$ 8,00. Deu ao caixa duas notas de R\$ 50,00 e ainda mais R\$ (3,60). Quantos reais, Carina receberá de troco?

$$\begin{array}{r} 3,60 \\ \times 4 \\ \hline 14,40 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 10,80 \\ \times 6 \\ \hline 64,80 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 14,40 \\ + 64,80 \\ + 8,00 \\ \hline 87,20 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 100,00 \\ - 87,20 \\ \hline 12,80 \end{array}$$

$R = \cancel{R} 12,80$

Segunda TAPE

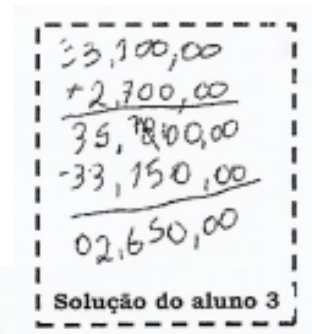
COMPRI UM CARRO POR R\$ 33.100,00. CONSERTEI POR R\$ 2.700,00. VENDI POR 33.150,00. TIVE LUCRO OU PREJUÍZO DE QUANTO?



Handwritten solution by Aluno 1. It shows two calculations. The first calculation adds R\$ 33.100,00 and R\$ 2.700,00 to get R\$ 35.800,00. The second calculation subtracts R\$ 33.150,00 from R\$ 35.800,00 to get R\$ 2.650,00. The final answer is: R = teve prejuizo de R\$ 02.650,00.

$$\begin{array}{r} \text{R\$ } 33.100,00 \\ \text{R\$ } 2.700,00 \\ \hline \text{R\$ } 35.800,00 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \text{R\$ } 35.800,00 \\ - \text{R\$ } 33.150,00 \\ \hline \text{R\$ } 2.650,00 \end{array}$$

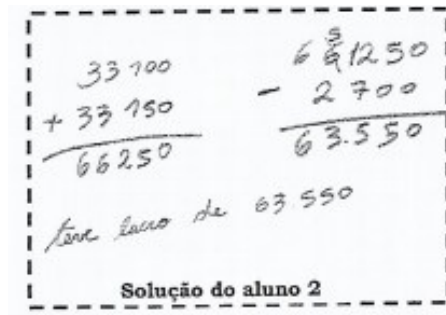
R = teve prejuizo de R\$ 02.650,00
Solução do aluno 1



Handwritten solution by Aluno 3. It shows a calculation where R\$ 33.100,00 and R\$ 2.700,00 are added to get R\$ 35.800,00. Then R\$ 33.150,00 is subtracted from R\$ 35.800,00 to get R\$ 2.650,00.

$$\begin{array}{r} 33.100,00 \\ + 2.700,00 \\ \hline 35.800,00 \\ - 33.150,00 \\ \hline 02.650,00 \end{array}$$

Solução do aluno 3



Handwritten solution by Aluno 2. It shows two calculations. The first calculation adds 33.100 and 33.150 to get 66.250. The second calculation subtracts 2.700 from 66.250 to get 63.550. The final answer is: teve lucro de 63.550.

$$\begin{array}{r} 33.100 \\ + 33.150 \\ \hline 66.250 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 66.250 \\ - 2.700 \\ \hline 63.550 \end{array}$$

teve lucro de 63.550
Solução do aluno 2

O que você entende por lucro e Prejuízo? **Justifique!**

O que deve ser feito com o R\$2.700,00 presente no exercício? Como saber quando eu devo somar e quando eu devo subtrair um valor numa situação semelhante?

Qual (is) das soluções você julga estar correta? **Justifique!**

Qual (is) das soluções você julga estar incorreta? **Justifique!**

Terceira TAPE

Considere a seguinte questão:

Se

$$A = -x - 2y + 10$$

$$B = x + y + 1$$

$$C = -3x - 2y + 1$$

Calcule o valor de $A - B - C$

Essa tarefa foi desenvolvida por dois alunos de maneiras diferentes, conforme as resoluções abaixo.

Resolução do Aluno 1

Se $A = -x - 2y + 10$ e $B = x + y + 1$ e $C = -3x - 2y + 1$, então $A - B - C$ é igual a:

$$\begin{aligned} & -x - 2y + 10 - (x + y + 1) - (-3x - 2y + 1) \\ & -x - 2y + 10 - x - y - 1 + 3x + 2y - 1 \\ & -x - x - 3x - 2y - y + 2y + 10 - 1 - 1 \\ & \underline{-5x - y + 8} \end{aligned}$$

Resolução do Aluno 2

Se $A = -x - 2y + 10$ e $B = x + y + 1$ e $C = -3x - 2y + 1$, então $A - B - C$ é igual a:

$$\begin{aligned} & A - B \\ & (-x - 2y + 10) - (x + y + 1) \\ & -x - 2y + 10 - x - y - 1 \\ & \underline{-2x - 3y + 9} \end{aligned} \quad \begin{aligned} & - C \\ & = (-2x - 3y + 9) - (-3x - 2y + 1) \\ & -2x - 3y + 9 + 3x + 2y - 1 \\ & = 7x - 1y + 8 \\ & \underline{x - y + 8} \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \underline{A - B - C = x - y + 8} \end{aligned}$$

Analise as resoluções de cada um dos alunos e responda:

a) Sem se atentar ao resultado final, o que difere uma resolução da outra?

b) Porque na resolução do Aluno 1 aparece o termo $(-3x)$ e na resolução do Aluno 2 aparece o termo $(+3x)$?

Aluno 1

$$-x - 2y + 10 - x - y - 1 - 3x + 2y - 1$$

Aluno 2

$$-2x - 3y + 9 + 3x + 2y - 1$$

c) Uma das resoluções apresenta uma resposta incorreta, qual foi o erro que acarretou isso?

d) Como você resolveria esta questão? Apresente uma solução para a questão.

Quarta TAPE

1) Qual a solução da equação $2(x+4) = 10x+24$.

Produção do aluno 1

$$\begin{aligned} 2(x+4) &= 10x+24 \\ 2x+8 &= 10x+24 \\ 2x-10x &= 24-8 \\ 8x &= 16 \\ x &= \frac{16}{8} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Produção do aluno 2

$$\begin{aligned} 2(x+4) &= 10x+24 \\ 2x+8 &= 10x+24 \\ 2x-10x &= 24-8 \\ -8x &= 16 \quad x = -\frac{16}{8} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Observando a produção do aluno 1 e do aluno 2, responda:

Explique, quais são as diferenças na produção do aluno 1 e na produção do aluno 2 ?

Por que tanto na produção do aluno 1 quanto na produção do aluno 2 aparece $2x + 8$?

Produção do aluno 1

$$2x+8=10x+24$$

Produção do aluno 2

$$2x+8=10x+24$$

Explique o que aconteceu na terceira linha:

Produção do aluno 1

$$2x-10x=24-8$$

Produção do aluno 2

$$2x-10x=24-8$$

Verifique se $x = 2$ e $x = -2$ é solução da equação. Como você faria isso?

Qual das produções você julga estar correta e qual incorreta? Justifique sua resposta.

2) Com o dinheiro que economizou de sua mesada, Márcia pretende comprar um perfume e um tênis que custa R\$ 154,00. A soma do dobro do preço do perfume com o preço do tênis é R\$ 334,00. Qual o valor do Perfume?

Como você resolveria a situação problema apresenta acima?

Observe abaixo as produções dos alunos:

Produção do aluno 1

$$\begin{aligned}2x + 154,00 &= 334,00 \\2x &= 334,00 - 154,00 \\2x &= 180,00 \\ \text{O preço do perfume é } 180,00 \text{ reais}\end{aligned}$$

Produção do aluno 2

$$\begin{aligned}P + P + 154 &= 334 \\2P &= 334 - 154 \\P &= \frac{180}{2} \quad P = 90\end{aligned}$$

O que o x representa na produção do aluno 1 e o que o P representa na produção do aluno 2?

Observe a primeira linha da produção do aluno 1 e da produção do aluno 2:

Produção do aluno 1

$$2x + 154,00 = 334,00$$

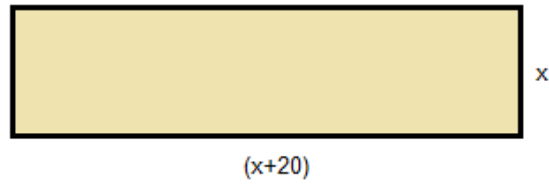
Produção do aluno 2

$$P + P + 154 = 334$$

Explique por que na produção 1 temos $2x$ e na produção 2 temos $P + P$,

Uma das duas produções está errada! Encontre o erro e justifique.

3) A figura abaixo representa um terreno, cujo perímetro é de 60 metros.



Determine a medida de seus lados.

Observe a produção do aluno abaixo. Sabendo que $x = 5$, como você verificaria se o perímetro é 60 metros?

Produção do aluno

$$\begin{aligned}x+20+x+20+x+x &= 60 \\4x+40 &= 60 \\4x &= 60-40 \\4x &= 20 \\x &= \frac{20}{4} \\x &= 5\end{aligned}$$

Quinta TAPE

Com base nas informações a seguir, responda o que se pede:

Num estacionamento, entre motos e carros, o número de veículos é de 60. Sabendo que o número de carros é o dobro do número de motos, quantos veículos de cada espécie estão nesse estacionamento?

Resolução 1:	Resolução 2:
$C = \text{Carros}$ $M = \text{Motos}$ $C + M = 60 \Rightarrow C + 2M = 60$ $C + 2C = 60$ $3C = 60$ $C = \frac{60}{3}$ $C = 20$ $2C = 2M$ $M = 2C$ $M = 2 \cdot 20$ $M = 40$ <p>R = 20 Carros e 40 Motos</p>	$\text{Carros} + \text{motos} = 60$ $\text{Carros} = \text{dobro da moto} (2 \cdot \text{moto})$ $X = \text{Carros}$ $Y = \text{motos}$ $X + Y = 60$ $X = 2Y$ $X + Y = 60$ $2Y + Y = 60$ $3Y = 60$ $Y = \frac{60}{3}$ $Y = 20, X = 40$

a) Nas duas resoluções foram utilizadas letras diferentes, justifique.

b) Ambos usaram o mesmo princípio para a resolução do Problema? Justifique.

c) A resposta das duas resoluções foi diferente, porque? Aponte as diferenças.

R = 20 Carros e 40 Motos

E

$Y = 20, X = 40$
 $X = \text{Carros}$
 $Y = \text{motos}$

d) Alguma das duas resoluções acima resolve o Problema? Justifique.

Sexta TAPE

Observe o problema apresentado a seguir

Num quintal há galinhas e coelhos, num total de 100 animais. Sabendo que o total de pés é de 320, quantas galinhas e quantos coelhos há nesse quintal?

A questão foi resolvida por dois alunos diferentes, chegando assim a dois resultados também diferentes. Observe:

Resolução do Aluno 1

$$\begin{array}{l} \text{galinha} + \text{Coelho} = 100 \\ \text{galinha (2 pé)} \\ \text{Coelho (4 pé)} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{galinha} = g \quad \text{coelho} = c \\ C + g = 100 \\ 2g + 4c = 320 \end{array}$$
$$\left\{ \begin{array}{l} g + c = 100 \quad (\times 1) \\ 2g + 4c = 320 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -4g - 4c = 100 \\ 2g + 4c = 320 \\ \hline -2g = 220 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} g = \frac{220}{-2} \\ g = -110 \end{array} \right. \rightarrow \boxed{C = 110}$$

Resolução do Aluno 2

$$\left\{ \begin{array}{l} C + g = 100 \quad (-2) \\ 4C + 2g = 320 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2C = 120 \\ C = \frac{120}{2} \\ C = 60 \text{ coelhos} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C + g = 100 \\ 60 + g = 100 \\ g = 100 - 60 \\ g = 40 \text{ galinhas} \end{array} \right.$$

Olhando para as resoluções do aluno 1 e aluno 2 responda as questões a seguir.

- Observe que ambos os alunos escolheram um método semelhante para resolver o sistema, porém tomaram caminhos diferentes, o que aconteceu para que cada um encontrasse quantidades distintas coelhos e galinhas?
- Qual dos alunos desenvolveu corretamente o que o exercício propôs?
- Quanto ao aluno que não desenvolveu o problema corretamente, onde foi seu erro?

Resolva o problema utilizando um método diferente dos apresentados pelos alunos 1 e 2.

Sétima TAPE

- 1) Observe a questão abaixo e responda as perguntas

Na figura adiante, ABCDE é um pentágono regular. A medida, em graus, do ângulo α é:

$T_1 = 180^\circ$
 $T_2 = 180^\circ$
 $T_3 = 180^\circ$
 $\hline 540^\circ \div 5$
 $\underline{-50}$
 040
 $\underline{-40}$
 0

$108^\circ \div 3$
 $\underline{-9}$
 18
 $\underline{-18}$
 0

$\alpha = 36$

- a) O que o aluno que resolveu o exercício quis dizer com T_1 , T_2 , T_3 ? E porque na frente de T_1 , T_2 e T_3 tem-se $=180^\circ$?
- b) Observe que nos registros do aluno que resolveu o problema aparece 540° , quais conceitos da geometria o aluno utilizou-se para explicitar o valor de 540° ?
- c) Porque ela faz a conta 540 dividido por 5 ? E porque ela enumera os ângulos? E quais propriedades da geometria foram utilizadas?
- d) Porque ela faz a conta de divisão do lado direito, 108 dividido por 3 ? Qual propriedade da Geometria que permite ele fazer tal divisão?

e) A partir da observação do que ela escreve em volta da figura, o que se pode concluir?

f) Você concorda com as contas que foram utilizadas? A resposta está correta? Justifique sua resposta.

Considerações

O propósito da elaboração deste caderno de Tarefas de Análise da Produção Escrita é de contribuir e promover uma oportunidade de conhecimento ao professor, a fim de incentivar a utilização das TAPE no ambiente de sala de aula e ampliar os conhecimentos sobre possibilidades de ensino.

A sequência de tarefas apresentadas exhibe elementos essenciais que caracterizam uma TAPE, vindo também a amparar quem se sentir instigado a elaborar uma nova tarefa para utilizar em sua prática de sala de aula.

Quanto a elaboração destaca-se a importância de uma atenção significativa ao planejamento da TAPE, é preciso clareza aos objetivos que se espera atingir, para que a tarefa se configure em uma auxiliadora de um ambiente reflexivo e investigativo.

Esse produto Educacional apresenta 7 (sete) tarefas que podem auxiliar no ensino de Matemática, caso você leitor queira se aventurar na elaboração de novas Tarefas de Análise da Produção Escrita é possível encontrar algumas produções escritas as quais formam um banco de produções escritas o qual adotamos de repositório¹ de produções escritas, acompanhados de um catálogo, que exemplifica as situações problemas e conseqüentemente os conteúdos matemáticos por trás das produções, assim fica disponibilizado ao professor que queria elaborar uma TAPE mas que por alguma motivo não tem em suas mãos produções escritas.

¹ O **Repositório de produções escritas** juntamente com **catálogo** o pode ser acessado clicando nos seguintes link:

<https://www.dropbox.com/sh/58d9ol9hyaadr9y/AABgW2wGSfibPvXxEIQjSREea?dl=0>

ou

<https://1drv.ms/f/s!AiipdDPs2r16iHq9rLDWhCr5-wll>

Referências

ALMEIDA, V. L. C. de. **Questões não-rotineiras: a produção escrita de alunos da graduação em Matemática.** 2009. 144f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2009.

ALVES, R. M. F. **Estudo da produção escrita de alunos do Ensino Médio em questões de matemática.** 2006. 158f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2006.

BEZERRA, G. C. **Registros escritos de alunos em questões não-rotineiras da área de conteúdo quantidade: um estudo.** 2010. 183f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2010.

FERREIRA, P. E. A. **Análise da produção escrita de professores da educação básica em questões não-rotineiras de matemática.** 2009. 166f. Dissertação (Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2009.

CARDOSO, M. A. **Análise Da Produção Escrita Em Matemática: Quatro Histórias Da Construção De Uma Proposta De Ensino Para A Educação De Jovens E Adulto.** 2017. 106 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2017.

CELESTE, L. B. **A Produção escrita de alunos do Ensino Fundamental em questões de matemática do PISA.** 2008. 85f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2008.

DALTO, J. O. **A produção escrita em matemática: análise interpretativa da questão discursiva de matemática comum à 8ª série do Ensino Fundamental e a 3ª série do Ensino Médio da AVA/2002.** 2007. 100f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2007.

LOPEZ, J. M. S. **Análise interpretativa de questões não-rotineiras de matemática**. 2010. 141f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2010.

NAGY-SILVA, M. C. **Do observável ao oculto**: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática. 2005. 114f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2005.

NEGRÃO de LIMA, R. C. **Avaliação em matemática**: análise da produção escrita de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental em questões discursivas. 2006. 181f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2006

PEREIRA, F. F.; DONEZE, I. S. DALTO, J. O. Caracterizando Tarefas de Análise da Produção Escrita por meio do ensino de Equações. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.7, n.14, p.236-255, jul.- dez. 2018.

PEREGO, S. C. **Questões abertas de matemática**: um estudo de registros escritos. 2005. 103f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2005.

PEREGO, F. **O que a produção escrita pode revelar?** Uma análise de questões de matemática. 2006. 128f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2006.

SANTOS, E. R. dos. **Estudo da Produção Escrita de Estudantes do Ensino Médio em Questões Discursivas Não Rotineiras de Matemática**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SANTOS, E. R. dos. **Análise da produção escrita em matemática**: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino. 2014. 156 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

SEGURA, R. O. **Estudo da Produção Escrita de Professores em Questões discursivas de Matemática**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2005.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática.** 2007. 108f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2007.