UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

MARISTELA PINHEIRO DE GÓES BORTOLOTTO

RECURSOS EDUCACIONAIS O ENSINO DE MATEMÁTICA

LONDRINA
2019

MARISTELA PINHEIRO DE GÓES BORTOLOTTO

RECURSOS EDUCACIONAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada como requisito para à obtenção do título de Mestre no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do Programa de Pós-graduação em Matemática - PPGMAT, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Sturion.

LONDRINA
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca UTFPR - Câmpus Londrina

B739r Bortolotto, Maristela Pinheiro de Góes
Recursos educacionais no ensino de matemática / Maristela Pinheiro de Góes Bortolotto. - Londrina, 2019.
59 f. : il.; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Sturion.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Londrina, 2019.
Bibliografia: 36-38.

1. Ensino - Meios auxiliares. 2. Jogos no ensino de matemática. 3. Prática de Ensino. 4. Trigonometria. I. Sturion, Leonardo, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. III. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. IV. Título.

CDD: 510.7

Ficha catalográfica elaborada por Cristina Benedeti Guilhem - CRB: 9/911

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina

Pró Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

TERMO DE APROVAÇÃO

RECURSOS EDUCACIONAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

por

MARISTELA PINHEIRO DE GÓES BORTOLOTTO

Esta Dissertação foi apresentada em 13 de dezembro de 2019 como requisito para a obtenção do título de Mestre em Programa de Mestrado em Ensino de Matemática. A candidata foi arguida pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. LEONARDO STURION
Prof. Orientador

Profª Drª ZENAIDE DE FATIMA DANTE CORREIA ROCHA
Membro titular

Profª Drª MARCIA CRISTINA DOS REIS
Membro titular

Prof(a). Dr(a). Marcele Tavares
Coordenadora do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
UTFPR Câmpus Londrina/Cornélio Procópio

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso-

Dedicatória...

Dedico este trabalho a todas as pessoas que de alguma forma me ajudaram durante os momentos difíceis e principalmente a minha família.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus por me proporcionar a alegria de viver e concretizar meus sonhos.

Ao Professor Leonardo Sturion pelo carinho, dedicação, paciência com que me orientou durante o longo percurso deste trabalho, contribuindo para meu amadurecimento como pesquisadora e como profissional.

A professora Magna, que me instruiu no processo de seleção.

Aos professores que ministraram disciplinas durante o curso de Mestrado, pelos ensinamentos a mim concedidos, proporcionando momentos de reflexão e experiências.

Ao meu esposo Anderson, pela compreensão em momentos decisivos e a minha filha Mikaela.

Aos meus pais, Enoc e Helena que sempre acreditaram em mim.

As minhas irmãs, Mônica e Maressa que me apoiaram e incentivaram em todas as jornadas.

A toda minha família e amigos que direta ou indiretamente me apoiaram.

Aos colegas de Mestrado pelo companheirismo e disponibilidade.

E, a todos que sempre torcem por mim: Muito obrigada!

Ensinar e um exercício de imortalidade. De alguma forma continuamos a viver naqueles cujos olhos aprenderam a ver o mundo pela maga da nossa palavra. O professor, assim, não morre jamais...

Rubem Alves

BORTOLOTTO, Maristela Pinheiro de Goes. **Recursos educacionais no ensino de matemática**. 2019. 58 f. Dissertação (Programa de Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

RESUMO

Esta dissertação tem como objetivo apresentar uma proposta metodológica para o melhor aprendizado no ensino dos conteúdos de trigonometria no Ensino Médio, buscando estudar o comportamento e as particularidades relações e funções trigonométricas por meio do jogo. A metodologia foi a qualitativa/quantitativa. Espera que esta metodologia possa estimular os alunos na participação das atividades propostas e proporcionar uma melhor aprendizagem da aplicação das funções trigonométricas. Com esse trabalho, pretende-se verificar o aprendizado do aluno por meio do jogo. Espera-se que esta metodologia possa estimular os alunos na participação das atividades propostas e proporcionar uma melhor fixação da aplicação das relações e funções trigonométricas. Desde muitos séculos a Trigonometria vem sendo aplicada nos problemas do cotidiano da humanidade, notadamente quanto se pretende estabelecer modelos robustos que sejam capazes de espelhar os fenômenos relacionados com as ciências naturais como a matemática e a física. Buscaremos estudar o comportamento e as particularidades das funções trigonométricas por meio de dois jogos. O jogo apresentado será chamado o “Ludo Trigonométrico”.

Palavras-chave: Trigonometria. Jogo. Ludo Trigonométrico.

BORTOLOTTO, Maristela Pinheiro de Goes. **Recursos educacionais no ensino de matemática**. 2019. 58 f. Dissertação (Programa de Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

ABSTRACT

This dissertation aims to present a methodological proposal for the best learning in the teaching of trigonometry contents in high school, aiming to study the behavior and the particularities relations and trigonometric functions through the game. The methodology was qualitative / quantitative. It hopes that this methodology will encourage students to participate in the proposed activities and provide better learning of the application of trigonometric functions. With this work, it is intended to verify the student's learning through the game. It is hoped that this methodology will encourage students to participate in the proposed activities and provide a better fixation of the application of trigonometric relations and functions. For many centuries Trigonometry has been applied to the daily problems of humanity, especially when it is intended to establish robust models that are able to mirror phenomena related to the natural sciences such as mathematics and physics. We will study the behavior and particularities of trigonometric functions through two games. The game presented will be called the “Trigonometric Ludo”.

Keywords: Trigonometry. Game. Ludo Trigonometric.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação e da Cultura
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PE	Produto Educacional
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Percebe-se a importância de criar situações em sala de aula em que sejam trabalhados com os alunos conteúdos relacionados ao saber fazer com o que serão fundamentais para o seu desenvolvimento escolar e intelectual. As funções trigonométricas são muito usadas no cotidiano de diversas maneiras, porém não se sabe ao certo a origem da trigonometria. Buscou-se estudar o comportamento e as particularidades das funções trigonométricas por meio do jogo, que denominamos de “Ludo Trigonométrico”.

A partir das considerações acima citadas, tornam-se convenientes refletir sobre o papel do professor em uma escola adaptada ao uso das novas tecnologias, as representações destes profissionais neste novo cenário de aprendizagem, acerca do perfil dessa nova escola, bem como um olhar atento sobre os processos de formação específica, direcionado ao ensino da matemática e mediado por essas tecnologias.

Os anos de docência tem mostrado a dificuldade de aprendizado em conteúdos como a trigonometria e a carência de recursos para viabilizar o seu ensino. Dai surgiu um interesse pelo estudo da Trigonometria no Ensino Básico.

Os recursos didáticos estão cada vez mais presentes nas salas de aula. Tem sido as maneiras que o docente tem encontrado para viabilizar alguns conteúdos trabalhados com seus alunos.

Segundo a BNCC (2019), os recursos didáticos ajudam na construção do conhecimento para o ensino de matemática.

> Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. [...] (BNCC, 2019, p. 276).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) o ensino da Trigonometria e importante na construção de seu conhecimento.

> Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações [...] (BRASIL, 1999, p.257).

Segundo Borba e Penteado (2001) afirmam que as novas mídias, como os computadores, enfatizam o aspecto da experimentação.

No capítulo 2 apresenta-se o referencial teórico desta dissertação, onde se obtém acesso aos autores que fundamentam este trabalho, oriundos de revisão bibliográfica que consultou livros, artigos em periódicos, dissertações de mestrado e teses de doutorado da área. No capitulo 3 tem-se as definições de ângulos e as funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente. No capitulo 4 o que são jogos e o porque foi escolhido o jogo como alternativa para o ensino. No capitulo 5 tem se o Produto Educacional e no capitulo 6 encontra-se as considerações finais, em que foram realizadas ao longo da construção deste material.

1.1 OBJETIVO GERAL

Elaborar um manual que auxilie o professor a mediar o Jogo: Ludo Trigonométrico de tal forma que possa possibilitar a assimilação dos conceitos relacionados a Trigonometria e Funções Trigonométricas para alunos do ensino médio nas atividades realizadas em sala de aula.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS DO PRODUTO EDUCACIONAL

- ✓ Identificar, de maneira geral uma função trigonométrica.
- ✓ Comparar os diferentes tipos de funções trigonométricas, verificando período e amplitude cada qual com sua particularidade.
- ✓ Efetuar generalizações das funções trigonométricas e ilustrar as noções de trigonometria por meio de jogos trigonométricos.

1.3 METODOLOGIA

A pesquisa científica oferece à comunidade elementos que descrevem sobre determinado acontecimento, buscando por meio de fatos ou dados apresentar meio de como se alcançar estas informações. Para tanto, esta pesquisa busca por meios práticos apresentar estudos acerca da temática estudada, a fim de disseminar fatos de determinado seguimento.

De acordo com Lüdke e André (2013, p. 4), uma pesquisa em educação utiliza a abordagem qualitativa na validação de seus dados, pois “em educação as coisas acontecem de maneira tão inexplicável que fica difícil isolar as variáveis envolvidas”.

Neste caso, a abordagem utilizada para este estudo será a qualitativa/quantitativa, que pode ser utilizado por professores na elaboração de suas aulas, com o objetivo prático para ensinar funções trigonométrica.

Sendo assim, na elaboração deste produto, recomenda-se ao pesquisador oferecer subsídios para a compreensão dos jogos pelos alunos e a sistematização dos conteúdos, que serão ministrados passo a passo das atividades de funções trigonométricas de forma lúdica e prazerosa.

Assim, a análise qualitativa requer verificar a compreensão dos alunos quanto às diferentes formas das funções trigonométricas colocadas no decorrer das aulas. “Na pesquisa qualitativa passa a depender muito da capacidade e do estilo do pesquisador” (GIL, 2008, p. 175).

Em relação a pesquisa quantitativa apresenta-se os resultados das atividades dos alunos de mensurar o comportamento das funções, estabelecer seus períodos e as relações matemáticas que envolvem essas operações.

Apresentar aos alunos a generalização por meio das fórmulas das funções e suas particularidades quanto aos períodos.

Com base em Lakatos e Marconi (2003, p.188) foi realizada uma pesquisa exploratória após a realização dos jogos: inquirindo os alunos que expliquem quais características observaram nas funções trigonométricas.

> São investigações de pesquisa empírica cujo objetivo é a formulação de questões ou de um problema, com tripla finalidade: desenvolver hipóteses, aumentar a familiaridade do pesquisador com um ambiente, fato ou fenômeno, para a realização de uma pesquisa futura mais precisa ou modificar e clarificar conceitos.

A pesquisa se deu com alunos do ensino médio em aulas de contraturno. O jogo teve uma participação para verificar o conhecimento dos alunos em relação as aulas ministradas anteriormente sobre: ângulos, relações trigonométricas e funções trigonométricas(seno, cosseno e tangente).

Os procedimentos técnicos para o presente estudo configurou-se inicialmente uma revisão bibliográfica acerca do tema proposto, realizando pesquisas em bases de dados, portal de periódicos como o Google Acadêmico, livros impressos e digitais, relacionados ao tema como estatísticas, tecnologias em sala de aula, matemática, dentre outros assuntos concernentes a pesquisa. Logo,

> A pesquisa bibliográfica é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. (GIL, 2008, p.50).

Desta fora foi apresentado o passo a passo de como realizar os jogos, apresentando todas as regras e as especificidades para que se tenha fácil compreensão.

Posteriormente foi feita a inserção de como utilizar as funções que podem ser utilizadas nas aulas de matemática, incentivando aos próprios alunos possam chegar às respostas das perguntas, por meio do uso das fórmulas, propor o uso da matemática, dentro do contexto escolar, atrelado a tecnologia.

Por fim, foi desenvolvido um Produto Educacional (PE), isto é, uma atividade (jogo) relacionada à matemática elaborada pelo próprio professor, para que possam utilizar em suas aulas. Esta atividade servirá para que os alunos possam fixar os conteúdos estudados por uma metodologia diferente.

A validação do PE se deu por meio da aplicação do Jogo em uma turma de segundo ano do ensino médio, em aulas de contraturno.

Assim, a partir do produto educacional, estes professores poderão ter autonomia de como utilizar esta proposta, adequando, analisando e modificando conforme sua necessidade e de seu público.

A intenção é de que o P.E. gerado possa contribuir com a melhoria do ensino e aprendizagem das funções trigonométricas nas aulas de matemática para o ensino médio, e ao mesmo tempo fornecer aos professores recursos didáticos e subsídios a assimilação do ensino da trigonometria.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A palavra trigonometria segundo o Aurélio estuda as funções circulares elementares e estabelece métodos de resolução de triângulos.

Segundo Bell (1945), a Escola Pitagórica, fundada no século V a.C., foi responsável por descobertas na acústica, elaborando uma lei de intervalos musicais. Essa lei relacionava os diapasões de notas emitidas por cordas distendidas, sob tensões iguais, aos comprimentos das cordas. Podemos tomar a lei dos intervalos musicais, como um prenúncio do aparecimento das funções seno e cosseno no osciloscópio do futuro, para se estudar o som.

Segundo Imenes e Lellis (1998), os primeiros estudos de trigonometria são atribuídos a Hiparco, astrônomo e matemático grego que viveu na cidade de Niceia (180 – 125, a.C., aproximadamente). É chamado de Pai da Trigonometria, pois na segunda metade do século II a.C., fez um tratado em doze livros em que se ocupou da construção do que deve ter sido a primeira tabela trigonométrica, incluindo uma tábua de cordas. Foi o primeiro a construir tabelas de senos e cossenos.

É possível encontrar problemas envolvendo a cotangente no Papiro Rhinde também uma notável tábua de secantes na tábula cuneiforme babilônica Plimpton 322.

Sugundo Brandt (2011) ainda existe uma grande dificuldade no ensino-aprendizagem das ciências exatas, especialmente no conteúdo de trigonometria. Não apenas no ensino-aprendizado, mas também na contextualização do assunto.

Historicamente, a trigonometria surgiu da necessidade de resolver problemas de cálculos de distancias inacessíveis. No entanto, nesta época não se tinha conhecimento da palavra “trigonometria”, de acordo com historiadores esta palavra surgiu somente no século XVI depois de Cristo.

De acordo com Lindegger (2000), na astronomia, é impossível o estudo de fases da lua, pontos cardeais e estações do ano sem o uso de triângulos, um sistema de medida e uma escala. Desta forma, esta afirmação remete-nos ao pensamento de que as primeiras ideias da exploração do pensamento trigonométrico estavam ligadas a Astronomia.

2.1 RECURSOS DIDATICOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Segundo Mattelart (2002, p. 9), a segunda metade do século XX foi marcada pela "formação de crenças no poder miraculoso das tecnologias informacionais".

Para Prensky (2010, p. 203) os estudantes resistem ao ensino em que o professor “fala e expõe”.

A Matemática, como ciência, sempre teve uma relação muito especial com as tecnologias, desde as calculadoras e os computadores, aos sistemas multimídia e à Internet. Gómez (1997, p. 93) afirma que:

> Mesmo que o uso das tecnologias não seja a solução para os problemas de ensino e aprendizagem da Matemática, há indícios de que ela se converterá lentamente em um agente catalisador do processo de mudança na Educação Matemática. Graças às possibilidades que oferece para manejar dinamicamente os objetos matemáticos em múltiplos sistemas de representação dentro de esquemas interativos, a tecnologia abre espaço para que os estudantes possam viver novas experiências matemáticas (difíceis de conseguir com recursos tradicionais como o lápis e o papel), visto que pode manipular diretamente os objetos matemáticos dentro de um ambiente de exploração.

Ferreira (1993, p. 21) define tecnologia como “o conjunto de conhecimentos, especialmente princípios científicos, que se aplicam a um determinado ramo da atividade”. Desta maneira assim, as tecnologias são recursos para facilitar a execução de uma determinada tarefa.

Segundo Moreira (2000), ha uma necessidade de se dinamizar a educação, buscando maneiras de criar novas formas de inovar e renovar o ensino para que não continue o tradicional educar. Na nova visão dos educadores é necessário que o aluno não apenas decore fórmulas, mas que possa visualizar a trigonometria de forma conceitual e com aplicações do cotidiano dos alunos.

Uma das maneiras de inovar para Romanatto (2012), é por meio da metodologia de ensino de Resolução de Problemas, possibilitando uma melhor compreensão por parte dos alunos, por meio desta estratégia eles conseguem elaborar e investigar os conceitos, formulando hipótese e conjecturando, podendo impulsionar o pensar matemático.

Para Piaget (1984, p. 44), a inovação pode se dar por meio de um jogo.

> O jogo lúdico é formado por um conjunto linguístico que funciona dentro de um contexto social; possui um sistema de regras e se constitui de um objeto simbólico que designa também um fenômeno. Portanto, permite ao educando a identificação de um sistema de regras que permite uma estrutura sequencial que especifica a sua moralidade.

Entretanto o uso dos recursos tem duas vertentes: uma de facilitar e contribuir para o aprendizado do aluno e outra do professor tem o desafio de buscar maneiras de sistematizar conceitos e mediar problemas que envolvem a trigonometria que foi apresentada aos alunos de maneira lúdica.

2.2 O ENSINO DE TRIGONOMETRIA EM DOCUMENTOS OFICIAIS

Analisaremos a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (BRASIL, 1996), os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (BRASIL, 1999), as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN + (BRASIL, 2002) e as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) para verificar quais são as recomendações para o ensino de Trigonometria nesses documentos oficiais.

- Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/96), o currículo do Ensino Médio é composto por um núcleo comum, obrigatório em âmbito nacional, e uma parte diversificada, de acordo com as peculiaridades locais. Essa parte diversificada atende aos aspectos sociais e históricos da clientela escolar. O documento apresenta mais outro aspecto que merece destaque: refere-se ao aprimoramento do educando como ser humana, sua formação ética, desenvolvimento de sua autonomia intelectual e de seu pensamento crítico, sua preparação para o mundo do trabalho e o desenvolvimento de competências para dar continuidade aos estudos.

- Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental

Os PCN não apontam especificamente que conteúdos o professor deverá abordar em sala de aula, mas dão diretrizes relevantes para a formação do aluno, dentre as quais estão:

> Compreender os conceitos, procedimentais e estratégias matemáticas que permitam ao aluno desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral [...] Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação [...] (BRASIL, 1998, p. 45).

Para o conteúdo de Trigonometria os Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental (1998) enfatizam o ensino de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro), além da verificação e aplicação do teorema de Tales e de Pitágoras, conteúdos esses necessários como base para se estudar Trigonometria.

- Parâmetros Curriculares do Ensino Médio

Em 1999, o Ministério da Educação e Cultura (MEC), lançou os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) (BRASIL, 1999), com a proposta de mudança no Ensino Médio que, com a LDB, tornou esta modalidade de ensino como etapa final da Educação Básica, completando o aprendizado iniciado no Ensino Fundamental.

Os PCNEM (BRASIL, 1999) estabelecem que a Matemática, a Biologia, a Física e a Química integram uma mesma área do conhecimento, a área das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, pois compartilham linguagens para representação e sistematização do conhecimento de fenômenos ou processos naturais e tecnológicos. Esta área tem como três grandes competências a serem desenvolvidas: a representação e comunicação, a investigação e compreensão e a contextualização sociocultural.

A proposta de Matemática dos PCNEM (BRASIL, 1999) aborda um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento das competências relevantes, que foram sistematizados em três eixos ou temas estruturadores, desenvolvidos ao mesmo tempo nas três séries de Ensino Médio. São eles: álgebra: números e funções, geometria e medidas e análise de dados. A trigonometria está proposta no primeiro eixo, junto com funções.

Este documento apresenta uma proposta interdisciplinar com uma relevância muito grande em relação à Matemática, em razão de seu caráter universal, esta disciplina está presente em quase todas as atividades da vida na sociedade atual:

> Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da música à informática, do comércio à meteorologia, da medicina à cartografia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, frequências e quantas outras variáveis houver (BRASIL, 1999, p. 21).

O documento sugere como critério central a contextualização e a interdisciplinaridade, ou seja, o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência.

Um primeiro exemplo disso pode ser observado com relação às funções:

> O ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui. Devemos observar que uma parte importante da Trigonometria diz respeito às funções trigonométricas e seus gráficos. As sequências, em especial progressões aritméticas e progressões geométricas, nada mais são que particulares funções. As propriedades de retas e parábolas estudadas em Geometria Analítica são propriedades dos gráficos das funções correspondentes. Aspectos do estudo de polinômios e equações algébricas podem ser incluídos no estudo de funções polinomiais, enriquecendo o enfoque algébrico que é feito tradicionalmente (BRASIL, 1999, p. 43).

Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática.

> Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na solução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos, além de compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de relações trigonométricas em diferentes épocas e contextos sociais (BRASIL, 1999, p. 44).

O documento (BRASIL, 1999, p.46) descreve ainda as habilidades e competências que devem ser desenvolvidas pela disciplina. Dentre elas: ler, interpretar e produzir textos de Matemática que utilizam gráficos, tabelas, expressões, entre outros; identificar o problema, formular hipóteses e prever resultados; transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas, etc.) e vice-versa; discutir ideias, aplicar e produzir argumentos convincentes para realizar intervenções no real; exprimir com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta; utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho.

Na aprendizagem de Matemática, é importante que os alunos conheçam essas habilidades, para que possam desempenhá-las sempre que precisarem tanto na vida escolar como no exercício de sua cidadania.

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.

3. ÂNGULO

Em os Elementos de Euclides, apud EVES, 1997 p. 17, “um ângulo plano é a inclinação recíproca de duas retas que em um plano têm um extremo comum e não estão em prolongamento”. Para admitir um ângulo raso, Euclides imediatamente define como “retilíneo” o ângulo cujos lados estão na mesma linha reta.

Euclides também sabia disso e deu a seguinte definição: *Quando uma reta levantada sobre outra forma ângulos adjacentes iguais entre si, cada um dos ângulos iguais é reto e a reta levantada se chama perpendicular aquela sobre a qual foi levantada.* Mais adiante Euclides percebeu que: *Todos os ângulos retos são iguais entre si.* Assim, o ângulo reto servia como um padrão fixo para medir outros ângulos. Os termos “ângulo agudo” e “ângulo obtuso” eram definidos, então, como sendo respectivamente menor e maior que um ângulo reto.

3.1 FUNÇÕES

Para Guidorizzi (2001), uma função f de domínio A e contradomínio B e usualmente indicada por $f = A \to B$, onde A e B são subconjuntos de $\mathbb{R}$. Dados dois conjuntos **A** e **B**, não vazios, chama-se **função** à **lei** que associa a cada elemento **x** de **A** um único elemento **y** de **B**.

Para denotar que y está em função de x, mediante uma lei f, escreve-se:

$$y = f(x), x \in A.$$

Lê-se: **y** é a imagem de **x** segundo uma lei **f**. O conjunto **A** é chamado DOMÍNIO DA FUNÇÃO e o conjunto B, CONTRADOMÍNIO. O conjunto formado pelos elementos **y**, tal que: **y = f(x)** é chamado conjunto IMAGEM da função. Diz-se que, quando **y = f(x)**, **x** é variável independente e **y** variável dependente. Por meio do diagrama, tem-se:

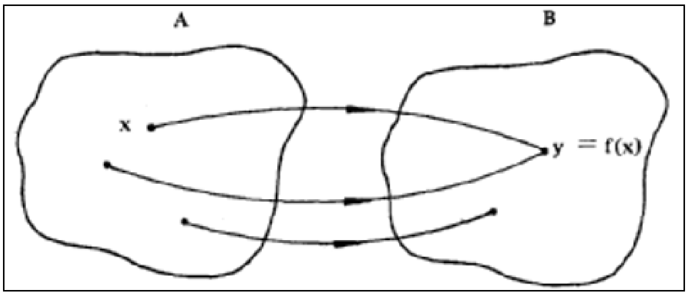


Figura 1 – Conjuntos
Adaptada do site: Alunos online

Notação:

$$\mathbf{f: A \to B; \ x \in A \to y = f(x) \in B}$$

Lê-se: uma lei **f** definida de **A** em **B** que associa cada elemento **x** pertencente a **A** um único elemento **y** pertencente a **B**.

3.1.1 Função Seno

Conforme Kennedy (1994), a tábua mais antiga de senos foi descoberta na Índia. O *surya siddhanta* é um compêndio de Astronomia com regras em versos escritos em sânscrito com poucas explicações e nenhuma prova. Como quase todas as funções seno primitivas são definidas em termos de um círculo cujo raio não é unitário. Outra contribuição dos hindus, de acordo com Boyer (1996), para a Trigonometria foi à introdução do equivalente da função seno para substituir a tabela grega de cordas.

No *surya*, a relação usada era entre a metade da corda e a metade do ângulo central correspondente, chamada por eles de Jiva. Isto possibilitou a visão de um triângulo retângulo na circunferência, como na Figura 2.

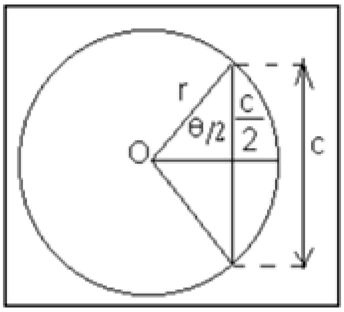


Figura 2 - O Jiva
Fonte: adaptado de Boyer (1996)

Chamamos de função seno a função **f(x) = sen x**. O domínio dessa função é R e a imagem é Im [-1,1]; visto que, na circunferência trigonométrica o raio é unitário e, pela definição do seno, –1 ≤ sen x ≤ 1, ou seja:

Domínio de f(x) = sen x; Dom(sen x) = R.

Imagem de f(x) = sen x; Im(sen x) = [-1,1] .

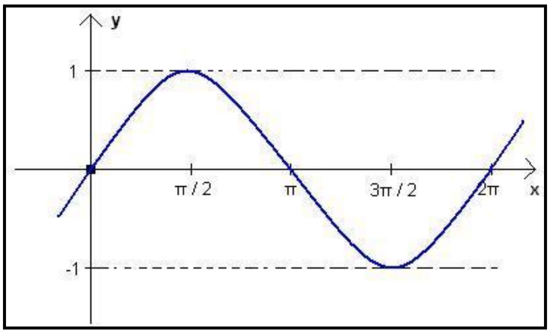


Figura 3 - Função Seno
Fonte: Site Blog do Enem

Sinal da Função: Como seno x é a ordenada do ponto-extremidade do arco:

f(x) = sen x é positiva no 1° e 2° quadrantes (ordenada positiva)

f(x) = sen x é negativa no 3° e 4° quadrantes (ordenada negativa)

Por meio do gráfico temos:

Quando $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 1º quadrante, o valor de sen x cresce de 0 a 1.

Quando $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, 2º quadrante, o valor de sen x decresce de 1 a 0.

Quando $x \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$, 3º quadrante, o valor de sen x decresce de 0 a -1.

Quando $x \in \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$, 4º quadrante, o valor de sen x cresce de -1 a 0.]

3.1.2 Função Cosseno

Chama-se de função cosseno a função **f(x) = cos x.** O domínio dessa função é R e a imagem é Im [-1,1] ; visto que, na circunferência trigonométrica o raio é unitário e, pela definição do cosseno, –1 ≤ cos x ≤ 1, ou seja:

Domínio de f(x) = cos x; D(cos x) = R.

Imagem de f(x) = cos x; Im(cos x) = [-1,1] .

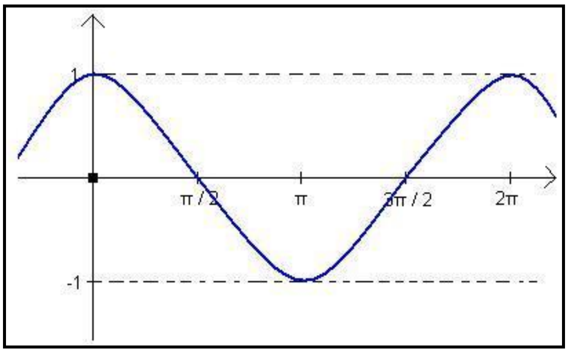


Figura 4 - Função Cosseno
Fonte: Site Blog do Enem

Sinal da Função: Como cosseno x é a abscissa do ponto-extremidade do arco:

f(x) = cos x é positiva no 1° e 2° quadrantes (abscissa positiva)

f(x) = cos x é negativa no 3° e 4° quadrantes (abscissa negativa)

Por meio do gráfico da figura 3, temos:

Quando $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 1º quadrante, o valor do cos x decresce de 1 a 0.

Quando $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ 2º quadrante, o valor do cos x decresce de 0 a -1.

Quando $x \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$, 3º quadrante, o valor do cos x cresce de -1 a 0.

Quando $x \in \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$, 4º quadrante, o valor do cos x cresce de 0 a 1.

3.1.3 Função Tangente

Para as funções tangente e cotangente existia as ideias associadas a sombras projetadas por uma vara vertical ou gnômon de relógios de sol, usados no Egito já 1500 a.C.

O gnômon era uma vareta (Figura 5) que se espetava no chão, formando com ele um ângulo de 90º, e o comprimento de uma sombra AN era observado, num horário determinado: meio-dia. Uma observação dos limites da sombra permitia medir a duração do ano e o movimento lateral diário do ponto A permitia medir a duração do dia.

Figura 5 - O gnômon
Fonte: adaptado de Costa (1997)

Como o tamanho do gnômon era constante, ou seja, usava-se sempre a mesma vareta, na mesma posição, o comprimento de AN ao meio-dia variava com o ângulo A. Isto significa uma colocação de AN, ou $\frac{AN}{GN}$ como uma função do ângulo A, nos dias de hoje denominada cotangente.

Em 1551 o matemático europeu Rheticus definiu explicitamente cada uma dessas duas funções como sendo uma razão. Thomas Fincke (1583) contribuiu com o nome tangente.

Chama-se de função tangente a função **f(x) = tg x.** Domínio de f(x) = O domínio dessa função são todos os números reais, exceto os que zeram o cosseno, pois $tg\ x = \frac{sen\ x}{cos\ x}$, $\cos x \neq 0.$

Imagem de f(x) = tg x; Im(tg x) = R ou $\mathrm{Im} =]-\infty, \infty[$.

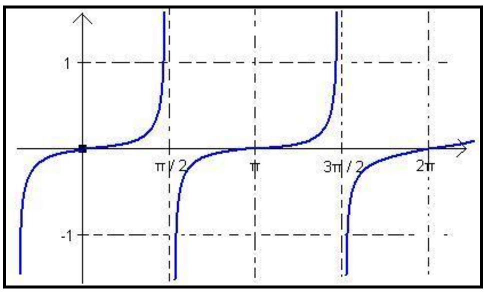


Figura 6 - Função Tangente
Fonte: Site Blog do Enem

Sinal da Função: Como tangente x é a ordenada do ponto T interseção da reta que passa pelo centro de uma circunferência trigonométrica e o ponto-extremidade do arco, com o eixo das tangentes então:

f(x) = tg x é positiva no 1° e 3° quadrantes (produto da ordenada pela abscissa positiva)

f(x) = tg x é negativa no 2° e 4° quadrantes (produto da ordenada pela abscissa negativa).

4 JOGOS

Segundo o dicionário de filosofia Japiassu (2001), jogo tem a seguinte definição: (la jacus: brincadeira). Em seu sentido geral, o jogo é uma atividade física ou mental que, não possuindo um objetivo imediatamente útil ou definido, encontra sua razão de ser no prazer mesmo que proporciona. Esta atividade, começando na criança ou no pequeno animal como gasto cie energia, tendo valor de treina-mento ou de aprendizagem, muda de natureza com o desenvolvimento do subjetivo humano: jogos dc imitação, nos quais a criança projeta seus desejos (bonecas etc.); jogos com regras ou socializados, nos quais o prazer se vincula ao respeito às regras, às dificuldades de vencer uma competição.

O uso do jogo como estratégia de ensino aponta que pode trazer resultados positivos para os alunos, já que os estudantes necessitam saber se organizar em duplas ou grupos, conforme for o caso, e assim, consequentemente, precisam se posicionar e respeitar a opinião dos colegas, durante a atividade, mas tudo de forma descontraída, alegre e atraente, conforme cita a autora Borin (1995) apud Strapason (2011, p. 21) na apresentação de seu trabalho sobre a importância dos jogos em grupos:

> Como estratégia de trabalho, escolhemos os jogos em grupo pelo seu aspecto lúdico que pode motivar e despertar o interesse do aluno, tornando a aprendizagem mais atraente. A partir de erros e acertos e da necessidade da análise sobre a eficiência de cada estratégia, construída para alcançar a vitória no jogo, estimulasse o desenvolvimento do raciocínio reflexivo daqueles que jogam.

De acordo com Miorim e Fiorentini (1990, p.7), os jogos “[...] podem vir no início de um novo conteúdo com a finalidade de despertar o interesse da criança ou no final com o intuito de fixar a aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de atitudes e habilidades”.

Segundo Borin (1996, p. 12),

> A introdução de jogos nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva, e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que esses alunos falam matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem.

De acordo com Miorim e Fiorentini (1990, p.7), os jogos “[...] podem vir no início de um novo conteúdo com a finalidade de despertar o interesse da criança ou no final com o intuito de fixar a aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de atitudes e habilidades”.

5 PRODUTO EDUCACIONAL

O Jogo Ludo Trigonométrico tem como hipótese levar o aluno a relembrar e/ou aprender teorias como: relações trigonométricas (seno, cosseno e tangente), transformações de ângulos, gráficos e equação trigonométrica.

Os objetivos do jogo são: reconhecer as funções trigonométricas e os arcos correspondentes a essas funções; ler e interpretar diferentes linguagens e representações, identificar regularidades em expressões matemáticas e estabelecer relações entre as variáveis e associar diferentes funções trigonométricas a seus gráficos correspondentes.

No decorrer dos jogos, serão abordadas as características das funções e particularidades das funções trigonométricas.

Antes de iniciar a aula prática é necessário falar com os alunos sobre as origens do estudo da trigonometria pelos povos da antiguidade.

Relembrar os elementos de um triângulo retângulo: a hipotenusa que sempre está oposta ao vértice formado por um ângulo reto e dois catetos, chamados de oposto e adjacente, dependendo de qual ângulo complementar que estamos nos referindo.

Lembrar ainda o conceito de função, para que em seguida os alunos sejam capazes de construir os gráficos das funções trigonométricas.

O Produto Educacional (PE) elaborado foi o jogo Ludo Trigonométrico.

O jogo está disponível nos Apêndices e no site da UTFPR para serem impressos e manipulados pelos professores e alunos.

No Apêndice 1, estão os matérias necessários para jogar o Ludo Trigonométrico, no Apêndice 2 as regras do jogo e no Apêndice 5 tem-se as cartas.

As cartas devem ser recortadas de tal modo que um lado tenha a pergunta e do outro a imagem da carta. Em seguida dobrar e colar as partes em branco, de tal modo que na frente ficarão as perguntas e na parte de traz as respostas. No Apêndice 4 está disponível um modelo de tabuleiro.

No Anexo 3, estão disponíveis as cartas do Jogo da Memória. Para se jogar, serão necessários dois jogos de cartas.

5.1 DESENVOLVIMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO

Durante o decorrer da construção da dissertação, em parceria com uma professora de ensino médio da rede pública de ensino da cidade de Londrina no estado do Paraná, foram realizadas diversas atividades associadas ao ensino da trigonometria e das funções trigonométricas e estímulo ao aprendizado da matemática como: ângulos, relações trigonométricas, gráficos de funções trigonométricas e nomenclaturas.

A atividade foi realizada em aulas de contra turno, convidando os alunos a participarem. No dia em que foi realizado a aplicação do Jogo: Ludo Trigonométrico tinham 28 alunos presentes. O tempo disponibilizado para os alunos jogarem foi de 2 aulas de 50 minutos cada, sendo o tempo total de 100 minutos.

A turma foi dividida por meio de sorteio em 6 grupos: 4 grupos de 5 alunos e 2 grupos de 4 alunos. Para cada grupo, foi entregue um kit do jogo: tabuleiro, cartas, pinos, dado, sulfite e lápis. No momento da aplicação do Jogo, as Regras foram explicadas para os alunos pela autora.

Figura 7 - Ludo Trigonométrico

Na Figura 7 esta apresentada o tabuleiro que foi confeccionado e trabalhado com os alunos durante as aulas para que o Jogo Ludo Trigonométrico fosse realizado. No tabuleiro, tem-se as fichas, o dado e pino referente a cada jogador.

Num primeiro momento realizou-se algumas instruções do manuseio das cartas assim com sobre os conceitos trigonométricos que elas apresentava no verso, estas atividades mostraram que a aprendizagem que podem auxiliar o professor no andamento da aula, verificando o estimulo-resposta na tentativa de solucionar o problema, "pré-requisitos que o aluno deverá dominar, e ser capaz de combinar, para resolver o problema" (MOREIRA, 2011, p. 74), na figura foram colocados os conceitos, pois esses são os pré-requisitos, a discriminações, que são as habilidades intelectuais mais simples, as regras, estás são denominadas como uma parte importante.

Com isso o professor é o mediador, e nesse projeto procurou verificar a atitude e os comportamentos dos alunos na verificação do aprendizado, quando o jogador vira a carta e esta trazia uma relação ou uma função trigonométrica que ele teria que efetuar o comentário com os conceitos teóricos adquiridos nas aulas expositivas.

Nesse contexto verificamos que os alunos já presenciaram com alguns dos conceitos que foram abordados na atividade, com isso podemos concluir que essa informação possivelmente já passou pela memória de curta duração, pela retroalimentação chegando na memória de longa duração.

Após a realização da atividade por meio do jogo, foi solicitado aos grupos que explicassem quais características trigonométricas observaram. Foi possível analisar todas as várias faces de um problema, e os caminhos percorridos pelos alunos em busca de solucioná-lo, possibilitando motivar os alunos que se demostraram desanimados por não conseguir chegar a uma solução do problema.

Constatou-se que este processo veio contribuir para melhora do desempenho dos alunos, foram pontuadas algumas observações pelos alunos nesses encontros e foram analisados o comportamento dos alunos durante a atividade, no qual foi considerado difícil para eles.

Depois que todos os grupos realizaram suas considerações, a professora, utilizando a lousa sistematizou o que os alunos haviam comentando. A professora explicou e generalizou os arcos que possuem ângulos diferentes com a mesma medida, qual a maneira de escrever as funções, observando sempre o período de cada função e suas particularidades.

Em aulas seguintes foram trabalhados exercícios com a finalidade de fazer com que os alunos assimilassem melhor o conteúdo ensinado, dentre outras atividades.

Considerando que o objetivo da pesquisa é verificar se o aluno aprendeu o conteúdo estudo em aula, utilizou-se de jogos para esta verificação.

No caso da nossa pesquisa foram encontrados vários desafios por parte dos alunos. Um dos desafios foi no andamento do jogo durante a aula como são muitas as relações e funções trigonométricas apresentadas os alunos se sentiam inseguros com medo de errar.

Os alunos comentaram que a atividade proposta era trabalhosa, então observamos o que esses alunos não estavam acostumados com esse tipo de atividade que exige um raciocínio lógico mais desenvolvido do que uma simples aula expositiva dada pelo professor, onde ele era um simples receptor, tinha agora que interagir com os colegas buscando os conceitos que garantissem uma correlação com cada função apresentada nos sorteios das cartas.

Mesmo com todas essas dificuldades os alunos, se empenharam ao máximo, colaborando com os colegas para ajudar a resolver o problema, mesmo os estudantes que tiveram mais dificuldades depois de algum tempo de jogo conseguiram identificar os conceitos trigonométricos e as funções correlacionadas com as cartas retiradas.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi muito gratificante poder contribuir com um modelo de educação diferenciada em sala de aula.

No entanto não podemos modificar esse novo método de ensino e aprendizagem desses alunos, ou seja, no momento que nós professores levamos um tipo de jogo pra sala de aula, temos que mostrar pra nossos alunos que por traz do lúdico, ou seja, que não devemos fazer só com que esses alunos joguem mais sim mostrar a eles que existem caminhos específicos para que eles venham sistematizar o conteúdo jogando.

A pesquisa mostrou que a aplicação de jogos nas aulas de matemática para o ensino da trigonometria, mostrou-se eficiente e motivador, a participação dos alunos foi intensa despertando o seu raciocínio lógico para resolver os problemas apontados pelas cartas.

Com isso, podemos concluir que os educandos conseguem reconhecer, identificar, formular e fazer operações, com as funções trigonométricas estudadas no jogo, mas o que faltou foi a habilidade de associar os conceitos teóricos com as funções apresentadas quando ele escolhia uma carta, essas regras mais simples, combinando o que já foi aprendido de modo a resolver o problema que exigia mais de uma função e torna-se mais complexa.

Segundo Santos, o professor deve estar atento no decorrer dos jogos e fazer as mediações necessárias para que ocorra o aprendizado de forma eficaz e que os alunos não percam a motivação pelas atividades.

REFERÊNCIAS

BARKER, S. F. **Filosofia da matemática.** Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.

BAUMGARTEL, Priscila. **O uso de jogos como metodologia de ensino da matemática**. Disponível em: http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd2_priscila_baumgartel.pdf. Acesso em 06/11/2019.

BIAGGI, G. V. Uma nova forma de ensinar matemática para futuros administradores: uma experiência que vem dando certo. **Revista de Ciências da Educação.** p. 103-113. 2000.

BOYER, C. B. **História da matemática.** São Paulo: Blucher, 1974.

BOYER, Carl B. **História da matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 1996. cap. 4-5,7 p. 30-44, 69-73.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio**: Matemática. Brasília: MEC, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio**: Matemática. Brasília: MEC, 2006. Disponível em: http://portal.mec. gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em 27/06/2019.

EVES, Howard. **Introdução a história da matemática**. 2. ed. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1997.

FIGUEIRA, D. G. **História.** São Paulo: Ática, 2000.

________**Função Seno: As funções trigonométricas para o Enem e os vestibulares**. Disponível em: https://blogdoenem.com.br/funcao-seno-estudando-funcoes-trigonometricas-para-o-enem/. Acesso em 15/07/2019.

GOMES, G. H., LOPES, C. M. C., NIETO, S. S. **Cálculo zero**: uma experiência pedagógica com calouros nos cursos de engenharia. In: Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, 2005. Campina Grande. **Anais.** Campina Grande: 2005.

GRANDO, R.C.O **Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos na Sala de Aula.** 2000. 239f. Tese (Doutorado), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000

GUIDORIZZI, Hamilton L. **Um Curso de Cálculo** - Volume 1. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2001.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar** – Volume 3 - Trigonometria: São Paulo: Editora Atual, 2013.

IMENES, Luiz Marcio. LELLIS, Marcelo. **Microdicionário de matemática**. São Paulo: Scipione, 2006.

KRUSE, F**. Funções Seno e Cosseno**: uma metodologia fácil, interessante e suas aplicações. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007. Belo Horizonte. **Anais**. Belo Horizonte, 2007.

LINDEGGER, Luiz Roberto de Moura. **Construindo os conceitos da Trigonometria no triangulo**. Dissertação de Mestrado em Educação. - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2000).

LÜDKE, Menga. ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. 2 ed. Rio de Janeiro: EPU, 2013.

MATTELART, Armand. **História da sociedade da informação**. São Paulo: Loyola, 2002.

MIORIM, M. A., FIORENTINI, D. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM-SP**, São Paulo, v. 4, n. 7, p. 5-10, 1990.

NASSER, L. Ajudando a superar obstáculos na aprendizagem de cálculo. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007. Belo Horizonte. **Anais.** Belo Horizonte, 2007.

___________**O jogo suas Possibilidades Metodológicas no Processo Ensino Aprendizagem na Matemática**. 1995. 194 f. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

PIAGET, Jean. **Sobre a pedagogia**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998.

PRENSKY, Marc. **O papel da tecnologia no ensino e na sala de aula**. Conjectura. V. 15. N. 2. Maio/Agosto 2010. Disponível em: http://www.ucs.br/etc/revistas/index.php /conjectura/article/viewFile/335/289. Acesso em: 20/06/2019

ROMANATTO, Mauro Carlos. **Resolução de problemas nas aulas de Matemática**. Revista Eletrônica de Educação. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.299-311, mai. 2012. Disponível em http://www.reveduc.ufscar.br.

SANTOS, Elenir Souza. O professor como mediador no processo ensino aprendizagem. **Revista Gestão Universitária**, Edição 40. Disponível em: http://www.udemo.org.br/RevistaPP_02_05Professor.htm. Acesso em 08/11/2019.

SILVA, S. A. da. **Trigonometria no Triângulo Retângulo**: construindo uma aprendizagem significativa. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC São Paulo.

SOBRINHO, J. C., DECHECHI, E. C., DETONI, M. M. Dificuldades conceituais em matemática básica de ingressantes no curso de engenharia de produção agroindustrial. In: Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, 2005. Campina Grande. **Anais.** Campina Grande: 2005.

STRAPASON, Lísie Pippi Reis. **O uso de jogos como estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática no 1º ano do Ensino Médio.** 2011. 194 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática) –

Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Santa Maria, 2011.

STRUIK, D. J. **História Concisa das Matemáticas.** Lisboa: Gradiva, 1997.

APÊNDICES

APÊNDICE 1: MATERIAL DO LUDO TRIGONOMÉTRICO

- ✓ 1 tabuleiro
- ✓ 32 cartas
- ✓ 4 pinos de cores diferentes
- ✓ 1 dado
- ✓ 4 folhas de sulfite
- ✓ 4 lápis

APÊNDICE 2: OS PARTICIPANTES E AS REGRAS DO JOGO

O jogo deve ter de 3 a 5 participantes, em que um deles deverá ser o juiz do jogo.

O juiz terá em mãos todas as cartas e suas respectivas respostas, para averiguar se foi correta a resposta do jogador.

A sequência do jogo será definida pelo lançamento de um dado. O Jogador que tirar o maior número iniciará o jogo e assim sucessivamente.

Na vez de cada participante, este deverá pegar uma carta e responder a questão que estará nela.

Cada participante deverá pegar apenas 1carta por rodada.

Para cada resposta correta o participante andará 1 casa.

Para cada resposta errada o participante não se movimentará no tabuleiro.

O vencedor do jogo será o participante que chegar primeiro ao ponto final.

APÊNDICE 3: PERGUNTAS DAS CARTAS

1) Qual a medida do seno do arco de $30°$?

2) Qual a medida do seno do arco de $45°$?

3) Qual a medida do seno do arco de $60°$?

4) Qual a medida do seno do arco de $90°$?

5) Qual a medida do seno do arco de 240^o?

6) Qual a medida do seno do arco de 330^o?

7) Qual a medida do cosseno do arco de 30^o?

8) Qual a medida do cosseno do arco de 90^o?

9) Qual a medida do cosseno do arco de 30^o?

10) Qual a medida do cosseno do arco de 150^o?

11) Qual a medida do cosseno do arco de 315^o?

12) Qual a medida do cosseno do arco de 240^o?

13) Qual a medida da tangente do arco de 45^o?

14) Qual a medida da tangente do arco de 135^o?

15) Qual a medida da tangente do arco de 150^o?

16) Qual a medida da tangente do arco de 315^o?

17) Qual a medida da tangente do arco de180^o?

18) Qual a medida em radianos do arco de 60^o?

19) Qual a medida em radianos do arco de 210^o?

20) Qual a medida em radianos do arco de 180^o?

21) Qual a medida em radianos do arco de 360^o?

22) Qual a medida em radianos do arco de 30^o?

23) Qual a medida em radianos do arco de 225^o?

24) Esboce um gráfico da função seno x?
25) Esboce um gráfico da função cosseno x?
26) Esboce um gráfico da função tangente x?
27) Qual o domínio da função cosseno x?
28) Qual o domínio da função seno x?
29) Qual o domínio da função tangente x?
30) Qual a imagem da função cosseno x?
31) Qual a imagem da função seno x?

32) Qual a imagem da função tangente x?

APÊNDICE 4: CARTAS DO LUDO TRIGONOMÉTRICO

Qual a medida do seno do arco de 30^o?

$\frac{1}{2}$

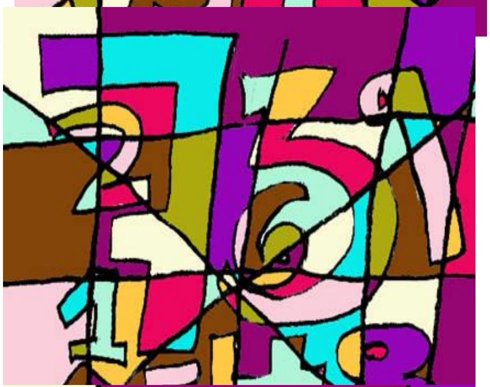
Qual a medida do seno do arco de 45^o?

$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Qual a medida do seno do arco de 60^o?

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Qual a medida do seno do arco de 90^o?



Qual a medida do seno do arco de 240^o?

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Qual a medida do seno do arco de 330^o?

$-\frac{1}{2}$

Qual a medida do cosseno do arco de 30^o?

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Qual a medida do cosseno do arco de 90^o?

0

Qual a medida do cosseno do arco de 30^o?

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Qual a medida do cosseno do arco de 150^o?

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

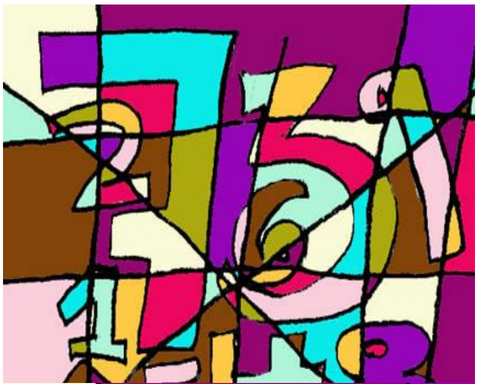
Qual a medida do cosseno do arco de 315^o?

$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Qual a medida do cosseno do

arco de 240^o?

$-\frac{1}{2}$

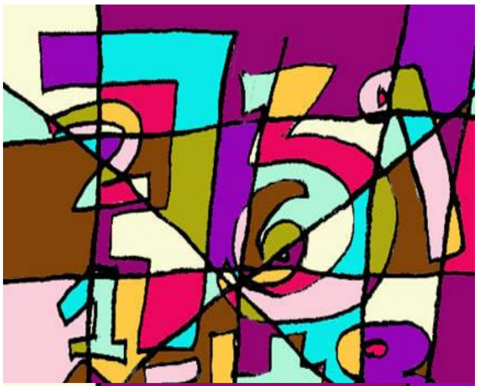


Qual a medida da tangente do

arco de 45^o?

Qual a medida da tangente do

arco de 135^o?



Qual a medida da tangente do

arco de 150^o?

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Qual a medida da tangente do

arco de 315^o?

-1

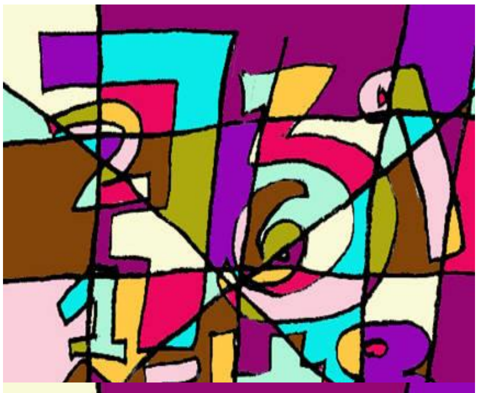
Qual a medida da tangente do

arco de180^o?

Qual a medida em radianos do

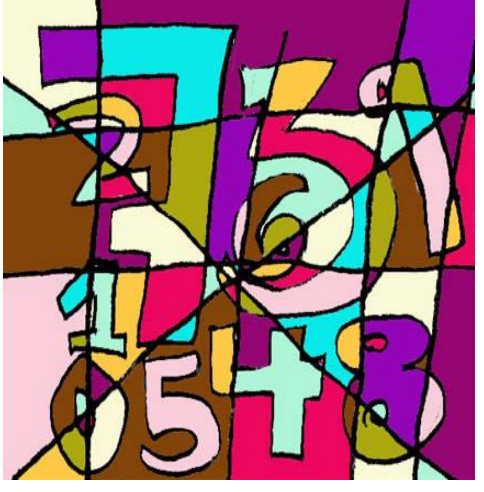
arco de 60^o?

$\frac{\pi}{3}$



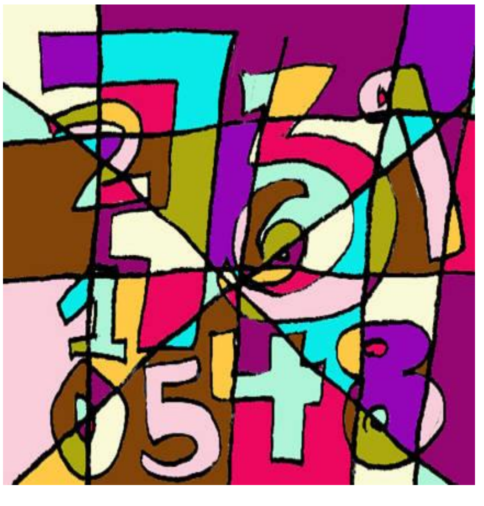
Qual a medida em radianos do arco de 210^o?

$\frac{7\pi}{6}$



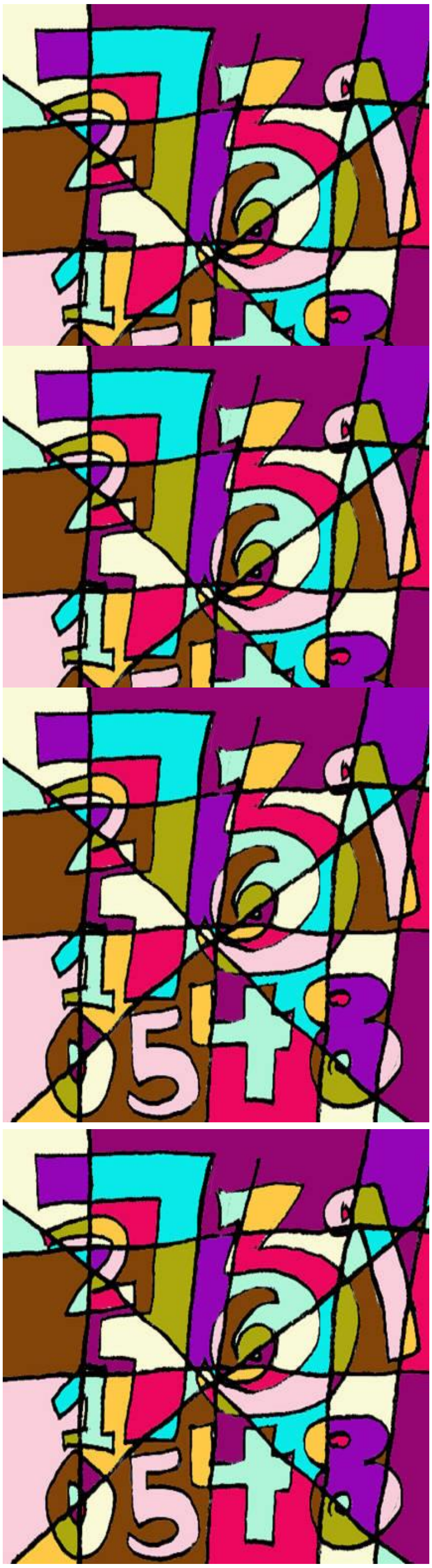
Qual a medida em radianos do arco de 180^o?

π



Qual a medida em radianos do arco de 360^o?

2π



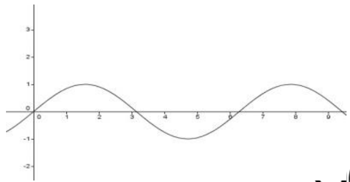
Qual a medida em radianos do arco de $30°$?

$\frac{\pi}{6}$

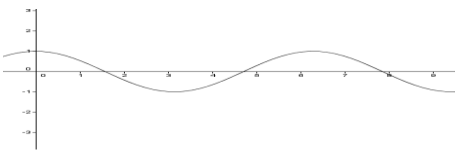
Qual a medida em radianos do arco de $225°$?

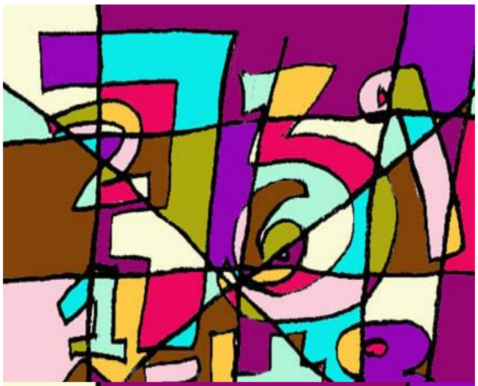
$\frac{5\pi}{4}$

Esboce um gráfico da função seno x?

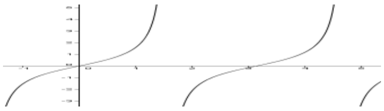


Esboce um gráfico da função cosseno x?





Esboce um gráfico da função tangente x?



Qual o domínio da função cosseno x?

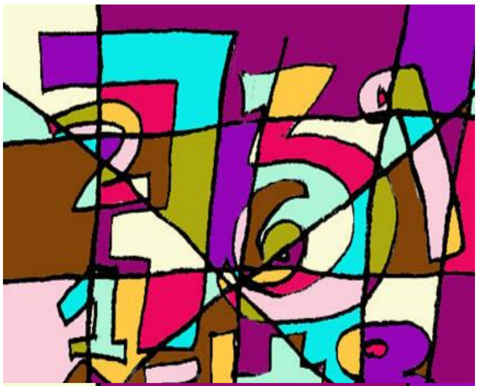
$D(f) = \{x \in R\}$

Qual o domínio da função seno x?

R: $D(f) = \{x \in R\}$

Qual o domínio da função tangente x?

$D(f) = \left\{x \in R \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\right\}$



Qual a imagem da função cosseno x?

$$Im(f) = \{y \in R / -1 \leq y \leq 1\}$$

Qual a imagem da função seno x?

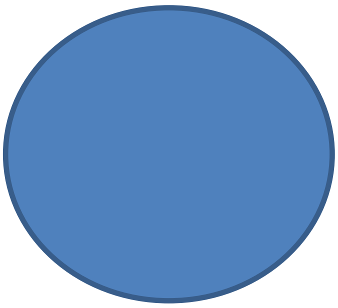
$$Im(f) = \{y \in R / -1 \leq y \leq 1\}$$

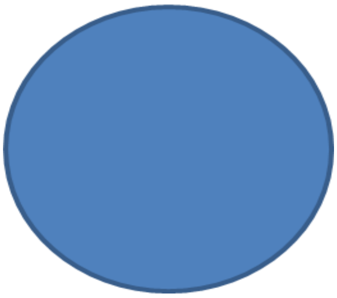
Qual a imagem da função tangente x?

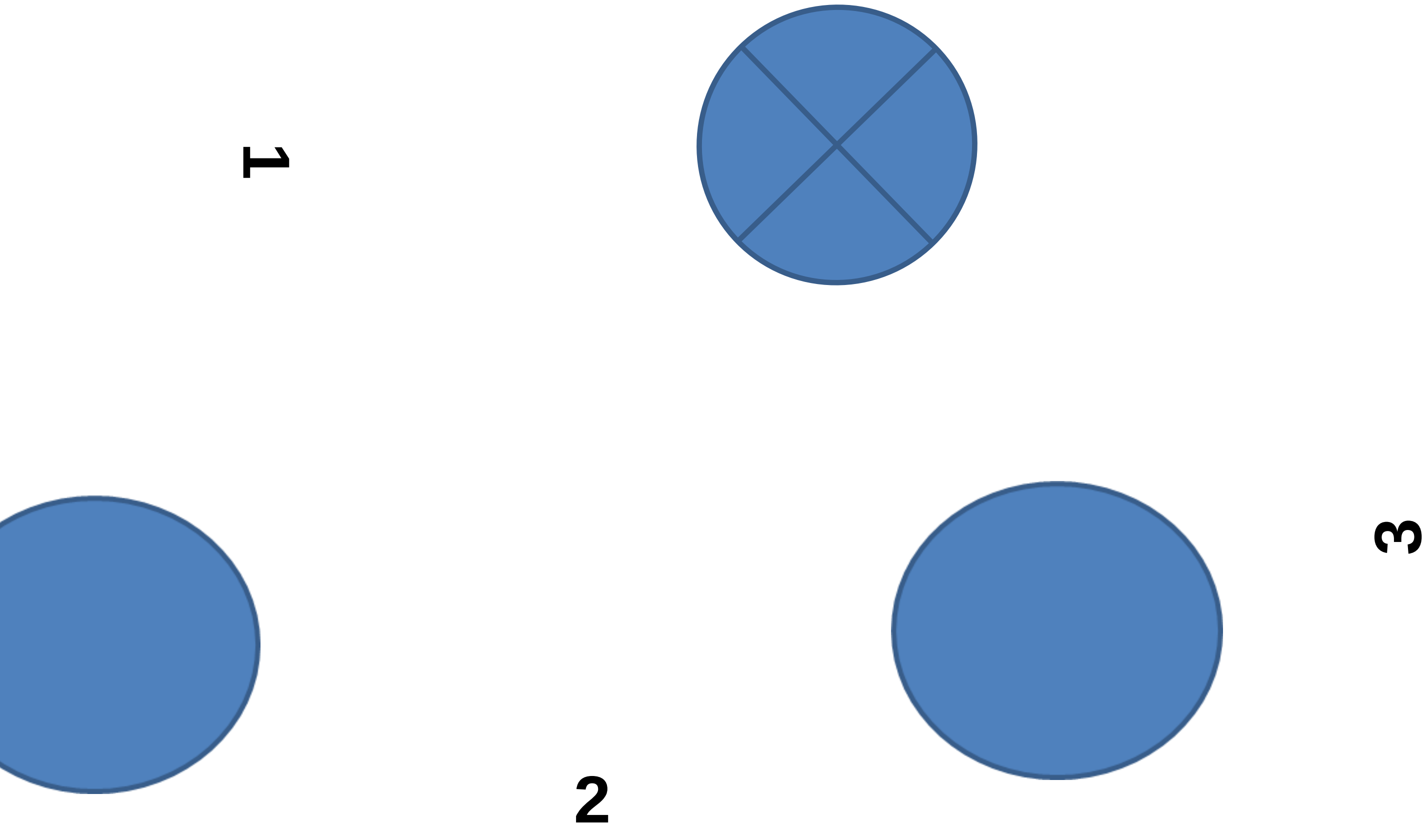
$$Im(f) = R$$

APÊNDICE 5: TABULEIRO

4






1
2
3

APÊNDICE 6: MATERIAL DO JOGO DA MEMORIA: TRIGONOMÉTRICO

a) 1 dado
b) 64 cartas do jogo

APÊNDICE 7: REGRAS

a) O jogo deve ter de 2 a 6 jogadores.
b) Para determinar qual jogador iniciara o jogo, lança-se o dado. O primeiro jogador e o que tirar o maior numeram no dado e assim sucessivamente.
c) O jogo inicia com as cartas viradas para baixo.
d) Cada jogador em sua vez poderá virar 2 cartas, de tal forma que todos os jogadores vejam quais são essas cartas.
e) Se o jogador ao virar as 2 cartas, elas não se corresponderem devera vira-las para baixo novamente no mesmo local.
f) Quando o jogador ao virar suas cartas consegue formar um par, o jogador recebe outra chance de jogar.
g) Caso na segunda jogada o jogador consiga formar outro par ele poderá virar mais duas cartas, ate o momento em que não formar mais par a vez será do próximo jogador.
h) O vencedor é o jogador que possui o maior número de pares.

APÊNDICE 8: OBJETIVO

a) O objetivo do Jogo da Memória: Trigonométrico é que o jogador vire o maior número de pares de cartas possível.
b) Para isto o jogador devera conhecer a função escrita e a sua representação no plano.

APÊNDICE 9: Cartas do Jogo de Memória

Qual a medida do

seno do arco de 30^{o}?

$\frac{1}{2}$

Qual a medida do

seno do arco de 45^{o}?

$\frac{\sqrt{2}}{2}$

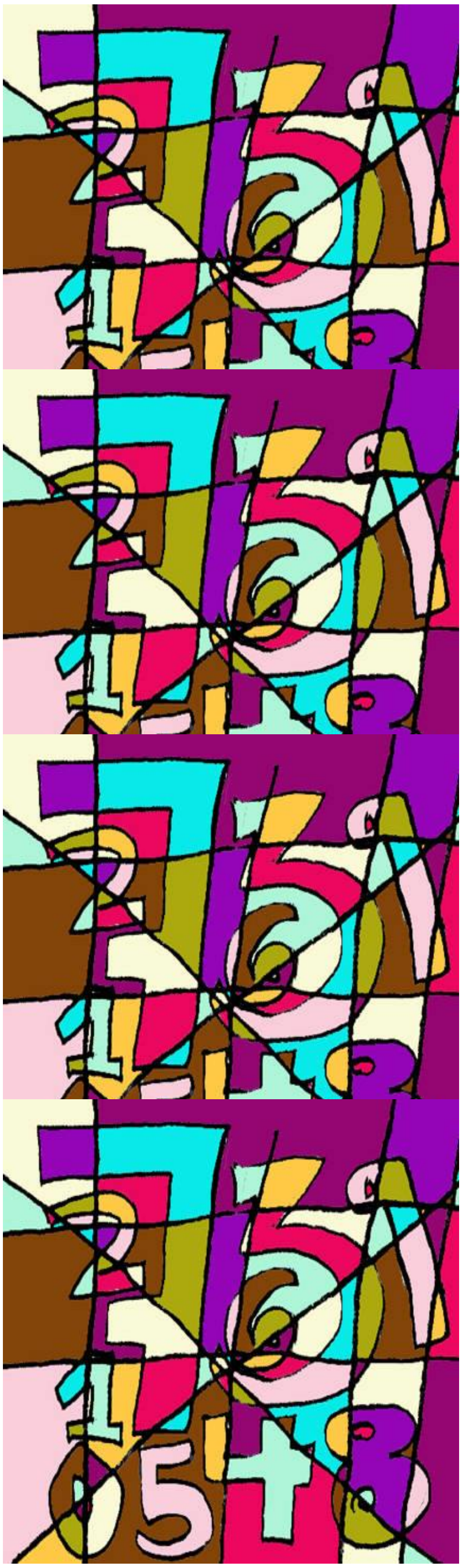
Qual a medida do

seno do arco de 60^{o}?

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Qual a medida do

seno do arco de 90^{o}?



Qual a medida do seno do arco de 240^o?

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Qual a medida do seno do arco de 330^o?

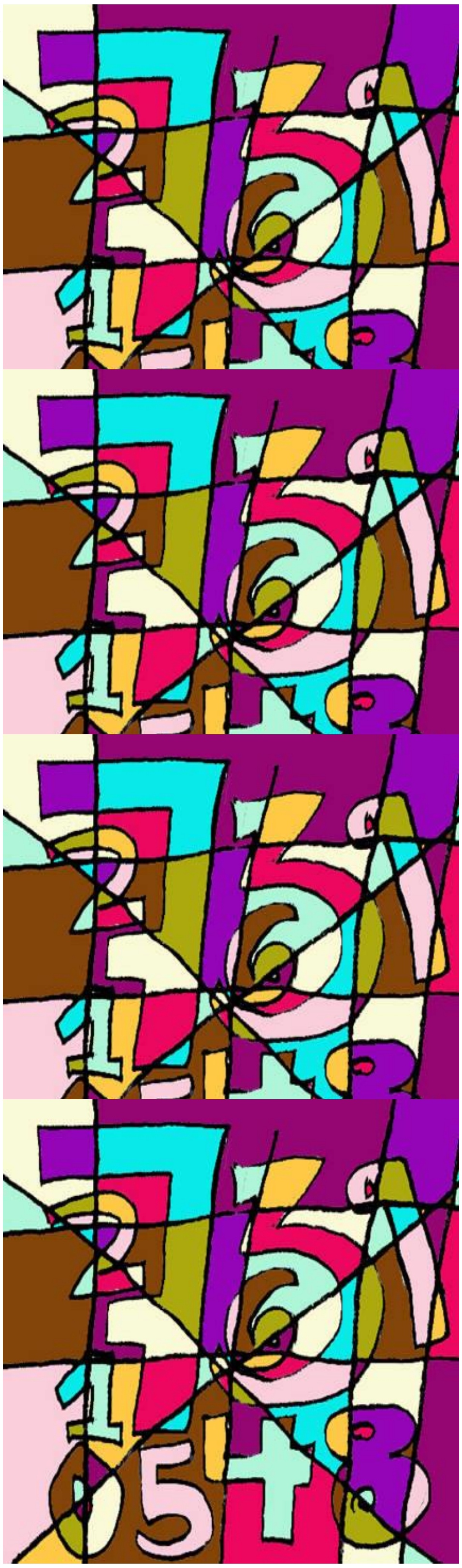
$-\frac{1}{2}$

Qual a medida do cosseno do arco de 30^o?

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Qual a medida do cosseno do arco de 90^o?

0



Qual a medida do cosseno do arco de 30^{o}?

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Qual a medida do cosseno do arco de 150^{o}?

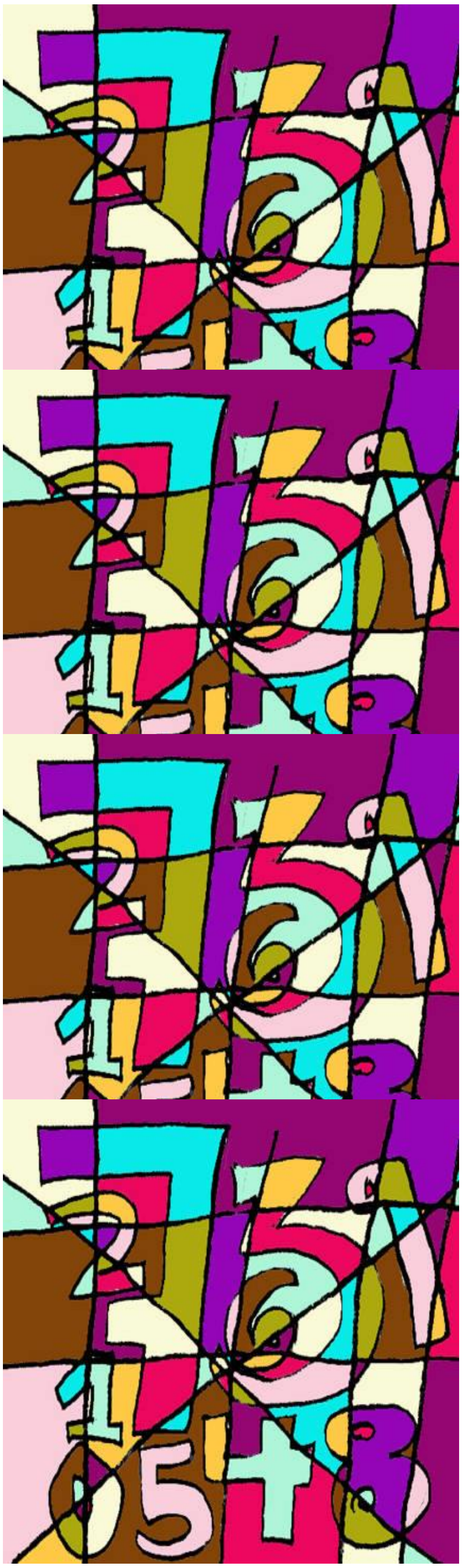
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Qual a medida do cosseno do arco de 315^{o}?

$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Qual a medida do cosseno do arco de 240^{o}?

$-\frac{1}{2}$



Qual a medida da tangente do

arco de 45^o?

Qual a medida da tangente do

arco de 135^o?

Qual a medida da tangente do

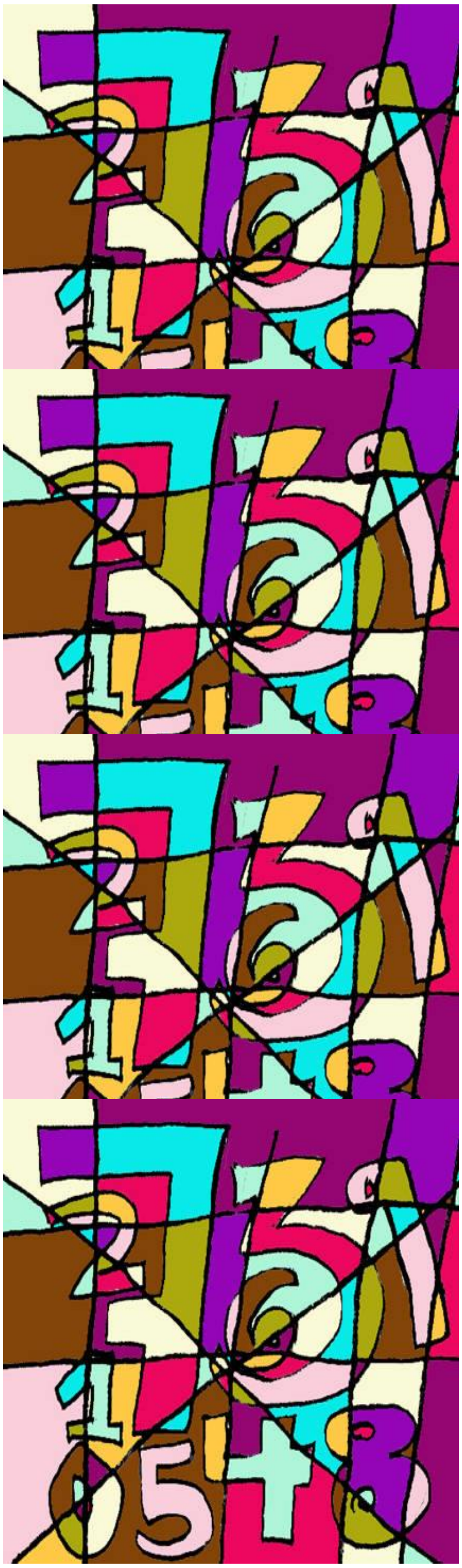
arco de 150^o?

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Qual a medida da tangente do

arco de 315^o?

-1



Qual a medida da tangente do

arco de180^o?

Qual a medida em radianos do

arco de 60^o?

$\frac{\pi}{3}$

Qual a medida em radianos do

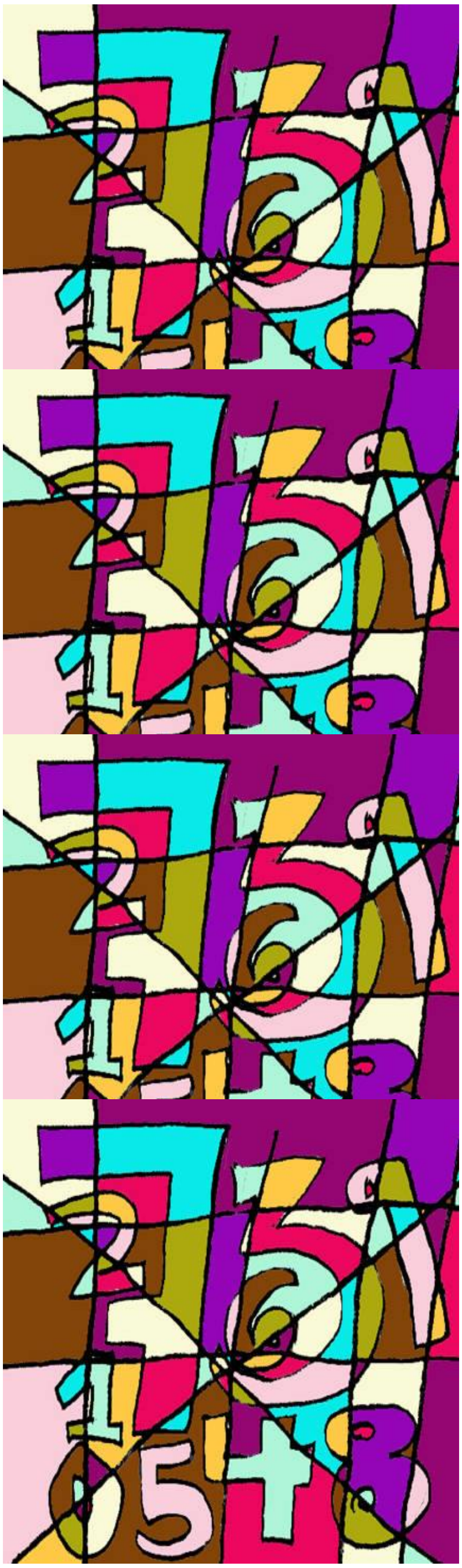
arco de 210^o?

$\frac{7\pi}{6}$

Qual a medida em radianos do

arco de 180^o?

π



Qual a medida em radianos do arco de 360^o?

2π

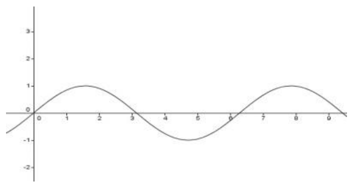
Qual a medida em radianos do arco de 30^o?

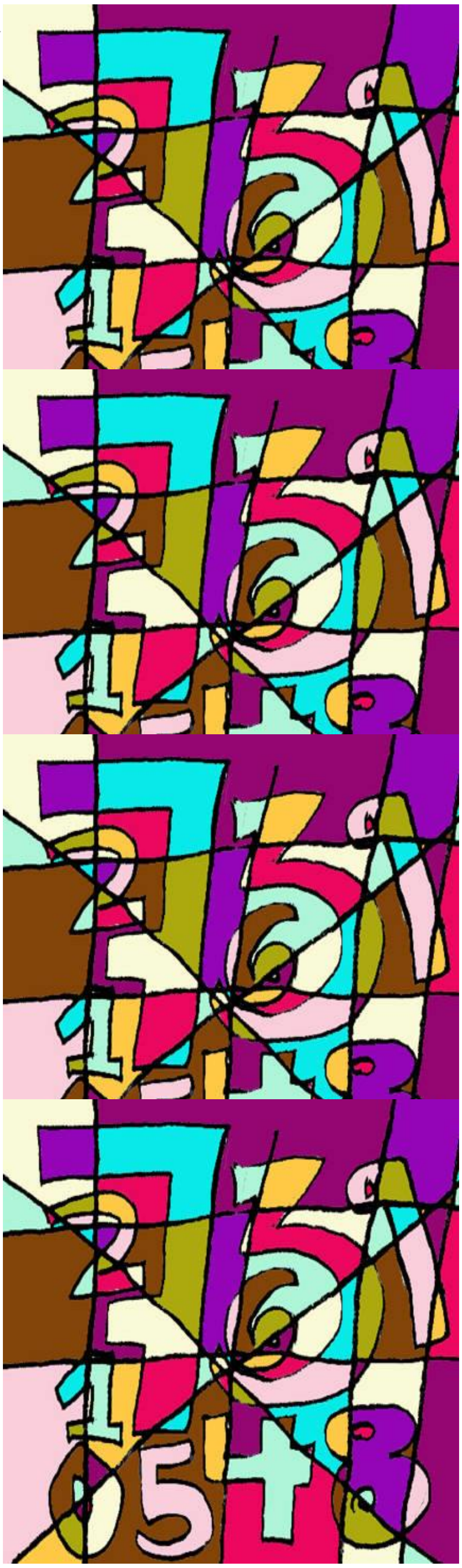
$\frac{\pi}{6}$

Qual a medida em radianos do arco de 225^o?

$\frac{5\pi}{4}$

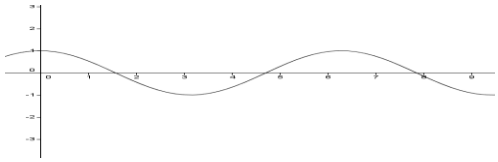
Esboce um gráfico da função seno x?





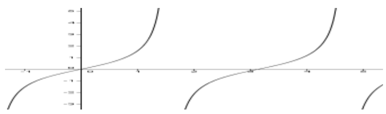
Esboce um gráfico da função

cosseno x?



Esboce um gráfico da função

tangente x?



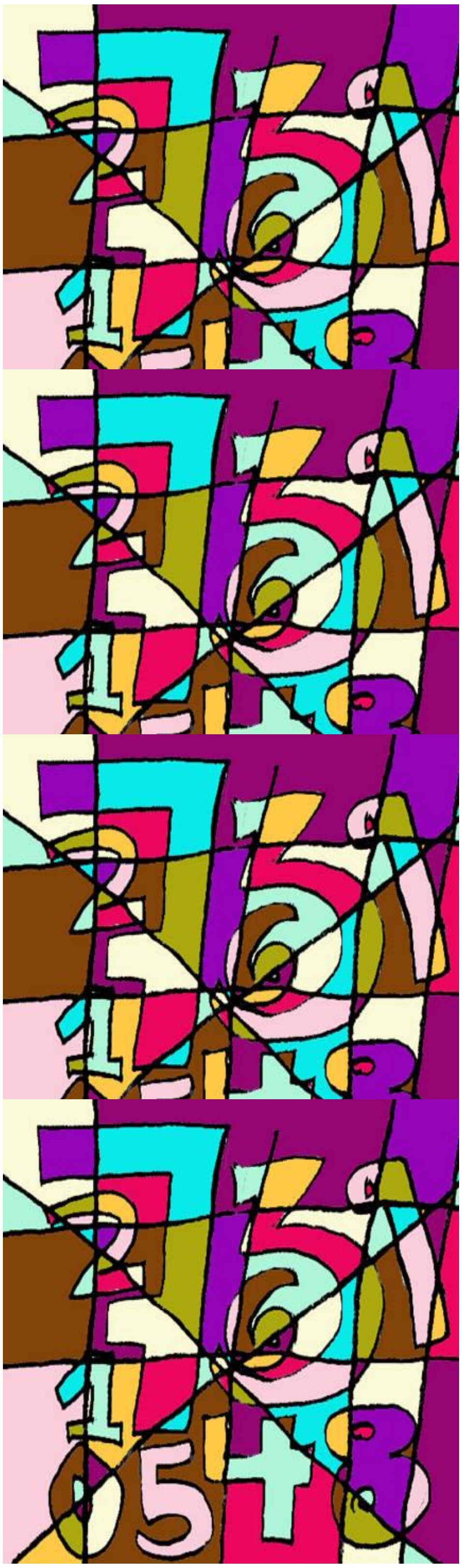
Qual o domínio da função

cosseno x?

$D(f) = \{x \in R\}$

Qual o domínio da função seno x?

R: $D(f) = \{x \in R\}$



Qual o domínio da função

tangente x?

$$D(f) = \left\{x \in R \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\right\}$$

Qual a imagem da função

cosseno x?

$$Im(f) = \{y \in R / -1 \leq y \leq 1\}$$

Qual a imagem da função seno

x?

$$Im(f) = \{y \in R / -1 \leq y \leq 1\}$$

Qual a imagem da função

tangente x?

$$Im(f) = R$$