UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA – PPGMAT
CÂMPUS LONDRINA/CORNÉLIO PROCÓPIO

PAULO HENRIQUE HIDEKI ARAKI

ATIVIDADES EXPERIMENTAIS INVESTIGATIVAS EM CONTEXTO DE AULAS COM MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE SEMIÓTICA

DISSERTAÇÃO

LONDRINA
2020

PAULO HENRIQUE HIDEKI ARAKI

ATIVIDADES EXPERIMENTAIS INVESTIGATIVAS EM CONTEXTO DE AULAS COM MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE SEMIÓTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática Câmpus Londrina/Cornélio Procópio – PPGMAT, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Karina Alessandra Pessoa da Silva

LONDRINA

2020

TERMO DE LICENCIAMENTO

Esta Dissertação e o seu respectivo Produto Educacional estão licenciados sob uma Licença Creative Commons *atribuição uso não-comercial/compartilhamento sob a mesma licença 4.0 Brasil*. Para ver uma cópia desta licença, visite o endereço http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/ ou envie uma carta para Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, Califórnia 94105, USA.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca UTFPR - Câmpus Londrina

A659a Araki, Paulo Henrique Hideki
Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com modelagem matemática: uma análise semiótica / Paulo Henrique Hideki Araki. - Londrina, 2020.
169 f. : il.; 30 cm.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Karina Alessandra Pessoa da Silva.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Londrina, 2020.
Bibliografia: 160-169.

1. Modelos matemáticos. 2. Matemática - Problemas, questões, exercícios 3. Semiótica. 4. Significação (Filosofia). 5. Ensino fundamental. I. Silva, Karina Alessandra Pessoa da, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná III. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. IV. Título.

CDD: 510.7

Ficha catalográfica elaborada por Cristina Benedeti Guilhem - CRB: 9/911

TERMO DE APROVAÇÃO

"ATIVIDADES EXPERIMENTAIS INVESTIGATIVAS EM CONTEXTO DE AULAS COM MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE SEMIÓTICA"

por

Paulo Henrique Hideki Araki

Dissertação de Mestrado e o seu produto educacional **"EXPERIMENTAÇÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA"**, apresentados no dia 20 de março de 2020 como requisito parcial para a obtenção do título de MESTRE EM ENSINO DE MATEMÁTICA, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina e Cornélio Procópio. O(A) mestrando(a) foi arguido(a) pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho **APROVADO** (Aprovado ou Reprovado).

A **Profa. Dra. Karina Alessandra Pessôa da Silva**, presidente da Banca, assinou a ata pela **Profa. Dra. Susana Paula Graça Carreira,** membro a distância.

Prof(a). Dr(a). Karina Alessandra Pessôa da Silva (UTFPR - Londrina)
Orientador(a)

Prof(a). Dr(a). Adriana Helena Borssoi (UTFPR - Londrina)
Membro Titular

Prof(a). Dr(a). Susana Paula Graça Carreira (UALG - Portugal)
Membro Titular

Profa. Dra. Marcele Tavares
Coordenadora do Programa de
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
UTFPR Câmpus Londrina/ Cornélio Procópio

A folha de aprovação assinada encontra-se arquivada na secretaria do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

AGRADECIMENTOS

À Deus, pelas oportunidades concedidas ao longo de toda a minha vida e pela força concedida até então.

À minha família, sobretudo à minha mãe, pelo apoio incondicional em todos os momentos, desta e de outras jornadas. Que, em momentos de alegria ou de incerteza, sempre se mostraram presentes.

À minha orientadora, professora Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva. Agradeço por me acolher enquanto seu orientado e pela confiança em mim depositada. Pela ética, sabedoria e amizade, que ficam de exemplo e inspiração.

Aos membros da banca de avaliação, professora Dra. Adriana Helena Borssoi e professora Dra. Susana Paula Graça Carreira, por terem aceitado ao nosso convite. Agradeço pelo tempo dedicado em analisar, criticar e contribuir para o desenvolvimento dessa pesquisa.

Aos amigos do Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias (GEPMIT), com quem tive o privilégio de conviver e trabalhar no decorrer de minha trajetória no Mestrado.

Aos professores e colegas do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGMAT), por todos os momentos transformadores que compartilhamos.

Aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, por terem aceitado o convite de participar da pesquisa e, por extensão, agradeço à direção da escola por permitir a realização das atividades.

E a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização e conclusão desta pesquisa.

“Lembre-se de olhar para as estrelas, não para os próprios pés. Tente compreender o que vê e questione que faz o universo existir. Seja curioso.”

Stephen Hawking (1942 – 2018)

ARAKI, Paulo Henrique Hideki. **Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com Modelagem Matemática**: Uma análise semiótica. 2020. 177p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2020.

RESUMO

Uma das maiores transformações da Educação Matemática nas últimas décadas diz respeito à promoção da interlocução entre saber matemático e sua contextualização com outras áreas do conhecimento. Neste cenário, a Modelagem Matemática surge enquanto uma alternativa para que professores e alunos possam mobilizar conhecimentos construídos ao longo das aulas de Matemática por meio de sua associação com situações não essencialmente matemáticas. Neste sentido, a presente pesquisa teve como intuito investigar "Como atividades experimentais investigativas desenvolvidas em um contexto de aulas com Modelagem Matemática contribuem para a atribuição de significado para o objeto matemático por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental?". Para tanto, nos pautamos nos pressupostos teóricos da Modelagem Matemática, da experimentação investigativa e da Semiótica Peirceana. Com este intuito, apresentamos a descrição e análise de três atividades de modelagem matemática desenvolvidas com 15 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola localizada na cidade de São Sebastião da Amoreira, na qual o pesquisador atua enquanto professor da disciplina de Matemática. As atividades analisadas foram escolhidas de modo a contemplar cada um dos três momentos de familiarização do aluno com a Modelagem Matemática, como apresentado por Almeida, Silva e Vertuan (2012). A partir da observação, descrição e análise de cada atividade buscamos evidências de atribuição de significado para objetos matemáticos que emergem das atividades, com base na análise dos signos interpretantes produzidos a partir da mobilização de diferentes recursos semióticos no decorrer das fases da atividade. Nossa opção metodológica se baseia nas considerações de uma pesquisa qualitativa e a análise de dados é inspirada na Análise de Conteúdo, conforme indicações de Laurence Bardin. A partir das análises empreendidas, evidenciamos que ao se associar as atividades experimentais investigativas com o ciclo de modelagem, os recursos semióticos utilizados contribuem para a atribuição de significado para os objetos matemáticos, com base em cinco evidências: de familiaridade com o objeto, na intenção de significar o objeto, como uma ideia que se remete ao objeto, como consequência para abarcar o objeto e por experiência colateral com o objeto. Como produto educacional, fruto dessa pesquisa, propomos um material que possa servir de apoio para professores dos anos finais do Ensino Fundamental que desejam desenvolver atividades experimentais investigativas no contexto das aulas de Matemática, utilizando os pressupostos da Modelagem Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Recursos semióticos. Atribuição de significado. Anos finais do Ensino Fundamental.

ARAKI, Paulo Henrique Hideki. **Experimental investigative activities in context of classes with mathematical modelling**: a semiotic approach. 177 p. Dissertation (Professional Master's in Mathematical Teaching) – Federal University of Technology – Paraná, Londrina, 2020.

ABSTRACT

One of the greatest transformations of Mathematics Education in the last decades refers to the promotion of interaction between mathematical knowledge and its contextualization with other areas of knowledge. In this scenario, Mathematical Modelling arises as an alternative for teachers and students to mobilize the knowledge built throughout math classes through its association with non-essentially mathematical situations. In this regard, the present research aimed to investigate "How experimental investigative activities developed in a context of classes with Mathematical Modelling contributes to assignment of significance to mathematical objects by students of the final years of elementary school?" Therefore, we look at the theoretical assumptions of Mathematical Modelling, investigative experimentation and Peircean Semiotics. To this effect, we present the description and analysis of three mathematical modelling tasks developed with 15 students of the 9th grade of elementary school, from a school located in the city of São Sebastião da Amoreira, in which the researcher acts as a Math teacher. The analyzed activities were chosen to contemplate each one of the three moments of familiarization between the student and the Mathematical Modelling, as presented by Almeida, Silva and Vertuan (2012). From observation, description and analysis of each activity, we sought evidences of assignment of significance to mathematical objects that emerges from those activities, based on analysis of interpretant signs produced by mobilizing different semiotic resources throughout the stages of the activity. Our methodological option is based in considerations of a qualitative research and the data analysis is inspired by Content Analysis, according to Laurence Bardin. From the undertaken analysis, we evidenced that, when associating experimental investigative activities with the modelling cycle, the semiotic resources used contribute to the assignment of significance for mathematical objects, according to five evidences: the familiarity with the object, an intent to significate the object, as an idea that refers to the object, as a consequence to cover the object and by collateral experience with the object. As for the educational product, which has come out of this research, we proposed a material that can support teachers of the final years of elementary school aimed at developing experimental investigative activities in context of Math classes, according to the premise of Mathematical Modelling.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modelling. Semiotic resources. Assignment of significance. Final years of Elementary School.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Classificação das perspectivas sobre Modelagem no contexto internacional 25
Quadro 2 - Três enfoques da Modelagem Matemática no contexto brasileiro 26
Quadro 3 – Levantamento bibliográfico 39
Quadro 4 – Textos pesquisados cujos autores utilizam experimentação investigativa 40
Quadro 5 – Distribuição quanto aos níveis de ensino dos modeladores 41
Quadro 6 – Distribuição quanto às áreas de conhecimento do experimento 42
Quadro 7 – Distribuição quanto ao tipo de experimentação 42
Quadro 8 – Características dos sujeitos da pesquisa 62
Quadro 9 – Síntese das atividades de modelagem desenvolvidas 64
Quadro 10 – Etapas da atividade de primeiro momento *Calorímetro* 71
Quadro 11 – Composição dos grupos na atividade de primeiro momento *Calorímetro* 72
Quadro 12 – Alimentos utilizados pelos grupos no decorrer do experimento investigativo 76
Quadro 13 – Unitarização da atividade de primeiro momento *Calorímetro* 85
Quadro 14 – Evidências da produção de interpretantes a partir dos recursos semióticos *proveta graduada* e *termômetro* 90
Quadro 15 – Evidências da produção de interpretantes a partir do recurso semiótico *calorímetro* 92
Quadro 16 – Evidências da produção de interpretantes na validação do modelo matemático 100
Quadro 17 - Etapas da atividade de segundo momento *Canhão de vórtex* 102
Quadro 18 – Divisão dos grupos na atividade de segundo momento *Canhão de vórtex* 103
Quadro 19 – Dados obtidos por meio da videoanálise dos experimentos 110
Quadro 20 – Velocidade média de cada canhão 112
Quadro 21 – Distância percorrida pelo anel de fumaça no canhão de 4,08 cm 115
Quadro 22 – Unitarização da atividade de segundo momento *Canhão de vórtex* 116
Quadro 23 – Evidências da produção de interpretantes na fase de *Inteiração* 117
Quadro 24 – Evidências da produção de interpretantes a partir do recurso semiótico *canhões de vórtex* 118
Quadro 25 – Evidências da produção de interpretantes a partir do recurso semiótico *bastão de fumaça* 121

Quadro 26 - Evidências da produção de interpretantes a partir dos recursos semióticos *bastão de fumaça* e *canhões de vórtex* 121
Quadro 27 - Evidências da produção de interpretantes a partir dos recursos semióticos *gravação em vídeo* e *software Tracker* 122
Quadro 28 - Evidências da produção de interpretantes a partir do recurso semiótico *modelo matemático* 123
Quadro 29 – Etapas da atividade de terceiro momento *Plano inclinado* 125
Quadro 30 – Alturas determinadas por meio da trigonometria 128
Quadro 31 – Tempos determinados para cada experimento 131
Quadro 32 – Unitarização da atividade de terceiro momento *Plano inclinado* 135
Quadro 33 - Evidências da produção de interpretantes a partir do recurso semiótico *livro didático* 135
Quadro 34 - Evidências da produção de interpretantes a partir do recurso semiótico *software Microsoft Excel* 140

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Processo simplificado de Modelagem 28
Figura 2 – Fases da Modelagem Matemática 29
Figura 3 – Ciclo de Modelagem de acordo com suas fases 31
Figura 4 – *Signum* para Agostinho 48
Figura 5 – Municípios atendidos pela escola 61
Figura 6 – Capa do produto educacional 63
Figura 7 – Respostas do Grupo 3 para o questionário da atividade *Calorímetro* 72
Figura 8 – Calorímetro construído no vídeo 73
Figura 9 – Calorímetro construído para a realização do experimento 74
Figura 10 – Aluno A_{10} manuseando o calorímetro 75
Figura 11 – Alimentos utilizados no experimento investigativo 76
Figura 12 – Dedução do modelo matemático da atividade *Calorímetro* pelo Grupo 1 78
Figura 13 – Dedução do modelo matemático da atividade *Calorímetro* pelo Grupo 2 79
Figura 14 – Dedução do modelo matemático da atividade *Calorímetro* pelo Grupo 3 81
Figura 15 – Dedução do modelo matemático da atividade *Calorímetro* pelo Grupo 4 82
Figura 16 – Símbolo produzido pelo Grupo 2 para o problema apresentado na questão 1 86
Figura 17 – Determinação do valor energético do amendoim apresentado no vídeo 88
Figura 18 – Aluno A_9 realizando a aferição de água destilada 89
Figura 19 – Menisco evidenciado em uma pipeta graduada 89
Figura 20 – Reta numérica associada à leitura do termômetro analógico 91
Figura 21 – Símbolos produzidos pelo Grupo 1 na dedução do modelo matemático 93
Figura 22 – Símbolos produzidos pelo Grupo 2 na dedução do modelo matemático 95
Figura 23 – Símbolos produzidos pelo Grupo 3 na dedução do modelo matemático 96
Figura 24 – Símbolos produzidos pelo Grupo 4 na dedução do modelo matemático 98
Figura 25 – Determinação da quantidade de calorias conforme apresentado no vídeo 98
Figura 26 – Diferença na condução dos experimentos 100
Figura 27 – Representação de um calorímetro 101
Figura 28 – Aluna A_5 recortando o molde circular de 9 cm de diâmetro 105
Figura 29 – Canhão de vórtex finalizado 106

Figura 30 – Alunos manuseando os canhões de vórtex construídos 107
Figura 31 – Aluno A_{10} utilizando o *software* Tracker 109
Figura 32 – Captura de tela durante a realização da videoanálise 110
Figura 33 – Aluno construindo o gráfico 112
Figura 34 – Gráfico obtido pelo Microsoft Excel 113
Figura 35 – Alunos A_{10} e A_{12} determinando a velocidade do novo canhão 115
Figura 36 – Demonstração da confecção de canhão de vórtex como apresentado no vídeo 118
Figura 37 – Princípio do funcionamento do canhão de vórtex apresentado no vídeo 119
Figura 38 – Evidenciação do trajeto do ar apresentado no vídeo 120
Figura 39 – Texto que serviu de inspiração para os alunos 126
Figura 40 – Aluno A_{13} aferindo o comprimento do tampo de madeira 128
Figura 41 – Alunos A_9 e A_{13} determinando a inclinação do plano 129
Figura 42 – Teste realizado pelo grupo utilizando o recurso de câmera lenta 130
Figura 43 – Instante inicial e instante final do experimento em uma inclinação de 60° 131
Figura 44 – Aluno A_{13} construindo o gráfico com o Microsoft Excel 132
Figura 45 – Modelo matemático encontrado pelo grupo 133
Figura 46 – Experimento realizado para um plano com inclinação de 90° 134
Figura 47 – Símbolo produzido pelo grupo na fase de *Matematização* 136
Figura 48 – Símbolos produzidos acerca do objeto matemático *razões trigonométricas* 137
Figura 49 – Aluno A_{15} manuseando o recurso semiótico *trena* 138
Figura 50 – Teste comparativo dos experimentos realizados 139
Figura 51 – Símbolos produzidos pelos alunos na fase de *Matematização* 140
Figura 52 – Símbolos produzidos a partir do recurso semiótico *modelo matemático* 141
Figura 53 – Recursos semióticos mobilizados na atividade *Calorímetro* 144
Figura 54 - Recursos semióticos mobilizados na atividade *Canhão de vórtex* 145
Figura 55 - Recursos semióticos mobilizados na atividade *Plano inclinado* 146
Figura 56 – Inserção dos momentos de uma atividade experimental investigativa no ciclo de modelagem 153
Figura 57 – Signos produzidos na atividade Calorímetro 156
Figura 58 - Signos produzidos na atividade Canhão de vórtex 157
Figura 59 - Signos produzidos na atividade Plano inclinado 158

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 14

2 MODELAGEM MATEMÁTICA E EXPERIMENTAÇÃO INVESTIGATIVA 20
2.1 SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA E MODELO MATEMÁTICO 20
2.2 SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 22
2.2.1 Ciclos de Modelagem Matemática 27
2.2.2 Momentos de familiarização do aluno com a Modelagem 32
2.2.3 O contexto e a condução de atividades de modelagem 33
2.3 SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA E SUA RELAÇÃO COM AS CIÊNCIAS 34
2.3.1 Experimentação e Modelagem 35
2.3.2 Mapeamento das produções científicas 38

3 SEMIÓTICA E RECURSOS SEMIÓTICOS 47
3.1 DA SEMIÓTICA GREGA À SEMIÓTICA PEIRCEANA 47
3.2 SOBRE SEMIÓTICA PEIRCEANA 50
3.2.1 Significado na Semiótica Peirceana 52
3.3 SOBRE SEMIÓTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 54
3.4. SOBRE RECURSOS SEMIÓTICOS 56

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS 59
4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA 59
4.2 PRODUTO EDUCACIONAL 63
4.3 PROCEDIMENTOS DA PESQUISA 64
4.3.1 Procedimentos de coleta de dados 64
4.3.2 Procedimentos de análise 66

5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES 70
5.1 ATIVIDADE 1: “CALORÍMETRO” 70
5.1.1 Descrição da Atividade 1 70

5.1.2 Análise da Atividade 1 85
5.2 ATIVIDADE 3: “CANHÃO DE VÓRTEX” 102
5.2.1 Descrição da Atividade 3 102
5.2.2 Análise da Atividade 3 116
5.3 ATIVIDADE 6: “PLANO INCLINADO” 124
5.3.1 Descrição da Atividade 6 124
5.3.2 Análise da Atividade 6 134
5.4 DISCUSSÃO SOBRE A QUESTÃO DE PESQUISA 142

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS 152

REFERÊNCIAS 160

APÊNDICES 170

1 INTRODUÇÃO

"A imaginação frequentemente nos leva a mundos que jamais existiram. Mas, sem ela, não vamos a lugar algum."
Carl Sagan (1934 – 1996)

Ao longo de sua trajetória, a Educação Matemática vem sofrendo grandes transformações em sua configuração, sobretudo no que diz respeito às possíveis abordagens e estratégias a serem utilizadas em sala de aula, suas limitações e implicações sobre a compreensão da Matemática em situações de ensino e aprendizagem.

Partindo de um enfoque no desenvolvimento de estratégias em prol de um ensino "mais eficiente", bem como na observação de uma aprendizagem "mais significativa", um dos debates que vem ganhando destaque diz respeito às interlocuções existentes entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Segundo Garnica e Souza (2012), o ensino e a aprendizagem de Matemática, que constitui o objeto da Educação Matemática, possibilita ao educador transitar por diversas áreas e cenários, sejam eles virtuais ou reais.

De fato, o sucesso do ensino e da aprendizagem em Matemática extrapola o tratamento formal e rigoroso imposto pelo seu conjunto de axiomas e postulados. Para Ponte (1992, p. 99) "se pretendemos que os alunos, para além de saber Matemática, saibam também como a aplicar, então temos de dedicar atenção a ambas as competências no processo de ensino/aprendizagem".

A fala de Ponte vai de encontro à proposta de um ensino voltado à abstração, elemento central do ensino de Matemática durante o movimento da Matemática Moderna e que, até os dias atuais, ainda podemos encontrar vestígios de sua influência.

Tendo em vista essa necessidade de atenção para com os processos de ensino e aprendizagem, pesquisadores em Educação Matemática têm voltado os seus esforços para a investigação das relações e interações existentes na tríade "aluno-professor-saber matemático" (FIORENTINI, 1995). Com isso, podemos observar a ascensão de diversas tendências voltadas para o ensino de Matemática, bem como para a pesquisa em Educação Matemática.

Retornando aos aspectos elucidados por Ponte, podemos perceber que algumas tendências fazem alusão à perspectiva didático-pragmática da Educação Matemática, relacionando os métodos e as concepções voltados para o ensino da Matemática. Dentre elas, podemos citar a investigação promovida pela Modelagem Matemática. A Modelagem[1], segundo Biembengut (2016), é um método utilizado na resolução de uma situação-problema, com vistas à compreensão de determinado fenômeno, fundamentando-se em uma teoria matemática. Para essa autora, trata-se de uma forma de se investigar um fenômeno à luz de alguma estrutura matemática, refletindo de maneira crítica acerca dos aspectos intrínsecos da realidade.

De modo a abarcar tal reflexão, faz-se necessária a seleção de argumentos e parâmetros oriundos do fenômeno estudado, na busca de uma formalização por um sistema artificial, ao qual se atribui o nome modelo matemático (BASSANEZI, 2002). O modelo matemático é constituído por um conjunto de símbolos e conceitos matemáticos associados de modo a representar determinado objeto, proporcionando uma forma de se realizar inferências e predições sobre o mesmo.

Neste sentido, a obtenção de um modelo matemático constitui uma possibilidade de matematizar fenômenos e situações reais, provenientes de um campo teórico alheio à Matemática. Almeida e Vertuan (2014, p. 2) assinalam que o modelo matemático "é o que dá forma à solução do problema e a modelagem matemática é a atividade de busca por esta solução".

Diante disso, entendemos que a Modelagem Matemática pode servir enquanto uma alternativa pedagógica para o professor em sala de aula, possibilitando aos alunos a mobilização de conceitos matemáticos aprendidos ao longo de sua vida escolar. Além disso, possibilita ao aluno contemplar usos da Matemática em um contexto diferente do escolar. Para Vertuan (2007), a Modelagem também pode oportunizar a aprendizagem de novos conceitos matemáticos, a partir do estudo de objetos matemáticos[2] adequados para a resolução de um problema. Logo, a Modelagem pode auxiliar na promoção do estímulo nas aulas de Matemática.

Ao analisarmos os documentos que regem a educação no Brasil, podemos evidenciar a preocupação em se promover um ensino que priorize a "vasta" aplicabilidade do conhecimento matemático na sociedade como um todo. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular

[1] Utilizaremos o termo Modelagem com o mesmo significado de Modelagem Matemática.
[2] Um objeto matemático é definido como sendo qualquer entidade, de natureza real ou imaginária, à qual um indivíduo se refere em uma atividade matemática (D'AMORE; GODINO, 2007).

(BNCC[3]), documento criado para servir enquanto parâmetro educacional na elaboração e implementação do currículo das escolas brasileiras:

> Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática (BRASIL, 2018, p. 263).

Neste sentido, o ensino da Matemática encontra na Modelagem e em seus modelos uma alternativa para evidenciar as contribuições da experimentação para a aprendizagem. Carreira e Baioa (2016) argumentam que a utilização de atividades experimentais em contexto de Modelagem Matemática pode auxiliar no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático de alunos inseridos nesta conjuntura. Além disso, a coleta e interpretação de dados oriundos de objetos reais viabilizam a incorporação de conhecimentos advindos da "vida real", a partir da manipulação de materiais diversos, como se observa na realização de atividades experimentais investigativas[4].

Segundo Hodson (1994), atividades experimentais investigativas consistem no estabelecimento de propostas que estimulam o desenvolvimento conceitual, permitindo que os estudantes explorem suas ideias, tomando como base as ideias científicas. Neste contexto, a experimentação investigativa[5] permite que seja despertado nos alunos o senso de descoberta e investigação, valorizando o seu desenvolvimento lógico e cognitivo (ALVES FILHO, 2000).

Buscando compreender mais acerca da relação existente entre Modelagem Matemática e experimentação investigativa, desenvolvemos alguns trabalhos (ARAKI; SILVA, 2018; SILVA; ARAKI; BORSSOI, 2018; ARAKI; SILVA, 2019) no âmbito do Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias (GEPMIT[6]). Um dos aspectos que nortearam tais trabalhos veio a ser a manipulação de diferentes materiais no desenvolvimento de atividades experimentais investigativas em contexto de Modelagem.

---

[3] Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 04 set. 2019.

[4] Neste trabalho, usamos os termos experimentação investigativa e atividade experimental investigativa enquanto sinônimos.

[5] Por experimentação investigativa, nos pautamos em Praia, Cachapuz e Gil-Perez (2002, p. 258) que a define como sendo a ação de "explorar a ideias dos alunos e desenvolver a sua compreensão conceptual", devendo ser "sustentado por uma base teórica prévia informadora e orientadora da análise dos resultados".

[6] O GEPMIT congrega pesquisadoras com interesse em três temáticas e seus orientados, alunos da graduação envolvidos em projetos de iniciação científica ou em projetos de extensão, bem como alunos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Disponível em: <https://sites.google.com/view/gepmit>. Acesso em: 11 de fev. de 2020.

Até certa extensão, podemos considerar que o manejo desses materiais pode servir para a produção de signos[7] acerca da situação-problema investigada, corroborando com o entendimento do fenômeno e dos conceitos matemáticos que dele emergem. Neste sentido, do ponto de vista da Semiótica, tais materiais são considerados recursos semióticos (MAVERS, 2004).

Para Thomas, Yoon e Dreyfus (2009), ao se considerar o ensino e a aprendizagem de Matemática, professores e alunos lançam mão de uma variedade de recursos semióticos, ao passo que um mesmo objeto matemático pode ser abarcado utilizando recursos semióticos distintos. Ainda, um recurso semiótico também pode possuir diversas finalidades, de acordo com o contexto no qual se encontra inserido.

Neste sentido, ao considerarmos a mobilização de recursos semióticos em atividades experimentais investigativas, podemos evidenciar a relação que se faz presente entre os signos produzidos e os objetos abarcados. Com isso, o caminho natural para o entendimento dessa situação nos parece ser a atribuição de significado, ou seja, "àquilo que o signo efetivamente produz ao encontrar uma mente interpretadora" (SANTAELLA, 2004, p. 80-81).

Nesse encaminhamento, entendemos que a utilização de estruturas lógico-matemáticas em processos oriundos da realidade que possibilitam a produção de signos corrobora com a ideia de interlocução defendida por Garnica e Souza (2012). Do ponto de vista do ensino, entendemos que a utilização de modelos matemáticos pode estabelecer uma relação beneficamente mútua com os saberes científicos, uma vez que um modelo auxilia na previsão de um comportamento do universo, à medida que a Matemática encontra na Ciência uma aliada na contextualização de seus conhecimentos.

Levando em consideração esta reflexão inicial feita, no presente trabalho apresentamos os encaminhamentos de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental que vivenciaram atividades experimentais investigativas no contexto de aulas com Modelagem Matemática. As atividades aqui discutidas foram desenvolvidas considerando a familiarização[8] dos alunos com o desenvolvimento de atividades de Modelagem propostas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), evidenciando a habilidade de fazer modelagem do aluno.

[7] Discutiremos mais sobre a produção de signos no Capítulo 3.
[8] Os momentos de familiarização serão discutidos no capítulo seguinte.

Nesse sentido, buscamos refletir acerca da seguinte questão de pesquisa: "*Como atividades experimentais investigativas desenvolvidas em um contexto de aulas com Modelagem Matemática contribuem para a atribuição de significado para o objeto matemático por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental?*". De modo a apresentar reflexões sobre essa problemática, elaboramos três questões norteadoras:

1. Que recursos semióticos são mobilizados pelos alunos no desenvolvimento de uma atividade experimental investigativa no contexto de aulas com Modelagem Matemática?
2. Que signos os alunos produzem no desenvolvimento de atividades experimentais investigativas no contexto de aulas com Modelagem Matemática?
3. Como os signos produzidos pelos alunos revelam atribuição de significados para diferentes objetos matemáticos que emergem das atividades experimentais investigativas desenvolvidas em um contexto de aulas com Modelagem Matemática?

Para tanto, descrevemos e analisamos três atividades experimentais investigativas desenvolvidas em contexto de atividades de modelagem matemática por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Além disso, as atividades apresentadas aqui, juntamente com outras quatro atividades, compõem um produto educacional[9] que emergiu da presente pesquisa.

Com o intuito de apresentar reflexões sobre nossa questão de pesquisa, estruturamos o presente texto em cinco capítulos para além da introdução, das referências e dos elementos pós-textuais.

Na presente *Introdução* fazemos uma reflexão inicial acerca do tema de nossa pesquisa, apresentando as justificativas, a problemática e a organização do texto.

No Capítulo 2, intitulado *Modelagem Matemática e Experimentação Investigativa*, apresentamos as considerações acerca da Modelagem na perspectiva da Educação Matemática. Trazemos discussões acerca das relações evidenciadas entre a Modelagem e as ciências naturais, sobretudo no que se refere à experimentação investigativa. Ainda, apresentamos os resultados de um mapeamento das produções científicas que versam sobre Modelagem e experimentação investigativa.

No capítulo seguinte, denominado *Semiótica e Recursos Semióticos*, abordamos os fundamentos que regem a Semiótica enquanto vertente científica, com base na perspectiva do filósofo norte-americano Charles Sanders Peirce, bem como o entendimento de significado na

[9] A discussão acerca do produto educacional é apresentada com detalhes no Capítulo 4.

Semiótica Peirceana. Em seguida, apresentamos algumas considerações acerca da aplicação da Semiótica na Educação Matemática. Por fim, discorremos acerca dos recursos semióticos e sua importância para o processo de produção de signos.

No quarto capítulo, apresentamos os *Aspectos Metodológicos* bem como a metodologia de pesquisa utilizada. Para tanto, trazemos o delineamento da pesquisa, tomando como base a questão de pesquisa e destacando as características do ambiente no qual a coleta de dados ocorreu. Em seguida, caracterizamos os sujeitos de nossa pesquisa e as atividades desenvolvidas. Neste capítulo, também, detalhamos nossa compreensão sobre a pesquisa e os instrumentos utilizados na coleta de dados. Por fim, trazemos a opção metodológica elegida para a análise dos dados, justificando tal escolha.

No capítulo 5, intitulado *Descrição e Análise das Atividades* apresentamos a descrição de três atividades desenvolvidas para a presente pesquisa, e analisamos os dados obtidos à luz dos pressupostos teóricos estabelecidos, tanto para cada atividade individualmente como também em uma perspectiva geral.

No capítulo seguinte, apresentamos as nossas *Considerações Finais* acerca das análises feitas para as atividades e a interpretação realizada para a problemática e as questões norteadoras.

De modo a finalizar, trazemos as referências utilizadas em nossa pesquisa, bem como os apêndices mencionados ao longo do texto.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA E EXPERIMENTAÇÃO INVESTIGATIVA

"A Ciência, para mim, fornece uma explicação parcial para a vida. Na medida em que acontece, é baseada em fato, experiência e experimento."
Rosalind Franklin (1920 – 1958)

Com base na questão de investigação "*Como atividades experimentais investigativas desenvolvidas em um contexto de aulas com Modelagem Matemática contribuem para a atribuição de significado para o objeto matemático por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental?*", organizamos nosso quadro teórico em dois capítulos.

No presente capítulo abordamos as relações evidenciadas entre Modelagem Matemática e outras áreas do conhecimento, por meio de atividades experimentais investigativas. Inicialmente, tratamos de apresentar as definições de Modelagem e modelo matemático, de modo a contextualizar a sua aplicação neste trabalho.

Em seguida, apresentamos algumas considerações acerca da Modelagem no contexto da Educação Matemática, evidenciando o nosso entendimento e a concepção adotada em nossa pesquisa.

Na seção seguinte, tratamos da associação estabelecida entre Modelagem e as Ciências Naturais, evidenciando a presença da experimentação investigativa no decorrer do ciclo de modelagem. Por fim, de forma a contribuir para o nosso entendimento, realizamos um levantamento das produções científicas publicadas nos principais eventos da área de Modelagem e que versam sobre a Modelagem Matemática em contexto de experimentação.

2.1 SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA E MODELO MATEMÁTICO

A Matemática, enquanto área do conhecimento humano, é essencial para a discussão de diversas situações, sejam elas oriundas de sua própria estrutura, com base em problemas essencialmente matemáticos, ou decorrentes de práticas sociais. Tendo em vista suas

potencialidades, é compreensível a disseminação e investigação de estratégias que visam relacionar o conhecimento matemático com fenômenos e situações cotidianas.

Em sua análise acerca da evolução da educação, o teórico brasileiro Ubiratan D'Ambrósio (1996) argumenta que a Matemática pode ser entendida como:

> [...] uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 7).

Contribuindo para este entendimento, Fiorentini (1995, p. 31) afirma que, partindo de uma concepção histórico-crítica da educação, a Matemática é "um saber vivo, dinâmico e que, historicamente, vem sendo construído, atendendo a estímulos externos (necessidades sociais) e internos (necessidades teóricas de ampliação de conceitos)".

Seja pelo "manejo da realidade" relatado por D'Ambrósio, ou pelas "necessidades sociais" evidenciadas por Fiorentini, Matemática e realidade são aspectos indissociáveis, fundamentais para a atividade humana. Segundo Carreira (1998), o processo de matematização[10] do mundo permite a obtenção de leis capazes de reger estruturas físicas e sociais, fornecendo uma possibilidade, ainda que não seja a única, de se compreender o mundo.

Diante disso, diferentes linhas de estudo e pesquisa foram sendo desenvolvidas, de modo a suprir as necessidades de compreensão acerca da forma como conceitos e métodos matemáticos pode estar interligados aos objetos advindos do "mundo real"[11]. Uma dessas linhas que merece destaque vem a ser a Modelagem Matemática.

Em seu livro, intitulado "Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática", Rodney Carlos Bassanezi (2002) afirma que a Modelagem consiste na condução de uma série de ensaios tomando como base o raciocínio lógico e a utilização de diversas ferramentas matemáticas, em busca de uma análise de parâmetros advindos de situações tidas como problemáticas. Tal análise possibilita ao indivíduo modelador, ou seja, a pessoa inserida em um contexto de Modelagem, a obtenção de um sistema artificial, ao qual o autor o caracteriza como sendo um modelo.

Nesse sentido, Biembengut (2016) define que um modelo:

---

[10] A ideia de matematização, conforme evidenciado por Vargas (1996, p. 250) surge a partir da concepção de Pitágoras de que "a *arché* da natureza, ou seja, o princípio do qual brotam todas as coisas e a ele revertem, é o número".

[11] Por "mundo real", nos pautamos nos entendimentos de Blum e Niss (1991), como sendo tudo aquilo que se encontra relacionado à natureza, sociedade e cultura, tomando como ponto de partida a vida cotidiana.

> [...] tem diferentes sensos, mas, em geral, a maioria aliada ao senso de representação. Representação de algo que se pretende realizar, entender, explicar e/ou inferir, imitar, alcançar. O modelo é um ícone, literalmente incorporando características de interesse no original (BIEMBENGUT, 2016, p. 65).

Em se tratando de Modelagem Matemática, podemos atribuir ao constructo final de suas práticas a designação de modelo matemático. Sobre modelo matemático, Blum e Niss (1991) afirmam se tratar de um modelo fundamentado em símbolos e representações de cunho matemático, capaz de relacionar os principais elementos de uma situação real. A partir da dedução de um modelo matemático, torna-se possível descrever o comportamento de um sistema, o que viabiliza a realização de inferências e predições acerca da situação analisada (LESH; CARMONA; HJALMARSON, 2006).

Um modelo matemático pode ser representado de diversas maneiras. Segundo Bassanezi (2002), os modelos podem ser constituídos a partir de gráficos, tabelas, esboços, fórmulas matemáticas, dentre outros objetos matemáticos. A escolha pelo tipo de objeto a se recorrer cabe ao modelador, ao passo que um mesmo fenômeno pode ser representado a partir de diferentes modelos. Blum e Niss (1991) explicam essa escolha se encontra fundamentada em fatores como: o conhecimento matemático e extramatemático do indivíduo modelador; as intenções por trás da obtenção do modelo e o interesse de quem pratica a modelagem.

Neste sentido, Bassanezi (2002, p. 16) argumenta que a modelagem "pode ser tomada tanto como um método científico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem". Para tanto, na seção seguinte apresentamos algumas reflexões a respeito da incursão da Modelagem no âmbito da Educação Matemática.

2.2 SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A associação existente entre Matemática e os estímulos externos, conforme evidenciada anteriormente, também se faz presente ao analisarmos os documentos normativos que regem a Educação Básica no Brasil. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento criado para nortear as aprendizagens tidas como essenciais em cada área de conhecimento e nos diferentes níveis de ensino no Brasil:

> A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter

> aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico (BRASIL, 2018, p. 267).

Ao longo das últimas décadas, tem sido crescente a quantidade de pesquisas na área de Educação Matemática que versam sobre as relações existentes entre a Matemática e a realidade, convergindo para uma multiplicidade de abordagens susceptíveis de serem implementadas em contexto de sala de aula. Em especial, diversos pesquisadores têm voltado os seus esforços para a pesquisa da Modelagem Matemática na perspectiva do ensino e da aprendizagem (BLUM; NISS, 1991; BURAK, 1992; BARBOSA, 2001; FERRUZZI, 2003; ALMEIDA; DIAS, 2004; KAISER; SRIRAMAN, 2006; BLUM; FERRI, 2009; BICUDO; KLÜBER, 2011; BORSSOI, 2013; CARREIRA; BAIOA, 2018).

Para Barbosa (2001, p. 6), a Modelagem pode se configurar enquanto "ambiente de aprendizagem", no qual os alunos analisam situações advindas de outras áreas do conhecimento, com base em um tratamento matemático das informações. Esta visão também é compartilhada por Blum e Niss (1991), ao apontarem para a necessidade de o aluno se envolver em situações extramatemáticas no decorrer das aulas de Matemática, uma vez que o simples domínio sobre as ferramentas matemáticas não é sinônimo de capacidade de lidar com o conhecimento em situações contextualizadas.

Para além da resolução de problemas contextualizados, Almeida e Dias (2004) afirmam que a inserção da Modelagem em um ambiente de ensino e aprendizagem de Matemática contribui para o desenvolvimento reflexivo dos alunos, favorecendo para a formação crítica de cidadãos.

Outro aspecto relevante da Modelagem na Educação Matemática vem a ser a sua possibilidade de incursão nos diferentes níveis de ensino. Visando apresentar uma reflexão acerca das práticas dos anos iniciais do Ensino Fundamental, Tortola e Almeida (2013) apontam para as potencialidades da Modelagem na abordagem dos conteúdos curriculares propostos para aquele nível, conforme indicado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)[12]. Corroborando para este entendimento, Silva e Klüber (2012) afirmam que a Modelagem associada neste nível de

[12] Os PCNs são referências utilizadas para o Ensino Fundamental e Médio brasileiro, sobretudo no que se refere à educação voltada para o exercício da cidadania, de modo a respeitar as diversidades regionais e culturais existentes no Brasil. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/pnaes/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12657-parametros-curriculares-nacionais-5o-a-8o-series>. Acesso em: 04 set. 2019.

ensino pode ser entendida enquanto uma metodologia capaz de conciliar conhecimentos matemáticos diversos a partir de atividades de caráter dinâmico e lúdico.

No que diz respeito à Modelagem desenvolvida nos anos finais do Ensino Fundamental, Stillman, Brown e Geiger (2015) afirmam que a sua utilização nesta etapa de ensino pode favorecer o desenvolvimento do senso de antecipação e de percepção dos estudantes, aspectos fundamentais para o pensamento matemático. Em uma perspectiva adjacente, Caldeira, Silveira e Magnus (2011) apontam para a sua contribuição direta na formação política dos estudantes, uma vez que sua abordagem em sala de aula pode decorrer de temas que favoreçam a formação de cidadãos ativos e participativos quanto aos processos de decisão da comunidade em que se encontram inseridos.

No âmbito do Ensino Médio, Barbosa (2004) atribui à Modelagem a capacidade de articulação e de contextualização de informações, contribuindo para a capacidade de um aluno em coordenar conhecimentos matemáticos e da realidade, de maneira crítica. Para Brito e Almeida (2005), a utilização da Modelagem nesta etapa do ensino favorece a promoção de uma percepção inovadora sobre a Matemática, ao evidenciar o papel instrumental que a disciplina escolar possui, permitindo, assim, a construção de significados.

No que diz respeito ao Ensino Superior, Ferruzzi et al. (2004, p. 1358) afirmam que a Modelagem pode contribuir para que o indivíduo tenha condições de "visualizar a aplicabilidade da Matemática escolar na sua vida profissional como também no meio social e político em que vive". Ao analisarem uma prática de Modelagem decorrente de uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, Araújo e Barbosa (2005) apontam para a possibilidade de uma estratégia inversa, na qual determinado conceito matemático é tomado como ponto de partida para investigações e os estudantes buscam relacioná-lo a um fenômeno real, em um esforço de busca pela contextualização da Matemática.

Com base neste breve excerto encontrado na literatura, podemos perceber que, independentemente do nível de ensino relatado, as pesquisas parecem indicar as potencialidades da Modelagem em um contexto de ensino e aprendizagem de Matemática, apontando para as suas potencialidades e, sobretudo, para a formação crítica dos estudantes.

Assim, no que diz respeito à implementação da Modelagem no contexto educacional, Blum (2015) relaciona a presença de quatro justificativas: (1) do ponto de vista *pragmático*, a Modelagem contribui para a compreensão e domínio de situações advindas do mundo real; (2) do

ponto de vista *formativo*, diversas competências podem ser mobilizadas diante do engajamento do aluno em atividades de modelagem; (3) do ponto de vista *cultural*, ao evidenciar relações com o mundo extramatemático, a Modelagem possibilita a compreensão da Matemática enquanto ciência; e (4) do ponto de vista *psicológico*, a utilização de exemplos reais pode contribuir para que o aluno adquira interesse para com a Matemática, motivando-o perante determinando conteúdo.

Conforme observado pelo autor, tais justificativas apresentam uma dualidade, uma vez que, enquanto a primeira assimila a Matemática como recurso para a compreensão do mundo real, as outras três apresentam, por outro lado, o mundo real auxiliando na compreensão da Matemática. Essas considerações decorrem das diferentes perspectivas atribuídas à Modelagem no contexto educacional.

Diversos pesquisadores centraram os seus esforços na discussão acerca das diferentes perspectivas da Modelagem no contexto educacional. No cenário internacional, encontramos a sistematização elaborada por Kaiser e Sriraman (2006) com base em seis diferentes perspectivas acerca da Modelagem. Tal sistema de classificação proposto pelos autores encontra-se disposto no Quadro 1.

Quadro 1 - Classificação das perspectivas sobre Modelagem no contexto internacional

Perspectiva		**Objetivos centrais**
Realística (ou de modelagem aplicada)		• Resolução de problemas autênticos, originários de situações do mundo real;
Contextual		• Contextualização de conceitos matemáticos;
Educacional (subdivida em)	Didática	• Estruturação dos processos de aprendizagem
	Conceitual	• Introdução e desenvolvimento de conceitos
Sociocrítica		• Enfatizar o papel da Matemática na sociedade, a partir do pensamento crítico;
Epistemológica (ou modelagem teórica)		• Promoção do desenvolvimento de teorias científicas;
Cognitivista		• Compreensão das funções cognitivas envolvidas nas atividades;

Fonte: adaptado de Kaiser e Sriraman (2006).

Segundo estes autores, a Modelagem em um contexto educativo pode se diferenciar de acordo com o objetivo central da realização da atividade de modelagem: (1) na *perspectiva realística*, as situações-problemas se originam a partir de situações evidenciadas na indústria ou no ambiente de trabalho, de modo a se desenvolver a habilidade de resolução de problemas aplicados; (2) na *perspectiva contextual*, a atividade de modelagem está relacionada com o

aspecto motivacional do aluno e visa contextualizar ou evidenciar aplicações dos conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula; (3) na *perspectiva educacional*, as atividades podem servir enquanto desencadeadoras de processos de aprendizagem ou enquanto introdução de conceitos matemáticos; (4) na *perspectiva sociocrítica*, o poder formador da Matemática é evidenciado, de modo a capacitar os estudantes a exercerem a cidadania; (5) na *perspectiva epistemológica*, a Modelagem é tida enquanto conteúdo estritamente matemático, ao passo que uma atividade de modelagem busca o desenvolvimento de conceitos matemáticos; e (6) na *perspectiva cognitivista*, existe uma preocupação acerca dos processos cognitivos ativados por alunos no decorrer do desenvolvimento de atividades de modelagem.

Ao considerarmos o cenário da pesquisa nacional, a partir de um mapeamento das produções brasileiras, Biembengut (2012) sintetiza a presença de três principais enfoques evidenciados, conforme apresentados no Quadro 2.

Quadro 2 - Três enfoques da Modelagem Matemática no contexto brasileiro

Enfoque	**Principais contribuições**
Método de Ensino e Pesquisa	• Desenvolver a capacidade para resolver problemas, tomar decisões, raciocinar logicamente, bem como pesquisar; • Levar a busca de dados e interpretação dos dados; • Instigar senso de investigação, compreensão, interpretação da realidade e conscientização; • Possibilitar atividades que contribuam para entender a matemática e perceber sua importância para a compreensão e a validação dos fenômenos; • Favorecer o ensino de teorias e conceitos matemáticos a partir da realidade do estudante, facilitando sua aprendizagem;
Alternativa Pedagógica de Matemática	• Possibilitar a relação entre conteúdos matemáticos escolares e realidade; • Aprender como a matemática se faz presente no cotidiano; • Dar sentido às ideias trabalhadas; • Proporcionar aprendizagem significativa, refletindo sobre a importância da matemática escolar; • Permitir aula inovadora, dinâmica e enriquecedora que leve à aprendizagem significativa da matemática;
Ambiente de Aprendizagem	• Levar a conscientização na vertente sócio-crítica, que pressupõe a associação de reflexões; • Enfatizar a matemática como meio de questionamento social, contribuindo para a competência crítica; • Formar consciência crítica sobre a situação-problema estudada, levando a um posicionamento crítico; • Tratar assuntos de relevância social e que proporcionem aprendizagem significativa; • Envolver em questões da realidade que levem da consciência ingênua à consciência crítica.

Fonte: adaptado de Biembengut (2012, p. 201).

Para essa autora, o primeiro enfoque, intitulado *Modelagem enquanto método ou estratégia*, tem como objetivo permitir que o estudante aprenda a Matemática a partir de conhecimentos evidenciados em outras áreas, na medida em que o mesmo aprende a fazer pesquisa. O segundo enfoque, *Modelagem enquanto alternativa pedagógica*, encontra-se relacionada com a aprendizagem do estudante e é pautada nos conteúdos curriculares da disciplina de Matemática. Já no terceiro enfoque, *Modelagem enquanto ambiente de aprendizagem*, a questão social é o elemento central da Modelagem, ao passo que os procedimentos e as discussões que norteiam a sua prática remetem ao papel que a Matemática desempenha perante a sociedade.

Com base nestas considerações, pautamos nossa pesquisa nos pressupostos da *Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica*, conforme caracterizado por Biembengut (2012), diante de uma *perspectiva cognitivista*, como classificado por Kaiser e Sriraman (2006). Neste sentido, corroboramos com Almeida e Silva (2010, p. 222) ao afirmarem que a Modelagem "pode ser concebida como elemento integrador entre a realidade e o conteúdo matemático a ser ensinado".

Sobre a percepção da Modelagem enquanto alternativa pedagógica, Almeida e Dias (2004) argumentam que a Modelagem:

> [...] pode ser vista como uma alternativa para inserir aplicações da Matemática no currículo escolar sem, no entanto, alterar as formalidades inerentes ao ensino.
> Esta perspectiva para a Modelagem Matemática, no entanto, vai além da ideia utilitarista de aplicar a Matemática para resolver problemas. O desenvolvimento do conhecimento reflexivo, visando à formação de um cidadão crítico, também se insere entre os objetivos a serem atingidos quando se faz uso da Modelagem Matemática em ambientes de ensino e aprendizagem de cursos regulares (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 21).

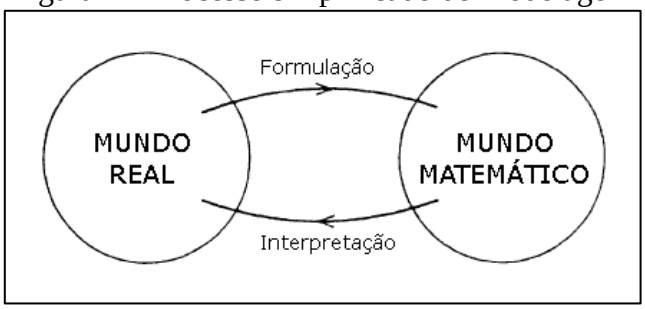
A próxima seção apresenta algumas considerações acerca da maneira como a Modelagem, ao ser entendida enquanto alternativa pedagógica, pode ser orientada no contexto de sala de aula, a partir da descrição e análise dos ciclos de modelagem.

2.2.1 Ciclos de Modelagem Matemática

Diferentes pesquisadores associam à atividade de modelagem um conjunto de ações a serem praticadas pelos alunos. De maneira simplificada, em uma das primeiras abordagens encontradas na literatura, Burghes (1980) define que uma atividade de modelagem é um processo

cíclico capaz de relacionar o "mundo real" com o "mundo matemático", conforme evidenciado pela Figura 1.

Figura 1 – Processo simplificado de Modelagem



Fonte: adaptado de Burghes (1980, p. 114).

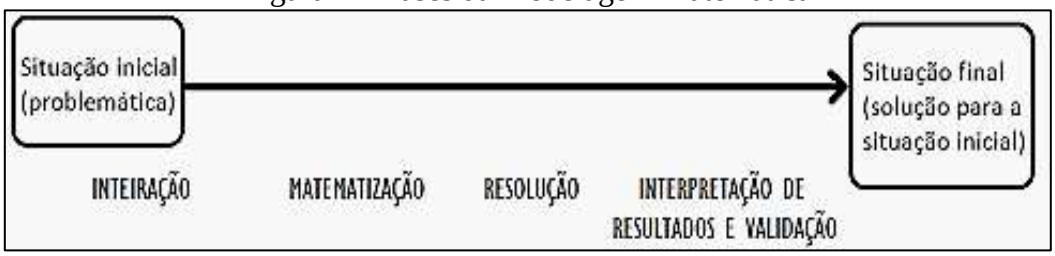
Ao se considerar a relação entre os dois "mundos", a Modelagem pode estar relacionada à matematização de fenômenos naturais evidenciados no "mundo real". Para Davis e Hersh (1986), este processo de matematização ocorre em três fases. Na primeira fase ocorre a representação dos fatores relevantes a serem considerados para o estudo do fenômeno, com base na estipulação de variáveis e expressões matemáticas, bem como nas relações observadas empiricamente entre tais variáveis. Em seguida ocorre a obtenção e manipulação do modelo, por meio do raciocínio matemático, das simplificações e substituições de variáveis em busca de uma resposta para a situação. Por fim, é feita a análise do resultado obtido à luz do fenômeno real.

Corroborando com este entendimento, Blum e Niss (1991) argumentam que uma atividade de modelagem necessita de articulações entre a situação do mundo real e a Matemática. Para tanto, as atividades de modelagem matemática podem ser constituídas a partir de um problema, chamado de situação-problema real. Assim:

> Esta situação tem de ser simplificada, idealizada e estruturada, por meio de condições e pressupostos apropriados e também pelos interesses do modelador. Isto conduz a um modelo real da situação original que, por um lado, ainda contém traços essenciais da situação original, mas, por outro lado, já está esquematizado e (se possível) permite uma aproximação com aspectos matemáticos.
> O modelo real tem de ser matematizado, ou seja, os dados, conceitos, relações, condições e pressupostos são traduzidos em matemática. Assim, resulta um modelo matemático da situação original.
> [...] O processo de resolução do problema continua no contexto da matemática, e as conclusões fundamentam-se em cálculos, verificações e aplicação de métodos e resultados matemáticos conhecidos, bem como podem abranger o desenvolvimento de novos conceitos, etc. [...] De modo geral, alguns resultados matemáticos são obtidos.
> Estes resultados têm de ser re-traduzidos para o mundo real, ou seja, ser interpretados em relação à situação original. Ao fazê-lo, o modelador também valida o modelo, ou seja, decide se o utiliza para os fins para quais foi construído (BLUM; NISS, 1991, p. 38-39).

Fundamentados neste "entendimento" de atividade de modelagem, Almeida, Silva e Vertuan (2012) definem e descrevem uma atividade de modelagem como sendo composta por cinco fases, conforme evidenciado na Figura 2.

Figura 2 – Fases da Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15).

Para esses autores, uma atividade de modelagem se inicia a partir da fase de *inteiração*, delimitando o primeiro contato entre o modelador e a situação-problema que se pretende analisar. O principal objetivo por trás desta fase vem a ser o reconhecimento das características e especificidades da situação-problema, a partir de uma busca por informações quantitativas e qualitativas. Para Dorow e Biembengut (2008), a fase de inteiração assegura o desenvolvimento das competências necessárias para o desenvolvimento da atividade de modelagem, permitindo ao indivíduo modelador "conceber ou criar ideias, abstrair, formar modelos mentais e ainda, compreender um assunto" (p. 60).

Após a coleta dos dados necessários para se inteirar sobre a situação-problema, inicia-se a fase de *matematização*. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 16), esta fase é marcada pela "transformação de uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem matemática)", tendo como objetivo principal a busca e elaboração de uma representação matemática capaz de representar matematicamente os dados coletados no decorrer da fase anterior. De acordo com Ferri (2006), a matematização é um processo dinâmico e se aperfeiçoa na medida em que o aluno se familiariza com a Modelagem[13].

Partindo da identificação da linguagem matemática, segue-se para a fase de *resolução* da atividade. A resolução consiste na "construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN,

[13] Discutiremos mais sobre a familiarização dos estudantes com a Modelagem na seção 2.2.2.

2012, p. 16). Corroborando com este entendimento, Bassanezi (2002, p. 25) argumenta que a obtenção do modelo matemático pressupõe a "existência de um dicionário que interpreta, sem ambiguidades, os símbolos e operações de uma teoria matemática em termos da linguagem utilizada na descrição do problema estudado, e vice-versa". Assim, o modelo matemático obtido contribui para a determinação dos resultados na linguagem natural do problema.

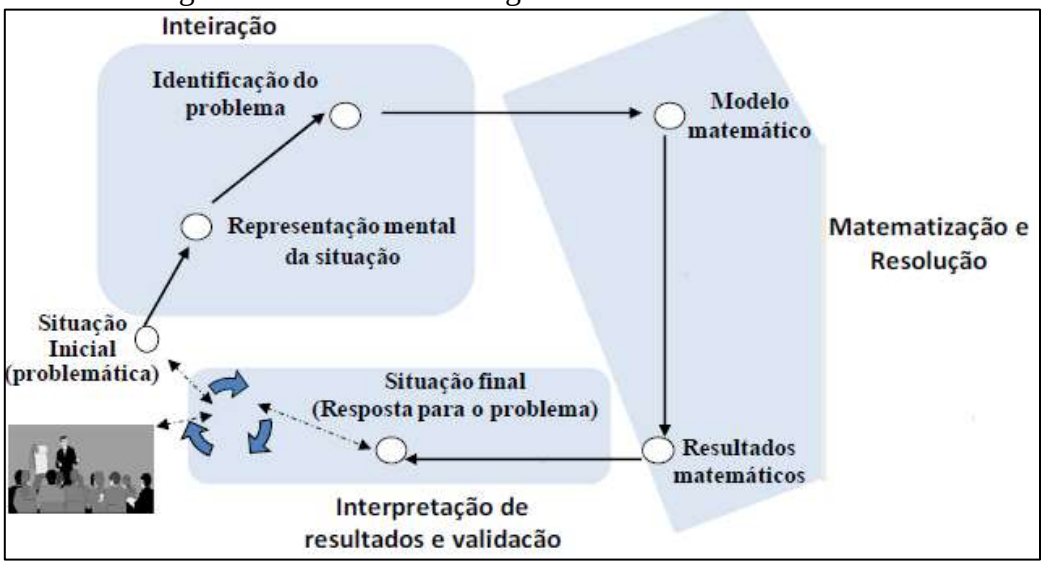
Na perspectiva de Burghes (1980), a obtenção de um modelo matemático pressupõe ao modelador retornar ao mundo real, de onde se originou o problema, em busca de uma interpretação para o resultado obtido a partir do modelo. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 16), a fase de *interpretação* visa "para além da capacidade de construir e aplicar modelos, ao desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de avaliar esse processo de construção de modelos e os diferentes contextos de suas aplicações".

A fase seguinte é caracterizada pela *validação* do modelo, "considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da representação para a situação" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16). Chaves e Santo (2008) afirmam que a validação do modelo matemático ocorre com base na análise crítica das respostas obtidas com o intuito de verificar a sua qualidade e sua adequação frente à situação proposta inicialmente.

Caso seja evidenciado que o modelo matemático obtido não foi capaz de atender às necessidades da situação é preciso retornar o processo em alguma de suas fases anteriores. Assim, as fases apresentadas, além de serem essenciais para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem, constituem uma tentativa de organizar o processo de Modelagem. Tais atividades "podem não decorrer de forma linear, e constantes movimentos de 'ida e vinda' entre as fases caracterizam a dinamicidade da atividade" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 17).

Com isso, as fases da Modelagem, conforme denotadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), podem ser representadas de maneira cíclica, evidenciando suas "idas e vindas", conforme apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Ciclo de Modelagem de acordo com suas fases



Fonte: adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Segundo Blum e Niss (1991), o caráter cíclico de uma atividade de modelagem emerge pois:

> Ao validar o modelo, discrepâncias de vários tipos podem ocorrer, o que pode conduzir a uma modificação do modelo ou a sua substituição por um novo. Em outras palavras, o processo de resolução de problemas pode exigir a volta ao ciclo várias vezes. Se, eventualmente, um modelo satisfatório for encontrado, o modelador pode usá-lo como base para fazer previsões, tomar decisões ou ações (BLUM; NISS, 1991, p. 38-39).

O desenvolvimento de atividades de modelagem em sala de aula extrapola a simples ideia de constituir uma ferramenta para a resolução de problemas. Assim, concordamos com Blomhøj e Kjeldsen (2006), quando afirmam que uma atividade de modelagem auxilia os estudantes a se engajarem em discussões e reflexões acerca da Matemática, oportunizando a observação de aplicações contextualizadas de determinados conceitos ou teorias matemáticas.

Um dos aspectos fundamentais no desenvolvimento de uma atividade de modelagem vem a ser o engajamento dos estudantes. Na literatura, autores como Silva e Vertuan (2012) e Biembengut e Hein (2009) discutem sobre a progressiva familiarização dos estudantes à medida que os mesmos participam de atividades de modelagem, estipulando a presença de diferentes momentos de familiarização. A discussão sobre esses momentos constitui o cerne da próxima seção.

2.2.2 Momentos de familiarização do aluno com a Modelagem

Segundo Silva, Almeida e Gerôlomo (2011), o desenvolvimento de atividades de modelagem exige dos alunos uma postura investigativa acerca de uma situação-problema. Todavia, em se tratando de um primeiro contato entre o aluno e a Modelagem Matemática, o senso de investigação pode não decorrer da maneira esperada, uma vez que, em muitos casos, o aluno pode não saber como proceder para se chegar a uma solução para o problema.

Para Ferri (2007), experiências vividas com a Modelagem influenciam na forma como o aluno desenvolve uma atividade, uma vez que os caminhos a serem seguidos podem ser influenciados por ações tomadas em atividades anteriores. Neste sentido, concordamos com Silva, Almeida e Gerôlomo (2011), ao afirmarem que, para que um aluno de fato aprenda a desenvolver atividades de modelagem, é necessário que o mesmo tenha um papel central no processo investigativo.

Assim, a forma como as atividades de modelagem são incorporadas em um ambiente de ensino e aprendizagem pode ocorrer de maneira gradativa, variando quanto à atuação do professor e dos alunos. Almeida, Silva e Vertuan (2012) definem que a familiarização do aluno com a Modelagem decorre de três momentos distintos:

> Em um primeiro momento, o professor coloca os alunos em contato com uma situação-problema, juntamente com os dados e as informações necessárias. A investigação do problema, a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático são acompanhadas pelo professor de modo que ações como definição de variáveis e de hipóteses, a simplificação, a transição para a linguagem matemática, obtenção e validação do modelo bem como o seu uso para a análise da situação, são em certa medida, orientadas e avalizadas pelo professor.
>
> Posteriormente, em um segundo momento, uma situação-problema é sugerida pelo professor aos alunos, e estes, divididos em grupos, complementam a coleta de informações para a investigação da situação e realizam a definição de variáveis e a formulação das hipóteses simplificadoras, a obtenção e validação do modelo matemático e seu uso para a análise da situação. O que muda, essencialmente, do primeiro momento para o segundo é a independência do estudante no que se refere à definição de procedimentos extramatemáticos e matemáticos adequados para a realização da investigação.
>
> Finalmente, no terceiro momento, os alunos, distribuídos em grupos, são responsáveis pela condução de uma atividade de modelagem, cabendo a eles a identificação de uma situação-problema, a coleta e análise dos dados, as transições de linguagem, a identificação de conceitos matemáticos, a obtenção e validação do modelo e seu uso para a análise da situação, bem como a comunicação desta investigação para a comunidade escolar (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 26).

Para esses autores, a ação do professor é mais intensa no decorrer do primeiro e do segundo momento de familiarização. Este acompanhamento contribui para que o aluno

desenvolva as competências necessárias, orientando para que o mesmo tenha condições de conduzir uma atividade de forma mais independente no terceiro momento de familiarização.

Para Almeida e Dias (2004), ao passo que o estudante progride frente aos diferentes momentos de familiarização, passa a existir uma consolidação de sua compreensão acerca do processo de Modelagem, ao se considerar novas formas de se obter uma solução para a situação em estudo, o que contribui para a capacidade de reflexão acerca as soluções obtidas.

Tendo em mente os procedimentos e os atores que compõem o uma atividade de modelagem, torna-se necessário evidenciar a forma como a atividade pode ser inserida no contexto da disciplina de Matemática. Assim, próxima seção apresenta algumas considerações a respeito da condução dessas atividades.

2.2.3 O contexto e a condução de atividades de modelagem

Ao considerarmos a Modelagem enquanto uma alternativa pedagógica é preciso ter em mente a forma como ela ocorre, bem como as relações evidenciadas com o currículo da disciplina de Matemática. Para Almeida e Vertuan (2011, p. 24), a incorporação dessas atividades "deve levar em consideração especificidades do contexto educacional, dando atenção aos professores, aos alunos e à própria estrutura escolar".

Assim, não existe uma única forma de se introduzir a Modelagem nas aulas de Matemática. Neste sentido, Blum e Niss (1991) apresentam seis diferentes contextos de desenvolvimento de atividades de Modelagem, aos quais os autores se referem como abordagens:

(1) *abordagem da separação*, na qual a Modelagem é trabalhada em um curso destinado especificamente para tal fim, e não nas aulas ordinárias de Matemática;

(2) *abordagem de dois compartimentos*, na qual a matriz curricular da disciplina de Matemática é dividida em duas partes, uma para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos e outra para a realização de atividades de modelagem;

(3) *abordagem de ilhas*, com a matriz curricular dividida em diversos segmentos menores, de acordo com os conteúdos programáticos e, de maneira similar à abordagem de dois compartimentos, com o desenvolvimento de cada conteúdo e uma respectiva atividade de modelagem.

(4) *abordagem mista*, com a invocação, quando for conveniente, de elementos de Modelagem, quer seja para introduzir um conceito matemático ou para demonstrar a aplicação de determinado conteúdo;

(5) *abordagem de currículo integrado*, na qual uma atividade de modelagem serve para a introdução de um conteúdo, a ser trabalhado de acordo com os aspectos evidenciados na Modelagem e;

(6) *abordagem interdisciplinar integrada*, com base na integração da atividade de modelagem em uma estrutura interdisciplinar de projetos, onde a Matemática não é tida enquanto um tópico separado.

Cada uma dessas abordagens apresenta as suas potencialidades e suas limitações e cabe ao professor responsável a forma como desenvolve a Modelagem em suas aulas.

Analogamente, Burak (2014, p. 4) afirma que é possível "compreender, pesquisar e fazer modelagem matemática" em diferentes níveis de ensino e em diferentes contextos. Uma das formas de se promover o desenvolvimento de atividades de Modelagem vem a ser a partir da utilização de situações contempladas em outras áreas do conhecimento, como é o caso da Modelagem a partir de fenômenos de caráter científico.

2.3 SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA E SUA RELAÇÃO COM AS CIÊNCIAS

Partindo do pressuposto de Burghes (1980), de que a Modelagem consiste no trabalho com situações-problema originárias a partir de situações evidenciadas no mundo real, bem como na consequente tradução de uma linguagem natural para uma linguagem matemática, podemos destacar o potencial da Modelagem em outras áreas do conhecimento. Segundo Bassanezi (2002), a Modelagem pode estar difundida em diversos campos, tais como a Física, a Química e a Biologia.

Corroborando com este entendimento, Carreira (1998) afirma que os modelos matemáticos constituem uma forma de se interpretar a realidade, associando conceitos matemáticos ao conhecimento científico[14]. Partindo do pressuposto de uma estratégia heurística,

[14] Segundo Moreira (2014, p. 2) o conhecimento científico "se caracteriza por buscar explicações sobre eventos e objetos físicos, químicos, biológicos e afins. [...] Neste processo, observações, conjeturas, experimentos, verificações, refutações, conceitos, modelos, teorias, estão na essência da construção do conhecimento científico".

a busca por modelos matemáticos, neste caso, encontra-se associada à capacidade de se imitar ou se prever determinado comportamento do universo.

Com base nessa relação entre a Modelagem e as Ciências Naturais, o desenvolvimento de atividades de modelagem é viabilizado a partir de dados e informações observados empiricamente. No que diz respeito à sua realização em contexto escolar, Cury (2003) afirma que a associação existente entre a Modelagem e as Ciências, em qualquer nível, constitui uma forma de despertar o senso de reflexão nos estudantes, em detrimento ao mero treinamento para a resolução de problemas padronizados.

Uma das formas de obtenção dos dados empíricos para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem vem a ser a realização de experimentos investigativos, originários de situações evidenciadas em outras disciplinas. Na seção seguinte trazemos algumas considerações a respeito da Modelagem Matemática em um contexto de atividades experimentais investigativas.

2.3.1 Experimentação e Modelagem

A experimentação desempenha um papel fundamental quando vinculada ao ensino, evidenciando suas potencialidades ao ser assimilada em um contexto de sala de aula. Malheiro (2009) argumenta que a experimentação se constitui enquanto uma ferramenta indissociável entre teoria e prática, permitindo ao professor a abordagem de diversos conteúdos por meio da visualização de fenômenos reais.

Para esse autor, a experimentação:

> além de todas as contribuições positivas que pode dar para a aprendizagem significativa dos alunos, enfatiza o comportamento crítico e criativo dos estudantes diante do processo e dos resultados alcançados, como mais um dos inúmeros objetivos da experimentação (MALHEIRO, 2009, p. 66).

Corroborando com este entendimento, Laburú (2006) afirma que um dos principais objetivos de uma atividade experimental vem a ser a transição do abstrato para o concreto, com base em um contexto crítico e problemático.

Ao discutir sobre as características desejadas em uma atividade experimental, Alves Filho (2000) destaca que:

> Como objeto didático sua estrutura deve agregar características de versatilidade, de modo a permitir que seu papel mediador se apresente em qualquer tempo e nos mais diferentes momentos do diálogo sobre o saber no processo ensino-aprendizagem. E,

> principalmente, é um objeto de ação que, manipulado didaticamente pelo professor, irá se inserir no discurso construtivista facilitando a indução do fenômeno didático que objetiva o ensino de saberes (ALVES FILHO, 2000, p. 262-263).

Neste caso, o contexto para a experimentação deve surgir a partir da identificação de um problema a ser solucionado. Segundo Suart e Marcondes (2009), o processo reflexivo e decisório de uma sequência lógica a ser seguida deve ser priorizado na condução de uma atividade experimental, evitando-se a investigação de situações que apresentem soluções iminentes e imediatas.

Segundo Gaspar e Monteiro (2005), a realização de atividades experimentais auxilia na construção do conhecimento, por parte do aluno, acerca de determinado assunto. Sendo assim, tanto do ponto de vista cognitivo quanto da aprendizagem de conceitos, pode ser considerada enquanto uma alternativa pedagogicamente válida. Ainda, Bassoli (2014) argumenta que o desenvolvimento de uma atividade experimental demanda grande participação por parte do aluno, uma vez que envolve a "discussão de ideias, elaboração de hipóteses explicativas e experimentos para testá-las" (p. 583).

Em um estudo acerca da realização das atividades experimentais no ensino de Ciências, Oliveira (2010) elenca algumas das possíveis contribuições das atividades experimentais para o processo de ensino e de aprendizagem, a constar: o *aspecto motivacional* dos alunos, o desenvolvimento da capacidade de se *trabalhar em grupo*, o desenvolvimento da *iniciativa pessoal e da tomada de decisão*, o estímulo da *criatividade*, o aprimoramento da capacidade de *observação e de registro das informações*, o aprimoramento na capacidade de *analisar dados e propor hipóteses*, a *aprendizagem* de conceitos científicos, a *detecção e correção de erros* conceituais, a *compreensão da natureza* da Ciência, a *compreensão das relações existentes* entre Ciência, Tecnologia e Sociedade e o aprimoramento de *habilidades manipulativas*.

Neste sentido, o contexto em que a experimentação ocorre em sala de aula precisa ser investigado e deve levar em consideração o encaminhamento a ser seguido e o grau de direcionamento desejado para a atividade. Segundo Araújo e Abib (2003), uma atividade experimental pode ser classificada em três tipos: (1) *experimentos de demonstração ou observação*, utilizados para elucidar alguns aspectos referentes a um fenômeno específico e inédito, cujos conceitos são introduzidos à medida que o aluno progride na experimentação; (2) *experimentos de verificação*, recomendados para a validação de leis oriundas de conteúdos recentemente contemplados, contribuindo para a capacidade de se efetuar generalizações acerca

do fenômeno estudado e (3) *experimentos investigativos*, a partir da resolução de problemas, tomando como base os conhecimentos construídos sobre o assunto e frequentemente associados a aspectos oriundos do cotidiano.

O uso de experimentação como estratégia de ensino nos diferentes níveis de ensino tem sido apontado por diversos pesquisadores como uma alternativa prolífica de se minimizar as dificuldades evidenciadas no decorrer do processo de ensino e de aprendizagem (GIORDAN, 1999; ETKINA et al., 2002; GASPAR; MONTEIRO, 2005; MALHEIRO, 2009; SUART; MARCONDES, 2009). Em comum, tais pesquisadores destacam as contribuições fornecidas pela experimentação para a estruturação do pensamento crítico e científico do aluno.

Sendo assim, no que se refere à condução de uma atividade experimental, Sandri (2018) aponta para a ascensão de três momentos distintos: (1) *momento pré-laboratório*, focado nos aspectos teóricos acerca do fenômeno a ser investigado, consiste no primeiro contato a ser estabelecido entre os alunos e aspectos do experimento, buscando confrontar concepções prévias; (2) *momento laboratório*, a partir da efetiva realização do experimento, ancorado em um protocolo que serve de apoio para a organização do processo laboratorial; e (3) *momento pós-laboratório*, com base na análise dos resultados obtidos no decorrer do procedimento, bem como a compreensão acerca do fenômeno observado.

A partir da experimentação, torna-se possível a obtenção de um modelo científico, uma criação cultural utilizada para a obtenção de "aproximações" de uma teoria científica. Para Morgan e Morrison (1999) tais modelos podem ser utilizados no estudo e/ou na compreensão de diferentes aspectos do mundo, tornando-os descritíveis de forma quantitativa e qualitativamente.

Para essas autoras, os modelos científicos, além de atuarem enquanto agentes ativos no processo de aprendizagem, possuem elevado poder representacional, permitindo a extrapolação dos aspectos visuais ou físicos de determinado objeto, acontecimento ou entidade. Para Justi (2006), a elaboração de modelos científicos é feita a partir de um objetivo previamente estabelecido.

Logo, ao se considerar as potencialidades da realização de uma atividade experimental, é possível traçar paralelos com a condução de uma atividade de modelagem matemática. Segundo Heidemann (2006), a experimentação pode se constituir enquanto situação problemática a ser estudada em uma atividade de modelagem. Logo, com base na análise das informações, das variáveis e dos dados coletados empiricamente, torna-se possível estudar um fenômeno

observado experimentalmente, a partir de um viés matemático, o que pode permitir a realização de predições sobre o mesmo.

Diversos estudos apontam para a relação entre Modelagem Matemática e os métodos utilizados nas Ciências Experimentais (BORBA; VILLARREAL, 2005; GREEFRATH; SILLER; WEITENDORF, 2011; CARREIRA; BAIOA, 2018). As pesquisas parecem indicar que os experimentos auxiliam na elaboração de conjecturas, na descoberta de resultados matemáticos e na possibilidade de se tratar diferentes caminhos em busca de um objetivo. Isso se faz presente, pois no trabalho experimental, o aluno "raciocina sobre o problema proposto e procura respostas para sua solução a partir da proposição de hipóteses e análise dos dados, manifestando assim, suas habilidades de cognição" (SUART; MARCONDES, 2009, p. 51-52).

Em um contexto de experimentação investigativa, a Modelagem Matemática pode servir enquanto uma ponte entre conhecimentos matemáticos e conhecimentos científicos, permitindo uma visão integrada de seus currículos e permitindo aos alunos contemplarem a matemática em um contexto de investigação científica de um problema do mundo real (CARREIRA; BAIOA, 2018).

Em outra pesquisa, as autoras afirmam que a experimentação pode corresponder a um tipo particular de Modelagem, com base em três fatos:

> (1) Os alunos têm a oportunidade de aprender fazendo (enquanto executam manipulação e experimentação reais, se engajam em conjecturar e validar). (2) Trabalhar com materiais físicos concretos é uma maneira de investigar as propriedades matemáticas dos objetos. (3) Investigar por meio da experimentação reflete sobre ações mentais e sobre a aprendizagem subsequente de ideias matemáticas e se torna uma maneira de desenvolver compreensão de modelos matemáticos (CARREIRA; BAIOA, 2011, p. 214).

De modo a discorrer mais acerca da relação existente entre a Modelagem Matemática e a experimentação, trazemos na seção seguinte um mapeamento de produções científicas da área da Educação Matemática.

2.3.2 Mapeamento das produções científicas

Como a experimentação em contexto de Modelagem constitui o *corpus* de nossa pesquisa, realizamos um estudo prévio, de modo a estabelecer um estado da arte com relação à experimentação em atividades de modelagem, a partir das produções científicas submetidas em

eventos de Educação Matemática. Tal pesquisa se fez relevante, orientando nosso entendimento acerca da forma como tais atividades vêm sendo conduzidas e discutidas.

De tal modo, elegemos como base de dados para essa pesquisa trabalhos apresentados em três eventos: o 7º Encontro Paranaense sobre Modelagem na Educação Matemática (VII EPMEM), de 2018; a 10ª Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (X CNMEM), de 2017; e a 17ª edição do International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA), também em 2017. A escolha por estes eventos parte do princípio de abordar os principais eventos voltados para a Modelagem Matemática na Educação Matemática, em nível regional, nacional e internacional, respectivamente. Resultados desta pesquisa são relatados com mais detalhe em Araki e Silva (2019).

A partir da análise preliminar dos aspectos metodológicos, da descrição e da análise dos dados evidenciados nos duzentos e cinquenta trabalhos encontrados, observamos que em vinte e sete trabalhos a experimentação se fez presente no desenvolvimento da atividade de modelagem. O Quadro 3 apresenta uma distribuição dos trabalhos selecionados para a análise, com base no evento ao qual cada um foi publicado, bem como a sua modalidade (comunicação científica, relato de experiência, prática de sala de aula[15] ou capítulo).

Quadro 3 – Levantamento bibliográfico

Evento	Total de trabalhos	Trabalhos que abordam a experimentação
EPMEM	37 comunicações científicas (CC) 46 relatos de experiência (RE) 15 práticas de sala de aula (PSA)	2 comunicações científicas 7 relatos de experiência 2 práticas de sala de aula
CNMEM	54 comunicações científicas 46 relatos de experiência	5 comunicações científicas 8 relatos de experiência
ICTMA	52 capítulos	3 capítulos

Fonte: ARAKI; SILVA, 2019.

No Quadro 4, apresentamos as informações dos trabalhos selecionados, os autores e os títulos. Para a identificação, referimo-nos aos trabalhos utilizando uma letra referente à inicial do evento, seguida de um número subscrito, de modo a ordenar os trabalhos de acordo com a sua disposição nos anais destes eventos. De tal modo, a letra E indica um texto submetido ao EPMEM, a letra C à CNMEM e a letra I a um texto do ICTMA. Além disso, indicamos a modalidade na qual o trabalho foi publicado.

[15] As práticas de sala de aula correspondem a uma modalidade exclusiva do EPMEM, na qual os trabalhos submetidos foram desenvolvidos por professores que atuam na Educação Básica, apresentando práticas com Modelagem Matemática realizadas nas escolas.

Quadro 4 – Textos pesquisados cujos autores utilizam experimentação investigativa

Identificação	Autores	Título	Modalidade
E_1	SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O.	Avaliação formativa na construção de um portfólio de atividades de modelagem matemática	CC
E_2	SOUZA, D. C. ROSA, C. C.	Modelagem matemática e sua influência nas representações sociais acerca da trigonometria	CC
E_3	BRUM, E. S. B. OLIVEIRA, I. B. M. LEITE, V. D.	"Tinha um barranco no meio do caminho, no meio do caminho tinha um barranco": investigando e aprendendo por meio da modelagem matemática	RE
E_4	ARAKI, P. H. H. SILVA, K. A. P.	Modelagem matemática no contexto de uma atividade experimental investigativa	RE
E_5	VIDOTTI, D. B. MELO, P. A. P. KATO, L. A.	A mobilização de conceitos do cálculo na construção de modelos matemáticos para superfícies	RE
E_6	SILVA, R. T. BORSSOI, A. H. REIS, C. B. O.	A videoanálise em fluidos: antecipação para uma atividade de modelagem matemática	RE
E_7	SANTOS, C. T. B. CALHEIROS, K. J. M. CARVALHO, F. J. R.	Modelagem matemática no Ensino Fundamental: uma possibilidade para explorar o conceito de área	RE
E_8	FERREIRA, M. C. PEREIRA, L. P. R. SOUZA, B. N. P. A.	Uma atividade de modelagem matemática para a análise da germinação de semente do pepino	RE
E_9	REMOR, A. V. GONÇALVES, D. SCHRENK, S.	Como fazer a pedra quicar na água?	RE
E_{10}	PERON, C. K.	Desperdício da água do ar condicionado	PSA
E_{11}	COUTINHO, L. TORTOLA, E. SILVA, K. A. P.	Modelagem matemática na educação infantil: uma atividade com brigadeiros	PSA
C_1	LITTIG, J. LORENZONI, L. L.	O desenvolvimento do conhecimento reflexivo no ambiente de modelagem matemática a partir das discussões matemáticas, técnicas e reflexivas	CC
C_2	MENEGUELLI, L. REZENDE, O. L. T. LORENZONI, L. L.	Desenvolvimento de competências estatísticas numa atividade de modelagem matemática	CC
C_3	RONCHETTI, W. A. OLARIO, E. M. V. REZENDE, O. L. T. LORENZONI, L. L.	As ações cognitivas e a atividade de modelagem matemática na aprendizagem de funções	CC
C_4	BRITO, D. S. ALMEIDA, L. M. W.	Aprendizagem na modelagem matemática: em busca de uma compreensão fenomenológica	CC
C_5	SOUZA, H. C. T. OLIVEIRA, C. F. ALMEIDA, L. M. W.	O seguir regras em uma atividade de modelagem matemática	CC
C_6	BECK, M. M.	Uma experiência de modelagem matemática no ensino por ciclos no município de Porto Alegre	RE
C_7	MENDONÇA, S. C. MERLI, R. F.	Um estudo da propagação do fogo em palitos de fósforo	RE

C_8	SCHWERTNER, A. E. WILLE, J. L. VERTUAN, R. E.	Pilhas eletroquímicas: uma abordagem didática com modelagem matemática	RE
C_9	MENEZES, R. O. DUARTE, W. E. BRAGA, R. M. SANTO, A. O. E.	Atividades desenvolvidas no laboratório experimental de modelagem matemática	RE
C_{10}	SANTOS, M. L. DIAS, C. M.	Experimento prático didático de modelagem usando o sistema massa-mola	RE
C_{11}	SILVA, J. M. G. SILVA, K. A. P.	Conceitos químicos numa atividade de modelagem matemática: uma proposta	RE
C_{12}	DIAS, C. M. SANTOS, M. L. NASCIMENTO, P. J. S.	Compreendendo o conceito de erro: um experimento prático pela Lei de Hooke	RE
C_{13}	SCHRENK, M. J. VERTUAN, R. E.	Do voo de um avião de papel à uma atividade de modelagem matemática: o relato de uma experiência	RE
I_1	CARON, F. PINEAU, K.	L'Hospital's weight problem: testing the boundaries between Mathematics and Physics and between application and modeling	
I_2	KAWAKAMI, T.	Combining models related to data distribution through productive experimentation	
I_3	ORTEGA, M. PUIG, L.	Using modelling and tablets in the classroom to learn quadratic functions	

Fonte: ARAKI; SILVA, 2019.

Durante o mapeamento das produções, identificamos a presença de outros textos que relacionavam o papel heurístico da Modelagem ao considerar a coleta de dados empíricos. Todavia, optamos por aqueles nos quais a experimentação se constituiu enquanto etapa da atividade de modelagem relatada.

No que se refere ao nível de ensino no qual cada atividade de modelagem relatada foi desenvolvida, podemos evidenciar que, nos textos selecionados, existe uma predominância de trabalhos decorrentes do Ensino Superior, tal como indicado no Quadro 5.

Quadro 5 – Distribuição quanto aos níveis de ensino dos modeladores

Nível	Trabalhos	Quantidade de trabalhos
Educação Infantil	E_{11}	1
Anos iniciais do Ensino Fundamental	I_2	1
Anos finais do Ensino Fundamental	E_4, E_7, E_{10}, C_4, C_6	5
Ensino Médio	E_2, C_1, C_2, C_3, I_3	5
Ensino Superior - Graduação	E_1, E_5, E_8, E_9, C_7, C_9, C_{10}, C_{11}, C_{12}, C_{13}, I_1	11
Ensino Superior – Pós-graduação	C_5, C_8, E_3, E_6	4

Fonte: ARAKI; SILVA, 2019.

Quanto às áreas de conhecimento que fundamentaram as experimentações, podemos verificar que os experimentos relatados decorreram de conceitos trabalhados na Química, na Física, na Biologia e na própria Matemática. O Quadro 6 apresenta uma distribuição dos trabalhos quanto às áreas de conhecimento.

Quadro 6 – Distribuição quanto às áreas de conhecimento do experimento

Área do conhecimento	Trabalhos	Quantidade de trabalhos
Química	E_1, E_{10}, C_8, C_9, C_{11}	5
Física	E_4, E_6, E_9, C_2, C_5, C_6, C_7, C_9[16], C_{10}, C_{12}, C_{13}, I_1, I_2, I_3	14
Biologia	E_8	1
Matemática	E_2, E_3, E_5, E_7, E_{11}, C_1, C_3, C_4	9

Fonte: ARAKI; SILVA, 2019.

Tomando como base a classificação proposta por Araújo e Abib (2003), podemos inferir acerca do contexto e das motivações por trás da experimentação nas atividades relatadas nos artigos. Assim, nosso entendimento, a partir do arcabouço teórico considerado, foi que em três trabalhos foram relatados experimentos de demonstração/observação, sete trabalhos remetem a experimentos de verificação e em dezessete trabalhos o tipo de experimento considerado vem a ser de cunho investigativo. O Quadro 7 traz os vinte e sete trabalhos organizados de acordo com o tipo de experimentação vivenciada pelos modeladores.

Quadro 7 – Distribuição quanto ao tipo de experimentação

Tipo de experimentação	Trabalhos	Quantidade de trabalhos
Demonstração/Observação	E_7, C_{10}, I_3	3
Verificação	E_2, E_5, E_9, C_3, C_6, C_{12}, I_1	7
Investigação	E_1, E_3, E_4, E_6, E_8, E_{10}, E_{11}, C_1, C_2, C_4, C_5, C_7, C_8, C_9, C_{11}, C_{13}, I_2	17

Fonte: ARAKI; SILVA (2019).

O principal indicativo dos trabalhos aqui categorizados como experimentação para demonstração ou observação vem a ser a formalização de conceitos no decorrer da atividade. No trabalho E_7, os autores apresentam uma proposta de atividade de modelagem a partir da aferição da área dos espaços comuns de uma escola, com o auxílio de um molde confeccionado em jornal em formato de um quadrado com um metro de lado. À medida que os alunos iam desenvolvendo

[16] O trabalho C_9 apresenta três propostas de atividades experimentais realizadas, sendo duas originárias da Química e uma da Física e, portanto, optamos em representa-lo sob as duas áreas de conhecimento.

a atividade, o conceito de área, até então relacionado pelos alunos como sendo uma relação de "base vezes altura", foi sendo aprimorado.

Similarmente, o trabalho I_3 apresenta indícios de experimento de observação, ao passo que os estudantes se envolviam com uma atividade onde era requerida a determinação da altura de uma bola em movimento de queda livre. Como os alunos não haviam tido contato com as questões referentes à cinemática, no decorrer da atividade alguns conceitos foram elucidados, corroborando para o entendimento do fenômeno.

Segundo Etkina et al. (2002), os experimentos de demonstração ou observação estão frequentemente relacionados com o início de uma sequência didática, contribuindo para a compreensão conceitual do fenômeno observado experimentalmente.

No que se refere aos experimentos de verificação, percebemos que, em sua grande maioria, fazem alusão a aspectos trabalhados anteriormente, na busca por uma validação da teoria estudada. No trabalho E_2, por exemplo, a partir das indagações dos alunos de onde utilizar a trigonometria, assunto que estava sendo trabalhado em Matemática, foi proposta a utilização de um teodolito[17] para a aferição da altura da caixa d'água do colégio.

O mesmo pode ser observado no trabalho C_3, no qual os alunos, partindo da conceituação de razão áurea, buscaram identificar relações tidas como perfeitas no corpo humano, a partir da mensuração de diferentes partes.

No trabalho E_5 evidenciamos que a experimentação se originou a partir de um minicurso que, dentre outros aspectos, buscou relacionar conceitos observados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Para tanto, a partir do conhecimento construído no decorrer do minicurso, bem como do conhecimento prévio de seus participantes, buscou-se analisar o volume de uma laranja, a partir da aferição de suas dimensões e relações com a geometria.

No âmbito da Física, observamos uma predileção para experimentos de verificação de conceitos da Mecânica. No trabalho E_9, as autoras buscaram relacionar conceitos para o lançamento ideal para que uma pedra quicasse na água. Já o trabalho C_6 apresenta um experimento referente à influência da massa de um projétil em um lançamento oblíquo. Ainda no que tange à Mecânica, os autores do trabalho I_1 relatam um experimento embasado no problema de otimização proposto por L'Hospital, no qual, com base no conhecimento sobre vetores de

[17] Instrumento de precisão utilizado na mensuração de ângulos verticais e horizontais, frequentemente utilizado na topografia e na geofísica (SOUZA; ROSA, 2018).

força, geometria e trigonometria, buscavam identificar a posição de equilíbrio de um peso, mediante um sistema de polias.

Quanto à análise dos experimentos investigativos, identificamos a ocorrência de duas situações: atividades cuja motivação surgiu a partir de situações reais e cotidianas (E_3, E_{10}, E_{11}, C_1, C_2 e C_9) e atividades originárias da investigação de um marco conceitual (E_1, E_4, E_6, E_8, C_4, C_5, C_7, C_8, C_9, C_{11}, C_{13}, I_2).

Quanto aos trabalhos que fazem alusão a uma situação real e cotidiana, o experimento utilizado em E_3 partiu de uma situação real (deslizamento de um talude[18]), no qual se buscou determinar a quantidade de terra necessária para a contenção de um barranco, utilizando-se de princípios da geometria. No caso do trabalho E_{10}, a autora retrata um experimento que teve como princípio a questão da umidade relativa do ar e o desperdício da água proveniente do funcionamento de aparelhos de ar condicionado.

Os autores do trabalho E_{11} apresentam uma prática que ocorreu com alunos da Educação Infantil, no qual a turma deveria estimar as dimensões ideais de um brigadeiro, de modo que nenhum aluno ficasse sem o doce. Já nos trabalhos C_1 e C_2, a experimentação estava relacionada com o ambiente escolar, avaliando a quantidade de água necessária para a irrigação de um canteiro e os níveis de ruído e de temperatura de uma escola, respectivamente.

No que se referem aos trabalhos que partiram de um marco conceitual, os autores do trabalho E_1 apresentam, dentre outras propostas de modelagem, uma atividade na qual o tempo de reação de uma pastilha efervescente foi analisado com base na variação da massa do comprimido, disposta em certo volume de água. Já o trabalho E_4 relata um experimento realizado no âmbito da calorimetria, no qual os alunos investigaram a quantidade de calorias de amostras de alimento, partindo do princípio do calor liberado a partir de sua combustão.

O trabalho C_5 buscou investigar o movimento circular uniforme delimitado a partir do movimento de pedalada de uma bicicleta, com o auxílio de um *software* de análise de vídeo. O artigo E_6 analisa um experimento motivado pelo efeito de diferentes líquidos, de densidades diferentes, no tempo que uma esfera leva para atingir o fundo de um recipiente.

[18] "Superfície inclinada nos cortes e aterros, rampa, escarpa. Inclinação na superfície de um terreno, de um muro ou de uma obra qualquer. Acumulação de detritos rochosos grossos e angulosos na base de um recife ou declive rochoso escarpado" (MICHAELIS, 2018).

No trabalho E_8, o único a investigar um conceito oriundo da Biologia, os autores buscaram investigar o efeito alelopático[19] de plantas daninhas no processo de germinação e desenvolvimento do pepino.

O experimento apresentado no trabalho C_4 buscou identificar a relação entre o volume de líquido no interior de uma lata de refrigerante e sua capacidade de permanecer em equilíbrio, ao ser apoiada de maneira inclinada. Os autores do trabalho C_7 buscaram identificar as possíveis relações existentes entre a geometria e a propagação do fogo, com base em um experimento utilizando fósforos.

No caso do trabalho C_8, os autores relatam uma atividade experimental para a investigação do funcionamento de duas pilhas caseiras: uma pilha feita com solução de zinco e cobre e uma pilha feita com refrigerante. Um dos experimentos relatados no trabalho C_9 também utilizou o conceito de concentração de soluções, ao investigar a concentração de sal presente em um fluxo de escoamento contínuo de água, comparando resultados de uma amostra obtida na entrada e na saída de um sistema de escoamento.

Os autores do trabalho C_{11} buscaram investigar experimentalmente as propriedades físicas e químicas do leite, comparando os resultados obtidos antes e após o seu aquecimento.

Os trabalhos C_{13} e I_2 apresentaram estratégias similares. No primeiro, os autores investigaram a distância percorrida por um avião de papel, a partir da variação do ângulo observado em sua ponta, enquanto no segundo, o autor apresenta uma proposta de investigação do tempo de voo de helicópteros de papel, lançados a partir de uma altura fixa, com base no comprimento de suas lâminas.

Com base na análise dos diferentes trabalhos podemos evidenciar, também, que um mesmo conteúdo foi abordado utilizando-se de três tipos diferentes de experimento. Os trabalhos C_9, C_{10} e C_{12} relataram a análise de um oscilador massa-mola com base em um experimento de investigação, de demonstração e de verificação, respectivamente.

No primeiro, a proposta de atividade surgiu a partir de uma situação real que fazia alusão à colisão de uma balsa em uma ponte e que, ultimamente, acarretou em sua queda. Com base em uma investigação, acreditava-se que o colapso ocorreu graças ao movimento de vibração gerado pela colisão. No segundo caso, os alunos foram instruídos a analisar um sistema composto por

[19] Efeito inibitório que uma planta, que apresenta maior dominância vegetal, apresenta com relação à outra, interferindo em sua germinação (TUKEY JR, 1969).

uma massa e uma mola. Todavia, como não haviam tido contato com esse conteúdo anteriormente, foi apresentada a Lei de Hooke, que relaciona a força exercida pela mola à sua deformação, de modo diretamente proporcional. Já no caso do trabalho C_{12}, o experimento apresentado teve como objetivo analisar o comportamento de duas molas, submetidas a diferentes massas, buscando a validação da função que caracteriza a Lei de Hooke, conceito já trabalhado anteriormente.

Em termos gerais, a nossa análise com relação aos trabalhos que tratam da experimentação em um contexto de atividades de modelagem conclui que, ao se optar por um ambiente de coleta de dados empíricos, os autores consideram a experimentação enquanto elemento do ciclo de modelagem, fazendo referência aos aspectos apontados em pesquisas da área e elucidados neste trabalho.

Em nossa pesquisa nos debruçamos em atividades experimentais investigativas desenvolvidas no contexto de aulas com Modelagem Matemática nas quais pressupostos químicos se fazem presentes. Nosso olhar, todavia, está fundamentado na Semiótica Peirceana, mais especificamente no que diz respeito aos recursos semióticos enquanto artefatos para a atribuição de significado para objetos matemáticos que emergem no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

3 SEMIÓTICA E RECURSOS SEMIÓTICOS

"A grandiosa narrativa da ciência deve ser
celebrada como um dos grandes feitos do intelecto
humano, um testemunho da nossa habilidade
coletiva de criar conhecimento."
Marcelo Gleiser (1959 – presente)

No presente capítulo continuamos apresentando o quadro teórico a partir do qual a pesquisa em questão se embasou. Para tanto, apresentamos os pressupostos teóricos da Semiótica enquanto ciência. Inicialmente, traçamos um breve histórico da Semiótica, desde suas origens na Grécia Antiga até as concepções mais contemporâneas, em especial à vertente criada pelo fislósofo norte-americano Charles Sanders Peirce (1839-1914).

Na sequência, abordamos algumas definições de terminologias e dos conceitos atrelados ao estudo da Semiótica Peirceana, que se fazem necessárias para a condução de nossa pesquisa, sucedidas pela uma apresentação da noção de significado no contexto da Semiótica Peirceana. Em seguida, tratamos de algumas relações evidenciadas entre a Semiótica e a Educação Matemática, sobretudo no âmbito da Modelagem. Por fim, apresentamos a definição de recurso semiótico enquanto elemento fundamental para a produção de signos.

3.1 DA SEMIÓTICA GREGA À SEMIÓTICA PEIRCEANA

Apesar de a Semiótica ser considerada uma vertente científica relativamente recente, uma simples análise de sua raiz etimológica nos apresenta indícios que, no mais tardar, datam a sua utilização no período socrático da filosofia antiga. Como evidenciado pelo estudo conduzido pelo filósofo e semioticista John Deely (2006), uma das primeiras evidências da utilização deste termo é evidenciada pela ideia de *σημεῖον* (*semeion*), na Grécia Antiga. Um *semeion* estaria relacionado com um "sinal", um indicativo de determinado fenômeno de natureza física.

Neste sentido, uma das primeiras evidências concretas de sua aplicação, conforme destacam D'Amore, Pinilla e Iori (2015), vem a ser a partir da noção de *semeiotiké*, isto é, o

estudo do *semeion*. A *semeiotiké* estava relacionada à medicina, mais especificamente ao estudo dos sintomas manifestados por uma pessoa com determinada doença.

Para esses autores, a ideia de *semeion*, para a semiótica grega:

> [...] denotava somente um dado fenômeno natural A, acessível pelos sentidos, que devia lembrar outro fenômeno natural B (diferente de A), não imediata ou diretamente acessível como A, mas a ele ligado por meio de uma relação de causa-efeito (se A então B, se há fumaça então há fogo), de maneira a poder explicar ou caracterizar A de alguma forma. Denotava, portanto, uma interação de natureza física, não social, ou uma forma de inferência (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 28).

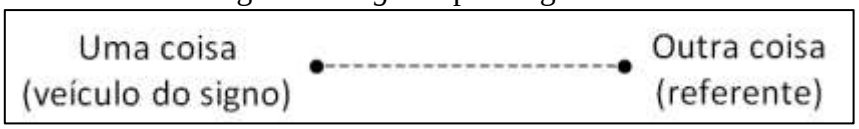
A teoria de signo para os filósofos da Grécia Antiga abarcava apenas o "lado natural da divisão entre natureza e cultura" (DEELY, 2006, p. 15), atribuindo um senso de inferência e acarretando em uma dicotomia entre os *signos naturais* (*semeion*) e os *signos linguísticos*, aqui representados pelas palavras e suas relações de equivalência.

Por sua vez, os signos linguísticos constituíram o escopo da teoria da linguagem promovida durante o estoicismo[20]. D'Amore, Pinilla e Iori (2015) afirmam que os Estoicos atribuíam foco para as expressões linguísticas, a partir da análise das relações evidenciadas entre a linguagem, o pensamento e a realidade. Para os Estoicos, uma pessoa seria capaz de construir um significado com base em um conjunto de sons articulados (*lektón*) de modo a referenciar determinado objeto, em uma relação diádica entre palavra e objeto.

A dicotomia existente entre a teoria de signo da semiótica grega e a teoria da linguagem promovida pelos Estoicos continuou existindo até a ascensão da teoria de significação de Agostinho de Hipona (354-430). Segundo Kilian e Molina (2018), Agostinho adota a concepção de *signum*, como uma entidade capaz de transmitir significado, para além da mera impressão que é causada nos sentidos. Por meio de um *signum*, uma ideia distinta emergia no pensamento.

Corroborando para este entendimento, D'Amore, Pinilla e Iori (2015) ressaltam que o *signum*, na visão de Agostinho, era estabelecido por meio de uma relação diádica, conforme evidenciado na Figura 4.

Figura 4 – *Signum* para Agostinho



Fonte: adaptado de D'Amore, Pinilla e Iori (2015).

[20] Corrente filosófica de herança socrática, fundada por Zenão, no Período Helenístico (CHEVITARESE, 2012)

Para esses autores, o conceito de *signum* de Agostinho poderia estar relacionado a uma origem linguística ou não linguística, conferindo uma natureza psicológica para a situação, uma vez que os significados dependem da ideia que é formada na mente do indivíduo, diante de um cenário comunicacional.

No decorrer da Idade Média, o conceito de signo não se distanciou daquele definido por Agostinho. Nöth (2008) explica que a Semiótica, naquela época, estava fortemente vinculada com a teologia e à relação triádica formada entre gramática, retórica e dialética, conforme evidenciado pela Escolástica.

Séculos mais tarde, o filósofo e físico francês René Descartes (1596-1650) rompeu com o tradicionalismo acerca da visão de signo, ao propor que o estudo da natureza do signo cedesse espaço para a análise da capacidade de abstração da mente humana. Conforme evidenciado por D'Amore, Pinilla e Iori (2015), os signos fazem parte do âmago do indivíduo, logo:

> [...] tais signos são unicamente representações, imagens, não cópias das coisas que estão fora de nós. O sujeito, consequentemente, conhece ideias e não coisas; daqui a ruptura entre pensamento e realidade. Em outras palavras, para Descartes, não existe uma relação direta entre sujeito e objeto (entendido como ente real, fora do sujeito), uma vez que o sujeito pode alcançar diretamente apenas representações (ideias) do sujeito, não o objeto em si (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 52).

A partir da visão de Descartes, observou-se um intenso movimento de debate acerca do conceito de signo. A concepção de Agostinho, amplamente difundida ao longo dos séculos, cedeu espaço para um ambiente de discussão. Neste ínterim, o filósofo empirista inglês John Locke (1632-1704) atribuiu ao termo *semeiotiké* o significado de doutrina dos signos, visão esta também compartilhada pelo matemático suíço Johann Heinrich Lambert (1728-1777) em um tratado intitulado *Semiotik* (SILVA, 2013).

Segundo Santaella (2007), as discussões promovidas desde o final da Idade Medieval ultimamente culminaram na visão da Semiótica enquanto ciência dos signos e da significação, a partir de meados do século XIX. Em um mesmo intervalo temporal, mas geograficamente distantes, três vertentes[21] distintas sobre a Semiótica ganharam destaque: a visão de semiologia do suíço Ferdinand de Saussure; a mediação semiótica do russo Lev Vygotsky; e a semiótica enquanto doutrina formal dos signos do americano Charles Sanders Peirce. Sobre esta última, apresentamos algumas definições na seção seguinte.

[21] Uma vez que o foco deste trabalho vem a ser a Semiótica Peirceana, não realizaremos delineamentos sobre as outras vertentes.

3.2 SOBRE SEMIÓTICA PEIRCEANA

Conforme apresentado por Santaella (2008) em seu livro "*O que é Semiótica?"*, Charles Sanders Peirce (1839-1914) foi um cientista prolífico. Químico, matemático, físico, astrônomo e com grandes contribuições no ramo da Espectroscopia, Geodésia e Metrologia, Peirce dedicou a maior parte de sua vida em entender a Lógica das ciências, em uma busca pela compreensão dos métodos de raciocínio.

Essa busca culminou na organização de uma doutrina que viabilizou a compreensão das estruturas do conhecimento, tomando como base a Filosofia associada aos métodos analíticos. Conforme descrito por Bacha (1997, p. 17), Peirce propusera "aplicar na Filosofia, com as devidas modificações os métodos de observação, hipótese e experimentos que são praticados nas ciências". Assim, surge em seu horizonte uma possibilidade de elucidar suas indagações: a Semiótica.

Para Santaella (2007), a semiótica peirceana:

> [...] está alicerçada na fenomenologia, uma quase-ciência que investiga os modos como apreendemos qualquer coisa que aparece à nossa mente, qualquer coisa de qualquer tipo, algo simples como um cheiro, uma formação de nuvens no céu, o ruído da chuva, uma imagem em uma revista etc., ou algo mais complexo como um conceito abstrato, a lembrança de um tempo vivido etc., enfim, tudo que se apresenta à mente. Essa quase-ciência fornece as fundações para as três ciências normativas: a estética, ética e lógica e, estas, por sua vez, fornecem fundações para a metafísica (SANTAELLA, 2007, p. 2).

De acordo com D'Amore, Pinilla e Iori (2015), a teoria de Peirce encontra-se fundamentada no pressuposto de que cognição e pensamento possuem natureza essencialmente teórica. Assim, para Peirce, os signos podem ser considerados como sendo "meios de pensamento, de compreensão, de raciocínio, de aprendizagem" (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 59). Em tese, tudo pode ser considerado como sendo um signo, desde que ocorra a interpretação como tal. Diante desse contexto, a noção de signo para Peirce incorpora uma relação evidenciada entre três elementos distintos: o representámen (ou fundamento do signo), o objeto e o interpretante. Para Peirce:

> Um signo, ou representámen, é aquilo que, sob certo aspecto ou algum modo, representa alguma coisa para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa um signo equivalente ou talvez um signo melhor desenvolvido. Ao signo, assim criado, denomino interpretante do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu objeto. Coloca-se no lugar desse objeto, não sob todos os aspectos, mas com referência a um tipo de ideia que tenho, por vezes, denominado o fundamento do representámen (PEIRCE, 2015, p. 46).

A partir desta caracterização, podemos entender que o signo é uma coisa capaz de representar outra (seu objeto), inacessível à percepção humana. Sendo assim, o signo encontra-se no lugar de um objeto, possibilitando que alguém seja capaz de interpretar essa relação. É necessário destacar, também, que o signo não é o objeto, apenas o representa de alguma maneira.

Uma das formas de compreender as relações existentes entre o fundamento de um signo e o seu respectivo objeto é a partir da compreensão acerca de *objeto dinâmico* e *objeto imediato*. Segundo Santaella (2007), um *objeto dinâmico* corresponde ao contexto que é reportado por um signo, ou seja, uma situação representada dentro do próprio signo. O modo como o signo é capaz de representar o objeto dinâmico constitui o *objeto imediato*. Assim, um indivíduo somente tem acesso a determinado objeto dinâmico por meio de um objeto imediato.

Como exemplo disso, a autora sugere a comparação das manchetes apresentadas na primeira página de dois jornais distintos. O fato reportado nas manchetes vem a ser o objeto dinâmico, que, apesar de poder ser o mesmo em ambos os jornais, a forma como esse objeto é apresentado pode variar, de acordo com os objetos imediatos utilizados. Assim, diferenças na ideologia da equipe editorial do jornal, na diagramação, nas representações utilizadas podem ser observadas.

Uma das grandes características da concepção de Peirce vem a ser as relações triádicas dos signos. Almeida (2010) argumenta que Peirce sempre optou em trabalhar as relações entre palavras na forma de tricotomias. Um exemplo disso, como apresentado anteriormente, vem a ser os próprios elementos constituintes de um signo, caracterizados pela tricotomia estabelecida entre representámen, objeto e interpretante.

Ainda, Peirce (2015) afirma que a relação existente entre a estrutura analítica de um signo e o objeto dinâmico pode se apresentar na forma de outra tricotomia: *ícone*, *índice* e *símbolo*. O *ícone* sugere ou evoca o objeto, no qual o fundamento do objeto corresponde a uma qualidade que se assemelha a um objeto, mesmo sem possuir uma conexão dinâmica com o objeto representado. O *índice* está fisicamente relacionado com o objeto e o fundamento do objeto imediato é permeado pela existência concreta. Já o *símbolo* representa um objeto, designando o objeto com base em uma lei.

A partir das tríades evidenciadas por Peirce, percebemos que as concepções acerca de um objeto real derivam de um processo inferencial da mente de um intérprete. Para Sáenz-Ludlow e Kadunz (2016):

> Este processo está inerentemente ligado às dicas e pistas acerca de um objeto real e que são realizadas a partir de diferentes signos-veículos, os quais deflagram a formação de interpretantes e a construção e refinamento de objetos dinâmicos. Como dito antes, o interpretante está intrinsecamente inter-relacionado com o signo-veículo e com o objeto real do signo. De fato, Peirce considera que a cognição é uma tripla conscientização que se inicia a partir da percepção: conscientização do signo-veículo, conscientização do objeto real e conscientização do significado ou interpretação do signo-veículo, relacionando a cognição ao objeto real (SÁENZ-LUDLOW; KADUNZ, 2016, p. 13).

De tal modo, percebemos que os processos cognitivos, de maneira geral, podem ser mediados a partir de signos e as relações estabelecidas com o seu objeto, sobretudo no que se refere aos significados evidenciados no decorrer de processo inferencial, como apresentamos na próxima seção.

3.2.1 Significado na Semiótica Peirceana

Ao buscar definir o significado de significado, Ogden e Richards (1976) afirmam que existe uma multiplicidade de definições possíveis, ao passo que um significado não possui uma única definição, mas sim dezesseis definições possíveis, dentre elas: “A conotação de uma palavra; Uma atividade projetada num objeto; Emoção suscitada por qualquer coisa; O que está realmente relacionado com um sinal por uma relação escolhida” (p. 194). Nessa perspectiva de pluralidade de definições, uma pessoa adota aquela que melhor representa o processo significativo almejado.

A compreensão sobre os processos significativos pode estar fundamentada na relação existente entre signo e representação, conforme observado ao longo dos diferentes momentos filosóficos. Não obstante, no âmbito da Semiótica Peirceana, a questão da atribuição de significado encontra-se amplamente difundida.

Mediante a análise de sua obra, podemos observar que Peirce (2015) faz referência à atribuição de significados em diversos contextos: “significado e a ideia que ele atribui àquele objeto, quer através de mera suposição, ou como uma ordem, ou como uma asserção” (p. 194); “o significado último de todo signo consiste, predominantemente, ou numa ideia de sentimento ou predominantemente numa ideia de atuar e de ser atuado” (p. 194); “a fim de determinar o significado de uma concepção intelectual, dever-se-ia considerar quais consequências práticas poderiam concebivelmente resultar, necessariamente, da verdade dessa concepção” (p. 195); “parece natural usar a palavra significado para denotar o interpretante declarado de um

símbolo[22]" (p. 222); "o significado de uma proposição ou termo é tudo aquilo com que essa proposição ou termo poderia contribuir para a conclusão de um argumento demonstrativo" (p. 234); "o significado de um termo é a concepção que ele veicula" (p. 254).

Corroborando com este entendimento, Santaella (2008) argumenta que:

> O significado, portanto, é aquilo que se desloca e se esquiva incessantemente. O significado de um pensamento ou signo é um outro pensamento. Por exemplo: para esclarecer o significado de qualquer palavra, temos que recorrer a uma outra palavra que, em alguns traços, possa substituir a anterior. Basta folhear um dicionário para que se veja como isto, de fato, é assim (SANTAELLA, 2008, p. 32).

Neste sentido, a atribuição de significado para determinado objeto pode se embasar na análise dos interpretantes que são produzidos na mente de um intérprete. Segundo Santaella (2007, p. 23) o interpretante corresponde ao "efeito interpretativo que o signo produz em uma mente real ou meramente potencial". Assim, Nöth e Santaella (2017) argumentam que:

> A relação do signo com o seu objeto e o seu interpretante é o que importa nessa definição. O signo não é uma classe de coisas, mas um elemento de um processo, para o qual Peirce introduz o termo *semiose* [...] Semiose é o processo pelo qual o signo tem um efeito cognitivo sobre o intérprete. Peirce fala de um processo no qual o signo "age como", ou tem a função de um mediador entre o objeto, que ele representa, e o interpretante, que resulta como seu efeito significativo no processo da semiose (NÖTH; SANTAELLA, 2017, p. 39)

Sendo assim, um signo é capaz de gerar um interpretante que, por sua vez, atua enquanto *representámen* de um novo signo, em um ciclo *ad infinitum*, constituindo o processo de semiose.

No que se refere à atribuição de significado, Peirce (2015, p. 194) embasa suas ideias no pragmatismo, de modo a "estabelecer um método de determinação dos significados dos conceitos intelectuais, isto é, daqueles a partir dos quais podem resultar raciocínios". Isso pode ser evidenciado a partir da análise dos signos que são produzidos pelos intérpretes para determinado objeto.

Peirce (2015) afirma que:

> se o significado de um símbolo consiste em como poderia levar-nos a agir, é evidente que este 'como' não pode referir-se à descrição dos movimentos mecânicos que o símbolo poderia causar, mas deve ser entendido como referente a uma descrição da ação como tendo este ou aquele objetivo (PEIRCE, 2015, p. 204).

Segundo Silva e Almeida (2015, p. 574), o procedimento adotado por Peirce na reconstrução ou explicação de significados "consiste no estabelecimento de um conjunto de

[22] "um Representâmen cujo caráter representativo consiste em ser uma regra que determinará seu Interpretante" (PEIRCE, 2015, p. 71).

condições para uma dada situação na qual uma operação definida produziria um resultado definido". Assim, de modo a identificar o significado de um conceito é preciso "tentar interpretar cada noção traçando suas consequências práticas" (PEIRCE, 1972, p. 21).

Uma das formas de evidenciar tais consequências vem a ser a análise de diferentes símbolos produzidos para um mesmo objeto, buscando observar eventuais mudanças para os símbolos, denotando "um progresso na atribuição de significado para o objeto" (SILVA; ALMEIDA, 2015, p. 574).

Em sua pesquisa, Silva (2013) evidencia a atribuição de significado para um objeto em termos de cinco evidências:

> *familiaridade* que o intérprete possui com o dado objeto, se este já faz parte de sua realidade ou contexto; na *intenção* de significar o objeto, em que ocorre, a partir de uma referência, uma articulação deste objeto com o contexto em que este é utilizado; como uma *ideia* que se remete ao objeto, de atuar e ser atuado; como *consequência* futura para abarcar o objeto, em que as consequências práticas estabelecem destaque entre pensamento e ação; por meio de *experiência colateral* com o objeto, ou seja, da intimidade prévia com aquilo que o signo denota (SILVA, 2013, p. 73).

Com base nesses aspectos elucidados, sobre a atribuição de significados em um processo de semiose, fazemos uma análise acerca da teoria peirceana no contexto da Educação Matemática, conforme apresentado na seção seguinte.

3.3 SOBRE SEMIÓTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Diversos pesquisadores têm voltado os seus esforços em analisar as relações evidenciadas entre a Semiótica e a Educação Matemática. Para Radford, Schubring e Seeger (2008) um dos motivos para isso vem a ser a natureza intrinsecamente simbólica da Matemática, permitindo a mobilização de uma grande variedade de signos. Logo, a Semiótica pode estar envolvida na promoção da compreensão de processos de pensamento e de simbolização da Matemática.

Neste sentido, Sáenz-Ludlow e Kadunz (2016) argumentam que a Semiótica pode estar relacionada com dois aspectos da Educação Matemática: a *comunicação* e a *visualização*.

Para esses autores, a *comunicação* consiste em um intercâmbio de mensagens entre interlocutores, de modo a se obter um consenso acerca da construção de um objeto real, por meio dos signos-veículos. No caso da construção de significados acerca de um objeto matemático, trata-se de um processo inferencial e recursivo mediado por uma diversidade de signos-veículos,

a partir do qual a atividade matemática constitui uma atividade semiótica dos participantes – atividade em constante transformação, dada a colaboração entre professor e estudantes.

Segundo Guerreiro et al. (2015, p. 282), a comunicação na perspectiva da Semiótica "valoriza a significação, a interpretação e o valor informativo das mensagens que os sujeitos trocam entre si". Logo, o signo pode ser entendido enquanto uma forma de expressão, capaz de atribuir uma significação para determinado receptor. Neste sentido, os objetos matemáticos são evocados a partir de diversas representações, ao passo que Duval (2006) estabelece que não é possível aceder aos objetos matemáticos sem a mobilização de representações semióticas.

Quanto aos aspectos relacionados à *visualização*, Sáenz-Ludlow e Kadunz (2016) argumentam que o sucesso da atividade matemática encontra-se alinhado às formas de visualização de um objeto matemático, sobretudo no que diz respeito à relação ícone-índice, sem enfatizar puramente no aspecto simbólico.

No que se refere à Semiótica associada à Modelagem Matemática, Yoon e Miskell (2016) apontam para as contribuições do o uso de diagramas e outros recursos para desenvolvimento de uma atividade de modelagem envolvendo os conceitos de área e volume. Tais recursos demonstraram ser efetivos, de modo que permitiram que os alunos pudessem "visualizar, testar e examinar as abordagens matemáticas incorretas existentes, conforme eles progrediam conforme o ciclo de modelagem" (YOON; MISKELL, 2016, p. 90).

Para essas autoras, a criação de um modelo matemático consiste de um sistema de signos capazes de expressar informações relevantes acerca da situação-problema. Neste caso, a utilização de diagramas e objetos manipuláveis permite que o aluno seja capaz de reconhecer estruturas matemáticas necessárias para a atividade de modelagem.

Ao relacionar Semiótica e Modelagem, Carreira (2001) aponta para as semelhanças existentes entre um modelo e uma metáfora[23], ao passo que os significados construídos a partir de tal mediação semiótica se tornam mecanismos aptos ao processo de aprendizagem e compreensão de conceitos matemáticos.

Segundo Silva e Almeida (2015), no decorrer de uma atividade de modelagem é possível inferir sobre os interpretantes produzidos, tomando como base as ações desempenhadas pelos

[23] "Correspondência entre dois domínios conceituais. Consiste de um mecanismo que nos permite entender um domínio em termo de outro, geralmente mais familiar e próximo de nossas experiências diárias" (CARREIRA, 2001, p. 264).

alunos no decorrer do ciclo de modelagem. De tal modo, os interpretantes produzidos serviriam enquanto signos para que outros alunos pudessem, por sua vez, produzir novos interpretantes.

Neste caso, a Semiótica e a Modelagem podem estar inter-relacionadas a partir da utilização de diversos recursos para a construção de signos. Tais recursos são, então, denominados recursos semióticos. Assim, apresentamos na seção seguinte algumas reflexões acerca desses recursos.

3.4 SOBRE RECURSOS SEMIÓTICOS

O termo "recurso semiótico" foi primeiramente cunhado por Halliday (1978), em um esforço de se caracterizar a gramática, não como um código ou um conjunto de regras necessárias para a formulação de sentenças, mas como um recurso essencial para a criação de significados. Ampliando este entendimento, van Leeuwen (2005) refere-se ao recurso semiótico como sendo um conjunto de ações e artefatos utilizados para o processo de comunicação, sejam estes produzidos fisiologicamente ou com o auxílio de aparatos tecnológicos.

Em nosso cotidiano, fazemos uso de diversos tipos de recursos para a produção de signos, sejam estes um esquema, um diagrama, uma imagem, um gesto, dentre outros. Segundo Mavers (2004), os recursos escolhidos e utilizados efetivamente na produção de signos são caracterizados como recursos semióticos.

Para essa autora, diversos tipos de recursos semióticos podem ser empregados de forma simultânea, os quais trabalham conjuntamente para a construção de um significado único. A forma como ocorre a escolha e a combinação dos recursos depende da necessidade representacional que um indivíduo apresenta. Assim, segundo van Leeuwen (2005), a partir da análise dos signos individuais produzidos e considerando o potencial semiótico do recurso escolhido, pode-se fornecer um produto final que melhor atenda as suas necessidades.

O processo de escolha dos recursos semióticos mais apropriados, para além da questão do seu potencial semiótico, depende da capacidade que um indivíduo possui em adaptá-lo a seu favor. Mavers (2004) argumenta que um recurso semiótico nunca está prontamente apropriado para servir às necessidades de quem o utiliza, sendo necessário promover adaptações sobre o mesmo.

Dado o seu potencial, a análise dos recursos semióticos utilizados em ambiente escolar pode constituir uma etapa fundamental no ensino e na aprendizagem, sobretudo no âmbito da Educação Matemática. Autores como Thomas, Yoon e Dreyfus (2009) e Arzarello et al. (2009) discutem sobre a mobilização de recursos semióticos em diferentes situações, tanto por meio da ação dos professores quanto pelos próprios alunos. Essas pesquisas parecem indicar que os recursos semióticos utilizados são percebidos enquanto papéis significativos na construção do entendimento de uma situação.

Especificamente no que se refere ao estudo conduzido por Thomas, Yoon e Dreyfus (2009), os autores observaram a mobilização de diferentes recursos semióticos por professoras no decorrer de suas aulas. Com base em gestos dêiticos[24], representações gráficas e esboços, as professoras puderam trabalhar conceitos de antiderivada com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental.

Ao analisarem os encaminhamentos realizados por estudantes na resolução de uma atividade, Arzarello et al. (2009) observaram que diferentes recursos semióticos (gráficos, esboços, gestos) foram explorados na construção de um entendimento inicial sobre os conceitos de derivada e antiderivada de uma função, a partir de seu gráfico.

Ranker (2014) estabelece que a multiplicidade de recursos semióticos disponíveis no ambiente de sala de aula auxilia para que o aluno seja um agente ativo no processo de construção de significados, explorando-os de maneira a conhecer as suas potencialidades e limitações.

Assim, entendemos que cabe ao intérprete (aluno) a escolha do recurso semiótico a ser utilizado em cada situação, variando de acordo com a sua familiarização e com o contexto empregado. Segundo Mavers (2004)

> [...] um indivíduo deve selecionar recursos semióticos apropriados de acordo com a sua adequação para desempenhar determinada tarefa. Partindo de um repertório de o que pode ser selecionado, a escolha (e também o que não foi escolhido) representa o que é tido como o meio mais apto de representar (MAVERS, 2004, p. 59).

Logo, o processo decisório de escolha de um recurso semiótico depende tanto do indivíduo quanto do objeto a ser representado. Desta forma, em nossa pesquisa, buscamos investigar como os recursos semióticos mobilizados no decorrer de uma atividade de modelagem

[24] Gestos dêiticos são aqueles utilizados para "mostrar aos outros os objetos (e.g. apontar)" (LIMA; CRUZ-SANTOS, 2012, p. 496).

contribuem na atribuição de significados para os objetos matemáticos emergentes. No capítulo seguinte apresentamos os aspectos metodológicos utilizados.

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

"Qualquer um pode afirmar, sem exageros, que a observação e a busca por similaridades e diferenças são a base de todo o conhecimento humano"
Alfred Nobel (1833 – 1896)

No presente capítulo, abarcamos os aspectos metodológicos empregados em nossa pesquisa, de modo a fundamentar nossa discussão. Para tanto, descrevemos a contextualização da pesquisa, apresentamos a estrutura do produto educacional e destacamos os procedimentos de pesquisa.

No que se refere à contextualização, descrevemos o ambiente no qual se deu a coleta de dados, bem como os sujeitos envolvidos. Na seção seguinte, apresentamos alguns aspectos referentes ao *produto educacional* que emergiu a partir de nossa pesquisa. Quanto aos *procedimentos da pesquisa*, apresentamos uma síntese das atividades desenvolvidas, as estratégias empregadas na coleta de dados e a metodologia de análise à qual recorremos.

4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA

De modo a apresentarmos reflexões acerca da questão de pesquisa "*Como atividades experimentais investigativas desenvolvidas em um contexto de aulas com Modelagem Matemática contribuem para a atribuição de significado para o objeto matemático por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental?*", buscamos analisar as estratégias adotadas por alunos no decorrer de atividades de modelagem.

Assim, com vistas a discutir acerca dos *recursos semióticos mobilizados pelos alunos no desenvolvimento de uma atividade experimental investigativa no contexto de aulas com Modelagem Matemática*, sobre os *signos produzidos pelos alunos no desenvolvimento de atividades experimentais investigativas no contexto de aulas com Modelagem Matemática*, bem como a forma como os *signos produzidos pelos alunos revelam atribuição de significados para diferentes objetos matemáticos que emergem de atividades de modelagem matemática quando*

desenvolvem experimentação investigativa, formulamos as questões norteadoras de nossa pesquisa.

Inicialmente, o delineamento da temática ocorreu no âmbito do Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias (GEPMIT), constituído por professores e alunos vinculados ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, bem como de alunos de Iniciação Científica de cursos de graduação, orientados pelas professoras coordenadoras do grupo.

Instigados pela forma como atividades experimentais investigativas podem se constituir enquanto elemento do ciclo de modelagem, destacamos que outra motivação para a pesquisa se deu graças à formação do pesquisador, que, além da formação em Matemática, também possui graduação em Química. Logo, o interesse pela temática se fundamenta em evidenciar as relações observadas em práticas pedagógicas que associa a Matemática com as Ciências, a partir dos pressupostos da Modelagem.

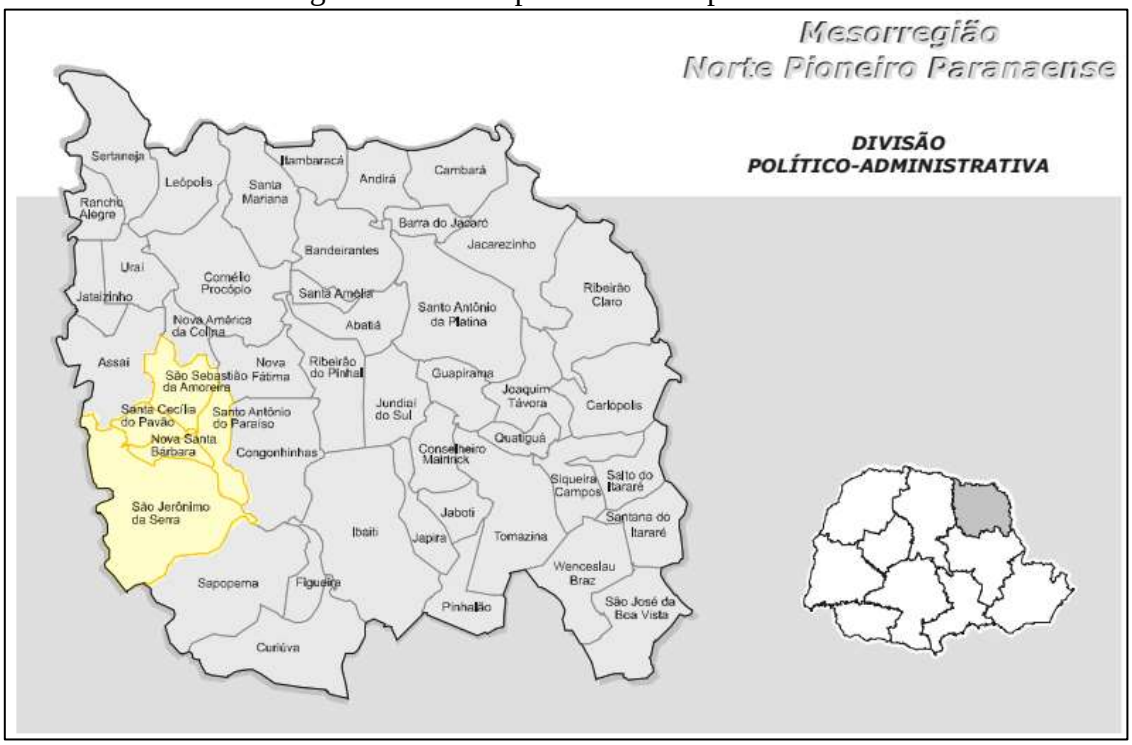
Nesse sentido, Biembengut (2016) argumenta que:

> [...] a proposição de questões ou atividades que integrem outras áreas do conhecimento, de acordo com o nível de escolaridade dos estudantes, indica que ao se vincular a matemática à realidade é possível facilitar a eles melhor compreensão sobre um fato não conhecido, assimilando ou incorporando aos fatos já familiares. Isso significa que os estudantes não apenas tenham conhecimentos matemáticos, mas também desenvolvam habilidades para solucionar problemas, além das proposições em sala de aula (BIEMBENGUT, 2016, p. 174).

Com base nessas considerações, a coleta de dados ocorreu em uma escola localizada no município de São Sebastião da Amoreira, na mesorregião geográfica do norte pioneiro paranaense. Tal escolha encontra-se justificada no fato de que o pesquisador vem atuando na escola, enquanto professor da disciplina de Matemática, desde o ano de 2016.

Trata-se de uma escola da rede particular de ensino, atendendo a população de cinco municípios da região, conforme indicados na Figura 5. Ao todo, a escola conta com 19 turmas distribuídas entre classes de Educação Infantil e Ensino Fundamental, nos períodos matutino e vespertino. No momento da realização da pesquisa, em 2018, a escola contava com 221 alunos matriculados.

Figura 5 – Municípios atendidos pela escola



Fonte: adaptado de Instituto Paranaense de Desenvolvimento Econômico e Social, 2004.

Quanto à sua infraestrutura, a escola conta, para além dos espaços destinados para salas de aula, com laboratório de Ciências, laboratório de informática e quadra poliesportiva. Esses espaços contribuíram para o desenvolvimento das atividades de modelagem.

No que diz respeito aos sujeitos envolvidos na pesquisa, o pesquisador é professor regente da turma e já trabalhou com a maioria dos alunos por dois anos. Todas as atividades foram desenvolvidas por uma turma de 15 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, 7 meninas e 8 meninos, cujas idades variavam entre 13 e 14 anos.

O Quadro 8 apresenta algumas informações referentes aos sujeitos envolvidos na pesquisa. Ressaltamos que, de modo a preservar suas identidades, optamos em identificá-los pela letra A, seguida de um número subscrito, atribuído de acordo com a ordenação dos alunos a partir de seus nomes, em ordem alfabética.

Quadro 8 – Características dos sujeitos da pesquisa

Aluno	Município de origem	Ano de matrícula na escola
A_1	São Sebastião da Amoreira	2015
A_2	São Sebastião da Amoreira	2015
A_3	Santa Cecília do Pavão	2009
A_4	São Sebastião da Amoreira	2009
A_5	São Sebastião da Amoreira	2012
A_6	São Jerônimo da Serra	2015
A_7	São Sebastião da Amoreira	2009
A_8	São Sebastião da Amoreira	2013
A_9	São Sebastião da Amoreira	2008
A_{10}	São Jerônimo da Serra	2015
A_{11}	Santo Antônio do Paraíso	2017
A_{12}	Santo Antônio do Paraíso	2017
A_{13}	São Sebastião da Amoreira	2009
A_{14}	São Sebastião da Amoreira	2013
A_{15}	São Sebastião da Amoreira	2013

Fonte: Autores, 2019.

Observamos que, dos alunos envolvidos na pesquisa realizada em 2018, cinco cursaram todo o Ensino Fundamental na escola em questão, quatro alunos foram matriculados no decorrer dos anos iniciais do Ensino Fundamental, quatro foram matriculados a partir do 6º ano do Ensino Fundamental e outros dois transferidos a partir de meados de 2017.

Ao todo, os alunos contavam com cinco aulas semanais de Matemática, que ocorriam nas segundas-feiras, terças-feiras e quartas-feiras. Eventualmente, observando a necessidade do desenvolvimento das atividades em outros horários, havia a possibilidade de troca de aulas com professores de outras disciplinas ou da realização das atividades em horários extraclasse.

A realização da pesquisa se deu a partir do aval da equipe diretiva e pedagógica da escola[25], para a utilização dos espaços físicos, bem como à concessão de algumas aulas para o desenvolvimento das atividades. Ainda, uma vez que os sujeitos da pesquisa eram adolescentes, mostrou-se necessário o consentimento dos pais ou responsáveis, a partir do preenchimento de um termo livre e esclarecido[26], autorizando o desenvolvimento das atividades e o uso dos dados coletados.

O professor-pesquisador, no momento da realização das atividades, atuava na escola há dois anos, ministrando a disciplina de Matemática para as quatro turmas dos anos finais do Ensino Médio, bem como uma breve atuação enquanto professor de Química para a turma do 9º ano, antes da fusão das disciplinas de Química e Física em prol da disciplina de Ciências.

[25] O termo de consentimento entregue à direção da escola encontra-se no Apêndice A.
[26] O termo de consentimento livre e esclarecido entregue aos pais ou responsáveis encontra-se no Apêndice B.

4.2 PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional intitulado “Experimentação nas aulas de Matemática”, decorrente desta pesquisa de Mestrado Profissional, consiste em um caderno de atividades voltado a professores da área de Matemática, bem como pesquisadores interessados em utilizar as atividades relatadas em suas práticas. A sua estruturação foi pensada de maneira a discorrer acerca de práticas de Modelagem Matemática com base na incursão de atividades experimentais no decorrer do ciclo de modelagem. A Figura 6 apresenta a capa do produto educacional que emergiu a partir de nossa pesquisa.

Figura 6 – Capa do produto educacional

Fonte: Autores (2019).

Este material encontra-se dividido em duas seções. Na primeira, discorremos acerca do aporte teórico utilizado em nossa pesquisa, apresentando os principais aspectos referentes à Modelagem e à experimentação.

Na segunda seção, apresentamos sete propostas de atividades de modelagem, juntamente com possibilidades de resolução, conforme os encaminhamentos realizados por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, conforme apresentado na seção 4.3.1.

4.3 PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

De forma a compreender os procedimentos utilizados na pesquisa, a presente seção encontra-se subdividida em duas subseções: os procedimentos de coleta de dados e os procedimentos de análise.

4.3.1 Procedimentos de coleta de dados

De modo a explorar a questão de pesquisa, os alunos foram convidados a desenvolver atividades de modelagem ao longo do ano letivo de 2018. Sua progressão ocorreu conforme os diferentes momentos de familiarização sugeridos por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Para tanto, foram desenvolvidas sete atividades de modelagem distintas, tomando como base a realização de experimentos investigativos, conforme indicadas no Quadro 9.

Quadro 9 – Síntese das atividades de modelagem desenvolvidas

Atividade	**Título**	**Alunos envolvidos**	**Momentos de familiarização**	**Data de realização**
1	Calorímetro	Todos	1º momento	14 a 16/05/2018
2	Velocidade de reação	Todos	2º momento	21 e 22/08/2018
3	Canhão de vórtex	Todos	2º momento	23 a 25/10/2018
4	*Slime*	A_1, A_4, A_{10}, A_{11}	3º momento	29/11/2018
5	Efeito crioscópico do sal	A_2, A_3, A_8, A_{14}	3º momento	03/12/2018
6	Plano inclinado	A_9, A_{13}, A_{15}	3º momento	04/12/2018
7	Pilha de limão	A_5, A_6, A_7, A_{12}	3º momento	05/12/2018

Fonte: Autores, 2019.

A Atividade 1 foi desenvolvida entre os dias 14 e 16/05/2018, abordando a temática "Calorímetro". Esta atividade foi planejada pelo professor de Matemática e buscou mobilizar conhecimentos construídos anteriormente tanto no decorrer das aulas de Ciência quanto nas aulas

de Matemática. Para tanto, contou com a participação de todos os alunos, divididos em quatro grupos de três ou quatro integrantes cada. Os encaminhamentos foram desenvolvidos em três momentos distintos, no decorrer das aulas de Matemática e também em horário extraclasse. Os dados provenientes da atividade foram obtidos por meio da aplicação de questionário (Apêndice C) e de gravações em áudio e vídeo.

A Atividade 2, intitulada "Velocidade de reação", aconteceu nos dias 21 e 22/08/2018. Planejada enquanto uma atividade de segundo momento de familiarização, os alunos se depararam com uma situação decorrente da Química. O planejamento desta atividade também se deu pelo professor, junto à orientadora e uma aluna de Iniciação Científica e buscou relacionar um conceito matemático não trabalhado anteriormente com os alunos (função exponencial). Novamente, todos os alunos participaram da atividade, sendo distribuídos em quatro grupos, diferentes daqueles formados para a atividade anterior. As ações referentes à atividade ocorreram, em sua totalidade, no decorrer das aulas de Matemática e as informações foram coletadas a partir de registros escritos, fotos e gravações de áudio e de vídeo.

A Atividade 3, desenvolvida entre os dias 23 e 25/10/2018, constituiu a última atividade desenvolvida por todos os alunos da turma, separados em grupos. Esta atividade também foi planejada pelo professor. Denominada "Canhão de vórtex", essa atividade também se refere ao segundo momento de familiarização com a Modelagem e foi desenvolvida no decorrer das aulas de Matemática e em contraturno às atividades escolares da turma. A análise desta atividade contou com fotos e gravações de áudio e de vídeo.

Ao término da terceira atividade, os alunos foram incentivados a escolher uma situação problemática a ser investigada utilizando Modelagem. Assim, com base na divisão prévia dos alunos, os grupos tiveram que pesquisar um tema, passível de ser investigado por meio de um experimento que pudesse ser orientado no ambiente escolar.

Assim, a Atividade 4, intitulada "Slime", constituiu a primeira de quatro atividades referentes ao terceiro momento de familiarização. A atividade foi desenvolvida no dia 29/11/2018, por um grupo de quatro alunos, em horário extraclasse e os dados coletados dizem respeito aos registros escritos e à gravação de vídeo.

A Atividade 5, com a temática "Efeito crioscópico do sal", foi desenvolvida no período vespertino, no dia 03/12/2018 por um grupo de quatro estudantes e também diz respeito ao

terceiro momento de familiarização. A coleta de dados dessa atividade se deu com base em registros escritos, fotos e gravação de vídeo.

A Atividade 6 foi realizada no dia 04/12/2018, também no período vespertino, por um grupo de quatro integrantes. A temática dessa atividade relacionava-se ao "Plano inclinado" e foi encaminhada por quatro alunos A coleta de informações se deu por meio de registros escritos e gravações de vídeo.

Por fim, a Atividade 7 se referia à temática "Pilha de limão" e foi desenvolvida por três alunos em horário extraclasse, no dia 05/12/2018. Os dados foram obtidos a partir de registros escritos, fotos e gravações de vídeo.

Dessas atividades, elegemos três (1, 2 e 6) para a realização das análises. Essa escolha encontra-se embasada na maior participação dos alunos no decorrer das atividades. Ainda, a escolha foi feita de modo a contemplar pelo menos uma atividade de cada momento de familiarização. Apesar de não compor o escopo de nossa análise, as outras atividades (3, 4, 5 e 7) encontram-se dispostas no produto educacional.

De forma geral, os dados que subsidiaram as nossas análises são:

- Registros escritos coletados, como anotações dos alunos, questionários, resoluções e *feedback*;
- Gravações em áudio, feito a partir de *smartphones,* do professor e dos próprios alunos, de modo a permitir a transcrição dos diálogos e discussões;
- Gravações em vídeo, utilizando uma filmadora e também *smartphones*, permitindo a visualização dos gestos e ações dos alunos na realização das atividades;
- Fotos, retiradas pelo professor, de maneira a registrar situações que pudessem auxiliar na análise das atividades.

4.3.2 Procedimentos de análise

A presente pesquisa se embasou nos aportes teóricos referentes à pesquisa qualitativa. Esse tipo de pesquisa, conforme argumenta Moreira (2002), envolve a utilização de dados qualitativos, ou seja, dados que não se encontram expressos na forma de números. Assim:

> Dentro de um tal conceito amplo, os dados qualitativos incluem, além das informações expressas nas palavras oral e escrita, também informações expressas como pinturas fotografias, desenhos, filmes, videoteipes e até mesmos trilhas sonoras. Em termos

> genéricos, a pesquisa qualitativa pode ser associada à coleta e análise de texto (falado e escrito) e à observação direta do comportamento (MOREIRA, 2002, p. 17).

Neste contexto, Lüdke e André (1986) argumentam que uma investigação qualitativa possui cinco características fundamentais: (1) sua fonte de dados é o ambiente natural e as inferências que o investigador atribui às informações analisadas; (2) a investigação qualitativa é de cunho descritivo, devendo considerar todos os aspectos que podem servir enquanto pista para a compreensão do objeto em estudo; (3) o interesse do investigador se encontra no processo em si; (4) o foco do pesquisador está no significado que é atribuído pelas pessoas; e (5) a análise dos dados ocorre de maneira indutiva, de modo que as hipóteses são confirmadas ou refutadas a partir das abstrações construídas.

Kerlinger (2003) afirma que o pesquisador precisa conhecer o contexto em que atua, de modo a definir com clareza os critérios que serão úteis no decorrer das análises. Isto se mostra válido, sobretudo no contexto de pesquisas em Educação.

Para Bogdan e Biklen (1994):

> Os investigadores qualitativos em educação estão continuamente a questionar os sujeitos de investigação, com o objectivo de perceber "aquilo que eles experimentam, o modo como eles interpretam as suas experiências e o modo como eles próprios estruturam o mundo social em que vivem". Os investigadores qualitativos estabelecem estratégias e procedimentos que lhes permitam tomar em consideração as experiências do ponto de vista do informador. O processo de condução de investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos, dado estes não serem abordados de forma neutra (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 51).

Com base nessas considerações, e de modo a inferir sobre os dados coletados, elegemos a Análise de Conteúdo enquanto metodologia de análise de dados. Apesar de se encontrar uma multiplicidade de técnicas e de autores que abordam a análise de conteúdo na literatura, elegemos a conceituação proposta por Laurence Bardin (2016), dada a gama de pesquisas em Modelagem que fazem uso dessa metodologia (BARBOSA, 1999; SILVA; KATO, 2012; SILVA; KLÜBER, 2012).

Bardin (2016) esclarece que a Análise de Conteúdo é:

> Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens (BARDIN, 2016, p. 48).

A Análise de Conteúdo compreende três fases: a *organização da análise*; a *descrição analítica*; e o *tratamento e interpretação inferencial* dos resultados. De modo a contextualizar essas fases, apresentamos as ações empreendidas em nossa pesquisa.

A fase de *organização da análise* delimita o primeiro contato entre o pesquisador e os dados utilizados. Segundo Bardin (2016), esta fase pode ser identificada como sendo uma fase de organização, a partir do estabelecimento de um esquema de trabalho bem definido. Assim, cabe ao pesquisador escolher e preparar os documentos que compõem o *corpus* da pesquisa, formular objetivos e o quadro teórico.

No que se refere à nossa pesquisa, a organização da análise se deu a partir da transcrição dos áudios e vídeos coletados, bem como dos registros escritos, separando os documentos de acordo com a atividade de modelagem desenvolvida. Assim, para cada uma das três atividades foi elaborado um *corpus* distinto.

A partir da organização do material, inicia-se a fase de *descrição analítica,* na qual o pesquisador transforma os dados brutos em busca de compreender as características das mensagens. Bardin (2016) argumenta que, nesta fase, o pesquisador inicia os procedimentos de codificação do *corpus* da pesquisa, por meio da escolha de unidades de registro, as regras de enumeração e a escolha das unidades de contexto.

Quanto ao processo de unitarização, Bardin (2016, p. 134) define que a unidade de registro "é a unidade de significação codificada e correspondente ao segmento de conteúdo considerado como unidade de base". Ainda, a unidade de contexto, segundo Bardin (2016, p. 137) "serve de unidade de compreensão para codificar a unidade de registro e corresponde ao segmento da mensagem, cujas dimensões (superiores às da unidade de registro) são ótimas para que se possa compreender a significação exata da unidade de registro".

Em nossa pesquisa, as unidades de registro fazem alusão aos recursos semióticos empregados pelos alunos no desenvolvimento das atividades de modelagem, com base nos pressupostos elencados por Mavers (2004). A codificação dos recursos semióticos mobilizados se deu a partir dos recursos semióticos mobilizados ao longo das diferentes fases da atividade de modelagem, como mencionado por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Por fim, inicia-se a fase de *tratamento e interpretação inferencial* dos resultados que, segundo Bardin (2016, p. 44) é "a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção (ou, eventualmente, de recepção), inferência esta que recorre a indicadores

(quantitativos ou não)". Logo, por meio desta fase, o pesquisador realiza inferências acerca das causas ou antecedentes da mensagem, bem como os efeitos dessas.

Partindo desse princípio, a interpretação dos resultados de nossa pesquisa buscou identificar a atribuição de significado para objetos matemáticos que emergiram a partir da realização de atividades experimentais investigativas, desenvolvidas em contexto de Modelagem. Assim, no capítulo seguinte, trazemos a descrição e a análise de tais atividades.

5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES

"Algumas vezes são os desvios que acabam se tornando as ideias mais frutíferas."
Roger Penrose (1931 – presente)

Neste capítulo apresentamos as análises, realizada a partir dos dados levantados ao longo das atividades desenvolvidas, as ações dos alunos no decorrer do ciclo de modelagem para situações-problema oriundas de atividades experimentais investigativas. Com base nos diferentes momentos de familiarização com a Modelagem Matemática, buscamos apresentar reflexões sobre nossa questão de pesquisa "*Como atividades experimentais investigativas desenvolvidas em um contexto de aulas com Modelagem Matemática contribuem para a atribuição de significado para o objeto matemático por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental?*".

Ao todo foram desenvolvidas sete atividades (Atividades 1, Atividade 2, Atividade 3, Atividade 4, Atividade 5, Atividade 6 e Atividade 7)[27] de modelagem, sendo: uma referente ao primeiro momento de familiarização, duas referentes ao segundo momentos de familiarização e quatro atividades de terceiro momento de familiarização. Todos os alunos participaram das atividades de primeiro e segundo momento, além de uma atividade de terceiro momento, de modo que cada aluno participou efetivamente do desenvolvimento de quatro atividades.

Dessas atividades, apresentamos a descrição e a análise de três delas, sendo representadas aqui como: Atividade 1 – Calorímetro; Atividade 3 – Canhão de vórtex; Atividade 6[28] – Plano inclinado.

5.1 ATIVIDADE 1: "CALORÍMETRO"

5.1.1 Descrição da Atividade 1

[27] Todas as atividades são apresentadas no Produto Educacional. Ó acesso ao repositório do PPGMAT pode ser feito por meio do site < http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/>. Acesso em: 07 abr. 2020.
[28] Optamos por manter a nomeação já apresentada no Capítulo 4.

A primeira atividade desenvolvida pelos alunos consistia na confecção e no manuseio de um calorímetro de combustão[29], em um esforço de se obter o valor energético[30] de amostras de alimento. A atividade foi planejada pelo professor de modo a dialogar com o currículo da disciplina de Ciências, estabelecendo uma relação com conteúdos trabalhados anteriormente com os alunos naquela disciplina.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018, p. 547), a utilização de procedimentos científicos na resolução de problemas cotidianos, tal como a utilização das informações nutricionais de alimentos, "corrobora a necessidade de a Educação Básica comprometer-se com o letramento científico da população".

Neste sentido, além de constituir o primeiro contato com a Modelagem, a atividade teve o intuito de contribuir para o desenvolvimento do pensamento científico dos alunos. Na época em que a atividade foi desenvolvida, os alunos estavam estudando acerca dos processos, práticas e procedimentos empregados na investigação científica. O trabalho no laboratório de Ciências, então, favoreceu para que os mesmos empregassem os conhecimentos construídos ao longo daquela disciplina.

A atividade foi desenvolvida ao longo de três etapas, que ocorreram entre os dias 14 e 16 de maio de 2018. O Quadro 10 apresenta a identificação destas etapas, bem como as abordagens realizadas e o espaço de realização.

Quadro 10 – Etapas da atividade de primeiro momento *Calorímetro*

Etapa	Abordagens realizadas	Data de realização	Espaço de realização
1 - Investigação pré-laboratório	Levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos; Apresentação de conceitos necessários.	14/05/2018	Sala de aula, nas aulas de Matemática.
2 - Atividade experimental	Construção de um calorímetro; Análise experimental com amostras de alimentos.	15/05/2018	Laboratório de Ciências, em período extraclasse.
3 - Investigação pós-laboratório	Determinação do valor energético das amostras analisadas; Dedução de um modelo matemático.	16/05/2018	Laboratório de informática, nas aulas de Matemática.

Fonte: Autores (2019).

[29] Calorímetro é um instrumento utilizado para o estudo de trocas de calor entre dois ou mais corpos (VUOLO; FURUKAWA, 1995).

[30] Valor energético é a energia produzida a partir da digestão de um alimento, proveniente de seus carboidratos, proteínas e gorduras (SANTOS, 2010).

A primeira etapa da atividade consistiu na investigação pré-laboratório, no decorrer de duas aulas de Matemática. Nesta etapa, participaram 14 alunos[31], previamente divididos de forma aleatória em quatro grupos. A disposição dos alunos nos grupos encontra-se apresentada no Quadro 11.

Quadro 11 – Composição dos grupos na atividade de primeiro momento *Calorímetro*

Grupo	Integrantes
Grupo 1	A_1, A_4, A_8, A_{10}
Grupo 2	A_2, A_3, A_9, A_{13}
Grupo 3	A_5, A_{11}, A_{14}
Grupo 4	A_6, A_7, A_{15}

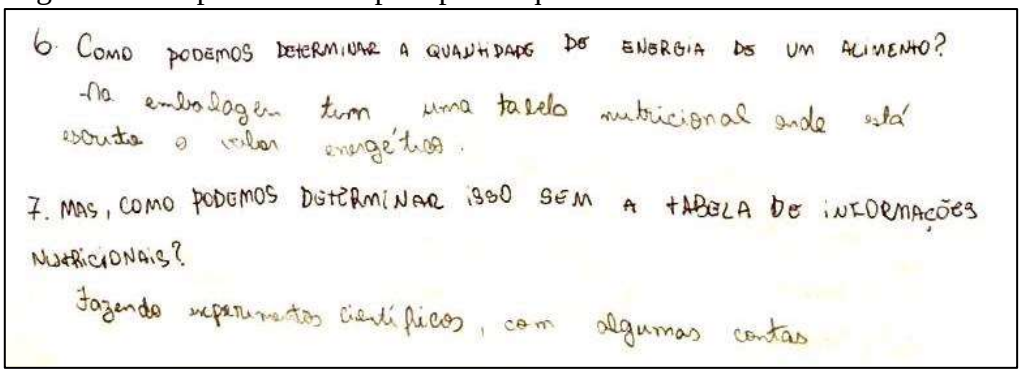
Fonte: Autores, 2019.

Inicialmente, um questionário (Apêndice C) foi entregue aos alunos, buscando evidenciar a ocorrência de conhecimentos prévios de Ciências, com relação aos conceitos a serem mobilizados nas etapas futuras da atividade. Para tanto, buscou-se identificar a concepção que os grupos possuíam acerca da alimentação e da energia dos alimentos.

Com base nas questões investigadas, foi proposto um momento de discussão com todos os alunos, permitindo ao professor identificar a presença das competências necessárias para a realização e compreensão da atividade.

No decorrer dessa etapa, foi possível evidenciar que os conceitos de caloria e valor energético dos alimentos não haviam sido trabalhados anteriormente, conforme respostas apresentadas na Figura 7.

Figura 7 – Respostas do Grupo 3 para o questionário da atividade *Calorímetro*



Fonte: Autores, 2019.

[31] O aluno A_{12} não participou desta atividade, pois o mesmo encontrava-se de licença por motivo de saúde, amparado por atestado médico.

Os Grupos 1, 2 e 3 apresentaram respostas semelhantes para as questões. Todavia, ao serem questionados sobre os "experimentos científicos" necessários para a determinação do valor energético dos alimentos, os grupos não conseguiram estabelecer uma relação, como evidenciado no diálogo transcrito, apresentado a seguir:

> *Professor: As informações podem ser observadas nos rótulos sim. Mas, e quando o alimento não contém rótulo? E no caso das frutas, verduras, carnes...?*
> *A_4: Eu acho que são feitos experimentos com esses alimentos.*
> *Professor: Que tipo de experimento?*
> *A_4: Talvez observando o efeito deles no organismo...*
> *Professor: Mas e como obtemos o valor das contas?*
> *A_4: Através de contas!*
> *Professor: O que vocês acham? [perguntando para os demais]*
> *[os demais alunos não se manifestaram]*

Com base neste excerto, o professor sente a necessidade de apresentar algumas definições. Uma das estratégias adotadas foi a apresentação de um vídeo[32], relatando a construção de um calorímetro para a determinação do valor energético de alimentos. O instrumento construído no vídeo pode ser observado na Figura 8.

Figura 8 – Calorímetro construído no vídeo

Fonte: Gomes (2016).

[32] Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=-FM-ZIWxakM>. Acesso em: 22 mar. 2019.

Ainda, no vídeo apresentado, foi utilizado o conceito de caloria, ao que o professor apresentou a definição: 1 caloria é o calor necessário para se elevar em 1°C a temperatura de 1 mL de água.

A apresentação do vídeo demarcou o final da primeira etapa da atividade e, com isso, o professor propôs aos alunos a construção daquele instrumento para a realização de experimentos investigativos. Para tanto, propôs que os alunos levassem para a aula alguns alimentos que seriam utilizados no decorrer da atividade experimental.

A segunda etapa da atividade consistiu na atividade experimental e aconteceu em horário extraclasse, no laboratório de Ciências da escola. Nessa etapa foi feita a construção do calorímetro, conforme apresentado no vídeo, e na realização dos experimentos investigativos. Para tanto, foi entregue aos alunos um roteiro (Apêndice D) com procedimentos para a construção do calorímetro e os alunos, juntamente do professor, construíram tal instrumento, que seria compartilhado para a investigação de todos os grupos. A Figura 9 apresenta o calorímetro construído durante esta etapa.

Figura 9 – Calorímetro construído para a realização do experimento

Fonte: Autores (2019).

O calorímetro era composto por uma embalagem de leite longa vida, na qual um tubo de ensaio contendo 5,0 mL de água destilada foi disposto no orifício da parte superior da embalagem e com um corte feito na lateral, permitindo o acesso ao interior da embalagem. A temperatura da água destilada foi aferida, utilizando um termômetro analógico de mercúrio e anotada em uma

tabela entregue aos alunos. Em seguida, a massa de uma amostra de alimento foi aferida, com o auxílio de uma balança digital, e afixada a uma haste de metal, sendo submetida ao contato com uma chama proveniente de uma vela acesa. A amostra do alimento em combustão foi, então, disposta no interior da câmara do calorímetro, fazendo com que a chama entrasse em contato com a parte inferior do tubo de ensaio e aquecendo a água em seu interior. Com a combustão completa do alimento[33], a temperatura da água foi novamente aferida, obtendo a diferença de temperatura entre o instante inicial e o final do experimento. A Figura 10 apresenta um aluno realizando este procedimento.

Figura 10 – Aluno A_{10} manuseando o calorímetro

Fonte: Autores (2019).

Nesta atividade, os alunos escolheram alimentos diversos para serem analisados, de forma que cada grupo realizou o procedimento com quatro alimentos distintos. Contudo, o professor sugeriu que uma das análises deveria ser feita utilizando amendoim. A Figura 11 apresenta os alimentos utilizados pelos grupos em seus experimentos e o Quadro 12 apresenta os alimentos utilizados pelos grupos.

[33] Em uma reação de combustão completa, todo átomo de carbono presente é idealmente liberado na forma de CO_2 (RUSSEL, 2004).

Figura 11 – Alimentos utilizados no experimento investigativo

Fonte: Autores (2019).

Quadro 12 – Alimentos utilizados pelos grupos no decorrer do experimento investigativo

Grupo	Integrantes
Grupo 1	Biscoito doce, salgadinho, amendoim e torrada
Grupo 2	Torrada, salgadinho, amendoim e pera
Grupo 3	Barra de cereais, biscoito doce, amendoim e salgadinho
Grupo 4	Torrada, salgadinho, amendoim e biscoito doce

Fonte: Autores (2019).

No final desta etapa, o professor instigou os alunos a pensarem sobre a seguinte situação-problema: "*A partir dos dados obtidos, quantas calorias existem em 15 g de amendoim?*". A escolha pelo amendoim se deu com base no alimento que apresentou maior variação de temperatura da água dentre todas as amostras analisadas.

A terceira etapa consistiu em uma atividade pós-laboratório, na qual o professor instigou os alunos a obterem uma solução para o problema definido. Para tanto, foi entregue um roteiro (Apêndice E) para auxiliar os alunos na obtenção do modelo matemático.

Considerando se tratar de uma atividade de primeiro momento de familiarização, conforme evidenciado por Almeida, Silva e Vertuan (2012), o professor auxiliou os grupos no desenvolvimento da atividade. Juntamente com os grupos, determinaram as variáveis do problema, bem como as hipóteses a serem consideradas. A transcrição dos diálogos a seguir apresenta a forma como se deu a determinação das variáveis e das hipóteses.

Professor: A primeira coisa que a gente precisa fazer é determinar as variáveis. Nos experimentos que a gente fez ontem, o que vocês puderam perceber?
A_2: O amendoim foi o que queimou mais [dentre as outras amostras de alimento]. Por mais tempo.
Professor: Mas a variação de temperatura de todos [os grupos] foi a mesma?
A_6: O nosso deu 71 [graus].
A_4: O nosso também.
A_{14}: O nosso deu quase isso. Foi de 72 [graus].
A_2: Também [foi de 72 graus].
Professor: E por que aconteceu isso? Por que não foi a mesma variação?
A_4: É porque o amendoim deles era diferente. A amostra deles era maior.
Professor: Como assim?
A_2: Se o amendoim é menor vai queimar menos. Daí não consegue aquecer bem a água.
Professor: Então, vocês estão dizendo que a temperatura da água depende do amendoim?
A_4: Eu acho que sim.

A forma como a quantidade de calorias presente em uma amostra de amendoim poderia ser determinada também foi discutida com os grupos, conforme o diálogo abaixo:

Professor: Tá, e como a gente consegue encontrar a quantidade de calorias?
A_{10}: A temperatura já não é a caloria?
Professor: Será?
A_4: Eu acho que não. A temperatura é utilizada para achar a caloria...
Professor: Como assim?
[os alunos não souberam responder]
Professor: Gente... vocês lembram a definição de caloria que eu passei na segunda-feira? O que era mesmo?
A_{14}: A caloria é para elevar a temperatura da água.
A_{15}: Quanto calor para fazer a temperatura da água subir 1°C.
Professor: Quase isso...
A_4: É para 1 mL de água.
Professor: Isso. Uma caloria é a energia para fazer que a temperatura de 1 mL de água suba em 1°C. Voltando para nossa situação, o que isso quer dizer?
A_4: Que o amendoim tem muita caloria.

A partir do estabelecimento de uma relação entre a massa de amendoim, a temperatura da água no interior do calorímetro e a quantidade de calorias, ficou definido que a quantidade de calorias seria a variável dependente e a massa de amendoim, a variável independente. Ainda, foram elencadas duas hipóteses a serem consideradas na análise da situação:

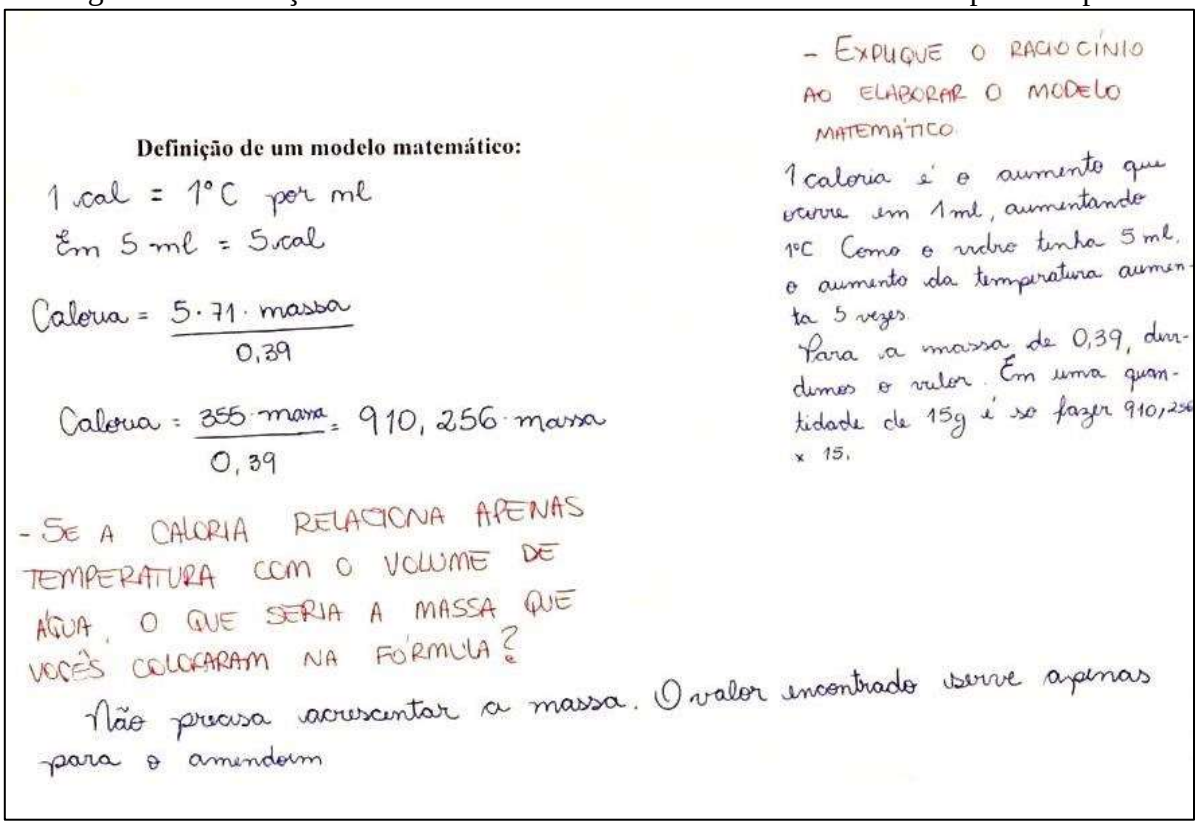
H1: O alimento sofreu combustão completa.

H2: A massa e a quantidade de calorias são grandezas proporcionais.

Ao considerar a primeira hipótese, pressupõe-se que o amendoim foi capaz de liberar todo o seu potencial energético na forma de energia térmica. Já a segunda hipótese emergiu a partir a compreensão construída pelos alunos sobre a situação de que, à medida que a massa de amendoim aumenta, em dada taxa, o valor energético do alimento aumenta na mesma proporção.

A dedução do modelo matemático também foi acompanhada de perto pelo professor, auxiliando os grupos por meio de intervenções escritas, na forma de *feedback*. Tal procedimento permitiu que os alunos pudessem redirecionar o raciocínio utilizado durante a construção dos modelos de modo a evidenciar as possíveis relações existentes entre o fenômeno analisado e conceitos sobre proporcionalidade, estudados anteriormente na disciplina de Matemática. A dedução do modelo pelo Grupo 1 encontra-se disposto na Figura 12.

Figura 12 – Dedução do modelo matemático da atividade *Calorímetro* pelo Grupo 1



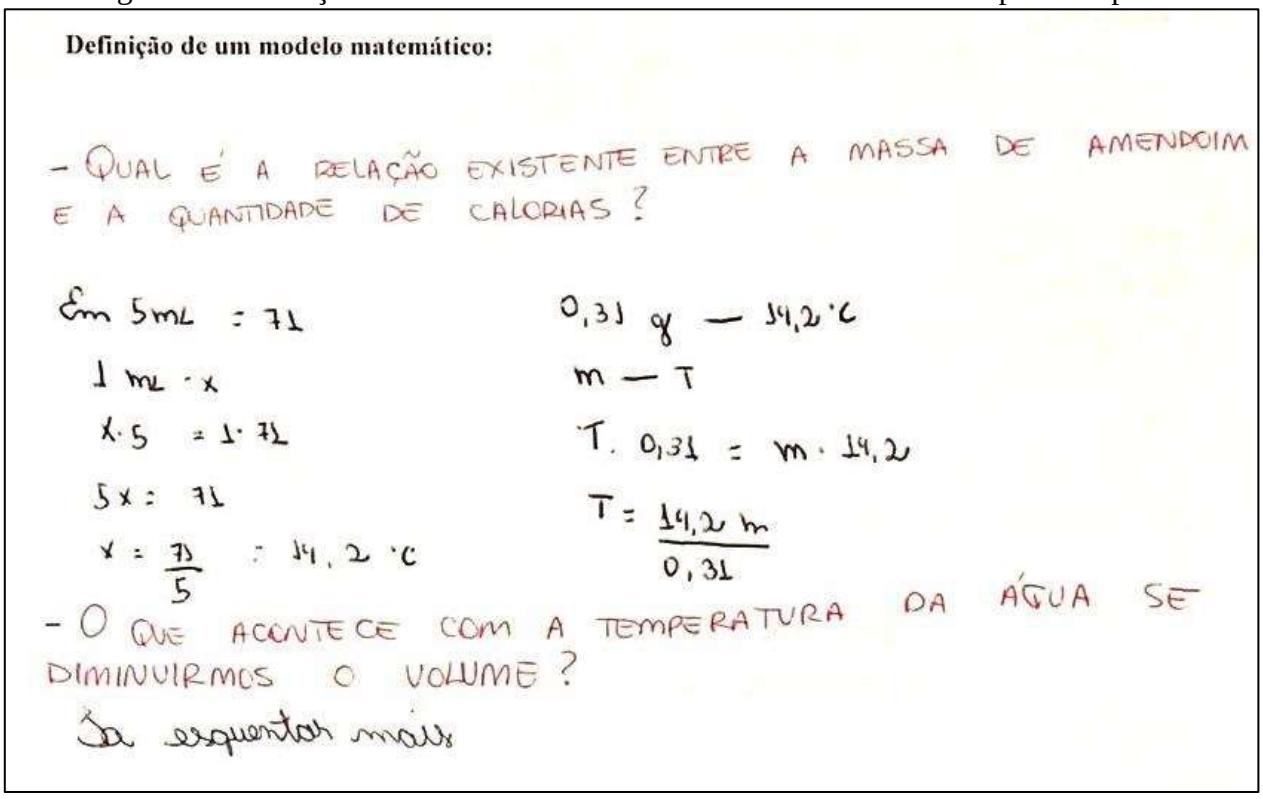
Fonte: Autores (2019).

Com base na variação de temperatura obtida experimentalmente para um volume de água de 5,0 mL, o Grupo 1 estabeleceu que o valor energético da amostra de amendoim decorre do conceito de caloria. Levando em consideração a hipótese *H2*, realizaram a determinação por

meio de uma regra de três, obtendo o modelo $c = 910{,}256 \cdot m$, no qual c corresponde ao valor energético (em calorias) no amendoim em uma massa m (em gramas).

A dedução do modelo matemático pelo Grupo 2 ocorreu conforme a Figura 13. Inicialmente, o grupo apresentou dificuldade para estabelecer a relação entre a massa de amendoim e o valor energético do mesmo. Para tanto, o professor teve que intervir de modo a suscitar a relação existente entre tais variáveis (*Qual é a relação existente entre a massa de amendoim e a quantidade de calorias?*).

Figura 13 – Dedução do modelo matemático da atividade *Calorímetro* pelo Grupo 2



Fonte: Autores (2019).

Ainda, com base nas transcrições da gravação de áudio do grupo, percebemos que os alunos solicitaram o auxílio de um integrante do Grupo 1, conforme o diálogo a seguir:

A_2: A_4, como vocês fizeram?
A_4: Usa a regra de três. Só colocar a massa em uma coluna e as calorias em outra.
A_2: Mas a caloria só vale para 1 mL.
A_4: Então! A gente usou 5 mL...
A_{13}: É só multiplicar aqui, A_2.

A partir dessa interação, o grupo estabeleceu uma relação proporcional entre a variação da temperatura atingida pela água e o volume no interior do tubo de ensaio. Entretanto, tal relação não se mostrou adequada, uma vez que essas grandezas (volume de água e variação de temperatura) são inversamente proporcionais. Com isso, o modelo encontrado pelo Grupo 2 foi $T = \frac{14,2 \cdot m}{0,31}$, sendo T a variação de temperatura da água em graus Celsius e m, a massa de amendoim em gramas.

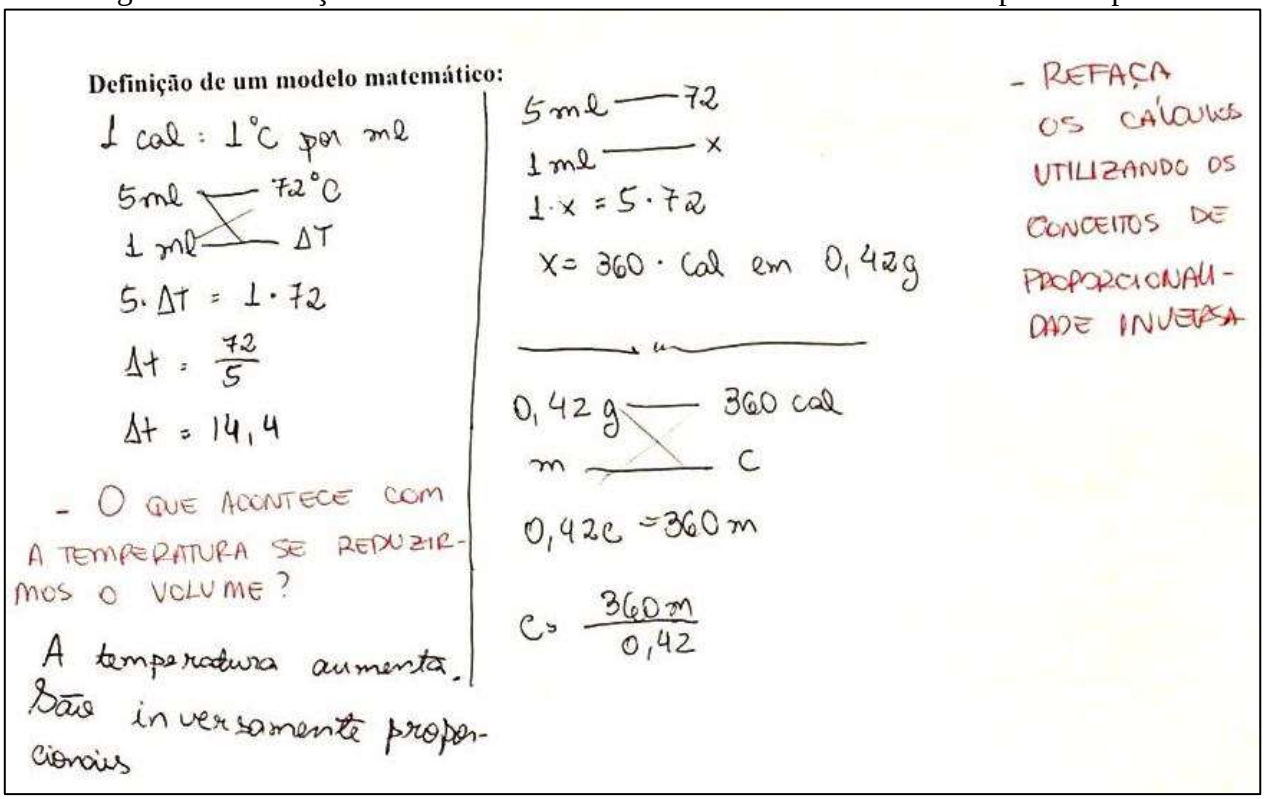
De forma a auxiliar o grupo, o professor propôs para que os alunos pensassem na forma como a temperatura da água e o volume iriam se relacionar . Incentivados por essa intervenção, o grupo iniciou uma discussão:

> *A_3: Eu não entendi...*
> *A_2: Se tem menos água a temperatura não vai ser menor?*
> *A_{13}: Se você tá esquentando mais água, vai demorar mais para esquentar.*
> *A_2: Então se estiver esquentando menos [água]...*
> *A_{13}: É mais rápido. Então se diminuir o volume, ia esquentar mais. Aí na regra de três a gente ia ter que mudar...*

Os alunos pareceram entender (*É mais rápido. Então se diminuir o volume, ia esquentar mais)* que a relação proposta anteriormente deveria ser uma relação inversamente proporcional. Contudo, devido ao tempo para a realização da atividade, não conseguiram concluí-la.

O modelo deduzido pelo Grupo 3 encontra-se disposto na Figura 14.

Figura 14 – Dedução do modelo matemático da atividade *Calorímetro* pelo Grupo 3

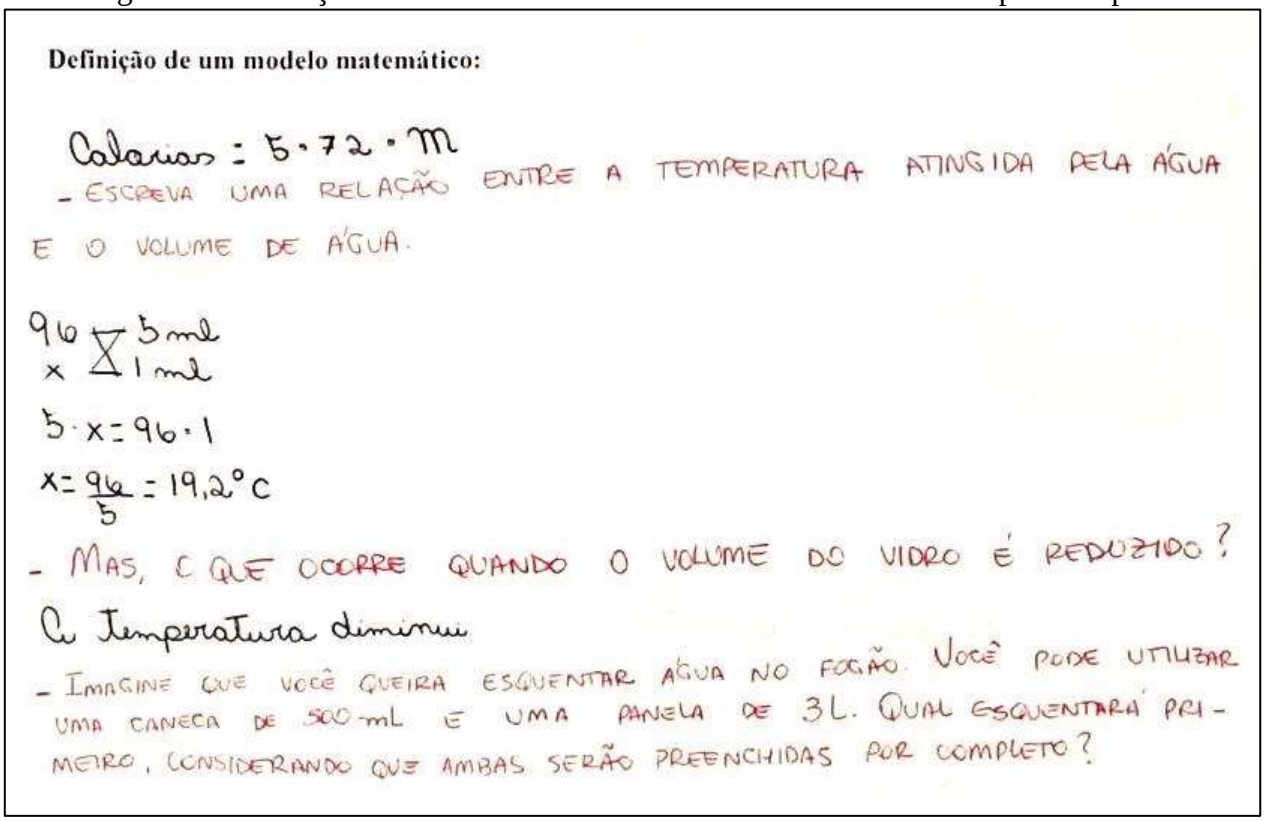


Fonte: Autores (2019).

Assim como evidenciado no modelo do Grupo 2, os alunos deste grupo também relacionaram de forma equivocada a variação de temperatura e o volume da água. Entretanto, a partir do *feedback* feito pelo professor (*O que acontece com a temperatura se reduzirmos o volume?*), os alunos puderam perceber isso e redirecionaram seu raciocínio, obtendo como modelo a expressão $c = \frac{360 \cdot m}{0,42}$.

Por fim, os procedimentos adotados pelo Grupo 4 para a definição do modelo matemático encontram-se dispostos na Figura 15.

Figura 15 – Dedução do modelo matemático da atividade *Calorímetro* pelo Grupo 4



Fonte: Autores (2019).

Inicialmente, o grupo considerou que a quantidade de calorias seria obtida a partir da relação $c = 5 \cdot 72 \cdot m$. Ao se analisar os diálogos (*Tem aquela fórmula do vídeo. Eu anotei ela, dá para a gente usar*) do grupo, percebemos que os alunos estabeleceram o modelo com base nas ações empreendidas pelo Grupo 1, sem perceber que seria necessário considerar a massa da amostra utilizada no experimento.

Com isso, o professor sugeriu que os alunos estabelecessem uma relação entre a variação da temperatura e o volume da água (*Escreva uma relação entre a temperatura atingida pela água e o volume de água*). Entretanto, assim como os Grupos 2 e 3, os alunos atribuíram às grandezas (variação da temperatura e volume de água) um caráter diretamente proporcional, sendo necessária outra intervenção por parte do professor (*Mas, o que ocorre quando o volume do vidro é reduzido?*), de modo que os alunos considerassem a variação do volume.

Apesar disso, observamos que os alunos ainda consideravam que a situação observada era diretamente proporcional. Ao perceber a dificuldade encontrada pelo grupo, o professor propôs uma situação hipotética (*Imagine que você queira esquentar água no fogão. Você pode*

utilizar uma caneca de 500 mL e uma panela de 3 L. Qual esquentará primeiro, considerando que ambas serão preenchidas por completo?), na qual o aluno deveria aquecer no fogão volumes diferentes de água e solicitou aos alunos que discorressem sobre o cenário que seria mais rápido: aquecer 500 mL de água ou aquecer 3 L.

O *feedback* do professor fez com que os alunos discutissem sobre a situação, conforme o diálogo transcrito a seguir:

> *A_6: Ele vai usar a mesma quantidade de água?*
> *A_{15}: Não, é pra considerar que vai tá preenchido por completo.*
> *A_7: Então a panela menor vai ser mais rápida, não é?*
> *A_{15}: Eu acho que sim, porque se tiver menos [água], vai demorar menos tempo...*
> *A_6: Eu acho que sim...Professor!*
> *Professor: E então?*
> *A_{15}: Se tiver menos água vai ser mais rápido.*
> *Professor: E o que isso quer dizer?*
> *A_6: Como assim?*
> *Professor: Essas grandezas são o que? Diretamente proporcionais?*
> *A_{15}: É inversa.*
> *Professor: Então eu posso fazer isso? [apontando para os cálculos efetuados pelo grupo]*
> *[Os alunos não souberam responder]*
> *Professor: Se [as grandezas] forem inversamente proporcionais, eu não posso multiplicar cruzado, não é?*
> *A_6: Não...*

Apesar de compreender o redirecionamento que deveria ser feito, o grupo não teve tempo para concluir o seu modelo.

Como os grupos 2 e 4 não conseguiram concluir a tempo, o professor sugeriu que os mesmos utilizassem o modelo deduzido pelo Grupo 1, de modo a verificar se seria satisfatório para a situação-problema em questão.

Para apresentar uma solução para a situação investigada, os alunos deveriam encontrar qual seria o valor energético correspondente a uma amostra de 15 g de amendoim. A escolha por essa quantidade de amendoim se deu de modo a confrontar os valores obtidos a partir dos modelos com os dados presentes na tabela de informações nutricionais.

Com isso, o Grupo 1 encontrou, com base em seu modelo, um valor energético de 13.653 cal, enquanto o Grupo 3 encontrou um valor energético de 12.857 cal para uma massa de 15 g de amendoim.

Todavia, ao comparar o resultado obtido, os alunos perceberam que o valor encontrado era menor que o valor apresentado na tabela de informações nutricionais (63 kcal). Com isso, o professor iniciou uma discussão com todos os alunos acerca dos motivos por trás dessa discrepância, conforme transcrição a seguir:

> *Professor: O valor que vocês encontraram bateu com o que estava na tabela?*
> *A_8: Não, foi menor.*
> *Professor: Por quê?*
> *A_{11}: Pode ser que na hora de esquentar a água, o fogo estava longe [do tubo de ensaio]. Daí não esquentou direito.*
> *Professor: O que mais pode ter acontecido?*
> *A_4: Talvez o amendoim não "queimou" por inteiro.*
> *Professor: Como assim?*
> *A_4: E se ele não conseguiu "liberar todo o calor" dele? Talvez ainda desse para continuar pegando fogo.*
> *A_{11}: Mas e o que a gente ia fazer?*
> *A_4: Era só colocar perto da vela de novo.*
> *Professor: Algum outro motivo, pessoal? O que a gente pode dizer sobre o calorímetro?*
> *[Os alunos não souberam responder]*
> *Professor: Será que, quando alguém vai fazer uma pesquisa usando um calorímetro, utiliza um igual ao que a gente fez?*
> *A_4: Não...*
> *Professor: E como seria, então?*
> *A_8: Acho que eles devem fazer alguma coisa mais fechada...*
> *Professor: Fechada de que maneira?*
> *A_8: Fechada. Porque senão o calor escapa.*
> *Professor: Então o nosso calorímetro deixou o calor escapar?*
> *A_8: Sim. Como tinha o corte na parte de baixo, pode ser que o calor saiu do calorímetro...*

Com base neste diálogo, percebemos que alguns alunos souberam identificar formas de aprimorar o experimento, buscando reduzir ao máximo as variáveis que pudessem interferir no problema.

Em teoria, conforme apresentado por Almeida, Silva e Vertuan (2012), tal constatação poderia indicar um retorno ao ciclo de modelagem, especificamente para o processo de inteiração, a partir da realização de um novo experimento. Uma vez que os alunos souberam

identificar aspectos nos quais o experimento poderia ser aprimorado, e considerando o grau de complexidade da situação[34], o professor resolveu encerrar a atividade.

5.1.2 Análise da Atividade 1

No que se refere à análise dos dados obtidos a partir do desenvolvimento da Atividade 1, a codificação foi feita com base nos recursos semióticos mobilizados no decorrer das fases da atividade. A partir da análise das transcrições dos áudios, das gravações de vídeo e dos registros escritos dos grupos foi possível realizar o processo de unitarização, conforme apresentado no Quadro 13.

Quadro 13 – Unitarização da atividade de primeiro momento *Calorímetro*

Unidade de contexto	Unidade de registro	Função
Inteiração	Questionário inicial	Questionário aplicado no início da primeira etapa da atividade.
	Vídeo da Internet	Vídeo demonstrando a construção de um calorímetro.
Matematização	Roteiro do experimento	Roteiro entregue aos alunos no início da segunda etapa da atividade.
	Proveta graduada	Instrumento utilizado para aferir o volume de água.
	Balança	Instrumento utilizado para aferir a massa dos alimentos.
	Termômetro analógico	Instrumento utilizado para aferir a temperatura da água.
	Calorímetro	Instrumento construído pelo professor e alunos.
Resolução	Roteiro para dedução do modelo matemático	Roteiro entregue aos alunos no início da terceira etapa da atividade.
Interpretação	Modelo matemático	Modelo matemático obtido pelos grupos.
Validação	Embalagem do amendoim	Tabela de informações nutricionais utilizado do amendoim.

Fonte: Autores (2019).

Para Bardin (2016), a unitarização serve enquanto pano de fundo para a significação das unidades de registro. Logo, de modo a compreender a forma como se deu a produção de signos e

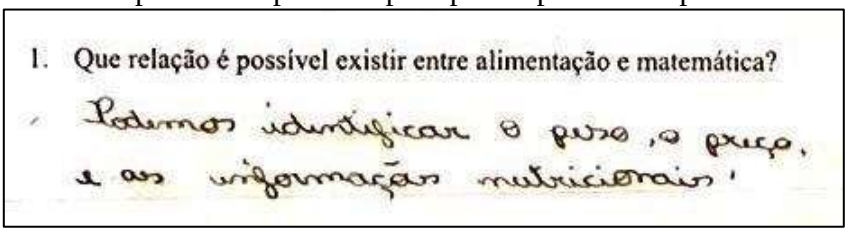
[34] Alguns aspectos da situação analisada, tais como os estudos referentes à transferência de calor, foram omitidos visando à simplificação da situação.

a atribuição de significado é necessário evidenciar a forma como os alunos mobilizaram os recursos semióticos ao longo das fases da atividade de modelagem.

No início da atividade, durante a fase de *Inteiração*, os alunos utilizaram o recurso semiótico *questionário inicial*. Cada uma das questões apresentadas se refere a um problema, ao passo que as respostas dos grupos para tais questões correspondem a símbolos do objeto *problema* em discussão.

No que se refere à questão 1 (Que relação é possível existir entre alimentação e matemática?), o problema apresentado vem a ser a *contextualização entre Matemática e alimentação*, conforme exemplificado na Figura 16.

Figura 16 – Símbolo produzido pelo Grupo 2 para o problema apresentado na questão 1



Fonte: Autores (2019).

Ao identificar uma relação utilizando “o peso, o preço, e as informações nutricionais”, é possível observar que os signos produzidos pelos alunos para remeterem ao problema correspondem a símbolos para o objeto *problema*. Logo, este símbolo produzido pelos alunos para o objeto corresponde a um signo interpretante.

Os signos produzidos pelos grupos, até certa extensão, estavam relacionados a tópicos já trabalhados anteriormente, tanto na disciplina de Matemática quanto em outras disciplinas. A associação entre “o peso” ou “o preço” de um alimento com a Matemática são aspectos recorrentes no estudo de unidades de medida, enquanto a análise das “informações nutricionais” pode estar associada ao estudo do sistema digestório, evidenciando certa familiaridade com o objeto *problema*.

Entretanto, a familiaridade com os objetos não se mostrou presente durante toda a mobilização do recurso *questionário inicial*, como evidenciado ao analisarmos as questões 6 (Como podemos determinar a quantidade de energia de um alimento?) e 7 (Mas, como podemos determinar isso sem a tabela de informações nutricionais?). Em tais questões, os signos

produzidos pelos alunos buscavam representar o problema *determinação do valor energético de um alimento*.

No caso dos símbolos produzidos pelo Grupo 3 para tais questões, como apresentado anteriormente na Figura 7, é possível observar que os alunos relacionam o problema à utilização de uma "tabela nutricional", bem como de "experimentos científicos, com algumas contas". Evidências da produção desses signos podem ser observadas a partir da discussão feita entre o grupo para tal problema, conforme evidenciado na transcrição abaixo:

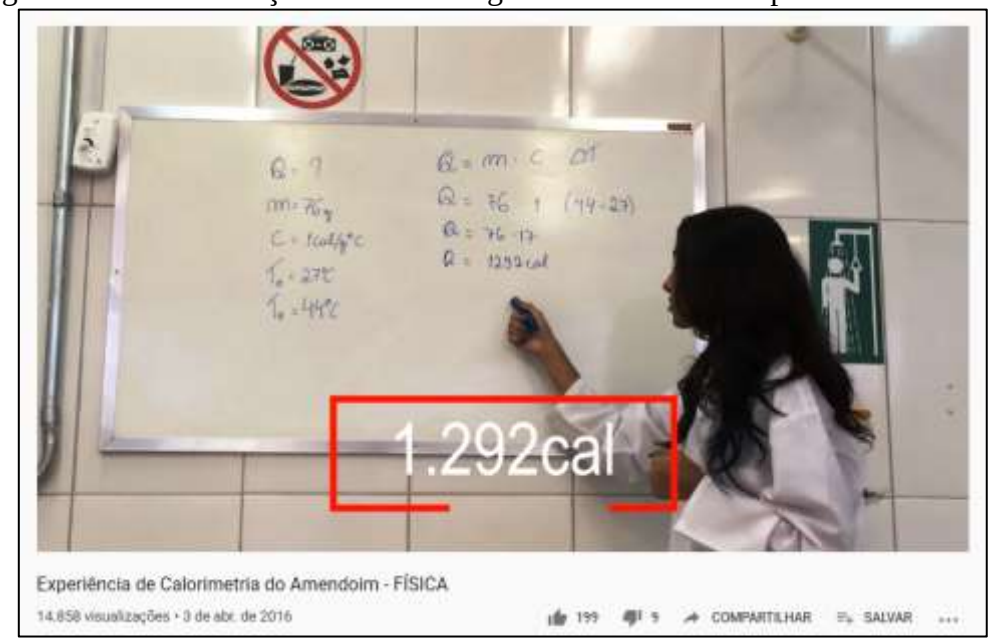
> *A_{11}: Eu não faço a menor ideia de como calcular isso [o valor energético do alimento]. Se tem na tabela [nutricional] lá, é só ver no rótulo...*
> *A_{14}: Eu também não sei.*
> *A_{11}: Escreve que são experimentos, A_5, sei lá...*
> *A_5: Mas que experimento é feito?*
> *A_{11}: Eu não sei...*

Além deste episódio, as falas de alguns alunos durante a discussão com toda a turma ("*Eu acho que são feitos experimentos com esses alimentos*"; "*Através de contas!*"), nos permite inferir que tais observações correspondem a meras ideias que os intérpretes possuem sobre o objeto, uma vez que não há familiarização por se tratar de um tema ainda não estudado até o momento do desenvolvimento da atividade.

Ainda na fase de inteiração, a apresentação do recurso semiótico *vídeo da Internet*, na etapa da inteiração, foi essencial para que novos signos interpretantes fossem produzidos acerca do objeto *problema*. Logo, a sua utilização encontra-se alinhada à assertiva de Peirce (2005, p. 40) de que o "corpo de um símbolo transforma-se lentamente, mas seu significado cresce inevitavelmente, incorpora novos elementos e livra-se de elementos velhos".

Por meio da proposição de um método de se determinar o valor energético de uma amostra de amendoim, o vídeo permitiu que os alunos abandonassem elementos velhos, na busca pela produção de novos signos para o objeto *problema*, com base na utilização de conceitos da calorimetria. A Figura 17 apresenta o encaminhamento proposto no vídeo para a determinação do valor energético.

Figura 17 – Determinação do valor energético do amendoim apresentado no vídeo



Fonte: Gomes (2016).

Para Greefrath e Siller (2017), a utilização de tecnologias, sobretudo em atividades de modelagem, possui grande potencial, graças à promoção da compreensão de relações matemáticas e em possibilitar diferentes formas de visualização. Sobre a utilização de vídeos enquanto recurso semiótico, Schöninger, Fadrique e Assmann (2016) argumentam que essa prática potencializa a aprendizagem, servindo de suporte para a construção de diversos signos.

Na fase de *Matematização*, a construção e o manuseio de um calorímetro permitiram que os alunos mobilizassem diversos recursos semióticos. O recurso semiótico *roteiro do experimento*, associado ao recurso *vídeo da Internet*, permitiu que os alunos pudessem produzir signos interpretantes para o problema apresentado anteriormente (determinação do valor energético de um alimento), bem como para os objetos utilizados no experimento.

A atribuição de novos significados para objetos como a embalagem de leite e a vela, por exemplo, ocorre em consequência de suas potencialidades para o experimento: enquanto o primeiro pode atuar enquanto câmara de combustão do calorímetro, o segundo possibilita a reação de combustão nos alimentos a serem investigados.

A utilização do recurso semiótico *proveta graduada* não ocorreu com todos os alunos, uma vez que os grupos foram responsáveis em eleger os integrantes encarregados pelo seu

manuseio. Assim, cinco alunos (A_3, A_4, A_9, A_{14} e A_{15}) fizeram uso do recurso para a aferição do material volumétrico. A Figura 18 apresenta um aluno utilizando este recurso.

Figura 18 – Aluno A_9 realizando a aferição de água destilada

Fonte: Autores (2019).

Por se tratar de um recurso até então inédito para os alunos que realizaram as medições, alguns aspectos referentes à conduta ao se manusear tal recurso não eram conhecidos. Dada sua natureza analítica, o manuseio de uma proveta graduada se difere de outros instrumentos de medição mais comumente utilizados na sociedade, uma vez que demanda a leitura correta do menisco[35]. A Figura 19 traz uma representação de um menisco ao se medir um material volumétrico.

Figura 19 – Menisco evidenciado em uma pipeta graduada

Fonte: Alves (2020).

[35] Curvatura evidenciada na marcação de um líquido no interior de um recipiente volumétrico, denotada por ação de forças de adesão ou coesão entre o líquido e a parede do instrumento (ISO, 2017).

Neste caso, podemos inferir que a leitura do menisco culmina na produção de signos interpretantes acerca do objeto *volume de água*, uma vez que permite associar a curvatura evidenciada na vidraria com a aferição do material volumétrico. Logo, a atribuição de significado está associada a uma intenção de se obter determinada quantidade de água.

Ainda, considerando a natureza do objeto *volume de água*, podemos inferir que a atribuição de significado para tal também pode ser dada por experiências colaterais que os alunos têm acerca da aferição de material volumétrico. Ao se considerar outros recursos utilizados para tal fim, mesmo aqueles nos quais a leitura do menisco não seja aspecto determinante em sua medição (e.g. copo medidor, seringa), os alunos se deparam com signos universais que podem ser utilizados, até certa extensão, ao manipular o recurso *proveta graduada*.

A utilização do recurso semiótico *balança*, assim como no recurso semiótico *proveta graduada*, não foi conduzida por todos os alunos. Desta forma, quatro alunos (A_5, A_7, A_8 e A_9) ficaram encarregados em obter a massa das amostras de alimento. Por meio deste recurso, os alunos conseguiram produzir interpretantes acerca do objeto *massa de alimento*. Por meio deste recurso, deduzimos que a atribuição de significado ocorre pela familiaridade que os alunos possuem com o objeto e com o recurso semiótico.

O mesmo pode ser deduzido para o recurso semiótico *termômetro analógico*, manuseado por cinco alunos (A_2, A_4, A_8, A_{14} e A_{15}) no decorrer dos experimentos. Tal recurso permitiu a produção de interpretantes referentes ao objeto *temperatura da água* e, de modo similar ao observado na manipulação do recurso semiótico *balança*, a atribuição de significado para o objeto ocorre por meio da familiaridade dos alunos com o contexto.

Do ponto de vista matemático, é possível estabelecer uma relação entre os recursos semióticos *proveta graduada* e *termômetro* com o objeto matemático *conjunto dos números reais*, sobretudo no que diz respeito ao conceito de reta numérica. Evidências sobre a produção destes signos podem ser observadas em algumas falas isoladas dos alunos responsáveis pelas medições, conforme apresentado no Quadro 14.

Quadro 14 – Evidências da produção de interpretantes a partir dos recursos semióticos *proveta graduada* e *termômetro*

Diálogo	**Aluno**
"[O volume da água] passou um pouco do 5 [mL]. Vou tirar..."	A_3
"[A temperatura] está entre 61 e 62 [°C]."	A_8
"*Olha aqui então! Tá em cima do 91 [°C]"*	A_{15}

Fonte: Autores (2019).

A produção de interpretantes, nestes casos, pode estar relacionada com a familiaridade que os alunos possuem com o objeto matemático em questão, ao identificarem a presença de um sentido positivo para a medição do volume e da temperatura, como observado na Figura 20.

Figura 20 – Reta numérica associada à leitura do termômetro analógico

Fonte: Autores (2019).

A utilização da *balança* e do *termômetro analógico* não demonstrou ser um empecilho para os alunos, uma vez que constituíam instrumentos conhecidos e difundidos na sociedade, fornecendo signos universais. Para Manechine e Caldeira (2006, p. 3), "na medida em que o educando vai se familiarizando e aprendendo determinados signos universais, esses vão se tornando objetos referenciais para conexão, relação e apropriação de novos signos".

Por fim, a utilização do recurso semiótico *calorímetro* possibilitou a produção de signos interpretantes acerca de objetos matemáticos e objetos relativos aos experimentos conduzidos. O Quadro 15 apresenta algumas evidências acerca da produção de signos com base na manipulação deste recurso semiótico.

Quadro 15 – Evidências da produção de interpretantes a partir do recurso semiótico *calorímetro*

Diálogo	Aluno
"É porque o amendoim deles era diferente. A amostra deles era maior."	A_4
"Se o amendoim é menor vai queimar menos."	A_2
"*Quanto calor para fazer a temperatura da água subir 1°C"*	A_{15}

Fonte: Autores (2019).

Com base na fala da aluna A_4, podemos evidenciar que houve os signos produzidos de forma a remeter à situação observada podem se configurar enquanto símbolos para o objeto *experimento*, uma vez que ao apontar que "a amostra [do outro grupo] era maior", a aluna estabelece uma relação de causalidade para o que foi observado nos experimentos de seu grupo.

Ainda, a identificação dessa causalidade parece indicar a produção de interpretantes para o objeto matemático *proporcionalidade*, uma vez que o fato de sua amostra de amendoim ser menor culminou em uma menor temperatura de água, indicando uma relação de proporcionalidade direta entre a massa da amostra do alimento e a temperatura atingida pela água.

Ao identificar que "se o amendoim é menor vai queimar menos", a aluna A_2 evidencia a sua produção de interpretantes para o objeto *experimento*, uma vez que o tempo em que a amostra permanece em combustão depende de sua massa. Neste caso, a relação com o objeto matemático *proporcionalidade* também se torna evidente, indicando que as grandezas "massa de amendoim" e "tempo de combustão" são diretamente proporcionais.

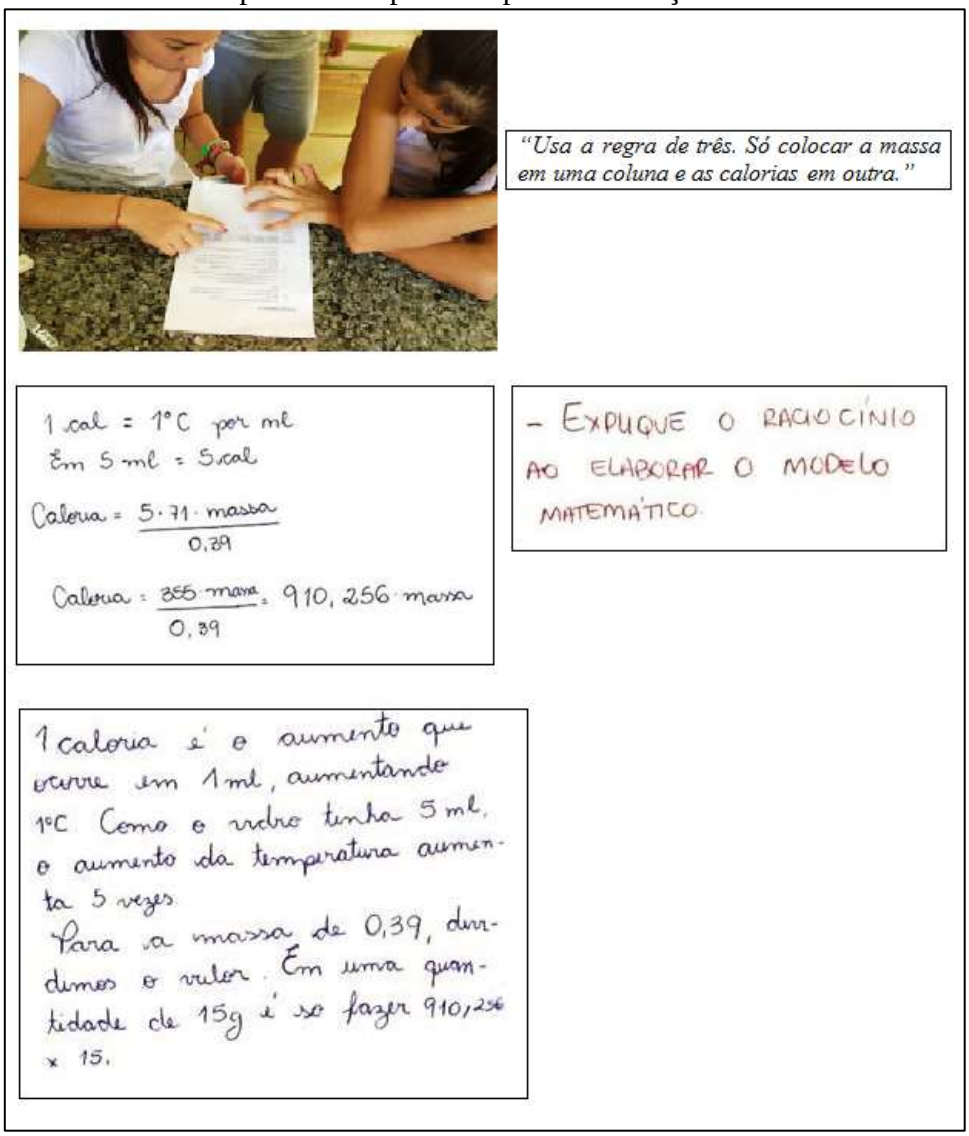
Por fim, ao objeto matemático *proporcionalidade* também é atribuída à relação existente entre as grandezas temperatura da água e quantidade de calorias de uma amostra de alimento. O aluno A_{15}, tomando como base a definição de caloria apresentada pelo professor (1 caloria é o calor necessário para se elevar em 1°C a temperatura de 1 mL de água), aponta para uma relação de proporcionalidade direta entre a quantidade de calorias e a variação da temperatura da água, ao relacionar o "calor para fazer a temperatura da água subir 1°C".

Nos casos supracitados, é possível inferir que a atribuição de significados para o objeto *experimento* ocorre na intenção de significar o objeto por meio da articulação com o contexto em que é utilizado. Quanto aos significados atribuídos ao objeto matemático *proporcionalidade*, é possível denotar uma familiaridade prévia que os alunos possuem com situações semelhantes, na qual a proporcionalidade se encontra difundida, bem como uma intenção para se obter um modelo matemático capaz de representar o experimento.

Na fase de *Resolução*, os grupos mobilizaram o recurso semiótico *roteiro para dedução do modelo matemático*, que evidenciou a produção de signos interpretantes e a atribuição de significados acerca de diferentes objetos.

Em suas discussões, o Grupo 1 recorreu ao conceito de caloria apresentado anteriormente, de modo a deduzir um modelo matemático, conforme apresentado na Figura 21.

Figura 21 – Símbolos produzidos pelo Grupo 1 na dedução do modelo matemático



Fonte: Autores (2019).

Durante essa fase, percebemos que o Grupo 1 parece recorrer ao conceito de proporcionalidade para obter uma solução à situação-problema "quantas calorias existem em 15 g

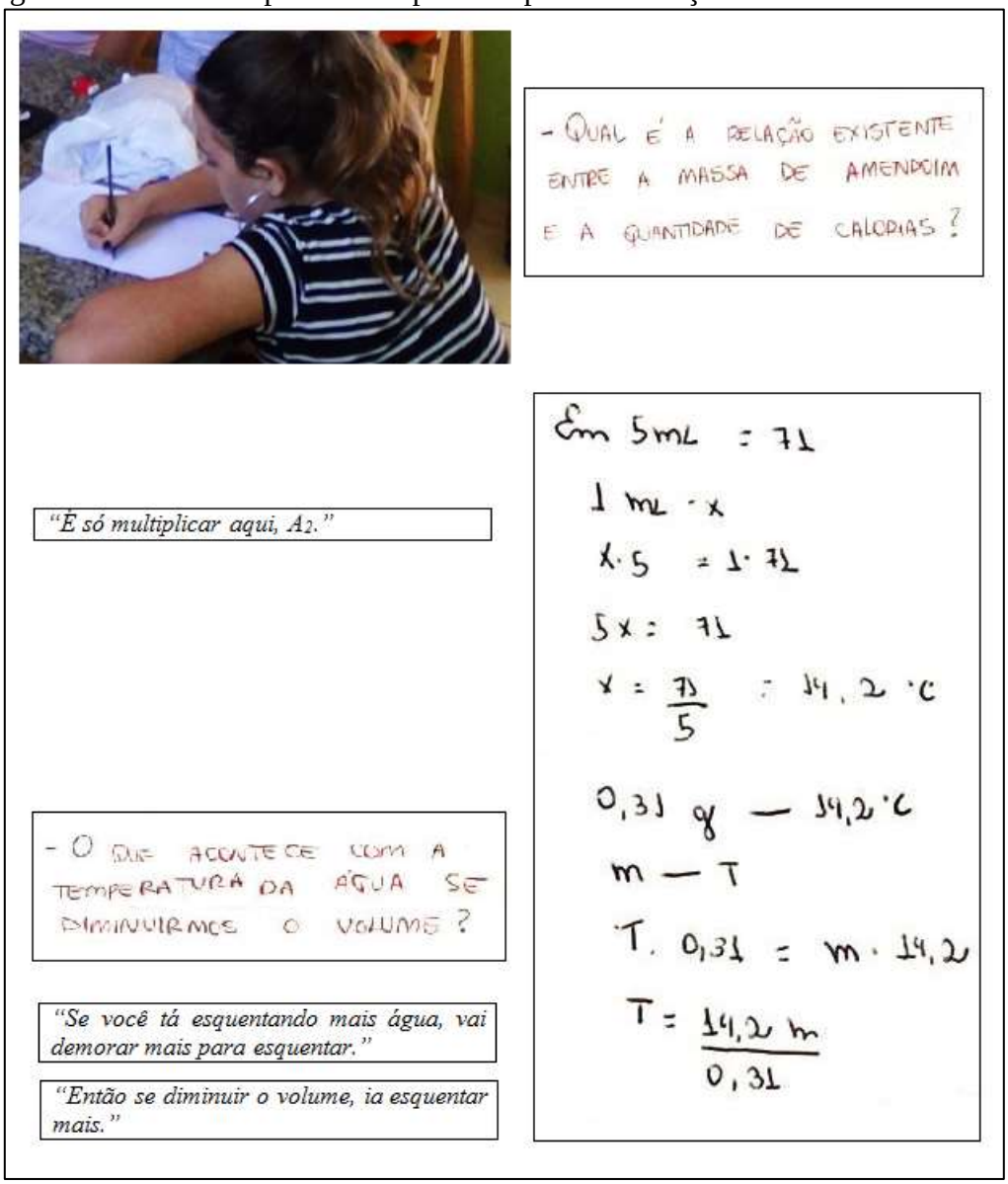
de amendoim?". Deste modo, os signos produzidos pelos alunos, de certa forma, correspondem a símbolos para o objeto *situação-problema*.

Um dos objetos matemáticos utilizados pelo Grupo 1 foi a relação de *proporcionalidade*, como evidenciado na instrução feita pela aluna A_4 aos demais colegas, de usar "a regra de três", relacionando "a massa em uma coluna e as calorias em outra". Isso pode indicar certa familiaridade que a aluna tem com outras situações semelhantes.

Quanto ao modelo matemático obtido pelo Grupo 1 ($caloria = 910{,}256 \cdot massa$), é possível inferir a sua utilização enquanto um símbolo para o objeto *situação-problema*, uma vez que permite a produção de interpretantes acerca daquele objeto. Neste caso, o modelo matemático pode ser utilizado para a generalização, auxiliando na compreensão dos dados obtidos.

O Grupo 2, inicialmente, apresentou dificuldade em obter um modelo matemático, culminando na intervenção por parte do professor (Qual é a relação existente entre a massa de amendoim e a quantidade de calorias?). Com base nesse *feedback*, bem como também no auxílio recebido pelo Grupo 1 ("Usa a regra de três"), os alunos passaram a associar o fenômeno observado com o objeto matemático *proporcionalidade*, como evidenciado pelos símbolos apresentados na Figura 22.

Figura 22 – Símbolos produzidos pelo Grupo 2 na dedução do modelo matemático



Fonte: Autores (2019).

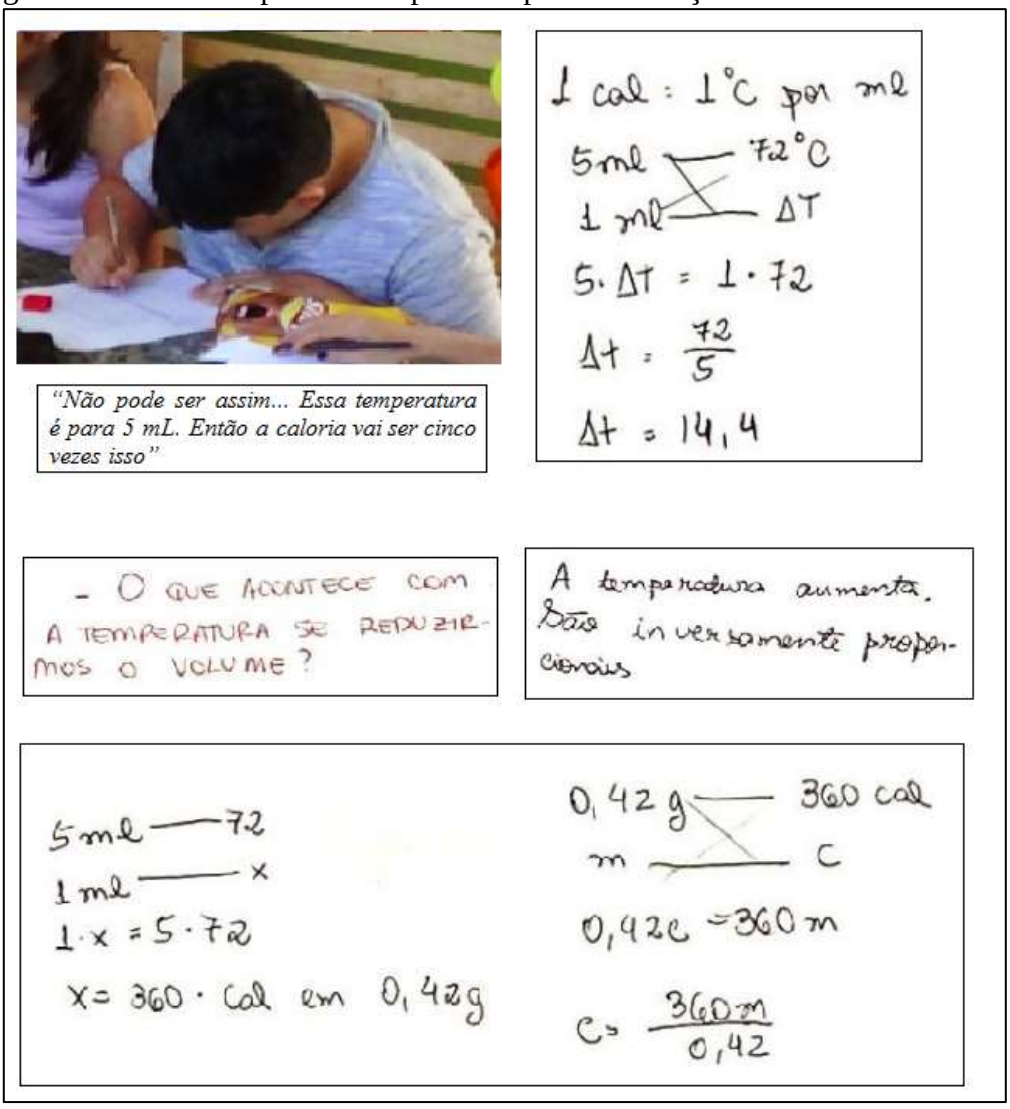
A familiaridade do grupo com o objeto se torna visível quando os alunos associaram a variação da temperatura com a variação do volume de água utilizado no experimento. Como foram utilizados 5,0 mL de água destilada, o aluno A_{13} denota a necessidade de "multiplicar aqui [por 5]".

Entretanto, na dedução do modelo, percebemos que os procedimentos utilizados pelos alunos indicavam que as grandezas *massa de amendoim* e *variação de temperatura da água* eram grandezas inversamente proporcionais, ou seja, quanto menor fosse a massa do amendoim, maior

seria a variação de temperatura observada. Isso pode indicar uma ideia que os alunos tiveram acerca do objeto *experimento*, um erro de julgamento que acaba interferindo no significado atribuído ao objeto matemático *proporcionalidade*, cujos interpretantes já haviam sido produzidos em um momento anterior à realização da atividade.

Quanto ao Grupo 3, percebemos que, apesar de recorrerem ao objeto matemático *proporcionalidade*, houve uma mudança quanto aos significados atribuídos. A Figura 23 apresenta os encaminhamentos deste grupo durante a fase de *Resolução*.

Figura 23 – Símbolos produzidos pelo Grupo 3 na dedução do modelo matemático



Fonte: Autores (2019).

Inicialmente, como observado na fala do aluno A_{11} (“Essa temperatura é para 5 mL. Então a caloria vai ser cinco vezes isso.”), é possível evidenciar que o grupo relacionou as grandezas envolvidas com o objeto matemático *proporcionalidade*, utilizando-se de informações obtidas nas fases anteriores da atividade.

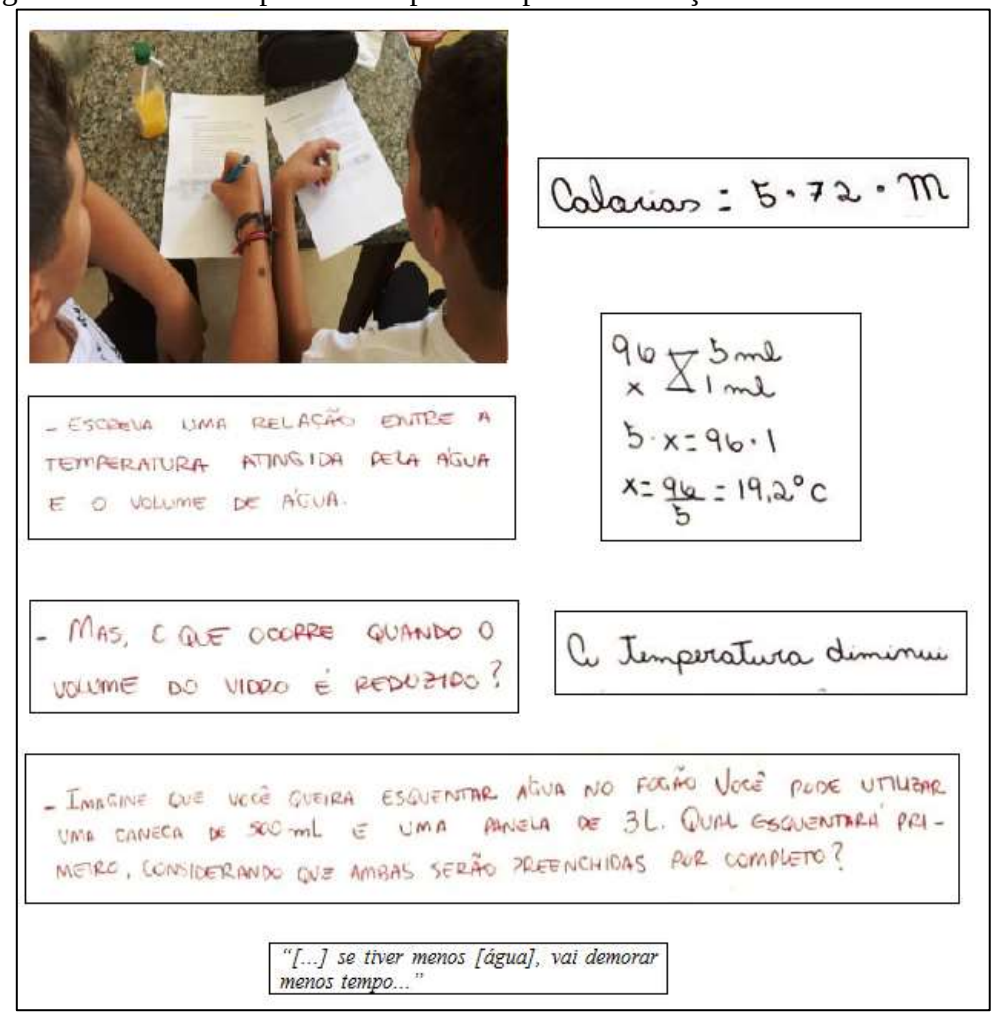
Todavia, ao deduzir um modelo matemático para solucionar a situação-problema, o grupo utilizou o conceito de proporcionalidade direta entre as grandezas *volume de água* e *variação de temperatura*, com base em uma ideia que o grupo tinha acerca do experimento vivenciado.

Com isso, por meio do *feedback* feito pelo professor (O que acontece com a temperatura se reduzirmos o volume?), os alunos percebem que a proporcionalidade direta entre tais grandezas não poderia ser utilizada, uma vez que o fenômeno evidenciado pelo experimento denotava grandezas “inversamente proporcionais”, evidenciando uma mudança na atribuição de significado ao objeto *experimento*.

Logo, com base nessas observações, o Grupo 3 utilizou da familiaridade com o objeto matemático *proporcionalidade* e deduziu um modelo matemático $\left(c = \frac{360m}{0{,}42}\right)$ que fosse capaz de solucionar a situação-problema da atividade.

O Grupo 4, devido às dificuldades apresentadas durante essa fase da atividade, não conseguiu deduzir um modelo matemático. Os símbolos produzidos por este grupo, nessa fase da atividade, estão dispostos na Figura 24.

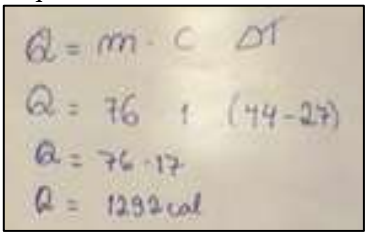
Figura 24 – Símbolos produzidos pelo Grupo 4 na dedução do modelo matemático



Fonte: Autores (2019).

A princípio, é possível inferir que a dedução do modelo matemático ($calorias = 5 \cdot 72 \cdot m$) pareceu se inspirar no objeto matemático *função linear*, conforme apresentado no vídeo durante a fase de Inteiração. As similaridades se tornam evidentes quando analisamos a resolução proposta pelos autores do vídeo, conforme apresentada na Figura 25.

Figura 25 – Determinação da quantidade de calorias conforme apresentado no vídeo



Fonte: Autores (2019).

Desta forma, podemos deduzir que o significado atribuído pelo grupo ao objeto *situação-problema* derivava de uma ideia que o grupo possuía acerca do objeto *experimento*, em que o valor energético do amendoim para a atividade realizada deveria ser calculado tal como apresentado no vídeo. Todavia, como os alunos não possuíam conhecimento acerca dos conceitos de calorimetria, o professor instruiu os grupos que buscassem por outras formas de solucionar a situação-problema.

A primeira intervenção feita pelo professor (Escreva uma relação entre a temperatura atingida pela água e o volume de água) teve o intuito de fazer com que os alunos produzissem novos interpretantes acerca do objeto *experimento*. Entretanto, os interpretantes produzidos não pareciam corresponder ao fenômeno estudado, uma vez que o grupo relacionou a variação de temperatura e o volume de água como sendo diretamente proporcionais. Este entendimento é corroborado pela resposta do grupo (A temperatura diminui) para o segundo *feedback* feito pelo professor (Mas, o que ocorre quando o volume do vidro é reduzido?).

Buscando fazer com que os alunos atribuíssem significados ao experimento com base na familiaridade com outros fenômenos, o professor fez o terceiro *feedback* (Imagine que você queira esquentar água no fogão. Você pode utilizar uma caneca de 500 mL e uma panela de 3 L. Qual esquentará primeiro, considerando que ambas são preenchidas por completo?), visando a produção de novos signos interpretantes para o objeto *experimento*.

Com base no terceiro *feedback*, é possível inferir que houve uma mudança quanto aos significados atribuídos, conforme evidenciado na fala do aluno A_{15} (“[...] se tiver menos água, vai demorar menos tempo...”). Assim, esse aluno parece entender que o fenômeno observado poderia estar relacionado com o objeto matemático *proporcionalidade*.

Na *Interpretação dos resultados* e na *Validação*, duas últimas fases da atividade, os alunos utilizaram enquanto recursos semióticos o *modelo matemático* obtido e a *embalagem do amendoim*, respectivamente.

A partir do modelo matemático, os grupos puderam produzir signos interpretantes acerca do objeto *problema*. Como apenas dois grupos (1 e 3) apresentaram uma solução para a situação-problema (13.653 cal e 12.857 cal, respectivamente), a discussão foi conduzida com base nesses resultados.

A partir do modelo matemático, é possível inferir que ambos os grupos produziram signos para o objeto matemático *expressão algébrica*, uma vez que os grupos utilizaram os

conhecimentos relativos a esse objeto para a obtenção da solução. Neste caso, a atribuição de significados ocorre pela familiaridade que os alunos possuem sobre os procedimentos de cálculo algébrico.

Com base nas discussões conduzidas ao final da atividade, podemos evidenciar a produção de signos interpretantes acerca do objeto *solução*, sobretudo no que diz respeito à diferença observada entre o resultado obtido por meio do modelo matemático obtido e o valor encontrado na embalagem do amendoim. O Quadro 16 apresenta algumas falas em que é possível evidenciar isso.

Quadro 16 – Evidências da produção de interpretantes na validação do modelo matemático

Diálogo	**Aluno**
Pode ser que na hora de esquentar a água, o fogo estava longe [do tubo de ensaio].	A_{11}
Talvez o amendoim não "queimou" por inteiro. [...] Talvez ainda desse para continuar pegando fogo.	A_4
Acho que eles devem fazer alguma coisa mais fechada... [...] Porque senão o calor escapa.	A_8
Como tinha o corte na parte de baixo, pode ser que o calor saiu do calorímetro...	A_8

Fonte: Autores (2019).

Ao afirmar que "na hora de esquentar a água, o fogo estava longe", podemos inferir que o significado atribuído pelo aluno A_{11} para o objeto *solução* estava relacionado com o experimento conduzido, como evidenciado na Figura 26. Logo, o significado atribuído por este aluno teve a intenção de justificar a solução obtida na atividade, tomando como base o contexto em que o experimento foi realizado.

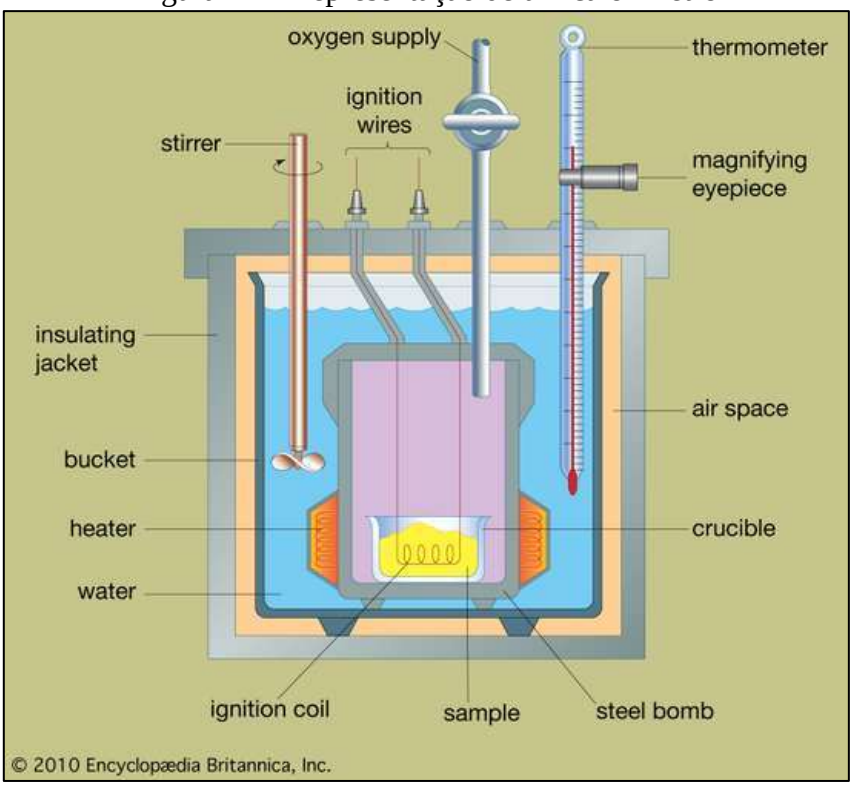
Figura 26 – Diferença na condução dos experimentos

Fonte: Autores (2019).

Uma observação feita pela aluna A_4 também nos pareceu pertinente. O fato de que o amendoim “talvez ainda desse para continuar pegando fogo” coloca em evidência o conflito entre o experimento e a hipótese H1 (*O alimento sofreu combustão completa*) definida para a atividade. Neste caso, também é evidente a produção de signos para o objeto *solução*, de modo que o significado atribuído pela aluna também teve o intuito de justificar a discrepância observada nos resultados.

Além disso, a abertura que foi feita na embalagem de leite, que permitia o acesso do alimento em combustão ao interior da câmara do calorímetro, também foi apontado como uma das justificativas para a diferença encontrada nos resultados. O aluno A_8, ao afirmar que “o calor escapa” pelo “corte na parte de baixo”, estabelece a produção de signos interpretantes para o objeto *solução*. Logo, a condição de “fazer alguma coisa mais fechada” é vislumbrada ao analisarmos o funcionamento de um calorímetro industrial, tal como apresentado na Figura 27.

Figura 27 – Representação de um calorímetro



Fonte: Encyclopædia Britannica (2010).

5.2 ATIVIDADE 3: “CANHÃO DE VÓRTEX”

5.2.1 Descrição da Atividade 3

A terceira atividade planejada pelo professor para ser desenvolvida pelos alunos consistia na construção e no manuseio de um canhão de vórtex[36]. Tal atividade foi planejada de modo a se constituir enquanto atividade de segundo momento de familiarização com a Modelagem Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), além de permitir a introdução e o manuseio de diferentes recursos tecnológicos.

Alinhado à caracterização de atividade experimental, em que os alunos se mobilizam “à procura de uma metodologia para a sua resolução” (SUART; MARCONDES, 2009, p. 55), a atividade foi desenvolvida em três etapas distintas, entre os dias 23 e 25 de outubro de 2018. Uma breve descrição dessas etapas se encontra disposta no Quadro 17.

Quadro 17 - Etapas da atividade de segundo momento *Canhão de vórtex*

Etapa	Abordagens realizadas	Data de realização	Espaço de realização
1 - Investigação pré-laboratório	Levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos; Apresentação de conceitos necessários;	23/10/2018	Laboratório de Ciências, nas aulas de Matemática.
2 - Atividade experimental	Construção e manuseio de canhões de vórtex;	23/10/2018	Quadra poliesportiva, em período extraclasse.
3 - Investigação pós-laboratório	Análise dos dados obtidos experimentalmente;	24/10/2018	Laboratório de informática, nas aulas de Matemática.
	Dedução de um modelo matemático;	24/10/2018	Laboratório de informática, nas aulas de Matemática.
	Análise e validação do modelo obtido;	25/10/2018	Quadra poliesportiva, em período extraclasse.

Fonte: Autores (2019).

A primeira etapa da atividade ocorreu no decorrer de duas aulas de Matemática, com a participação de todos os 15 alunos da turma. A divisão dos alunos em grupos ocorreu de forma

[36] Equipamento utilizado na projeção de ar em formato toroidal (ZYCH, 2016).

aleatória, obtendo quatro grupos distintos daqueles que realizaram a atividade de primeiro momento, conforme observado no Quadro 18.

Quadro 18 – Divisão dos grupos na atividade de segundo momento *Canhão de vórtex*

Grupo	Integrantes
Grupo 1	A_1, A_2, A_6, A_8
Grupo 2	A_3, A_4, A_{14}, A_{15}
Grupo 3	A_5, A_7, A_{10}, A_{12}
Grupo 4	A_9, A_{11}, A_{15}

Fonte: Autores (2019).

De modo a iniciar as discussões para o desenvolvimento da atividade, o professor solicitou aos alunos que propusessem maneiras de se movimentar um copo descartável que se encontrava sobre a bancada do laboratório de Ciências. Para tanto, os alunos não poderiam manusear diretamente o copo. Em suas tentativas, os grupos recorreram a leques improvisados de papel, cadernos e sopros, porém sem sucesso.

Antecipando tal resultado, o professor apresentou aos grupos um instrumento construído a partir de um funil e uma luva de látex afixada na extremidade maior do funil. Ao puxar e soltar a luva, os alunos puderam observar que o ar que era expelido do funil atingia uma velocidade considerável e percorria distâncias maiores. Deste modo, o copo pode ser movimentado, utilizando apenas o ar que era expelido daquele instrumento.

De modo a contribuir para o entendimento do fenômeno observado, o professor apresentou aos grupos um vídeo[37], mostrando a construção e manuseio de um canhão de vórtex. No vídeo em questão, esse canhão foi construído utilizando um balde, uma folha de acetato e fita adesiva, e o princípio de funcionamento era similar ao instrumento manuseado.

Ao término do vídeo, o professor promoveu uma discussão com a turma sobre o fenômeno evidenciado, conforme observado na transcrição das falas entre os alunos e o professor:

> *Professor: Como vocês explicam o experimento que estava no vídeo?*
> *A_3: A saída do ar era menor que o espaço onde o ar estava. Quando dava o impulso, o ar saía com alta velocidade.*
> *Professor: Como assim?*
> *A_3: A saída era menor para o tanto de ar que tinha dentro. Quando saía, ele saía todo de uma vez e ele ia com pressão.*

[37] Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Qp7UgQ4TBkg>. Acesso em: 19 out. 2019.

Professor: E como a gente pode associar o canhão do vídeo com o funil que vocês utilizaram aqui no laboratório?
A_4: Tá acontecendo a mesma coisa. No vídeo, o espaço onde o ar está é maior que o buraco por onde ele sai. No funil também.
Professor: E isso resulta em que?
A_4: O ar vai mais longe.

Tal abordagem correspondeu à expectativa do professor, que propôs aos alunos a construção de canhões de vórtex tais qual o observado. Ficou estabelecido que um dos pontos de investigação para a atividade seria a velocidade de saída do ar. Assim, os alunos destacaram alguns dos fatores que poderiam influenciar nessa velocidade, conforme o excerto das falas compartilhadas entre a turma:

Professor: E, se por acaso, a gente quiser alterar a velocidade do canhão? O que podemos mudar?
A_8: Para alterar a velocidade que o ar sai podemos alterar o tamanho da saída ou a pressão dentro do canhão.
Professor: Como funciona essa alteração na saída?
A_{15}: Se a saída for menor, sai com mais velocidade. Se for maior, sai com menos.
Professor: E para vocês? O que alteraria a velocidade? [se voltando para o grupo 1]
A_1: O tamanho da saída do canhão, a força que você coloca e o tamanho do recipiente.
Professor: Vocês também colocaram o tamanho da saída. Como isso varia?
A_2: Se a saída for menor, o ar sai com mais pressão.
Professor: E o que acontece com a velocidade?
A_1: Fica maior.
Professor: E vocês? [solicitando as considerações do grupo 3]
A_{10}: Para mudar a velocidade do ar, sem mudar o impulso, podemos mudar o tamanho do buraco...
A_{12}: Deixar maior.
Professor: E se ficar maior, o ar vai sair mais rápido?
A_{10}: Se deixar maior: vai dar o impulso lá, sai com menos velocidade. Agora, se colocar menor e colocar impulso, a pressão faz com que saia com maior velocidade.

Durante essa discussão, foi possível evidenciar que os grupos apontaram fatores como a dimensão do canhão, a força do impacto sobre a membrana e o diâmetro do orifício de saída do ar como decisivos na velocidade de saída do ar. De modo a simplificar a situação, optou-se por considerar uma dimensão específica para o canhão, elegendo enquanto variáveis de estudo a velocidade do ar e o diâmetro do orifício de saída.

Para tanto, os grupos definiram, em comum acordo, que a hipótese a ser considerada no desenvolvimento da atividade seria:

H1: Quanto menor for o orifício de saída do ar, maior será a velocidade atingida.

Tal hipótese estava associada às percepções dos alunos sobre os fenômenos presenciados anteriormente, relacionando a pressão do ar em um sistema e sua verificação ocorreria no decorrer das outras etapas.

A segunda etapa da atividade ocorreu em contraturno às atividades escolares, ao longo de quatro horas. Nesta etapa, cada grupo ficou responsável pela construção de um canhão de vórtex com diferentes dimensões do diâmetro do orifício de saída: o Grupo 1 construiu um canhão com 3 cm de saída; o Grupo 2, um de 6 cm; o Grupo 3 construiu um com 9 cm e o Grupo 4, um canhão com 12 cm.

Para a construção dos canhões, foram utilizados baldes idênticos, os quais seriam perfurados em sua parte inferior. Inicialmente, com o auxílio de um compasso e de papel cartão, cada grupo fez um molde circular para a demarcação do orifício do canhão, conforme indicado na Figura 28.

Figura 28 – Aluna A_5 recortando o molde circular de 9 cm de diâmetro

Fonte: Autores (2019).

Com os moldes feitos, cada grupo demarcou com uma caneta hidrográfica o espaço destinado para o orifício e os cortes foram feitos pelo professor, utilizando uma faca aquecida. Uma folha de acetato foi afixada na parte superior do balde, constituindo a membrana na qual seria aplicada a força. A Figura 29 traz um dos canhões construídos nessa etapa.

Figura 29 – Canhão de vórtex finalizado

Fonte: Autores (2019).

Com a construção do canhão, os alunos puderam perceber que, de fato, ao se aplicar força sobre a membrana de acetato, o ar era expelido de seu interior com maior velocidade. Entretanto, uma indagação se constituiu: “De que maneira é possível ‘visualizar’ o ar que sai do canhão?”. Antecipando o questionamento, o professor orientou os alunos a utilizarem bastões que emitiam fumaça colorida. Tal associação assemelha o manuseio do canhão construído no vídeo que os alunos assistiram na etapa anterior, que utilizou gelo seco para obter o mesmo efeito. Tal como o gelo seco, a fumaça colorida permitia evidenciar o trajeto percorrido pelo ar ao deixar o canhão, possibilitando acompanhar a trajetória dos anéis de fumaça.

Assim, o manuseio dos diferentes canhões foi gravado em vídeo na quadra poliesportiva da escola. Para tanto, o professor e os alunos determinaram locais fixos que corresponderiam ao posicionamento do tripé da filmadora e o local onde o aluno deveria manusear o canhão, para que fosse capturado em vídeo. Cada grupo elegeu um representante para que manuseasse o canhão confeccionado, conforme indicado na Figura 30.

Figura 30 – Alunos manuseando os canhões de vórtex construídos

Fonte: Autores (2019).

Conforme cada grupo manuseava o seu canhão, os alunos puderam observar que a hipótese definida anteriormente não parecia corresponder ao fenômeno observado, uma vez que o canhão de 3 cm de diâmetro não aparentava ser aquele com a maior velocidade do ar. Isso pode ser evidenciado nas falas dos mesmos, durante a realização da atividade experimental, conforme segue a transcrição:

> *Professor: Gente, o que está acontecendo com a fumaça dos seus canhões?*
> *A_7: Eu acho que o da A_4 [canhão de saída com 6 cm] e o do A_2 [canhão de saída com 3 cm] foram os mais rápidos.*
> *A_{11}: O meu [canhão com saída com 12 cm] nem saiu direito...*
> *Professor: Mas, qual vocês acharam que foi o mais rápido?*
> *A_1: Eu acho que foi o de 6 centímetros.*
> *Professor: Mas vocês não falaram que quanto menor fosse o buraco mais rápido sairia o ar?*
> *A_6: Sim, mas eu acho que se for muito pequeno, o ar não consegue sair tudo de uma vez. Ele bate no fundo do balde.*
> *Professor: Como assim?*
> *A_4: É só pensar que vai ter muito ar querendo sair por um espaço pequeno. Igual se tiver muita gente querendo passar por um espaço minúsculo.*
> *Professor: Desenvolve mais, A_4.*
> *A_4: Igual acontece no corredor [da escola, que possui apenas uma porta para o acesso à quadra]. Se tiver muita gente querendo passar ao mesmo tempo... Não vão conseguir.*

Apesar de estarem convictos de que a velocidade do ar seria maior para o canhão que possuísse menor orifício de saída, a atividade experimental possibilitou que tal hipótese pudesse

ser refutada. Para Suart e Marcondes (2009, p. 51) essa ocorrência está atrelada ao fato de que, por meio da atividade experimental, os alunos desenvolvem a capacidade "de elaborar hipóteses, testá-las e discuti-las, aprendendo sobre os fenômenos estudados e os conceitos que os explicam".

A terceira etapa da atividade teve início no laboratório de informática da escola, em aula regular da disciplina de Matemática. De forma a analisar a velocidade do ar que era expelido em cada canhão, os alunos foram incentivados a utilizarem o Tracker[38], um *software* de código aberto que, dentre outras funcionalidades, possibilita a análise de vídeos.

O Tracker possibilita a análise de corpos em movimento a partir de vídeos, ou de um conjunto de fotos sequenciais. No caso de vídeos, o *software* faz uma separação em quadros, nos quais é possível o estabelecimento de um "ponto de massa", correspondendo à localização do objeto de interesse.

Com os diferentes "pontos de massa" identificados nos quadros, é possível estabelecer uma relação entre o deslocamento de determinado objeto em função do tempo. Nesta atividade, o Tracker se constituiu enquanto um recurso semiótico que permitiu aos alunos acompanhar o deslocamento dos anéis de fumaça com base em um sistema de eixos ortogonais, fornecendo dados passíveis de serem interpretados matematicamente.

Esse recurso semiótico tem fundamental importância para que se possa analisar a relação existente entre as variáveis estudadas (diâmetro do orifício de saída e velocidade de saída do ar), pois, a partir do registro em vídeo, permite capturar nuances do movimento, que não seriam possíveis de serem observadas sem esse recurso.

Por se tratar de um recurso até então inédito para os alunos, o professor apresentou as funcionalidades desse *software*, bem como as ferramentas necessárias para se conduzir uma videoanálise, conforme transcrição:

> *Professor: Façam o seguinte, dentro daquela pasta "Experimentos" eu deixei o vídeo do experimento que cada grupo fez. Eu quero que vocês abram o vídeo do seu grupo.*
> *[...]*
> *Professor: Todo mundo clica no triângulo verde e vê se o vídeo tá rodando.*
> *A_3: Professor, ele tá em câmera lenta. É assim mesmo?*
> *Professor: Sim. O programa serve para analisar cada frame, o vídeo mostra assim mesmo.*
> *Professor: Agora vocês clicam na parte que tá escrito "Track", lá na barra de cima. Depois em "axes" e seleciona a parte que tá escrito "Visible" e vejam o que aconteceu.*

[38] Disponível em <https://physlets.org/tracker/>. Acesso em 16 nov. 2018.

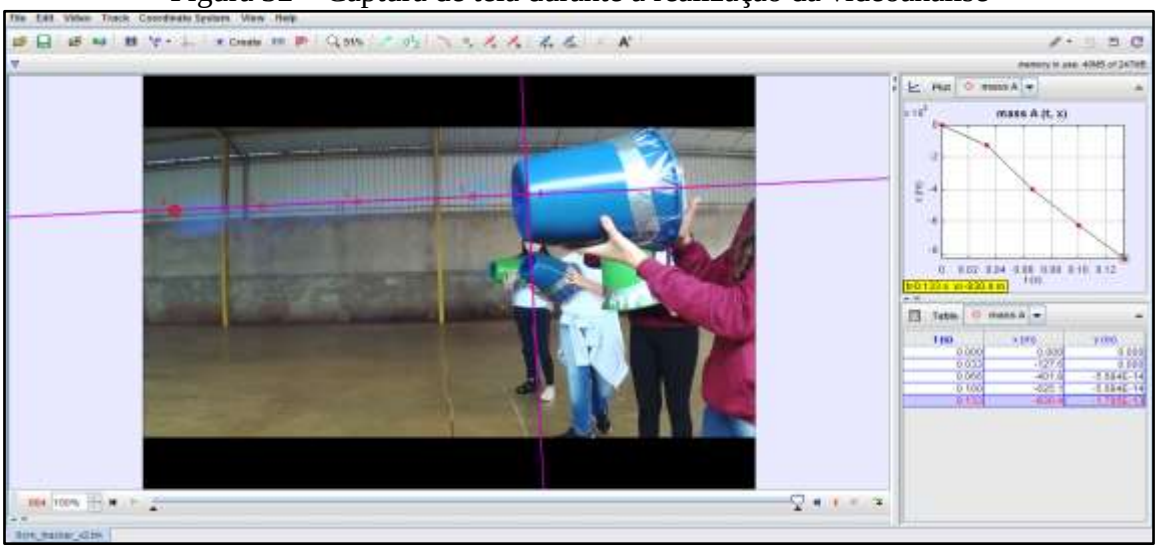
A_5: Apareceu umas retas.
Professor: Sim. Essas retas servirão para a gente analisar o deslocamento do ar.
Professor: Antes de tudo, prestem atenção. Vocês irão encontrar o quadro que a fumaça começa a sair do canhão. Para isso voltem o vídeo, clicando naquele símbolo do lado do triângulo verde...
Professor: Vão clicando no símbolo que tá escrito "Stepforward", do lado do número um. E avancem até o momento em que o ar vai começar a sair do canhão.
Professor: Quando a fumaça começar a sair, é só voltar um quadro. Esse vai ser o nosso instante zero.
[...]
Professor: Então agora vocês vão exatamente no meio dos dois eixos e arrastem para que eles fiquem exatamente no meio da saída do canhão.
A_{10}: Não entendi.
Professor: É só arrastar para deixar as retas no meio da saída... Assim. [manipulando o mouse e apresentando a A_{10}]
Professor: Agora, vocês precisam ajustar a inclinação dos eixos, para que essa reta horizontal fique exatamente no caminho da fumaça. Cliquem para avançar o vídeo e vejam o sentido do movimento.
Professor: Agora arrastem a reta para que ela fique em cima da fumaça.
Professor: Deixa eu ver... Ainda não ficou certo.
A_8: Precisa ficar mais para baixo?
Professor: Sim, olha... No começo ainda tá certo, mas depois a reta fica errada.
A_8: Assim? [Ajustando o eixo]
P: Isso.

É possível evidenciar, na transcrição supracitada, que os grupos foram orientados a manipular o sistema de eixos, de modo que o eixo das abscissas coincidisse com o deslocamento do ar, conforme observado nas Figuras 31 e 32.

Figura 31 – Aluno A_{10} utilizando o *software* Tracker

Fonte: Autores (2019).

Figura 32 – Captura de tela durante a realização da videoanálise



Fonte: Autores (2019).

Ao realizar os procedimentos explicados pelo professor, os grupos obtiveram dados referentes à distância (em metros) percorrida pelos anéis de fumaça e o tempo (em segundos). Ficou estabelecido que o instante inicial de cada experimento correspondesse ao tempo correspondente ao primeiro quadro no qual o anel de fumaça era visível. Com estes dados, foi possível construir o Quadro 19.

Quadro 19 – Dados obtidos por meio da videoanálise dos experimentos

Diâmetro do orifício (cm)	Tempo (s)	Distância (m)
3	0	0
	0,033	0,344
	0,066	0,624
	0,1	0,859
6	0	0
	0,033	0,138
	0,066	0,541
	0,1	0,885
9	0	0
	0,033	0,166
	0,066	0,403
	0,1	0,66
12	0	0
	0,033	0,118
	0,066	0,224
	0,1	0,41

Fonte: Autores (2019).

Com base em uma análise preliminar dos dados, é possível verificar que a distância percorrida pelo anel de fumaça no canhão de 6 cm foi superior à do canhão de 3 cm, contribuindo para que a hipótese estabelecida anteriormente fosse refutada.

De posse dos dados coletados, os alunos foram auxiliados pelo professor a determinar a velocidade média para cada canhão, com base na variação da distância do ar em um período de tempo determinado. Uma transcrição dos diálogos pode ser observada abaixo:

> *Professor: [...] Se a gente tem a distância e tem o tempo o que podemos calcular?*
> *A_{13}: O quanto ele andou.*
> *Professor: Tá, mas que informação podemos obter com distância e tempo? Vocês viram isso na Física.*
> *A_4: Velocidade?*
> *Professor Como que calcula velocidade?*
> *A_4: Distância sobre tempo.*
> *Professor: Isso. Podemos calcular a velocidade média de cada canhão.*
> *Professor: Vamos manter um padrão. Eu quero que vocês peguem a quarta distância e subtraiam pela primeira distância. Da coluna x.*
> *[...]*
> *Professor: Como estamos fazendo nos primeiros quatro quadros, vamos determinar a velocidade em um intervalo de 0,1 segundo. Então, dividam o 0,859 por 0,1.*
> *Professor: Ou melhor, nem precisa fazer a conta... Qual vai ser o valor da velocidade?*
> *A_4: 8,59.*
> *Professor: Esse valor é o que?*
> *A_4: A velocidade.*
> *Professor: E qual é a unidade?*
> *Professor: A distância está em que unidade?*
> *A_4: Metros?*
> *Professor: Sim. E o tempo?*
> *A_4: O tempo em segundos. Então [a unidade de velocidade] vai ser metros por segundo.*

Assim, cada grupo obteve a velocidade para cada um dos canhões de vórtex construído, conforme apresentado no Quadro 20.

Quadro 20 – Velocidade média de cada canhão

Diâmetro do orifício (cm)	Tempo (s)	Distância (m)	Velocidade média (m/s)
3	0	0	8,59
	0,033	0,344	
	0,066	0,624	
	0,1	0,859	
6	0	0	8,85
	0,033	0,138	
	0,066	0,541	
	0,1	0,885	
9	0	0	6,6
	0,033	0,166	
	0,066	0,403	
	0,1	0,66	
12	0	0	4,1
	0,033	0,118	
	0,066	0,224	
	0,1	0,41	

Fonte: Autores (2019).

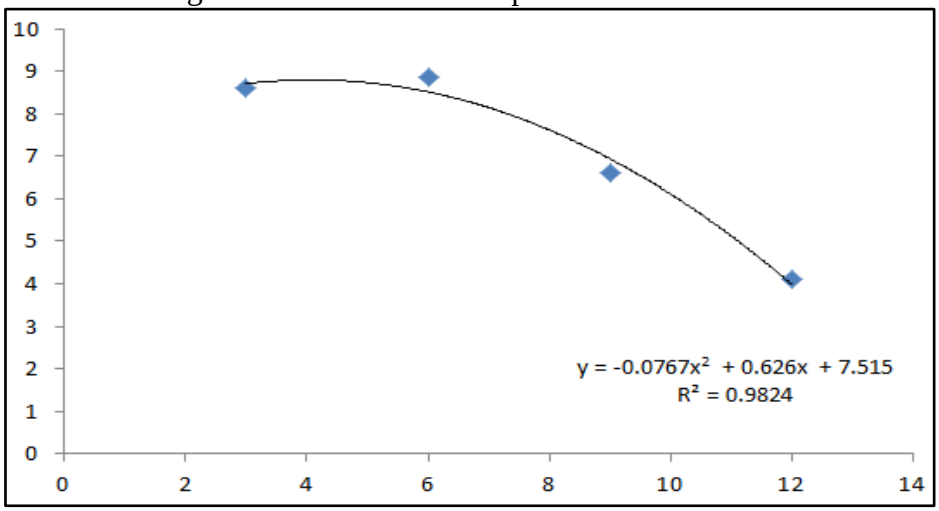
Os valores das velocidades médias foram, então, representados em uma planilha do Microsoft Excel, na qual os grupos construíram um gráfico relacionando a velocidade média de cada canhão e o respectivo diâmetro do orifício, conforme indicado na Figura 33.

Figura 33 – Aluno construindo o gráfico

Fonte: Autores (2019).

Ao observar o comportamento dos pares ordenados, os grupos puderam perceber que, de fato, a situação não correspondia a uma função linear, mas sim a uma função polinomial do segundo grau. Com isso, a busca pela representação algébrica que melhor se adequasse aos pontos forneceu a função $y = -0{,}0767x^2 + 0{,}626x + 7{,}515$, em que y corresponde à velocidade em função do diâmetro x de saída do ar. A Figura 34 traz o gráfico obtido pelo Microsoft Excel.

Figura 34 – Gráfico obtido pelo Microsoft Excel



Fonte: Autores (2019).

O estudo da função polinomial do segundo grau faz parte da matriz curricular do nono ano do Ensino Fundamental e já havia sido estudada pelos alunos em aulas anteriores ao desenvolvimento da atividade. Os conhecimentos prévios a respeito desse tipo de função se tornaram presentes durante a discussão acerca do gráfico, conforme observado no diálogo transcrito abaixo:

> *Professor: [...] Agora que a gente obteve a função, o que vocês podem perceber quanto à curva?*
> *A_{13}: O valor do [coeficiente] a é negativo. A curva é para baixo.*
> *Professor: Sim, a concavidade é para baixo. Todos conseguiram?*
> *Professor: Vejam os pontos das velocidades e me digam o que acontece.*
> *A_2: Mas os pontos não estão em cima da curva.*
> *Professor: Sim. Isso pode acontecer mesmo. Como estamos trabalhando com uma situação real, pode ser mais difícil de prever. Estamos simplificando.*
> *A_1: Como assim?*

Professor: Por exemplo, todos deveriam bater no canhão com exatamente a mesma forma. Mas não é o que aconteceu... Não tinha como a gente controlar isso. Qualquer diferença acaba interferindo no experimento. Mas não precisamos considerar isso, porque a característica da função ainda está presente.
A_1: Ah sim...
Professor: Gente, agora observe o gráfico. Os experimentos que nós fizemos tiveram a velocidade máxima?
A_7: Parece que não.
Professor: E como que você viu isso?
A_4: Se olhar entre o 3 e o 6, dá para ver que a curva ainda sobe um pouco.
Professor: Isso ocorre porque não foi o ponto de máximo mesmo. Mas a gente consegue calcular esse valor, igual fizemos nas aulas, lembram?
A_4: Sim. Tinha uma fórmula...
[...]
Professor: Isso! O que a gente encontra por meio dessa fórmula?
A_4: O valor de x em que a função é o maior.
Professor: Sim, é o valor para x no qual obtemos o ponto de máximo absoluto da função. Assim podemos encontrar para que diâmetro a velocidade será máxima.
Professor: Vamos ver... Qual é o valor do coeficiente b da função?
A_1: 0,626.
Professor: E o valor de a?
A_1: –0,0767.
[...]
A_4: Vai dar 4,08?
[...]
A_1: Deu isso.
Professor: O que isso significa então, gente?
A_{15}: Que o canhão de 4 centímetros é o mais rápido.
Professor: Em teoria sim. Precisamos testar e ver se está certo ou não. Iremos fazer isso depois e ver se a velocidade será maior que a dos outros mesmo.

De modo a validar a solução obtida matematicamente os alunos construíram um novo canhão, com diâmetro de cerca de 4,08 centímetros. Os experimentos e as análises ocorreram em conformidade com a atividade experimental investigativa realizada previamente. Já para a determinação da velocidade média desse novo canhão, os alunos recorreram novamente ao Tracker, conforme indicado na Figura 35.

Figura 35 – Alunos A_{10} e A_{12} determinando a velocidade do novo canhão

Fonte: Autores (2019).

A partir dos dados coletados por meio do Tracker para analisar a distância em função do tempo dos anéis de fumaça, os alunos obtiveram os dados dispostos no Quadro 21.

Quadro 21 – Distância percorrida pelo anel de fumaça no canhão de 4,08 cm

Tempo (s)	**Distância (m)**
0	0
0,033	0,226
0,066	0,592
0,1	0,941

Fonte: Autores (2019).

Assim, a velocidade média obtida para o novo canhão foi de 9,41 m/s. Esse valor é maior do que a velocidade de 8,85 m/s do canhão de saída com 6 cm de diâmetro. A discussão acerca da obtenção da velocidade segue na transcrição:

Professor: Que valor vocês encontraram?
A_4: 9,41.
Professor: Todos acharam esse valor?
A_1: O nosso deu quase isso.
Professor: Tá... A velocidade foi maior que a dos outros canhões?
Professor: Só para lembrar, o canhão de 3 centímetros deu 8,5 e o canhão de 6 deu 8,8.
A_{10}: Sim, a velocidade é maior...
Professor: Então quer dizer que para um diâmetro de 4 cm a velocidade será a máxima?
A_1: Acho que sim.

Mesmo com a validação via atividade experimental, A_1 ainda coloca em dúvida o resultado encontrado. O que podemos ponderar, todavia, é que a produção de signos interpretantes não se finda com a finalização da atividade.

5.2.2 Análise da Atividade 3

Diante dos dados coletados e organizados, utilizamos as indicações propostas na Análise de Conteúdo para a organização dos recursos semióticos mobilizados pelos alunos no decorrer das fases da atividade. Assim, no Quadro 22, apresentamos o processo de unitarização, com base na leitura e compreensão das transcrições dos áudios e das gravações de vídeo.

Quadro 22 – Unitarização da atividade de segundo momento *Canhão de vórtex*

Unidade de contexto	Unidade de registro	Função
Inteiração	Instrumento construído pelo professor	Instrumento construído com funil, luva de látex e fita adesiva.
	Vídeo da Internet	Vídeo demonstrando a construção de um canhão de vórtex.
Matematização	Canhões de vórtex	Instrumentos construídos pelo professor e pelos alunos.
	Bastão de fumaça	Instrumento utilizado para evidenciar a trajetória do ar.
	Gravação em vídeo	Gravação dos experimentos feitos pelos grupos.
	Software Tracker	*Software* utilizado para a análise dos dados.
Resolução	Software Microsoft Excel	*Software* utilizado para a dedução do modelo matemático.
Interpretação	Modelo matemático	Modelo matemático obtido pelos grupos.
Validação	Novo canhão de vórtex	Instrumento construído com as especificações obtidas pelo modelo matemático.

Fonte: Autores (2019).

Na fase de *Inteiração*, o primeiro recurso semiótico mobilizado foi o instrumento construído a partir do funil e da luva de látex. A sua manipulação permitiu que os alunos pudessem produzir signos interpretantes acerca de um problema (como movimentar um copo descartável que se encontrava sobre a bancada do laboratório de Ciências?), ao passo que os símbolos produzidos se referiam ao objeto *problema*.

Antes da utilização deste recurso, é possível perceber que os alunos recorreram à utilização de outros instrumentos (leques improvisados de papel, cadernos, sopros), indicando que, até então, parecia ser a solução para o problema, como evidenciado nas falas apresentadas no Quadro 23.

Quadro 23 – Evidências da produção de interpretantes na fase de *Inteiração*

Diálogo	**Aluno**
Abana mais [o leque]!	A_2
Vamos tentar com a capa do caderno.	A_9

Fonte: Autores (2019).

Entretanto, ao perceberem que tais instrumentos não corresponderam à expectativa inicial, os alunos encontraram naquele instrumento construído pelo professor uma alternativa para solucionar o problema. Assim, os alunos deixaram de lado os signos produzidos antes da utilização do instrumento feito pelo professor, à medida que perceberam a sua eficácia para aquele fim.

Com base na manipulação deste instrumento, também é possível observar que a definição de uma hipótese (Quanto menor for o orifício de saída de ar, maior será a velocidade atingida pelo ar) para o problema faz referência ao objeto matemático *proporcionalidade*, ao indicar que as grandezas *tamanho do orifício de saída do ar* e *velocidade do ar* são inversamente proporcionais entre si. A definição dessa hipótese ocorreu por meio do significado atribuído pelos alunos para o objeto *problema*.

Ainda na fase de *Inteiração*, a análise acerca da utilização do recurso semiótico *vídeo da Internet* também se fez presente. Tal como ocorreu na Atividade 1, a utilização de um vídeo extraído da Internet permitiu que novos signos fossem produzidos acerca do objeto *problema*, uma vez que a construção de um instrumento que possuía características semelhantes ao instrumento construído pelo professor foi apresentado (Figura 36).

Figura 36 – Demonstração da confecção de canhão de vórtex como apresentado no vídeo

Fonte: Manual do Mundo (2012).

Ao apresentar o vídeo em questão, foi possível observar que alguns alunos tinham conhecimento sobre o criador do conteúdo (“Ah, eu já vi um monte de vídeos do canal dele”, “Eu também conheço o canal dele”), sendo que dois alunos – A_{13} e A_{15} – já haviam assistido ao vídeo apresentado em um momento anterior ao desenvolvimento da atividade.

Ainda, por meio da discussão feita com os alunos acerca do fenômeno observado pelo manuseio do instrumento feito pelo professor, bem como o conteúdo apresentado no vídeo, as falas de alguns alunos evidenciam a produção de signos acerca do objeto *problema*, conforme apresentado no Quadro 24.

Quadro 24 – Evidências da produção de interpretantes a partir do recurso semiótico *canhões de vórtex*

Diálogo	**Aluno**
A saída do ar era menor que o espaço onde o ar estava. Quando dava o impulso, o ar saía com alta velocidade.	A_3
No vídeo, o espaço onde o ar está é maior que o buraco por onde ele sai. No funil também.	A_4
O ar vai mais longe	A_4

Fonte: Autores (2019).

Assim, as falas das alunas A_3 e A_4, até certa extensão, parecem nos indicar a atribuição de significados, por parte destas alunas, aos signos interpretantes produzidos com relação ao objeto *problema*. Ao evidenciar que "a saída do ar era menor", ao passo que "o ar saía com velocidade", a aluna A_3 parece revelar uma relação de causalidade para o experimento observado, tanto no vídeo quanto pela manipulação do instrumento construído. Assim, o significado atribuído parece nos indicar uma intenção de significar o objeto, a partir de uma articulação com o que foi observado, tanto presencialmente quanto virtualmente.

O mesmo pode ser observado nas falas da aluna A_4, ao apontar que "o espaço onde o ar está é maior que o buraco por onde ele sai", de modo que "o ar vai mais longe", a aluna também estabelece uma relação com as dimensões do orifício de saída do ar, desta vez com a distância percorrida.

Neste caso, ao manusear um canhão de vórtex a variação nas dimensões do orifício por onde o ar sai resulta na variação da distância percorrida pelo ar. Tal observação pode estar relacionada com a familiaridade que os alunos têm acerca do objeto matemático *função*, articulada na atividade 1.

Até certa extensão, com base na análise do conteúdo apresentado no vídeo, podemos inferir que tais observações possam estar relacionadas com princípio de funcionamento que é demonstrado no vídeo (Figura 37).

Figura 37 – Princípio do funcionamento do canhão de vórtex apresentado no vídeo

Fonte: Manual do Mundo (2012).

Na fase de *Matematização* da atividade, os alunos fizeram uso do recurso semiótico c*anhões de vórtex*. Assim como o experimento conduzido na Atividade 1, a confecção dos canhões de vórtex permitiu que os alunos produzissem novos signos interpretantes para os objetos utilizados e, por consequência, novos significados. O balde pode atuar enquanto câmara do canhão de vórtex, a folha de acetato pode constituir uma membrana do canhão de vórtex e o papel cartão, um molde para determinar o tamanho do orifício de saída de ar do canhão. Assim, os significados atribuídos podem estar relacionados com uma intenção de significar tais objetos, com base no contexto em que é aplicado.

No que se refere ao recurso semiótico *bastão de fumaça*, podemos inferir que os signos interpretantes produzidos por meio deste recurso podem estar associados ao problema "determinação da velocidade do ar liberado pelo canhão de vórtex". Por se tratar de um experimento que não é visível ao olho humano, de modo a acompanhar o ar que é liberado faz-se necessária a utilização de outro recurso. Logo, em relação ao bastão de fumaça, a atribuição de significado ocorre com a intenção de tornar o ar visível no decorrer de seu percurso.

Novamente, a apresentação do vídeo pode ter contribuído para a produção de tais signos, uma vez que o experimento era conduzido de maneira similar, com a utilização de gelo seco para evidenciar a trajetória do ar, conforme apresentado na Figura 38.

Figura 38 – Evidenciação do trajeto do ar apresentado no vídeo

Fonte: Manual do Mundo (2012).

Ainda, a utilização desse recurso (*bastão de fumaça*) era algo inédito para os alunos, tendo em vista que apenas quatro alunos (A_1, A_4, A_8 e A_{11}) afirmaram ter conhecimento do mesmo, como evidenciado no Quadro 25.

Quadro 25 – Evidências da produção de interpretantes a partir do recurso semiótico *bastão de fumaça*

Diálogo	Aluno
Uma youtuber usou um bastão desses no chá revelação dela.	A_4
É eu já vi também em vídeos no Youtube.	A_1
Eu já vi em um filme [...] então eles usaram como sinalizador.	A_8
Em jogos de futebol também usam bastante	A_{11}

Fonte: Autores (2019).

Com base nessas falas, podemos inferir que os signos interpretantes produzidos pelos alunos estão relacionados com o problema "visualização da trajetória do ar". Ao associar o fenômeno observado com outras situações, os alunos fazem uso de experiências colaterais que têm sobre o funcionamento do bastão de fumaça, ainda que em contextos diferentes (chá revelação, sinalizador, partidas de futebol), no contexto da atividade experimental investigativa.

Ao associar o recurso semiótico *canhões de vórtex* com o recurso semiótico *bastão de fumaça*, os alunos puderam observar na prática o fenômeno apresentado no vídeo, permitindo-lhes revisitar alguns signos produzidos durante a fase de Inteiração, como evidenciado no Quadro 26.

Quadro 26 - Evidências da produção de interpretantes a partir dos recursos semióticos *bastão de fumaça* e *canhões de vórtex*

Diálogo	Aluno
Eu acho que o da A_4 [canhão de saída com 6 cm] e o do A_2 [canhão de saída com 3 cm] foram os mais rápidos.	A_7
[...] eu acho que se for muito pequeno, o ar não consegue sair tudo de uma vez. Ele bate no fundo do balde.	A_6
É só pensar que vai ter muito ar querendo sair por um espaço pequeno. Igual se tiver muita gente querendo passar por um espaço minúsculo. [...] Igual acontece no corredor [da escola, que possui apenas uma porta para o acesso à quadra]. Se tiver muita gente querendo passar ao mesmo tempo... Não vão conseguir.	A_4

Fonte: Autores (2019).

Inicialmente, a aluna A_7 está indecisa quanto ao canhão que apresentou maior velocidade de saída de ar, pois, segundo o seu julgamento, os dois canhões com menores diâmetros de orifício de saída (3cm e 6 cm) pareceram ser os mais velozes. Tal indecisão faz com

que a atribuição de significado aos signos produzidos seja feita com base em uma ideia que possui sobre o objeto "experimento", uma vez que a forma de comprovar qual canhão possuía a maior velocidade era um assunto desconhecido por parte dos alunos.

Entretanto, alguns alunos parecem favorecer o canhão com 6 cm de diâmetro. Em um esforço de justificar a sua escolha, o aluno A_6 refuta a hipótese estabelecida anteriormente (*Quanto menor for o orifício de saída do ar, maior será a velocidade atingida.*), argumentando que "se [o orifício] for muito pequeno, o ar não consegue sair tudo de uma vez", de modo que parte do ar "bate no fundo do balde".

Corroborando com este raciocínio, a aluna A_4 atribui uma velocidade menor ao canhão de menor orifício de saída ao fato de que "vai ter muito ar querendo sair por um espaço pequeno", associando o fenômeno ao fato de existir "muita gente querendo passar [por um corredor pequeno] ao mesmo tempo". Esse fato representa uma ideia que a aluna possui sobre o objeto, uma vez se tratar de uma situação ainda não trabalhada anteriormente.

Por sua vez, o recurso semiótico *gravação em vídeo* permitiu que os alunos pudessem visualizar os experimentos novamente. Ainda, quando associado ao recurso semiótico s*oftware Tracker* podemos inferir que os alunos tiveram a oportunidade de produzir signos interpretantes acerca do objeto *experimento*, bem como para o problema "determinação da velocidade do canhão de vórtex". O Quadro 27 apresenta duas evidências da produção de interpretantes a partir destes recursos.

Quadro 27 - Evidências da produção de interpretantes a partir dos recursos semióticos *gravação em vídeo* e *software Tracker*

Diálogo	**Aluno**
O quanto ele [o ar] andou.	A_{13}
Velocidade? [...] Distância sobre tempo.	A_4

Fonte: Autores (2019).

Inicialmente, o aluno A_{13} afirma que a utilização de tais recursos permitiu visualizar "o quanto [o ar] andou". Assim, podemos inferir a presença de uma intencionalidade na atribuição de significado aos interpretantes produzidos, com relação ao objeto *experimento*. Expandindo sobre essa visão, a aluna A_4 argumenta que, com os dados obtidos, era possível obter informações sobre a velocidade do ar em cada experimento, de modo que o significado atribuído aos signos também estão relacionados com uma intenção, desta vez em representar o objeto *problema*.

Do ponto de vista matemático, ao reconhecer a presença de uma relação entre as grandezas distância e tempo, a aluna A_4 relaciona o que foi observado ao manusear as gravações de vídeo e o *software* Tracker com o objeto matemático *função*, indicando uma relação de dependência entre a velocidade e com as duas grandezas. De certa forma, podemos associar isso à uma ideia sobre o objeto matemático, uma vez que, por meio da intervenção do professor (*mas que informação podemos obter com distância e tempo*), a aluna consegue entender esta relação entre grandezas.

No que se refere à fase de *Resolução*, os alunos recorreram ao recurso semiótico *software Microsoft Excel*, que permitiu a produção de signos interpretantes acerca do problema "determinação da velocidade do canhão de vórtex". Até certo ponto, os símbolos produzidos nessa fase permitem fazer relação com o objeto *problema*, uma vez que, por meio da utilização deste recurso, a determinação da velocidade se tornava possível.

Na perspectiva da Matemática, a utilização deste *software* permitiu aos alunos contemplar t*ratamento da informação*. A sua utilização estaria condicionada a uma consequência dos aspectos evidenciados no experimento, bem como na intenção de se obter um modelo matemático.

Na fase de *Interpretação de resultados*, os alunos recorreram ao modelo matemático obtido para a produção de signos interpretantes, conforme evidenciado no Quadro 28.

Quadro 28 - Evidências da produção de interpretantes a partir do recurso semiótico *modelo matemático*

Diálogo	**Aluno**
O valor do [coeficiente] a é negativo. A curva é para baixo.	A_{13}
Se olhar entre o 3 e o 6, dá para ver que a curva ainda sobe um pouco.	A_4
O valor de x em que a função é o maior.	A_4
Que o canhão de 4 centímetros é o mais rápido.	A_{15}

Fonte: Autores (2019).

Com base nesses diálogos, podemos inferir que a utilização deste recurso (*modelo matemático*) possibilitou a produção de signos interpretantes acerca da situação-problema "qual canhão apresenta a maior velocidade de ar", bem como para o objeto matemático *função polinomial do segundo grau*.

O conceito de concavidade da função é abordado pelo aluno A_{13}, ao evidenciar que o valor do coeficiente a $(y = ax^2 + bx + c)$ do modelo obtido $(y = -0{,}0767x^2 + 0{,}626x +$

7,515) é negativo, indicando que "a curva é para baixo". Em termos do objeto *situação-problema*, o modelo matemático obtido auxilia na visualização de que a velocidade de saída do ar possui um valor máximo para determinado diâmetro, ao passo que diâmetros maiores ou menores implicam em uma velocidade menor, conforme indicado pela aluna A_4.

Essa aluna sinaliza para o conceito de ponto máximo ao observar que "entre o 3 e o 6, dá para ver que a curva ainda sobe um pouco", como sendo "o valor de x em que a função é o maior", uma das consequências de uma função polinomial do segundo grau cujo coeficiente a é negativo.

Ainda, por meio do modelo matemático, o aluno A_{15} evidencia que, em aproximadamente 4 centímetros (4,08 cm), um canhão de vórtex apresentaria a maior velocidade de saída do ar.

Nas observações destes três alunos, é possível inferir a presença da atribuição de significado por meio da familiaridade com o objeto, na experiência colateral que possuíam acerca do estudo de coeficientes, do gráfico e do ponto de máximo e na consequência prática de determinar uma solução para o problema.

Na fase de *Validação* do resultado, os alunos fizeram uso de um canhão de vórtex, além de novas gravações de vídeo, do *software* Tracker e do *software* Excel, ao que sinalizamos como sendo o recurso semiótico *novo canhão de vórtex*. Com base na mobilização destes recursos, podemos observar que houve indícios da produção de signos interpretantes para o objeto *solução*. O aluno A_{10}, ao perceber que "a velocidade [obtida no novo experimento] é maior" (9,41 m/s) que as velocidades obtidas nos demais canhões, valida o novo experimento, atribuindo um significado para a *solução* obtida, bem como para a *situação-problema* analisada no decorrer desta atividade.

5.3 ATIVIDADE 6: "PLANO INCLINADO"

5.3.1 Descrição da Atividade 6

A atividade 3 foi desenvolvida por três alunos e consistia na determinação da influência do ângulo de inclinação de um plano no tempo que uma bola levava para percorrê-lo. Essa

atividade foi desenvolvida ao longo de três etapas, no dia 04 de dezembro de 2018, conforme apresentadas no Quadro 29.

Quadro 29 – Etapas da atividade de terceiro momento *Plano inclinado*

Etapa	Abordagens realizadas	Data de realização	Espaço de realização
1 - Investigação pré-laboratório	Inteiração sobre o tema;	–[39]	–[38]
2 - Atividade experimental	Manipulação no ângulo de inclinação de um plano e determinação do tempo;	04/12/2018	Laboratório de Ciências, em período extraclasse.
3 - Investigação pós-laboratório	Análise dos dados obtidos experimentalmente; Dedução de um modelo matemático; Análise e validação do modelo obtido;	04/12/2018	Laboratório de Ciências, em período extraclasse.

Fonte: Autores (2019).

Por se tratar de uma atividade de terceiro momento de familiarização com a Modelagem, os alunos deveriam pensar em um tema para ser investigado. Entretanto, o grupo em questão apresentou dificuldades nessa definição.

O professor, então, sugeriu que os alunos pensassem em situações que haviam estudado anteriormente no decorrer da disciplina. Uma dessas possibilidades foi a utilização de conceitos de trigonometria, assunto que estava sendo abordado na disciplina.

Com base nesse tema, o grupo se inspirou em um texto proposto no material que debatia acerca da legislação vigente para as rampas de acessibilidade, como apresentado na Figura 39.

[39] Essa etapa foi realizada pelo grupo em um período anterior à realização da atividade experimental.

Figura 39 – Texto que serviu de inspiração para os alunos

Matemática em detalhes

Encaixar uma rampa pode ser um pesadelo na hora do projeto. Mas só quem já precisou subir uma rampa inclinada de cadeira de rodas ou empurrar alguém, sentiu na pele que um bom projeto faz toda a diferença nessa hora. A NBR 9050, de 2015, estabelece critérios e parâmetros técnicos a serem observados em projeto, construção, instalação e adaptação de edificações e equipamentos urbanos às condições de acessibilidade.

Ao projetar um ambiente é imprescindível entender as condições físicas de pessoas com deficiência (PcD). Cada indivíduo é unico e suas limitações variam de acordo com cada deficiência.

Shutterstock*

Para projetarmos corretamente uma rampa, é possível utilizar a seguinte fórmula:

$$i = \frac{(h \cdot 100)}{c}$$

Sendo que:
i = inclinação da rampa (em porcentagem)
h = altura do desnível
c = comprimento da projetção horizontal

Em sua opinião, a sua escola atende às condições de acessibilidade para permitir o acesso universal?

Fonte: Moura (2018).

A discussão acerca da escolha do tema encontra-se apresentada abaixo.

Professor: Como vocês definiram esse tema?
A_9: Nós pensamos naquele exercício que fizemos em sala, do cadeirante e da rampa. Se a rampa fosse muito inclinada, ele teria que fazer mais força para subir.
Professor: E por que vocês pensaram na bola e no tempo?
A_9: Eu acho que se a rampa tivesse muito inclinada, a bola iria descer mais rápido.
A_{13}: E se tivesse pouca inclinação, iria demorar mais.

De modo a investigar essa situação, os alunos utilizaram um tampo de madeira extraído de uma das carteiras da escola, que seria arranjado de modo a formar diferentes ângulos. Apesar da visão inicial, de que seria algo simples de ser desenvolvido, os alunos tiveram dificuldades no estabelecimento do ângulo formado entre o tampo de madeira em relação ao solo.

Inicialmente, os alunos pensaram na utilização de transferidores para essa determinação. Todavia, essa ideia foi abandonada, conforme o diálogo a seguir:

> *Professor: O que aconteceu?*
> *A_{15}: Não vai dar certo usar o transferidor.*
> *Professor: Por quê?*
> *A_{15}: Primeiro, porque ele é pequeno demais. E também porque os ângulos não vão bater.*
> *Professor: Como assim?*
> *A_{15}: A gente precisa considerar que o ângulo começa no chão, e se usar o transferidor ele não vai começar do chão...*
> *Professor: Então vocês precisam pensar em outra solução... Nós vimos isso em sala, como podemos determinar o ângulo sem o transferidor.*
> *[os alunos não respondem]*
> *Professor: Vimos isso no bimestre passado, inclusive era no capítulo em que estava o texto no qual vocês se inspiraram. Quando nós apoiamos o tampo de madeira assim na parede, o que ele forma?*
> *A_{9}: Um triângulo.*
> *Professor: De que tipo?*
> *A_{9}: Retângulo?*
> *Professor: Sim, triângulo retângulo. E nesse triângulo, o tampo de madeira corresponde a qual lado?*
> *A_{15}: Hipotenusa.*
> *Professor: Então, para achar esse ângulo [apontando para o ângulo formado entre o tampo e o chão]...*
> *A_{15}: Podemos usar trigonometria.*

Assim, de modo a contornar a situação, os alunos recorreram aos conceitos referentes às relações trigonométricas para a determinação do ângulo de inclinação do plano. Inicialmente, com o auxílio de uma trena, os alunos aferiram o comprimento do tampo de madeira, obtendo um comprimento de 59 cm, conforme indicado na Figura 40.

Figura 40 – Aluno A_{13} aferindo o comprimento do tampo de madeira

Fonte: Autores (2019).

Considerando essa medida (59 cm) como sendo a hipotenusa de um triângulo, os alunos utilizaram os conceitos de seno para determinar a altura em que o tampo de madeira deveria ser apoiado na parede, de modo a obter quatro ângulos distintos: 15°, 30°, 45° e 60°. A escolha desses valores se deu em conjunto com o professor. O Quadro 30 traz as alturas determinadas por meio de cálculos.

Quadro 30 – Alturas determinadas por meio da trigonometria

Experimento	**Ângulo (°)**	**Altura (cm)**
1	15	15,3
2	30	29,5
3	45	41,7
4	60	51,1

Fonte: Autores (2019).

Com base nessas alturas, os alunos utilizaram a trena para determinar a posição em que o tampo de madeira deveria ser apoiado em cada experimento. A Figura 41 apresenta os alunos preparando o experimento.

Figura 41 – Alunos A_9 e A_{13} determinando a inclinação do plano

Fonte: Autores (2019).

Uma vez determinada a forma como obter os ângulos de inclinação, os alunos se depararam com outro desafio: a determinação do tempo que a bola levava para percorrer a extensão do tampo de madeira. A princípio, os alunos tentaram cronometrar manualmente esse tempo, porém perceberam que era algo impraticável, pois o experimento decorria em décimos de segundos, logo, as chances de se obter o tempo com precisão eram mínimas.

De modo a contornar essa situação, os alunos e o professor discutiram alternativas para determinar o tempo da forma mais próxima possível, conforme transcrição a seguir:

A_9: E agora?
Professor: Vamos pensar... Como podemos determinar o tempo?
A_9: E se a gente gravasse?
A_{13}: Mas vai dar para ver o tempo no vídeo? Eu acho que vai dar muito trabalho...
A_9: Tá, mas e se colocarmos um cronômetro junto?
Professor: Como assim?
A_9: Antes de soltar a bola, o A_{13} coloca o celular dele com o cronômetro ligado.
A_{13}: Mas mesmo assim vai ser difícil de ver no vídeo...
A_9: Mas deve ter alguma forma de deixar o vídeo mais devagar. Como se fosse câmera lenta.
Professor: O meu filma em câmera lenta, vocês podem utilizar.

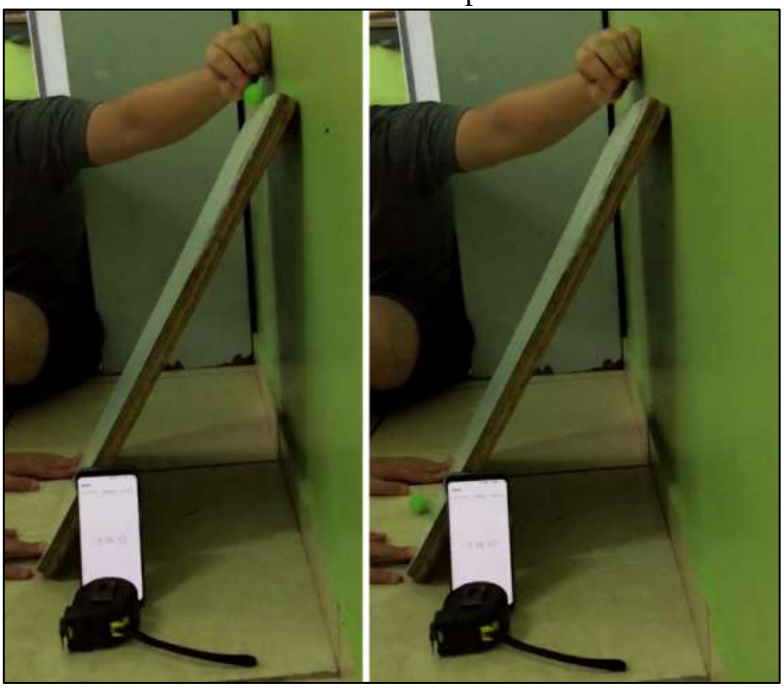
Com isso, os alunos resolveram fazer um teste, para ver se era possível acompanhar o tempo decorrido na gravação. A Figura 42 apresenta um dos testes realizados pelos alunos.

Figura 42 – Teste realizado pelo grupo utilizando o recurso de câmera lenta

Fonte: Autores (2019).

Ao perceberem que era possível determinar o tempo desta maneira ao visualizar o tempo em que a bola era lançada e o tempo que ela chegava ao final do percurso, os alunos prosseguiram para a realização dos experimentos. A Figura 43 apresenta um dos experimentos realizados pelos alunos.

Figura 43 – Instante inicial e instante final do experimento em uma inclinação de 60°



Fonte: Autores (2019).

Deste modo, para se determinar o tempo gasto pela bola para percorrer o trajeto, os alunos obtiveram a diferença entre os tempos obtidos no instante em que a bola chegava ao solo e no instante em que a bola era liberada. O Quadro 31 apresenta os tempos obtidos em cada experimento.

Quadro 31 – Tempos determinados para cada experimento

Experimento	**Ângulo (°)**	**Tempo (s)**
1	15	0,72
2	30	0,52
3	45	0,46
4	60	0,36

Fonte: Autores (2019).

Com estes valores, os alunos passaram a debater sobre a característica dos dados, conforme evidenciado no diálogo abaixo:

> *Professor: Agora que vocês obtiveram os tempos, eu gostaria que vocês falassem um pouco sobre o que está acontecendo. O que aconteceu com o tempo quando a inclinação aumentou?*
> *A_9: O tempo diminuiu.*

Professor: Certo, e o que mais?
[os alunos não responderam]
Professor: O tempo diminuiu sim, mas diminuiu sempre da mesma maneira?
A_9: Não. De um experimento para o outro, diminuiu menos.
Professor: Então, será que o tempo vai caindo sempre de forma constante?
A_{13}: Não.

Assim, os alunos identificaram que a variação do tempo não era constante para ângulos com diferentes valores em intervalos de 15°, ao passo que os pontos não poderiam formar uma função polinomial de primeiro grau.

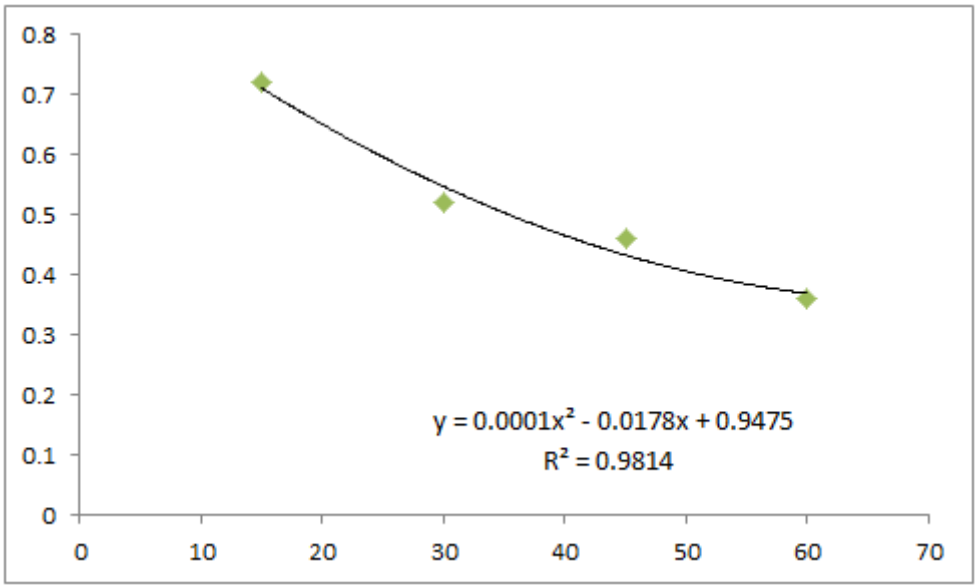
De modo a matematizar a situação investigada, os alunos, então, optaram em obter um gráfico que relacionasse o ângulo de inclinação do plano com o tempo decorrente, utilizando o *software* Microsoft Excel, conforme indicado na Figura 44.

Figura 44 – Aluno A_{13} construindo o gráfico com o Microsoft Excel

Fonte: Autores (2019).

Com o auxílio do *software*, os alunos puderam observar a característica dos pares ordenados formados, contribuindo para a visualização de que não se tratava de uma função linear. Após a determinação de uma linha de tendência entre os pontos, optaram em utilizar uma função polinomial de segundo grau, conforme Figura 45.

Figura 45 – Modelo matemático encontrado pelo grupo



Fonte: Autores (2019).

Assim, com o auxílio do *Excel*, os alunos obtiveram como modelo a função $y = 0{,}0001x^2 - 0{,}0178x + 0{,}9475$ para descrever a situação analisada, em que y corresponde ao tempo em que a bola leva para percorrer toda a extensão do plano e x o ângulo de inclinação do plano.

De modo a validar o modelo, os alunos buscaram obter o tempo necessário para que a bola percorresse o plano com uma inclinação de 90°, ou seja, um plano perpendicular em relação ao solo.

Pelo modelo, o tempo obtido seria de 0,1555 segundo. Diante desse resultado, e de modo a validar o modelo encontrado, o experimento foi realizado considerando o plano perpendicular, como evidenciado na Figura 46.

Figura 46 – Experimento realizado para um plano com inclinação de 90°

Fonte: Autores (2019).

A obtenção do tempo ocorreu da mesma forma. Assim, experimentalmente, os alunos encontraram um tempo de 0,17 segundo, uma diferença de 2 centésimos de segundo do tempo obtido via modelo matemático.

5.3.2 Análise da Atividade 6

No que se refere aos recursos semióticos mobilizados pelos alunos no decorrer da atividade “Plano inclinado”, o Quadro 32 apresenta o processo de unitarização evidenciado a partir da análise dos dados da atividade. Assim como ocorreu nas atividades anteriores, a unitarização foi feita com base na análise das transcrições das falas dos alunos, das gravações de vídeo, nos registros escritos dos alunos e nas fotos.

Quadro 32 – Unitarização da atividade de terceiro momento *Plano inclinado*

Unidade de contexto	Unidade de registro	Função
Inteiração	Livro didático	Material didático utilizado pelos alunos no decorrer do 3º bimestre do 9º ano do Ensino Fundamental.
Matematização	Trena	Instrumento utilizado para aferir comprimentos.
	Plano inclinado	Plano arranjado em diferentes inclinações (15°, 30°, 45°, 60°) em relação ao solo.
	Smartphone	Utilizado na aferição do tempo e na gravação dos experimentos
	Gravação em vídeo	Gravação em câmera lenta dos experimentos.
Resolução	*Software* Microsoft Excel	*Software* utilizado na dedução do modelo matemático.
Interpretação	Modelo matemático	Modelo matemático obtido pelos grupos.
Validação	Plano inclinado	Plano arranjado de forma perpendicular em relação ao solo.

Fonte: Autores (2019).

Na fase de *Inteiração*, os alunos utilizaram o recurso semiótico *livro didático*, com o intuito de produzir signos interpretantes acerca do problema "relação entre o ângulo de inclinação do plano e o tempo necessário para uma bola percorrê-lo". Assim, os símbolos produzidos pelos alunos estão relacionados com o objeto *problema*. O Quadro 33 apresenta algumas evidências da produção destes interpretantes.

Quadro 33 - Evidências da produção de interpretantes a partir do recurso semiótico *livro didático*

Diálogo	Aluno
Se a rampa fosse muito inclinada, ele teria que fazer mais força para subir.	A_9
Eu acho que se a rampa tivesse muito inclinada, a bola iria descer mais rápido	A_9
E se tivesse pouca inclinação, iria demorar mais.	A_{13}

Fonte: Autores (2019).

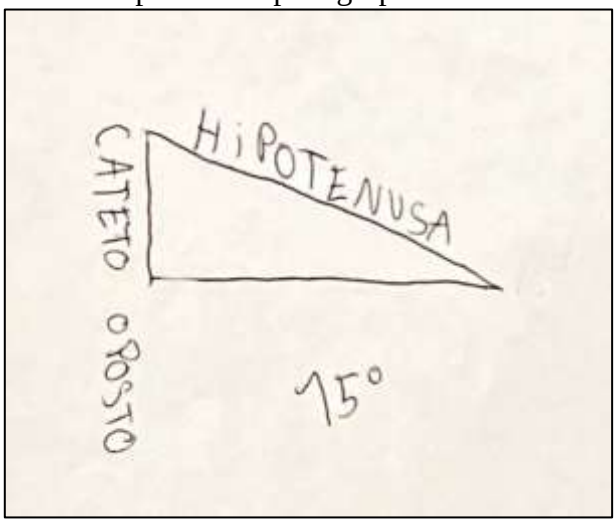
Inicialmente, o aluno A_9 argumenta que "se a rampa fosse muito inclinada" uma pessoa teria que "fazer mais força para subir", logo convertendo este argumento em termos da inclinação da rampa e o tempo hipotético para uma bola percorrer sua extensão: "se a rampa tivesse muito inclinada, a bola iria descer mais rápido". Corroborando com este entendimento, o aluno A_{13}

afirma que “se tivesse pouca inclinação, iria demorar mais”. Assim, inferimos que há a atribuição de significado na intenção de significar o *problema* e como uma ideia que se remete ao *problema*.

Em termos da mobilização de objetos matemáticos, podemos observar que a relação entre inclinação da rampa e tempo para uma bola percorrê-la nos remete ao objeto matemático *proporcionalidade*, o que evidencia uma atribuição de significado pela familiaridade que os alunos possuem sobre a proporcionalidade, bem como na intenção de significar esse objeto matemático.

Na fase de *Matematização*, a utilização do recurso semiótico *trena*, associado ao recurso semiótico *plano inclinado*, possibilitou a produção de interpretantes acerca do problema “como arranjar um plano de modo obter as inclinações desejadas”, quando associado ao objeto matemático *razões trigonométricas*. Ao reconhecer que o tampo de madeira, ao ser apoiado em uma parede, forma um triângulo retângulo, os alunos passam a utilizar conceitos da trigonometria para a resolução do problema. A Figura 47 apresenta uma esquematização feita pelos alunos no decorrer dessa fase.

Figura 47 – Símbolo produzido pelo grupo na fase de *Matematização*

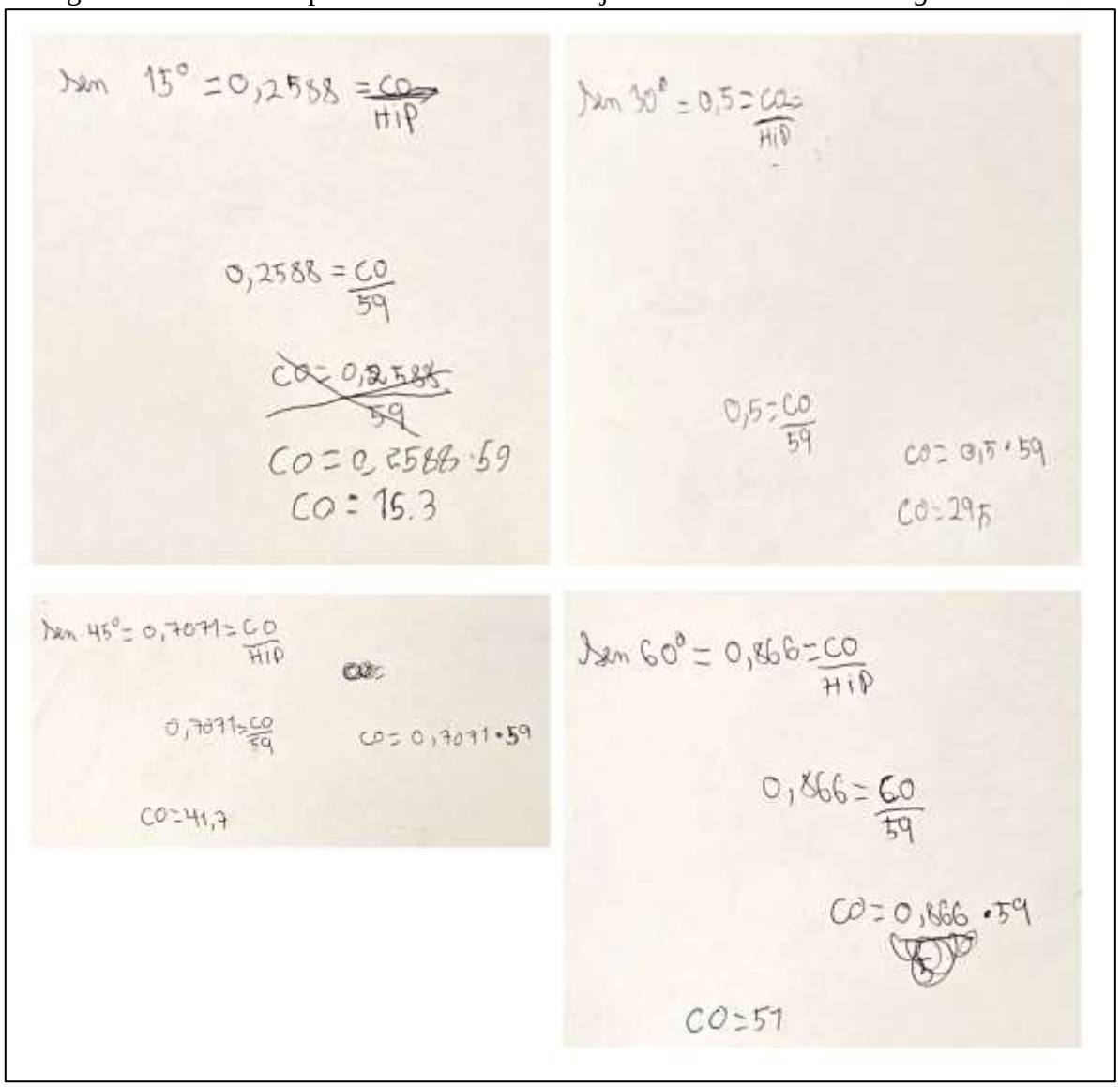


Fonte: Autores (2019).

Assim, ao associar o tampo de madeira como sendo a hipotenusa de um triângulo retângulo e a parede como sendo o seu cateto oposto, é possível inferir que a atribuição de significados para o objeto matemático *razões trigonométricas* ocorre por meio da intenção de se obter um ângulo de inclinação, bem como na familiaridade acerca do objeto matemático.

Com base no conhecimento que os alunos possuíam sobre relações trigonométricas, os alunos produziram símbolos acerca deste objeto, conforme apresentado na Figura 48.

Figura 48 – Símbolos produzidos acerca do objeto matemático *razões trigonométricas*



Fonte: Autores (2019).

Logo, de modo a se obter a inclinação desejada, seria necessário arranjar o tampo de madeira de modo que a altura correspondesse aos valores encontrados. Assim, a Figura 49 traz um aluno deste grupo fazendo o uso do recurso semiótico *trena*.

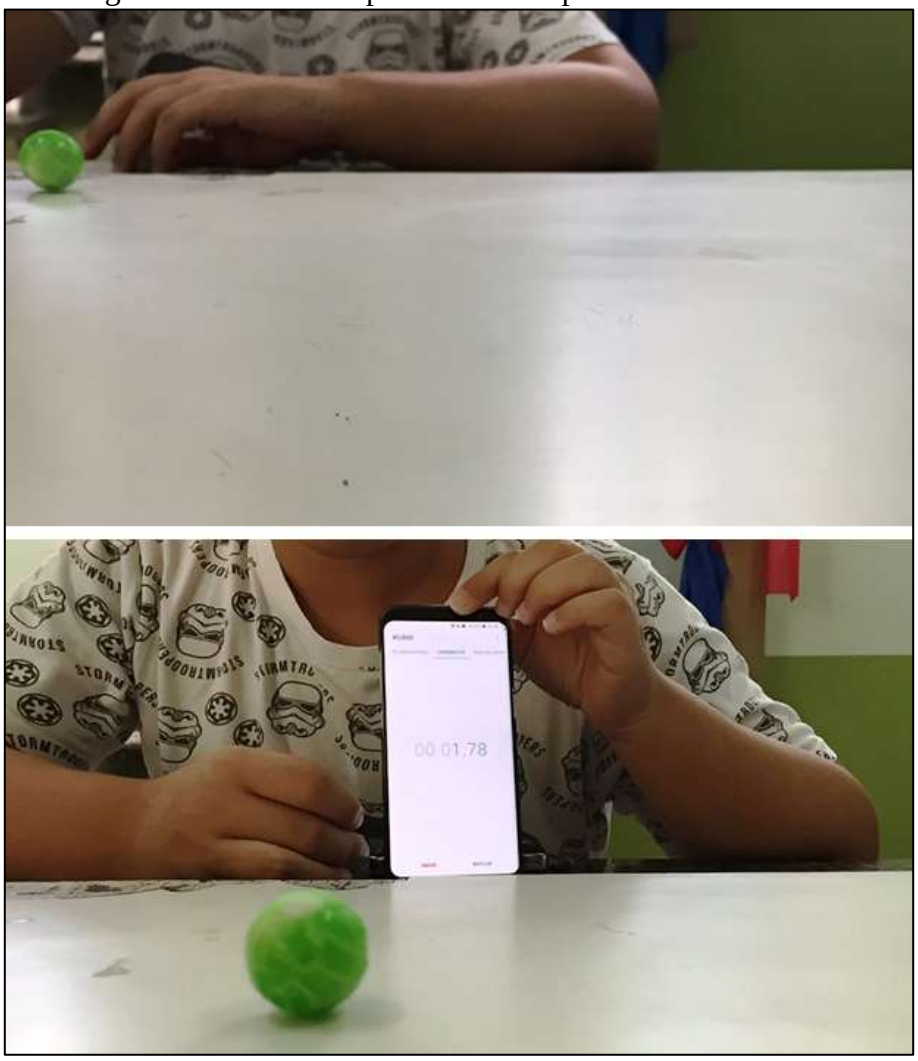
Figura 49 – Aluno A_{15} manuseando o recurso semiótico *trena*

Fonte: Autores (2019).

De modo a visualizar os experimentos, o grupo recorreu ao recurso semiótico *smartphone* de forma a produzir signos interpretantes sobre o objeto *experimento*. O *smartphone* foi utilizado em duas situações: enquanto cronômetro para a aferição do tempo que a bola levava para percorrer o plano inclinado e ao gravar os experimentos utilizando a função de câmera lenta.

Ao utilizar o *smartphone* enquanto cronômetro, os alunos puderam evidenciar o tempo de ocorrência do experimento, de modo que a atribuição de significados pode estar relacionada com a intenção de significar o objeto *experimento*, ao passo que se tratava de um recurso familiar para os alunos. Já a utilização na gravação em câmera lenta denota uma consequência futura para abarcar o objeto, uma vez que, por meio desta gravação, é possível analisar aspectos do experimento que, até então, não eram possíveis de serem contemplados. A Figura 50 apresenta o teste comparativo realizado pelo grupo durante essa fase.

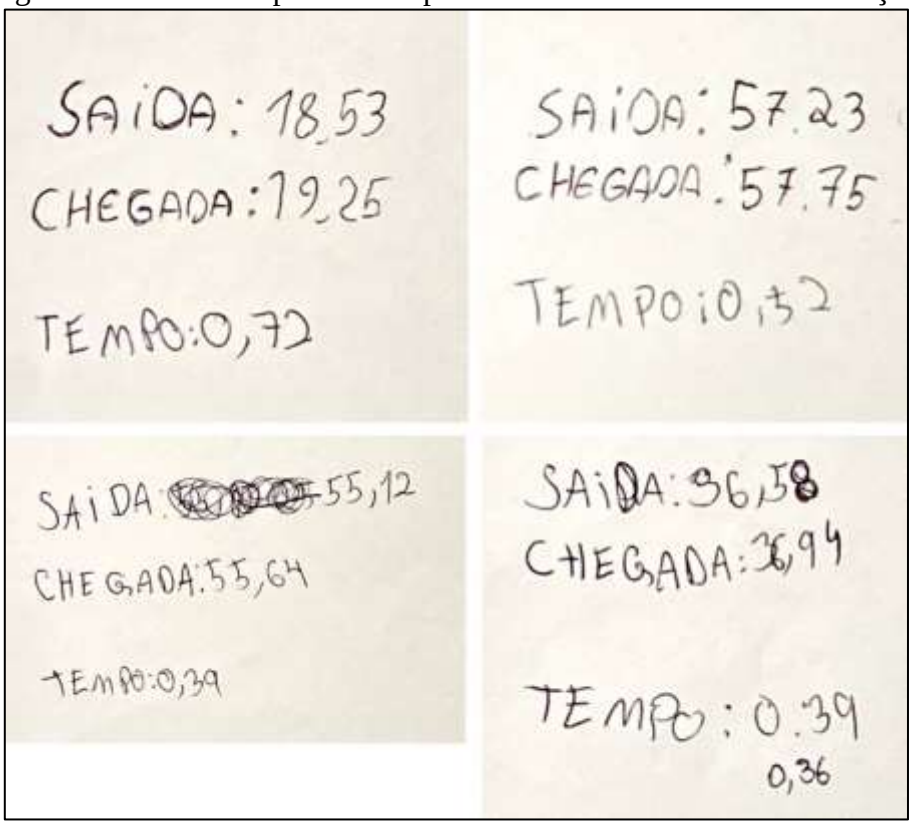
Figura 50 – Teste comparativo dos experimentos realizados



Fonte: Autores (2019).

Com a utilização do recurso semiótico *gravação em vídeo*, foi possível observar a produção de signos interpretantes acerca do objeto *experimento*, ao passo que tais gravações permitiram aos alunos identificarem o instante inicial e o instante final do experimento, como apresentado na Figura 51.

Figura 51 – Símbolos produzidos pelos alunos na fase de *Matematização*



Fonte: Autores (2019).

Assim, os signos interpretantes produzidos pelos alunos estão relacionados à atribuição de significado para esse objeto, por meio da intenção de significar o objeto e como consequência futura para abarcar o objeto.

Quanto à fase de *Resolução*, assim como ocorreu na atividade 2, os alunos utilizaram o recurso semiótico *software Microsoft Excel*, de modo a produzir signos interpretantes acerca do objeto *experimento*. Por se tratar de um recurso utilizado anteriormente, percebemos que os alunos pareceram se recordar das instruções dadas pelo professor no decorrer da Atividade 2, como evidenciado nas falas isoladas apresentadas no Quadro 34.

Quadro 34 - Evidências da produção de interpretantes a partir do recurso semiótico *software Microsoft Excel*

Diálogo	**Aluno**
Coloca o ângulo em uma coluna e o tempo em outra.	A_{15}
Clica e seleciona tudo [os valores a serem utilizados no gráfico]	A_{15}
[...] [gráfico de] dispersão, o primeiro!	A_{9}

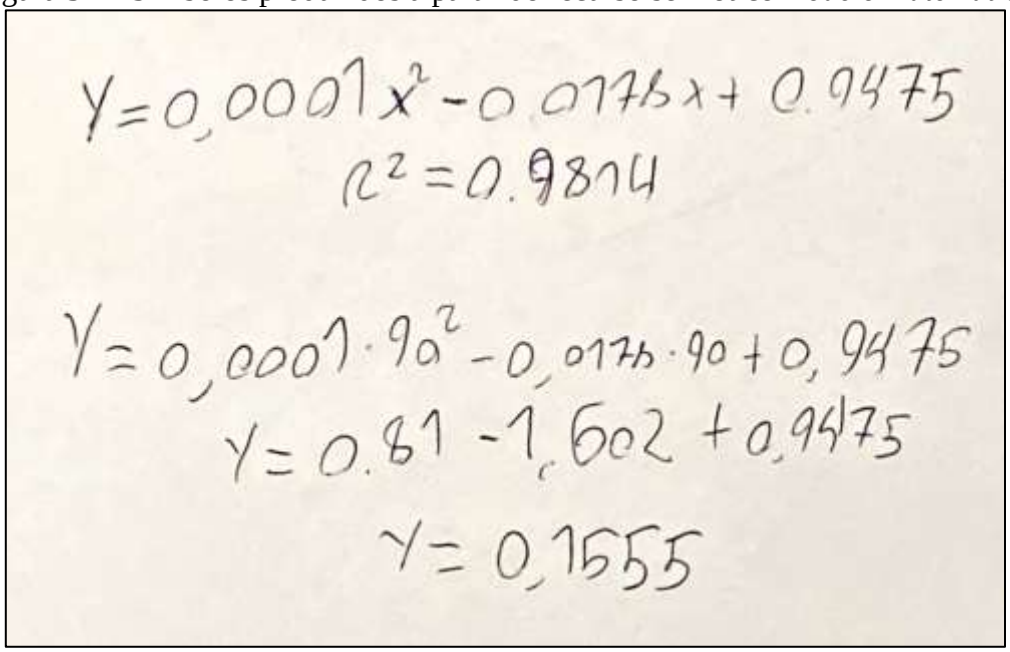
Fonte: Autores (2019).

De certo modo, podemos inferir que a atribuição de significados para este objeto ocorreu com base na intenção de significar o objeto *experimento*, partindo da familiaridade que os alunos possuíam com este recurso semiótico.

Assim como na atividade 2, a utilização deste *software* também permitiu aos alunos abarcar o objeto matemático *tratamento da informação*, com base no estudo de valores apresentados em gráficos e tabelas e cuja atribuição de significado ocorre por meio de uma consequência dos valores encontrados no experimento, bem como na intenção de se obter um modelo matemático.

Na fase de *Interpretação do resultado*, a mobilização do recurso semiótico *modelo matemático* se fez presente. Ao considerar o modelo obtido na fase anterior ($y = 0{,}0001x^2 - 0{,}0178x + 0{,}9475$), os alunos puderam produzir signos interpretantes acerca do objeto *situação-problema* (qual o tempo necessário para uma bola percorrer o plano em uma inclinação de 90°), uma vez que, por meio da utilização desse modelo, era possível obter uma solução para a situação-problema, conforme observado na Figura 52. Neste caso, a atribuição de significado está atrelada à intenção de significar o objeto.

Figura 52 – Símbolos produzidos a partir do recurso semiótico *modelo matemático*



Fonte: Autores (2019).

Quanto aos objetos matemáticos mobilizados, é possível observar que os alunos utilizaram conceitos referentes à *função polinomial de segundo grau*, ao passo que o tempo necessário para a bola percorrer o plano (variável dependente) era obtido em função do ângulo de inclinação do plano (variável independente). Neste caso a atribuição de significados ocorreu por meio de familiarização com este conceito, bem como na consequência prática de determinar uma solução para o problema.

Por fim, na fase de *Validação* do resultado, a realização de um novo experimento recorreu a uma nova utilização do plano inclinado (com um ângulo de 90° em relação ao solo), do *smartphone* e da gravação de vídeo. Assim, com a utilização destes recursos, os alunos puderam produzir signos interpretantes acerca do objeto *solução*. Como o tempo obtido pelo novo experimento (0,17 s) era muito próximo ao valor obtido pelo modelo matemático (0,1555 s), há evidências da atribuição do significado com base na intenção de significar o objeto.

5.4 DISCUSSÃO SOBRE A QUESTÃO DE PESQUISA

Levando em consideração a análise de como atividades experimentais investigativas desenvolvidas em um contexto de aulas com Modelagem Matemática contribuem para a atribuição de significado para o objeto matemático por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, que constitui a problemática desta investigação, apresentamos algumas reflexões acerca das questões específicas, articuladas às análises realizadas.

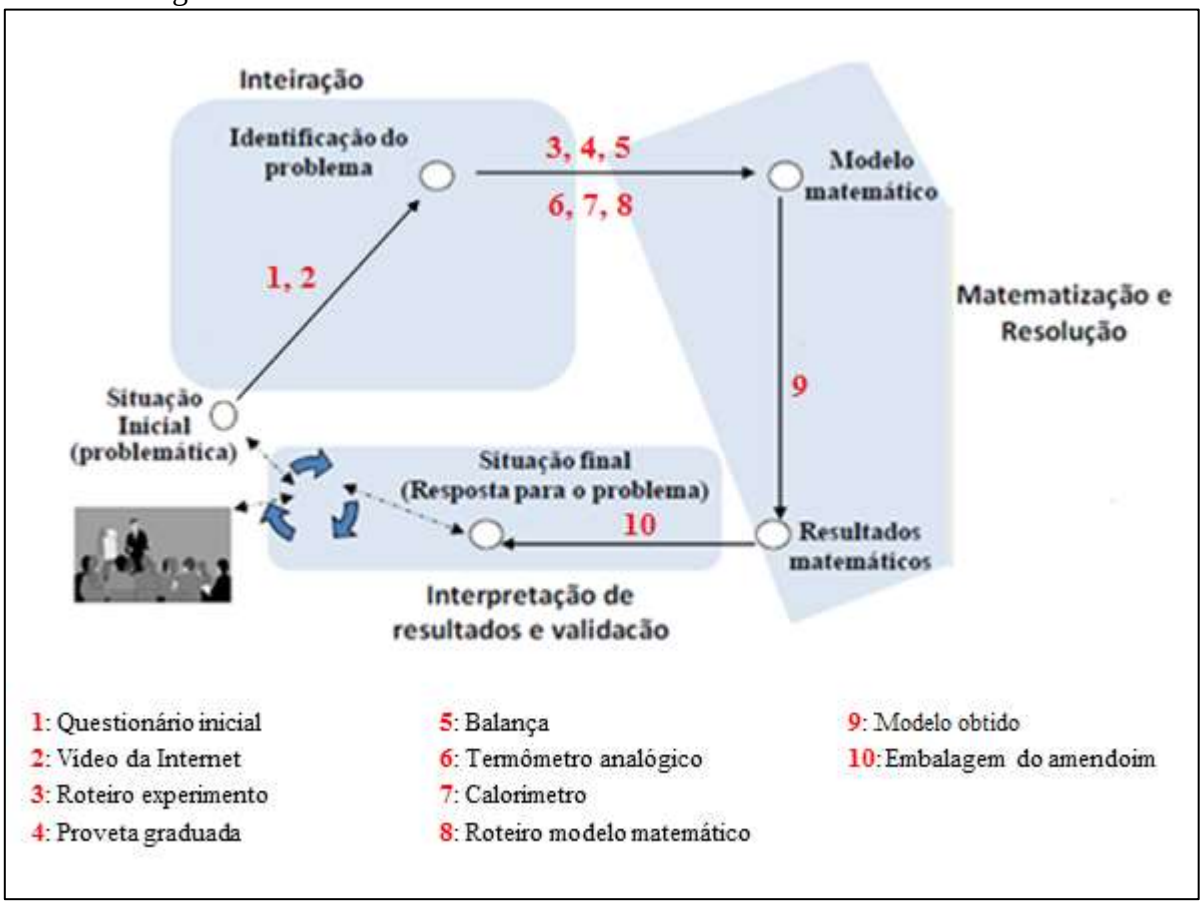
Neste sentido, apresentamos considerações que se constituem enquanto possíveis reflexões para as questões:

1. Que recursos semióticos são mobilizados pelos alunos no desenvolvimento de uma atividade experimental investigativa no contexto de aulas com Modelagem Matemática?
2. Que signos os alunos produzem no desenvolvimento de atividades experimentais investigativas no contexto de aulas com Modelagem Matemática?
3. Como os signos produzidos pelos alunos revelam atribuição de significados para diferentes objetos matemáticos que emergem das atividades experimentais investigativas desenvolvidas em um contexto de aulas com Modelagem Matemática?

Ao analisarmos os signos produzidos pelos alunos no desenvolvimento das três atividades de modelagem, é possível estabelecer algumas reflexões acerca da primeira questão norteadora de nossa pesquisa: "*Que recursos semióticos são mobilizados pelos alunos no desenvolvimento de uma atividade experimental investigativa no contexto de aulas com Modelagem Matemática?*". Para o desenvolvimento dessas atividades, podemos observar que os alunos recorreram a diferentes recursos no decorrer das fases das atividades de modelagem. Tais recursos se constituem enquanto recursos semióticos, pois, como evidenciado por Mavers (2004), foram utilizados na produção de signos.

Na atividade *Calorímetro*, que constituiu o primeiro momento de familiarização do aluno com a Modelagem Matemática, podemos observar a mobilização de dez recursos semióticos nas diferentes fases da atividade: questionário inicial, vídeo da Internet, roteiro do experimento, proveta graduada, balança, termômetro analógico, calorímetro, roteiro para dedução do modelo matemático, modelo matemático e embalagem do amendoim. A mobilização dos diferentes recursos ao longo do ciclo de modelagem para a atividade *Calorímetro* pode ser evidenciado na Figura 53.

Figura 53 – Recursos semióticos mobilizados na atividade *Calorímetro*



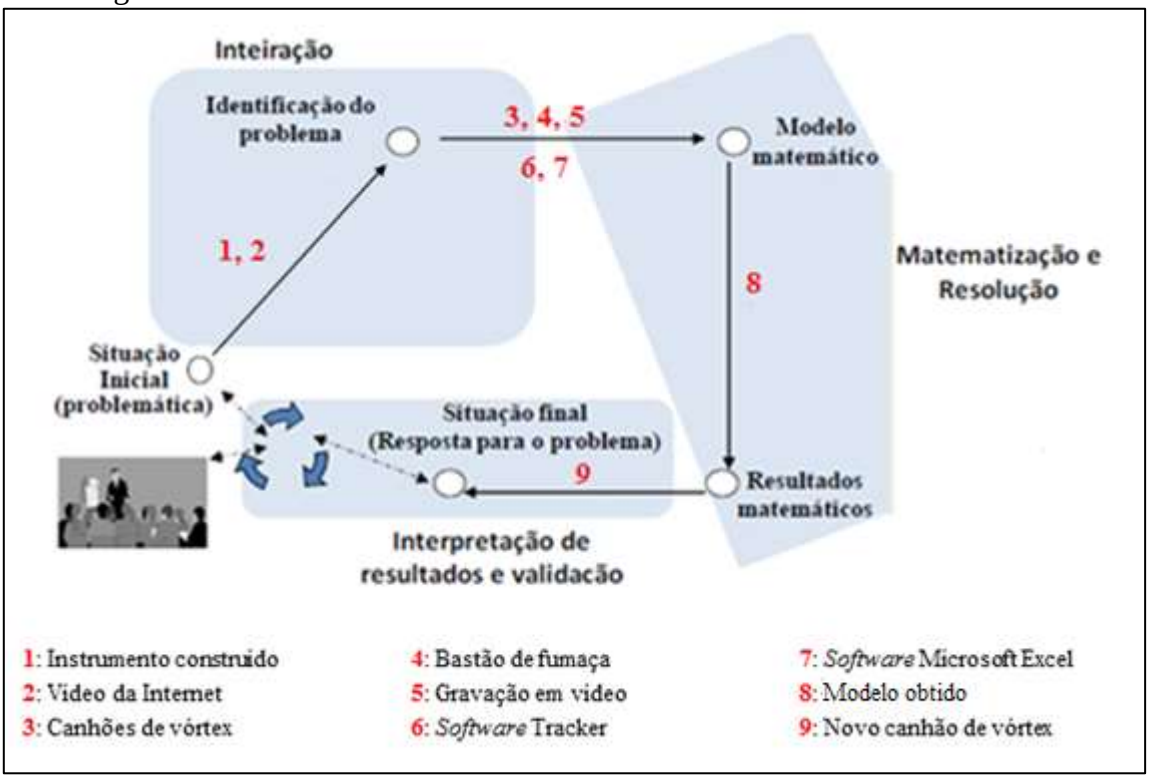
Fonte: adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Nessa atividade, podemos evidenciar que a mobilização de alguns recursos semióticos, tais como a balança e o termômetro analógico, eram conhecidos pelos alunos, de modo que a sua utilização ocorreu sem maiores dificuldades. Isso pode estar atrelado à disponibilidade deste recurso, uma vez que, como aponta Mavers (2004, p. 55), os alunos fizeram uso de experiências vivenciadas em "eventos representacionais moldados por práticas sociais, históricas e culturais" para a realização da atividade.

A combinação de múltiplos recursos semióticos também demonstrou ser um aspecto evidente nessa atividade. O uso de vários recursos semióticos permite aos alunos "a integração, não por justaposição ou tradução, mas por integração de seus elementos" (ARZARELLO, 2006, p. 292). Assim, os signos individuais produzidos ao se manusear a proveta graduada, a balança, o termômetro analógico e o calorímetro permitiram aos alunos a compreensão de aspectos referentes ao experimento.

Na atividade *Canhão de vórtex*, referente ao segundo momento de familiarização com a Modelagem, podemos evidenciar a mobilização de nove recursos semióticos: instrumento construído pelo professor, vídeo da Internet, canhões de vórtex, bastão de fumaça, gravação em vídeo, *software* Tracker, *software* Microsoft Excel, Modelo matemático, novo canhão de vórtex, conforme evidenciado na Figura 54.

Figura 54 - Recursos semióticos mobilizados na atividade *Canhão de vórtex*



Fonte: adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012).

A utilização do bastão de fumaça para evidenciar a trajetória do ar demonstrou ser um recurso semiótico bastante eficaz para transpor as dificuldades encontradas no decorrer da atividade. Apesar de ser um recurso cuja aplicação era conhecida em outras situações (festas, partidas de futebol), a sua utilização nesta atividade foi orientada de modo a "imaginar novas e diferentes possibilidades" (MAVERS, 2004, p. 60).

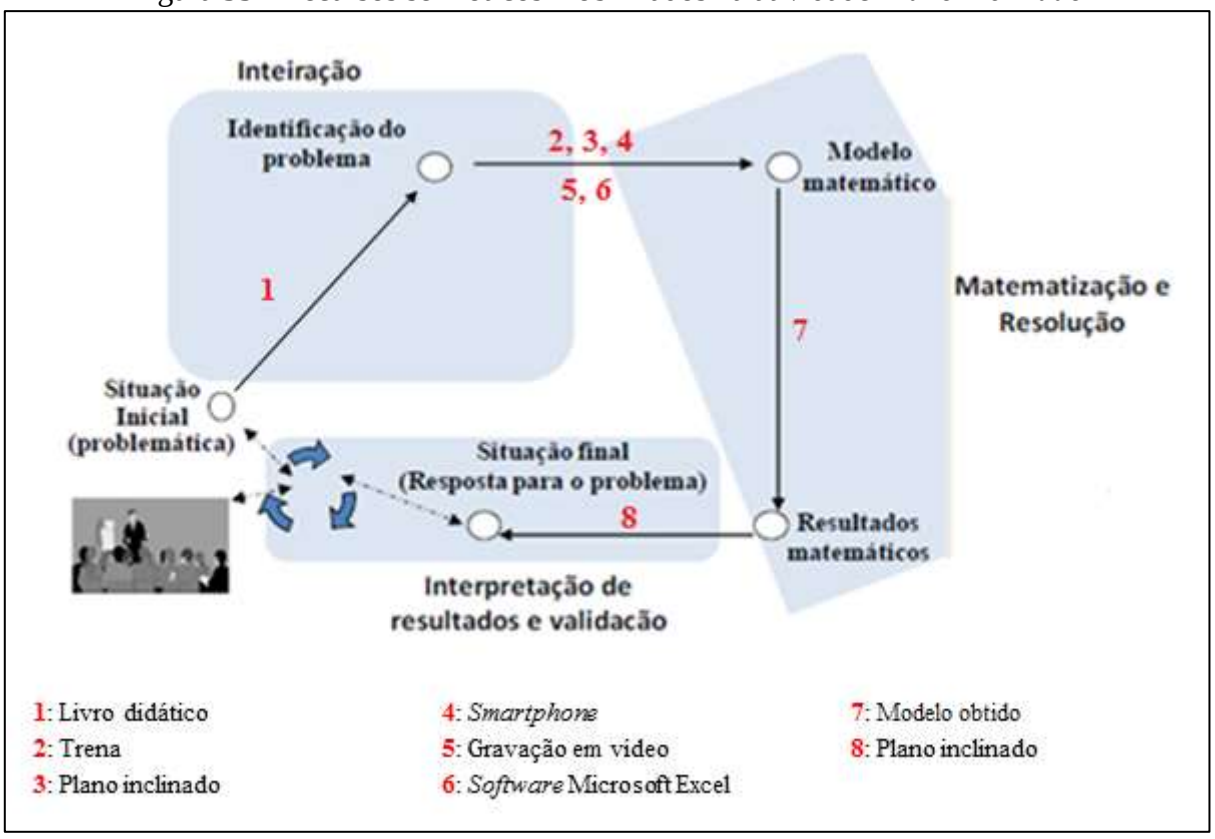
Na fase de Matematização, é possível observar que a utilização de recursos como a gravação em vídeo, o *software* Tracker e o *software* Microsoft Excel contribuiu para a obtenção de "uma representação simplificada da realidade" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.

13), neste caso o fenômeno evidenciado pela manipulação do canhão de vórtex, utilizando-se de conceitos matemáticos.

Na atividade *Plano inclinado*, referente ao terceiro momento de familiarização, os alunos ficaram encarregados pela condução da atividade de modelagem, desde a identificação da situação a ser investigada aos recursos e procedimentos utilizados. Desta forma, a escolha dos recursos semióticos ocorreu em concomitância à ideia apresentada por Mavers (2004, p. 59), de que o aluno "deve selecionar recursos semióticos apropriados de acordo com a sua adequação para a tarefa em mão".

Assim, os recursos semióticos mobilizados pelos alunos nesta atividade foram: livro didático, trena, plano inclinado, *smartphone*, gravação em vídeo, *software* Microsoft Excel, modelo matemático. A Figura 55 apresenta os recursos semióticos mobilizados no decorrer dessa atividade.

Figura 55 - Recursos semióticos mobilizados na atividade *Plano inclinado*



Fonte: adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012).

No planejamento da atividade, podemos observar que o grupo havia considerado a utilização de um transferidor para identificar o ângulo de inclinação do plano. Entretanto, ao perceber que este recurso não seria capaz de fornecer os signos necessários, os alunos tiveram que pensar em uma alternativa para a realização da atividade. Desta forma, como apontado por Mavers (2004, p. 60), é preciso mobilizar "o recurso mais próximo que esteja disponível em seu repertório semiótico" que, nesta atividade, foram os recursos empregados para a produção de signos acerca de razões trigonométricas.

Outro recurso utilizado de modo a superar uma dificuldade foi o *smartphone*. Para Thomas, Yoon e Dreyfus (2009, p. 545), "demonstrar a versatilidade na escolha de recursos semióticos não apenas reduz a carga cognitiva, mas também possui benefícios em termos de disponibilidade do recurso". Logo, os alunos encontraram no modo de gravação em câmera lenta, uma forma criativa de se utilizar o recurso semiótico *smartphone*.

Nas três atividades apresentadas, o modelo matemático obtido pode ser entendido como sendo um recurso semiótico, uma vez que "é uma representação de um sistema ou cenário que é usado para ganhar compreensão qualitativa e/ou quantitativa de algum problema do mundo real e prever o comportamento futuro" (CIRILLO et al., 2016, p. 9).

Assim, os recursos utilizados no decorrer das atividades de modelagem desenvolvidas podem se configurar enquanto recursos semióticos, possibilitando a produção de signos interpretantes. Para Mavers (2004, p. 82), "os signos são os meios para os recursos semióticos". E isso nos leva para a análise da segunda questão norteadora de nossa pesquisa: "*Que signos os alunos produzem no desenvolvimento de atividades experimentais investigativas no contexto de aulas com Modelagem Matemática?*".

Ao analisarmos as atividades, foi possível observar que os recursos semióticos utilizados possibilitaram a produção de signos acerca de objetos matemáticos e objetos evidenciados no experimento. Conforme evidenciado por Silva (2013, p. 241), ao se analisar a produção de signos em atividades de modelagem, "os signos interpretantes relacionados ao problema estão diretamente associados às fases que iniciam e que finalizam a atividade de modelagem enquanto aqueles relativos aos objetos matemáticos são mais evidentes na fase de matematização e resolução".

No que se refere aos objetos matemáticos, na atividade Calorímetro, os recursos semióticos mobilizados pelos grupos possibilitaram a produção de signos acerca dos objetos *conjuntos dos números reais* e *proporcionalidade*.

Ao manusearem o termômetro e a proveta graduada, os alunos associaram o objeto matemático *conjunto dos números reais* e a noção de reta numérica. Isso ocorre, pois "na medida em que o educando vai se familiarizando e aprendendo determinados signos universais, esses vão se tornando objetos referenciais para conexão, relação e apropriação de novos signos" (MANECHINE; CALDEIRA, 2006, p. 3).

De modo a obter uma solução para a situação-problema, os alunos recorreram ao objeto matemático *proporcionalidade*. As associações feitas entre as variáveis de estudo – massa de amendoim e valor energético – correspondem a símbolos para aquele objeto, ou seja, "um representámen cujo caráter representativo consiste exatamente em ser uma regra que determinará seu interpretante" (PEIRCE, 2017, p. 71). Assim, com base no conhecimento sobre este objeto matemático, os alunos conseguiram solucionar a situação-problema imposta para a atividade.

Na atividade *Canhão de vórtex*, os objetos matemáticos que emergiram do desenvolvimento dessa atividade foram: *função, tratamento da informação* e *função polinomial do segundo grau*.

A ideia de *função* foi evidenciada a partir da identificação da relação existente entre dois conjuntos, constituídos pelas variáveis de estudo – diâmetro do orifício de saída do ar e velocidade de saída do ar. A compreensão sobre a relação entre variáveis pode estar relacionada com uma ideia que os alunos possuem para se remeter ao objeto *função*. Para D'Amore, Pinilla e Iori (2015, p. 60) o "conhecimento obtido a partir de outras experiências com aquilo que o signo denota" pode ter contribuído para tal assimilação.

A construção de tabelas e gráficos nos permite evidenciar a recorrência do objeto matemático *tratamento da informação*, possibilitando a produção e signos sobre as relações evidenciadas entre as grandezas analisadas, uma vez que os signos produzidos são "qualquer coisa que conduz alguma outra coisa (seu representante) a referir-se a um objeto ao qual ela mesma se refere (seu objeto)" (PEIRCE, 2015, p. 74).

Ao se analisar a recorrência do objeto matemático *função polinomial do segundo grau*, podemos evidenciar que este objeto era de conhecimento dos alunos ("O valor do [coeficiente] a é negativo. A curva é para baixo"; "Se olhar entre o 3 e o 6, dá para ver que a curva ainda sobe

um pouco”). As relações evidenciadas pelo gráfico da função e pelo estudo de seus coeficientes possibilitam a produção de “um efeito interpretativo em uma mente real ou potencial” (SANTAELLA, 2007, p. 8), ao passo que os signos produzidos fazem referência a este objeto.

Quanto à atividade *Plano inclinado*, os objetos matemáticos que emergiram foram: *razões trigonométricas*, *tratamento da informação* e *função polinomial do segundo grau*.

Ao reconhecer no objeto matemático *razões trigonométricas* uma forma de evidenciar a inclinação de um plano, podemos inferir que os símbolos produzidos pelos alunos contribuíram para a produção de interpretantes sobre o objeto. Segundo Peirce (1989, p. 61), “a força do interpretante está em juntar os diferentes assuntos que o signo representa como relacionado”. Logo, ao associar o plano inclinado como sendo uma representação de um triângulo retângulo, os signos produzidos acerca dos valores das razões trigonométricas e das noções de cateto e hipotenusa encontram-se alinhados à obtenção da inclinação.

Tal como apontamos na atividade anterior, a utilização de tabelas e gráficos estão associadas ao objeto matemático *tratamento da informação*. Logo, as informações dispostas permitem a produção de signos que, de acordo com Santaella (2007, p. 15), “só podem se reportar a algo, porque, de alguma maneira, esse algo que denotam está representado dentro do próprio signo”.

Por fim, a recorrência do objeto matemático *função polinomial do segundo grau* estava relacionada com a relação evidenciada pelos alunos entre o tempo necessário para que a bola percorresse um plano e a inclinação desse plano. Ao evidenciar a presença desta relação entre as variáveis, a produção de signos ocorreu, pois, permitiu “habilitá-la a representar algo que está fora dela e produzir um efeito em uma mente interpretadora” (SANTAELLA, 2007, p. 32).

Ao considerarmos que todo signo, como evidenciado por Nöth e Santaella (2017, p. 39), “tem a função de um mediador entre o objeto, que ele representa, e o interpretante, que resulta como efeito significativo no processo da semiose”, a terceira questão norteadora de nossa pesquisa visa analisar “*como os signos produzidos pelos alunos revelam atribuição de significados para diferentes objetos matemáticos que emergem das atividades experimentais investigativas desenvolvidas em um contexto de aulas com Modelagem Matemática?*”.

Nöth e Santaella (2017, p. 17) argumentam que a significação reside no “conjunto dos predicados atribuíveis a uma proposição da qual o símbolo é o sujeito”. Logo, a atribuição de

significado está fortemente relacionada com os interpretantes produzidos por determinado intérprete.

Neste sentido, ao analisarmos a atividade *Calorímetro*, podemos inferir que a atribuição de significado para os objetos matemáticos se deu por meio de familiaridade, na intenção de significar, como consequência prática e por experiência colateral.

Com base nos signos interpretantes para o objeto matemático *conjunto dos números reais*, é possível inferir que a atribuição de significado para este objeto estava ancorada na experiência colateral que os alunos possuíam sobre o conceito de reta numérica, bem como uma consequência prática da mobilização dos recursos semióticos *termômetro* e *proveta graduada*. A utilização do conceito de reta numérica para a aferição de temperatura e volume, neste caso, pode ser um indicativo de "intimidade prévia com aquilo que o signo denota" (PEIRCE, 1989, p. 61).

Sobre o objeto matemático *proporcionalidade*, existem evidências de atribuição de significado com base na intenção de se obter um modelo matemático para o problema e na familiaridade que os alunos possuem acerca das relações entre grandezas, uma vez que, para Peirce (2015, p. 164), é "a familiaridade que uma pessoa tem com um signo e que a torna apta a utilizá-lo ou interpretá-lo". Assim, a familiaridade acerca do objeto matemático possibilitou a sua utilização, na intenção de se obter um resultado para a situação-problema investigada na atividade.

Ao analisarmos os signos produzidos no decorrer da atividade *Canhão de vórtex*, podemos evidenciar que a atribuição de significado para os objetos matemáticos se deu por meio de familiaridade, na intenção de significar, enquanto uma ideia, como consequência e por meio de experiência colateral.

No que tange a atribuição de significado para o objeto matemático *função*, podemos inferir que ela ocorreu por meio uma ideia que os alunos possuíam acerca do fenômeno observado no experimento. Neste caso, os signos produzidos remetiam a uma "ideia que o intérprete tinha do signo original" (MISKULIN et al., 2007, p. 5), indicando que tal objeto matemático tem significado para esses alunos.

Quanto ao objeto matemático *tratamento da informação*, por meio de seus gráficos e tabelas, a atribuição de significado pode estar relacionada com uma consequência das características do fenômeno observado no experimento, bem como na intenção de se obter um

modelo matemático. Logo, a intenção e a atribuição de significado estão relacionadas, pois, como afirma Peirce (1989, p. 16), "significado deve envolver uma referência, a intenção".

No que tange a atribuição de significado para o objeto matemático *função polinomial do segundo grau*, podemos inferir que se deu pela familiaridade que os alunos possuíam com o objeto, na experiência colateral que tinham sobre o estudo dos coeficientes, o estudo do gráfico e a determinação do ponto de máximo e na consequência prática de determinar uma solução para o problema. Segundo Peirce (1989, p. 61), "para conhecer o objeto, o que é preciso é a experiência prévia desse objeto individual". Logo, ao elucidarem aspectos no decorrer das aulas de Matemática, é possível inferir que este objeto matemático possui significado para os alunos.

No que tange à atividade *Plano inclinado*, há evidências de atribuição de significado por meio de familiaridade, na intenção de significar, como consequência futura e por meio de experiência colateral.

Sobre o objeto matemático *razões trigonométricas*, podemos inferir que a atribuição de significado para o objeto se deu na intenção de se obter o ângulo de inclinação de um plano, alinhada à familiaridade que os alunos possuíam acerca deste objeto. Essa familiaridade pode ser evidenciada quando os alunos recorreram ao conceito de seno e a sua aplicação em triângulos retângulos,

Assim como evidenciado na atividade *Canhão de vórtex*, a atribuição de significado para o objeto matemático *tratamento da informação* pode estar relacionada com uma consequência das características observadas no experimento e com uma intenção de se obter o modelo matemático. Segundo Peirce (1989, p. IX), ao se tomar conhecimento acerca das consequências da utilização de símbolos, na representação de determinado objeto, torna-se possível "determinar o que um conceito significa".

Por fim, no que se refere à atribuição de significado para o objeto matemático *função polinomial do segundo grau*, existem evidências para a atribuição de significado por meio de familiarização com os conceitos e na experiência colateral que os alunos tinham com o objeto e na consequência prática de determinar uma solução para o problema em foco.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

"A Matemática é o portão e a chave das ciências. Negligenciar a Matemática prejudica todo o conhecimento."

Roger Bacon (1219/20 – 1292)

Uma das preocupações recorrentes durante nossa pesquisa foi a reflexão acerca das questões norteadoras elaboradas para a problemática: "*Como atividades experimentais investigativas desenvolvidas em um contexto de aulas com Modelagem Matemática contribuem para a atribuição de significado para o objeto matemático por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental*?". Deste modo, apresentamos aqui as compreensões construídas no decorrer da pesquisa.

A pesquisa se embasou no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola localizada no município de São Sebastião da Amoreira, ao longo do ano letivo de 2018. O desenvolvimento das atividades se deu no âmbito das aulas regulares da disciplina de Matemática, bem como em contraturno às atividades escolares.

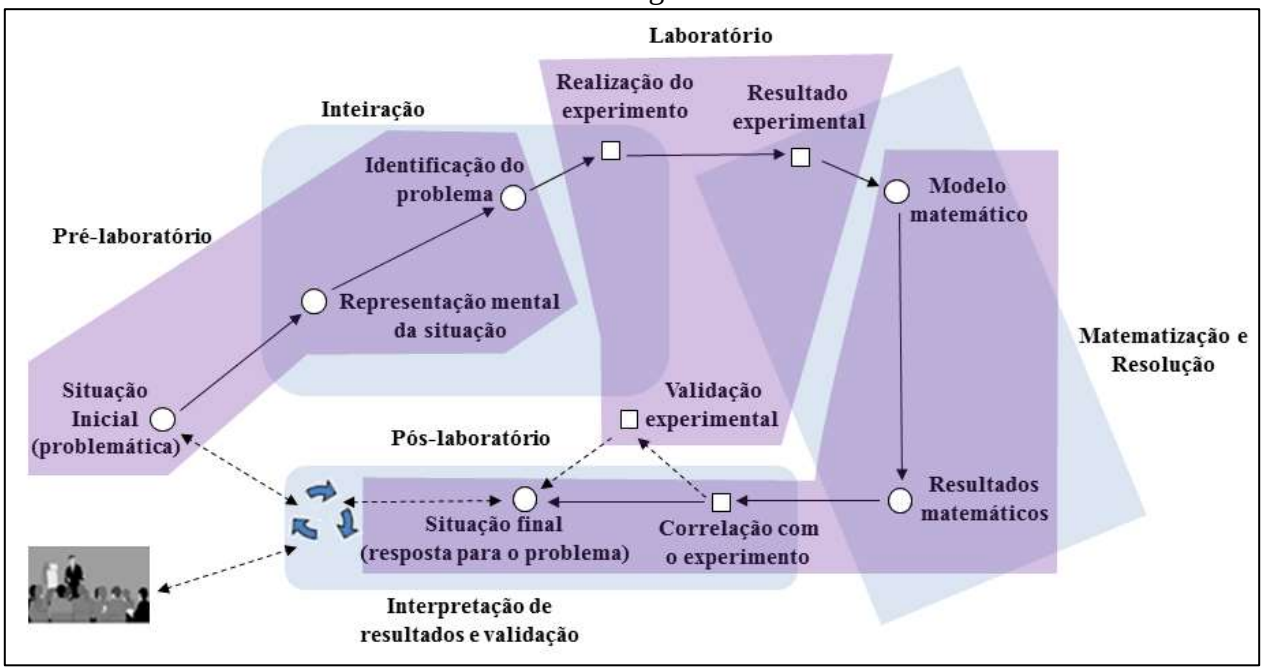
Para tanto, embasados na concepção de momentos de familiarização com a Modelagem caracterizada por Almeida, Silva e Vertuan (2012), analisamos os signos produzidos pelos alunos envolvidos no desenvolvimento de três atividades: *Calorímetro*, *Canhão de vórtex* e *Plano inclinado*. A escolha por essas atividades se deu de forma a contemplar cada um dos momentos de familiarização.

A análise dos dados coletados foi realizada com base nos aspectos teóricos da Análise de Conteúdo, de Laurence Bardin, que nos possibilitou descrever e interpretar os conteúdos provenientes dessas atividades. Assim, a sistematização e unitarização dos dados, possibilitou a compreensão dos dados coletados, de modo a atender às necessidades impostas.

Um dos critérios para o desenvolvimento das atividades de modelagem veio a ser a investigação de fenômenos observados por meio da experimentação por meio da Modelagem.

Assim, ao considerarmos as fases que constituem o ciclo de modelagem (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) e os momentos de uma atividade experimental investigativa (SANDRI, 2018), existem evidências para a composição de um ciclo único, conforme apresentamos na Figura 56.

Figura 56 – Inserção dos momentos de uma atividade experimental investigativa no ciclo de modelagem



Fonte: adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Neste ciclo, as fases de uma atividade de modelagem estão representadas em azul, enquanto os momentos de uma atividade experimental investigativa estão destacados em roxo. Ainda, as ações decorrentes das atividades podem ser evidenciadas ao longo do ciclo, de modo que os círculos representam ações decorrentes do ciclo de modelagem e os quadrados, ações referentes à atividade experimental.

No decorrer das análises das atividades desenvolvidas, podemos evidenciar que a fase de inteiração da atividade de modelagem e o momento pré-laboratório de uma atividade experimental investigativa possuem várias similaridades entre si, ao passo que ocorrem de forma quase simultânea. Ao se considerar que a situação inicial problemática deriva de um fenômeno observado experimentalmente, a estruturação do problema requer a mobilização de conhecimentos matemáticos e científicos.

Ao findar a estruturação do problema, podemos evidenciar o início do momento Laboratório de uma atividade experimental, a partir das ações realização do experimento e resultado experimental. Tais ações constituem uma ponte de ligação entre as fases de inteiração e a matematização de uma atividade de modelagem, uma vez que o experimento permite a obtenção de dados a serem utilizados na dedução de um modelo matemático para solucionar o problema definido anteriormente.

As investigações conduzidas na fase de matematização, resolução, interpretação de resultados e validação de uma atividade de modelagem estão relacionadas com o momento pós-laboratório de uma atividade experimental investigativa. O modelo matemático deduzido e o resultado matemático encontrado trazem informações relevantes para o entendimento do fenômeno investigado experimentalmente.

Ainda, ao se considerar a incursão de uma atividade experimental investigativa no ciclo de modelagem, a correlação entre o resultado matemático e o experimento realizado se faz necessário para a interpretação e validação deste resultado. Neste caso, uma das alternativas encontradas para a validação do resultado é a nova realização do experimento, possibilitando evidenciar a adequação do modelo matemático obtido. Desta forma, é possível observar um breve retorno ao momento laboratório, de modo que a validação é feita com base nos resultados evidenciados a partir da nova realização do experimento.

Logo, se for comprovada a adequação e a consistência da resposta obtida para o problema, a atividade se finda com a comunicação dos resultados. Entretanto, ao se evidenciar a inadequação do modelo obtido para a solução do problema, um modelador pode optar pela realização de uma nova investigação, denotando o caráter cíclico desta atividade.

Neste sentido, ao retornarmos para a análise que foi conduzida no mapeamento das produções científicas que versam sobre a experimentação em contexto de Modelagem, podemos evidenciar a necessidade de se considerar os momentos da experimentação investigativa enquanto elementos constituintes do ciclo de modelagem. Essa integração se faz necessária, pois o entendimento que se tem acerca do experimento pode contribuir na interpretação de um resultado matemático, e vice versa.

Retornando aos aspectos referentes à nossa pesquisa, as análises conduzidas levaram em consideração as contribuições de Silva (2013), acerca da atribuição de significado para um objeto matemático no decorrer de uma atividade de modelagem. Assim, as evidências encontradas

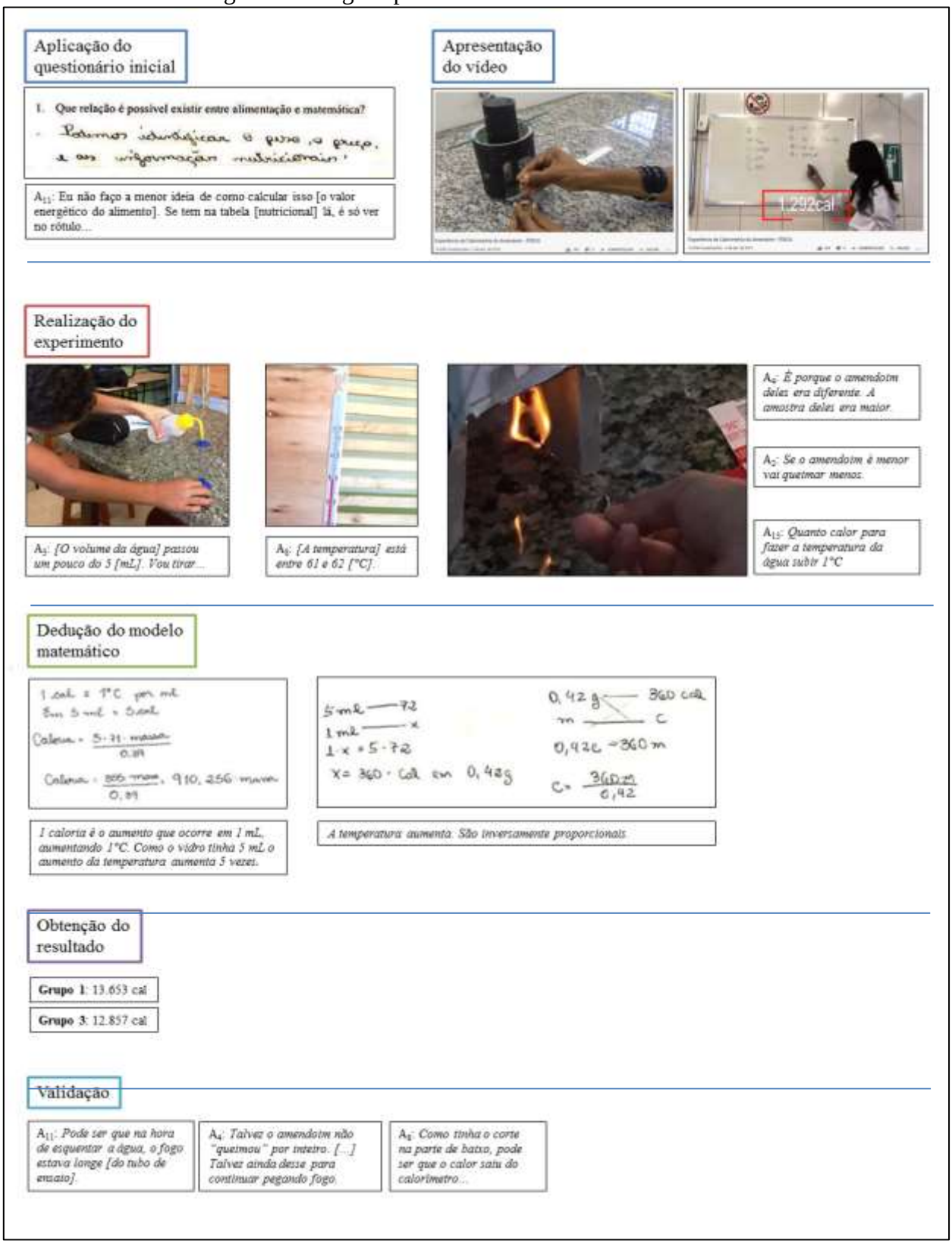
apontam para uma atribuição de significados por meio de: familiaridade com o objeto; na intenção de significar o objeto; como ideia que se remete ao objeto; como consequência futura para abarcar o objeto; e por meio de experiência colateral com o objeto. Segundo Peirce (2015, p. 254), "o significado de um termo é a concepção que ele veicula" e, neste sentido, pode estar diretamente relacionado com os interpretantes que são produzidos no processo de semiose. Para Santaella (2007, p. 23), um interpretante é tido como um "efeito interpretativo que o signo produz em uma mente real ou meramente potencial", ao passo que a atribuição de significado somente ocorre devido aos interpretantes produzidos a partir da relação entre um signo e seu objeto.

Logo, ao se considerar a produção de interpretantes em atividades de modelagem, torna-se possível analisar a atribuição de significado para os objetos matemáticos que emergem destas atividades. Uma das formas de se evidenciar isso vem a ser pela análise dos recursos semióticos que são mobilizados no decorrer de uma atividade de modelagem.

Desta forma, ao investigarmos "*que recursos semióticos são mobilizados pelos alunos no desenvolvimento de uma atividade experimental investigativa no contexto de aulas com Modelagem Matemática*", foi possível observar que a mobilização destes recursos se mostrou presente em todo o ciclo de modelagem. Na fase de inteiração das atividades analisadas, os recursos semióticos mobilizados estavam relacionados com a produção de signos interpretantes acerca do problema a ser investigado. Os recursos utilizados na fase de matematização foram escolhidos de forma a possibilitar a produção de signos acerca do fenômeno observado no experimento, em busca da dedução de um modelo matemático. Na fase de resolução, os recursos permitiram a produção de signos sobre os objetos matemáticos necessários para a resolução do problema. Quanto aos recursos mobilizados na fase de interpretação do resultado, podemos evidenciar a sua relação com a produção de signos acerca do problema. Por fim, na fase de validação, os recursos utilizados contribuíam para a produção de signos acerca do experimento e dos objetos matemáticos mobilizados no decorrer da atividade.

Ao considerarmos a questão norteadora "*que signos os alunos produzem no desenvolvimento de atividades experimentais investigativas no contexto de aulas com Modelagem Matemática?*", podemos evidenciar que essa produção também se mostrou presente no decorrer de toda a atividade. Na atividade *Calorímetro*, podemos observar a produção de signos sobre o problema, sobre os experimentos e sobre objetos matemáticos, conforme evidenciamos no esquema apresentado na Figura 57.

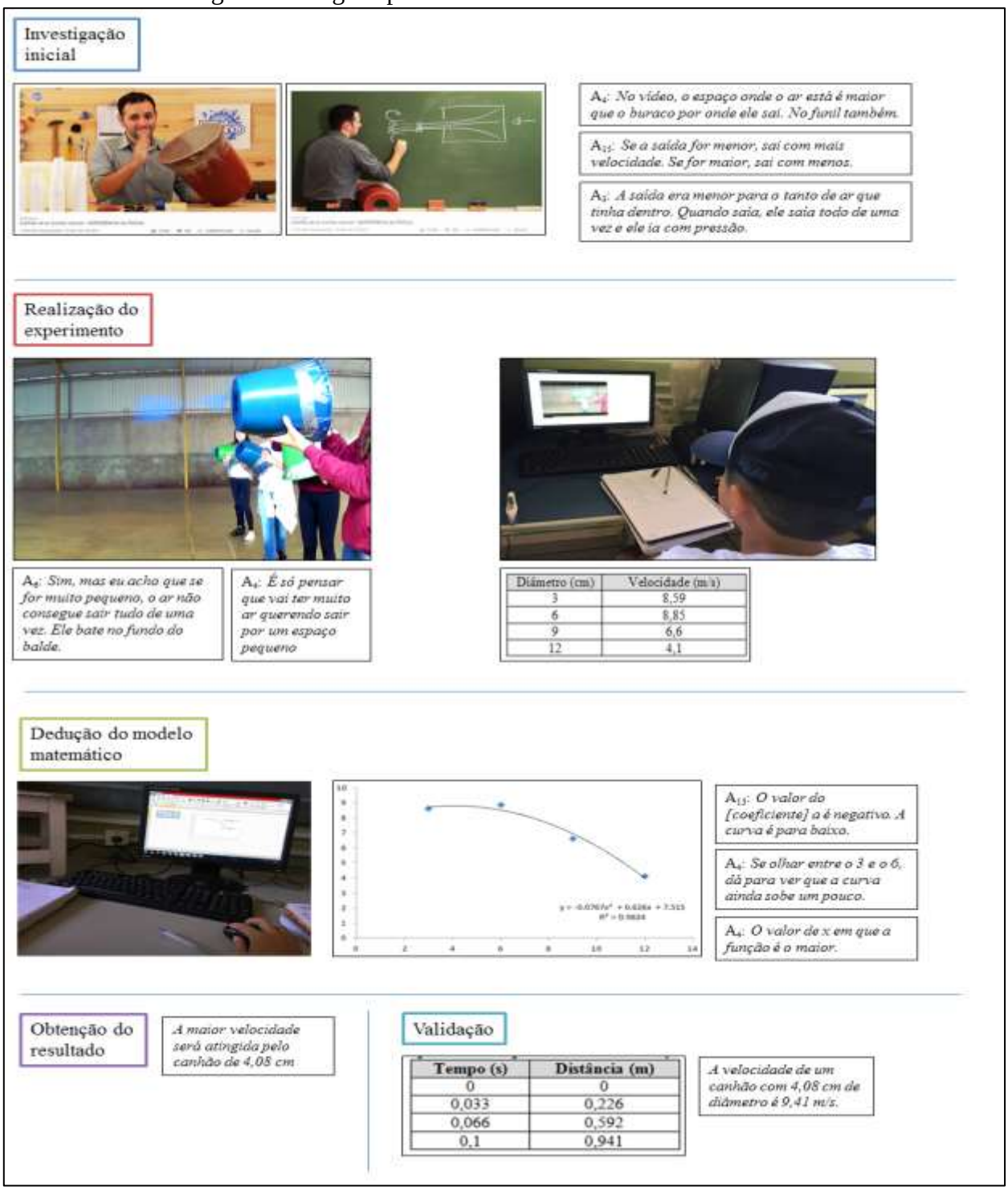
Figura 57 – Signos produzidos na atividade Calorímetro



Fonte: Autores (2019).

Na atividade *Canhão de vórtex*, a produção de signos também pode ser mostrou presente ao longo das fases da atividade, como evidenciado na Figura 58.

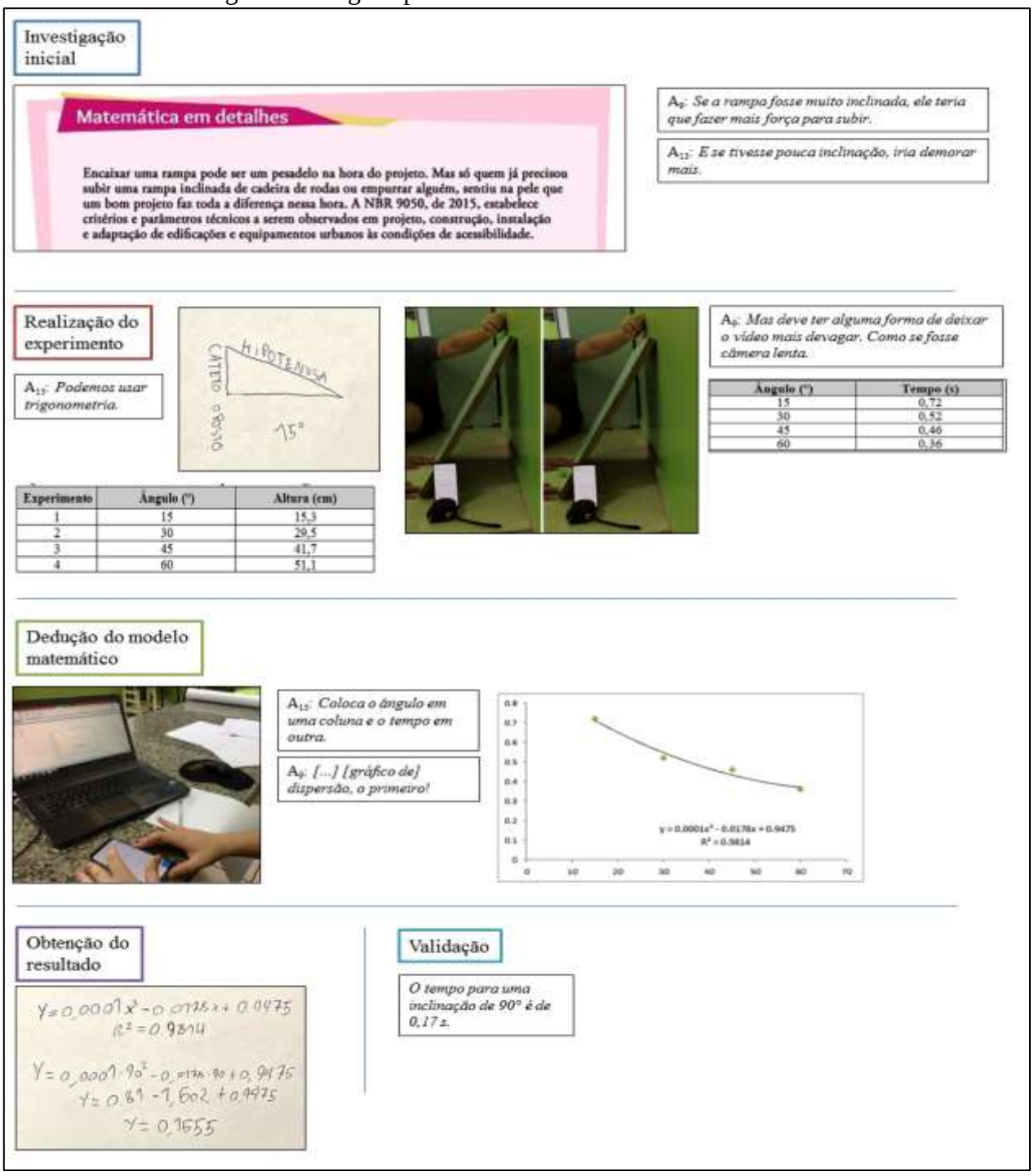
Figura 58 - Signos produzidos na atividade Canhão de vórtex



Fonte: Autores (2019).

Já na atividade Plano inclinado, a produção de signos pode ser observada no esquema disposto na Figura 59.

Figura 59 - Signos produzidos na atividade Plano inclinado



Fonte: Autores (2019).

Em suma, ao analisarmos as três atividades, podemos inferir que os signos produzidos acerca do problema se mostraram mais presentes no decorrer da fase de inteiração, os signos referentes ao experimento puderam ser evidenciados na fase de matematização e interpretação dos resultados e os signos produzidos para os objetos matemáticos que emergiram no decorrer da atividade eram mais presentes nas fases de matematização, resolução e interpretação dos resultados.

Por fim, a análise dos signos produzidos no decorrer das atividades nos permitir refletir sobre a questão norteadora "*como os signos produzidos pelos alunos revelam atribuição de significados para diferentes objetos matemáticos que emergem das atividades experimentais investigativas desenvolvidas em um contexto de aulas com Modelagem Matemática?*".

As evidências de atribuição de significado elencadas por Silva (2013) se mostraram presentes no decorrer das análises das atividades. A atribuição de significado por familiaridade com o objeto matemático se fez presente em situações nas quais os alunos recorriam aos conceitos estudados no âmbito da disciplina de Matemática, no decorrer de suas ações. Quanto à atribuição de significado na intenção de abarcar um objeto, observamos que a sua ocorrência estava relacionada à utilização de determinado conceito de modo a se obter um modelo matemático para o problema. No que se refere à atribuição de significado como ideia que se remete ao objeto, podemos inferir a sua ocorrência enquanto tentativa de explicação ou justificativa da ocorrência do fenômeno. A atribuição de significado como consequência futura encontra-se justificada na utilização de determinado objeto matemático como consequência da obtenção de resultados. Por fim, a atribuição de significado por experiência colateral está condicionada com a experiência que o aluno possuía com aquilo que o signo denota.

Ainda que tenhamos apresentado nessa pesquisa algumas reflexões acerca da associação entre a experimentação investigativa e a Modelagem, uma busca por uma compreensão mais aprofundada pode emergir ao se considerar outros níveis de ensino, constituindo-se em inquietações para pesquisas futuras.

Sendo assim, a partir dessa pesquisa podemos afirmar que a realização de atividades experimentais investigativas enquanto elementos integrantes de uma atividade de modelagem permitiu aos alunos a atribuição de significados para os objetos matemáticos por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. **Zetetiké**, v. 18, n. temático, p. 387-413, 2010.

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, v. 17, n. 22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, A. Por uma educação matemática crítica: a modelagem matemática como alternativa. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 12, n. 2, p. 221-241, 2010.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Discussões sobre "como fazer" modelagem matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Orgs). **Práticas de modelagem matemática**: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina: EDUEL. 2011, p. 19-44.

ALVES, L. **De olho no menisco**. Disponível em: <https://educador.brasilescola.uol.com.br/estrategias-ensino/de-olho-no-menisco.htm>. Acesso em: 18 fev. 2020.

ALVES FILHO, J. P. **Atividades experimentais**: do método à prática construtivista. 2000. 448 f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.

ARAKI, P. H. H.; SILVA, K. A. P. Modelagem Matemática no contexto de uma atividade experimental investigativa. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2018, Cascavel. **Anais...** Cascavel: Unioeste, 2018, p. 1-15.

ARAKI, P. H. H.; SILVA, K. A. P. Mobilização de recursos semióticos por alunos no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2019, Cuiabá. **Anais...**Cuiabá: SBEM-MT, 2019(a), p. 1-15.

ARAKI, P. H. H.; SILVA, K. A. P. Experimentação em atividades de modelagem matemática: uma análise à luz das pesquisas atuais. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 15., 2019, Londrina. **Anais...** Londrina: SBEM-PR, 2019. p. 1-14.

ARAÚJO, J. L.; BARBOSA, J. C. Face a face com a modelagem matemática: como os alunos interpretam essa atividade? **Bolema**, v. 18, n. 23, p. 79-95, 2005.

ARAÚJO, M. S. T.; ABIB, M. L. V. S. Atividades experimentais no ensino de Física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 25, n. 2, p. 176-194, 2003.

ARZARELLO, F.; Semiosis as a multimodal process. **Relime**, v. 9, número especial 1, p. 267-299, 2006.

ARZARELLO, F.; PAOLA, D.; ROBUTTI, O.; SABENA, C. Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics**, v. 70, n. 2, p. 97-109, 2009.

BACHA. M. L. **A teoria da investigação de C. S. Peirce**. 1997. 186 f. Dissertação (Mestrado em Comunicação e Semiótica) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1997.

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre a Modelagem Matemática. **Zetetiké**, v. 7, n. 11, p. 67-85, 1999.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema**, v. 14, n. 15, p. 5-23, 2001.

BARBOSA, J. C. A "contextualização" e a modelagem na educação matemática do ensino médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSOLI, F. Atividades práticas e o ensino-aprendizagem de ciência(s): mitos, tendências e distorções. Ciência & Educação, v. 20, n. 3, p. 579-593, 2014.

BICUDO, M. A. V.; KLÜBER, T. E. Pesquisa em modelagem matemática no Brasil: a caminho de uma metacompreensão. **Cadernos de Pesquisa**, v. 41, n. 144, p. 904-927, 2011.

BIEMBENGUT, M. S. Concepções e tendências de modelagem matemática na educação brasileira. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, v. 7, n. 10, p. 195-204, 2012.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na educação matemática e na ciência**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 5 ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BLOMHØJ, M.; KJELDSEN, T. H. Teaching mathematical modelling through project work – Experiences from an in-service course for upper secondary teachers. **ZDM**, v. 38, n. 2, p. 163-177, 2006.

BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: what do we know, what can we do? In: CHO, S. J. **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education**. Cham: Springer, 2015. p. 76-96.

BLUM, W.; FERRI, R. B. Mathematical modelling: can it be taught and learnt? **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 1, p. 2009.

BLUM, W.; LEIβ, D. How do students and teachers deal with modelling problems? In: HAINES, C.; GALBRAITH, P.; BLUM, W; KHAN, S. (Eds.). **Mathematical modelling**: Education, engineering and economics. Chichester: Horwood, 2006, p. 222-231.

BLUM, W; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN K. S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the reorganization of mathematical thinking**: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005.

BORSSOI, A. H. **Modelagem matemática, aprendizagem significativa e tecnologias**: articulações em diferentes contextos educacionais. 2013, 255 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Área da matemática. p. 263-317. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2019.

BRITO, D. S.; ALMEIDA, L. M. W. O conceito de função em situações de modelagem matemática. **Zetetiké**, v. 13, n. 23, p. 63-86, 2005.

BURAK, D. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. 1992, 460 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURGHES, D. N. Mathematical modelling: a positive direction for the teaching of applications of Mathematics at school. **Educational Studies in Mathematics**, v. 11, n. 1, p. 113-131, 1980.

CALDEIRA, A. D.; SILVEIRA, E.; MAGNUS, M. C. M. Modelagem Matemática: alunos em ação. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (orgs) Práticas de modelagem matemática na educação matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina: EDUEL, 2011.

CARREIRA, S. Significado e aprendizagem da Matemática: dos problemas de aplicação à produção de metáforas conceptuais. 1998. 666 f. Tese (Doutoramento em Educação – Especialidade de Didáctica da Matemática). Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências – Universidade de Lisboa 1998.

CARREIRA, S. Where there's a model, there's a metaphor: Metaphorical thinking in students' understanding of a mathematical model. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 3, n. 4, p. 261-287m 2001.

CARREIRA, S.; BAIOA, A. M. Students' Modelling Routes in the Context of Objects Manipulation and Experimentation in Mathematics. In: KAISER, G.; BLUM, W.; BORROMEO FERRI, R.; STILLMAN, G. (Eds). Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling. New York: Springer, 2011. p. 211-220.

CARREIRA, S.; BAIOA, A. M. Assessing the best staircase: student's modelling based on experimentation with real objects. In: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY OF RESEARCH IN MATHEMATUCS EDUCATION, 9., 2015, Prague. **Proceedings…** ERME, 2015, p. 834-840.

CARREIRA, S.; BAIOA, A. M. Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the students' sense of credibility. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik – ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 50, n. 1-2, p. 201-215, 2018.

CHAVES, M. I. A. SANTO, A. O. E. Modelagem matemática: uma concepção e várias possibilidades. **Bolema**, v. 21, n. 30, p. 149-161, 2008.

CHEVITARESE, L. Schopenhauer e o Estoicismo. **ethic@**, v. 11, n. 2, p. 161-172, 2012.

CIRILLO M.; PELESKO, J. A.; FELTON-KOESTLER, M. D.; RUBEL, L. Perspectives on modeling in school mathematics. In: NCTM. Mathematical Modeling and Modeling Mathematics. USA: APME, p. 3-16, 2016.

COSTA, P. H. S.; SILVA, M. F. O método pragmático de Charles S. Peirce. **Metavoia**, n. 13, p. 19-32, 2011.

CURY, H. N. Modelagem matemática e problemas em ciências: uma experiência em um curso de mestrado. **Revista Perspectiva**, v. 27, n. 98, p. 75-86, 2003.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática**: Da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

D'AMORE, B.; GODINO, J. D. El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 10, n. 2, p. 191-218, 2007.

D'AMORE, B.; PINILLA, M. I. F.; IORI, M. **Primeiros elementos de semiótica**: sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A experiência matemática**. Rio de Janeiro: F. Alves, 1986.

DEELY, J. On "semiotics" as naming the doctrine of signs. **Semiotica**, v. 158, p. 1-49, 2006.

DOROW, K. C.; BIEMBENGUT, M. S. Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no ensino brasileiro: análise das dissertações e teses desenvolvidas no Brasil. **Dynamis Revista Tecno-científica**, v. 14, n. 1, p. 54-61, 2008.

ENCYCLOPÆDIA BRITANNICA. **Calorimeter**, 2010. Disponível em: <https://www.britannica.com/technology/calorimeter>. Acesso em: 14 fev. 2020.

ETKINA, E.; VAN HEUVELEN, A.; BROOKES, D. T.; MILLS, D. Role of experiments in Physics instruction – a process approach. **The Physics Teacher**, v. 40, n. 6, p. 351-355, 2002.

FERRI, R. B. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. **ZDM**, v. 38, n. 2, p. 86-95, 2006.

FERRI, R. B. Personal experiences and extra-mathematical knowledge as na influence fator on modelling routes of pupils. In: PITTA-PANTAZI, D.; PHILIPOU, G. (Eds) **CERME 5** – Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Larnaca: University of Cyprus. 2007. p. 2080-2089)

FERRUZZI, E. C. A modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral nos cursos superiores de tecnologia. 2003. 153 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas) Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

FERRUZZI, E. C.; GONÇALVES, M. B.; HRUSCHKA, J.; ALMEIDA, L. M. W. A modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem nos cursos superiores de tecnologia. In: WORLD CONGRESS ON ENGINEERING AND TECHNOLOGY EDUCATION, 2004, Santos. **Anais...** COPEC, 2004.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetiké**, v. 3, n. 1, p. 1-37, 1995.

GARNICA, A. V. M..; SOUZA, L. A. **Elementos de História da Educação Matemática**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.

GASPAR, A.; MONTEIRO, I. C. C. Atividades experimentais de demonstrações em sala de aula: uma análise segundo o referencial da teoria de Vygotsky. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 10, n. 2, p. 224-254, 2005.

GIORDAN, M. O papel da experimentação no ensino de Ciências. **Química Nova na Escola**, v. 10, n. 10, p. 43-49, 1999.

GOMES, I. **Experiência de Calorimetria do Amendoim**. 2016. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=-FM-ZIWxakM >. Acesso em: 22 mar. 2019.

GREEFRATH, G.; SILLER, H.-S. Modelling and simulation with the help of digital tools. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; KAISER, G. (eds.) **Mathematical modelling and applications**. Dordrecht: Springer, 2017, p. 529-539.

GREEFRATH, G.; SILLER, H.-S.; WEITENDORF, J. Modelling considering the influence of technology. In KAISER, Gabriele; BLUM, Werner; BORROMEO FERRI, Rita; STILLMAN, Gloria Ann (Eds) **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**. New York: Springer, 2011, p. 315-329.

GUERREIRO, A.; FERREIRA, R. A. T.; MENEZES, L.; MARTINHO, M. H. Comunicação na sala: a perspectiva do ensino exploratório da matemática. **Zetetiké**, v. 23, n. 44, p. 279-295, 2015.

HALLIDAY, M. A. K. **Language as a social semiotic**. Londres: Edward Arnold, 1978.

HEIDEMANN, L. A. Ciclos de modelagem: uma proposta para integrar atividades baseadas em simulações computacionais e atividades experimentais no ensino de Física. **Caderno Brasileirao de Ensino de Física**, v. 23, n. 3, p. 382-4045, 2006.

HODSON, D. Hacia un enfoque más crítico del trabajo de laboratório. **Enseñanza de Las Ciencias**, v. 12, n. 3, p. 299-313, 1994.

INSTITUTO PARANAENSE DE DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO E SOCIAL. **Leituras regionais**: Mesorregião geográfica norte pioneiro paranaense. Curitiba: IPARDES, 2004.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO/IEC 17025:2017** – General requirements for the competence of testing and calibration laboratories. Disponível em <https://www.iso.org/standard/66912.html>. Acesso em: 24 ago. 2019.

JUSTI, R. La enseñanza de ciencias basada em la elaboración de modelos. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 24, n. 2, p. 173-184, 2006.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik – ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KILIAN, C.; MOLINA, J. A. Observações sobre a semiótica de Santo Agostinho. **Sapere aude**, v. 9, n. 18, p. 425-442, 2018.

LABURÚ, C. E. Fundamentos para um experimento cativante. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 23, n. 3, p. 382-404, 2006.

LESH, R.; CARMONA, G.; HJALMARSON, M. Models and modeling working group. In: ANNUAL CONFERENCE OF THE NORTH AMERICAN CHAPTER OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 28., 2006, Mérida. **Proceedings…** Mérida: PMENA, 2006, p. 1-4.

LIMA, E. R. S.; CRUZ-SANTOS, A. Aquisição dos gestos na comunicação pré-linguística: uma abordagem teórica. **Revista da Sociedade Brasileira de Fonoaudiologia**, v. 17, n. 4, p. 495-501, 2012.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: E. P. U., 1986.

MALHEIRO, J. M. S. **A resolução de problemas por intermédio de atividades experimentais investigativas relacionadas à Biologia**: uma análise das ações vivenciadas em um curso de férias em Oriximiná (PA). 2009. 314 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual "Júlio de Mesquita Filho", Bauru, 2009.

MANECHINE, S. R. S.; CALDEIRA, A. M. A. A significação e ressignificação da linguagem gráfica na compreensão de fenômenos naturais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBEM, 2006, p. 1-16.

MANUAL DO MUNDO. **Canhão de ar** (vortex cannon). 2012. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Qp7UgQ4TBkg>. Acesso em: 19 out. 2019.

MAVERS, D. E. **Multimodal design**: the semiotic resources of children's graphic representation. 2004. 243 f. Thesis (Doutorado) – Institute of Education, University of London, London. 2004.

MICHAELIS. **Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa Online**, 2018. Disponível em: <https://michaelis.uol.com.br/>. Acesso em: 02 out. 2018.

MISKULIN, R. G. S.; MENDES, R. M.; FARIAS, M. M. R.; MOURA, A. R. L.; SILVA, M. R. C. A semiótica como campo de análise para as representações de conceitos matemáticos. **Cadernos de Semiótica Aplicada**, v. 5, n. 2, p. 1-18, 2007.

MOREIRA, D. A. **O método fenomenológico na pesquisa**. São Paulo: Pioneira Thomson, 2002.

MOREIRA, M. A. Modelos científicos, modelos mentais, modelagem computacional e modelagem matemática: aspectos epistemológicos e implicações para o ensino. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 7, n. 2, p. 1-20, 2014.

MORGAN, M. S.; MORRISON, M. **Model as mediators**: perspectives on natural and social science. Nova Iorque: Cambridge University Press, 1999.

MOURA, M. F. **Matemática**: 9° ano. Volume 3. Curitiba: Positivo, 2018.

NÖTH, W. **Panorama da semiótica**: de Platão a Peirce. 4 ed. São Paulo: Annablume, 2008.

NÖTH, W.; SANTAELLA, L.**Introdução à Semiótica**. São Paulo: Paulus, 2017.

OGDEN C. K.; RICHARDS, I. A. **O significado de significado**. Um estudo da influência da linguagem sobre o pensamento e sobre a ciência do simbolismo. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

OLIVEIRA, J. R. S. Contribuições e abordagens das atividades experimentais no ensino de ciências: reunindo elementos para a prática docente. **Acta Scientiae**, v. 12, n. 1, p. 139-153, 2010.

PEIRCE, C. S. **Semiótica e filosofia**: textos escolhidos. São Paulo: Cultrix, 1972.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 4 ed. São Paulo, Perspectiva, 2015.

PONTE, J. P. Problemas de Matemática e situações da vida real. **Revista de Educação**, v. 2, n. 2, p. 95-108, 1992.

PRAIA, J.; CACHAPUZ, A.; GIL-PÉREZ, D. A hipótese e a experiência científica em educação em ciência: contributos para uma reorientação epistemológica. **Ciência & Educação**, v. 8, n. 2, p. 253-262, 2002.

RADFORD, L.; SCHUBRING, G.; SEEGER, F. The ubiquitousness of signs: by way of introduction. In: RADFORD, L.; SCHUBRING, G.; SEEGER, F. (Eds.) **Semiotics in mathematics educacion**: Epistemology, history, classroom and culture. (p. vii-ix). Rotterdam: Sense Publishers, 2008.

RANKER, J. The emergence of semiotic resource complexes in the composing processes of Young students in a literacy classroom contexto. **Linguistic and Education**

RUSSEL, J. B. **Química geral**. Volume I. 2. ed. São Paulo: Pearson Makron Books. 2004.

SÁENZ-LUDLOW, A.; KADUNZ, G. Constructing knowledge seen as a semiotic activity. In: SÁENZ-LUDLOW, A.; KADUNZ, G. (Eds.) **Semiotics as a tool for learning mathematics**: How to describe the construction, visualisation, and communication of mathematical concepts. (p. 1-21) . Rotterdam: Sense Publishers, 2016.

SANDRI, M. C. M. **Experimentos de Química Geral na perspectiva da Química Verde**. São Paulo: Livraria da Física, 2018.

SANTAELLA, L. Contribuições do pragmatismo de Peirce para o avanço do conhecimento. **Revista de Filosofia**, v. 18, n. 18, p. 75-86, 2004.

SANTAELLA, L. **Semiótica aplicada**. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica?** São Paulo: Brasiliense. 2008.

SANTOS, R. C. O valor energético dos alimentos, exemplo de uma determinação experimental, usando calorimetria de combustão. **Química Nova**, v. 33, n. 1, p. 220-224, 2010.

SCHÖNINGER, C. L. K.; FADRIQUE, J. M.; ASSMANN, I. Os recursos semióticos e a multimodalidade no ensino da língua inglesa: práticas de leitura e produção textual. **Revista do Programa de Pós-Graduação em Estudos de Linguagens**, v. 20, n. 32, p. 193-219, 2016.

SILVA, C.; KATO, L. A. Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica? **Bolema**, v. 26, p. 43, p. 817-838, 2012.

SILVA, K. A. P. **Uma interpretação semiótica de atividades de modelagem matemática**: implicações para a atribuição de significados. 2013. 290 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W. Caminhos do significado em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre os interpretantes. **Bolema**, v. 29, n. 52, p. 568-592, 2015.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W.; GERÔLOMO, A. M. L. "Aprendendo" a fazer modelagem matemática: a vez do aluno. **Educação Matemática em Revista**, v. 1, p. 28-36, 2011.

SILVA, K. A. P.; ARAKI, P. H. H.; BORSSOI, A. H. Tecnologias como recurso semiótico no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, v. 2, p. 362-386, 2018.

SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E.; SILVA, J. M. G. Ensino por investigação nas aulas de matemática do curso de licenciatura em química. **Amazônia Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v, 14, n. 31, p. 54-72, 2018.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 2, p. 228-249, 2012.

SOUZA, D. C.; ROSA, C. C. Modelagem Matemática e sua influência nas representações sociais acerca da trigonometria. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2018, Cascavel. **Anais...** Cascavel: Unioeste, 2018, p. 1-15.

STILLMAN, G. A.; BROWN, J. P.; GEIGER, V. Facilitating mathematisation in modelling by beginning modellers in secondary school. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.). **Mathematical modelling in education research and practice**: cultural, social and cognitive influences. Dordrecht: Springer, 2015, p. 93-104.

SUART, R. C.; MARCONDES, M. E. R. A manifestação de habilidades cognitivas em atividades experimentais investigativas no ensino médio de química. **Ciência & Cognição**, v. 14, n. 1, p. 50-74, 2009.

THOMAS, M. O. J.; YOON, C.; DREYFUS, T. Multimodal use of semiotic resources in the construction of antiderivate. In: HUNTER, R.; BICKNELL, B.; BURGESS, T. (Eds). **Crossing divides**: Proceedings of the 32nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Palmerston North: MERGA, 2009. P. 539-546.

TORTOLA, E. ALMEIDA, L. M. W. Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 94, n. 237, p. 6119-642, 2013.

TUKEY JR, R. H. Implications of allelopathy in agricultural plant science. **The Botanical Review**, v. 36, p. 1-16, 1969.

VAN LEEUWEN, T. **Introducing social semiotics**. Nova Iorque: Routledge, 2005.

VARGAS, M. História da matematização da natureza. **Estudos Avançados**, v. 10, n. 28, p. 249-276, 1996.

VERTUAN, R. E. **Um olhar sobre a modelagem matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. 2007. 141 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas., Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2007.

VUOLO, J. H.; FURUKAWA, C. H. Calorímetro didático. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 17, n. 2, p. 140-151, 1995.

YOON, C.; MISKELL, T. Visualising cubic reasoning with semiotic resources and modeling cycles. In SÁENZ-LUDLOW, A.; KADUNZ, G. (eds.). **Semiotics as a tool for learning mathematics**: How to describe the construction, visualisation, and communication of mathematical concepts. (p. 89-109). Dordrecht, The Netherlands: Sense Publishers, 2016.

ZYCH, A. Design a better vortex cannon. **Science Friday**. Disponível em: <https://www.sciencefriday.com/educational-resources/design-a-better-vortex-cannon/>. Acesso em: 19 out. 2019.

APÊNDICES

APÊNDICE A: TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA PESQUISA

Senhor(a) diretor(a),

Eu, Paulo Henrique Hideki Araki, mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina/Cornélio Procópio venho por meio desta solicitar a sua autorização para a realização da pesquisa intitulada “Recursos semióticos para a construção de conhecimentos em atividades de modelagem matemática” a ser conduzida nesta escola.

O objetivo do estudo é investigar acerca das ações de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental inseridos em um ambiente de realização de atividades de Modelagem Matemática a partir da realização de atividades experimentais.

Na oportunidade, solicitamos autorização para que realize a pesquisa através da coleta de dados oriundos de observação, aplicação de questionários e gravações de áudio e vídeo. Queremos informar que o caráter ético desta pesquisa assegura a preservação da identidade das pessoas participantes. Esclarecemos que tal autorização é uma pré-condição.

Agradecemos vossa compreensão e colaboração no processo de desenvolvimento desta pesquisa. Em caso de dúvida você pode procurar a orientadora da pesquisa Karina Alessandra Pessoa da Silva pelo e-mail: karinasilva@utfpr.edu.br.

São Sebastião da Amoreira, _____ de _____ de 201___

.....

Nome completo e assinatura do(a) diretor(a) do estabelecimento de ensino

APÊNDICE B: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu _____

responsável pelo aluno(a) _____

autorizo sua participação na pesquisa intitulada ”Recursos semióticos para a construção de conhecimentos em atividades de modelagem matemática”, sob responsabilidade do discente Paulo Henrique Hideki Araki, sob orientação da docente Karina Alessandra Pessoa da Silva. Declaro que permito que obtenha fotografia, filmagem ou gravação no decorrer das atividades em sala de aula, para fins de pesquisa científica. Autorizo que o material e as informações obtidas possam ser utilizados parcial ou integralmente, sem restrições de prazos, desde a presente data, para a apresentação na presente pesquisa ou em publicações, seminários, congressos ou periódicos científicos, sem a identificação por nome em qualquer via de publicação ou uso.

Declaro que fui informado acerca da investigação que pode ser desenvolvida.

São Sebastião da Amoreira, _____ de _____ de 201___

.....

Nome completo e assinatura do responsável

APÊNDICE C: QUESTIONÁRIO APLICADO NA ATIVIDADE “CALORÍMETRO”

Aluno 1:

Aluno 2:

Aluno 3:

A ENERGIA DA ALIMENTAÇÃO

Em grupos, pensem sobre as seguintes questões a serem discutidas com os demais.

1. Que relação é possível existir entre alimentação e matemática?

2. Qual é a relação entre alimentos/alimentação e energia?

3. Qual a função dos alimentos para o corpo humano?

4. Que tipos de alimentos vocês consideram como sendo os mais energéticos?

5. Como o nosso organismo utiliza a energia?

APÊNDICE D: ROTEIRO PARA A CONSTRUÇÃO DO CALORÍMETRO

Atividade experimental: Energia fornecida pelos alimentos

MATERIAIS E REAGENTES

- Pinça de madeira;
- Calorímetro;
- Fósforos;
- Tubos de ensaio pirex de 15 mm x 150 mm;
- Proveta de 10 mL;
- Termômetro;
- Balança;
- Vela;
- Água destilada;
- Clipe de metal para prender o alimento;
- Alimentos diversos;

PROCEDIMENTO

Inicialmente analisem a seguinte situação problema:

"Alguns alimentos são utilizados pelo homem como fonte de matéria e energia para poder realizar suas funções vitais, incluindo o crescimento, a movimentação, a reprodução etc. A produção de energia pelo corpo humano ocorre a partir da digestão dos alimentos, em que acontece uma série de transformações químicas que convertem moléculas complexas em moléculas mais simples. Nas células do organismo ocorrem, com essas moléculas, transformações químicas que são responsáveis pelo fornecimento de energia.
Supondo que uma pessoa disponha dos alimentos dispostos na bancada, qual desses forneceria a maior quantidade de energia?".

ATIVIDADE EXPERIMENTAL

1. Aferir a massa do tubo de ensaio e anotar o valor obtido na tabela.
2. Afixar o tubo de ensaio com a pinça de madeira e colocá-lo no orifício superior do calorímetro. Regular a altura do tubo para que fique cerca de 3 cm acima da bancada.
3. Determinar a massa do alimento e espetá-lo no clipe metálico.
4. Aferir, com a proveta, 10 mL de água destilada e adicionar ao tubo de ensaio.
5. Introduzir o termômetro no tubo de ensaio e medir a temperatura inicial da água. Retirar o termômetro.
6. Iniciar a queima de um dos alimentos através da chama da vela.
7. Ao observar que o alimento está queimando, introduzir o alimento no orifício inferior do calorímetro, deixando-o próximo ao tubo de ensaio. Ao término da combustão completa do alimento, aferir a temperatura da água, agitando-a previamente para homogeneização.
8. Com outro tubo de ensaio, repetir o procedimento queimando outro alimento.
9. Anotar os dados na tabela.

Alimento	**Massa do alimento (g)**	**Temperatura inicial (°C)**	**Temperatura final (°C)**	**ΔT (°C)**	**Massa de água (g)**
Alimento 1					
Alimento 2					
Alimento 3					
Alimento 4					

APÊNDICE E: ATIVIDADE DE MODELAGEM

Atividade de modelagem: calorias de alimentos

Caloria é a energia química produzida e armazenada em nosso corpo quando ingerimos e metabolizamos um alimento. Essa é a energia necessária para nossas atividades diárias, tais como digestão, respiração, prática de exercícios, funcionamento do cérebro, batimento cardíaco, crescimento do cabelo e das unhas, etc.

Todos os alimentos possuem calorias, mas em diferentes quantidades. Em suma, a caloria é o calor necessário para elevar a temperatura de 1 mL de água, em 1°C.

Considerando os dados obtidos a partir da atividade experimental investigativa, analise a situação-problema a seguir: Quantas calorias existem em 15 g de amendoim (uma porção)?

Variáveis:

Hipóteses:

Definição de um modelo matemático:

Validação do modelo obtido:

Solução do problema: