

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

PAULO ROBERTO PIZZINI

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DAS CONSTANTES ELÁSTICAS
DA MADEIRA DE *EUCALYPTUS GRANDIS* E CHAPAS DE OSB

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CAMPO MOURÃO

2017

PAULO ROBERTO PIZZINI

**DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DAS CONSTANTES ELÁSTICAS
DA MADEIRA DE *EUCALYPTUS GRANDIS* E CHAPAS DE OSB**

Proposta de Trabalho de Conclusão de Curso de graduação apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso Superior de Engenharia Civil, do Departamento Acadêmico de Construção Civil – DACOC – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Luís Nunes de Góes

CAMPO MOURÃO

2017



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Campo Mourão
Diretoria de Graduação e Educação Profissional
Departamento Acadêmico de Construção Civil
Coordenação de Engenharia Civil



TERMO DE APROVAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso

**DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DAS CONTANTES ELÁSTICAS DA MADEIRA
DE *EUCALYPTUS GRANDIS* E CHAPAS DE OSB**

por

Paulo Roberto Pizzini

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 8h00min do dia 29 de junho de 2017 como requisito parcial para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL, pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. Leandro Waidemam

(UTFPR)

Co-orientador

Prof. Dr. Marcelo Rodrigo Carreira

(UTFPR)

Prof. Dr. Jorge Luís Nunes de Góes

(UTFPR)

Orientador

Responsável pelo TCC: **Prof. Me. Valdomiro Lubachevski Kurta**

Coordenador do Curso de Engenharia Civil:

Prof. Dr. Ronaldo Rigobello

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.

Dedicatória:
Aos meus pais José e Lucineti,
Aos meus irmãos Jean, Hugo e João,
A minha namorada Tati,
E aos meus amigos de Campo Mourão.

AGRADECIMENTOS

Certamente estes parágrafos não irão atender a todas as pessoas que fizeram parte dessa importante fase de minha vida. Portanto, desde já peço desculpas àquelas que não estão presentes entre essas palavras, mas elas podem estar certas que fazem parte do meu pensamento e de minha gratidão.

Agradeço primeiramente à Deus por me proporcionar sabedoria nas horas em que mais necessitava, saúde para que pudesse permanecer firme em minha jornada, força para superar os desafios que surgiam e alegrias que fizeram destes anos de cursos inesquecíveis.

Agradeço aos meus pais, José e Lucineti, por me darem suporte e amor incondicional em todos os momentos, por estarem ao meu lado me amparando e aconselhando sempre que necessário e pelos incentivos que possibilitaram a conclusão de minha jornada. Aos meus irmãos, Jean, Hugo e João pelos momentos de descontração nos finais de semana, que apesar de curtos, proporcionavam inúmeras risadas e alegria.

Agradeço a minha namorada Tatiana, por sempre estar ao meu lado nos momentos difíceis, pelos momentos de alegria que tornavam os dias mais belos e por todo o amparo, força e amizade. Aos meus amigos de graduação, em especial aos meus companheiros de casa, pela grandiosa e importante amizade, pelos momentos de descontração, risadas e alegrias e por todas as jantãs inesquecíveis.

Agradeço ao meu tutor e orientador Prof. Dr. Jorge Luís Nunes de Góes, pelos conselhos, conversas, dicas e aprendizados que contribuíram imensamente para minha formação tanto acadêmica, quanto pessoal. Ao PET – Programa de Educação Tutorial e a todos os petianos que me proporcionaram experiências inesquecíveis contribuindo para meu crescimento pessoal e desenvolvimento profissional.

Agradeço a todos os professores da COECI – Coordenação de Engenharia Civil, por todo conhecimento transmitido, imprescindível para minha formação. Aos técnicos do laboratório de Estruturas da UTFPR, em especial ao meu amigo Maiko Cristian Sedoski pela disposição e força de vontade durante toda a realização deste trabalho.

RESUMO

PIZZINI, Paulo Roberto. **Determinação experimental das constantes elásticas da madeira de *Eucalyptus grandis* e chapas de OSB**. 2017. 96 páginas. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2017.

Pelo fato de ser um material ecologicamente correto e com grande potencial para ser utilizado de forma estrutural, a madeira vem ganhando cada vez mais espaço no mercado da construção civil brasileiro. Todavia, a falta de conhecimento de suas propriedades aliado à complexidade de seu comportamento dificulta seu correto dimensionamento. Dessa forma, torna-se fundamental conhecer as propriedades do elemento utilizado no projeto para sua correta aplicação. Além disso, uma das tendências atuais é a utilização de modelos numéricos a fim de descrever o comportamento estrutural do elemento analisado, tornando as simulações numéricas mais práticas e menos onerosas do que os ensaios experimentais. Entretanto, para que essas simulações sejam confiáveis elas devem ser alimentadas com as propriedades físicas do material em estudo. Dessa forma, este trabalho visa caracterizar elasticamente a madeira de *Eucalyptus grandis* e as chapas de OSB através de ensaios laboratoriais previstos em normas nacionais e internacionais. Os resultados experimentais obtidos dos ensaios demonstraram concordância com os valores da bibliografia. Além disso, as relações entre as constantes elásticas, para madeira maciça, mostraram-se próximas das encontradas por outros pesquisadores. Por fim, o modelo de corpo de prova para determinação do módulo de elasticidade ao cisalhamento mostrou-se ser de simples execução em comparação com outros modelos, apresentando resultados satisfatórios.

Palavras-chave: *Eucalyptus grandis*; OSB; Constantes elásticas; Cisalhamento.

ABSTRACT

PIZZINI Paulo Roberto. **Experimental determination of elastic constants of the *Eucalyptus grandis* and OSB**. 2017. 96. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Federal Technology University - Parana. Campo Mourão, 2017.

Due it is an ecologically correct material with great potential to be used structurally, wood has been gaining more and more space in the Brazilian civil construction market. However, the lack of knowledge of its properties, combined with the complexity of its behavior makes its correct sizing harder. Therefore, it becomes fundamental to know the properties of the element used in the project for its correct application. In addition, one of the current trends is the use of numerical models to describe the structural behavior of the analyzed element, making the numerical simulations more practical and less expensive than the experimental tests. However, for these simulations to be reliable, they must be fed with the physical properties of the material being studied. Thus, this work aims at characterize Eucalyptus Grandis and OSB boards through laboratory tests foreseen in national and international standards. The experimental results obtained from the tests showed conformity with the values of the bibliography. In addition, the relations between elastic constants for solid wood were close to those found by other researchers. Finally, the specimen model for the determination of the shear modulus was shown to be simple in comparison to other models, presenting satisfactory results.

Keywords: *Eucalyptus grandis*; OSB; Elastic constants; Shear.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	14
2 OBJETIVOS	15
2.1 OBJETIVO GERAL.....	15
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	15
3 JUSTIFICATIVA	16
4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
4.1 ESTADO DE TENSÕES EM UM PONTO.....	17
4.2 ESTADO DE DEFORMAÇÕES EM UM PONTO	19
4.3 LEIS CONSTITUTIVAS DOS MATERIAIS	21
4.3.1 Elasticidade	22
4.3.2 Modelos Elásticos de Green.....	23
4.3.3 Lei de Hooke Generalizada.....	25
4.3.4 Simetria Elástica dos Materiais.....	28
4.3.5 Transformação de Coordenadas.....	30
4.4 MADEIRA COMO MATERIAL ORTOTRÓPICO.....	34
4.4.1 Estrutura Macroscópica da Madeira.....	34
4.4.2 Estrutura Microscópica da Madeira	36
4.4.3 Considerações sobre o modelo ortotrópico na Madeira.....	38
4.4.4 Os Tensores S_{ij} e S'_{ij} para a Madeira.....	40
4.4.5 Oriented Strand Board.....	41
4.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS ENSAIOS LABORATORIAIS PARA DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES ELÁSTICAS.....	43
4.5.1 Determinação do Módulo de Elasticidade e Coeficiente de Poisson para madeira maciça.....	45
4.5.2 Determinação do Módulo de Elasticidade Transversal para madeira maciça.....	46
4.5.3 Determinação das constantes elásticas para o OSB	48
4.6 VALORES E RELAÇÕES DE CONSTANTES ELÁSTICAS OBTIDOS NA LITERATURA	51
4.6.1 Madeira maciça	52
4.6.2 Chapas de OSB	61
5 METODOLOGIA.....	62
5.1 PROCEDIMENTOS DE ENSAIO.....	68
5.1.1 Corpos de prova Longitudinal, Radial e Tangencial.....	71
5.1.2 Demais coeficientes de Poisson	72
5.1.3 Corpos de prova inclinados.....	72
5.1.4 Corpo de prova para determinar a umidade e a densidade aparente	73
5.1.5 Corpo de prova de OSB para flexão Longitudinal e Transversal	74
5.1.6 Corpo de prova de OSB para flexão Vertical.....	74
5.1.7 Corpo de prova de OSB para determinar o módulo de elasticidade transversal (G) ...	75

5.1.8 Coeficientes de Poisson do OSB.....	77
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	78
6.1 RESULTADOS DOS ENSAIOS DE <i>EUCALYPTUS GRANDIS</i>	79
6.2 RESULTADOS DOS ENSAIOS DO OSB.....	86
7 CONCLUSÃO.....	91
REFERÊNCIAS	92

LISTA DE FIGURAS E GRÁFICOS

Figura 1 – Sólido seccionado com carregamento externo.....	17
Figura 2 – Componentes do tensor das tensões.....	18
Figura 3 – Vetor deslocamento relativo em um espaço tridimensional.....	20
Figura 4 – Inter-relações das variáveis na solução de um problema de mecânica dos sólidos.....	22
Figura 5 – Comportamento elástico linear e não linear.....	22
Figura 6 – Sólido elástico em equilíbrio.....	24
Figura 7 – Simetria elástica dos materiais, (a) anisotrópico, (b) ortotrópico, (c) transversalmente isotrópico e (d) isotrópico.....	29
Figura 8 – Rotação dos eixos x_1 e x_2 de um sistema de eixos ortogonais.....	33
Figura 9 – Visão macroscópica de uma seção transversal de um tronco de <i>Quercus alba</i>	35
Figura 10 – Representação geral de uma árvore conífera e uma folhosa.....	36
Figura 11 – Os elementos microscópicos das coníferas: (1) seção transversal, (2) seção Radial, (3) seção Tangencial, (4) anéis de crescimento, (5) lenho inicial, (6) lenho tardio, (7) raios, (8) raio fusiforme, (9) canal de resina vertical, (10) canal de resina horizontal, (11) poço fronteiroço e (12) poço simples.....	37
Figura 12 – Os elementos microscópicos das dicotiledônias: (1) seção transversal, (2) seção Radial, (3) seção Tangencial, (4) anéis de crescimento, (5) lenho inicial, (6) lenho tardio, (7) raios, (8) vasos e (9) perfurações.....	38
Figura 13 – Eixos e simetria elástica numa peça de madeira.....	39
Figura 14 – Eixos ortotrópico e geométricos.....	40
Figura 15 – Painéis estruturais de OSB.....	42
Figura 16 – Orientação dos painéis da chapa de OSB.....	42
Figura 17 – Placa ortotrópica sujeita a um estado plano de tensões.....	43
Figura 18 – Contato entre a placa e o corpo de prova.....	44
Figura 19 – Desalinhamento do corpo de prova com três aparatos de ensaio diferentes.....	44
Figura 20 – Tensão aplicada no sólido segundo o eixo principal Longitudinal.....	45
Figura 21 – Corpo de prova com as fibras inclinadas em sua posição usual de ensaio.....	47
Figura 22 – Esquema de ensaio para obter os módulos de elasticidade Longitudinal e transversal.....	48
Figura 23 - Esquema de ensaio para obter o módulo de elasticidade vertical.....	49
Figura 24 – Método de ensaio “Small Panel Shear Test”.....	49
Figura 25 – Método de ensaio “Large Panel Shear Test”.....	50
Figura 26 – Método de ensaio “Two Rail Shear Test”.....	50
Figura 27 – Representação do tronco que foi utilizado para a confecção dos corpos de prova.....	62
Figura 28 – Representação tridimensional da posição dos corpos de prova no indivíduo arbóreo: (a) corpo de prova Longitudinal; (b) corpo de prova Tangencial; (c) corpo de prova Radial; (d) corpo de prova inclinado 45° no plano Radial-Tangencial; (e) corpo de prova inclinado 45° no plano Longitudinal-Tangencial; (f) corpo de prova inclinado 45° no plano Longitudinal-Radial.....	62
Figura 29 – Peças de madeira extraídas do tronco.....	63

Figura 30 – Confeção dos corpos de prova com inclinação de 45° no plano Longitudinal-Radial.....	64
Figura 31 – Posições para retirada dos corpos de prova.	65
Figura 32 – Corpo de prova para ensaio de compressão paralela às fibras	65
Figura 33 – Dimensões do corpo de prova para ensaio de compressão normal às fibras	66
Figura 34 – Corpos de prova para determinação da umidade e densidade aparente	66
Figura 35 – Dimensões dos corpos de prova à flexão Transversal e Longitudinal.	67
Figura 36 – Dimensões corpo de prova à flexão vertical.	67
Figura 37 – Corpo de prova adaptado da norma ASTM D2719 (2002) (*dimensões em mm).	67
Figura 38 – Instrução para colagem dos extensômetros elétricos de resistência: (1) Lixar a área de colagem com movimentos circulares, (2) Limpe a área de colagem com algodão ou gaze imersos em álcool, (3) aplique uma gota do adesivo no extensômetro, (4) Coloque o extensômetro no local desejado e pressione por um minuto com a folha fornecida no pacote, (5) Limpe o excesso de adesivo e (6) Solde os cabos no extensômetro de madeira que haja folga entre eles	69
Figura 39 – Aferição da resistência do extensômetro após a colagem.	69
Figura 40 – Diagrama de carregamento para determinação da rigidez da madeira à compressão normal às fibras e compressão paralela às fibras.....	70
Figura 41 – Equipamentos utilizados nos ensaios dos corpos de prova.....	70
Figura 42 – (a) Ensaio corpo de prova Longitudinal, (b) Ensaio corpo de prova Radial e (c) Ensaio corpo de prova Tangencial.....	71
Figura 43 – (a) Ensaio corpo de prova inclinado no plano Longitudinal-Tangencial, (b) Ensaio corpo de prova inclinado no plano Longitudinal-Radial e (c) Ensaio corpo de prova inclinado no plano Tangencial-Radial.....	72
Figura 44 – (a) Ensaio de flexão Longitudinal e (b) Ensaio de flexão Transversal	74
Figura 45 – Representação do ensaio de flexão Vertical.....	75
Figura 46 – Representação do ensaio de cisalhamento ao longo da espessura adaptado da norma ASTM D2719 (2002)	76
Figura 47 - Ensaio de cisalhamento ao longo da espessura adaptado da norma ASTM D2719 (2002)	77
Gráfico 1 – Comparação da relação EL/ET obtida com os valores encontrados na literatura.	81
Gráfico 2 - Comparação da relação ER/ET obtida com os valores encontrados na literatura.	82
Gráfico 3 - Comparação da relação GLR/GRT obtida com os valores encontrados na literatura.	83
Gráfico 4 - Comparação da relação GLT/GRT obtida com os valores encontrados na literatura.	84
Gráfico 5 - Comparação da relação EL/GLR obtida com os valores encontrados na literatura.	85
Gráfico 6 – Comparação das relações entre as constantes elásticas obtidas com as fornecidas por Bodig e Jayne (1982).	86
Gráfico 7 – Comparação das constantes elásticas obtidas com as encontradas na literatura. ..	89

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores de q_{ij} na transformação de coordenadas	30
Tabela 2 - Valores médios para as constantes elásticas da madeira (E_i e G_{ij} em MPa)	52
Tabela 3 – Simetria do tensor S_{ij}	52
Tabela 4 – Valores médios para as constantes elásticas da madeira (E_i e G_{ij} em MPa).....	53
Tabela 5 - Valores médios para os coeficientes de Poisson	54
Tabela 6 - Valores médios para as constantes elásticas da madeira (E_i e G_{ij} em MPa)	54
Tabela 7 - Valores médios para as constantes elásticas da madeira (E_i e G_{ij} em MPa)	54
Tabela 8 – Valores médios das relações do tensor S_{ij} (10^{-5})	55
Tabela 9 – Relações médias entre parâmetros elásticos longitudinais e transversais	55
Tabela 10 - Valores médios para os coeficientes de Poisson nos planos LR e LT	56
Tabela 11 - Propriedades de resistência e rigidez de algumas espécies de madeiras comerciais dos Estados Unidos da América	57
Tabela 12 - Valores médios de propriedades para madeira folhosas e coníferas nativas e de reflorestamento	60
Tabela 13 - Valores médios para as constantes elásticas das chapas de OSB (MPa).....	61
Tabela 14 - Posições básicas dos corpos de prova para mensuração dos parâmetros elásticos.	65
Tabela 15 – Valores de umidade e densidade aparente para madeira de <i>Eucalyptus grandis</i> . 78	
Tabela 16 – Constantes elásticas encontradas com o corpo de prova Longitudinal.....	79
Tabela 17 – Constantes elásticas encontradas com o corpo de prova Radial.....	79
Tabela 18 – Constantes elásticas encontradas com o corpo de prova Tangencial	79
Tabela 19 – Coeficientes de Poisson encontrados de forma analítica.....	79
Tabela 20 – Módulo de elasticidade transversal plano Longitudinal-Tangencial (GLT).....	80
Tabela 21 – Módulo de elasticidade transversal plano Longitudinal-Radial (GLR).....	80
Tabela 22 – Módulo de elasticidade transversal plano Tangencial-Radial (GTR)	80
Tabela 23 - Constantes elásticas da madeira de <i>Eucalyptus grandis</i> (E_i e G_{ij} em MPa).....	80
Tabela 24 – Módulo de elasticidade a flexão Longitudinal para chapas de OSB	87
Tabela 25 – Módulo de elasticidade a flexão Transversal para chapas de OSB	87
Tabela 26 – Módulo de elasticidade a flexão Vertical para chapas de OSB	88
Tabela 27 – Módulo de elasticidade Transversal (G) para chapas de OSB	88
Tabela 28 – Coeficientes de Poisson do OSB	89
Tabela 29 - Constantes elásticas para o OSB	89

LISTA DE SÍMBOLOS

A – Área da seção

C_{ijkl}, C_{ij} – Tensor constitutivo, tensor de constantes elásticas

E_i – Módulo de elasticidade

F_i – Força de massa

F_{ij} – Função resposta

G_{ij} – Módulo de elasticidade transversal

I_{ij} – Cossenos diretores

n_i – Vetor, número de elementos

P_i – Força

S_{ijkl}, S_{ij} – Tensor constitutivo, tensor compliance

T^n – Vetor tensão

U_0 – Energia de deformação

U_{c0} – Energia complementar de deformação

x_i – Sistema de coordenadas

$\alpha_{ij}, \beta_{ijkl}$ – Constantes

Δ, δ – Variação, incremento, coeficiente de variação

δ^n – Vetor deslocamento

ε_{ij} – Tensor das deformações, deformação

θ – Ângulo das fibras

ν_{ij} – Coeficiente de Poisson

σ_{ij} – Tensor das tensões, tensão

τ_{ij} – Tensão tangencial

ω_{ij} – Tensor rotacional

Ω^n – Vetor rotação

1 INTRODUÇÃO

A exigência da otimização dos projetos de engenharia aliada ao rápido desenvolvimento de programas para cálculo estrutural possibilitou avanços importantes da teoria da elasticidade para sólidos anisotrópicos. Em particular, entre os materiais de construção, a madeira exibe uma natureza significativamente anisotrópica, sendo a mesma uma das mais promissoras soluções à urgente necessidade por sustentabilidade e diminuição da degradação ambiental pela indústria da construção civil. Neste contexto, à medida que se aplica a madeira em estruturas de grande porte, intensifica-se a necessidade de conhecer suas propriedades físicas a fim de realizar simulações e pesquisas que possibilitem a utilização mais adequada e segura desse material.

O estudo de tais propriedades elásticas requer o conhecimento da lei constitutiva do material, e conseqüentemente a determinação de seu tensor constitutivo. Dessa forma, a adequação de um material a um determinado modelo elástico está fundamentada na existência de eixos de simetria elástica, nos quais as propriedades de elasticidade do material se tornam invariantes, e assim, mais simples de serem determinadas. Evidentemente, não havendo coincidência entre eixos geométricos e eixos de simetria elástica, o problema recairá em soluções mais complexas.

Para um modelo completamente anisotrópico e elástico haverá 81 constantes a serem conhecidas. Entretanto, utilizando-se os conceitos de conservação de energia e de simetria dos tensores de tensão e deformação, pode-se reduzir para 18 constantes independentes. Já para a madeira, como a sua própria constituição interna revela-se ortotrópica, apresentando três eixos de simetria elástica (Longitudinal, Radial e Tangencial), o número de elementos presentes no tensor constitutivo cai para 9. Ademais, compósitos de madeira como as chapas de OSB, podem ser adequados a sistemas planos de tensão reduzindo o número de constantes elásticas para 5 elementos independentes.

A partir disso, esta pesquisa relaciona-se com o estudo da anisotropia aplicada à madeira na determinação das constantes elásticas contidas em seu tensor constitutivo. Dessa forma, por meio de ensaios de compressão simples, padronizados pela ABNT NBR 7190 (1997), e com auxílio de extensômetros elétricos de resistência é possível a determinação dessas constantes. Além disso, para obtenção das constantes elásticas referentes ao OSB a metodologia aplicada baseia-se nos ensaios descritos pelas normas ASTM D2719 (2002), ASTM D3043 (2000) e ASTM D4761 (2002).

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Caracterizar as constantes elásticas para madeira de *Eucalyptus grandis* e chapas de OSB, determinando suas matrizes constitutivas, por meio de ensaios laboratoriais padronizados segundo normas nacionais e internacionais.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Estudar a teoria da elasticidade aplicada a madeira e seus compósitos.

Escolher qual o melhor método para determinação das constantes elásticas para madeira maciça e chapas de OSB.

Realizar ensaios laboratoriais padronizados por normas a fim de se caracterizar as matrizes constitutivas da madeira de *Eucalyptus grandis* e das chapas de OSB.

Analisar as constantes elásticas obtidas e suas relações comparando com pesquisas já realizadas.

3 JUSTIFICATIVA

Pelo fato de ser um material ecologicamente correto e com grande potencial para ser utilizado de forma estrutural, a madeira vem ganhando cada vez mais espaço no mercado da construção civil brasileira. Dessa forma, com o aumento de sua utilização no mercado novas espécies vêm sendo cogitadas para a elaboração de projetos estruturais. Todavia, a falta de conhecimento de suas propriedades aliado à complexidade de seu comportamento dificulta seu correto dimensionamento.

Dessa forma, torna-se fundamental conhecer as propriedades do material utilizado no projeto para sua correta aplicação. Além disso, a utilização de modelos numéricos a fim de descrever o comportamento estrutural do elemento analisado, torna as simulações numéricas mais práticas e menos onerosas do que os ensaios experimentais. Entretanto, para que essas simulações sejam confiáveis elas devem ser alimentadas com as propriedades elásticas do material em estudo. Assim sendo, este trabalho tem a finalidade de caracterizar elasticamente a madeira de *Eucalyptus grandis* e as chapas de OSB, contribuindo cientificamente para futuras análises estruturais.

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1 ESTADO DE TENSÕES EM UM PONTO

Em um sólido não deformado o arranjo de suas partículas corresponde a um estado de equilíbrio. Quando ocorre uma deformação, devido a ações externas, a disposição das partículas é alterada de tal forma que surgem forças internas a fim de devolver o corpo para o equilíbrio mecânico (LANDAU; LIFSHITZ, 1970).

Segundo Sadd (2005), a fim de quantificar a natureza da distribuição das forças internas em um sólido contínuo, considera-se uma seção qualquer em um corpo com carregamentos externos arbitrários exposto na figura 1. Nessa seção tem-se um ponto P_0 representado por uma área ΔA cujo vetor normal é expresso por n e a resultante das forças por ΔF . Assim, o vetor tensão associado a esse ponto pode ser escrito pela equação 1.

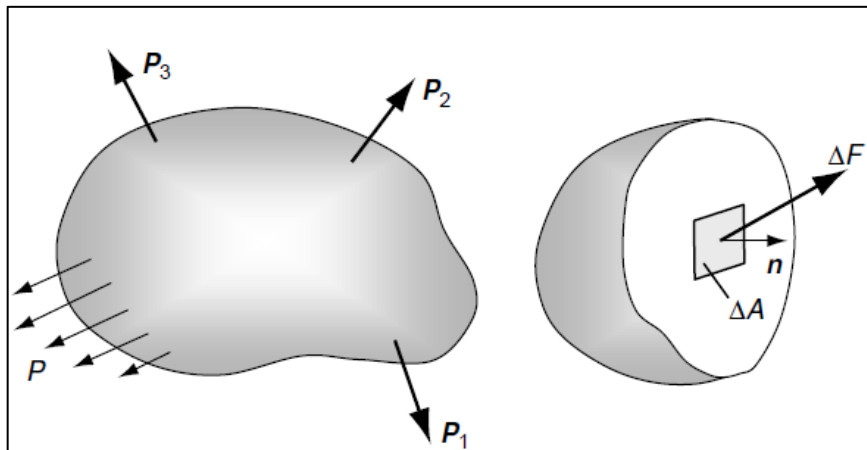


Figura 1 – Sólido seccionado com carregamento externo
Fonte: Sadd, 2005.

$$T^n(x,n) = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1)$$

Com base no exposto, o estado de tensões em um ponto é definido pelos infinitos vetores tensão (T^n) que passam pelo ponto. Entretanto, conhecendo-se os vetores tensão (T^1 , T^2 e T^3) associados a planos ortogonais entre si (x_1 , x_2 e x_3), é possível caracterizar quaisquer vetores tensão. Dessa forma, esses vetores podem ser decompostos nos três eixos coordenados

caracterizando nove componentes do tensor das tensões (σ_{ij}) representado na forma matricial pela equação 2.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Além disso, pode-se representar as componentes do tensor em um elemento cúbico esquematizado pela figura 2, em que as tensões normais são designadas por três componentes (σ_{11} , σ_{22} e σ_{33}) e as tensões cisalhantes por seis (τ_{12} , τ_{21} , τ_{13} , τ_{31} , τ_{23} e τ_{32}). Entretanto, por simples consideração do equilíbrio do elemento as tensões cisalhantes podem ser reduzidas para três componentes, visto que “para duas faces perpendiculares de um elemento cúbico, as componentes da tensão cisalhante perpendiculares à linha de interseção destas faces são iguais¹.” (TIMOSHENKO; GOODIER, 1980).

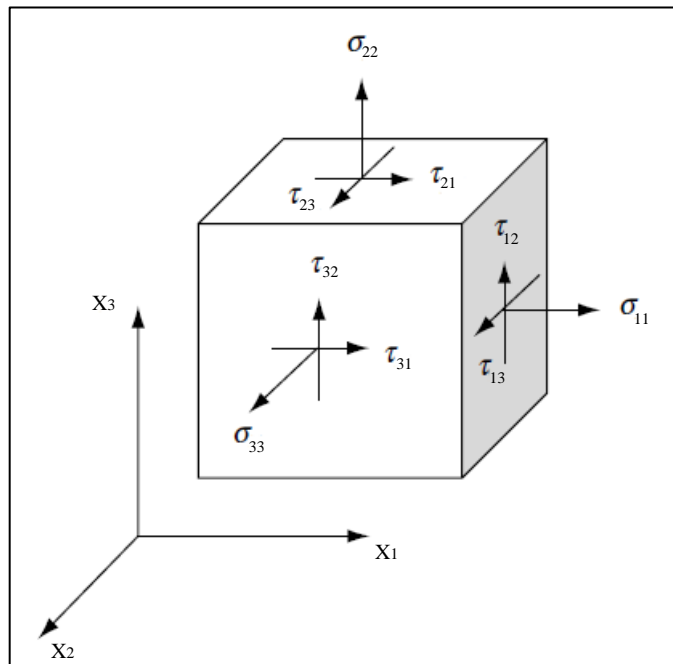


Figura 2 – Componentes do tensor das tensões
Fonte: Sadd, 2005.

¹Há exceções, especialmente quando a tensão é produzida por campos elétricos e magnéticos.

4.2 ESTADO DE DEFORMAÇÕES EM UM PONTO

Chen e Saleeb (1994), definem o estado de deformações em um ponto como o conjunto de todas as mudanças de comprimento das fibras de um material, que passam através de um ponto, conjuntamente com a totalidade de todas as mudanças angulares entre os pares de fibras que saem radialmente desse ponto. Logo, pode-se calcular o alongamento e distorção angular de qualquer fibra do material, apenas conhecendo os três alongamentos unitários e distorções angulares em eixos ortogonais. Assim, adotando-se um sistema de eixos coordenados (x_1 , x_2 e x_3) as componentes de deformação podem ser decompostas nesses três eixos e associadas a um deslocamento relativo (δ') representado pela equação 3, em que ε'_{ji} são componentes do vetor deslocamento relativo na direção dos três eixos coordenados e I_{ij} são os cossenos diretores.

$$\delta_i'^n = \varepsilon'_{ji} \cdot I_{ij} \quad (3)$$

Dessa forma, define-se os três vetores do deslocamento relativo nos eixos coordenados (δ'^1 , δ'^2 e δ'^3), os quais possuem três componentes de deformação cada, totalizando nove elementos de ε'_{ji} . Assim com o agrupamento desses nove elementos pode-se escrever o tensor deslocamento relativo, representado matricialmente pela equação 4, e definir completamente o vetor deslocamento relativo associando a uma fibra n, ilustrado pela figura 3.

$$\varepsilon'_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon'_{11} & \varepsilon'_{12} & \varepsilon'_{13} \\ \varepsilon'_{21} & \varepsilon'_{22} & \varepsilon'_{23} \\ \varepsilon'_{31} & \varepsilon'_{32} & \varepsilon'_{33} \end{bmatrix} \quad (4)$$

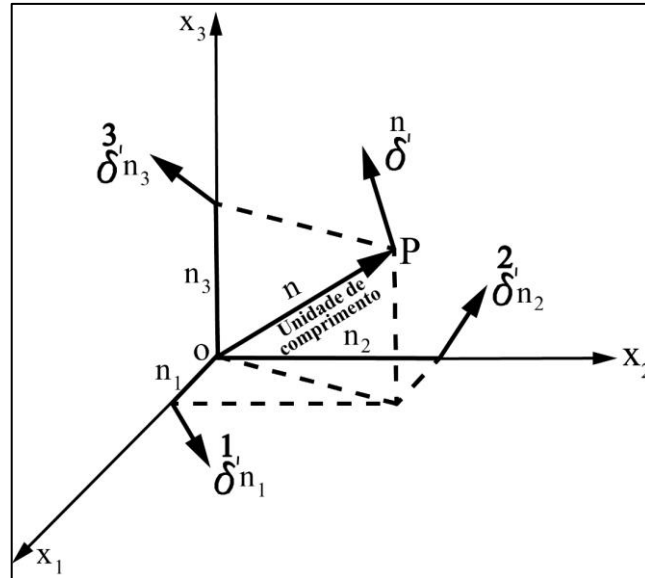


Figura 3 – Vetor deslocamento relativo em um espaço tridimensional

Fonte: Chen e Saleeb, 1994.

Ao contrário do estado de tensões, o estado de deformações em um ponto não pode ser completamente definido simplesmente sabendo-se os três vetores do deslocamento relativo (δ'^1 , δ'^2 e δ'^3), visto que o tensor deslocamento relativo (ε'_{ji}) não é simétrico. Em contrapartida, todo tensor de segunda ordem pode ser decomposto na soma de uma parte simétrica e uma antissimétrica. Dessa forma, o tensor deslocamento relativo pode ser representado pela equação 5, em que o tensor de deformações (ε_{ji}) representa a deformação pura, enquanto que o tensor rotacional (ω_{ji}) expressa a rotação de corpo rígido do sólido (CHEN; SALEEB, 1994).

$$\varepsilon'_{ji} = \varepsilon_{ji} + \omega_{ji} \quad (5)$$

O vetor deslocamento relativo, correspondente a deformação pura, é chamado de vetor de deformações e representado pela equação 6. Enquanto que o deslocamento relativo referente à rotação do sólido é dito vetor rotacional e denotado pela equação 7.

$$\delta^n = \varepsilon_{ji} \cdot I_{ij} = \varepsilon_{ij} \cdot I_{ji} \quad (6)$$

$$\Omega^n = \omega_{ji} \cdot I_{ij} = -\omega_{ij} \cdot I_{ji} \quad (7)$$

Por fim, é possível representar o tensor de deformações pura em sua forma matricial pela equação 8, sendo esse de interesse na análise de deformações. As deformações normais são representadas pelos elementos em que $i = j$ e as deformações tangencias pelos elementos com $i \neq j$. Além disso, tem-se a simetria dos elementos $\varepsilon_{ji} = \varepsilon_{ij}$ para $i \neq j$.

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (8)$$

4.3 LEIS CONSTITUTIVAS DOS MATERIAIS

Os princípios fundamentais que governam a mecânica clássica são baseados nas leis naturais de conservação de massa, energia, momento angular, leis de fluxo eletromagnético e conceitos de irreversibilidade termodinâmica, sendo que esses princípios são, em geral, válidos para todos os materiais, independentemente de sua constituição interna. Entretanto, a resposta de um sistema ou um meio contínuo, submetidos a ações externas, não pode ser determinada somente com as equações derivadas dos princípios fundamentais já citados, haja visto a necessidade de considerações adicionais que residem nas propriedades intrínsecas dos materiais. Dessa forma, tais considerações estão baseadas nas leis ou equações constitutivas dos materiais (DESAI; SIRIWARDANE, 1984).

As condições estáticas (forças e tensões) e as geométricas (deslocamentos e deformações) são independentes das características do material que constitui o sólido. Todavia, as equações constitutivas traduzem o comportamento dos diversos materiais. Nesse contexto, as leis constitutivas têm a função de relacionar as componentes de tensão e deformação em qualquer ponto de um corpo, relação esta que é esquematizada na figura 4. Assim, conhecendo-se a lei constitutiva de um material, é possível estabelecer a formulação geral para um problema de mecânica dos sólidos (CHEN; SALEEB, 1994).

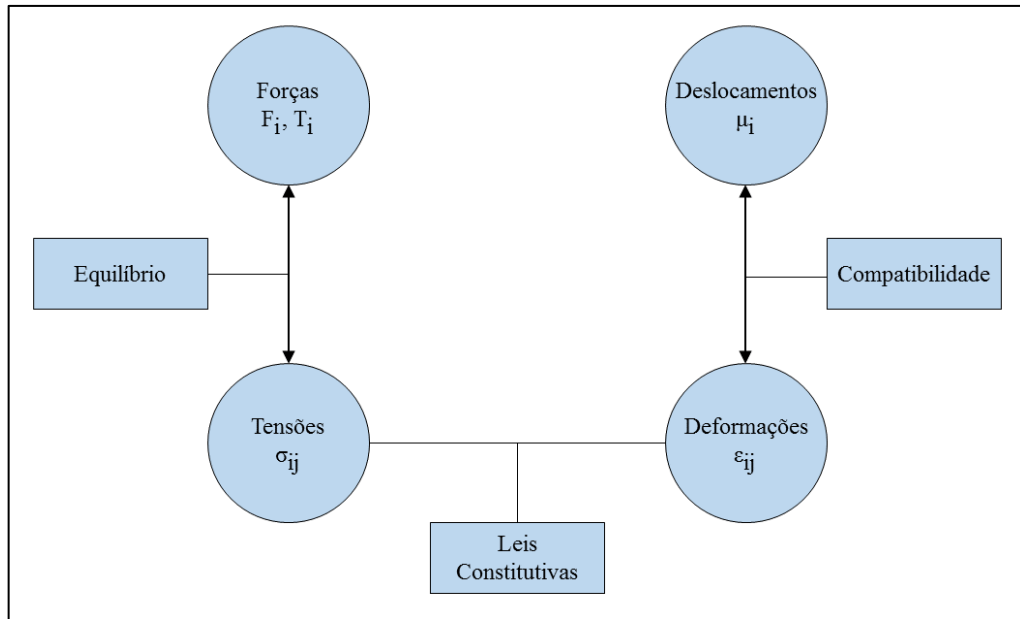


Figura 4 – Inter-relações das variáveis na solução de um problema de mecânica dos sólidos
Fonte: Adaptado de Chen; Saleeb, 1994.

4.3.1 Elasticidade

As ações externas (forças) aplicadas em um sólido geram respostas mecânicas internas no mesmo (tensões e deformações). Uma vez cessada a causa externa geradora de tensões e deformações, um sólido elástico retorna a sua configuração inicial sem guardar deformações residuais. A esta propriedade denomina-se elasticidade (MASCIA, 1991). O comportamento elástico de um sólido pode ser linear ou não linear como mostrado na figura 5.

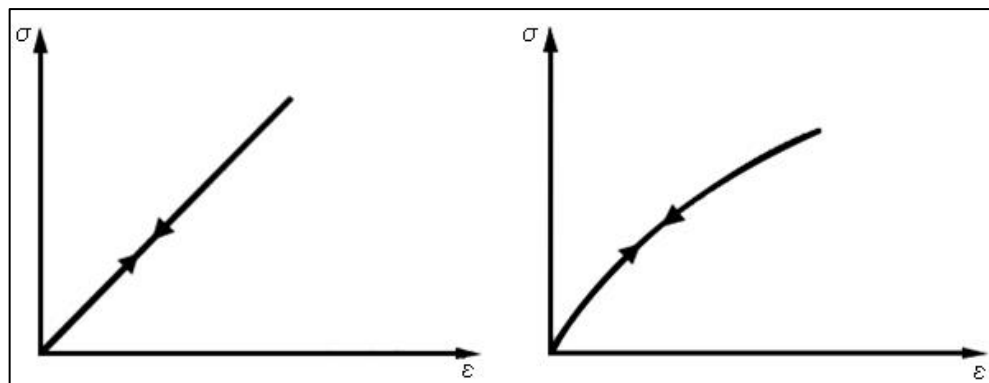


Figura 5 – Comportamentos elástico linear e não linear
Fonte: Desai; Siriwardane, 1984.

De acordo com Love (1944), as relações entre tensões e deformações estão baseadas em hipóteses que não dependem do fator tempo e somente são aplicadas a sólidos sob condições adiabáticas e isotérmicas. Assim, para estes sólidos o estado atual de tensões depende somente do estado atual de deformações, isto é, as tensões e deformações nestes sólidos são totalmente reversíveis, podendo ser expressas matematicamente na equação 9, em que F_{ij} é uma função resposta.

$$\sigma_{ij} = F_{ij}(\epsilon_{kl}) \quad (9)$$

4.3.2 Modelos Elásticos de Green

A energia armazenada em um sólido habitualmente está relacionada com as leis e equações que regem os problemas de engenharia. Assim, os sólidos elásticos são capazes de armazenar essa energia gerada pelos agentes externos, trabalho externo, em energia potencial, a qual é relacionada como uma função exclusiva das deformações existentes no sólido. A essa energia potencial elástica denomina-se energia de deformação (MASCIA, 1991).

Nesse contexto, quando um corpo se deforma e nenhuma energia é dissipada nesse processo, as equações ou leis constitutivas que regem o comportamento desse corpo são chamadas de modelos elásticos de Green, e o material que constitui o mesmo é dito material hiperelástico. Dessa forma, um material hiperelástico é aquele que possui uma função energia de deformação, representada aqui por U_0 , sendo a quantidade complementar dessa energia simbolizada por U_{c0} (DESAI e SIRIWARDANE, 1984).

Com base no exposto, considera-se um sólido elástico sob ações de forças, conforme mostra a figura 6, e impondo ao mesmo deslocamentos virtuais infinitesimais ∂U_i , os quais são compatíveis com as condições de equilíbrio, é possível através do princípio dos trabalhos virtuais (P.T.V) estabelecer uma relação entre o trabalho externo (forças externas e deslocamentos) e o trabalho interno (tensões e deformações internas). Dessa forma, pode-se escrever a equação 10, conhecida como Modelo Elástico de Green ou lei constitutiva hiperelástica, na qual as tensões σ_{ij} são expressões definidas através da derivada parcial da energia de deformação pela derivada parcial das deformações correspondentes (FURLANI, 1995).

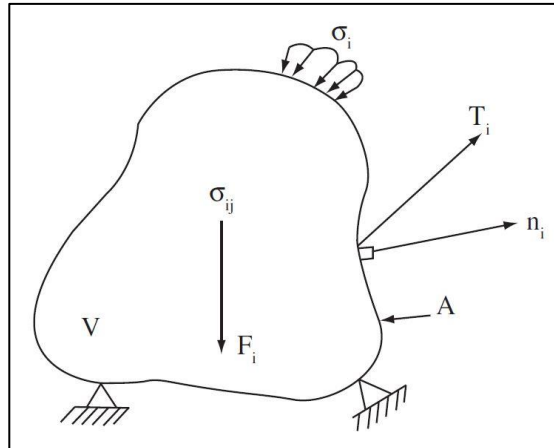


Figura 6 – Sólido elástico em equilíbrio
Fonte: Mascia e Lahr, 2006.

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial U_0}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (10)$$

De forma análoga, pode-se escrever a lei constitutiva hiperelástica em sua forma inversa, mostrada na equação 11. Na qual as deformações ε_{ij} são expressões definidas através da derivada parcial da energia complementar de deformação pela derivada parcial das tensões correspondentes.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial U_{c0}}{\partial \sigma_{ij}} \quad (11)$$

Os modelos elásticos de Green podem ser obtidos em várias ordens de grandeza, dependendo do tipo de elasticidade estudada. Entretanto, no presente trabalho, o estudo é realizado com base no comportamento elástico linear, restrito ao modelo de primeira ordem ou modelo linear. Com efeito, a energia de deformação U_0 e a energia complementar de deformação U_{c0} são iguais, podendo-se escrever a equação 12.

$$U_0 = U_{c0} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{ij} \cdot \varepsilon_{ij} \quad (12)$$

4.3.3 Lei de Hooke Generalizada

A primeira tentativa de uma descrição das forças nos sólidos foi estabelecida por Galileu, que em 1638 tratou os corpos como inextensíveis, uma vez que naquela época não havia dados experimentais nem hipóteses físicas que produzissem uma relação entre tensão e deformação. Foi Robert Hooke, cerca de quarenta anos depois, que publicou sua primeira lei sobre a proporcionalidade entre tensões e deformações, essa que se tornou a base da teoria matemática da elasticidade (SOKOLNIKOFF, 1946).

Analicamente, a lei de Hooke expressa pela equação 13, em que σ representa as tensões, ε as deformações e a constante E , relativa ao material, é conhecida como módulo de elasticidade Longitudinal. Assim, numa espécie de homenagem a tão ilustre pesquisador, as leis constitutivas são referenciadas atualmente como lei de Hooke generalizada.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (13)$$

Com base nas propriedades da energia de deformação apresentadas no tópico anterior, Mascia (1991) apresenta as formulações das leis constitutivas para diversas classes de materiais elásticos. Partindo da série polinomial representada pela equação 14, em que α_{ij} e β_{ijkl} são constantes e C_0 é igual a zero, aplica-se o modelo elástico de Green (equação 10), de modo que obtenha-se a relação descrita pela equação 15.

$$U_0 = C_0 \cdot \delta_{ij} + \alpha_{ij} \cdot \varepsilon_{ij} + \beta_{ijkl} \cdot \varepsilon_{ij} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (14)$$

$$\sigma_{ij} = \alpha_{ij} + (\beta_{ijkl} + \beta_{klij}) \cdot \varepsilon_{kl} \quad (15)$$

Assim, para o caso relativo ao estado natural, em que as deformações estão vinculadas a todo o sólido e, também, estão atuando simultaneamente no mesmo, tem-se um estado natural com tensões e deformações nulas, podendo-se atribuir zero a constante α_{ij} . Portanto, denominando-se $(\beta_{ijkl} + \beta_{klij})$ de C_{ijkl} é possível escrever a equação 16, em que C_{ijkl} é chamado de tensor de constantes elásticas. Além disso, admitindo-se naturalmente que $C_{ijkl} \neq 0$, é possível expressar a lei constitutiva em uma forma tensorial alternativa, representada pela equação 17, em que S_{ijkl} é conhecido como tensor compliance (MASCIA, 1991).

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (16)$$

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \cdot \sigma_{kl} \quad (17)$$

De acordo com Bodig e Jayne (1982), a lei de Hooke generalizada é um enunciado matemático que relaciona todas as componentes do tensor deformação com todas as componentes do tensor tensão. Em vista disso, o tensor C_{ijkl} acena para existência de 81 elementos diferentes. Todavia, conforme indicado por Mascia (1991), o tensor da tensão tal como o da deformação é simétrico. Assim, direcionando-se esses conceitos a equação (16) dos 81 elementos diferentes sobram 36. Entretanto, o tensor C_{ijkl} é simétrico em relação aos pares i, j e k, l de modo que dos 36 elementos diferentes apenas 21 elementos diferentes compõem o tensor C_{ijkl} . De modo análogo o tensor S_{ijkl} também possui 21 elementos diferentes. Contudo, conforme abordado por Lekhnitskii (1981), o número de termos independentes nos tensores C_{ijkl} e S_{ijkl} não é 21, mas sim 18 termos.

Nesse contexto, adotando-se um sistema de eixos x_i (x_1, x_2 e x_3) pode-se representar a lei constitutiva em sua forma matricial, equação 18, ou simplesmente, escreve-la conforme a equação 19. Sendo que a matriz $[C]$ é denominada matriz de constantes de elasticidade por Mascia (1991), ou matriz de coeficientes de rigidez por Fusco (1989).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1112} & C_{1123} & C_{1131} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2212} & C_{2223} & C_{2231} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3312} & C_{3323} & C_{3331} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1212} & C_{1223} & C_{1231} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2312} & C_{2323} & C_{2331} \\ C_{3111} & C_{3122} & C_{3133} & C_{3112} & C_{3123} & C_{3131} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

$$\{\sigma\} = [C] \cdot \{\varepsilon\} \quad (19)$$

De forma análoga, a equação 17 também pode ser representada em sua forma matricial, equação 20, ou de maneira simplificada pela equação 21. Sendo a matriz $[S]$ denominada de matriz compliance por Mascia (1991) e matriz de coeficientes de deformabilidade por Fusco (1989).

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{1111} & S_{1122} & S_{1133} & 2S_{1112} & 2S_{1123} & 2S_{1131} \\ S_{2211} & S_{2222} & S_{2233} & 2S_{2212} & 2S_{2223} & 2S_{2231} \\ S_{3311} & S_{3322} & S_{3333} & 2S_{3312} & 2S_{3323} & 2S_{3331} \\ 2S_{1211} & 2S_{1222} & 2S_{1233} & 4S_{1212} & 4S_{1223} & 4S_{1231} \\ 2S_{2311} & 2S_{2322} & 2S_{2333} & 4S_{2312} & 4S_{2323} & 4S_{2331} \\ 2S_{3111} & 2S_{3122} & 2S_{3133} & 4S_{3112} & 4S_{3123} & 4S_{3131} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

$$\{\varepsilon\} = [S] \cdot \{\sigma\} \quad (21)$$

Ademais, observa-se que os elementos $2\varepsilon_{12}$, $2\varepsilon_{23}$ e $2\varepsilon_{31}$ podem ser substituídos por γ_{12} , γ_{23} e γ_{31} , e também, numa notação mais usual de engenharia representa-se os elementos σ_{12} , σ_{23} e σ_{31} pelos τ_{12} , τ_{23} e τ_{31} . Além disso, Lekhnitskii (1981) apresenta uma notação reduzida para os elementos dos tensores ε_{ij} , σ_{ij} , C_{ijkl} e S_{ijkl} , que permite uma redução dos seus índices, os quais podem ser contraídos da seguinte forma:

- $\sigma_{ij} = \sigma_m$, para quaisquer índices;
- $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_m$, se $m = 1, 2$ ou 3 ;
- $2\varepsilon_{ij} = \varepsilon_m$, se $m = 4, 5$ ou 6 ;
- $C_{ijkl} = C_{mn}$, para quaisquer índices;
- $S_{ijkl} = S_{mn}$, se $m, n = 1, 2$ ou 3 ;
- $2S_{ijkl} = S_{mn}$, se $m, n = 4, 5$ ou 6 ;
- $4S_{ijkl} = S_{mn}$, se $m, n = 4, 5$ ou 6 .

Assim, pode-se reescrever as equações 18 e 20 utilizando a contração dos termos apresentada, resultando nas equações 22 e 23.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

4.3.4 Simetria Elástica dos Materiais

De acordo com Lekhnitskii (1981), os materiais podem ser divididos em homogêneos e heterogêneos, além de isotrópicos e anisotrópicos. Dessa forma, quando um material é dito homogêneo suas propriedades físicas não variam em todos os pontos referentes a um sistema de coordenadas x_i , ou seja, são invariantes. Em contrapartida, materiais heterogêneos tem propriedades físicas que não permanecem constantes para diferentes pontos de x_i . Além disso, quando um material é isotrópico as suas propriedades elásticas são invariantes para qualquer direção que passa por um ponto. Por outro lado, materiais totalmente anisotrópicos exibem diferentes propriedades elásticas para diferentes direções através de um ponto.

Posto isso, Neumann² (1885 apud Lekhnitskii, 1981) estabeleceu que “a simetria elástica de um material tem a mesma espécie de simetria que a sua forma cristalográfica possui”, sendo esse princípio também estendido a sólidos que não são cristais, mas apresentam simetria estrutural. Assim, materiais anisotrópicos que apresentam alguma simetria elástica, também as exprimem em suas propriedades elástica, possibilitando simplificações nas leis constitutivas desses materiais, deixando-se de focar então materiais totalmente anisotrópicos. Dessa forma, as equações da lei de Hooke generalizada apresentam simplificações, em que alguns coeficientes dos tensores C_{ij} e S_{ij} encontram-se nulos ou dependentes em relação a outros (LEKHNITSKII, 1981).

O tratamento dessas possíveis simplificações é abordado por Love (1944), que se baseia na não variação da energia de deformação através da mudança de sistemas simétricos de coordenadas. Por outro lado, Lekhnitskii (1981) promove tais simplificações analiticamente,

² NEUMANN, F. *Voresungen über die theorie der elastizität*. Teubner, Leipzig, 1885.

desenvolvendo as leis constitutivas para ambos sistemas simétricos de coordenadas e comparando as expressões obtidas, identificando assim as simetrias existentes.

Nesse sentido, os sólidos anisotrópicos podem ser classificados de acordo com a simetria elástica que manifestam. Se um material apresenta somente um plano de simetria elástica, figura 7-a, os tensores C_{ij} e S_{ij} passam a possuir 13 elementos diferentes, sendo que apenas 11 são independentes. Caso o material possua três planos de simetria elástica ele é classificado como ortotrópico, figura 7-b, contendo 12 elementos diferentes, sendo que apenas 9 são independentes. Já o material transversalmente isotrópico, figura 7-c, apresenta um plano de simetria elástica em que todas as direções são elasticamente equivalentes, ou seja, todos os planos perpendiculares a esse plano também são planos de simetria elástica. Assim esse material apresenta 5 elementos independentes. Por fim, um material que evidencia simetria em todas as direções, sendo todas elas consideradas principais, é classificado como um material isotrópico, figura 7-d, implicando na existência de 3 elementos diferentes nos tensores, dos quais apenas 2 são independentes, o módulo de elasticidade (E) e coeficiente de Poisson (ν), e 1 dependente dos demais que é o módulo de elasticidade transversal G (FURLANI, 1995).

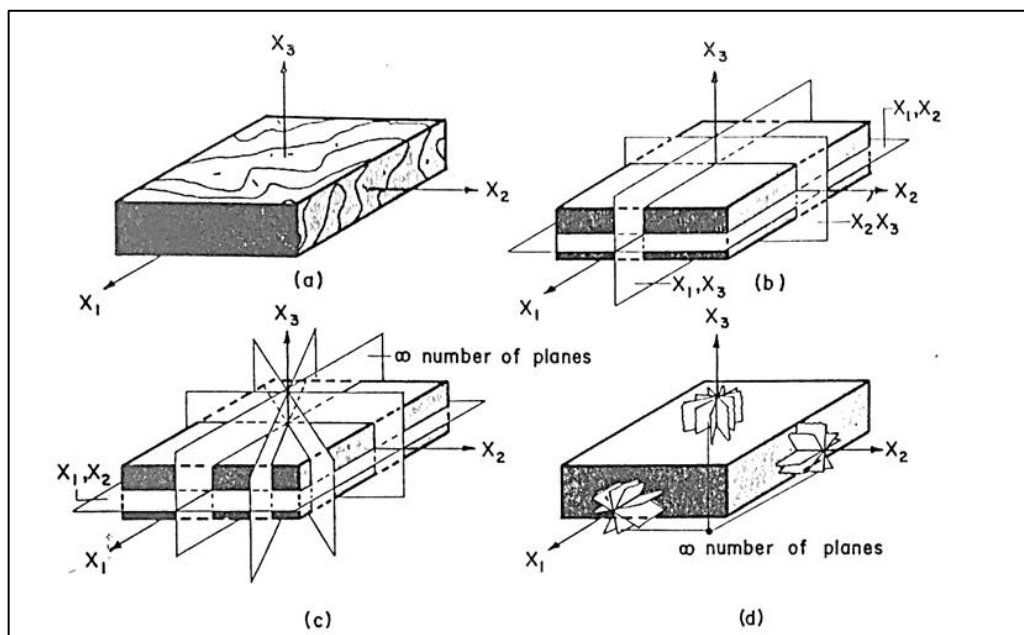


Figura 7 – Simetria elástica dos materiais, (a) anisotrópico, (b) ortotrópico, (c) transversalmente isotrópico e (d) isotrópico

Fonte: Bodig e Jayne, 1982.

4.3.5 Transformação de Coordenadas

Segundo Mascia (1991), os tensores constitutivos C_{ijkl} e S_{ijkl} quando sujeitos a transformação de seus eixos coordenados, ($x'_i = I_{ij} \cdot x_j$) estão submetidos a condição representada pelas equações 24 e 25. Em que C'_{ijkl} e S'_{ijkl} são os coeficientes dos tensores em um novo sistema de coordenadas e I_{ij} , os cossenos diretores.

$$C'_{pqmn} = I_{pi} \cdot I_{qj} \cdot I_{mk} \cdot I_{ni} \cdot C_{ijkl} \quad (24)$$

$$S'_{pqmn} = I_{pi} \cdot I_{qj} \cdot I_{mk} \cdot I_{ni} \cdot S_{ijkl} \quad (25)$$

Todavia, Lekhnitskii (1981), apresenta essa transformação de coordenadas para os tensores constitutivos com seus índices reduzidos, resultando nas equações 26 e 27. Em que os valores de q_{ij} podem ser encontrados na tabela 1.

$$C'_{ij} = q_{im} \cdot q_{jn} \cdot C_{mn} \quad (26)$$

$$S'_{ij} = q_{im} \cdot q_{jn} \cdot S_{mn} \quad (27)$$

Tabela 1 – Valores de q_{ij} na transformação de coordenadas

	1	2	3	4	5	6
1	I_{11}^2	I_{12}^2	I_{13}^2	$I_{12} \cdot I_{13}$	$I_{13} \cdot I_{11}$	$I_{12} \cdot I_{11}$
2	I_{21}^2	I_{22}^2	I_{23}^2	$I_{23} \cdot I_{22}$	$I_{23} \cdot I_{21}$	$I_{22} \cdot I_{21}$
3	I_{31}^2	I_{32}^2	I_{33}^2	$I_{33} \cdot I_{32}$	$I_{33} \cdot I_{31}$	$I_{32} \cdot I_{31}$
4	$2I_{31} \cdot I_{21}$	$2I_{32} \cdot I_{22}$	$2I_{33} \cdot I_{23}$	$I_{33} \cdot I_{22} + I_{32} \cdot I_{23}$	$I_{33} \cdot I_{21} + I_{31} \cdot I_{23}$	$I_{31} \cdot I_{22} + I_{32} \cdot I_{21}$
5	$2I_{31} \cdot I_{11}$	$2I_{32} \cdot I_{12}$	$2I_{33} \cdot I_{13}$	$I_{33} \cdot I_{12} + I_{32} \cdot I_{13}$	$I_{33} \cdot I_{11} + I_{31} \cdot I_{13}$	$I_{31} \cdot I_{12} + I_{32} \cdot I_{11}$
6	$2I_{21} \cdot I_{11}$	$2I_{12} \cdot I_{22}$	$2I_{13} \cdot I_{23}$	$I_{13} \cdot I_{22} + I_{12} \cdot I_{23}$	$I_{13} \cdot I_{21} + I_{11} \cdot I_{23}$	$I_{11} \cdot I_{22} + I_{12} \cdot I_{21}$

Fonte: Lekhnitskii, 1981.

Dessa forma, para um material ortotrópico, que tenha seu tensor constitutivo representado pela equação 28, seus coeficientes constitutivos podem ser escritos, no novo sistema de coordenadas, pela equação 29.

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$S'_{11} = S_{11} \cdot I_{11}^4 + S_{22} \cdot I_{12}^4 + S_{33} \cdot I_{13}^4 + S_{44} \cdot I_{12}^2 \cdot I_{13}^2 + S_{55} \cdot I_{13}^2 \cdot I_{11}^2 + \\ + S_{66} \cdot I_{12}^2 \cdot I_{11}^2 + 2 \cdot S_{12} \cdot I_{11}^2 \cdot I_{12}^2 + 2 \cdot S_{13} \cdot I_{11}^2 \cdot I_{13}^2 + 2 \cdot S_{23} \cdot I_{12}^2 \cdot I_{13}^2$$

$$S'_{22} = S_{11} \cdot I_{21}^4 + S_{22} \cdot I_{22}^4 + S_{33} \cdot I_{23}^4 + S_{44} \cdot I_{23}^2 \cdot I_{22}^2 + S_{55} \cdot I_{23}^2 \cdot I_{21}^2 + \\ + S_{66} \cdot I_{22}^2 \cdot I_{21}^2 + 2 \cdot S_{12} \cdot I_{21}^2 \cdot I_{22}^2 + 2 \cdot S_{13} \cdot I_{21}^2 \cdot I_{23}^2 + 2 \cdot S_{23} \cdot I_{22}^2 \cdot I_{23}^2$$

$$S'_{33} = S_{11} \cdot I_{31}^4 + S_{22} \cdot I_{32}^4 + S_{33} \cdot I_{33}^4 + S_{44} \cdot I_{33}^2 \cdot I_{32}^2 + S_{55} \cdot I_{33}^2 \cdot I_{31}^2 + \\ + S_{66} \cdot I_{32}^2 \cdot I_{31}^2 + 2 \cdot S_{12} \cdot I_{31}^2 \cdot I_{32}^2 + 2 \cdot S_{13} \cdot I_{31}^2 \cdot I_{33}^2 + 2 \cdot S_{23} \cdot I_{32}^2 \cdot I_{33}^2$$

$$S'_{44} = 4 \cdot S_{11} \cdot I_{31}^2 \cdot I_{21}^2 + 4 \cdot S_{22} \cdot I_{32}^2 \cdot I_{22}^2 + 4 \cdot S_{33} \cdot I_{33}^2 \cdot I_{23}^2 + S_{44} \cdot (I_{33} \cdot I_{22} + \\ + I_{32} \cdot I_{23})^2 + S_{55} \cdot (I_{33} \cdot I_{21} + I_{31} \cdot I_{23})^2 + S_{66} \cdot (I_{31} \cdot I_{22} + I_{32} \cdot I_{21})^2 + \\ + 8 \cdot S_{12} \cdot I_{31} \cdot I_{21} \cdot I_{32} \cdot I_{22} + 8 \cdot S_{13} \cdot I_{31} \cdot I_{21} \cdot I_{33} \cdot I_{23} + \\ + 8 \cdot S_{23} \cdot I_{32} \cdot I_{22} \cdot I_{32} \cdot I_{23} \quad (29)$$

$$S'_{55} = 4 \cdot S_{11} \cdot I_{31}^2 \cdot I_{11}^2 + 4 \cdot S_{22} \cdot I_{32}^2 \cdot I_{12}^2 + 4 \cdot S_{33} \cdot I_{33}^2 \cdot I_{13}^2 + S_{44} \cdot (I_{33} \cdot I_{12} + \\ + I_{32} \cdot I_{13})^2 + S_{55} \cdot (I_{33} \cdot I_{11} + I_{31} \cdot I_{13})^2 + S_{66} \cdot (I_{31} \cdot I_{12} + I_{32} \cdot I_{11})^2 + \\ + 8 \cdot S_{12} \cdot I_{31} \cdot I_{11} \cdot I_{32} \cdot I_{12} + 8 \cdot S_{13} \cdot I_{31} \cdot I_{11} \cdot I_{33} \cdot I_{13} + \\ + 8 \cdot S_{32} \cdot I_{12} \cdot I_{22} \cdot I_{33} \cdot I_{13}$$

$$S'_{66} = 4 \cdot S_{11} \cdot I_{21}^2 \cdot I_{11}^2 + 4 \cdot S_{22} \cdot I_{12}^2 \cdot I_{22}^2 + 4 \cdot S_{33} \cdot I_{13}^2 \cdot I_{23}^2 + S_{44} \cdot (I_{13} \cdot I_{22} + \\ + I_{12} \cdot I_{23})^2 + S_{55} \cdot (I_{13} \cdot I_{21} + I_{11} \cdot I_{23})^2 + S_{66} \cdot (I_{11} \cdot I_{22} + I_{12} \cdot I_{21})^2 +$$

$$+ 8 \cdot S_{12} \cdot I_{21} \cdot I_{11} \cdot I_{12} \cdot I_{22} + 8 \cdot S_{13} \cdot I_{21} \cdot I_{11} \cdot I_{13} \cdot I_{23} + \\ + 8 \cdot S_{23} \cdot I_{12} \cdot I_{22} \cdot I_{13} \cdot I_{23}$$

$$S'_{12} = S'_{21} = S_{11} \cdot I_{11}^2 \cdot I_{21}^2 + S_{22} \cdot I_{12}^2 \cdot I_{22}^2 + S_{33} \cdot I_{13}^2 \cdot I_{23}^2 + S_{44} \cdot I_{12} \cdot I_{13} \cdot I_{23} \cdot I_{22} + \\ + S_{55} \cdot I_{13} \cdot I_{11} \cdot I_{23} \cdot I_{21} + S_{66} \cdot I_{12} \cdot I_{11} \cdot I_{22} \cdot I_{21} + 2 \cdot S_{12} \cdot I_{11}^2 \cdot I_{22}^2 + \\ + 2 \cdot S_{13} \cdot I_{11}^2 \cdot I_{23}^2 + 2 \cdot S_{23} \cdot I_{12}^2 \cdot I_{23}^2$$

$$S'_{13} = S'_{31} = S_{11} \cdot I_{11}^2 \cdot I_{31}^2 + S_{22} \cdot I_{12}^2 \cdot I_{32}^2 + S_{33} \cdot I_{13}^2 \cdot I_{33}^2 + S_{44} \cdot I_{12} \cdot I_{13} \cdot I_{33} \cdot I_{32} + \\ + S_{55} \cdot I_{13} \cdot I_{11} \cdot I_{33} \cdot I_{31} + S_{66} \cdot I_{12} \cdot I_{11} \cdot I_{32} \cdot I_{31} + 2 \cdot S_{12} \cdot I_{11}^2 \cdot I_{32}^2 + \\ + 2 \cdot S_{13} \cdot I_{11}^2 \cdot I_{33}^2 + 2 \cdot S_{23} \cdot I_{12}^2 \cdot I_{33}^2$$

$$S'_{23} = S'_{32} = S_{11} \cdot I_{21}^2 \cdot I_{31}^2 + S_{22} \cdot I_{22}^2 \cdot I_{32}^2 + S_{33} \cdot I_{23}^2 \cdot I_{33}^2 + S_{44} \cdot I_{23} \cdot I_{22} \cdot I_{33} \cdot I_{32} + \\ + S_{55} \cdot I_{23} \cdot I_{21} \cdot I_{33} \cdot I_{31} + S_{66} \cdot I_{22} \cdot I_{21} \cdot I_{32} \cdot I_{31} + 2 \cdot S_{12} \cdot I_{31}^2 \cdot I_{32}^2 + \\ + 2 \cdot S_{13} \cdot I_{21}^2 \cdot I_{33}^2 + 2 \cdot S_{23} \cdot I_{22}^2 \cdot I_{33}^2$$

Nesse contexto, para o caso especial em que o sistema de coordenadas x'_i (x'_1 , x'_2 e x'_3) é obtido a partir do sistema x_i (x_1 , x_2 e x_3) através de uma rotação θ em torno do eixo comum $x'_3 = x_3$, como indicado na figura 8, tem-se que os cossenos diretores I_{ij} assumem os elementos representados na equação 30.

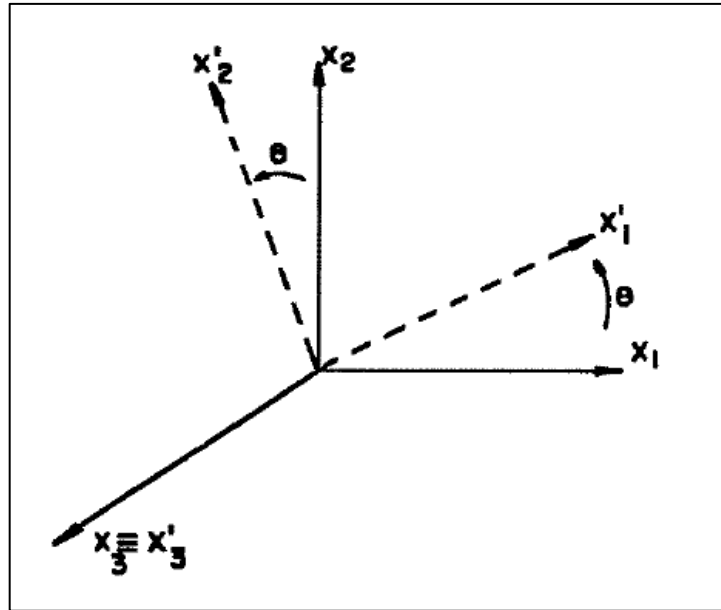


Figura 8 – Rotação dos eixos x_1 e x_2 de um sistema de eixos ortogonais
Fonte: Mascia, 1991.

$$I_{ij} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta & 0 \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Conseqüentemente, os coeficientes do tensor constitutivo, antes representados pela equação 29, passam a assumir valores dependentes de funções trigonométricas do ângulo de rotação θ . Assim, tais coeficientes podem ser escritos conforme as expressões da equação 31.

$$S'_{11} = S_{11} \cdot \cos^4\theta + S_{22} \cdot \text{sen}^4\theta + (S_{66} + 2 \cdot S_{12}) \cdot \cos^2\theta \cdot \text{sen}^2\theta$$

$$S'_{22} = S_{11} \cdot \text{sen}^4\theta + S_{22} \cdot \cos^4\theta + (S_{66} + 2 \cdot S_{12}) \cdot \text{sen}^2\theta \cdot \cos^2\theta$$

$$S'_{33} = S_{33}$$

$$S'_{44} = S_{44} \cdot \cos^2\theta + S_{55} \cdot \text{sen}^2\theta$$

$$S'_{55} = S_{44} \cdot \text{sen}^2\theta + S_{55} \cdot \cos^2\theta$$

(31)

$$S'_{66} = 4 \cdot (S_{11} + S_{22} - 2 \cdot S_{12}) \cdot \text{sen}^2\theta \cdot \text{cos}^2\theta + S_{66} \cdot (\text{cos}^2\theta + \text{sen}^2\theta)^2$$

$$S'_{12} = S'_{21} = (S_{11} + S_{22} - S_{66}) \cdot \text{sen}^2\theta \cdot \text{cos}^2\theta + 2 \cdot S_{12} \cdot \text{cos}^4\theta$$

$$S'_{13} = S'_{31} = 2 \cdot S_{13} \cdot \text{cos}^2\theta + 2 \cdot S_{23} \cdot \text{sen}^2\theta$$

$$S'_{23} = S'_{32} = 2 \cdot S_{13} \cdot \text{sen}^2\theta + 2 \cdot S_{23} \cdot \text{cos}^2\theta$$

4.4 MADEIRA COMO MATERIAL ORTOTRÓPICO

A história registra claramente que a madeira foi um material, de uso estrutural, fundamental para culturas passadas, sendo usada tanto na construção de abrigos, como na produção de navios. Por conta de sua importância na sociedade, diversos pesquisadores passaram a estudar suas características físicas e mecânicas, adequando a mesma ao modelo ortotrópico. Entretanto, para entender sua adequação ao modelo ortotrópico torna-se necessário conhecer certos aspectos relativos à sua constituição material (BODIG e JAYNE, 1982).

Nesse sentido, Mascia (2003) expõe que a adoção de um modelo ortotrópico para madeira é fruto do conhecimento de suas estruturas microscópicas e macroscópicas, além de sua fisiologia, crescimento da árvore e leis constitutivas que regem o material. Contudo, as simplificações inerentes ao modelo ortotrópico, quando aplicadas em diferentes direções das direções principais, dão lugar a expressões de caráter complexo no tensor constitutivo. Tais expressões representam as variações dos ângulos entre os eixos principais e outros quaisquer, que no caso específico da madeira seriam suas fibras.

4.4.1 Estrutura Macroscópica da Madeira

Em um corte transversal do tronco de uma árvore, é possível identificar camadas concêntricas de características diversas que formam os anéis de crescimento. Tais camadas, partindo do lado externo para o interno, são a casca externa e interna, o câmbio vascular, albarno, cerne e medula, representados pela figura 9. A casca externa fornece proteção

mecânica para a interna, que por sua vez, é responsável pelo transporte dos minerais e açúcares produzidos na fotossíntese. O câmbio vascular é a camada entre a casca e o alburno, sendo este responsável pelo crescimento celular. Já o alburno, região “viva” da árvore, é responsável pelo transporte de água da raiz até as folhas. Por fim, tem-se o cerne e a medula, em que o primeiro possui uma coloração mais escura, na maioria das árvores, e é constituído de células já inativas, enquanto que o segundo é remanescente do início do crescimento do tronco, tendo papel fundamental nas primeiras idades da planta (USDA, 2010).

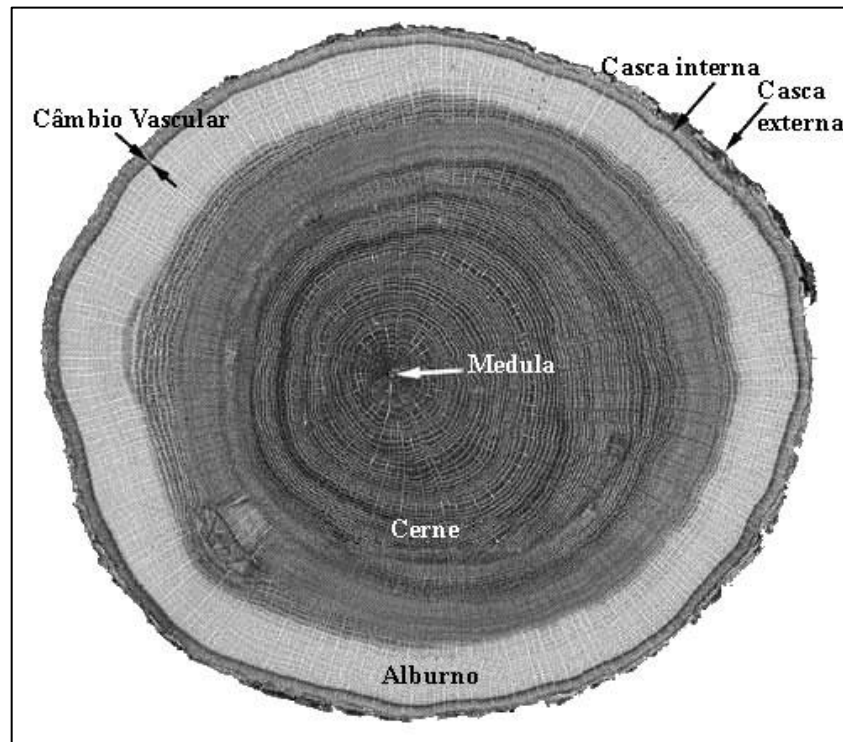


Figura 9 – Visão macroscópica de uma seção transversal de um tronco de *Quercus alba*

Fonte: Adaptado de USDA, 2010.

Comercialmente as madeiras são classificadas em dois grupos: as coníferas ou “*softwoods*” e as folhosas ou “*hardwoods*”. Entretanto, nem todas as madeiras leves (*softwoods*) são somente madeiras macias, e nem todas as madeiras folhosas (*hardwoods*) são madeiras duras. Essa divisão tem base em suas características anatômicas, em que as coníferas são provenientes das gimnospermas, enquanto que as folhosas são madeiras provenientes das angiospermas. Além disso, as coníferas e folhosas não se diferem apenas no tipo de árvore de origem. Há também uma grande diferença em suas estruturas celulares, em que as coníferas possuem apenas dois tipos de células com pouca variação na estrutura dessas células. Já as folhosas, possuem uma estrutura celular mais complexa com um número maior de células e um

grau de variabilidade maior entre elas. Outra característica presente somente nas folhosas é a presença de poros em sua estrutura celular, aspecto esse que as coníferas não apresentam. A figura 10 ilustra essas diferenças celulares entre as coníferas e folhosas, em que do lado esquerdo é apresentada uma conífera e do lado direito uma folhosa. (USDA, 2010).

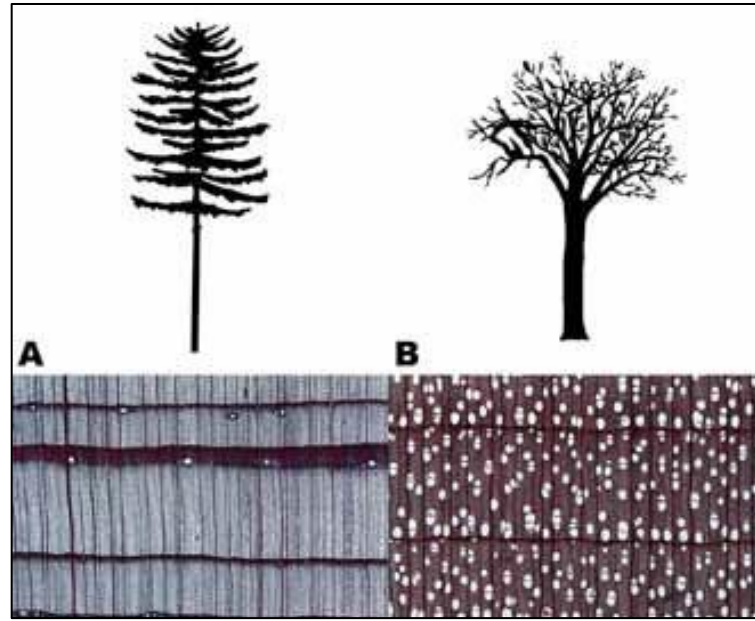


Figura 10 – Representação geral de uma árvore conífera e uma folhosa
Fonte: USDA, 2010.

4.4.2 Estrutura Microscópica da Madeira

A madeira, sob uma perspectiva microscópica, é composta por células alongadas com a presença de vazios. Tais células apresentam formas e tamanhos variados, conforme a classificação da árvore. No caso das coníferas, duas formações básicas são distinguidas: os traqueídes e os raios medulares. Os traqueídes são células alongadas, com comunicação pelas extremidades, através de válvulas. Sua função é de conduzir seiva bruta, além de conferir resistência mecânica ao tronco, sendo que a madeira das coníferas pode ter até 95% dessas células. Já os raios medulares, são um conjunto de células alongadas e achatadas, dispostas radialmente, cuja função é conduzir seiva elaborada, e podem constituir até 10% da madeira das coníferas (BODIG e JAYNE, 1982).

A madeira das folhosas, entretanto, possui três elementos celulares básicos: os vasos, as fibras e os raios medulares, sendo esse último semelhante ao das coníferas. Os vasos são

células alongadas, de seção transversal arredondada e vazada (poros). Com uma constituição de 50% da madeira das folhosas, sua função é o transporte ascendente de seiva bruta no alburno e o depósito de substância polimerizadas no cerne. As fibras, por sua vez, são células alongadas, com seção transversal vazada e arredondada, e paredes celulares mais espessas que à dos vasos. Assim, sua principal função é conferir resistência mecânica, podendo constituir, dependendo da espécie, até 50% da madeira das folhosas (BODIG e JAYNE, 1982).

Sob essa ótica, conclui-se que o arranjo celular das coníferas é menos complexo e mais homogêneo do que nas folhosas. Tal fato pode ser evidenciado nas figuras 11 e 12.

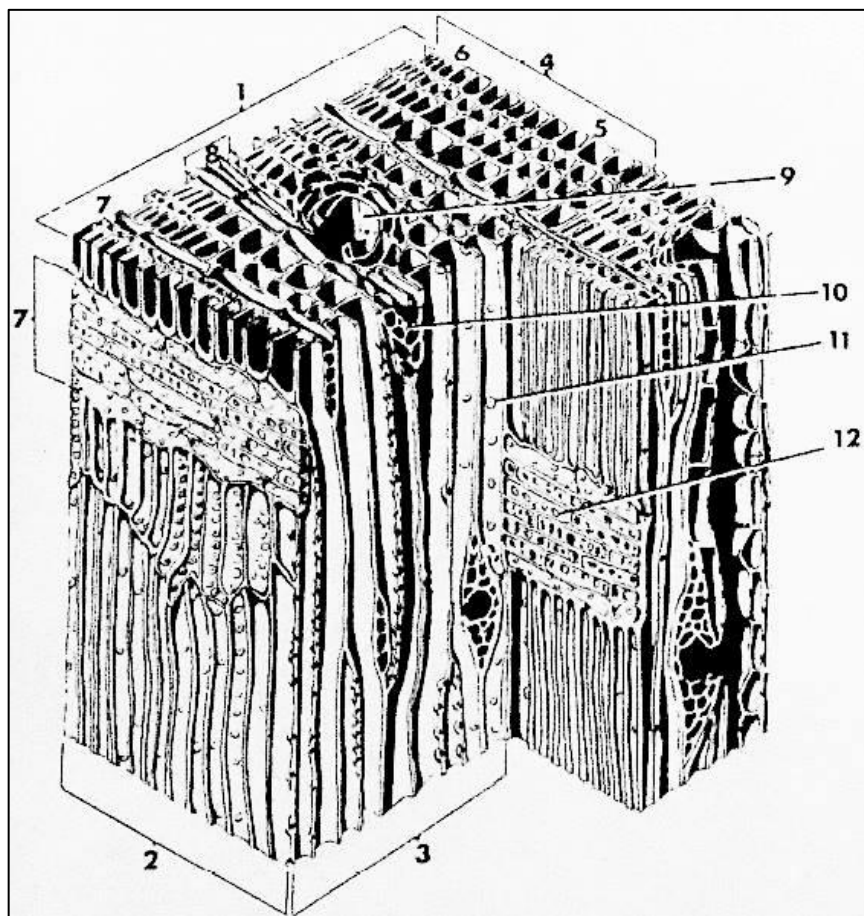


Figura 11 – Os elementos microscópicos das coníferas: (1) seção transversal, (2) seção Radial, (3) seção Tangencial, (4) anéis de crescimento, (5) lenho inicial, (6) lenho tardio, (7) raios, (8) raio fusiforme, (9) canal de resina vertical, (10) canal de resina horizontal, (11) poço fronteiraço e (12) poço simples

Fonte: Bodig e Jayne, 1982.

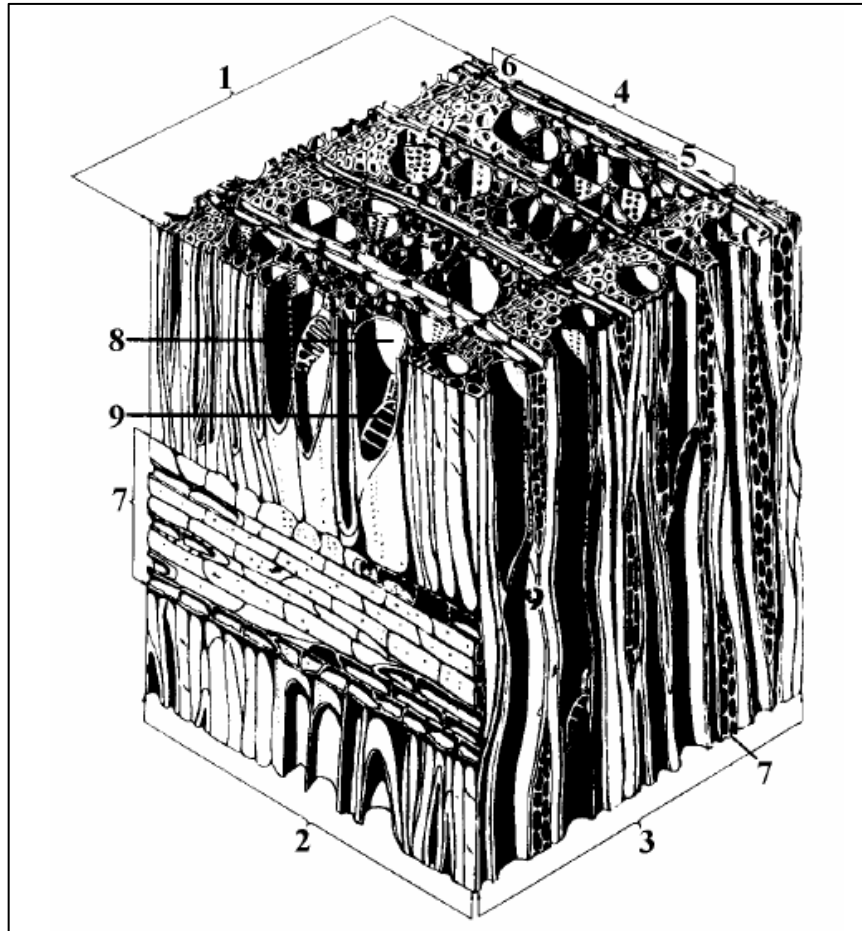


Figura 12 – Os elementos microscópicos das dicotiledôneas: (1) seção transversal, (2) seção Radial, (3) seção Tangencial, (4) anéis de crescimento, (5) lenho inicial, (6) lenho tardio, (7) raios, (8) vasos e (9) perfurações
 Fonte: Bodig e Jayne, 1982.

4.4.3 Considerações sobre o modelo ortotrópico na Madeira

A teoria da elasticidade aplicada à madeira fundamenta-se nas hipóteses de simetria elástica em três planos mutuamente perpendiculares, vinculados a sua estrutura interna, e na homogeneidade macroscópica do material. Excetuando-se o plano Longitudinal-Tangencial, que possui uma superfície cilíndrica, os demais planos, Longitudinal-Radial e Tangencial-Radial, são mais verdadeiramente, planos, com eventuais irregularidades locais (HEARMON³, 1948 apud MASCIA, 1991). Superfícies essas ilustradas pela figura 13.

³ HEARMON, R. F. S. **The elasticity of wood and plywood.** Forest Products Research Special Report, London, v.7, n.1, p.5-44, 1948.

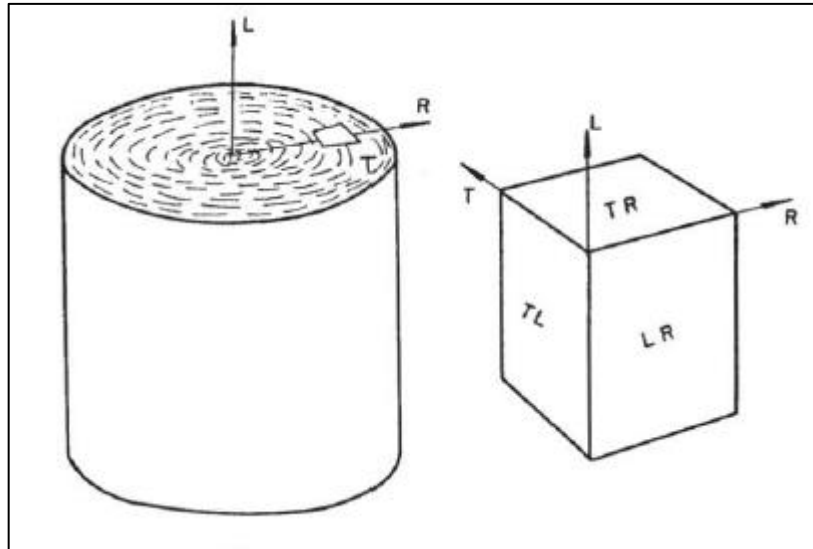


Figura 13 – Eixos e simetria elástica numa peça de madeira
Fonte: Hearmon, 1948 apud Mascia, 1991.

Dessa forma, Mascia e Lahr (2006), apresentam análises sobre os dois principais modelos elásticos anisotrópicos aplicados a madeira, sendo eles o modelo ortotrópico linear, utilizado neste trabalho, e o modelo ortotrópico cilíndrico. No primeiro modelo, há uma concordância entre os eixos de simetria elástica da madeira e os eixos da amostra, conforme representado pela figura 14. Já o segundo é mais adequado para as características de crescimento da madeira, mostrando-se matematicamente mais complexo. Além disso, os autores concluem que o modelo ortotrópico linear apresenta resultados satisfatórios, a menos de alguns dados, devido a não homogeneidade e a anisotropia do material.

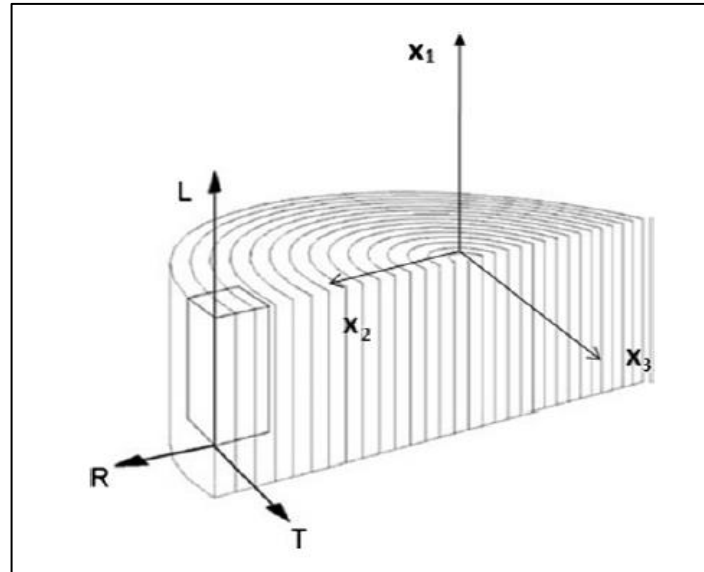


Figura 14 – Eixos ortotrópico e geométricos
Fonte: Mascia e Nicolas, 2013.

4.4.4 Os Tensores S_{ij} e S'_{ij} para a Madeira

Neste contexto, como já mencionado anteriormente, o estudo das propriedades elásticas da madeira pode ser respaldado nas hipóteses dos modelos ortotrópico e elástico linear. Com isso, torna-se interessante escrever o tensor compliance S_{ij} em função dos termos usuais da engenharia, módulos de elasticidade (E), coeficientes de Poisson (ν) e módulos de elasticidade transversal (G), e dos eixos de simetria elástica da madeira, Longitudinal (L), Radial (R) e Tangencial (T), sendo tal representação expressa na forma matricial pela equação 32.

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & \frac{-\nu_{RL}}{E_R} & \frac{-\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{LR}}{E_L} & \frac{1}{E_R} & \frac{-\nu_{TR}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{LT}}{E_L} & \frac{-\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Entretanto, conforme abordado por Fusco, (1989) quando o material ortotrópico deixa de ser referido às direções principais de elasticidade, a matriz dos coeficientes elásticos perde a simplicidade e passa a apresentar 21 elementos não nulos, embora todos eles possam ser determinados em função de apenas 9 coeficientes independentes. Tal afirmação pode ser reforçada por March (1944) o qual descreve que na utilização de materiais ortotrópicos as forças aplicadas podem atuar no sentido dos eixos de simetria, ou inclinadas em relação a esses eixos. Assim, a modificação da teoria aplicável a esses materiais, que envolve as relações entre tensão e deformação em termos das constantes elásticas, refere-se não apenas aos eixos de simetria elástica, mas a qualquer outro conjunto de eixos ortogonais, sendo necessária apenas as transformações adequadas para esses eixos, como já visto no item 4.3.5.

4.4.5 Oriented Strand Board

O crescimento do uso OSB é notável nos últimos anos, tornando-se um importante produto no mercado da construção civil, principalmente na América do Norte e mais recentemente na Europa. Seu uso de forma estrutural vem ganhando espaço no mercado, sendo utilizado em almas de vigas I-Joists, contra pisos, fechamento de paredes e de telhados, evidenciando sua conquista de grande parte do mercado de painéis estruturais nas últimas décadas. Tal sucesso possui como fator chave a escassez de matéria-prima, já que seu concorrente, o compensado, necessita de árvores com diâmetros maiores e madeira de melhor qualidade para sua produção. Já o OSB, pode ser confeccionado a partir de árvores de pequeno

diâmetro e toras de qualidade inferior (AKRAMI; BARBU; FRUEHWALD, 2014). A figura 15 ilustra painéis estruturais de OSB.



Figura 15 – Painéis estruturais de OSB
Fonte: LP BRASIL, 2016.

Neste contexto, o processo de fabricação do OSB consiste na disposição de partículas imersas em resina à prova d'água, que por meio da prensagem a quente, formam-se as camadas das chapas. Tais partículas podem ser dispostas de forma aleatória ou perpendicular em relação às camadas externas, como representado na figura 16 (MENDES et al, 2002).

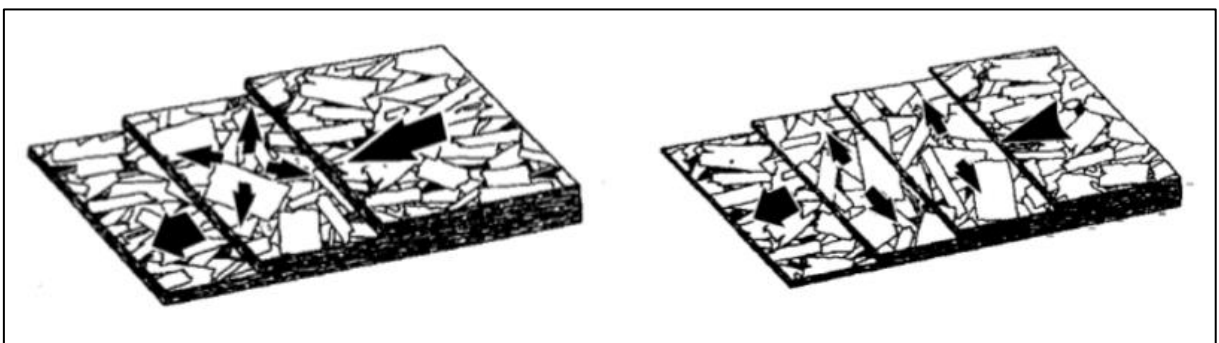


Figura 16 – Orientação dos painéis da chapa de OSB
Fonte: Structural Board Association, 2005.

No caso de compósitos de madeira, como o OSB, Bodig e Jayne (1982) apresenta uma simplificação no modelo ortotrópico, em que aproximações bidimensionais são introduzidas caracterizando assim um estado plano de tensões, como notado na figura 17. Dessa forma, as relações entre tensão e deformação podem ser simplificadas, resultando em uma equação com

apenas duas tensões normais e uma de cisalhamento, que representada nos eixos principais da chapa de OSB e com os termos usuais da engenharia pode ser expressada pela equação 33.

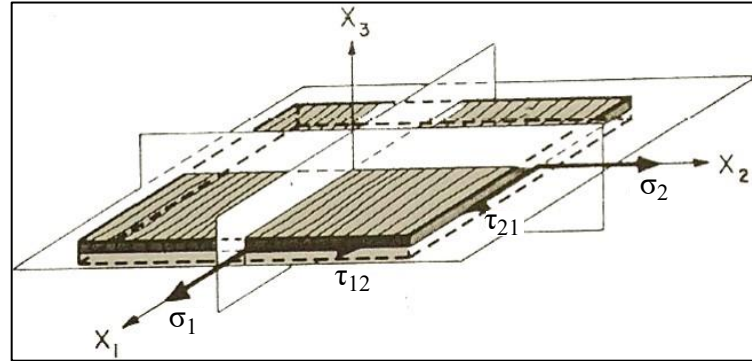


Figura 17 – Placa ortotrópica sujeita a um estado plano de tensões
Fonte: Bodig e Jayne, 1982.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\nu_{21} & 0 \\ -\nu_{12} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (33)$$

4.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS ENSAIOS LABORATORIAIS PARA DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES ELÁSTICAS

A primeira tentativa de uma descrição das forças de sólidos foi feita por Galileu em 1638, com experimentos em peças de madeira a fim de determinar os efeitos carga-deslocamento. Entretanto, somente quarenta anos após os discursos de Galileu que Robert Hooke estabeleceu a primeira lei de proporcionalidade entre forças e deslocamentos (SOKOLNIKOFF, 1946). Posteriormente, os primeiros experimentos que atentaram para o modelo ortotrópico da madeira foram realizados em 1920 por Jenkin e Carrigton, os quais utilizaram ensaios de flexão estática, compressão e tração simples para determinar as constantes elásticas da madeira (HEARMON e BARKAS, 1941).

Neste contexto, os autores Bodig e Goodman (1969) e Prata⁴ (1989 apud Mascia, 1991) expõem as principais causas do desenvolvimento de flexão nos corpos de provas de compressão simples, caso não ocorra a centralização correta da carga durante o ensaio. Tais problemas são ilustrados pelas figuras 18 e 19, em que no primeiro caso não há uma adequação correta entre o aparelhamento e a face do corpo de prova, e no segundo nota-se o não alinhamento entre o corpo de prova e o sistema de aplicação da carga, devido ao não paralelismo entre as faces (casos IA, IIA e IIIA) ou a falta de esquadro nas mesmas (casos IB, IIB e IIIB).

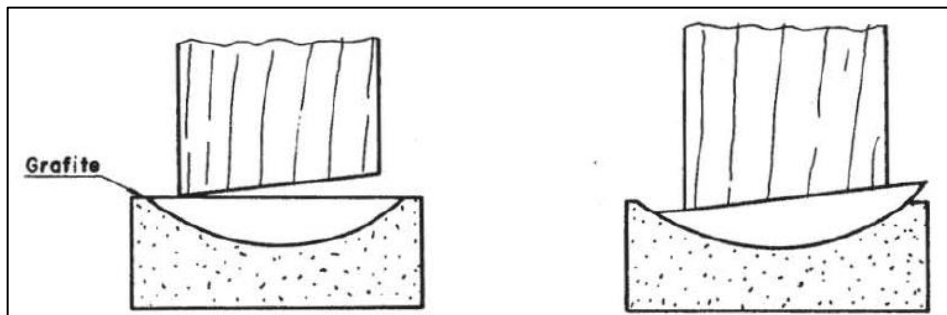


Figura 18 – Contato entre a placa e o corpo de prova
Fonte: Prata apud Mascia, 1990.

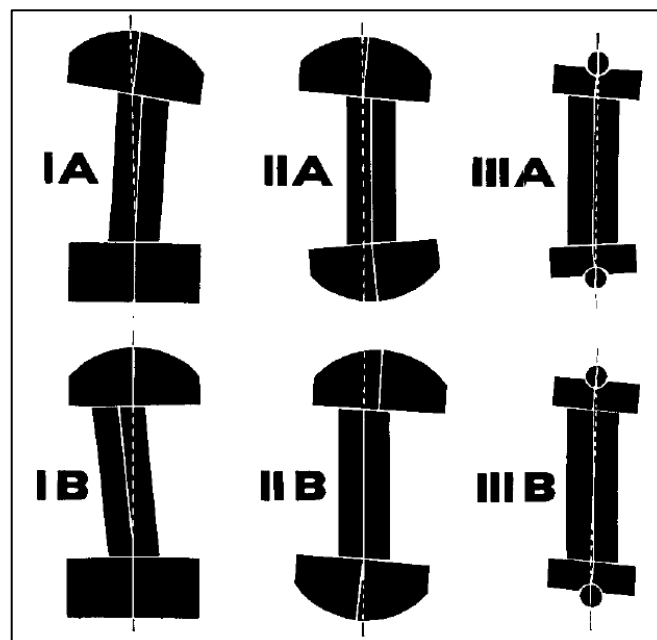


Figura 19 – Desalinhamento do corpo de prova com três aparatos de ensaio diferentes
Fonte: Bodig e Goodman, 1969.

⁴ PRATA, G. G. **Compressão paralela às fibras em peças de madeira.** São Carlos, 1989. 151p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade Estadual de São Paulo.

Além disso, Mascia (1991) ressalta a importância de, sempre que possível, dispor extensômetros elétricos em duas faces opostas do corpo de prova, a fim de verificar o aparecimento ou não de flexão nas peças comprimidas.

4.5.1 Determinação do Módulo de Elasticidade e Coeficiente de Poisson para madeira maciça

A fim de determinar os módulos de elasticidade e coeficientes de Poisson da madeira, considera-se uma solitação normal atuando num sólido cujos eixos de simetria elástica (Longitudinal, Tangencial e Radial) coincidem com os geométricos (x_1 , x_2 e x_3), como representado na figura 20. Dessa forma, como mostrado na equação 23 pode-se relacionar tensões normais com deformações normais resultando nas relações descritas pela equação 34.

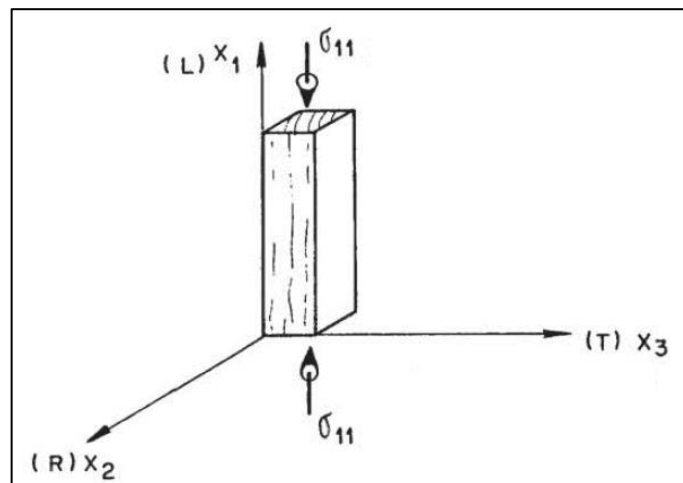


Figura 20 – Tensão aplicada no sólido segundo o eixo principal Longitudinal
Fonte: Mascia, 1991.

$$\varepsilon_1 = S_{11} \cdot \sigma_1 ; \varepsilon_2 = S_{21} \cdot \sigma_1 ; \varepsilon_3 = S_{31} \cdot \sigma_1 \quad (34)$$

Sabe-se ainda, que o tensor constitutivo pode ser escrito em função das constantes de engenharia, como visto na equação 32. Assim, é possível obter tais constantes em função das tensões e deformações aplicadas no sólido, representação essa exibida pela equação 35.

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_L} ; \varepsilon_2 = - \frac{v_{LR}}{E_L} \cdot \sigma_1 ; \varepsilon_3 = - \frac{v_{LT}}{E_L} \cdot \sigma_1 \quad (35)$$

Nesse contexto, em um corpo de prova cujo carregamento esteja na direção Longitudinal é possível obter, o módulo de elasticidade Longitudinal (E_L) e os coeficientes de Poisson nos planos Longitudinal-Tangencial (ν_{LT}) e Longitudinal-Radial (ν_{LR}), vide equação 36.

$$E_L = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} ; \nu_{LR} = - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} ; \nu_{LT} = - \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} \quad (36)$$

De forma análoga, determina-se outras seis constantes elásticas da madeira utilizando-se mais dois corpos de prova. O primeiro, com a maior dimensão sendo a Radial, obtém-se as relações da equação 37; e o segundo, com a maior dimensão sendo a Tangencial, tem-se as relações da equação 38.

$$E_R = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2} ; \nu_{RL} = - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} ; \nu_{RT} = - \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \quad (37)$$

$$E_T = \frac{\sigma_3}{\varepsilon_3} ; \nu_{TR} = - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} ; \nu_{TL} = - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \quad (38)$$

4.5.2 Determinação do Módulo de Elasticidade Transversal para madeira maciça

Com base nas transformações tensoriais apresentadas no item 4.3.5, o tensor constitutivo passa a ser função das constantes elásticas e de funções trigonométricas. Dessa maneira, ao analisar o elemento S'_{11} , transcrito na equação 39, observa-se que o módulo de elasticidade transversal (G_{RL}) torna-se função apenas do elemento S'_{11} , do módulo de elasticidade Longitudinal (E_L), do coeficiente de Poisson (ν_{LT}) e do módulo de elasticidade Radial (E_R). Com efeito, conhecendo-se essas constantes estaria então determinado o módulo de elasticidade transversal G_{RL}

$$S'_{11} = \frac{\cos^4 \theta}{E_L} + \left(\frac{1}{G_{RL}} - \frac{2\nu_{LR}}{E_L} \right) + \frac{\sin^4 \theta}{E_R} \quad (39)$$

Para isso, é suficiente a realização de um ensaio de compressão simples em um corpo de prova, cujas fibras tenham uma inclinação θ em relação a um dos eixos de simetria elástica da madeira, conforme representado na figura 21. Conseqüentemente, dispendo-se de um extensômetro na direção x'_1 é possível, pela equação 40, determinar o termo S'_{11} .

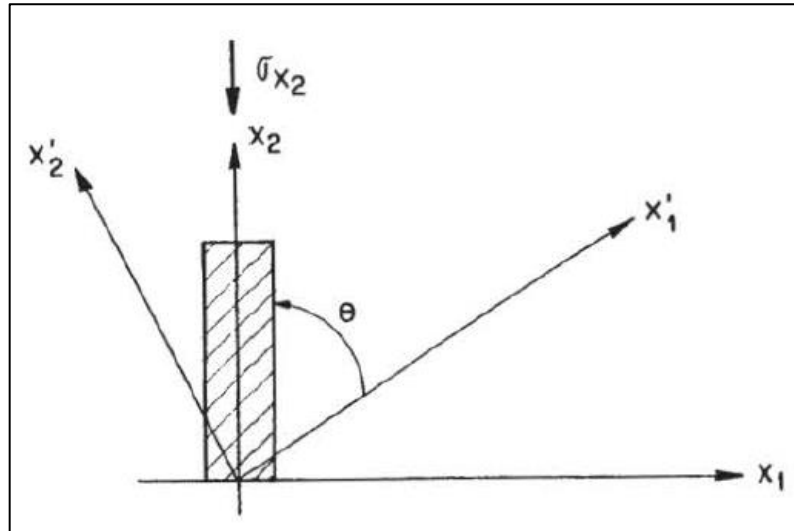


Figura 21 – Corpo de prova com as fibras inclinadas em sua posição usual de ensaio

Fonte: Mascia, 1991.

$$S'_{11} = \frac{1}{E'_\theta} = \frac{\epsilon'_\theta}{\sigma'_\theta} \quad (40)$$

Em que, E'_θ , que é obtido dividindo-se a tensão atuante na mesma inclinação (σ'_θ) pela deformação correspondente (ϵ'_θ). Dessa forma, para $\theta = 45^\circ$, no ensaio de compressão simples, tem-se que $\sigma'_\theta = \sigma_i/2$. Assim, pode-se representar E'_θ pela equação 41.

$$E'_\theta = \frac{\sigma_i}{2\epsilon'_\theta} \quad (41)$$

Portanto, a partir da equação 39, para um ângulo θ de 45° e fazendo-se as devidas simplificações pode-se determinar o módulo de elasticidade transversal na direção desejada, pela equação 42.

$$G_{ij} = \frac{E_i \cdot E_j \cdot E'_\theta}{4E_i \cdot E_i - E_j \cdot E'_\theta + (2\nu_{ji} - 1)E_i \cdot E'_\theta} \quad (42)$$

4.5.3 Determinação das constantes elásticas para o OSB

Como visto nesse trabalho, a lei constitutiva para chapas de OSB pode ser simplificada resultando em apenas quatro constantes elásticas a serem determinadas. Posto isso, para determinação dos módulos de elasticidade Transversal, Longitudinal e Vertical a metodologia utilizada baseia-se em ensaios de flexão com corpos de prova prescrito nas normas ASTM D3043 (2000) e ASTM D4761 (2002), sendo que para os dois primeiros módulos a norma preconiza o ensaio de flexão à três pontos, e para o módulo de elasticidade Vertical um ensaio de flexão à quatro pontos. As figuras 22 e 23 ilustram respectivamente tais ensaios.

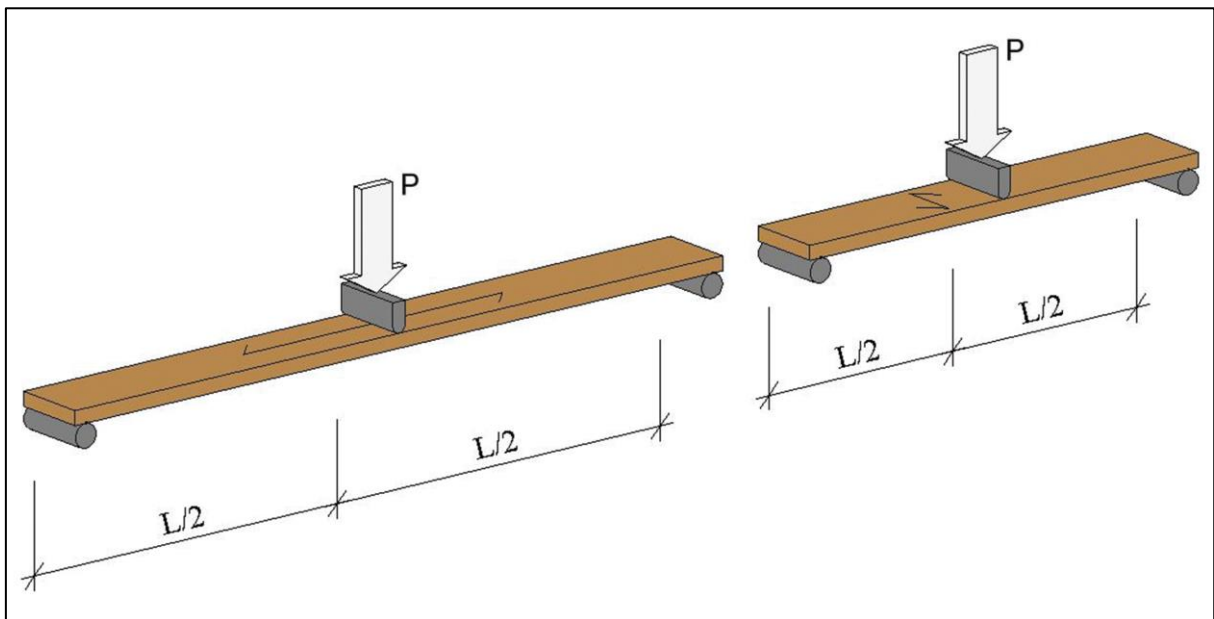


Figura 22 – Esquema de ensaio para obter os módulos de elasticidade Longitudinal e transversal

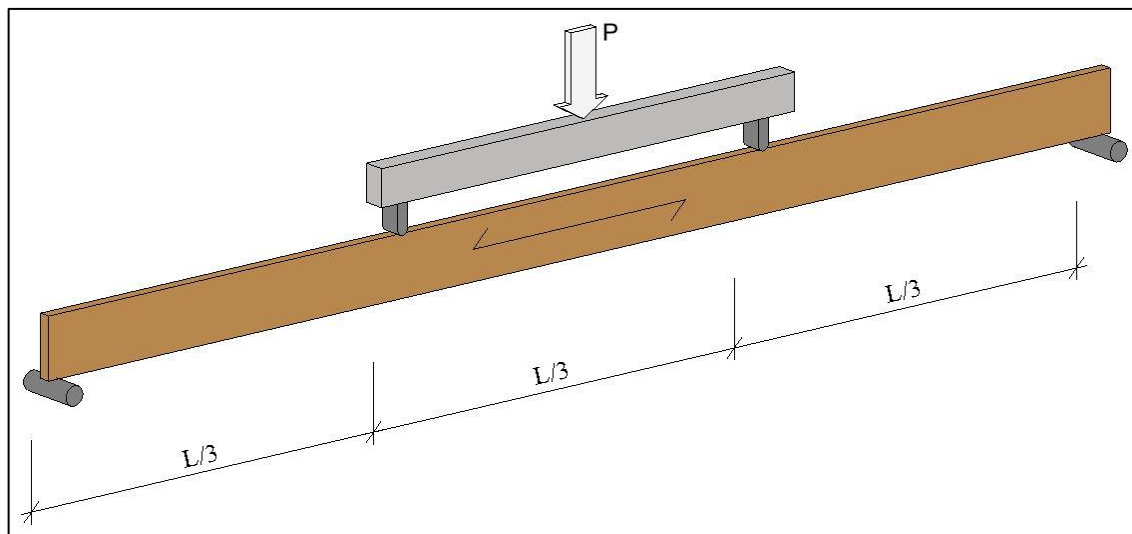


Figura 23 - Esquema de ensaio para obter o módulo de elasticidade vertical

Já para a determinação do módulo de elasticidade transversal (G_{ij}), a norma ASTM D2719 (2002) estabelece três métodos de ensaio, sendo eles “Small Panel Shear Test”, “Large Panel Shear Test” e “Two Rail Shear Test”, esquematizados nas figuras 24, 25 e 26 respectivamente. Tais métodos baseiam-se no princípio de garantir ao corpo de prova um estado puro de tensões de cisalhamento no plano da chapa. Dessa forma, utilizando-se extensômetros pode-se mensurar os deslocamentos obtidos por esse estado de tensões, sendo possível então a determinação do módulo de elasticidade transversal (G_{ij}).

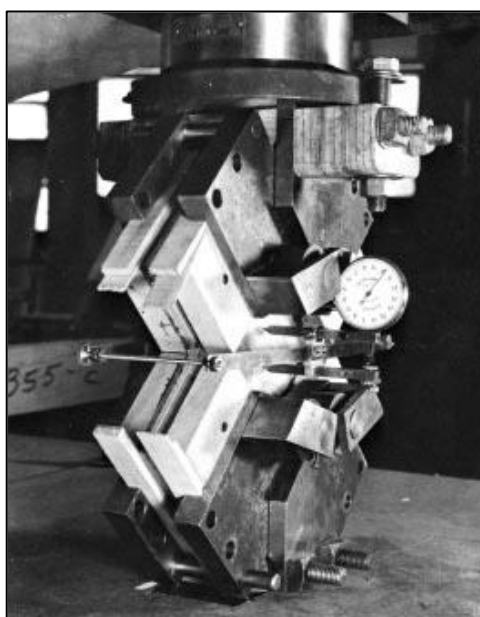


Figura 24 – Método de ensaio “Small Panel Shear Test”

Fonte: ASTM D2719 (2002).

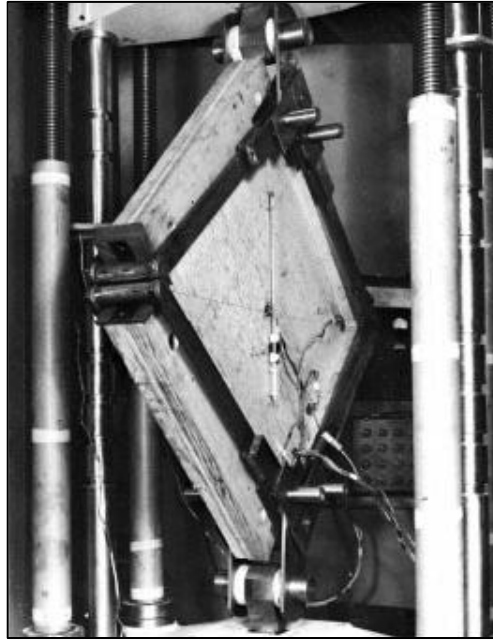


Figura 25 – Método de ensaio “Large Panel Shear Test”
Fonte: ASTM D2719 (2002).

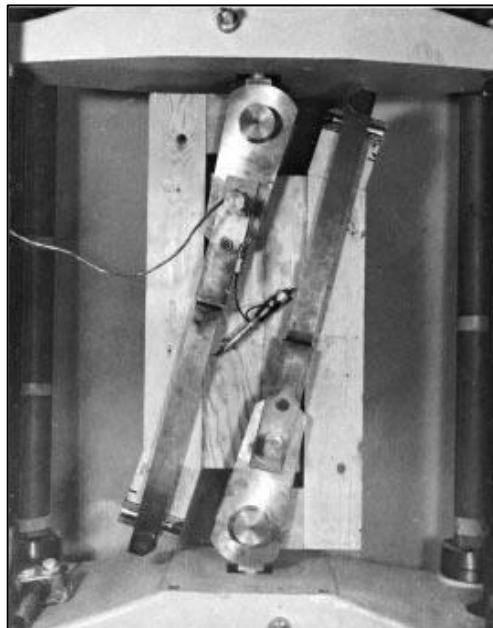


Figura 26 – Método de ensaio “Two Rail Shear Test”
Fonte: ASTM D2719 (2002).

Por fim, para determinar-se os coeficientes de Poisson, Thomas (2003) apresenta um método analítico baseado nos módulos de elasticidade Longitudinal (E_1), transversal (E_2) e de cisalhamento (G_{12}). Tal método presume o conhecimento da razão e do produto entre os coeficientes de Poisson (ν_{12} e ν_{21}). A razão entre esses coeficientes pode ser obtida pela simetria

do tensor constitutivo, descrita na equação 43. Já para encontrar o produto desses coeficientes, Bares⁵ (1971 apud Thomas, 2003) apresenta a equação 44 para estimar tal valor.

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \quad (43)$$

$$G_{12} = \frac{0,5 \cdot \sqrt{E_1 \cdot E_2}}{1 + \sqrt{\nu_{12} \cdot \nu_{21}}} \quad (44)$$

A partir disso, os coeficientes de Poisson ν_{12} e ν_{21} podem ser encontrados pela solução de um sistema simples com duas equações e duas incógnitas. Dessa forma, com as devidas simplificações e substituições feitas pode-se escrever as equações 45 e 46 para representar os coeficientes de Poisson ν_{12} e ν_{21} , respectivamente.

$$\nu_{12} = \frac{E_1 \cdot \nu_{21}}{E_2} \quad (45)$$

$$\nu_{21} = \left(\frac{0,5 \cdot \sqrt{E_1 \cdot E_2}}{G_{12}} - 1 \right) \cdot \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} \quad (46)$$

4.6 VALORES E RELAÇÕES DE CONSTANTES ELASTICAS OBTIDOS NA LITERATURA

A partir do levantamento bibliográfico sobre o tema em estudo, foi possível obter uma quantidade de dados satisfatória que podem ser usadas como parâmetros para verificação dos resultados existentes e aqueles obtidos nesta pesquisa. Com isso, é apresentado uma divisão desses dados, sendo primeiramente abordado os autores e normas que apresentam as constantes elásticas e suas relações para madeira maciça, e posteriormente para as chapas de OSB.

⁵ BARES, R. **Tables for the analysis of plates slabs and diaphragm**. Wiesbaden Berlin: Bauverlag, 1971.

4.6.1 Madeira maciça

Hearmon⁶ (1948 apud Mascia, 1991), expõem uma tabela com os coeficientes de elasticidade para diversas espécies de madeira obtidos por Jenkin e outros pesquisadores. Transcreve-se aqui esses resultados, representados na tabela 2. Além disso, com os resultados dessa tabela, o autor apresenta a tabela 3 a fim de verificar a simetria do tensor constitutivo.

Tabela 2 - Valores médios para as constantes elásticas da madeira (E_i e G_{ij} em MPa)

Espécie	E_L	E_R	E_T	G_{LT}	G_{LR}	G_{RT}
Oak	53000	21400	9700	7600	12900	3900
Beech	137000	22400	11400	10600	16100	4600
Spruce	107000	7100	4300	6200	5000	230
Oregon pine	164000	13000	9000	9100	11800	790
Espécie	ν_{RT}	ν_{RL}	ν_{TR}	ν_{TL}	ν_{LR}	ν_{LT}
Oak	0,64	0,13	0,3	0,086	0,33	0,5
Beech	0,75	0,073	0,36	0,044	0,45	0,51
Spruce	0,51	0,03	0,31	0,025	0,38	0,51
Oregon pine	0,63	0,028	0,4	0,024	0,43	0,37

Fonte: Hearmon (1948 apud Mascia, 1991).

Tabela 3 – Simetria do tensor S_{ij}

Espécies	Oak	Beech	Spruce	Oregon pine
ν_{LR}/E_L	0,062	0,033	0,028	0,026
ν_{RL}/E_R	0,061	0,033	0,041	0,035
ν_{LT}/E_L	0,094	0,037	0,024	0,031
ν_{TL}/E_T	0,089	0,039	0,033	0,026
ν_{RT}/E_R	0,310	0,320	0,640	0,540
ν_{TR}/E_T	0,300	0,330	0,680	0,620

Fonte: Hearmon (1948 apud Mascia, 1991).

Mascia (1991), também apresenta alguns valores de constantes elásticas para algumas espécies brasileiras, conforme representados na tabela 4.

⁶ HEARMON, R. F. S. **The elasticity of wood and plywood.** Forest Products Research Special Report, London, v.7, n.1, p.5-44, 1948.

Tabela 4 – Valores médios para as constantes elásticas da madeira (E_i e G_{ij} em MPa)

Espécie	E_L	E_R	E_T	G_{LT}	G_{LR}	G_{RT}
Guarapuvú	3507,5	519,5	287,2	420,8	377,8	72,9
Ipê	18043,9	1748,1	960,5	831,2	620,2	356,3
Angico	8558,5	759	462,1	727,1	542,4	248,6
Pinus	5471	1049,4	737,6	307	542,6	116,3
Espécie	ν_{RT}	ν_{RL}	ν_{TR}	ν_{TL}	ν_{LR}	ν_{LT}
Guarapuvú	0,6802	0,0662	0,3458	0,0448	0,4818	0,5019
Ipê	0,6136	0,0371	0,3532	0,0270	0,4345	0,4790
Angico	0,8068	0,0484	0,4975	0,0239	0,5089	0,4549
Pinus	0,6393	0,0858	0,4509	0,0477	0,3701	0,3346

Fonte: Mascia, 1991.

De posse desses dados, pode-se constatar a simetria do tensor constitutivo e que as relações entre os coeficientes elásticos da madeira seguem o seguinte padrão:

- $E_L \gg E_R > E_T$;
- $G_{LT} \cong G_{LR} > G_{RT}$;
- $\nu_{RT} > \nu_{LT} \cong \nu_{LR} \cong \nu_{TR} \gg \nu_{RL} \cong \nu_{TL}$.

Da mesma forma Bodig e Jayne (1982), expõem as relações entre as constantes elásticas da madeira, além de apresentar uma tabela com valores médios para os coeficientes de Poisson. Tais relações são apresentadas a seguir e logo na sequência a tabela 5 com esses coeficientes.

- $E_L : E_R : E_T \cong 20 : 1,6 : 1$;
- $G_{LR} : G_{LT} : G_{RT} \cong 10 : 9,4 : 1$;
- $E_L : G_{LR} \cong 14 : 1$.

Tabela 5 - Valores médios para os coeficientes de Poisson

Coeficiente de Poisson	Coníferas	Folhosas
ν_{LR}	0,370	0,370
ν_{LT}	0,420	0,500
ν_{RT}	0,470	0,670
ν_{TR}	0,350	0,330
ν_{RL}	0,041	0,044
ν_{TL}	0,033	0,027

Fonte: Bodig e Jayne, 1982.

Outras pesquisas, como a de Ballarin e Nogueira (2003) e Trinca (2011) caracterizaram as constantes elásticas da madeira, sendo seus resultados apresentados nas tabelas 6 e 7 respectivamente.

Tabela 6 - Valores médios para as constantes elásticas da madeira (E_i e G_{ij} em MPa)

Espécie	E_L	E_R	ν_{LR}	ν_{LT}	ν_{RL}	ν_{RT}	G_{LR}
<i>Eucalyptus Citriodora</i>	16981	1825	0,23	0,48	0,013	0,70	861

Fonte: Ballarin e Nogueira, 2003.

Tabela 7 - Valores médios para as constantes elásticas da madeira (E_i e G_{ij} em MPa)

Espécie	E_L	E_R	E_T	G_{RT}	G_{LT}	G_{LR}
Garapeira	14333	2323	1452	536	1489	1865
Cupiúba	13583	2113	1813	642	892	1950
Eucalipto saligna	13617	3680	2180	829	1172	2360
Espécie	ν_{RL}	ν_{TL}	ν_{LR}	ν_{TR}	ν_{LT}	ν_{RT}
Garapeira	0,040	0,078	0,180	0,330	0,250	0,790
Cupiúba	0,045	0,075	0,222	0,320	0,280	0,830
Eucalipto saligna	0,038	0,060	0,333	0,300	0,780	0,420

Fonte: Trinca, 2011.

Ballarin e Nogueira (2003), ainda apresentam as relações entre o módulo de elasticidade Radial e Longitudinal ($E_R \cong E_L/10$) transversal no plano LR e Longitudinal ($G_{LR} \cong E_L/20$). Já Trinca (2011), sintetiza duas tabelas, a primeira, tabela 8, expõem as relações de simetria do tensor constitutivo e a segunda, tabela 9, apresenta as relações entre as constantes elásticas obtidas em sua pesquisa.

Tabela 8 – Valores médios das relações do tensor S_{ij} (10^{-5})

Espécies	Garapeira	Cupiúba	Eucalipto saligna
v_{LR}/E_L	1,25	1,63	2,44
v_{RL}/E_R	1,72	2,13	1,03
v_{LT}/E_L	1,74	2,06	5,72
v_{TL}/E_T	5,37	4,14	2,75
v_{RT}/E_R	34,01	39,28	11,41
v_{TR}/E_T	22,73	17,65	13,76

Fonte: Trinca, 2011.

Tabela 9 – Relações médias entre parâmetros elásticos longitudinais e transversais

Espécies	Garapeira	Cupiúba	Eucalipto saligna
E_L/E_T	9,9	7,5	6,2
E_R/E_T	1,6	1,2	1,7
G_{LR}/G_{RT}	3,5	3,0	2,8
G_{LT}/G_{RT}	2,8	1,4	1,4
E_L/G_{LR}	7,7	7,0	5,8

Fonte: Trinca, 2011.

Ademais, com enfoque nos coeficientes de Poisson nos planos Longitudinal-Radial e Longitudinal-Tangencial, mais recentemente, Lahr et all (2014), apresentam tais constantes na tabela 10 para as madeiras de Peroba Rosa e Jatobá.

Tabela 10 - Valores médios para os coeficientes de Poisson nos planos LR e LT

Espécies	ν_{LR}	ν_{LT}
Peroba Rosa	0,27	0,43
Jatobá	0,25	0,52

Fonte: Lahr et al, 2014.

Além dos autores citados acima, o USDA (2010) apresenta uma sequência de 3 tabelas com propriedades de resistência e rigidez de espécies comerciais de madeira dos EUA para ser usado no dimensionamento estrutural, a tabela 11 é uma adaptação das tabelas do USDA (2010). Em seguida, na tabela 12 constam as propriedades de algumas espécies de madeira presentes em duas tabelas da ABNT NBR 7190 (1997).

Tabela 11 - Propriedades de resistência e rigidez de algumas espécies de madeiras comerciais dos Estados Unidos da América

(Continua)

Espécie	U	f_M (MPa)	MOE (MPa)	f_{co} (MPa)	f_{c90} (MPa)	f_{v0} (MPa)	$\frac{E_z}{E_x}$	$\frac{E_y}{E_x}$	$\frac{G_{xy}}{E_x}$	$\frac{G_{xz}}{E_x}$	$\frac{G_{yz}}{E_x}$	ν_{xy}	ν_{xz}	ν_{yz}	ν_{zy}	ν_{yx}	ν_{zx}
Folhosas																	
Ash, white	12%	103	12	51,1	8	13,2	0,080	0,125	0,109	0,077	-	0,371	0,440	0,684	0,360	0,059	0,051
Aspen, quaking	12%	58	8.100	29,3	2,6	5,9	-	-	-	-	-	0,489	0,374	-	0,496	0,054	0,022
Balsa	-	-	-	-	-	-	0,015	0,046	0,054	0,037	0,005	0,229	0,488	0,665	0,231	0,018	0,009
Basswood	12%	60	10.100	32,6	2,6	6,8	0,027	0,066	0,056	0,046	-	0,364	0,406	0,912	0,346	0,034	0,022
Birch, yellow	12%	114	13.900	56,3	6,7	13	0,050	0,078	0,074	0,068	0,017	0,426	0,451	0,697	0,426	0,043	0,024
Cherry, black	12%	85	10.300	49	4,8	11,7	0,086	0,197	0,147	0,097	-	0,392	0,428	0,695	0,282	0,086	0,048
Cottonwood, eastern	12%	59	9.400	33,9	2,6	6,4	0,047	0,083	0,076	0,052	-	0,344	0,420	0,875	0,292	0,043	0,018
Mahogany, African	-	-	-	-	-	-	0,050	0,111	0,088	0,059	0,021	0,297	0,641	0,604	0,264	0,033	0,032
Mahogany, Honduras	-	-	-	-	-	-	0,064	0,107	0,066	0,086	0,028	0,314	0,533	0,600	0,326	0,033	0,034
Maple, sugar	12%	109	12.600	54	10,1	16,1	0,065	0,132	0,111	0,063	-	0,424	0,476	0,774	0,349	0,065	0,037
Maple, red	12%	92	11.300	45,1	6,9	12,8	0,067	0,140	0,133	0,074	-	0,434	0,509	0,762	0,354	0,063	0,044
Oak, red																	
<i>Black</i>	12%	96	11.300	45	6,4	13,2											
<i>Cherrybark</i>	12%	125	15.700	60,3	8,6	13,8											
<i>Laurel</i>	12%	87	11.700	48,1	7,3	12,6											
<i>Northern red</i>	12%	99	12.500	46,6	7	12,3											
<i>Pin</i>	12%	97	11.900	47	7	14,3	0,082	0,154	0,089	0,081	-	0,350	0,448	0,560	0,292	0,064	0,033
<i>Scarlet</i>	12%	120	13.200	57,4	7,7	13											
<i>Southern red</i>	12%	75	10.300	42	6	9,6											
<i>Water</i>	12%	106	13.900	46,7	7	13,9											
<i>Willow</i>	12%	100	13.100	48,5	7,8	11,4											
Oak, white																	
<i>Bur</i>	12%	71	7.100	41,8	8,3	12,5	0,072	0,163	0,086	-	-	0,369	0,428	0,618	0,300	0,074	0,036

Tabela 11 - Propriedades de resistência e rigidez de algumas espécies de madeiras comerciais dos Estados Unidos da América

(Continua)

Espécie	U	f_M (MPa)	MOE (MPa)	f_{co} (MPa)	f_{c90} (MPa)	f_{v0} (MPa)	$\frac{E_z}{E_x}$	$\frac{E_y}{E_x}$	$\frac{G_{xy}}{E_x}$	$\frac{G_{xz}}{E_x}$	$\frac{G_{yz}}{E_x}$	ν_{xy}	ν_{xz}	ν_{yz}	ν_{zy}	ν_{yx}	ν_{zx}
<i>Chestnut</i>	12%	92	11	47,1	5,8	10,3											
<i>Live</i>	12%	127	13.700	61,4	19,6	18,3											
<i>White</i>	12%	105	12.300	51,3	7,4	13,8											
<i>Overcup</i>	12%	87	9.800	42,7	5,6	13,8	0,072	0,163	0,086	-	-	0,369	0,428	0,618	0,300	0,074	0,036
<i>Post</i>	12%	91	10.400	45,3	9,9	12,7											
<i>Swamp chestnut</i>	12%	96	12.200	50,1	7,7	13,7											
<i>Swamp White</i>	12%	122	14.100	59,3	8,2	13,8											
Coníferas																	
Baldcypress	12%	73	9.900	43,9	5	6,9	0,039	0,084	0,063	0,054	0,007	0,338	0,326	0,411	0,356	-	-
Cedar, northern white	12%	45	5.500	27,3	2,1	5,9	0,081	0,183	0,210	0,187	0,015	0,337	0,340	0,458	0,345	-	-
Cedar, western red	12%	51,7	7.700	31,4	3,2	6,8	0,055	0,081	0,087	0,086	0,005	0,378	0,296	0,484	0,403	-	-
Douglas-fir,																	
<i>Coast</i>	12%	85	13.400	49,9	5,5	7,8											
<i>Interior West</i>	12%	87	12.600	51,2	5,2	8,9	0,050	0,068	0,064	0,078	0,007	0,292	0,449	0,390	0,374	0,036	0,029
<i>Interior North</i>	12%	90	12.300	47,6	5,3	9,7											
<i>Interior South</i>	12%	82	10.300	43	5,1	10,4											
Fir, subalpine	12%	59	8.900	33,5	2,7	7,4	0,039	0,102	0,070	0,058	0,006	0,341	0,332	0,437	0,336	-	-
Hemlock, western	12%	78	11.300	49	3,8	8,6	0,031	0,058	0,038	0,032	0,003	0,485	0,423	0,442	0,382	-	-
Larch, western	12%	90	12.900	52,5	6,4	9,4	0,065	0,079	0,063	0,069	0,007	0,355	0,276	0,389	0,352	-	-
Pine																	
<i>Loblolly</i>	12%	88	12.300	49,2	5,4	9,6	0,078	0,113	0,082	0,081	0,013	0,328	0,292	0,382	0,362	-	-
<i>Lodgepole</i>	12%	65	9.200	37	4,2	6,1	0,068	0,102	0,049	0,046	0,005	0,316	0,347	0,469	0,381	-	-
<i>Longleaf</i>	12%	100	13.700	58,4	6,6	10,4	0,055	0,102	0,071	0,060	0,012	0,332	0,365	0,384	0,342	-	-

Tabela 11 - Propriedades de resistência e rigidez de algumas espécies de madeiras comerciais dos Estados Unidos da América

Espécie	U	f_M (MPa)	MOE (MPa)	f_{co} (MPa)	f_{c90} (MPa)	f_{v0} (MPa)	(Conclusão)										
							$\frac{E_z}{E_x}$	$\frac{E_y}{E_x}$	$\frac{G_{xy}}{E_x}$	$\frac{G_{xz}}{E_x}$	$\frac{G_{yz}}{E_x}$	v_{xy}	v_{xz}	v_{yz}	v_{zy}	v_{yx}	v_{zx}
<i>Pond</i>	12%	80	12.100	52	6,3	9,5	0,041	0,071	0,050	0,045	0,009	0,280	0,364	0,389	0,320	-	-
<i>Ponderosa</i>	12%	65	8.900	36,7	4	7,8	0,083	0,122	0,138	0,115	0,017	0,337	0,400	0,426	0,359	-	-
<i>Red</i>	12%	76	11.200	41,9	4,1	8,4	0,044	0,088	0,096	0,081	0,011	0,347	0,315	0,408	0,308	-	-
<i>Slash</i>	12%	112	13.700	56,1	7	11,6	0,045	0,074	0,055	0,053	0,010	0,392	0,444	0,447	0,387	-	-
<i>Sugar</i>	12%	57	8.200	30,8	3,4	7,8	0,087	0,131	0,124	0,113	0,019	0,356	0,349	0,428	0,358	-	-
<i>Western white</i>	12%	67	10.100	34,7	3,2	7,2	0,038	0,078	0,052	0,048	0,005	0,329	0,344	0,410	0,334	-	-
Redwood																	
<i>Old-growth</i>	12%	69	9.200	42,4	4,8	6,5	0,089	0,087	0,066	0,077	0,011	0,360	0,346	0,373	0,400	-	-
<i>Young-growth</i>	12%	54	7.600	36	3,6	7,6											
Spruce, Sitka	12%	64	8.900	30,9	2,8	8,3	0,043	0,078	0,064	0,061	0,003	0,372	0,467	0,435	0,245	0,040	0,025
Spruce, Engelmann	12%	70	10.800	38,7	4	7,9	0,059	0,128	0,124	0,120	0,010	0,422	0,462	0,530	0,255	0,083	0,058

Fonte: Adaptado do USDA (2010)

Os valores de módulo de elasticidade à flexão (MOE) indicados na tabela foram obtidos por ensaios em vigas bi apoiadas, com carga no centro do vão e relação L/H igual a 14.

O módulo de elasticidade à compressão paralela às fibras (E_x) pode ser determinado multiplicando o valor de MOE por 1,10.

U: teor de umidade;

f_M : resistência à flexão;

MOE = módulo de elasticidade à flexão;

f_{co} : resistência à compressão paralela às fibras;

f_{c90} : resistência à compressão perpendicular às fibras;

f_{v0} : resistência ao cisalhamento paralelo às fibras;

x: direção Longitudinal;

y: direção Radial;

z: direção Tangencial.

Tabela 12 - Valores médios de propriedades para madeira folhosas e coníferas nativas e de reflorestamento

									(Continua)
Nome Comum	Nome Científico	$\rho_{ap}^{12\%}$ kg/m ³	f_{c0} MPa	f_{t0} MPa	f_{t90} MPa	f_v MPa	E_{c0} MPa	n	
Madeiras folhosas nativas e de reflorestamento									
Angelim araroba	<i>Vataireopsis araroba</i>	688	50,5	69,2	3,1	7,1	12.876	15	
Angelim ferro	<i>Hymenolobium spp</i>	1170	79,5	117,8	3,7	11,8	20.827	20	
Angelim pedra	<i>Hymenolobium petraeum</i>	694	59,8	75,5	3,5	8,8	12.912	39	
Angelim pedra verdadeiro	<i>Dinizia excelsa</i>	1170	76,7	104,9	4,8	11,3	16.694	12	
Branquilha	<i>Termilalia spp</i>	803	48,1	87,9	3,2	9,8	13.481	10	
Cafearana	<i>Andira spp</i>	677	59,1	79,7	3,0	5,9	14.098	11	
Canafístula	<i>Cassia ferruginea</i>	871	52,0	84,9	6,2	11,1	14.613	12	
Casca grossa	<i>Vochysia spp</i>	801	56,0	120,2	4,1	8,2	16.224	31	
Castelo	<i>Gossypiospermum praecox</i>	759	54,8	99,5	7,5	12,8	11.105	12	
Cedro amargo	<i>Cedrella odorata</i>	504	39,0	58,1	3,0	6,1	9.839	21	
Cedro doce	<i>Cedrella spp</i>	500	31,5	71,4	3,0	5,6	8.058	10	
Champagne	<i>Dipterys odorata</i>	1090	93,2	133,5	2,9	10,7	23.002	12	
Cupiúba	<i>Goupia glabra</i>	838	54,4	62,1	3,3	10,4	13.627	33	
Catiúba	<i>Qualea paraensis</i>	1221	83,8	86,2	3,3	11,1	19.426	13	
<i>E. Alba</i>	<i>Eucalyptus alba</i>	705	47,3	69,4	4,6	9,5	13.409	24	
<i>E. Camaldulensis</i>	<i>Eucalyptus camaldulensis</i>	899	48,0	78,1	4,6	9,0	13.286	18	
<i>E. Citriflora</i>	<i>Eucalyptus citriflora</i>	999	62,0	123,6	3,9	10,7	18.421	68	
<i>E. Cloeziana</i>	<i>Eucalyptus cloeziana</i>	822	51,8	90,8	4,0	10,5	13.963	21	
<i>E. Dunnii</i>	<i>Eucalyptus dunnii</i>	690	48,9	139,2	6,9	9,8	18.029	16	
<i>E. Grandis</i>	<i>Eucalyptus grandis</i>	640	40,3	70,2	2,6	7,0	12.813	103	
<i>E. Maculata</i>	<i>Eucalyptus maculata</i>	931	63,5	115,6	4,1	10,6	18.099	53	
<i>E. Maidene</i>	<i>Eucalyptus maidene</i>	924	48,3	83,7	4,8	10,3	14.431	10	
<i>E. Microcorys</i>	<i>Eucalyptus microcorys</i>	929	54,9	118,6	4,6	10,3	16.782	31	
<i>E. Paniculata</i>	<i>Eucalyptus paniculata</i>	1087	72,7	147,4	4,7	12,4	19.881	29	
<i>E. Propinqua</i>	<i>Eucalyptus propinqua</i>	952	51,6	89,1	4,7	9,7	15.561	63	
<i>E. Punctata</i>	<i>Eucalyptus punctata</i>	948	78,5	125,6	6,0	12,9	19.360	70	
<i>E. Saligna</i>	<i>Eucalyptus saligna</i>	731	46,8	95,5	4,0	8,2	14.933	67	
<i>E. Tereticornis</i>	<i>Eucalyptus tereticornis</i>	899	57,7	115,9	4,6	9,7	17.189	29	
<i>E. Triantha</i>	<i>Eucalyptus triantha</i>	755	53,9	100,9	2,7	9,2	14.617	08	
<i>E. Umbra</i>	<i>Eucalyptus umbra</i>	889	42,7	90,4	3,0	9,4	14.577	08	
<i>E. Urophylla</i>	<i>Eucalyptus urophylla</i>	739	46,0	85,1	4,1	8,3	13.166	86	
Garapa Roraima	<i>Apuleia leiocarpa</i>	892	78,4	108,0	6,9	11,9	18.359	12	
Guaíçara	<i>Luetzelburgia spp</i>	825	71,4	115,6	4,2	12,5	14.624	11	
Guaruaia	<i>Peltophorum vogelianum</i>	919	62,4	70,9	5,5	15,5	17.212	13	
Ipê	<i>Tabebuia serratifolia</i>	1068	76,0	96,8	3,1	13,1	18.011	22	
Jatobá	<i>Hymenaea spp</i>	1074	93,3	157,5	3,2	15,7	13.607	20	
Louro preto	<i>Ocotea spp</i>	684	56,5	111,9	3,3	9,0	14.185	24	
Maçaranduba	<i>Manilkara spp</i>	1143	82,9	138,5	5,4	14,9	22.733	12	
Mandioqueira	<i>Qualea spp</i>	856	71,4	89,1	2,7	10,6	18.971	16	
Oiticica amarela	<i>Clarisia racemosa</i>	756	69,9	82,5	3,9	10,6	14.719	12	
Quarubarana	<i>Erismia uncinatum</i>	544	37,8	58,1	2,6	5,8	9.067	11	
Sucupira	<i>Diploptropis spp</i>	1106	95,2	123,4	3,4	11,8	21.724	12	
Tatajuba	<i>Bagassa guianensis</i>	940	79,5	78,8	3,9	12,2	19.583	10	
Coníferas nativas e de reflorestamento									
Pinho do Paraná	<i>Araucaria angustifolia</i>	589	40,9	93,1	1,6	8,8	15.225	15	
<i>Pinus caribea</i>	<i>Pinus caribea var. caribea</i>	579	35,4	64,8	3,2	7,8	8.431	28	
<i>Pinus bahamensis</i>	<i>Pinus caribea var. bahamensis</i>	537	32,6	52,7	2,4	6,8	7.110	32	
<i>Pinus hondurensis</i>	<i>Pinus caribea var. hondurensis</i>	535	42,3	50,3	2,6	7,8	9.868	99	
<i>Pinus elliottii</i>	<i>Pinus elliottii var. elliottii</i>	560	40,4	66,0	2,5	7,4	11.889	21	

Tabela 12 - Valores médios de propriedades para madeira folhosas e coníferas nativas e de reflorestamento

		(Conclusão)						
<i>Pinus oocarpa</i>	<i>Pinus oocarpa shiede</i>	538	43,6	60,9	2,5	8,0	10.904	71
<i>Pinus taeda</i>	<i>Pinus taeda L.</i>	645	44,4	82,8	2,8	7,7	13.304	15

ρ_{ap} é a massa específica aparente a umidade de 12%.

f_{c0} é a resistência a compressão paralela às fibras.

f_{t0} é a resistência a tração paralela às fibras.

f_{t90} é a resistência a tração normal às fibras.

f_v é a resistência ao cisalhamento.

E_{c0} é o módulo de elasticidade Longitudinal obtido no ensaio de compressão paralela às fibras.

n é o número de corpos-de-prova ensaiados.

Notas

1 Coeficiente de variação para resistências as solicitações normais $\delta=18\%$.

2 Coeficiente de variação para resistências as solicitações tangenciais $\delta=28\%$.

Fonte: ABNT NBR 7190 (1997)

4.6.2 Chapas de OSB

Para as chapas de OSB foi possível sintetizar a tabela 13, que apresenta os coeficientes elásticos obtidos por diferentes autores e recomendados por normas. Tais coeficientes são referentes ao tipo OSB/3 (placas de suporte de carga para utilização em condições de humidade), usado neste trabalho.

Tabela 13 - Valores médios para as constantes elásticas das chapas de OSB (MPa)

Autores e normas	Módulo de elasticidade				ν_{12}	ν_{21}
	Flexão Longitudinal	Flexão Transversal	Flexão Vertical	Cisalhamento		
Dias (2004)	5463,1	2433,7	4470,9	1730,3	—	—
EN 12369 (2001)	4930,0	1980,0	—	1080,0	—	—
PS2-10 APA (2011)	4032,8	1170,8	—	—	—	—
Zhang e Quin (2010)	4134,4	2231,2	3112,4	—	—	—
Júnior e Garcia (2004)	3987,0	1756,0	—	—	—	—
Thomas (2003)	3550,0	2320,0	—	1230,0	0,23	0,16
Plenzler et al. (2013)	4356,0	3053,0	—	1391,0	—	—

5 METODOLOGIA

Para a determinação das constantes elásticas da madeira de *Eucalyptus grandis* foi utilizado um tronco com 0,4 metros de diâmetro por um metro de comprimento, como esquematizado na figura 27.

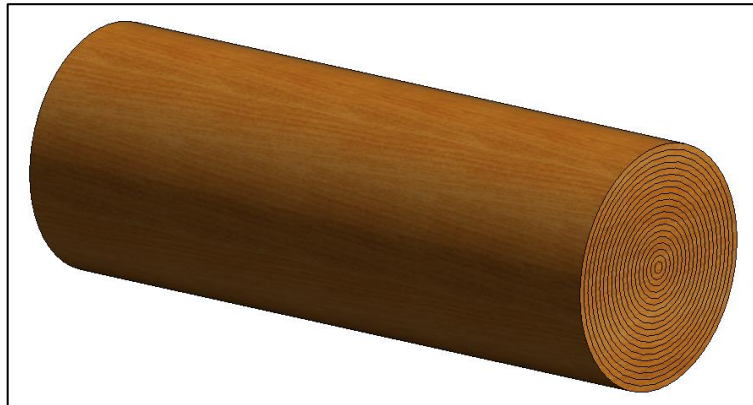


Figura 27 – Representação do tronco que foi utilizado para a confecção dos corpos de prova

A partir disso, foram demarcadas as posições de retirada dos corpos de prova, no tronco, respeitando-se as direções das fibras da madeira. Tal representação pode ser evidenciada pela figura 28, que demonstra de forma tridimensional as posições de retirada dos corpos de prova.

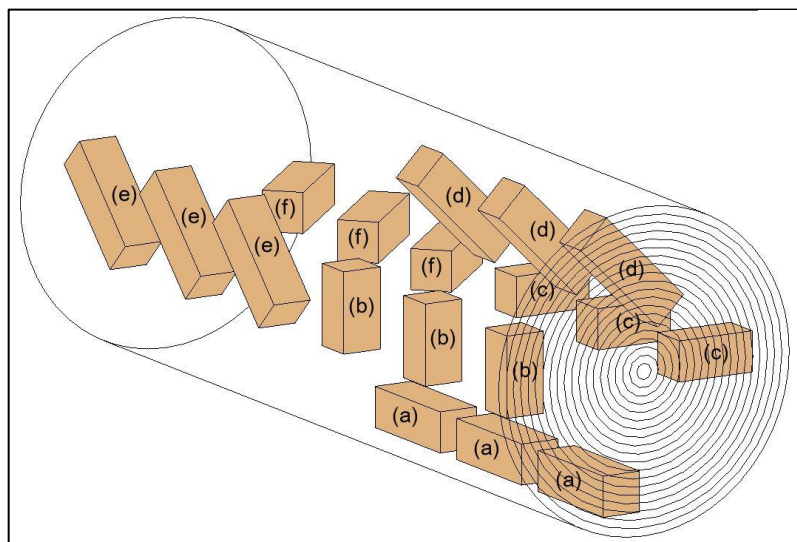


Figura 28 – Representação tridimensional da posição dos corpos de prova no indivíduo arbóreo: (a) corpo de prova Longitudinal; (b) corpo de prova Tangencial; (c) corpo de prova Radial; (d) corpo de prova inclinado 45° no plano Radial-Tangencial; (e) corpo de prova inclinado 45° no plano Longitudinal-Tangencial; (f) corpo de prova inclinado 45° no plano Longitudinal-Radial

Com base na representação tridimensional esquematizada acima, foi possível dividir o tronco em partes menores, como representado na figura 29, a fim de facilitar a retirada dos corpos de prova. Dessa forma, utilizou-se da desgrossadeira e plaina com a finalidade de reduzir as dimensões desses pedaços de madeira em tábuas, facilitando assim a confecção dos corpos de prova.



Figura 29 – Peças de madeira extraídas do tronco.

Em seguida, os corpos de prova foram cortados nos comprimentos adequados com o auxílio da serra circular. A figura 30, representa a retirada dos corpos de prova com inclinação de 45° no plano Longitudinal-Radial, em que se observa o cuidado tomado com a inclinação das fibras.



Figura 30 – Confeção dos corpos de prova com inclinação de 45° no plano Longitudinal-Radial.

Nesse contexto, foram confeccionados três corpos de prova para cada direção indicada na figura 31, totalizando 18 amostras. Assim, foram feitos três corpos de prova com a maior dimensão na direção Longitudinal (I), três com a maior dimensão na direção Radial (II), três com a maior dimensão na direção Tangencial (III), três com a maior dimensão inclinada no plano Longitudinal-Radial (IV), três com a maior dimensão inclinada no plano Radial-Tangencial (V) e três com a maior dimensão inclinada no plano Longitudinal-Tangencial (VI). Assim, desses corpos de provas foram mensuradas as constantes elásticas indicadas na tabela 14.

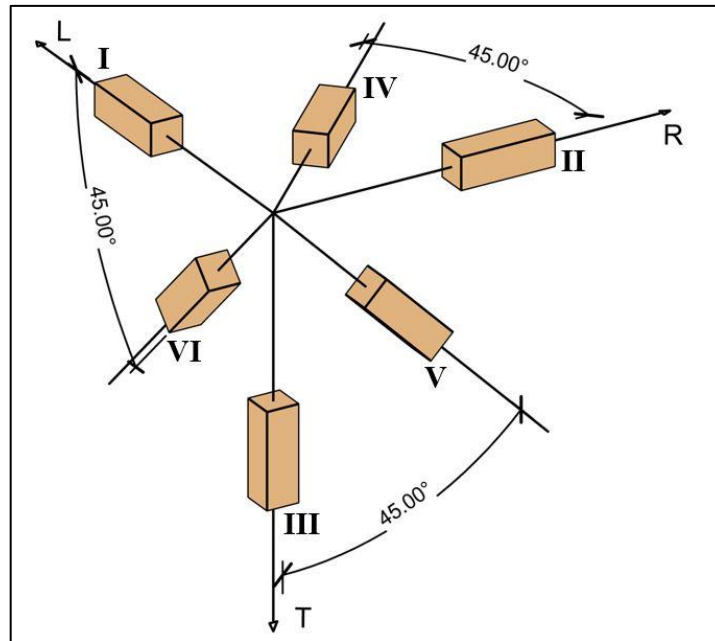


Figura 31 – Posições para retirada dos corpos de prova.

Tabela 14 - Posições básicas dos corpos de prova para mensuração dos parâmetros elásticos.

Posição	I	II	III	IV	V	VI
Parâmetros elásticos mensurados	$E_L = \frac{\sigma_L}{\varepsilon_L}$	$E_R = \frac{\sigma_R}{\varepsilon_R}$	$E_T = \frac{\sigma_T}{\varepsilon_T}$			
	$\nu_{LT} = -\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_L}$	$\nu_{RL} = -\frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_R}$	$\nu_{TR} = -\frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_T}$	G_{LR}	G_{TR}	G_{LT}

As dimensões dos corpos de prova estão de acordo com a ABNT NBR 7190 (1997) – Projeto de estruturas de Madeira (Anexo B: Determinação das propriedades das madeiras para projeto de estruturas), em que para direção Longitudinal e as direções inclinadas suas dimensões estão em conformidade com as indicadas na figura 32. Já para as direções Tangencial e Radial as dimensões utilizadas foram as indicadas na figura 33.

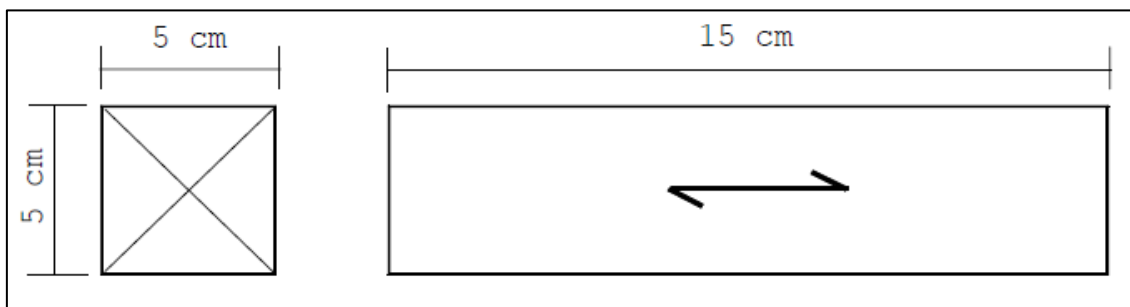


Figura 32 – Corpo de prova para ensaio de compressão paralela às fibras

Fonte: ABNT NBR 7190 (1997), Anexo B.

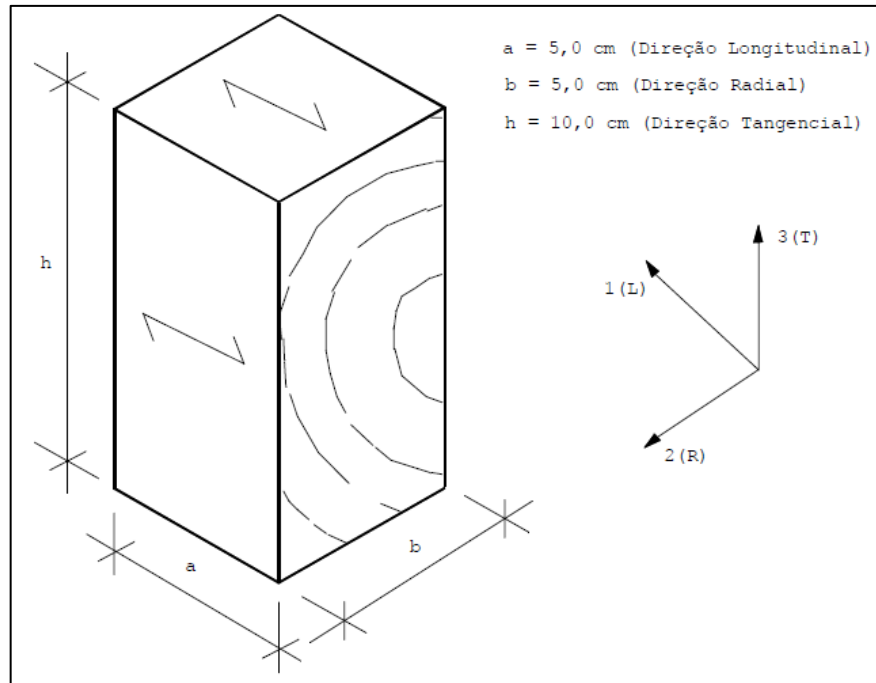


Figura 33 – Dimensões do corpo de prova para ensaio de compressão normal às fibras
 Fonte: ABNT NBR 7190 (1997), Anexo B.

Ainda segundo a ABNT NBR 7190 (1997), foram retirados do tronco 12 corpos de prova para determinação da umidade e densidade da madeira. Tais amostras foram extraídas com seção transversal de 3 cm por 2 cm e comprimento de 5 cm. A figura 34 mostra os corpos de prova obtidos.



Figura 34 – Corpos de prova para determinação da umidade e densidade aparente

A fim de determinar as constantes elásticas do OSB, foram confeccionados doze corpos de prova na posição horizontal, seis deles com a maior dimensão na direção Longitudinal

e os outros seis com a maior dimensão na direção Transversal, sendo que suas dimensões estão de acordo com a norma ASTM D3043 (2000) (método A) indicadas na figura 35. Além disso, foram confeccionados cinco corpos de prova na posição vertical, com dimensões representadas na figura 36, conforme a norma ASTM D4761 (2002).

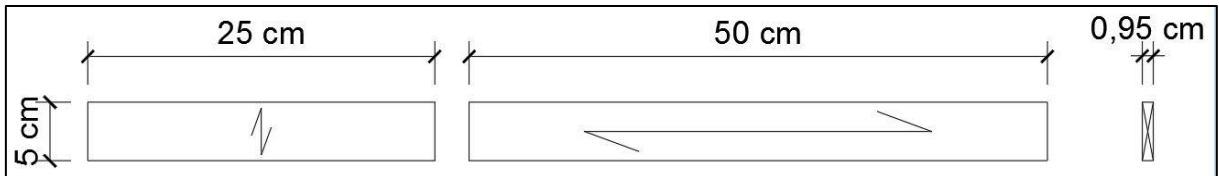


Figura 35 – Dimensões dos corpos de prova à flexão Transversal e Longitudinal.

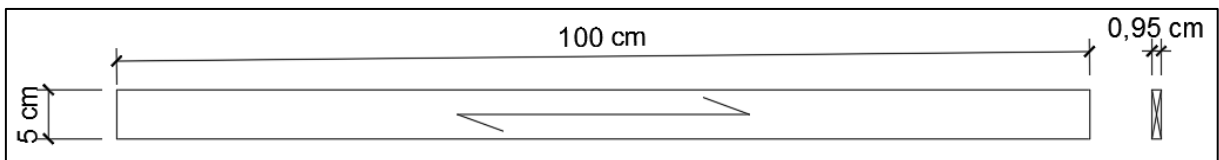


Figura 36 – Dimensões corpo de prova à flexão vertical.

Ademais, para obter-se o módulo de elasticidade transversal (G) do OSB foi necessário adaptar o modelo de corpo de prova indicado na norma ASTM D2719 (2002) (método C - *Two-Rail Test*). Dessa forma, foram confeccionados seis corpos de prova, com as dimensões representadas na figura 37.

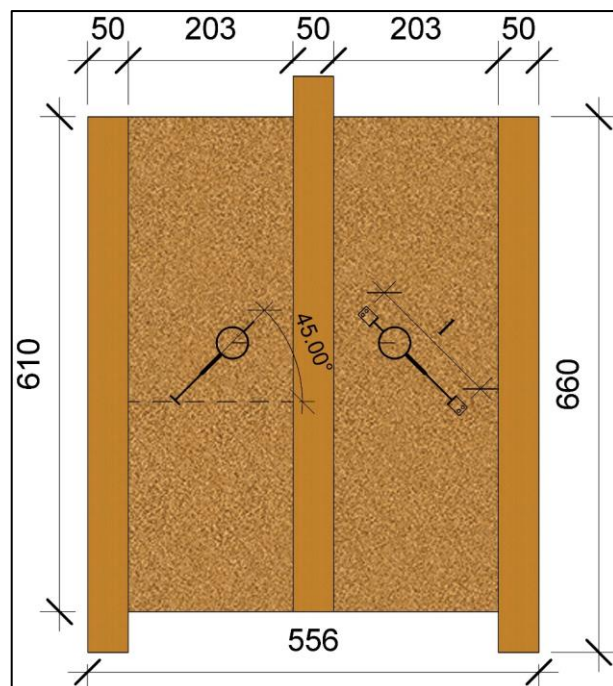


Figura 37 – Corpo de prova adaptado da norma ASTM D2719 (2002) (*dimensões em mm).

Os montantes possuem seção transversal retangular de 50 mm por 40 mm, com altura de 660 mm e foram produzidos de madeira maciça de *pinus ssp.* A chapa de OSB, com espessura nominal de 9,5 mm, foi cortada nas dimensões de 556 mm de largura e 610 mm de altura, mantendo assim duas regiões de cisalhamento retangulares (610 mm por 203 mm). Nas regiões de cisalhamento, foram instalados transdutores de deslocamento, orientados a 45° com a horizontal, (cuja resolução é de 0,001 mm) com o objetivo de medir a deformação por cisalhamento nas chapas.

5.1 PROCEDIMENTOS DE ENSAIO

De posse dos corpos de prova, para compressão simples, foram colados nos mesmos extensômetros elétricos de resistência da marca Kyowa com resistência de 120 ohms e comprimento de 10mm, cujo tipo é o KFG-10-120-C1-11. O processo de colagem seguiu as instruções do fabricante descritas na figura 38. Além disso, com o auxílio de um multímetro as resistências dos extensômetros foram mensuradas após cada processo de colagem e solda, como indicado na figura 39, a fim de garantir o funcionamento adequado dos extensômetros.

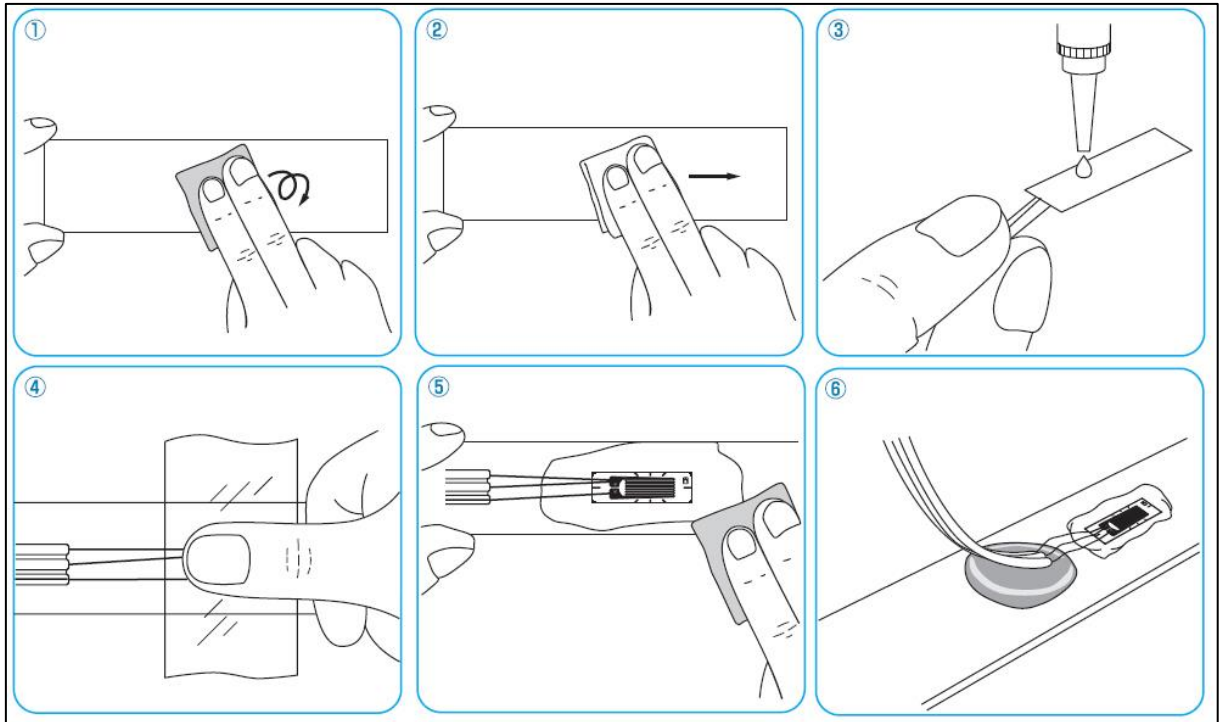


Figura 38 – Instrução para colagem dos extensômetros elétricos de resistência: (1) Lixar a área de colagem com movimentos circulares, (2) Limpe a área de colagem com algodão ou gaze imersos em álcool, (3) aplique uma gota do adesivo no extensômetro, (4) Coloque o extensômetro no local desejado e pressione por um minuto com a folha fornecida no pacote, (5) Limpe o excesso de adesivo e (6) Solde os cabos no extensômetro de madeira que haja folga entre eles

Fonte: KYOWA, 2015.

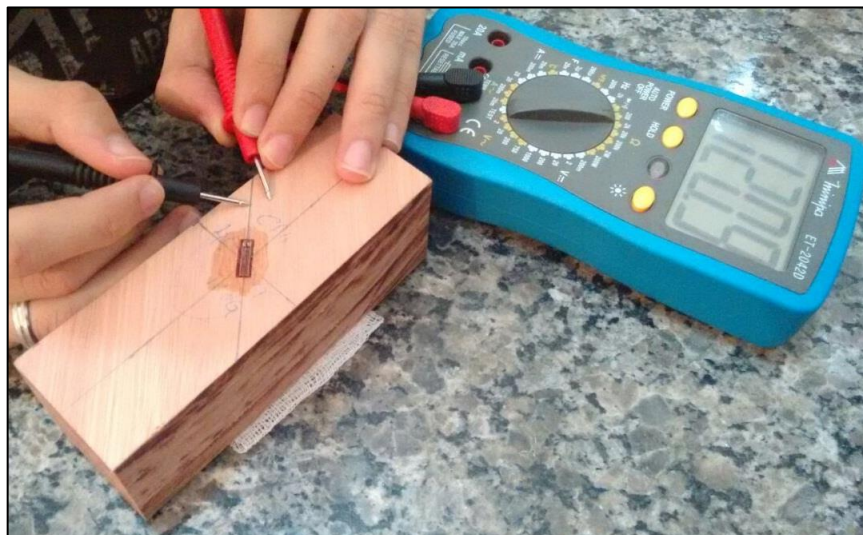


Figura 39 – Aferição da resistência do extensômetro após a colagem.

Feito isso, as constantes elásticas foram obtidas por meio de ensaios padronizados pela ABNT NBR 7190 (1997), na qual o carregamento foi realizado na máquina universal de ensaios EMIC DL 30000. Ainda segundo a norma, o ensaio seguiu a sequência representada pela figura 40, sendo coletadas deformações a 10% e 50% da tensão estimada.

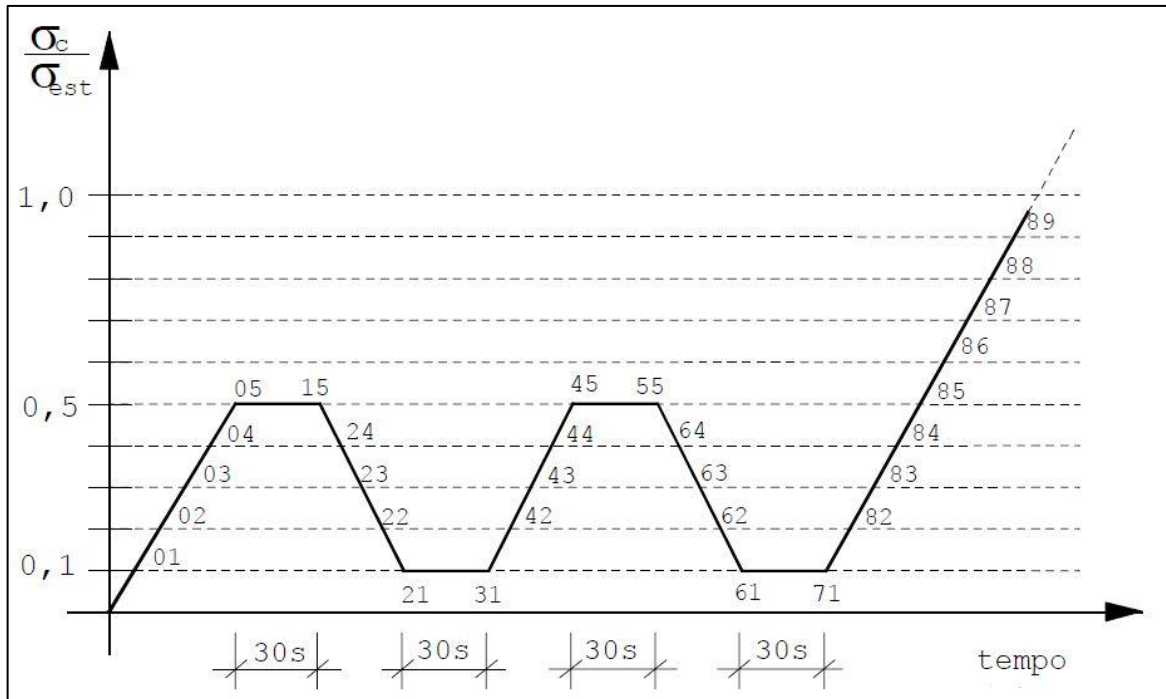


Figura 40 – Diagrama de carregamento para determinação da rigidez da madeira à compressão normal às fibras e compressão paralela às fibras
Fonte: Adaptado de ABNT NBR 7190 (1997), Anexo B.

Por fim, com o auxílio do sistema de aquisição de dados LYNX 2161 e do software AqDados determinou-se as deformações específicas dos corpos de prova, a figura 41 mostra os equipamentos usados nos ensaios. Assim, com essas deformações foi possível aferir os módulos de elasticidade, descritos nos itens subsequentes.

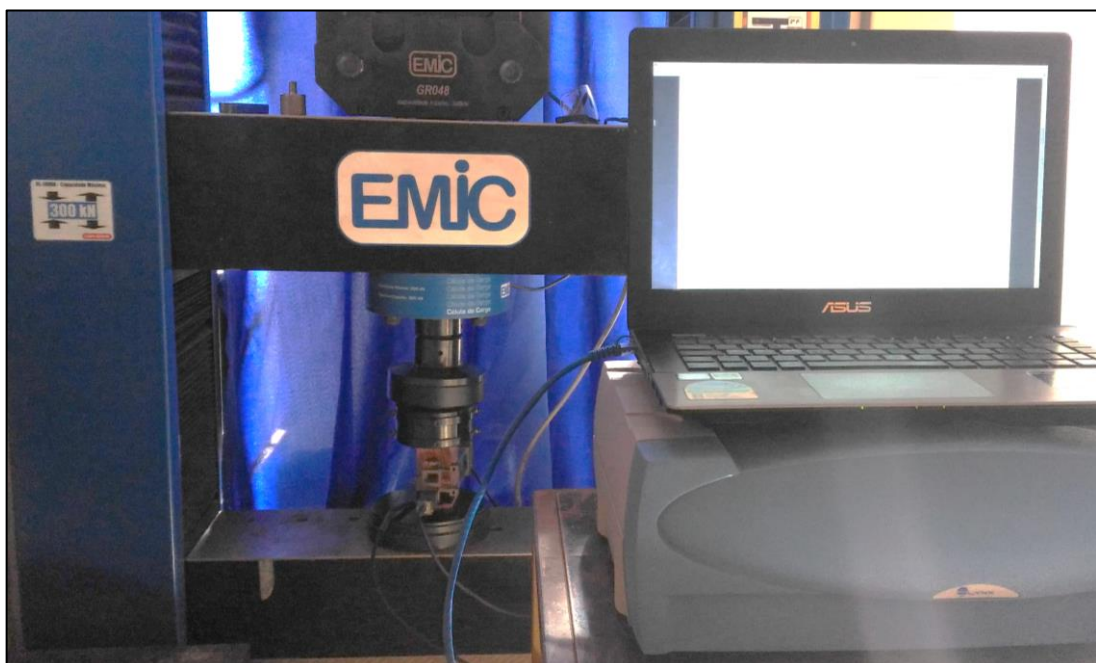


Figura 41 – Equipamentos utilizados nos ensaios dos corpos de prova

5.1.1 Corpos de prova Longitudinal, Radial e Tangencial

Para os corpos de prova Longitudinal, Radial e Tangencial, foram colados dois extensômetros elétricos de resistência, perpendiculares ao carregamento e em faces paralelas. Nas demais faces, paralelo ao carregamento, foram instalados transdutores de deslocamento, com resolução de 0,0001 mm, da máquina universal de ensaios EMIC DL 30000, conforme indicado na figura 42.

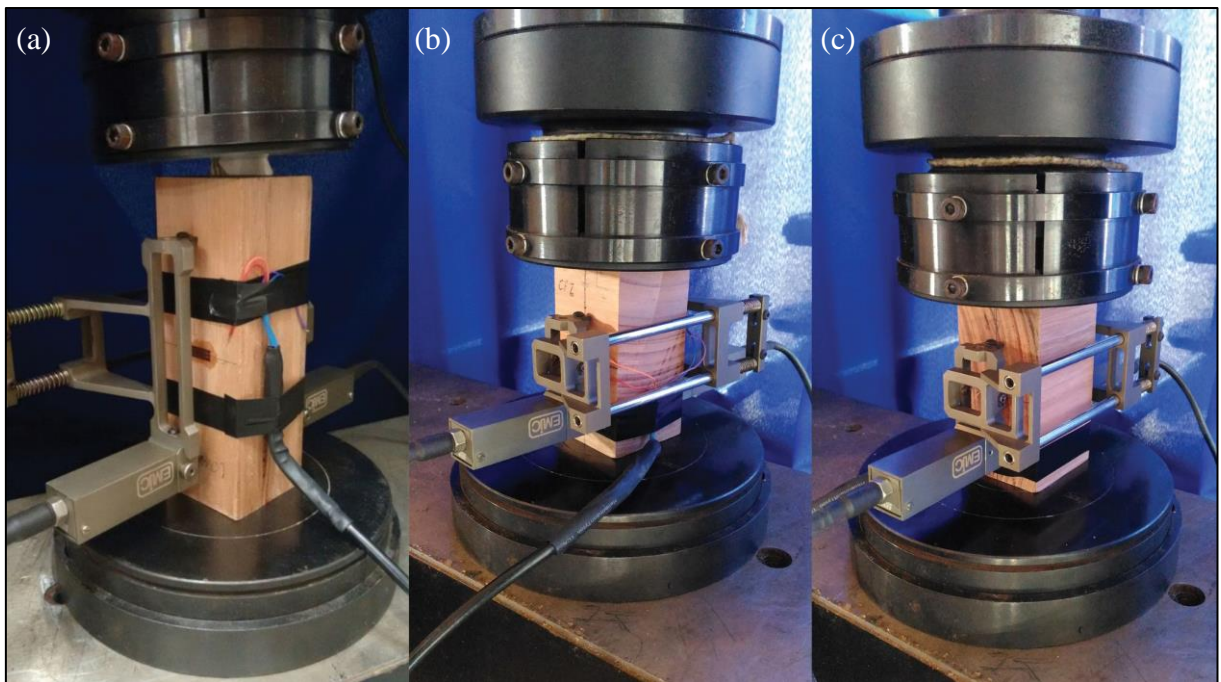


Figura 42 – (a) Ensaio corpo de prova Longitudinal, (b) Ensaio corpo de prova Radial e (c) Ensaio corpo de prova Tangencial

Dessa forma, para o corpo de prova Longitudinal, foi possível obter as deformações específicas nas direções Tangencial e Longitudinal, além da tensão na direção Longitudinal. Já para o corpo de prova Radial, foi possível obter as deformações específicas nas direções Longitudinal e Radial, além da tensão na direção Radial. Por fim, para o corpo de prova Tangencial, foi possível obter as deformações específicas nas direções Radial e Tangencial, além da tensão na direção Tangencial. Com isso, a partir das relações descritas na equação 47, determinou-se os módulos de elasticidade nas direções Longitudinal, Radial e Tangencial (E_L , E_R , E_T), além dos coeficientes de Poisson ν_{LT} , ν_{RL} e ν_{TR} .

$$E_L = \frac{\sigma_L}{\epsilon_L} ; \nu_{LT} = - \frac{\epsilon_T}{\epsilon_L} ; E_R = \frac{\sigma_R}{\epsilon_R} ; \nu_{RL} = - \frac{\epsilon_L}{\epsilon_R} ; E_T = \frac{\sigma_T}{\epsilon_T} ; \nu_{TR} = - \frac{\epsilon_R}{\epsilon_T} \quad (47)$$

5.1.2 Demais coeficientes de Poisson

Para determinar os coeficientes de Poisson restantes (ν_{LR} , ν_{LT} e ν_{RT}) foram utilizadas as relações descritas pela equação 48. Tais relações foram obtidas a partir da simetria do tensor constitutivo.

$$\frac{\nu_{RL}}{E_R} = \frac{\nu_{LR}}{E_L} ; \frac{\nu_{TL}}{E_T} = \frac{\nu_{LT}}{E_L} ; \frac{\nu_{TR}}{E_T} = \frac{\nu_{RT}}{E_R} \quad (48)$$

5.1.3 Corpos de prova inclinados

Nos corpos de prova com as fibras inclinadas, nos planos Longitudinal-Tangencial, Longitudinal-Radial e Tangencial-Radial, foram colados dois extensômetros elétricos de resistência, em faces paralelas, com a mesma inclinação das fibras (45°), conforme indicado na figura 43. Assim, foi possível obter as deformações específicas e as tensões nas direções inclinadas.

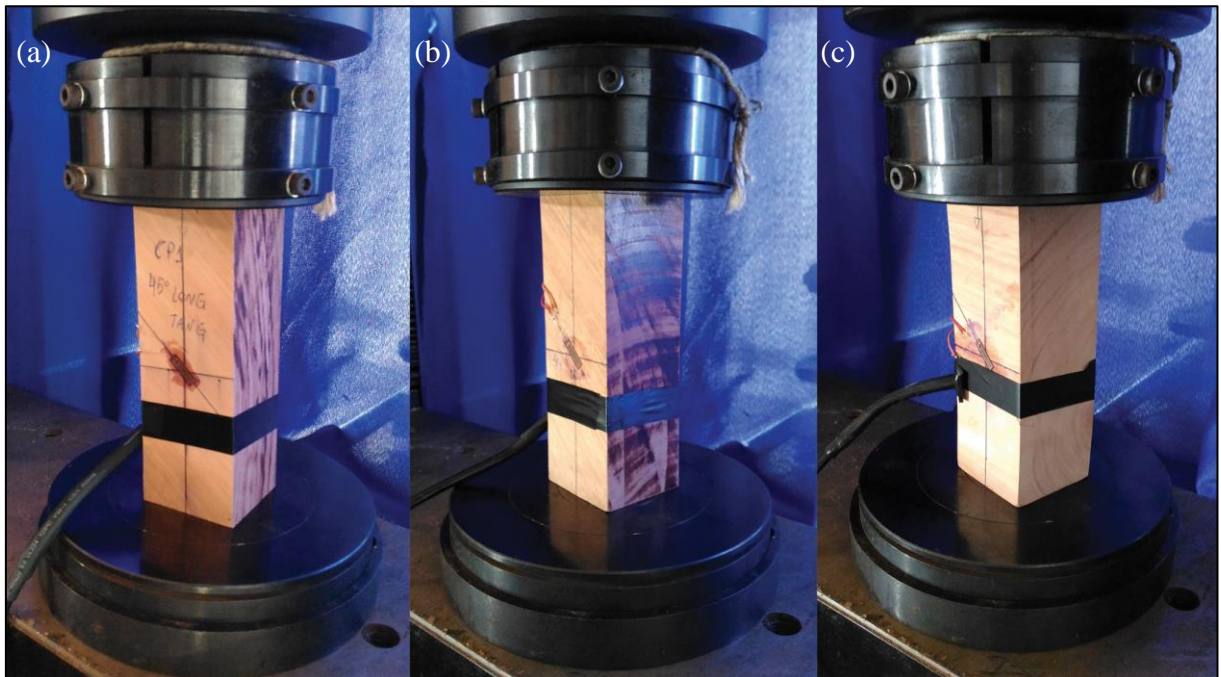


Figura 43 – (a) Ensaio corpo de prova inclinado no plano Longitudinal-Tangencial, (b) Ensaio corpo de prova inclinado no plano Longitudinal-Radial e (c) Ensaio corpo de prova inclinado no plano Tangencial-Radial

A partir disso, por meio das equações 49, 50 e 51, determinou-se, os módulos de elasticidade transversal nos planos Longitudinal-Tangencial (G_{LT}), Longitudinal-Radial (G_{LR}) e Tangencial-Radial (G_{TR}), respectivamente.

$$G_{LT} = \frac{E_L \cdot E_T \cdot E'_{45^\circ}}{4E_L \cdot E_T - E_T \cdot E'_{45^\circ} + (2\nu_{TL} - 1)E_L \cdot E'_{45^\circ}} \quad (49)$$

$$G_{LR} = \frac{E_L \cdot E_R \cdot E'_{45^\circ}}{4E_L \cdot E_R - E_R \cdot E'_{45^\circ} + (2\nu_{RL} - 1)E_L \cdot E'_{45^\circ}} \quad (50)$$

$$G_{TR} = \frac{E_T \cdot E_R \cdot E'_{45^\circ}}{4E_T \cdot E_R - E_R \cdot E'_{45^\circ} + (2\nu_{TR} - 1)E_T \cdot E'_{45^\circ}} \quad (51)$$

5.1.4 Corpo de prova para determinar a umidade e a densidade aparente

Segundo a ABNT NBR 7190 (1997), primeiramente determinou-se a massa inicial (m_i) dos corpos de prova com sensibilidade de 0,01 g. Posteriormente os mesmos foram colocados em uma câmara de secagem com temperatura máxima de $100^\circ \pm 3^\circ\text{C}$. Por fim, a massa dos corpos de prova foi mensurada a cada 6 horas, até ocorrer uma variação, entre duas medidas consecutivas, menor ou igual a 0,5% da última massa medida, sendo essa considerada a massa seca (m_s). Conhecida a massa seca e a massa inicial a umidade foi determinada pela equação 52.

$$U(\%) = \left(\frac{m_i - m_s}{m_s} \right) \cdot 100 \quad (52)$$

Já para determinar a densidade da madeira, utilizou-se os mesmos corpos de prova do ensaio de umidade. A partir disso, foram mensurados a massa inicial e o volume inicial dos corpos de prova, e através da equação 53 determinou-se a densidade.

$$\rho = \frac{m_i}{V_i} \quad (53)$$

5.1.5 Corpo de prova de OSB para flexão Longitudinal e Transversal

Os ensaios de flexão Longitudinal e Transversal nos corpos de prova de OSB foram realizados na máquina universal de ensaios EMIC DL 30000, com auxílio de um transdutor de deslocamento com resolução de 0,001 mm para mensurar os deslocamentos no meio do vão, conforme ilustra a figura 44. Para determinação dos módulos de elasticidade à flexão Longitudinal e Transversal, foi utilizada a equação 54 prevista na metodologia de ensaio da norma ASTM D3043 (2000) (método A).

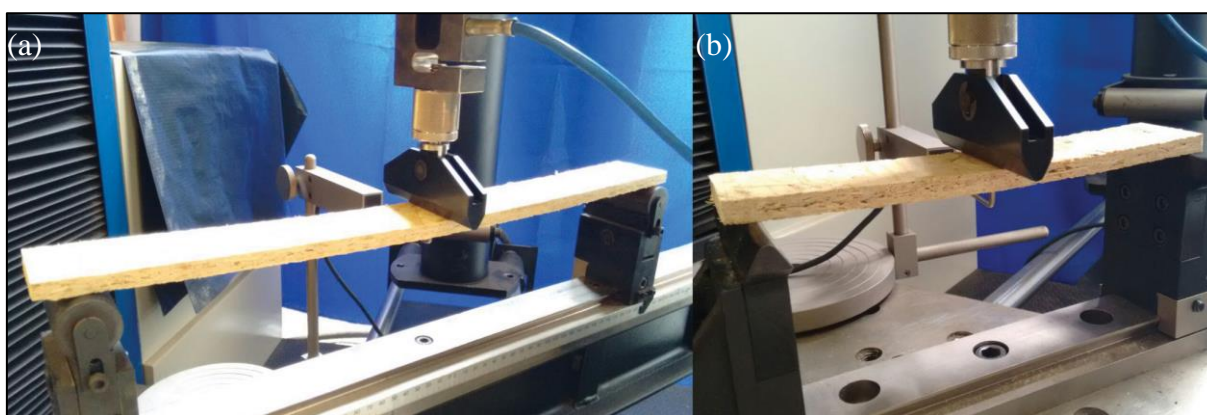


Figura 44 – (a) Ensaio de flexão Longitudinal e (b) Ensaio de flexão Transversal

$$E = \left(\frac{L^3}{48 \cdot I} \right) \cdot \left(\frac{F_{50\%} - F_{10\%}}{\delta_{50\%} - \delta_{10\%}} \right) \quad (54)$$

Em que, “E” é o módulo de elasticidade, “L” é o vão entre os apoios (mm), “F_{50%} e F_{10%}” são as cargas correspondentes a 10% e 50% da carga máxima (N), “δ_{50%} e δ_{10%}” são os deslocamentos no meio do vão correspondentes a 10% e 50% da carga máxima (mm) e “I” é momento de inércia da seção transversal do corpo de prova (mm⁴).

5.1.6 Corpo de prova de OSB para flexão Vertical

Os ensaios de flexão Vertical nos corpos de prova de OSB também foram realizados na máquina universal de ensaios EMIC DL 30000, com auxílio de um transdutor de deslocamento com resolução de 0,001 mm para mensurar os deslocamentos no meio do vão,

conforme ilustra a figura 45. Para determinação dos módulos de elasticidade à flexão Vertical, foi utilizada a equação 55 prevista na metodologia de ensaio da norma ASTM D4761 (2002).



Figura 45 – Representação do ensaio de flexão Vertical

$$E = \left(\frac{23 \cdot L^3}{1296 \cdot I} \right) \cdot \left(\frac{F_{50\%} - F_{10\%}}{\delta_{50\%} - \delta_{10\%}} \right) \quad (55)$$

Em que, “E” é o módulo de elasticidade, “L” é o vão entre os apoios (mm), “F_{50%} e F_{10%}” são as cargas correspondentes a 10% e 50% da carga máxima (N), “δ_{50%} e δ_{10%}” são os deslocamentos no meio do vão correspondentes a 10% e 50% da carga máxima (mm) e “I” é momento de inércia da seção transversal do corpo de prova (mm⁴).

5.1.7 Corpo de prova de OSB para determinar o módulo de elasticidade transversal (G)

O ensaio de cisalhamento ao longo da espessura garante ao corpo de prova um estado puro de tensões de cisalhamento no plano da chapa. Dessa forma, o dispositivo de ensaio transforma a força de compressão aplicada na extremidade do montante central em esforços cisalhantes ao longo das arestas das duas regiões de cisalhamento do corpo de prova, como representado na figura 46.

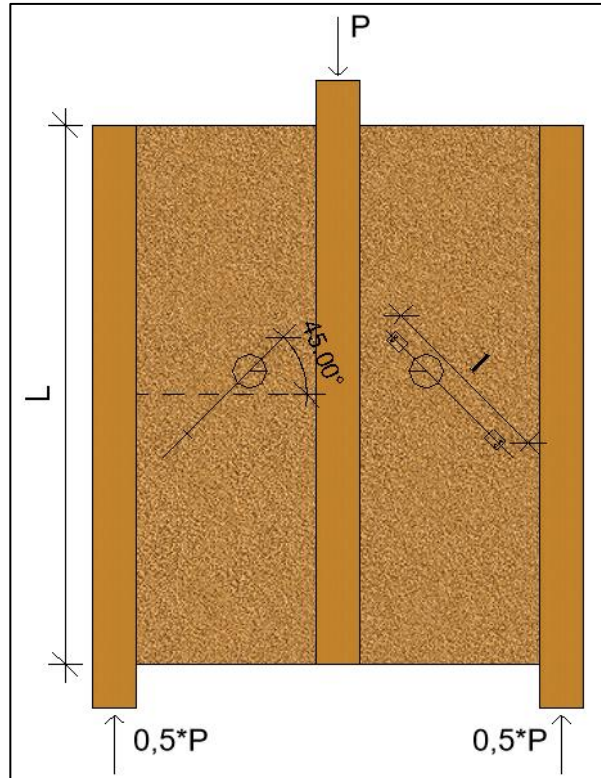


Figura 46 – Representação do ensaio de cisalhamento ao longo da espessura adaptado da norma ASTM D2719 (2002)

O módulo de elasticidade transversal (G) no plano da chapa, foi obtido a partir da teoria clássica de Euler-Bernoulli, que relaciona tensão e deformação na equação 56. Em que “ G ” é o módulo de elasticidade transversal (MPa), “ (P/Δ) ” é o coeficiente angular da curva carga x deformação (N/mm), “ l ” é o comprimento da medida do deslocamento (mm), “ L ” é o comprimento de cisalhamento da borda lateral do CP (mm) e “ t ” é a espessura da chapa de OSB (mm). Dessa forma, a figura 47 ilustra a realização deste ensaio

$$G = 0,25 \cdot \left(\frac{P}{\Delta}\right) \cdot \left(\frac{l}{L \cdot t}\right) \quad (56)$$



Figura 47 - Ensaio de cisalhamento ao longo da espessura adaptado da norma ASTM D2719 (2002)

5.1.8 Coeficientes de Poisson do OSB

Por fim, para determinar-se os coeficientes de Poisson para as chapas de OSB foram utilizadas as equações 45 e 46 apresentadas no item 4.5.3. Dessa forma, foi possível encontrar esses coeficientes de forma analítica.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A seguir, na tabela 15, são apresentados os valores de umidade e densidade para os corpos de prova da madeira de *Eucalyptus grandis*. Também são apresentados os valores de desvio padrão e coeficiente de variação no final da tabela.

Tabela 15 – Valores de umidade e densidade aparente para madeira de *Eucalyptus grandis*.

Corpo de Prova	Umidade (%)	Densidade (Kg/m³)
CP-1	12,98	834,09
CP-2	13,01	813,03
CP-3	13,09	874,40
CP-4	13,13	824,59
CP-5	12,83	836,68
CP-6	12,87	863,79
CP-7	12,91	800,81
CP-8	12,90	917,86
CP-9	12,66	800,86
CP-10	12,96	893,92
CP-11	12,82	836,45
CP-12	12,86	840,65
Média	12,92	844,76
Desvio Padrão	0,12	34,81
Coef. Variação (%)	0,93	4,12

Ademais, são apresentados os valores das constantes elásticas obtidas para a madeira de *Eucalyptus grandis* e chapas de OSB. Tais valores estão sintetizados nos itens seguintes.

6.1 RESULTADOS DOS ENSAIOS DE *EUCALYPTUS GRANDIS*

Nas tabelas 16, 17 e 18 são apresentadas as constantes elásticas encontradas para os corpos de prova Longitudinal, Radial e Tangencial, cujos valores foram determinados através dos ensaios descritos na metodologia.

Tabela 16 – Constantes elásticas encontradas com o corpo de prova Longitudinal

Corpo de Prova	E_L (MPa)	ν_{LT}
CP-1	21048,75	0,50
CP-2	22248,75	0,52
CP-3	22747,07	0,62

Tabela 17 – Constantes elásticas encontradas com o corpo de prova Radial

Corpo de Prova	E_R (MPa)	ν_{RL}
CP-1	1299,61	0,03
CP-2	2179,35	0,04
CP-3	1003,29	0,02

Tabela 18 – Constantes elásticas encontradas com o corpo de prova Tangencial

Corpo de Prova	E_T (MPa)	ν_{TR}
CP-1	710,87	0,32
CP-2	830,41	0,33
CP-3	802,10	0,32

Além disso, os demais coeficientes de Poisson, sintetizados na tabela 19, foram determinados de forma analítica pelas relações descritas na equação 48. Tais relações foram obtidas a partir da simetria do tensor constitutivo.

Tabela 19 – Coeficientes de Poisson encontrados de forma analítica

Constantes elásticas	ν_{LR}	ν_{TL}	ν_{RT}
Valores determinados de forma analítica	0,46	0,55	0,61

As tabelas 20, 21 e 22 apresentam as constantes elásticas obtidas dos corpos de prova inclinados 45° nos planos Longitudinal-Tangencial, Longitudinal-Radia e Tangencia-Radial.

Tabela 20 – Módulo de elasticidade transversal plano Longitudinal-Tangencial (G_{LT})

Corpo de Prova	G_{LT} (MPa)
CP-1	606,30
CP-2	593,92
CP-3	598,09

Tabela 21 – Módulo de elasticidade transversal plano Longitudinal-Radial (G_{LR})

Corpo de Prova	G_{LR} (MPa)
CP-1	864,01
CP-2	994,02
CP-3	776,09

Tabela 22 – Módulo de elasticidade transversal plano Tangencial-Radial (G_{TR})

Corpo de Prova	G_{TR} (MPa)
CP-1	112,45
CP-2	102,03
CP-3	115,28

A partir dos resultados expostos, foi possível sintetizar a tabela 23 com os valores médios das constantes elásticas encontradas.

Tabela 23 - Constantes elásticas da madeira de *Eucalyptus grandis* (E_i e G_{ij} em MPa)

Constantes elásticas	E_L	E_R	E_T	G_{RT}	G_{LT}	G_{LR}
Valores médios	22014,85	1494,08	781,13	109,92	599,44	878,04
Constantes elásticas	ν_{RL}	ν_{TL}	ν_{LR}	ν_{TR}	ν_{LT}	ν_{RT}
Valores médios	0,03	0,02	0,46	0,32	0,55	0,61

Com isso, determinou-se as relações de proporcionalidade entre as constantes elásticas encontradas. Tais relações são descritas a seguir:

- $E_L : E_R : E_T \cong 28,2 : 1,9 : 1$;
- $G_{LR} : G_{LT} : G_{RT} \cong 8 : 5,5 : 1$;
- $E_L : G_{LR} \cong 25,1 : 1$.

A relação encontrada entre o módulo de elasticidade Longitudinal (E_L) e o módulo de elasticidade Tangencial (E_T) mostrou-se um pouco superior aos valores obtidos da literatura, como exemplificado pelo gráfico 1. Além disso, fica evidente a grande variação dos valores para essa relação, sendo que a diferença em relação ao valor apresentado por Bodig e Jayne (1982) é de 29,03%, mesma diferença em relação a ABNT NBR 7190 (1997), que sugere que a relação entre módulos de elasticidade Longitudinal e Transversal seja adotada como 20. Entretanto, o código normativo faz referência geral ao módulo transversal, sem especificar a direção radial ou tangencial.

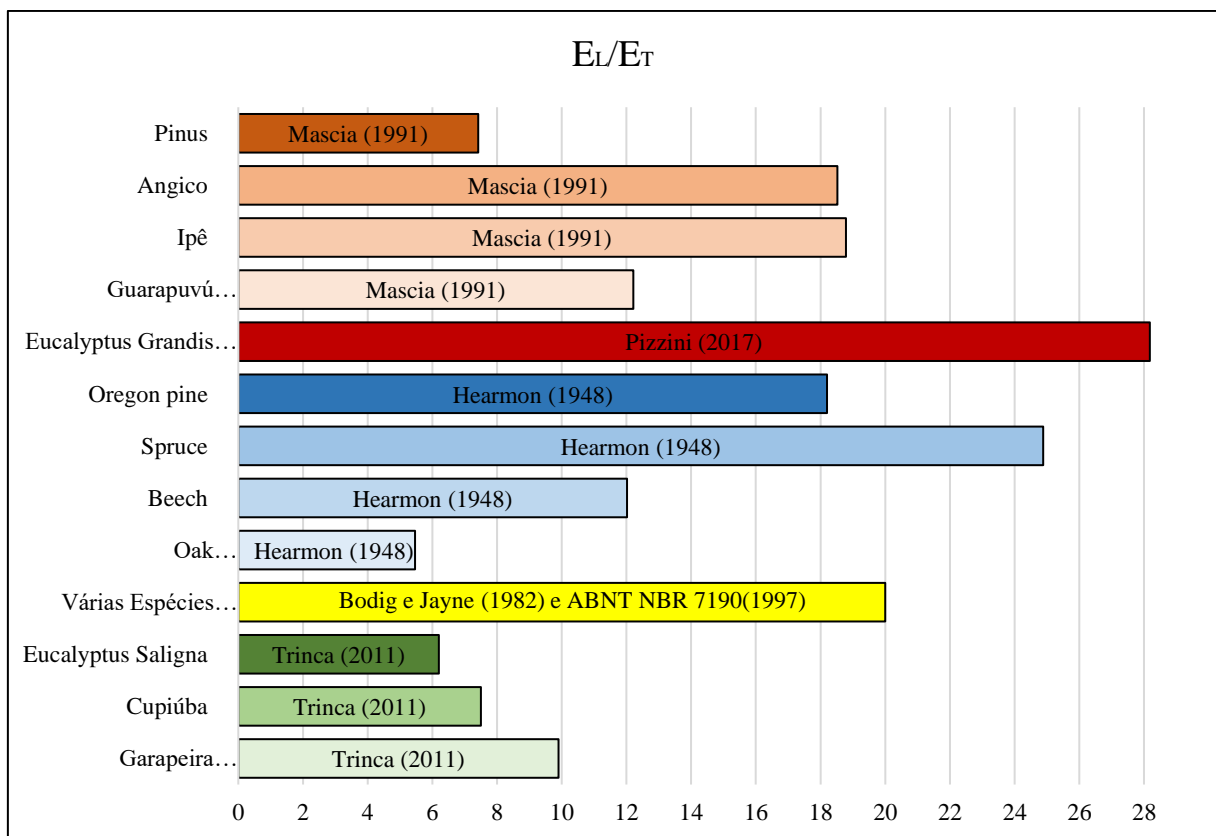


Gráfico 1 – Comparação da relação E_L/E_T obtida com os valores encontrados na literatura.

Para a relação entre o módulo de elasticidade Radial (E_R) e o módulo de elasticidade Tangencial (E_T) o resultado obtido teve pouca variabilidade em relação aos encontrados na literatura, sendo 16,2%, a diferença entre o valor obtido e o apresentado por Bodig e Jayne (1982). Tal fato pode ser analisado no gráfico 2.

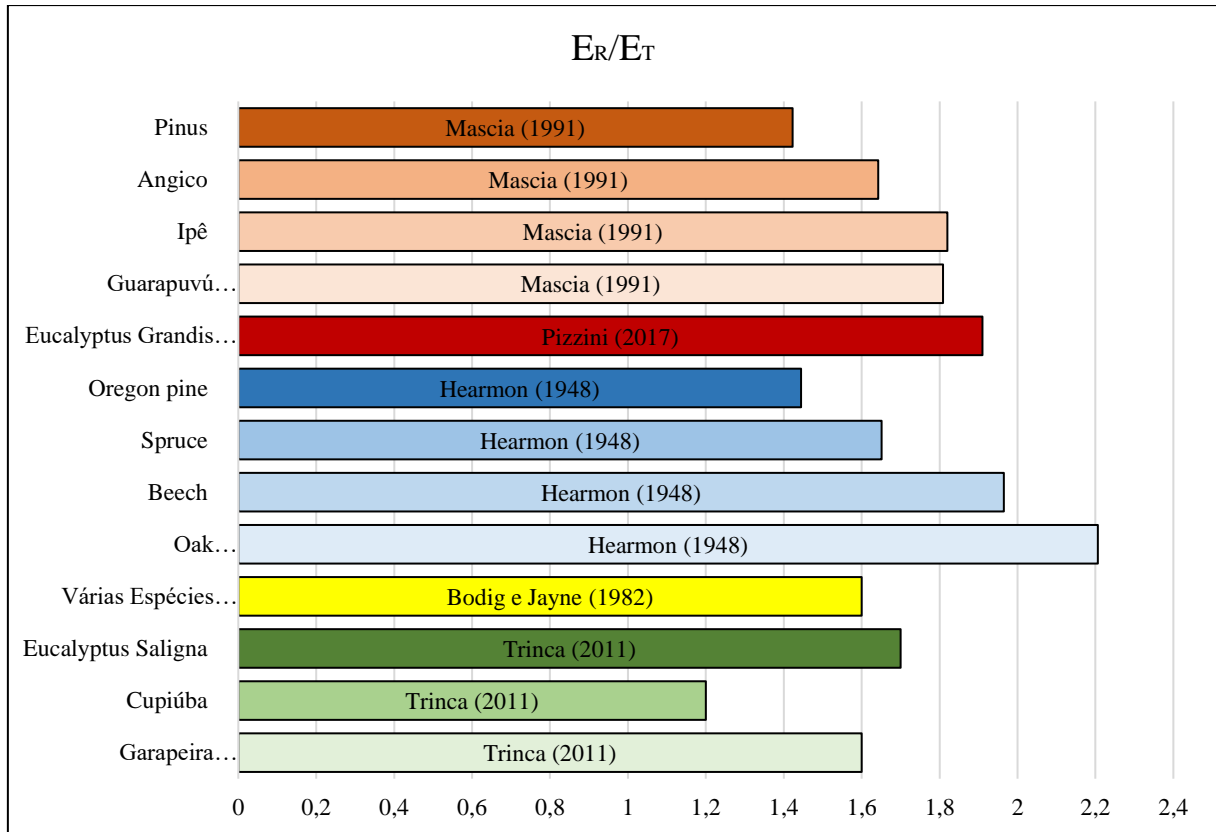


Gráfico 2 - Comparação da relação E_R/E_T obtida com os valores encontrados na literatura.

Para a relação entre o módulo de elasticidade transversal no plano Longitudinal-Radial (G_{LR}) e o módulo de elasticidade transversal no plano Radial Tangencial (G_{RT}) o valor encontrado é superior aos apresentados por alguns autores, sendo próximo ao apresentado por Bodig e Jayne (1982), cuja diferença é aproximadamente 20,1%. Tal fato pode ser analisado no gráfico 3.

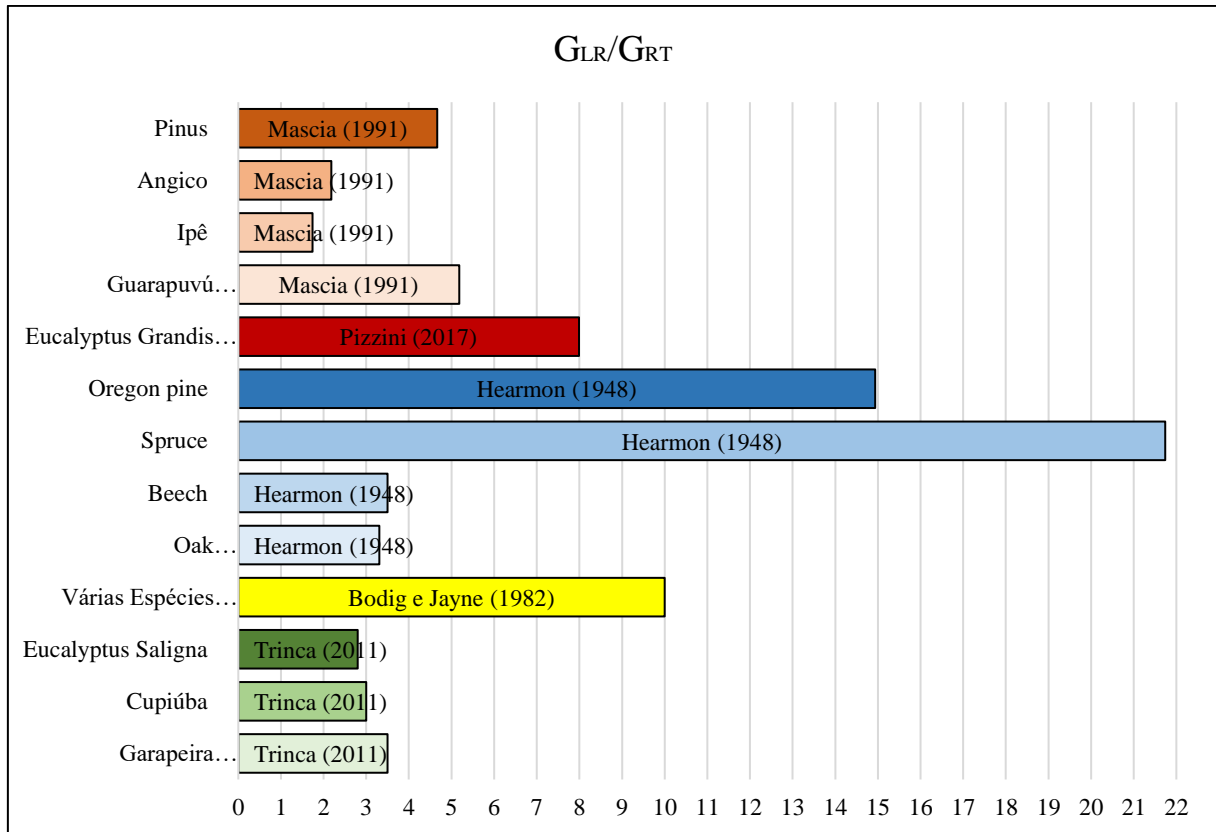


Gráfico 3 - Comparação da relação G_{LR}/G_{RT} obtida com os valores encontrados na literatura.

Semelhante ao que acontece no gráfico acima, a relação obtida para o módulo de elasticidade transversal no plano Longitudinal-Tangencial (G_{LT}) e módulo de elasticidade transversal no plano Radial-Tangencial (G_{RT}) é mais próxima dos valores apresentados por Mascia (1991) (Guarapuvú) e Bodig e Jayne (1982), sendo tais diferenças de 6,03% e 42,02% respectivamente. Tal fato pode ser analisado no gráfico 4.

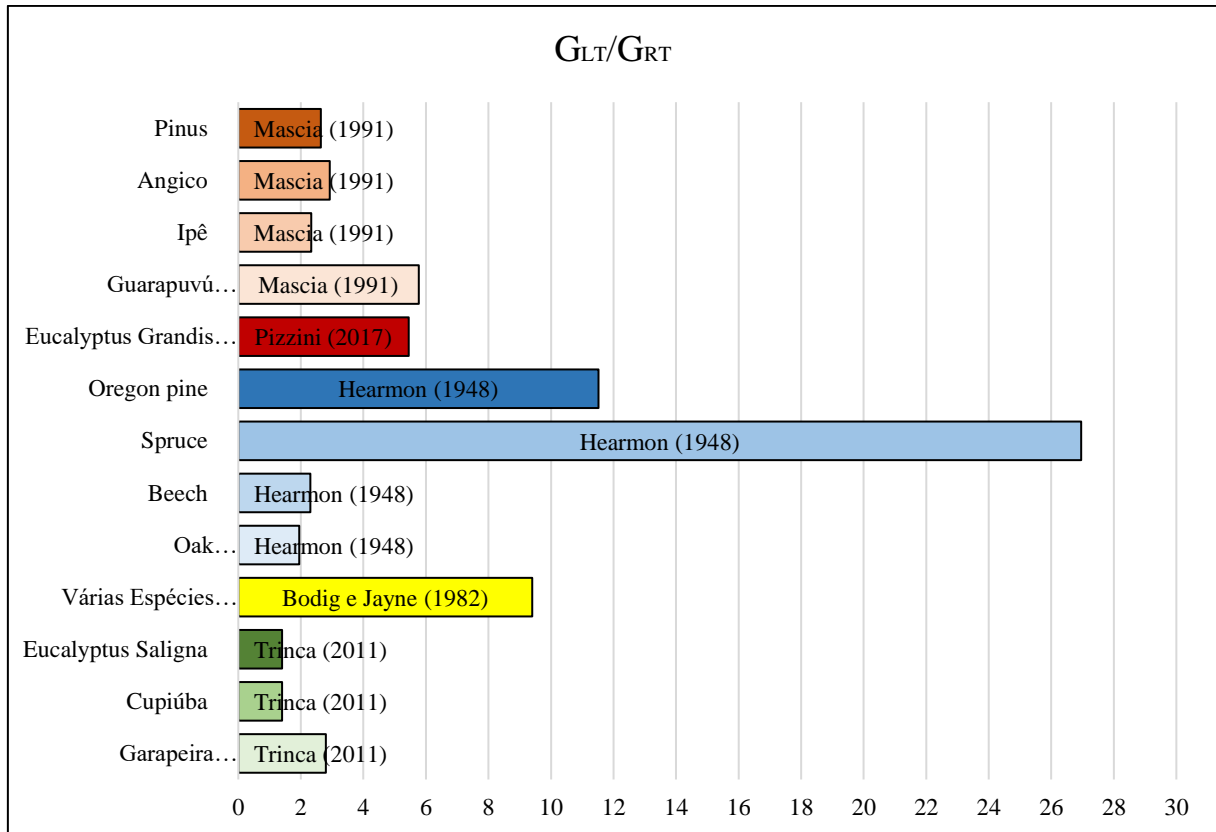


Gráfico 4 - Comparação da relação G_{LT}/G_{RT} obtida com os valores encontrados na literatura.

Já para a relação entre o módulo de elasticidade Longitudinal (E_L) e o módulo de elasticidade transversal no plano Longitudinal-Radial (G_{LR}) o valor encontrado mostra-se superior aos demais apresentados na literatura, 44,2% em relação ao apresentado por Bodig e Jayne (1982), sendo inferior somente ao apresentado por Mascia (1991), para espécie Ipê, aproximadamente de 13,8%. Além disso, fica evidente, no gráfico 5, a grande variabilidade dos valores apresentados para a relação entre essas constantes elásticas.

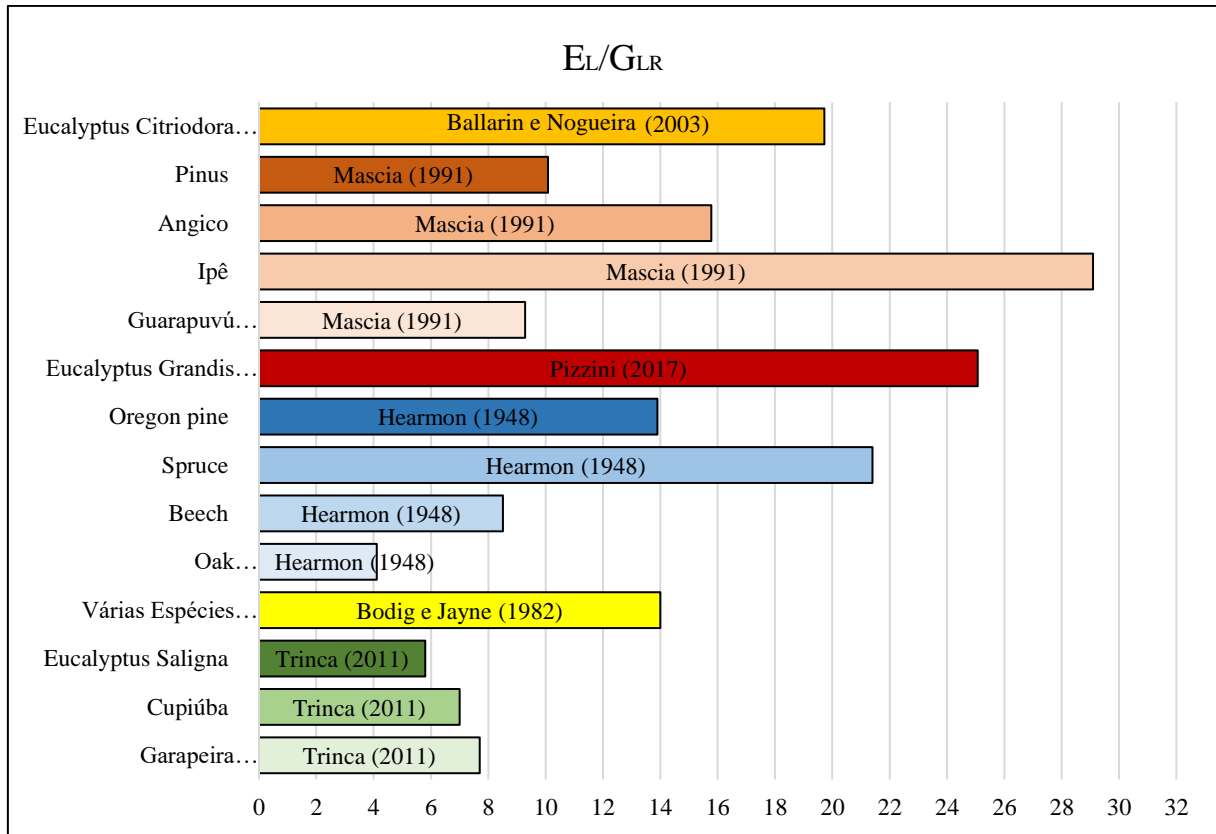


Gráfico 5 - Comparação da relação E_L/G_{LR} obtida com os valores encontrados na literatura.

Por fim, pode-se salientar que as constantes elásticas obtidas neste trabalho, em geral, mostraram-se mais próximas das apresentadas por Bodig e Jayne (1982), conforme exposto no gráfico 6, além de seguirem o mesmo padrão das relações encontradas por Mascia (1991). Já os coeficientes de Poisson mensurados, apresentaram valores coerentes com os encontrados na literatura, sendo que dentre eles os coeficientes ν_{TL} e ν_{RL} são próximos entre si e menores que os demais.

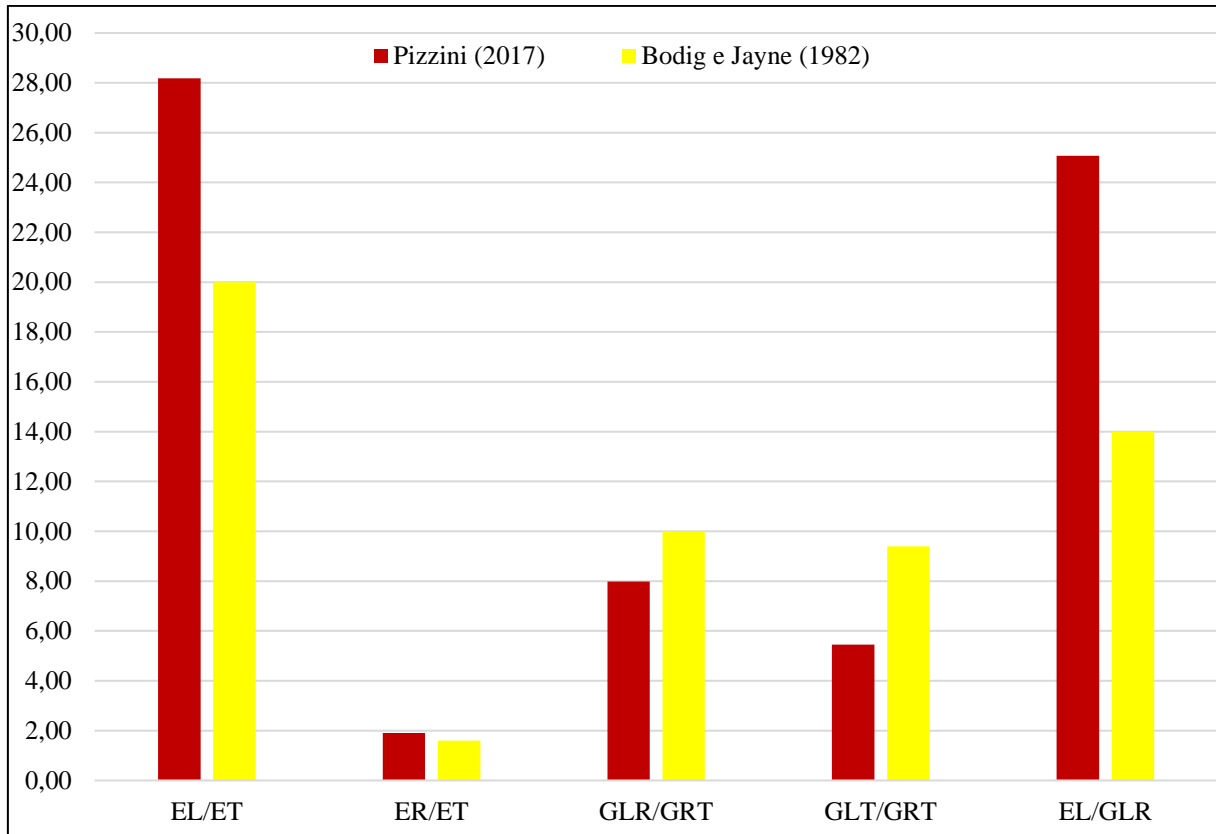


Gráfico 6 – Comparação das relações entre as constantes elásticas obtidas com as fornecidas por Bodig e Jayne (1982).

6.2 RESULTADOS DOS ENSAIOS DO OSB

Com base no ensaio de flexão exposto na metodologia, determinou-se as constantes elásticas a flexão longitudinal e transversal das chapas de OSB. Tais constantes estão sintetizadas nas tabelas 24 e 25, bem como seus respectivos valores médios, desvios padrão e coeficientes de variação.

Tabela 24 – Módulo de elasticidade a flexão Longitudinal para chapas de OSB

Corpo de Prova	Módulo de elasticidade a flexão Longitudinal (MPa)
CP-1	4280,37
CP-2	4000,01
CP-3	3593,94
CP-4	4186,23
CP-5	4817,72
CP-6	3979,66
CP-7	4869,26
Valor médio	4246,74
Desvio Padrão	427,07
Coefficiente de Variação (%)	10,06

Tabela 25 – Módulo de elasticidade a flexão Transversal para chapas de OSB

Corpo de Prova	Módulo de elasticidade a flexão Transversal (MPa)
CP-1	2620,09
CP-2	2409,4
CP-3	2243,36
CP-4	2234,06
CP-5	2787,3
CP-6	2203,56
CP-7	2241,96
Valor médio	2391,39
Desvio Padrão	211,68
Coefficiente de Variação (%)	8,85

Na tabela 26 são apresentadas as constantes elásticas a flexão vertical das chapas de OSB, assim como seu valor médio, desvio padrão e coeficiente de variação. Tais valores foram determinados através dos ensaios descritos na metodologia.

Tabela 26 – Módulo de elasticidade a flexão Vertical para chapas de OSB

Corpo de Prova	Módulo de elasticidade a flexão Vertical (MPa)
CP-1	3513,17
CP-2	3103,03
CP-3	3314,28
CP-4	2890,66
CP-5	3410,16
Valor médio	3246,26
Desvio Padrão	223,47
Coefficiente de Variação (%)	6,88

Fundamentado na metodologia apresentada sobre o ensaio de cisalhamento ao longo da espessura, determinou-se os valores para o módulo de elasticidade transversal (G). Tais valores estão representados na tabela 27, bem como seu valor médio, desvio padrão e coeficiente de variação.

Tabela 27 – Módulo de elasticidade Transversal (G) para chapas de OSB

Corpo de Prova	Módulo de elasticidade Transversal (G) (MPa)
CP-1	1103,40
CP-2	1042,60
CP-3	1298,79
CP-4	1333,90
CP-5	954,12
CP-6	1053,49
Valor médio	1131,05
Desvio Padrão	138,56
Coefficiente de Variação (%)	12,25

Com os resultados acima discriminados, foi possível calcular, de forma analítica, os coeficientes de Poisson ν_{12} e ν_{21} conforme descrito no item 5.1.8. Tais coeficientes são apresentados na tabela 28.

Tabela 28 – Coeficientes de Poisson do OSB

Constantes elásticas	ν_{12}	ν_{21}
Valores determinados de forma analítica	0,54	0,31

Assim, foi possível compilar a tabela 29 que apresenta um resumo das constantes elásticas encontradas para as chapas de OSB. Além disso, expõem-se o gráfico 7 que demonstra um comparativo entre as constantes elásticas obtidas experimentalmente e as encontradas na literatura.

Tabela 29 - Constantes elásticas para o OSB

Parâmetros elásticos	Módulo de elasticidade (MPa)				ν_{12}	ν_{21}
	Flexão Longitudinal	Flexão Transversal	Flexão Vertical	Transversal (G)		
Valores médios	4246,74	2391,39	3246,26	1131,05	0,54	0,31

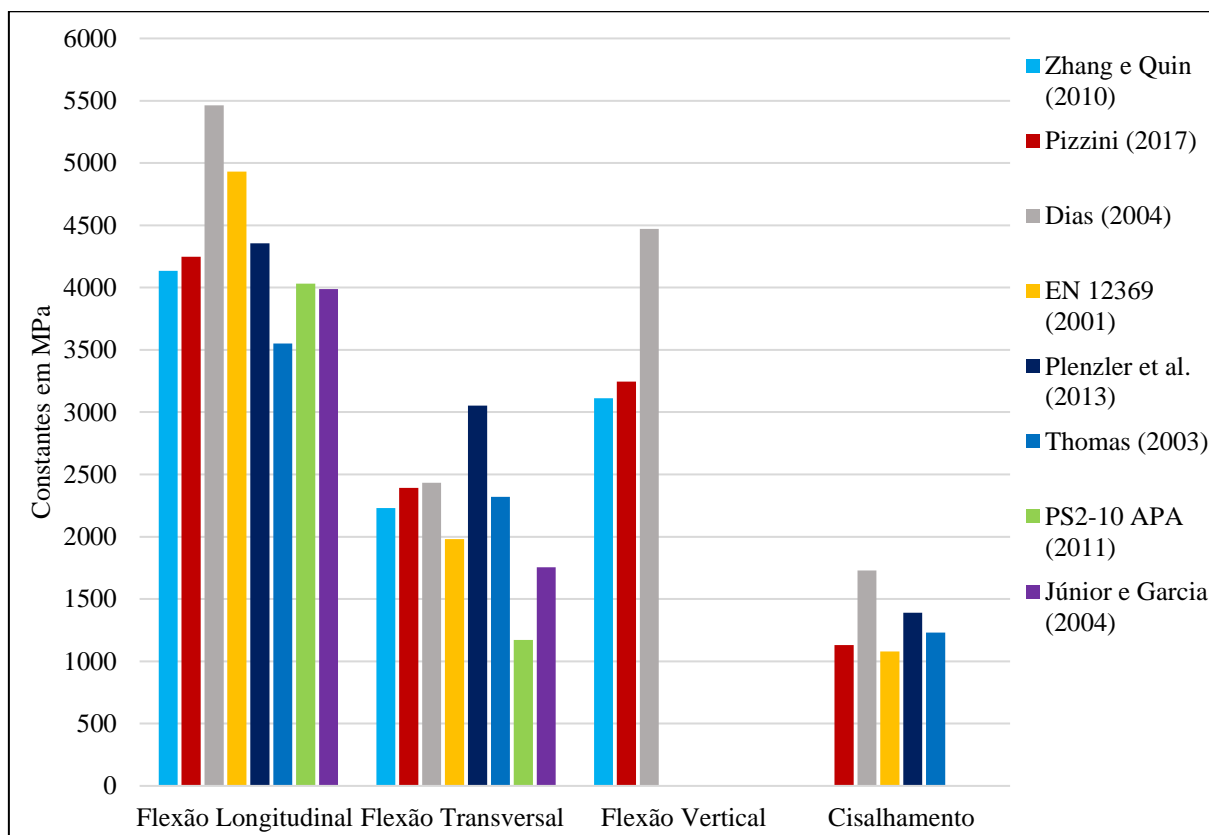


Gráfico 7 – Comparação das constantes elásticas obtidas com as encontradas na literatura.

A partir de análise dos resultados, observa-se que as constantes elásticas obtidas, para o OSB, se mostraram inferiores aos valores encontrados por Dias (2004) e aos recomendados

pela norma europeia EN 12369 (2001), com exceção do módulo de elasticidade transversal (G) que é ligeiramente maior que o da norma. Ademais, os coeficientes de variação das chapas de OSB, são significativamente inferiores àqueles normalmente apresentados pela madeira maciça. Isto é uma característica típica das chapas de madeira reconstituída em geral, e se deve ao processo industrial que tende a homogeneizar as propriedades do material.

7 CONCLUSÃO

Como visto na literatura, a adequação do modelo ortotrópico a madeira mostrou-se plenamente viável. Todavia, seu tratamento matemático torna-se complexo ao considerar a coincidência dos eixos geométricos e eixos principais de elasticidade, havendo nove constantes elásticas independentes a serem determinadas. Dessa forma, os corpos de prova para determinação dessas constantes devem ser confeccionados com rigor, sendo evidente a dificuldade de retirada dos corpos de prova em posições corretas. Além disso, é necessário a utilização de instrumentos precisos para medição das deformações, como os extensômetros elétricos de resistência.

Nesse contexto, finda-se que as constantes elásticas obtidas, bem como suas relações, se mostram coerentes com os valores encontrados na literatura. Para madeira de *Eucalyptus grandis*, o módulo de elasticidade longitudinal é numericamente maior que o radial, e este aproximadamente duas vezes maior que o tangencial. Já para as relações entre os módulos de elasticidade transversais (G_{ij}), os valores obtidos seguem as mesmas ordens de grandeza daqueles encontrados na bibliografia, em que G_{LR} e G_{LT} são próximos entre si e superiores a G_{RT} . Ademais, entre os coeficientes de Poisson, ν_{RL} e ν_{TL} , foram os que manifestaram maior proximidade e menor valor numérico.

Os resultados obtidos para o OSB são próximos aos encontrados em normativas e na literatura, bem como aos apresentados pelos fabricantes. Além disso, com relação ao modelo de corpo de prova para determinação do módulo de elasticidade transversal (G), este se mostrou ser de simples execução quando comparado com outros modelos e apresentou resultados satisfatórios na determinação do módulo de elasticidade transversal (G).

Por fim, vale ressaltar a importância da realização de pesquisas desse âmbito, contribuindo cientificamente para caracterização das propriedades elásticas de espécies de madeira.

REFERÊNCIAS

AKRAMI, A; BARBU, M. C; FRUEHWALD, A. Characterization of properties of oriented strand boards from beech and poplar. **European Journal of Wood and Wood Products**. v. 72, n. 3, p. 393-398. Berlin, may 2014. ISSN 0018-3768.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7190: Projeto de Estruturas de Madeira**. Rio de Janeiro, 1997.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS, American Society for Testing and Materials. **D2719: Standard Test Methods for Structural Panels in Shear Through-the-Thickness**. West Conshohocken, 2002.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS, American Society for Testing and Materials. **D3043: Standard Test Methods for Structural Panels in Flexure**. West Conshohocken, 2000.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS, American Society for Testing and Materials. **D4761: Standard Test Methods for Mechanical Properties of Lumber and Wood-Base Structural Material**. West Conshohocken, 2002.

BALLARIN, A. W; NOGUEIRA, M. Caracterização elástica da madeira de *Eucalyptus citriodora*. **CERNE**. v. 9, n. 1, p. 066-080. Lavras, 2003 ISSN 0104-7760.

BODIG, G. J; GOODMAN, J.R. **A new apparatus for compression testing of wood**. Wood and fiber, v. 1, n. 2, p. 146-153, 1969.

BODIG, G. J; JAYNE, B. A. **Mechanics of wood and wood composites**. New York: Van Nostrand, 1982.

CHEN, W. F; SALEEB, A. F. **Constitutive equations for engineering materials**. 2 ed. New York: John Wiley & Sons, 1994.

DESAI, C. S; SIRIWARDANE, H. J. **Constitutive laws for engineering materials wiht emphasis on geologic materials**. 1 ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1984.

DIAS, G. L. **Determinação de propriedades mecânicas do OSB**. 2004. IX Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira. Cuiabá, julho de 2004.

COMITÉ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO. BS EN 12369-01: **Wood-based panels - Characteristic values for structural design - Part 1: OSB, particleboards and fibreboards.** London, 2001.

FURLANI, J. E. **Um estudo sobre a variação numérica do coeficiente de Poisson na madeira, considerando a anisotropia do material.** 1995. 156p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Faculdade de Engenharia Civil. Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

FUSCO, P. B. **Caracterização da deformabilidade na elasticidade linear (conceitos básicos para a definição das propriedades elásticas de madeira).** III Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira. v. 5, p. 175-215. São Carlos, julho, 1989.

HEARMON, R.F.S; BARKAS, W. W. The effect of grain direction on the young's moduli and rigidity moduli of beach and Sitka spruce. **Forest Products Research Laboratory**, n, 53, p, 674-680, may 1941.

JÚNIOR, G. B; GARCIA, J. N. Propriedades de resistência e rigidez à flexão estática de painéis OSB e compensados. **Revista Árvore.** v. 28, n. 4, p. 563-570. Viçosa, 2004 ISSN 0100-6762.

KYOWA. **Strain gages: Wide range of applications and easy handling – essential factors for choosing KYOWA strain gages.** Japan: Kyowa Electronic Instruments Co., Ltd. 2015

LAHR, F; CHRISTOFORO, A. L; CHAHUD, E; BRANCO, L. A. M. N; BATTISTELLE, R. A. G; VALARELLI, I. D. Caracterização elástica da madeira de *Eucalyptus citriodora*. **CERNE.** v. 9, n. 1, p. 066-080. Lavras, 2003 ISSN 0104-7760.

LANDAU, L. D; LIFSHITZ, E. M. **Theory of elasticity.** 2 ed. London: Pergamon Press Ltd, 1970.

LEKHNITSKII, S. G. **Theory of elasticity of anisotropic body.** 1 ed. Moscow: MIR, 1981.

LOVE, A. E. **A treatise on the theory of elasticity.** 4 ed. New York: Dover Publications, 1944.

LP BRASIL. **Placas estruturais para construção CES.** Catálogo técnico. Curitiba, 2016. 8p.

MARCH, H. W. **Stress-strain relations in wood and plywood considered as orthotropic materials.** U.S. Forest Products, Madison, Mimeo 1503, p, 1-25, 1944.

MASCIA, N. T. Concerning the elastic orthotropic model applied to wood elastic properties. **Maderas, Ciencia y Tecnologia**. v. 5 n. 1 Concepción, 2003 ISSN 0718-221X.

MASCIA, N. T. **Considerações a respeito da anisotropia da madeira**. 1991. 293p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Universidade de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos.

MASCIA, N. T; LAHR, F. A. R. Remarks on orthotropic elastic models applied to wood. **Materials Research**. v. 9 n.3 São Carlos July/Sept. 2006 ISSN 1980-5373.

MASCIA, N. T; NICOLAS, E. A. Determination of Poisson's ratios in relation to fiber angle of a tropical wood species. **Construction and Building Materials**. v. 41, n.3, 691-696p. Campinas, January 2013. ISSN 0950-0618.

MENDES, L. M; IWAKIRI, S; MATOS, J. L. M; JUNIOR, L. M; SALDANHA, L. K. Pinus spp. na produção de painéis de partículas orientadas (OSB). **Ciência Florestal**. v. 12, n. 2, p. 135-145. Santa Maria, setembro 2002. ISSN 0103-9954.

PLENZLER, R; LUDWICZAK-NIEWIADOMKA, L; MIELCAREK, P. Shear and bending properties of structural oriented strand boards OSB/4. **Wood Research**. v. 58, n. 2, p. 285-294. Bratislava, 2013 ISSN 1336-4561.

PS2-10 APA. **Performance Standard for Wood-Based Structural-Use Panels S350F**. Washington, June 2011.

SADD, M. H. **Elasticity: Theory, applications and numerics**. 1 ed. New York: Elsevier, 2005.

SOKOLNIKOFF, I. S. **Mathematical theory of elasticity**. 1 ed. New York: Mc Graw Hill, 1946.

STRUCTURAL BOARD ASSOCIATION, OSB in Wood Frame Construction. **OSB Performance by Design**, 2005. Edição 2005.

THOMAS, W. H. Poisson's ratios of an oriented strand board. **Wood Science Technology**. v. 37. p. 259-268. Sierra, 2003 ISSN 1432-5225.

TIMOSHENKO, S. P; GOODIER, J. N. **Teoria da elasticidade**. 3 ed. Rio de Janeiro: Guanabara dois, 1980.

TRINCA, A. J. **Metodologia para determinação das constantes elásticas da madeira por ultrassom.** 2011. 153p. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola) - Universidade de Campinas. Faculdade de Engenharia Agrícola, Campinas.

USDA, United States Department of Agriculture. **Wood handbook - Wood as an engineering material.** Madison: Forest Products Laboratory, 508p. 2010.

ZHANG, J; QUIN, F. **Mechanical properties of five different commercially available osb products for potential upholstery furniture frame stock.** 2010. 80p. Report - Mississippi State University, Mississippi.