

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

MATHEUS DE GODOY TAVARES

**O COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE VIGAS I-JOISTS:
COMPARAÇÃO COM MODELOS NUMÉRICO, ANALÍTICO E
RESULTADOS EXPERIMENTAIS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CAMPO MOURÃO
2017

MATHEUS DE GODOY TAVARES

**O COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE VIGAS I-JOISTS:
COMPARAÇÃO COM MODELOS NUMÉRICO, ANALÍTICO E
RESULTADOS EXPERIMENTAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação, apresentado à Disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso Superior em Engenharia Civil, Departamento Acadêmico de Construção Civil – DACOC, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Luís Nunes de Góes

CAMPO MOURÃO
2017



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Campo Mourão
Diretoria de Graduação e Educação Profissional
Departamento Acadêmico de Construção Civil
Coordenação de Engenharia Civil



TERMO DE APROVAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso

O COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE VIGAS I-JOISTS: COMPARAÇÃO COM MODELOS NUMÉRICO, ANALÍTICO E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

por

Matheus de Godoy Tavares

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 9h00min do dia 29 de junho de 2017 como requisito parcial para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL, pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. Leandro Waidemam
(UTFPR)

Prof. Dr. Marcelo Rodrigo Carreira
(UTFPR)

Prof. Dr. Jorge Luís Nunes de Góes
(UTFPR)
Orientador

Responsável pelo TCC: **Prof. Me. Valdomiro Lubachevski Kurta**

Coordenador do Curso de Engenharia Civil:
Prof. Dr. Ronaldo Rigobello

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me concedido sabedoria, força e paciência para superar as dificuldades.

Aos meus pais, Adelmo e Marcia, por todo incentivo e suporte necessário para minha formação acadêmica e a minha irmã Giovanna, pelo apoio e por dividir comigo muitas opiniões, ansiedades e alegrias.

Ao meu orientador Prof. Dr. Jorge Luís Nunes de Góes, pelo total incentivo e excelente orientação, apontado os caminhos e esclarecendo minhas dúvidas, durante os anos de PET CIVIL até o final de minha graduação.

Aos amigos, em especial o TIME, que me acompanharam durante essa jornada e os quais eu nunca esqueerei. Ao grupo PET CIVIL por me proporcionar inúmeras oportunidades e desafios.

Ao Departamento Acadêmico de Construção Civil da UTFPR e todo o seu corpo docente, por haver proporcionado as condições necessárias para o desenvolvimento profissional e intelectual durante o período de graduação

A todos aqueles que, embora não citados nominalmente, contribuíram direta ou indiretamente para execução deste trabalho e participaram da minha formação.

RESUMO

TAVARES, Matheus G. **O comportamento estrutural de vigas I-Joists: comparação com modelos numérico, analítico e resultados experimentais**. 2017. 79f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2017.

Os Produtos Engenheirados de Madeira (PEM) têm ganho ascensão no mercado da construção civil no Brasil, esta tecnologia alia baixo peso específico, alta resistência mecânica e controle de qualidade. As vigas I-Joist são um exemplo de PEM – utilizadas em larga escala na América do Norte, Europa e Japão – consistem de mesas superior e inferior de madeira serrada e alma em OSB. O presente trabalho apresenta uma avaliação do comportamento estrutural com foco nos deslocamentos de vigas I-Joists padrão PRI 60, foram avaliadas seis vigas utilizando diferentes modelos. São comparados quatro modelos distintos, a saber, modelo analítico via Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), modelo analítico via Rancourt, modelo numérico via Método dos Elementos Finitos (MEF) e resultado experimental da literatura. Ambos os modelos analíticos e numérico apresentam resultados satisfatórios, quando comparado com os resultados do modelo experimental, sendo o modelo analítico de Rancourt o mais indicado para normatização, devido a sua simplicidade.

Palavras-chave: I-Joist, comportamento estrutural, modelo numérico, modelo analítico.

ABSTRACT

TAVARES, Matheus G. **The structural behavior of I-Joists: comparison with numerical models, analytical and experimental results.** 2017. 79p. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2017.

The Engineered Wood Products (EWP) have been rising in the Brazilian market of construction. This technology combines low specific weight, high strength and quality control. The I-Joists are an example of EWP and largely used in North America, Europe and Japan - they consist of upper and lower flanges of lumber and the web made of OSB. This paper presents an assessment of the structural behavior focusing on the beam displacements of I-Joists PRI 60 standard, six beams were evaluated using different models. Four different models are compared as follows, analytical model by Principle of Virtual Work (PVT), analytical model by Rancourt, numerical model by Finite Elements Method (FEM) and experimental results provided by the literature. Both analytical models and numerical have satisfactory results when compared with the results of the experimental model, being the analytical model by Rancourt the most indicated for standardization, due to its practicality.

Keywords: I-Joist, structural behavior, numerical model, analytical model.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Viga I comparada à seção retangular.....	15
Figura 2 - Tipos de emendas entre elementos	16
Figura 3 - Tipos de emendas usadas em vigas I.....	17
Figura 4 - Orientação dos painéis na chapa de OSB.....	18
Figura 5 - Processo de fabricação de vigas em I.....	20
Figura 6 - Principais modos de falhas das vigas I em testes feitos em escala real...	23
Figura 7 - Distribuição da deformação, tensão e força de vigas I submetidas a momento fletor positivo	30
Figura 8 - Distribuição da deformação, tensão e força de vigas I submetidas ao cisalhamento.....	30
Figura 9 - Seção transformada para viga I com três elementos	32
Figura 10 - Pórtico plano.....	35
Figura 11 - Seção transversal da viga I em estudo	37
Figura 12 - Cálculo de flecha para I-Joists considerando a deformação por cisalhamento.....	39
Figura 13 - Eixos e planos de ortotropia na madeira	42
Figura 14 - Tipo de análise.....	44
Figura 15 - Dimensões da Viga I.....	45
Figura 16 - Tipo de elemento	46
Figura 17 - Definir elemento.....	46
Figura 18 - Definir sentido do eixo axial	47
Figura 19 - Edição de propriedades em materiais ortotrópicos.....	47
Figura 20 – Criação da malha	48
Figura 21 - Perfil da malha de elementos finitos para I-Joists	48
Figura 22 - Malha de elementos finitos para I-Joists	49
Figura 23 – Vigas I-Joists.....	55
Figura 24 – Realização de ensaio de flexão em viga I-Joist.....	55
Figura 25 – Ensaio de flexão em 4 pontos	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Vãos permitidos por APA EWS <i>Performance Rated I-Joists</i> – Vão simples (a,b,c,d)	26
Tabela 2 - Vãos permitidos por APA EWS <i>Performance Rated I-Joists</i> – Múltiplos vãos (a,b,c,d).....	27
Tabela 3 - Propriedades de projeto para APA EWS <i>Performance Rated I-Joists</i>	29
Tabela 4 - Valores de coeficiente K para as séries de viga I-Joists padronizadas....	40
Tabela 5 - Características geométricas da seção transversal em mm.....	45
Tabela 6 - Módulo de Elasticidade Longitudinal em MPa	50
Tabela 7 - Valores médios das constantes elásticas do <i>Eucalyptus grandis</i> (E_i e G_{ij} em MPa)	50
Tabela 8 - Relações médias entre parâmetros elásticos longitudinais e transversais	51
Tabela 9 – Propriedades elásticas da Viga 1 em MPa	51
Tabela 10 – Propriedades elásticas da Viga 2 em MPa	52
Tabela 11 – Propriedades elásticas da Viga 3 em MPa	52
Tabela 12 – Propriedades elásticas da Viga 4 em MPa	52
Tabela 13 – Propriedades elásticas da Viga 5 em MPa	53
Tabela 14 – Propriedades elásticas da Viga 6 em MPa	53
Tabela 15 - Valores médios para as constantes elásticas das chapas de OSB (MPa)	53
Tabela 16 – Propriedades elásticas do OSB em MPa.....	54
Tabela 17 – Resultado experimental obtido por Carlin (2017)	56
Tabela 18 – Resultados da simulação da Viga 1.....	57
Tabela 19 – Resultados da simulação da Viga 2.....	58
Tabela 20 – Resultados da simulação da Viga 3.....	59
Tabela 21 – Resultados da simulação da Viga 4.....	60
Tabela 22 – Resultados da simulação da Viga 5.....	61
Tabela 23 – Resultados da simulação da Viga 6.....	62
Tabela 24 – Comparativo flecha modelo numérico x modelos analíticos.....	64
Tabela 25 – Comparativo flecha experimental x modelos analíticos ou numérico	64

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 OBJETIVOS	12
2.1 OBJETIVO GERAL	12
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	12
3 JUSTIFICATIVA	13
4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
4.1 I-JOISTS.....	15
4.1.1 Materiais Constituintes	18
4.1.2 Fabricação das Vigas I-Joists.....	19
4.2 NORMATIZAÇÃO	20
4.2.1 ABNT NBR 7190 - Projeto de Estruturas de Madeira	21
4.2.2 ASTM D 198 – <i>Standard Test Methods of Static Tests of Lumber in Structural Sizes</i>	21
4.2.3 ASTM D 5055 – <i>Standard Specification for Establishing and Monitoring Structural Capacities of Prefabricated Wood I-Joists</i>	22
4.2.4 PRI – <i>Performance Rated I-Joists</i>	24
4.3 HIPÓTESES DE CÁLCULO	30
4.3.1 Método da seção transformada para seção em I.....	31
4.3.2 Estimativa de rigidez considerando a deformação por cisalhamento	34
4.3.3 Método do Princípio dos Trabalhos Virtuais	34
4.3.4 Método simplificado de Rancourt	38
4.4 MODELOS NUMÉRICOS	40
4.4.1 Método de Elementos Finitos	40
4.5 CARACTERÍSTICAS DO MATERIAL.....	41
5 METODOLOGIA	44
5.1 COEFICIENTES ELÁSTICOS ADOTADOS	49
5.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS ADOTADOS	54
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES	57

6.1 ANÁLISE DAS VIGAS.....	57
7 CONCLUSÕES.....	66
REFERÊNCIAS	67
APÊNDICE A - RELATÓRIO ANÁLISE DA VIGA 1	71
APÊNDICE B – MEMORIAL DE CÁLCULO DA VIGA 1	78

1 INTRODUÇÃO

O uso da madeira como elemento estrutural na construção civil destaca-se por suas características únicas, representando um material versátil, resistente e relativamente leve. Uma excelente opção ambiental, por ser uma fonte de recurso renovável e reciclável, além de armazenar o dióxido de carbono da natureza em sua composição celular.

Com o objetivo de melhorar a qualidade e eficiência nas estruturas com dimensões maiores, novas alternativas surgiram para a produção destes elementos, as indústrias de madeira desenvolveram o que se denomina Produtos Engenheirados de Madeira (PEM), que possuem como principais características a sustentabilidade, controle de qualidade, segurança, além de múltiplos usos.

As vigas pré-fabricadas de madeira, conhecidas como “I-Joists”, são exemplos de PEM e, são elementos estruturais feitos com mesas superior e inferior de madeira serrada e de chapas de OSB. O formato em “I” permite o uso mais eficiente da madeira, isto é alcançado pela disposição de materiais responsáveis por resistir aos esforços normais devido à flexão nas mesas enquanto a alma é usada para resistir às tensões de cisalhamento. Apesar dessas vantagens, essas vigas não são produzidas industrialmente no Brasil. Dentre os diversos motivos, pode-se citar a falta de uma norma específica de informações tecnológicas e de operacionalização.

A primeira norma para vigas “I” pré-fabricadas de madeira ASTM D5055 (*Standard Specification for Establishing and Monitoring Structural Capacities of Prefabricated Wood I-Joist*) foi elaborada em 1997. Após, devido a necessidade de se estabelecer um padrão para o desempenho de vigas “I”, a Associação de Madeira Engenheirada (APA) desenvolveu um programa de padronização denominado “*Performance Rated I-Joists*” (PRI), ou seja, vigas em “I” com performance controlada, apresentando uma alternativa para o dimensionamento de vigas de madeira de alto desempenho.

Devido à composição da seção transversal, o comportamento estrutural das vigas I-Joists é consideravelmente influenciado por deformações cisalhantes da alma, que não deve ser negligenciado no cálculo dos deslocamentos (GARBIN, 2013).

A norma brasileira de projeto de estruturas de madeira ABNT NBR 7190 (1997) no que se refere ao dimensionamento específico de vigas “I-Joists” não

apresenta uma metodologia detalhada de cálculo, apenas uma recomendação. A padronização “*Performance Rated I-Joists*” (PRI, 2012), desenvolvida pela APA (*Engineered Wood Association*) apresenta o modelo de Rancourt, metodologia simplificada para o cálculo de flecha que leva em consideração a deformação por cisalhamento, por meio de um coeficiente empírico.

Visando o desenvolvimento e a ampliação de informações sobre o assunto, este trabalho tem como objetivo avaliar a rigidez de vigas “I-Joists”, comparando modelos numéricos, analíticos e resultados experimentais de outros trabalhos.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Comparar a flecha de vigas “I-Joists”, através de modelos analíticos, provenientes de documentos normativos nacionais e internacionais, com modelo numérico e resultados experimentais da literatura.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estudar os modelos teóricos de cálculo de flecha para vigas “I-Joists”;
- Utilizar modelos numéricos de vigas “I-Joists” com constantes experimentais da literatura para obter o valor de flecha;
- Comparar os resultados numéricos com os resultados analíticos e os experimentais da literatura.

3 JUSTIFICATIVA

As vigas I-Joist surgiram como alternativa para melhorar o desempenho e eficiência das estruturas de madeira. Utilizadas especialmente em estruturas de pisos, estes elementos foram introduzidos no mercado e são usados em larga escala na construção civil nos EUA, Canadá, Japão e Europa, onde há diversas normas e diretrizes para dimensionamento e ligações com outras peças. As vigas I são caracterizadas por serem elementos estruturais de baixo peso estrutural e alta resistência mecânica. Todavia, a norma brasileira ABNT NBR 7190 (1997) no que se refere ao dimensionamento de peças compostas, faz referência ao dimensionamento de forma simplificada.

Para determinar o comportamento dos materiais que são utilizados nas vigas I-Joists, geralmente mesas de madeira serrada e chapa de OSB, são utilizados modelos analíticos que não consideram a deformação por cisalhamento. Mas para o modelo de viga a ser analisado, as deformações por cisalhamento são consideráveis, sendo responsáveis por 15% a 30% da flecha devido a flexão pura (GARBIN, 2013).

As vigas I-Joists apresentam deformação por cisalhamento considerável e os modelos de cálculo devem ser capazes de simular tal comportamento. As simulações numéricas em elementos finitos são mais práticas e menos onerosas que ensaios experimentais, mas para que sejam confiáveis devem ser calibradas e comparadas com modelos analíticos e resultados experimentais. Sendo assim, o trabalho tem por finalidade comparar os modelos numéricos, analíticos e resultados experimentais mais apropriados para análises elásticas em vigas I-Joists.

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As questões ambientais têm se tornado cada vez mais relevantes, inclusive quanto aos impactos ambientais causados pelos materiais de construção. Devido a isso, a preferência por produtos de madeira tem aumentado, uma vez que são uma excelente opção ambiental. Suas vantagens estão relacionadas com o consumo de energia, produção de alimentos, produção industrial, poluição e saúde humana (BODIG e JAYNE, 1982). Esses produtos se diferenciam por ser uma fonte de recurso renovável, além possuir baixo peso específico e alta resistência, sendo úteis para fins estruturais.

Com o objetivo de melhorar qualidade e eficiência nas estruturas, novas alternativas surgiram. As indústrias de madeira desenvolveram o que se denomina Produtos Engenheirados de Madeira (PEM), ou *Engineered Wood Products* (EWPs), que podem ser produzidos de diferentes materiais de modo a desfrutar de suas melhores características para aplicação estrutural (LEICHTI; FALK; LAUFENBERG, 1990).

Os PEM são divididos em quatro categorias: 1) painéis estruturais incluindo o OSB, compensado e painéis compósitos; 2) madeira laminada colada; 3) madeira serrada composta estrutural, incluindo o folheado de madeira laminada; e 4) As vigas em “I” de madeira (ENGINEERED WOOD ASSOCIATION, 2010).

As peças compostas de madeira apresentam características, que permitem seu emprego em diversos tipos de construções. Dentro de suas principais funções destaca-se a possibilidade de alcançar grandes vãos com o emprego de peças de dimensões reduzidas; maior aproveitamento da tora; melhor adaptação às condições de variação climática, com menos problemas de secagem quando comparadas às peças maciças; redução da possibilidade de presença de defeitos; adequação para utilização em estruturas de cobertura e outros tipos de estruturas onde o menor peso e a mais fácil montagem do sistema sejam aspectos de interesse prioritário (GÓES, 2002).

4.1 I-JOISTS

Vigas I pré-fabricadas se destacam dentro dos PEM devido ao seu baixo peso, consistência dimensional e sua capacidade de vencer grandes vãos. Surgindo como alternativa para madeira serrada de grandes dimensões, as I-Joists podem ser empregadas em lajes (barrotes) e estruturas de telhados, tanto em construções residenciais como comerciais (USDA, 1999).

O posicionamento dos materiais em vigas I, é projetado de modo a alcançar o maior proveito das propriedades de cada material. A combinação de madeira serrada e painéis estruturais em vigas com seção I fornece um alto grau de eficiência estrutural (LEICHTI; FALK; LAUFENBERG, 1990).

De acordo com *American Wood Council* (2006) o formato em “I” é ideal para situação onde é necessário vencer grandes vãos e altos carregamentos. Isto é alcançado pela colocação de materiais responsáveis por resistir aos esforços normais devido à flexão nas mesas, enquanto que a alma é desenvolvida para resistir às tensões de cisalhamento. A conexão entre essas peças geralmente é feita com adesivo em um entalhe nas mesas.

A Figura 1 apresenta a economia de material da seção da viga “I” se comparado com uma viga retangular de madeira sólida.

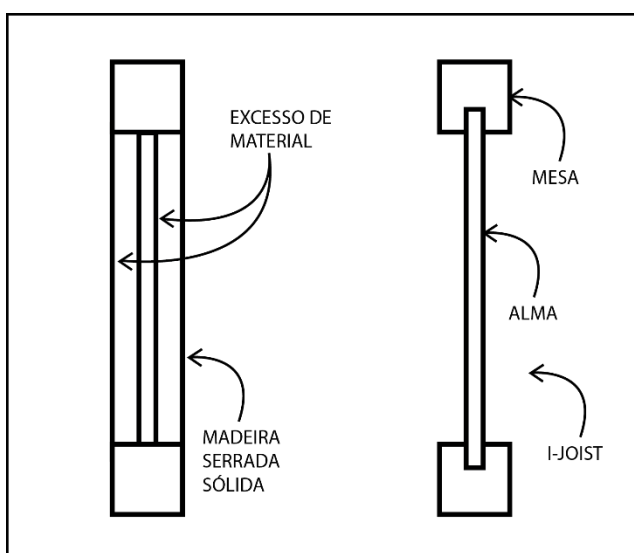


Figura 1 - Viga I comparada à seção retangular
Fonte: FISETTE (2000)

Em 1969 a indústria *Trus Joist Corporation* (TJ) fabricou e comercializou as primeiras vigas I-Joist de madeira. Além de pioneira no segmento, a TJ ainda mantém a liderança em um mercado marcado pela dura competição e o rápido avanço tecnológico. Devido a tendência das construções que estavam surgindo na década de 1970, grandes vãos eram necessários e vigas de madeira serrada eram caras, difíceis de encontrar e ainda não tinham capacidade de carga adequada. A partir disso as vigas I que eram feitas com almas em compensado e madeira serrada nas mesas, passaram a ser usadas, mas as primeiras versões ainda possuíam custo elevado (FISSETTE, 2005).

As "I-Joists" eram constituídas de almas em painéis estruturais e mesas de madeira sólida até 1977, quando a TJ utilizou pela primeira vez LVL (*Laminated Veneer Lumber*), que possui processo de produção contínuo, possibilitando a construção de vigas I com comprimentos variados. Outro marco relevante para produção foi a substituição do compensado pelo OSB (*Oriented Strand Board*) na alma. O OSB é mais barato, tem maior disponibilidade e é mais resistente à força cortante que o compensado. Atualmente a maioria dos fabricantes usam OSB na alma (FISSETTE, 2005).

Como a madeira serrada possui limitação quanto ao seu comprimento, para aumentar essa dimensão podem ser utilizadas algumas emendas. Segundo USDA (2010), no comprimento da madeira pode ser feita a união dos elementos através da emenda de topo (A), biselada (B), dentada horizontal (*finger-joint*) (C), dentada vertical (D) e dentada não estrutural (E). Como mostra a Figura 2.

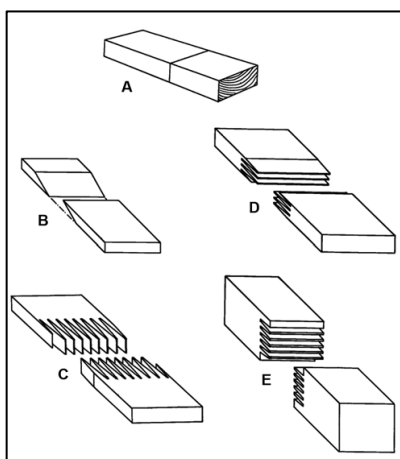


Figura 2 - Tipos de emendas entre elementos
Fonte: USDA (2010).

Segundo Macêdo (1996) as emendas biseladas são consideradas as mais resistentes emendas longitudinais, porém sua produção gera um consumo excessivo de madeira e adesivo. As emendas dentadas surgiram como alternativa promissora para substituir as emendas biseladas, se tornando a mais utilizada atualmente na tecnologia da MLC, sendo considerada como emenda de resistência intermediária entre a emenda de topo e a emenda biselada. O sucesso desse tipo de emenda se deve ao fato da facilidade da retirada de defeitos da madeira, a aplicação de adesivo e a pressão de colagem. Outro ponto positivo das emendas dentadas é que estas apresentam resultados de resistência mais uniformes que as emendas biseladas.

As ligações entre as peças de madeira ou dos derivados de madeira, podem ser divididas em dois grandes grupos: uniões mecânicas e uniões adesivas. As uniões adesivas são consideradas como "uniões rígidas", ou seja, não proporcionam deslizamentos significantes entre as partes unidas. As uniões mecânicas são naturalmente deformáveis e essas deformações devem ser levadas em consideração no cálculo estrutural (GÓES, 2002).

Em um estudo que avaliou o desempenho estrutural de vigas I submetidas à flexão, considerando três tipos de ligações entre a mesa e a alma das vigas em "I": pregada, colada e pregada e colada, chegou-se a conclusão que o comportamento estrutural é diferenciado quando a união da alma e das mesas é realizada com adesivo ou não. Verificou-se ainda que as vigas "pregadas" têm capacidade inferior que as "coladas e pregadas" e as "coladas". A utilização do adesivo na confecção dessas vigas faz com que a alma e as mesas trabalhem como se fossem uma única peça, impedindo que ocorra deslizamento entre elas (LIMA, 2005).

Além das ligações adesivas, as vigas em I pré-fabricadas de madeira dependem das várias geometrias para a ligação alma/mesa, conforme a Figura 3.

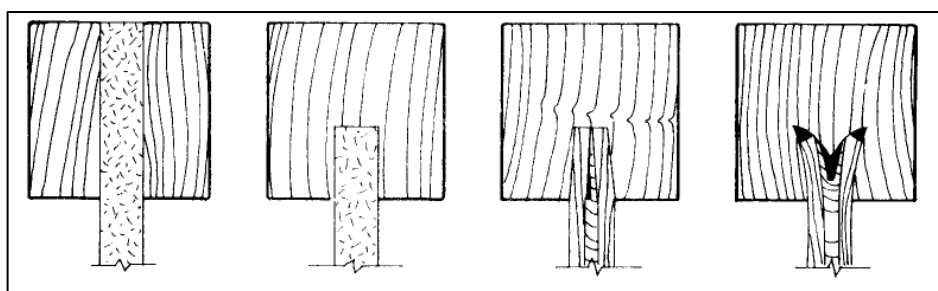


Figura 3 - Tipos de emendas usadas em vigas I
Fonte: LEICHTI; FALK; LAUFENBERG (1990).

As geometrias da ligação alma/mesa e a ligação alma/alma são designadas por cada fabricante, com a intenção de providenciar uma pressão de fixação adequada para a cura do adesivo. Os adesivos usados devem ser de uso externo e tem que atender os requisitos da norma ASTM D 2559 (YEH, 2003).

Ribeiro (2012) realizou análises de resistência de ligação quanto ao comportamento de diferentes geometrias. Foram comparados quatro tipos de geometrias: retangular, em “V”, sulcos paralelos e sulcos inclinados. As geometrias retangular e em forma de “V” apresentaram maior resistência e praticidade de montagem quando comparadas com às geometrias com sulcos paralelos e inclinados.

4.1.1 Materiais Constituintes

O alto grau de eficiência estrutural e a economia de material das vigas "I" são frutos dos esforços de muitos cientistas. O material utilizado na alma pode ser o compensado ou "OSB" (*Oriented Strand Board*), materiais caracterizados pela elevada resistência ao cisalhamento (LEICHTI; FALK; LAUFENBERG, 1990). As mesas podem ser feitas tanto de madeira serrada sólida como de compostos estruturais, como o LVL (*Laminated Veneer Lumber*). O material e as dimensões das duas mesas devem ser iguais (*ENGINEERED WOOD ASSOCIATION*, 2012).

O OSB é um produto estrutural em madeira fabricado a partir de tiras finas de madeira coladas com resina resistente a água, geralmente PF (*Phenol-formaldehyde*) ou PMDI (*Polymeric methylene diphenyl diisocyanate*). Pelas tiras formarem um painel com espessura relativamente pequena, são unidos vários painéis de diversas espessuras, cada painel ainda pode ter uma orientação diferente de suas tiras, conforme a Figura 4 (USDA, 2010).

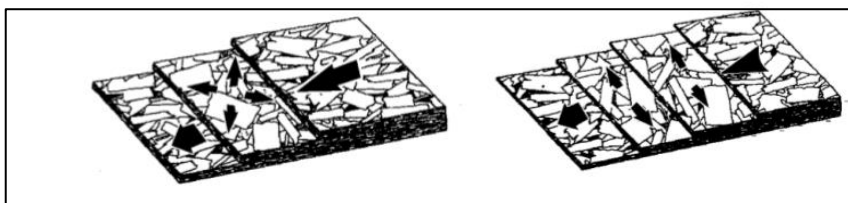


Figura 4 - Orientação dos painéis na chapa de OSB
Fonte: *STRUCTURAL BOARD ASSOCIATION* (2005).

O OSB geralmente é fabricado em 3 camadas, sendo as das extremidades com uma orientação das tiras mais uniforme e o painel central com tiras dispostas de forma aleatória. A orientação das fibras confere ao OSB maior resistência e rigidez na direção orientada de suas tiras. As tiras de madeira são obtidas pelo processamento da madeira, por meio de picadores que produzem os cavacos (USDA, 2010).

A produção de OSB no Brasil teve início em 2002. Embora tenha surgido em 1975, estas chapas podem substituir a madeira compensada na maioria das suas aplicações, entre as quais estão a fabricação de vigas "I", produção de divisórias de ambientes, utilização no fechamento de paredes, nos contrapisos, nos forros de coberturas e fabricação de móveis (LIMA, 2005).

O OSB é uma composição homogênea de diversos compostos, sendo produzido para possuir a resistência e a rigidez equivalente ao compensado, mas com relação a resistência ao cisalhamento o OSB é mais eficiente, chegando a ser o dobro do compensado em função da espessura, sendo este, o fator mais decisivo na escolha desse material para a confecção das almas de vigas I (FISSETTE, 2005).

4.1.2 Fabricação das Vigas I-Joists

A fabricação de vigas "I-Joist" leva em consideração todos os procedimentos já abordados, estes parâmetros ficam a critério do fabricante, podendo-se fazer uso de diferentes geometrias para ligação, materiais, dimensões e processos. A Figura 5 ilustra o processo de fabricação das vigas "I-Joists".

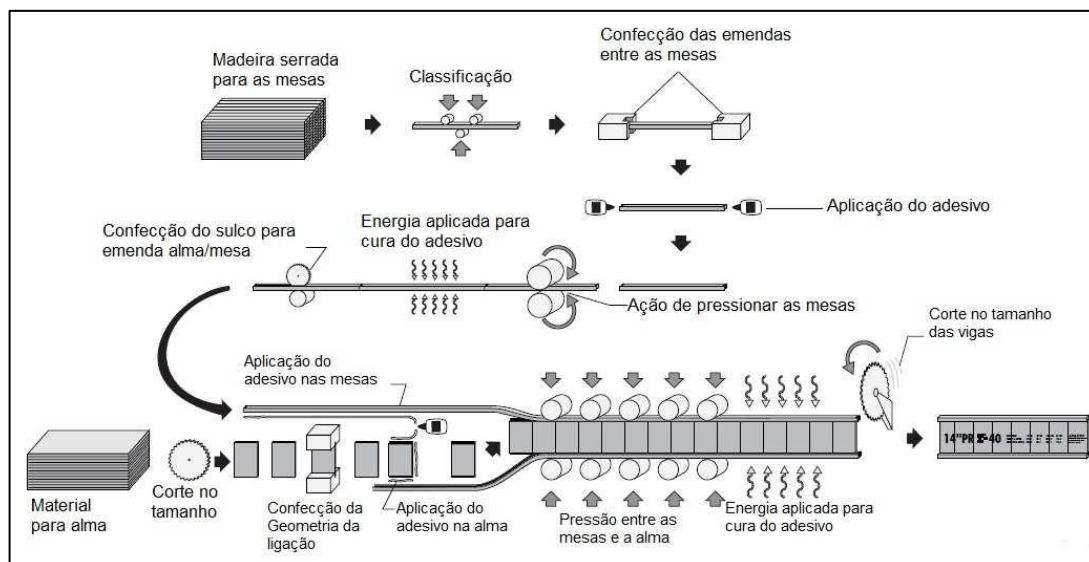


Figura 5 - Processo de fabricação de vigas em I
Fonte: AMERICAN WOOD COUNCIL (2006)

4.2 NORMATIZAÇÃO

As “I-Joists” não são produzidas no Brasil por uma série de razões, dentre elas: a falta de normatização específica, a falta de informações tecnológicas, além da falta de tradição no uso de compostos de madeira para fins estruturais (SANTOS, 2008).

De acordo com Williamson¹ (2002 apud SANTOS, 2008, p. 14) o processo de normatização das vigas em “I” de madeira começou nos EUA em 1981 por um grupo de produtores interessados em estabelecer critérios de desempenho para essas estruturas. No final, o trabalho permitiu determinar as capacidades de cargas, resultando em um desempenho mais uniforme do produto. Em 1985, o processo de normatização transferiu-se para a *American Society for Testing and Materials* (ASTM) Comitê D-7 de madeira. Em 1997 elaborou-se a primeira norma para vigas em “I” pré-fabricadas de madeira, a ASTM (*Standard Specification for Establishing and Monitoring Structural Capacities of Prefabricated Wood I-Joist*), uma especificação padrão para estabelecer e monitorar capacidades estruturais das vigas em “I” pré-fabricadas de madeira.

¹ WILLIAMSON, P.E. **APA Engineered Wood Handbook**. New York: McGraw-Hill, 2002. 946p.

4.2.1 ABNT NBR 7190 - Projeto de Estruturas de Madeira

A ABNT NBR 7190 apresenta a introdução sobre as propriedades físicas e mecânicas da madeira, critérios de dimensionamentos de elementos estruturais, ligações, peças compostas, além de diretrizes que devem ser seguidas nos projetos, tais como pontes, coberturas e pisos (ABNT NBR 7190, 1997). No entanto, no que se refere ao dimensionamento de peças compostas, existe apenas uma recomendação para que este seja realizado considerando que as mesas resistam a todos os esforços de tensões normais devido à flexão e que a alma resista a todo o cisalhamento.

4.2.2 ASTM D 198 – Standard Test Methods of Static Tests of Lumber in Structural Sizes

A normatização ASTM D198 fornece métodos de avaliação sobre carregamentos em diferentes condições de flexão em reconhecimento da crescente necessidade de um melhor conhecimento das propriedades sob tais cargas. Os métodos de avaliação desta norma abrangem a determinação das propriedades de vigas estruturais feitas de madeira maciça, laminadas ou de peças compostas. Este método de ensaio destina-se principalmente a vigas de seção transversal retangular, mas é também aplicável a vigas de formas irregulares, vigas I ou outras seções especiais (ASTM D198, 2002).

A ASTM D198 indica métodos de testes padrão para ensaios estáticos de peças de madeira em tamanhos estruturais, como as vigas em perfil "I", que são objetos de estudo deste trabalho, indicando o método de ensaio de flexão em quatro pontos para as vigas.

4.2.3 ASTM D 5055 – *Standard Specification for Establishing and Monitoring Structural Capacities of Prefabricated Wood I-Joists*

A norma ASTM D 5055 padroniza a especificação para estabelecimento e monitoramento das capacidades estruturais de vigas em perfil "I" pré-fabricadas, as capacidades consideradas são cisalhamento, momento fletor e rigidez. São fornecidos procedimentos para estabelecer detalhes comuns e determinadas considerações específicas de projeto, como uma codificação para as principais formas de rupturas que possam vir a ocorrer nas "I-Joists", mas não descarta a possibilidade de ocorrer outros modos de ruptura ainda não descritos na norma. Essa codificação tem por finalidade fazer o controle de qualidade dessas peças e criar um padrão das principais rupturas (ASTM D 5055, 2004). A Figura 6 apresenta os principais modos de falha das vigas "I".

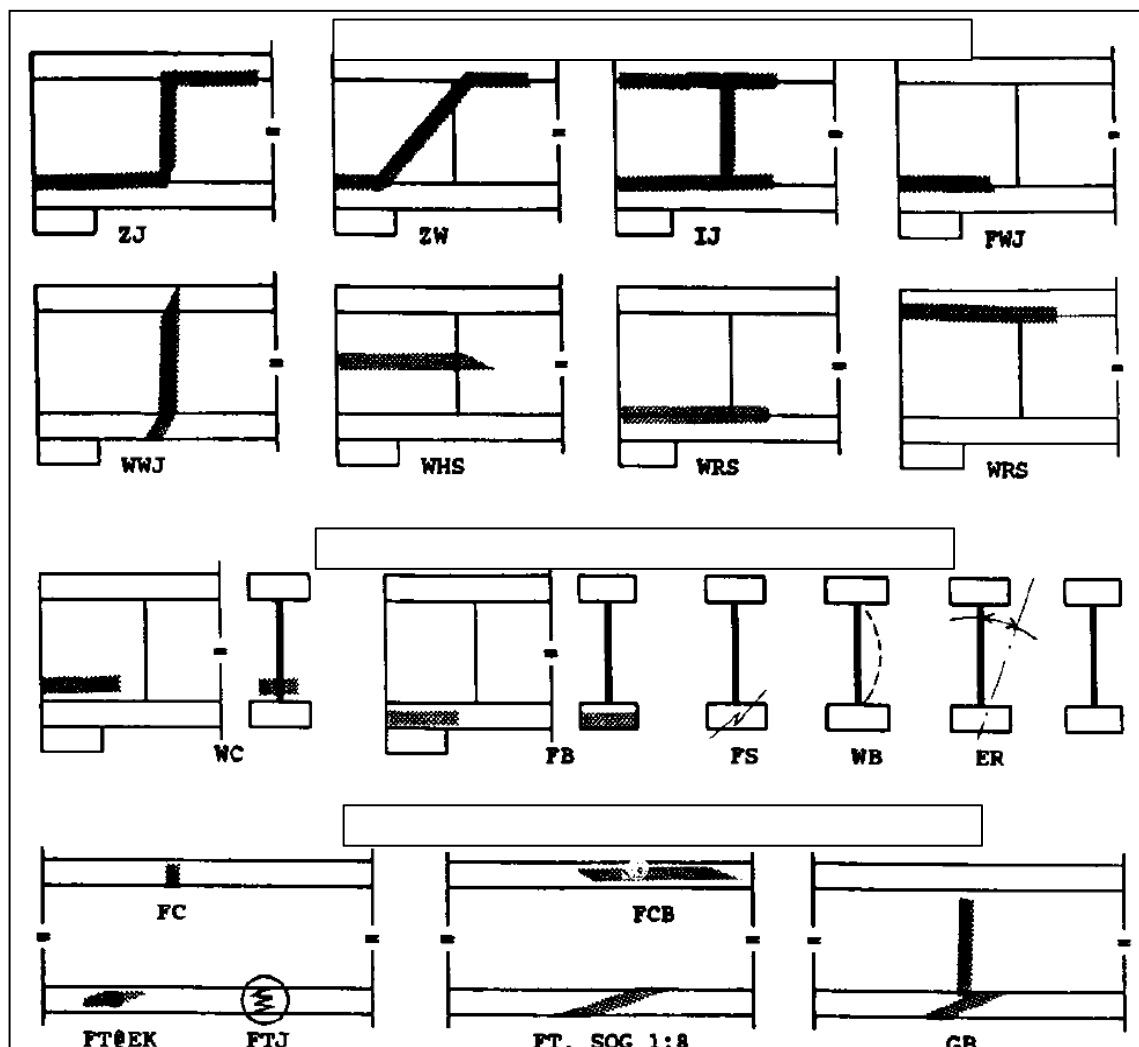


Figura 6 - Principais modos de falhas das vigas I em testes feitos em escala real
 Fonte: ASTM D 5055 (2004).

Sendo:

ZJ: A linha de ruptura passa horizontalmente ao longo da parte de baixo da ligação mesa/alma no final da viga, passa verticalmente ao longo de uma emenda alma-alma, e horizontalmente ao longo da parte superior da ligação mesa-alma no centro do vão.

ZW: Parecido com ZJ exceto que a falha da alma não envolve a ligação alma-alma, usualmente a linha de ruptura acontece num ângulo perto de 45° com a vertical.

IJ: Similar às falhas do tipo Z, porém as falhas da ligação mesa-alma se estendem para os dois lados da ligação alma-alma.

FWJ: Ruptura na ligação mesa-alma superior ou inferior.

WWJ: Ruptura na ligação alma-alma.

WHS: Ruptura horizontal na alma (comum em almas de compensado).

WRS: Laminação deficiente da alma na ligação mesa-alma (para almas de compensado).

WC: Ruptura da alma, usual nas reações de apoio sem enrijecedores.

FB: Esmagamento da mesa no apoio.

WB: Flambagem da alma na reação de apoio, geralmente sem enrijecedores.

FS: Ruptura da mesa devido à ligação na reação de apoio.

ER: Rotação na ponta causando momento na viga (necessidade de contraventamento lateral).

FT: Ruptura na mesa devido à tração.

FTJ: Ruptura de tração na emenda *finger joint* da mesa.

FC: Ruptura de compressão a flexão, comum perto dos pontos de aplicação da carga.

FCB: Ruptura na mesa devido à flambagem.

SOG: Ruptura devido à inclinação das fibras nas mesas. Ou local, como perto de nós em geral.

GB: Ruptura na mesa inferior sem deslocamento da emenda.

Ciente da necessidade de se estabelecer um padrão para o desempenho de "I-Joists", a Associação de Madeira Engenheirada (APA) desenvolveu um programa de padronização denominado "*Performance Rated I-Joists*" (PRI), ou seja, vigas em "I" com performance controlada. Dentro dessa classificação, as vigas têm um limite de flecha para um determinado vão e precisam seguir padrões de produção rigorosos, atendendo às normas da ASTM (PEDROSA, 2003).

4.2.4 PRI – *Performance Rated I-Joists*

A APA *Performance Rated I-Joists* (PRI) é uma alternativa de alta performance para o dimensionamento de vigas de madeira para pisos residenciais. Este programa foi criado para garantir o desempenho dos produtos, com rigorosos padrões de qualidade, que possibilitam a seleção e uso de "I-Joists" de vários fabricantes, com padrões geométricos e recomendações construtivas (APA *Performance Rated I-Joists*, 2012).

As normas *APA Performance Rated I-Joists Form X720 e Z725 (2012)* designam que as vigas I são especificadas para uso em pisos residências. As vigas devem ser produzidas atendendo as seguintes especificações: as mesas devem ser constituídas de madeira serrada ou LVL, as mesas superiores e inferiores devem ser compostas pelo mesmo material. As dimensões das mesas estão relacionadas com a série da viga “I”, ou seja, depende do material, espécie e demais fatores. A alma consiste de painéis estruturais de madeira, podendo ser de madeira compensada ou OSB. Estes painéis devem ser classificados como de Exposição 1 ou Exterior, com espessura igual ou superior a 9,5mm. A montagem dessas vigas é feita com a utilização de adesivos de uso exterior, em conformidade com as normas ASTM D2559 e D7247 (*APA Performance Rated I-Joists, 2012*). Para serem classificadas com padrão PRI, estas vigas não podem ultrapassar o fator limitante a flecha de $L/480$, um critério que proporciona um alto desempenho de piso.

Estas normas apresentam tabelas de referência de uso das vigas "I-Joists". As Tabelas 1 e 2 apresentam o comprimento máximo permitido para vigas com apenas um vão, ou seja, bi-apoiada e para vigas contínuas. Estas apresentam quatro parâmetros: a altura, a classificação da série da “I-Joist”, o espaçamento entre o centro e o vão das vigas.

Tabela 1 - Vãos permitidos por APA EWS *Performance Rated I-Joists* – Vão simples (a,b,c,d)

		Vão simples (m)			
Altura (mm)	Série da viga	Espaçamento entre vigas (cm)			
		30	40	50	60
241	PRI - 20	4,9	4,5	4,3	4,0
	PRI - 30	5,2	4,7	4,5	4,2
	PRI - 40	5,4	5,0	4,7	4,4
	PRI - 50	5,4	5,0	4,7	4,4
	PRI - 60	5,7	5,2	4,9	4,6
302	PRI - 20	5,9	5,4	5,1	4,7
	PRI - 30	6,2	5,7	5,4	5,0
	PRI - 40	6,5	5,9	5,6	5,1
	PRI - 50	6,5	5,9	5,6	5,2
	PRI - 60	6,8	6,2	5,8	5,4
	PRI - 70	7,0	6,4	6,0	5,6
	PRI - 80	7,5	6,8	6,4	6,0
	PRI - 90	7,7	7,0	6,6	6,1
356	PRI - 40	7,3	6,7	6,2	5,6
	PRI - 50	7,3	6,7	6,3	5,9
	PRI - 60	7,7	7,0	6,6	6,2
	PRI - 70	8,0	7,2	6,8	6,4
	PRI - 80	8,5	7,7	7,3	6,8
	PRI - 90	8,7	7,9	7,5	7,0
406	PRI - 40	8,1	7,4	6,7	6,0
	PRI - 50	8,1	7,4	7,0	6,1
	PRI - 60	8,5	7,8	7,3	6,8
	PRI - 70	8,8	8,0	7,6	7,0
	PRI - 80	9,4	8,5	8,1	7,5
	PRI - 90	9,6	8,8	8,3	7,7

Fonte: Adaptado de APA *Performance Rated I-Joists* (2012).

Tabela 2 - Vãos permitidos por APA EWS Performance Rated I-Joists – Múltiplos vãos (a,b,c,d)

		Múltiplos vãos (m)			
Altura (mm)	Série da viga	Espaçamento entre apoios (cm)			
		30	40	50	60
241	PRI - 20	5,4	4,9	4,6	4,1
	PRI - 30	5,7	5,2	4,9	4,6
	PRI - 40	5,9	5,4	5,0	4,4
	PRI - 50	5,9	5,4	5,1	4,7
	PRI - 60	6,2	5,7	5,3	5,0
302	PRI - 20	6,4	5,8	5,1	4,1
	PRI - 30	6,7	6,2	5,7	4,6
	PRI - 40	7,0	6,2	5,7	5,1
	PRI - 50	7,0	6,4	6,1	4,9
	PRI - 60	7,4	6,7	6,4	5,9
	PRI - 70	7,6	7,0	6,6	5,6
	PRI - 80	8,1	7,4	7,0	6,5
	PRI - 90	8,4	7,6	7,2	6,7
356	PRI - 40	7,9	6,8	6,2	5,6
	PRI - 50	8,0	7,3	6,1	4,9
	PRI - 60	8,4	7,6	7,2	6,0
	PRI - 70	8,7	7,9	7,1	5,6
	PRI - 80	9,2	8,4	7,9	7,3
	PRI - 90	9,5	8,6	8,1	7,6
406	PRI - 40	8,5	7,4	6,7	6,0
	PRI - 50	8,8	7,4	6,1	4,9
	PRI - 60	9,3	8,5	7,5	6,0
	PRI - 70	9,6	8,5	7,1	5,6
	PRI - 80	10,2	9,3	8,8	7,3
	PRI - 90	10,5	9,6	9,0	8,1

Fonte: Adaptado de APA Performance Rated I-Joists (2012).

a) É permitida a aplicação para vãos livres em pisos residenciais considerando valor de projeto para carga permanente 0,48 kN/m² e carga acidental 1,91 kN/m². A deflexão pelo carregamento acidental de projeto é limitada em L/480.

b) Os vãos são baseados num sistema de piso pregado-colado, conforme exigências da APA Rated Sheathing ou APA Rated Sturd-I-Floor. Os painéis utilizados devem possuir espessura mínima de 15 mm para um espaçamento entre “I-Joists” de 488 mm ou menos, ou 18,3 mm para espaçamento entre vigas de 610 mm. O adesivo

utilizado nesse sistema deve respeitar a especificação da APA AFG-01 ou da ASTM D3498. Além disso, os vãos devem ser reduzidos a 305 mm quando esse sistema foi apenas pregado.

c) O mínimo comprimento de apoio deve ser 88,9 mm para apoios intermediários e 44,5 mm para os apoios de extremidade.

d) Enrijecedores não são necessários quando "I-Joists" são utilizadas com os vãos e espaçamentos contidos na tabela, exceto quando necessários na fabricação.

A APA PRI (2012) menciona que existem quatro alturas totais disponíveis: 241mm, 302mm, 356mm, 406mm. As vigas de mesma altura são fabricadas com diferentes larguras de mesa, essa dimensão deve ser considerada ao projetar os tipos de apoio utilizados nas ligações de extremidade (APA *Performance Rated I-Joists*, 2012).

Esta norma ainda apresenta a avaliação de várias propriedades de projeto. A Tabela 3 apresenta tais propriedades, de acordo com a padronização da APA para as quatro alturas de vigas "I".

Tabela 3 - Propriedades de projeto para APA EWS Performance Rated I-Joists

Altura (mm)	Série da Viga	EI (kN.m ²)	Md (kN.m)	Vd (kN)	K (kN)
241	PRI - 20	378,84	3,42	4,98	21974
	PRI - 30	456,33	4,37	4,98	21974
	PRI - 40	528,08	3,71	4,98	21974
	PRI - 50	533,82	5,15	4,98	21974
	PRI - 60	628,53	5,13	4,98	21974
302	PRI - 20	645,75	4,43	6,32	27490
	PRI - 30	777,77	5,65	6,32	27490
	PRI - 40	898,31	4,81	6,32	27490
	PRI - 50	906,92	6,66	6,32	27490
	PRI - 60	1064,77	6,64	6,32	27490
	PRI - 70	1193,92	8,94	6,32	27490
	PRI - 80	1486,66	9,41	6,32	27490
	PRI - 90	1638,77	11,89	8,56	27490
356	PRI - 40	1317,33	5,79	7,61	32383
	PRI - 50	1328,81	7,95	7,61	32383
	PRI - 60	1561,28	7,99	7,61	32383
	PRI - 70	1747,83	10,66	7,61	32383
	PRI - 80	2169,72	11,34	7,61	32383
	PRI - 90	2387,84	14,18	9,45	32383
406	PRI - 40	1793,75	6,71	8,76	37009
	PRI - 50	1808,10	9,11	8,76	37009
	PRI - 60	2120,93	9,27	8,76	37009
	PRI - 70	2370,62	12,22	8,76	37009
	PRI - 80	2938,88	13,14	8,76	37009
	PRI - 90	3231,62	16,25	10,36	37009

Fonte: Adaptado de APA Performance Rated I-Joists (2012).

Onde:

EI = rigidez à flexão da viga;

M_d = momento resistente de cálculo da viga;

V_d = cortante resistente de cálculo da viga;

K = coeficiente utilizado para cálculo da flecha.

4.3 HIPÓTESES DE CÁLCULO

A disposição das peças na viga I proporciona o melhor aproveitamento das características dos materiais, as mesas proporcionam elevada rigidez à flexão, suportando a maior parte do momento fletor, enquanto a alma é responsável por suportar o esforço cisalhante. A utilização de adesivos rígidos na ligação entre mesa e alma, assegura que não ocorrerá deslizamento pelo cisalhamento. Como a alma possui um módulo de elasticidade menor, as tensões de tração e compressão são amplificadas nas mesas (LEICHTI; FALK; LAUFENBERG, 1990). As Figuras 7 e 8 ilustram as tensões que atuam na viga devido ao momento fletor e ao esforço cisalhante, respectivamente.

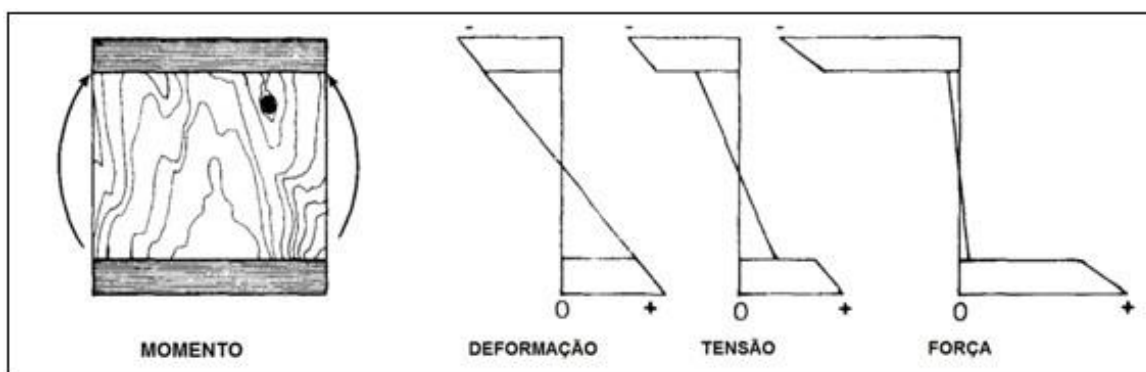


Figura 7 - Distribuição da deformação, tensão e força de vigas I submetidas a momento fletor positivo
 Fonte: Leichti; Falk; Laufenberg (1990).

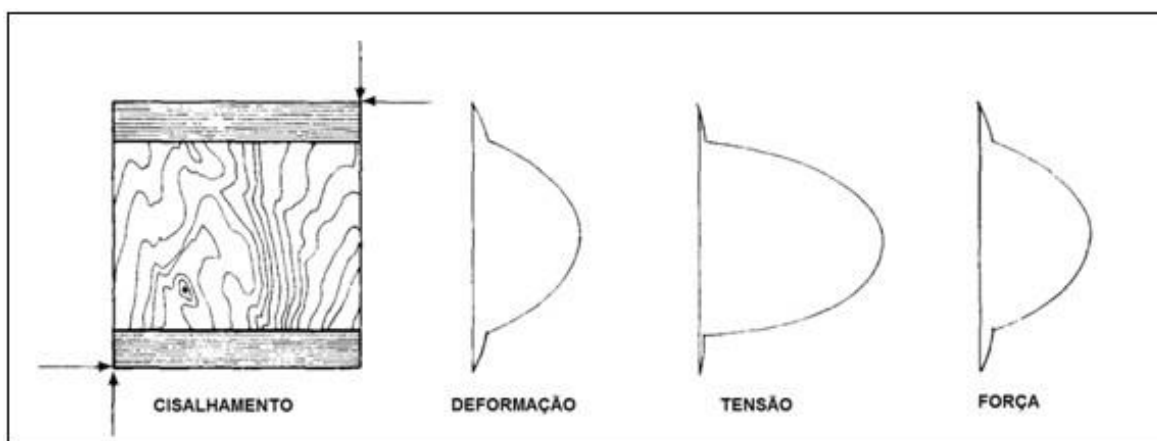


Figura 8 - Distribuição da deformação, tensão e força de vigas I submetidas ao cisalhamento
 Fonte: Leichti; Falk; Laufenberg (1990).

4.3.1 Método da seção transformada para seção em I

A homogeneização da seção é empregada quando se deseja considerar a diferença de material entre os elementos de uma viga composta. O método da seção transformada tem como princípio transformar a seção em outra equivalente, constituída por apenas um material, com a mesma rigidez a flexão. No caso da flexão reta em torno do eixo principal horizontal, na seção transformada os elementos terão sua área e sua largura modificadas, mas não a altura.

Para utilizar esse método é fundamental a escolha de um material de referência. Desta forma, a seção transformada será composta apenas por esse material, podendo-se calcular a razão entre o módulo de elasticidade do elemento e o módulo de elasticidade comparativo para cada material, onde a largura de cada elemento da viga composta é multiplicada por essa razão, assim como as tensões nos elementos transformados. É importante lembrar que essa descrição vale apenas em cálculos relacionados a flexão, pois seus fundamentos são as hipóteses básicas da Teoria da Flexão (SANTANA, 1997).

Com a Equação 1 é possível determinar a relação entre os módulos de elasticidade:

$$n_i = \frac{E_i}{E_C} \quad (1)$$

Onde:

E_i = módulo de elasticidade de cada elemento;

E_C = módulo de elasticidade comparativo;

n_i = relação entre o módulo de elasticidade do material de cada um dos elementos e o módulo de elasticidade comparativo (razão modular).

A Figura 9 apresenta a seção transversal para cálculo de viga "I" com três elementos.

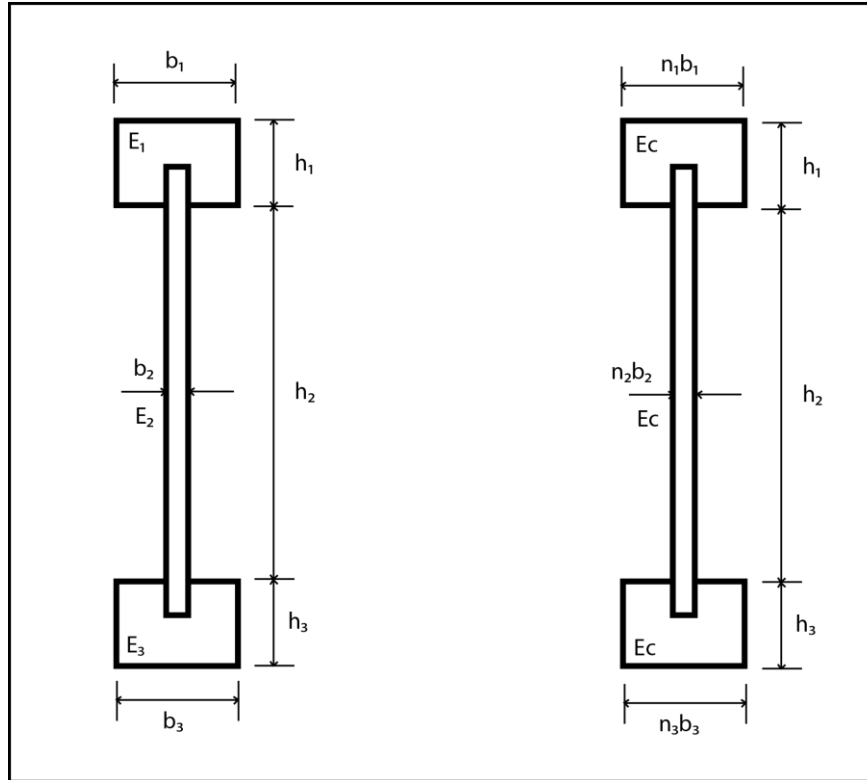


Figura 9 - Seção transformada para viga I com três elementos

Com a Equação 2 é possível determinar a área da seção transformada de cada peça.

$$A_i = n_i b_i h_i \quad (2)$$

Onde:

b_i = largura de cada elemento;

h_i = altura de cada elemento.

Com a Equação 3 e 7 é possível determinar o centroide da seção transformada e a inércia efetiva da seção transversal. Sendo que o centroide foi determinado tomando como referência a borda inferior da seção transversal.

$$C_{total} = \frac{C_1(h_1 b_1 n_1 - h_2 b_3 n_1) + C_2[b_3(h_3 + 2h_2)n_2] + C_3(h_4 b_4 n_3 - h_2 b_3 n_3)}{(h_1 b_1 n_1 - h_2 b_3 n_1) + [b_3(h_3 + 2h_2)n_2] + (h_4 b_4 n_3 - h_2 b_3 n_3)} \quad (3)$$

$$C_1 = h_4 + h_3 + \frac{\frac{h_1}{2} h_1 b_1 n_1 - \frac{h_2}{2} h_2 b_3 n_1}{h_1 b_1 n_1 - h_2 b_3 n_1} \quad (4)$$

$$C_2 = h_4 - h_2 + n_2 \frac{h_3 + 2h_2}{2} \quad (5)$$

$$C_3 = \frac{\frac{h_4}{2} h_4 b_4 n_3 - \frac{h_2}{2} h_2 b_3 n_4}{h_4 b_4 n_3 - h_2 b_3 n_4} \quad (6)$$

$$I_{ef} = I_{ef1} + I_{ef2} + I_{ef3} \quad (7)$$

$$I_{ef1} = n_1 \left\{ \left(\frac{b_1 h_1^3}{12} - \frac{b_3 h_2^3}{12} \right) + b_1 h_1 \left[\left(h_4 + h_3 + \frac{h_1}{2} \right) - CG_T \right]^2 - b_3 h_2 \left[CG_T - \left(h_4 + h_3 + \frac{h_2}{2} \right) \right]^2 \right\} \quad (8)$$

$$I_{ef2} = n_2 \left[\left(\frac{b_3 (h_3 + 2h_2) h_1^3}{12} \right) + b_3 (h_3 + 2h_2) (CG_2 - CG_T)^2 \right] \quad (9)$$

$$I_{ef3} = n_3 \left\{ \left(\frac{b_4 h_4^3}{12} - \frac{b_3 h_2^3}{12} \right) + b_4 h_4 \left[\left(\frac{h_4}{2} \right) - CG_T \right]^2 - b_3 h_2 \left(CG_T - h_4 + \frac{h_4}{2} \right)^2 \right\} \quad (10)$$

Onde:

I_{ef} = inercia efetiva da seção transversal;

I_{ef1} = inercia efetiva da mesa superior;

I_{ef2} = inercia efetiva da alma;

I_{ef3} = inercia efetiva da mesa inferior;

b_1 = base da mesa superior;

h_1 = altura da mesa superior;

h_2 = altura do entalhe;

b_3 = base da alma;

h_3 = altura da alma;

b_4 = base da mesa inferior;

h_4 = altura da mesa inferior;

C_{Total} = Centróide da seção transversal;

C_1 = Centróide da mesa superior;

C_2 = Centróide da alma;

C_3 = Centróide da mesa inferior;

$[E_n I_{ef}]$ = Rigidez efetiva para a seção transformada.

4.3.2 Estimativa de rigidez considerando a deformação por cisalhamento

Lima (2014) conclui que o cálculo de flecha em vigas I que leva em consideração a deformação causada devido ao cisalhamento aproxima-se mais do valor da flecha experimental, quando comparado com o cálculo da flecha que não considera esta deformação. Garbin (2012) em suas considerações finais, quanto a rigidez a flexão, os valores experimentais e de cálculo apresentaram uma diferença entre 19% a 31%. Tal fato, segundo o autor, pode ter origem pela deformação por cisalhamento que não foi considerada no método de cálculo.

O *American Wood Council* (1999) para as vigas I de madeira, considera que a deformação de cisalhamento pode ser responsável por 15% até 30% do total da flecha, devido ao material otimizado da alma. Assim sendo, ao se estudar a rigidez das "I-Joists" é necessário levar em consideração a deformação por cisalhamento.

4.3.3 Método do Princípio dos Trabalhos Virtuais

O princípio dos trabalhos virtuais aplica-se à análise de estruturas para corpos deformáveis em forma geral, para estruturas de barras de comportamento linear, partindo do princípio da conservação de energia, pode-se considerar que em um sistema de forças quaisquer, denominadas forças virtuais, o trabalho virtual total realizado pelas forças é igual a zero, ou seja, o trabalho das forças externas é igual ao trabalho virtual das forças internas.

Considerando os princípios acima, é possível determinar o deslocamento, em determinada direção, de um ponto qualquer de uma estrutura em barras sob ações quaisquer. Nesse caso considera-se um novo carregamento, na mesma estrutura, uma força virtual no ponto e direção do deslocamento desejado, como mostra a Figura 10 (SORIANO, 2006).

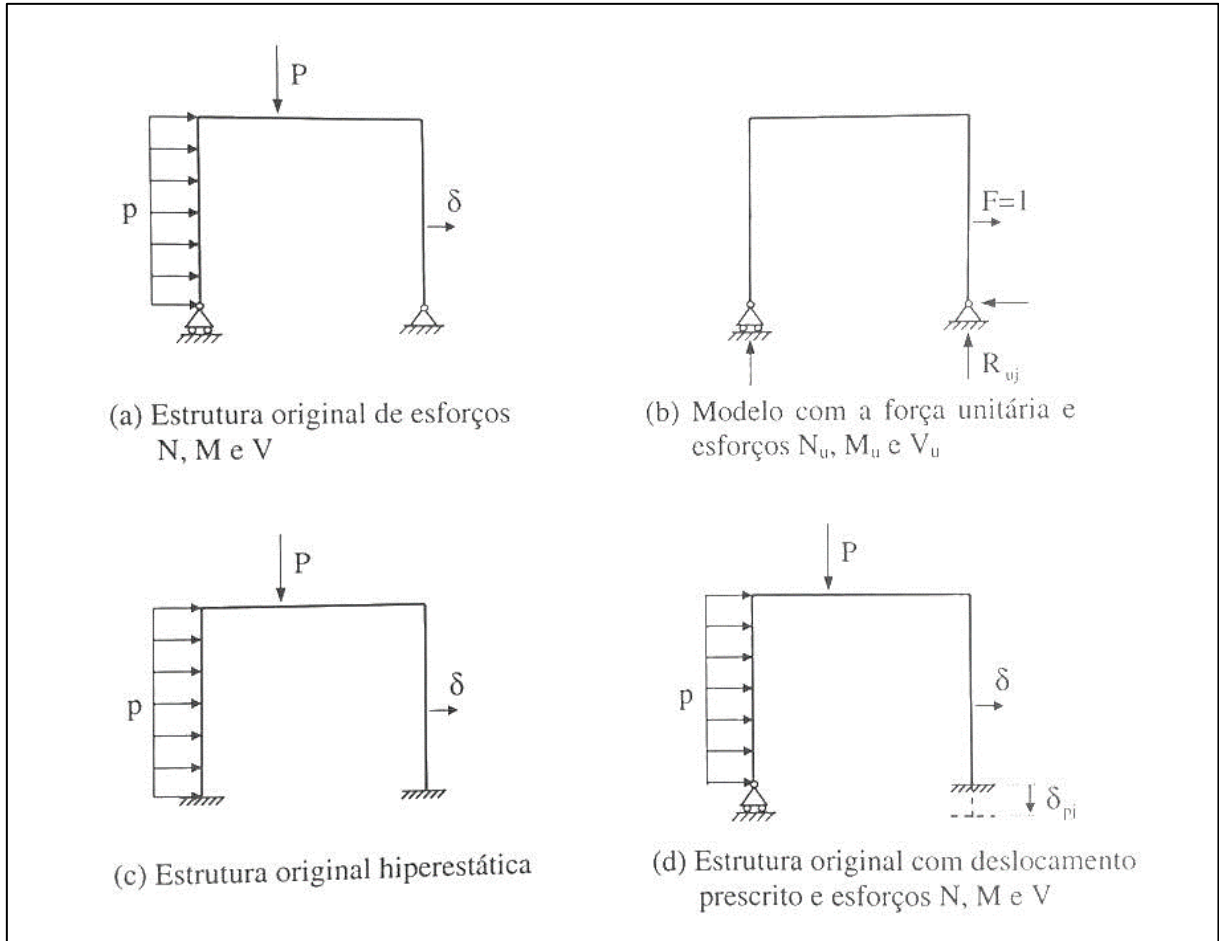


Figura 10 - Pórtico plano
Fonte: SORIANO (2006).

A Equação 11, representa o teorema das forças virtuais, onde, N_u , M_u , V_u , T_u representam os esforços nas seções da estrutura com a carga unitária. N , M , V e T representam os esforços nas seções da estrutura com carregamento original e a integral é ao longo do comprimento de todas as barras da estrutura. Dividindo ambos os membros da Equação 11 pela unidade de força, o que equivale a considerar um modelo com uma “força virtual unitária adimensional”, obtém-se o deslocamento desejado (SORIANO,2006).

$$\delta = \int_x \left(\frac{N_u N}{EA} + \frac{M_u M}{EI} + f_s \frac{V_u V}{GA} + \frac{T_u T}{GJ} \right) dx \quad (11)$$

No caso em estudo, vigas I submetidas ao ensaio de flexão de quatro pontos, segundo a ASTM D 198, não há a presença de força normal e torção. Dessa forma a

Equação 11 torna-se: Equações 12 e 13, deslocamento devido ao momento fletor e cisalhamento.

$$\delta_{total} = \delta_{momento\ fletor} + \delta_{cisalhamento} \quad (12)$$

$$\delta_{total} = \int_x \frac{M_u M}{EI} dx + \int_x f_s \frac{V_u V}{GA} dx \quad (13)$$

Resolvendo a integral do deslocamento devido ao cisalhamento, Equação 14, tem-se:

$$\delta_{cisalhamento} = \int_x f_s \frac{V_u V}{GA} dx \quad (14)$$

$$\delta_{cisalhamento} = \frac{f_s}{GA} \int_x V_u V dx \quad (15)$$

$$\delta_{cisalhamento} = \frac{f_s}{GA} M \quad (16)$$

Onde:

δ = flecha;

M = momento fletor real;

M_u = momento fletor gerado pela força virtual unitária;

V = cortante real;

V_u = cortante gerado pela força virtual unitária;

G = módulo de elasticidade transversal do material;

A = área da seção transversal;

f_s = coeficiente de forma da seção transversal.

Segundo Timoshenko e Gere (1984) o fator de forma assume os seguintes valores:

Seção transversal retangular:

$$f_s = \frac{6}{5} \quad (17)$$

Seção circular:

$$f_s = \frac{10}{9} \quad (18)$$

Tubo circular de parede fina:

$$f_s = 2 \quad (19)$$

Tubo retangular de parede fina e seção I com chapas finas:

$$f_s \cong \frac{A_{total}}{A_{alma}} \quad (20)$$

Para vigas I-Joist com seção transversal indicada na Figura 11, Young e Budynas (2002) propõem a Equação 21, para o cálculo do fator de forma.

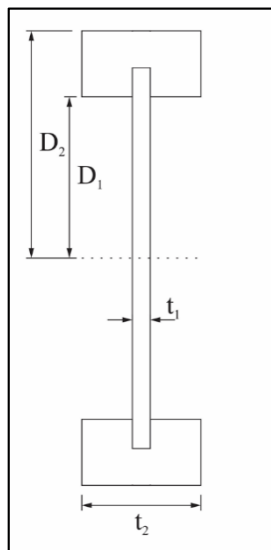


Figura 11 - Seção transversal da viga I em estudo

$$f_s = \left[1 + \frac{3(D_2^2 - D_1^2)D_1}{2D_2^3} \left(\frac{t_2}{t_1} - 1 \right) \right] \frac{4D_2^2}{10r^2} \quad (21)$$

Onde:

D_1 = distância do CG até a face interna da mesa;

D_2 = distância do CG até a face externa da mesa;

t_1 = espessura da alma;

t_2 = espessura da mesa;

r^2 = raio de giração.

A Equação 22 apresenta método de cálculo do PTV para vigas “I-Joists” considerando a deformação por cisalhamento, submetidas ao método de carregamento do ensaio de flexão de quatro pontos, segundo a ASTM D 198.

$$\delta = \frac{23PL^3}{1296EI} + \frac{f_s}{GA} \left(\frac{PL}{6} \right) \quad (22)$$

Onde:

P = força concentrada aplicada (N);

L = vão (m).

4.3.4 Método simplificado de Rancourt

Rancourt (2008) apresenta uma metodologia de cálculo de flecha de vigas I, que leva em consideração a deformação devido ao cisalhamento. A norma americana *APA Performance Rated I-Joist Form Z725* (2012) apresenta esta metodologia, no qual a deformação cisalhante é calculada segundo a Equação 23.

$$\delta_{\text{cisalhamento}} = \frac{8M}{K} \quad (23)$$

Onde:

K = coeficiente empírico de deformação por cisalhamento.

M = momento fletor no meio do vão.

Em suas considerações, Rancourt (2008) indica um método simplificado para o cálculo de deformação por cisalhamento. A flecha pode ser dividida em duas parcelas: deformação por momento fletor e deformação por cisalhamento.

O autor considera o cálculo da deformação por cisalhamento em função do momento fletor e do coeficiente de deformação por cisalhamento. A Figura 12 apresenta métodos de cálculo de flecha para vigas "I-Joists" considerando a deformação por cisalhamento para alguns casos de carregamentos comuns.

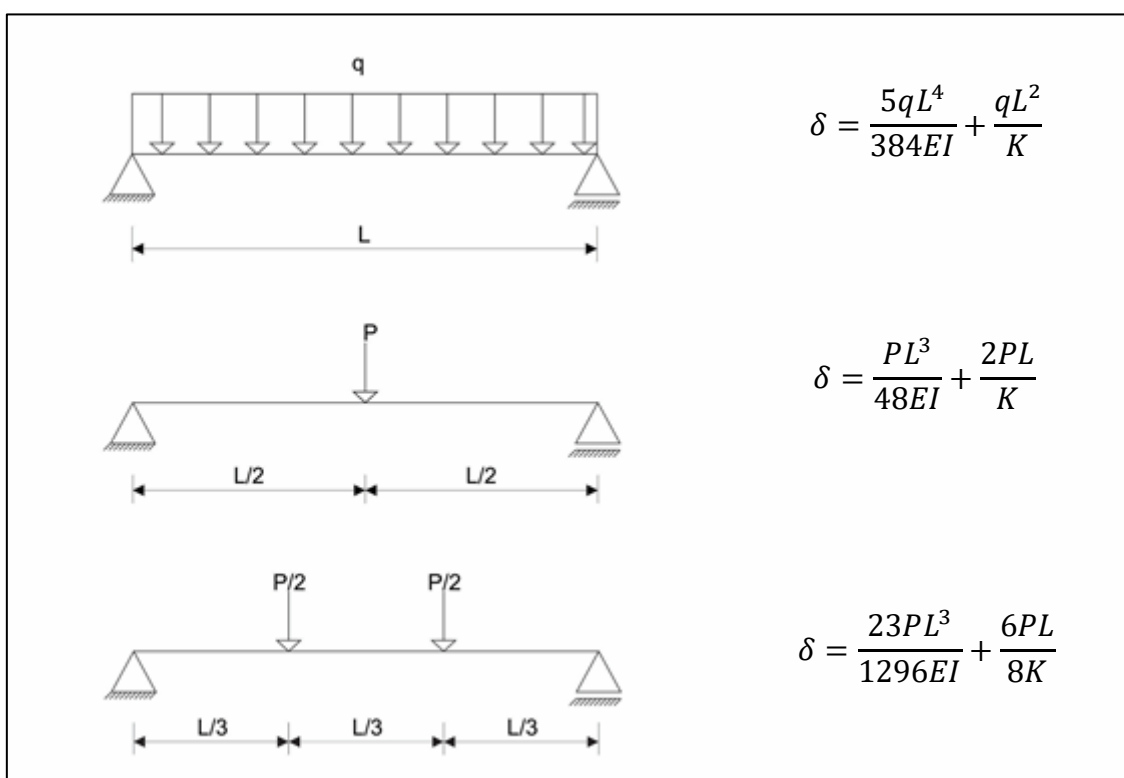


Figura 12 - Cálculo de flecha para I-Joists considerando a deformação por cisalhamento
 Fonte: RANCOURT (2008).

Onde:

q = força uniforme distribuída (N/m);

P = força concentrada (N).

APA *Performance Rated I-Joist Form Z725* (2012) apresenta o valor de coeficiente de deformação por cisalhamento, K , estudado por Rancourt (2008), tabelados para cada série PRI, variando conforme a altura da viga, segundo a Tabela 4.

Tabela 4 - Valores de coeficiente K para as séries de viga I-Joists padronizadas

Altura (mm)	Série da Viga	K (kN)
241	PRI – 20, PRI – 30, PRI – 40, PRI – 50, PRI – 60	21974
302	PRI – 20, PRI – 30, PRI – 40, PRI – 50, PRI – 60, PRI – 70, PRI – 80, PRI – 90	27490
356	PRI – 40, PRI – 50, PRI – 60, PRI – 70, PRI – 80, PRI – 90	32383
406	PRI – 40, PRI – 50, PRI – 60, PRI – 70, PRI – 80, PRI – 90	37009

Fonte: Adaptado da APA *Performance-Rated I-Joist* (2012).

Analisando as parcelas de deslocamento devido ao cisalhamento do PTV e Rancourt (2008) é possível concluir que o valor K, coeficiente encontrado experimentalmente está relacionado ao coeficiente de forma da seção, o módulo de elasticidade e a área da seção transversal, segundo as Equações 24 e 25.

$$\frac{f_s}{GA} M = \frac{8M}{K} \quad (24)$$

$$K = \frac{8GA}{f_s} \quad (25)$$

4.4 MODELOS NUMÉRICOS

4.4.1 Método de Elementos Finitos

O Método de Elementos Finitos (MEF) foi concebido para a análise de meios contínuos, possibilitando a avaliação da maior parte dos sistemas físicos dos quais trata a engenharia. O desenvolvimento destes modelos matemáticos aplicados a *softwares* tem propiciado modelagens realísticas, confiáveis e de aplicação prática na engenharia, trazendo maior economia se comparado com as avaliações com modelos físicos (SORIANO, 2003).

O MEF surgiu em 1955, vindo da evolução da análise matricial de modelos reticulados idealizado na indústria aeronáutica britânica no início de 1930, com os avanços tecnológicos na construção de melhores computadores e na necessidade dos engenheiros em projetarem estruturas e modelos contínuos. Neste contexto, os elementos finitos foram aprimorados, inicialmente para análise de distribuição de tensões em chapas de asa de aviação, posteriormente este foi aplicado em diversas áreas da engenharia, medicina, entre outros.

Embora os modelos 2D sejam mais práticos, em virtude da facilidade em refinar a malha, o rápido processamento da simulação e a facilidade na interpretação dos resultados. A geometria do elemento estrutural também interfere na escolha do tipo de elemento finito adotado, segundo Guimarães (2016) para o estudo de vigas I em madeira é necessário a utilização de modelos 3D. A modelagem 3D, porém, exige mais desempenho do *hardware*, tempo de processamento devido à complexidade da malha e o significativo aumento dos números de nós.

4.5 CARACTERÍSTICAS DO MATERIAL

Devido a sua própria constituição, a madeira e seus derivados apresentam direções principais com diferentes propriedades mecânicas, se assemelhando ao modelo de material ortotrópico (FURLANI, 1995). Materiais ortotrópicos são aqueles que possuem três planos de simetria elástica mutuamente perpendiculares. No caso da madeira esses três planos são formados pelos eixos Longitudinal (L), Radial (R) e Tangencial (T), mostrados na Figura 13.

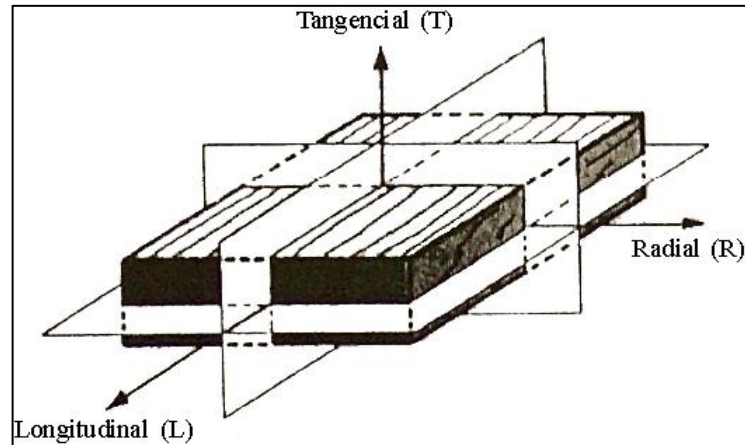


Figura 13 - Eixos e planos de ortotropia na madeira
Fonte: Adaptado Bodig & Jayne, 1982.

A partir do exposto, pode-se expressar 12 coeficientes elásticos para a madeira, sendo nove independentes, que nos termos usuais da engenharia são os módulos de elasticidade axial (E), coeficientes de Poisson (ν) e módulos de elasticidade transversal (G). Assim, com base nos eixos principais adotados (Longitudinal L, Radial R e Tangencial T) a matriz de flexibilidade é escrita segundo a Equação 26.

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & \frac{-\nu_{RL}}{E_R} & \frac{-\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{LR}}{E_L} & \frac{1}{E_R} & \frac{-\nu_{TR}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{LT}}{E_L} & \frac{-\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Bodig e Jayne (1982) desenvolveram uma simplificação no modelo ortotrópico, com aproximações bidimensionais, caracterizando um estado plano de tensões, esta simplificação é válida no caso de compósitos de madeira, como o OSB. Com isso, pode-se chegar em uma equação com apenas duas tensões normais e uma de cisalhamento, segundo a Equação 27.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Mascia (2003) afirma que “ao analisar uma peça de madeira num sistema ortogonal de coordenadas, pode-se externalizar as suas propriedades de elasticidade, desde que haja coincidência entre estes eixos e aqueles referentes aos eixos de simetria elástica”. A teoria da elasticidade aplicada à madeira fundamenta-se na hipótese de simetria elástica nos eixos perpendiculares.

5 METODOLOGIA

Com intuito de avaliar a rigidez de vigas I-Joist foram realizadas comparações de flechas entre diferentes modelos de cálculo: analíticos exatos (PTV), analíticos simplificados (Rancourt), numérico (MEF) e resultados experimentais da literatura.

Para confecção dos modelos numéricos foram usados os *softwares Autodesk Simulation Mechanical* e *Autodesk Simstudio Tools 2016*, responsáveis respectivamente por simular e criar as representações gráficas dos elementos. A modelagem numérica foi dividida em etapas, são elas: montagem da geometria do modelo, a escolha do tipo de análise, definição do tipo de elemento, definição das propriedades do material, criação da malha de elementos finitos, definição das condições de contorno e carregamentos.

Para determinação da flecha do modelo numérico foram modeladas 6 vigas I, com configurações de análise estática em regime elástico linear, Figura 14. A geometria do modelo foi dividida em 3 elementos, são eles: mesa superior, mesa inferior e alma.

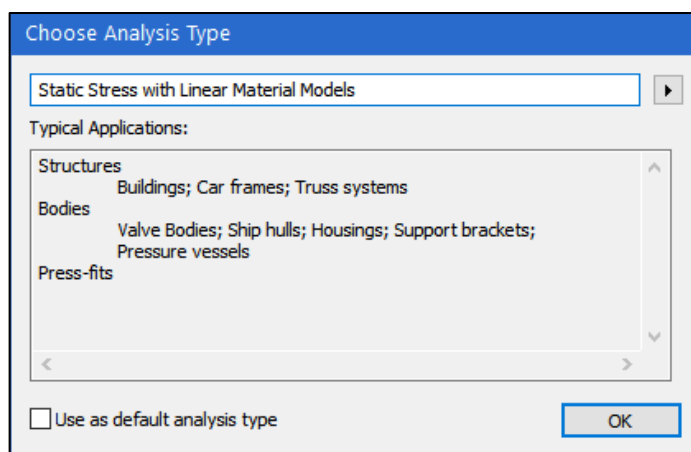


Figura 14 - Tipo de análise

Fonte: adaptado de Autodesk Simulation Mechanical 2016®

As mesas superior e inferior, foram divididas em 3 partes cada, afim de proporcionar uma malha mais homogênea e compatível geometricamente com as dimensões da alma ao longo da peça, como ilustra a Figura 15. O modelo de viga adotado foi PRI 60 241, com 2300 mm de comprimento, com dimensões segundo Carlin (2017), conforme a Tabela 5.

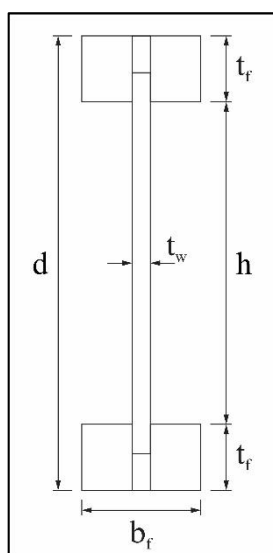


Figura 15 - Dimensões da Viga I

Tabela 5 - Características geométricas da seção transversal em mm

Viga	Mesa Superior		Alma		Mesa Inferior	
	b_f	t_f	t_w	h	b_f	t_f
1	63,1	36,1	9,5	172,9	62,7	35,5
2	63,0	35,8	9,5	173,4	62,2	35,5
3	62,4	35,5	9,5	173,1	62,4	36,0
4	63,2	35,5	9,5	172,3	62,9	36,4
5	62,8	35,9	9,5	172,5	62,8	36,0
6	63,0	36,1	9,5	177,4	62,9	35,5

Guimarães (2016) realizou análises numéricas de vigas I-Joist para caracterizar o comportamento estrutural deste elemento, o autor concluiu que o elemento que apresentou resultado mais satisfatório nas análises foi o *BRICK*, dessa forma, adotou-se o tipo de elemento finito *BRICK*, Figura 16. Com relação ao modelo do material, este foi definido como ortotrópico, e foi fornecida a direção do eixo axial, Figuras 17 e 18.

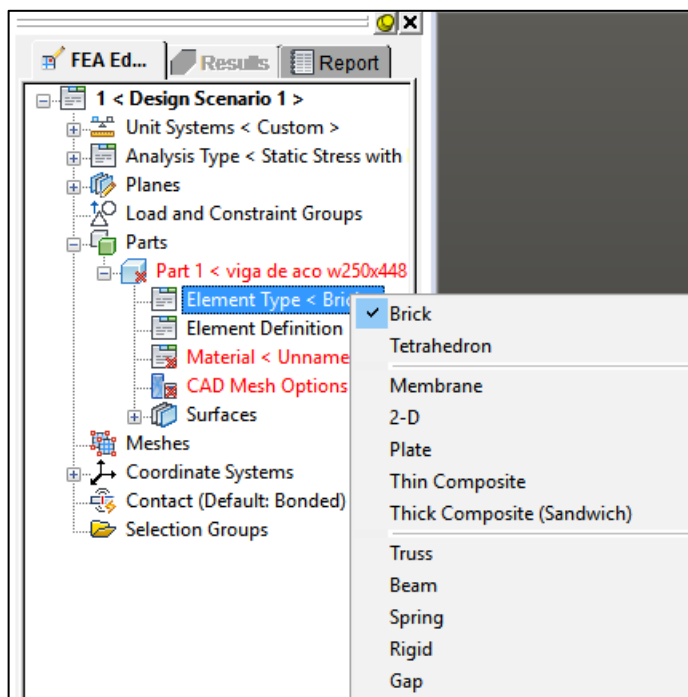


Figura 16 - Tipo de elemento

Fonte: adaptado de *Autodesk Simulation Mechanical 2016*®

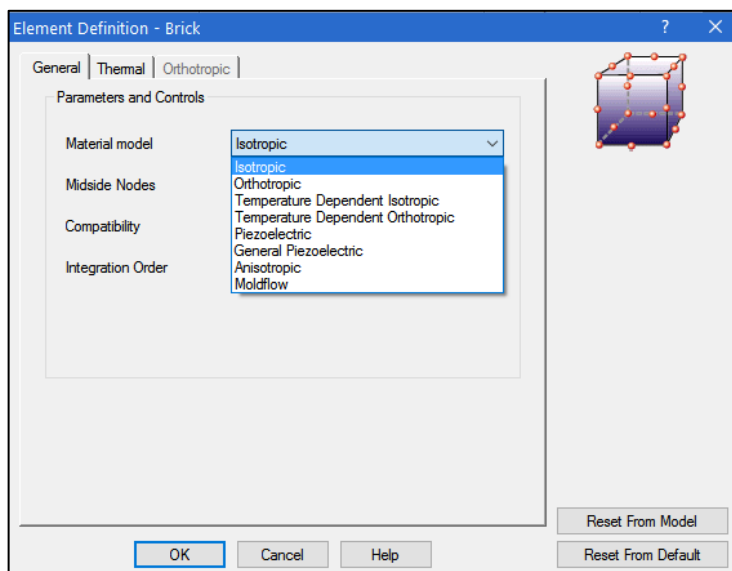


Figura 17 - Definir elemento

Fonte: adaptado de *Autodesk Simulation Mechanical 2016*®

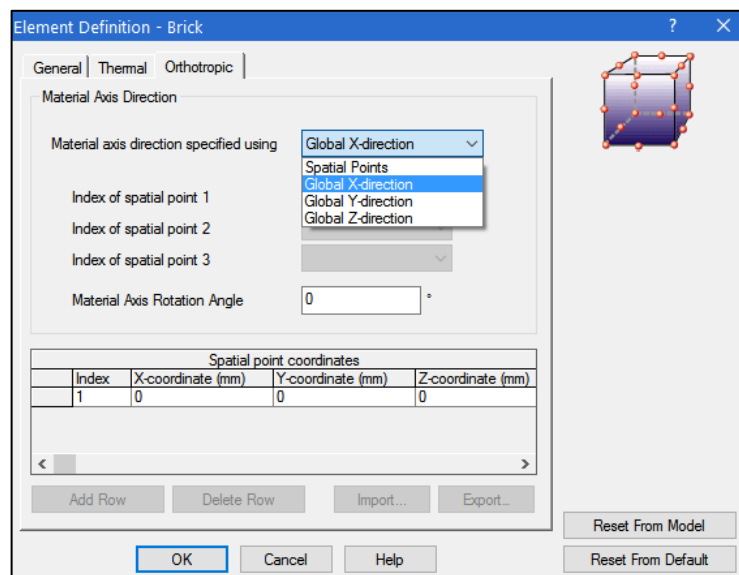


Figura 18 - Definir sentido do eixo axial
 Fonte: adaptado de *Autodesk Simulation Mechanical 2016*®

Com relação as definições das propriedades elásticas que foram utilizadas no modelo numérico, o *software* apresentou 9 constantes para materiais ortotrópicos passíveis de edição, Figura 19. Sobre a criação da malha, Guimarães (2016) recomenda para vigas I, padrão PRI-60, a utilização de malha constituída de nós a cada 6 mm, em cada um dos eixos cartesianos, Figuras 20, 21 e 22.

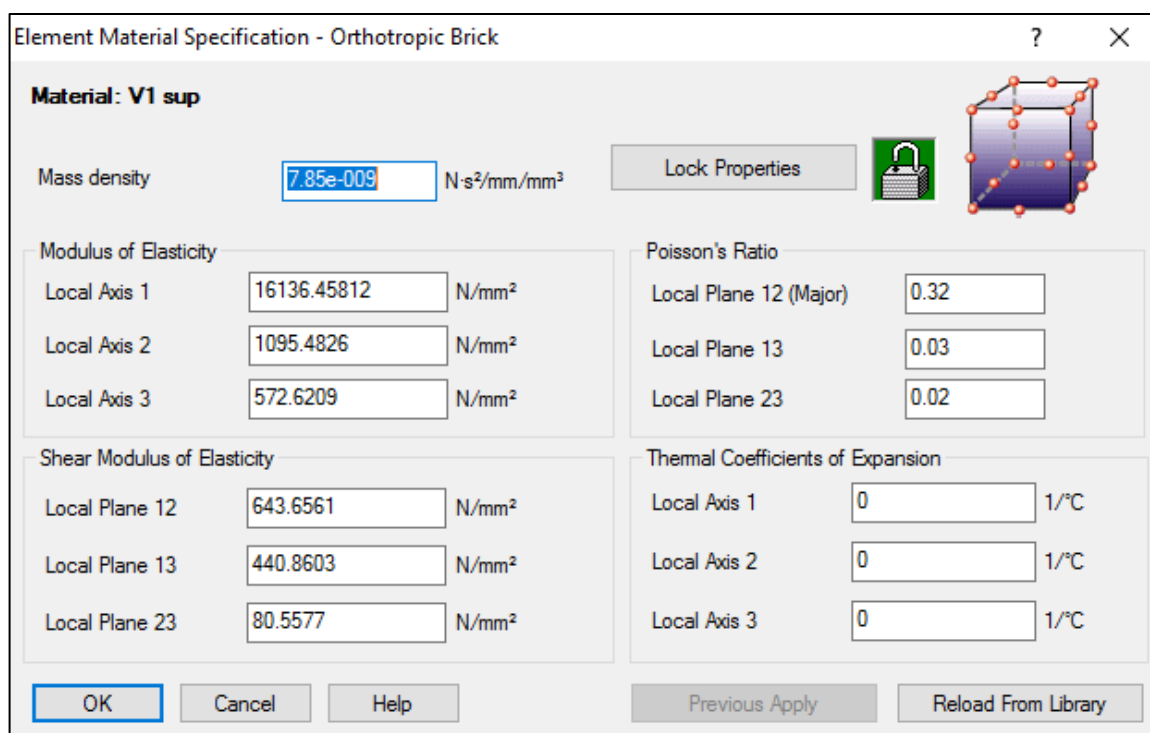


Figura 19 - Edição de propriedades em materiais ortotrópicos
 Fonte: adaptado de *Autodesk Simulation Mechanical 2016*®

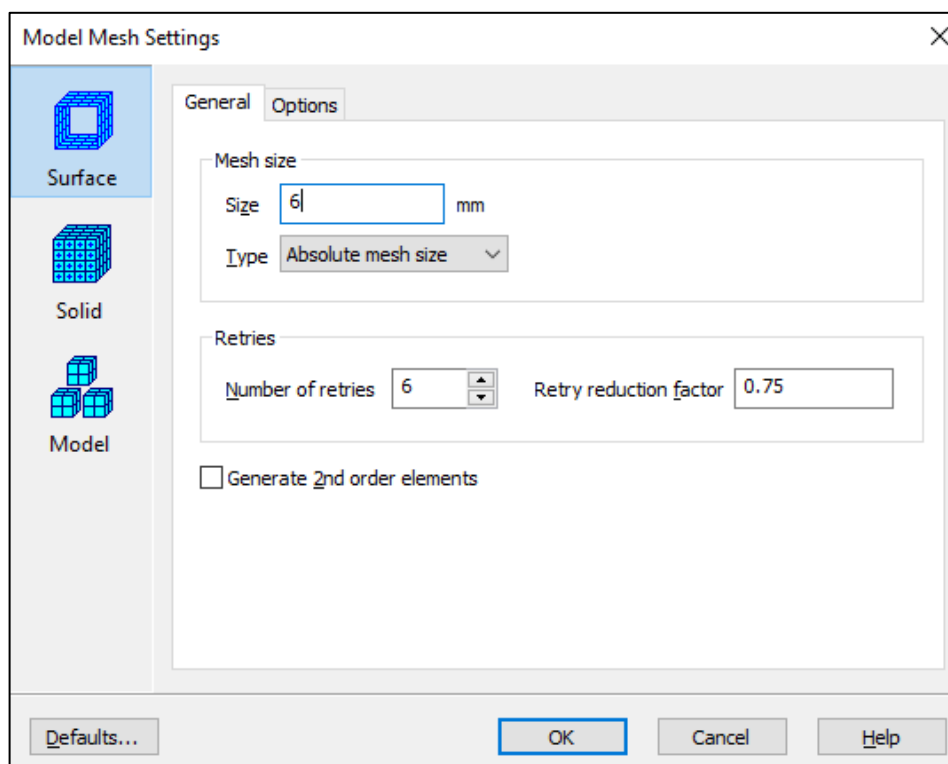


Figura 20 – Criação da malha

Fonte: adaptado de *Autodesk Simulation Mechanical 2016*®

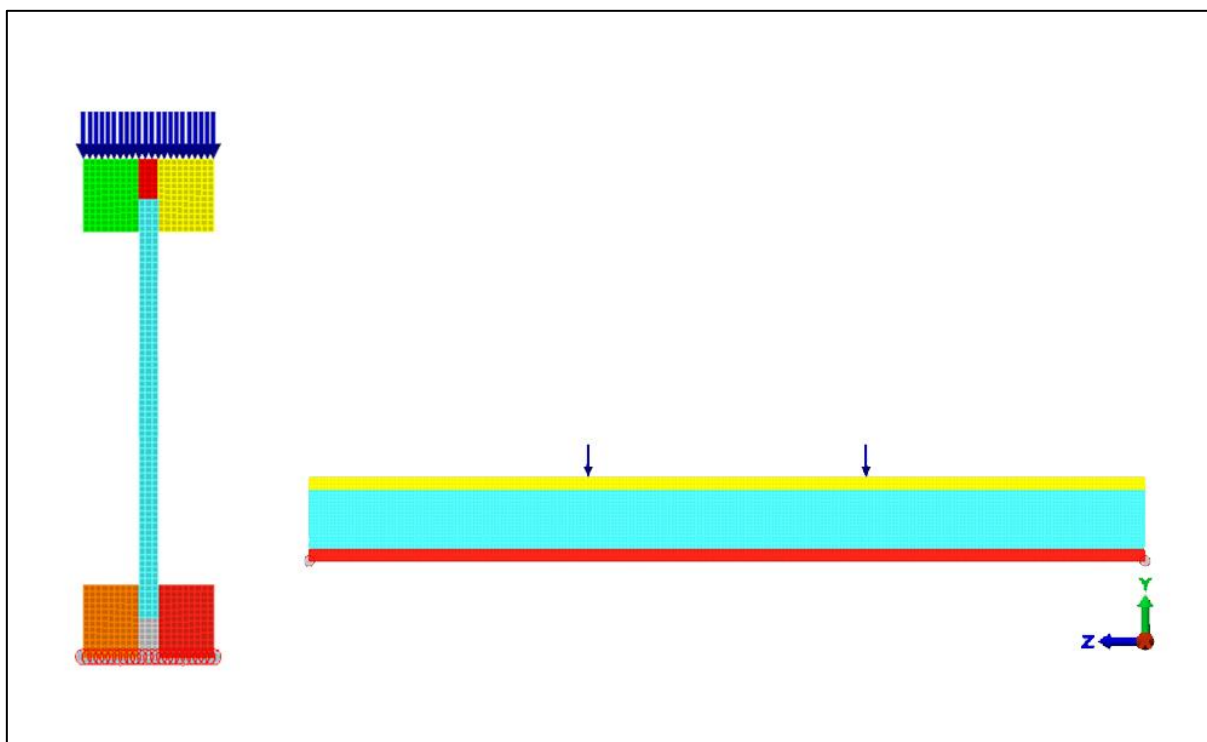


Figura 21 - Perfil da malha de elementos finitos para I-Joists

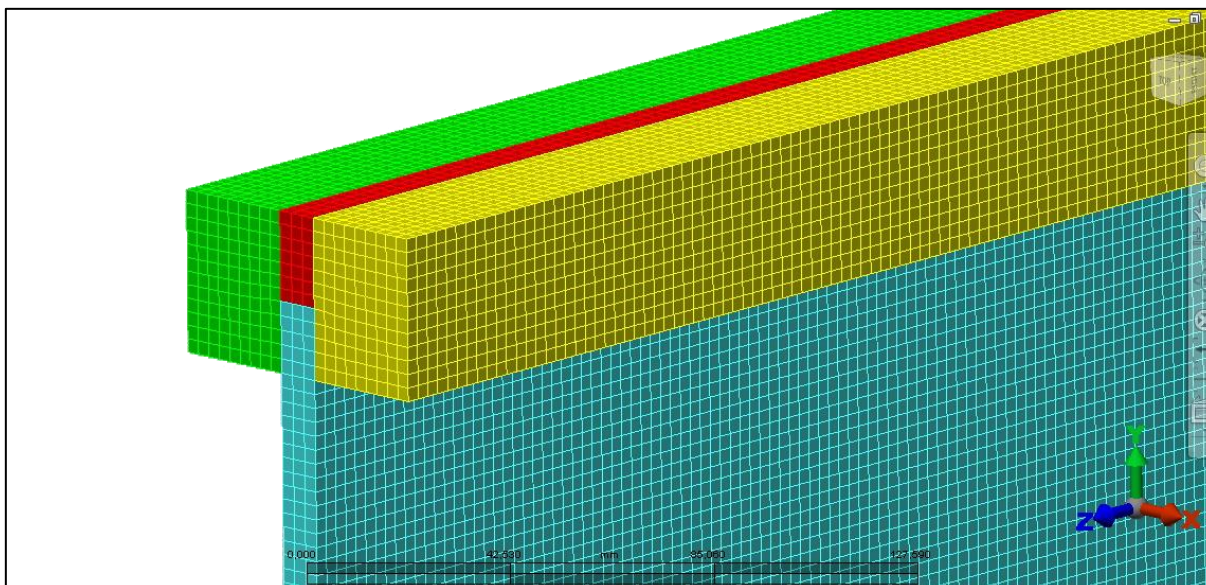


Figura 22 - Malha de elementos finitos para I-Joists

O carregamento da viga foi realizado através da aplicação de forças seguindo o ensaio de flexão a 4 pontos da ASTM D 198. O carregamento é aplicado verticalmente, de cima para baixo, e distribuído ao longo da largura da mesa superior. Os valores adotados foram os mesmos aplicados nos ensaios experimentais de Carlin (2017).

5.1 COEFICIENTES ELÁSTICOS ADOTADOS

Com intuito de criar um modelo numérico compatível com o experimental, possibilitando a análise do fenômeno em ambos os métodos, foram considerados os resultados da análise experimental realizada por Carlin (2017), cujo trabalho foi a confecção e ensaio de 6 vigas I-Joists, realizados no Laboratório de Sistemas Estruturais da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR.

A Tabela 6 apresenta os módulos de elasticidade longitudinal das mesas utilizadas nas 6 vigas ensaiadas por Carlin (2017). Posteriormente estes resultados foram utilizados com as constantes de proporcionalidade encontradas por Pizzini (2017) para ser inserido no modelo numérico desenvolvido.

Tabela 6 - Módulo de Elasticidade Longitudinal em MPa

Vigas	Mesa Superior	Mesa Inferior
1	16136	17480
2	14713	14957
3	14667	14654
4	14339	13761
5	14230	13420
6	12943	13049

Fonte: CARLIN (2017).

Pizzini (2017) realizou ensaios experimentais para caracterização das constantes elásticas da madeira a ser empregada. Dessa forma, a Tabela 7 apresenta os valores dos módulos de elasticidade Longitudinal, Radial e Tangencial, dos módulos de elasticidade transversal (G_{RT} , G_{LT} e G_{LR}) e dos coeficientes de Poisson (ν_{RL} , ν_{TL} e ν_{TR}). Além disso, o autor descreve as relações entre esses parâmetros elásticos, descritos na Tabela 8.

Tabela 7 - Valores médios das constantes elásticas do *Eucalyptus grandis* (E_i e G_{ij} em MPa)

E_L	E_R	E_T	G_{RT}	G_{LT}	G_{LR}
22015	1494	781	110	599	878
ν_{RL}	ν_{TL}	ν_{LR}	ν_{TR}	ν_{LT}	ν_{RT}
0,03	0,02	0,46	0,32	0,55	0,61

Fonte: PIZZINI (2017).

Tabela 8 - Relações médias entre parâmetros elásticos longitudinais e transversais

Relações entre os parâmetros elásticos	
E_L/E_T	28,18
E_R/E_T	1,91
E_L/E_R	14,73
G_{LR}/G_{RT}	7,99
G_{LT}/G_{RT}	5,45
G_{LR}/G_{LT}	1,46
E_L/G_{LR}	25,07

Fonte: PIZZINI (2017).

As propriedades da madeira para as mesas são apresentadas nas Tabelas 9, 10, 11, 12, 13 e 14, indicando os resultados para cada viga com os respectivos valores de módulo de elasticidade longitudinal, transversal e coeficiente de Poisson para cada direção. Estes valores foram obtidos através do módulo de elasticidade longitudinal e das relações entre os parâmetros elásticos longitudinais e transversais.

Tabela 9 – Propriedades elásticas da Viga 1 em MPa

	Mesa Superior	Mesa Inferior
E_x	16136	17480
E_y	1095	1187
E_z	573	620
G_{xy}	644	697
G_{xz}	441	478
G_{yz}	81	87
ν_{xy}	0,32	0,32
ν_{xz}	0,03	0,03
ν_{yz}	0,02	0,02

Tabela 10 – Propriedades elásticas da Viga 2 em MPa

	Mesa Superior	Mesa Inferior
E_x	14713	14957
E_y	999	1015
E_z	522	531
G_{xy}	587	597
G_{xz}	402	409
G_{yz}	73	75
ν_{xy}	0,32	0,32
ν_{xz}	0,03	0,03
ν_{yz}	0,02	0,02

Tabela 11 – Propriedades elásticas da Viga 3 em MPa

	Mesa Superior	Mesa Inferior
E_x	14667	14654
E_y	996	995
E_z	520	520
G_{xy}	585	585
G_{xz}	401	400
G_{yz}	73	73
ν_{xy}	0,32	0,32
ν_{xz}	0,03	0,03
ν_{yz}	0,02	0,02

Tabela 12 – Propriedades elásticas da Viga 4 em MPa

	Mesa Superior	Mesa Inferior
E_x	14339	13761
E_y	973	934
E_z	509	488
G_{xy}	572	549
G_{xz}	392	376
G_{yz}	72	69
ν_{xy}	0,32	0,32
ν_{xz}	0,03	0,03
ν_{yz}	0,02	0,02

Tabela 13 – Propriedades elásticas da Viga 5 em MPa

	Mesa Superior	Mesa Inferior
E_x	14230	13420
E_y	966	911
E_z	505	476
G_{xy}	568	535
G_{xz}	389	367
G_{yz}	71	67
ν_{xy}	0,32	0,32
ν_{xz}	0,03	0,03
ν_{yz}	0,02	0,02

Tabela 14 – Propriedades elásticas da Viga 6 em MPa

	Mesa Superior	Mesa Inferior
E_x	12943	13049
E_y	879	886
E_z	459	463
G_{xy}	516	520
G_{xz}	354	357
G_{yz}	65	65
ν_{xy}	0,32	0,32
ν_{xz}	0,03	0,03
ν_{yz}	0,02	0,02

Pizzini (2017) também apresentou a caracterização do OSB, como os módulos de elasticidade a flexão longitudinal (E_1), transversal (E_2), vertical e de cisalhamento, bem como o Poisson longitudinal-transversal (ν_{12}) e transversal-longitudinal (ν_{21}), apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 - Valores médios para as constantes elásticas das chapas de OSB (MPa)

Módulo de Elasticidade					
Flexão Longitudinal (E_1)	Flexão Transversal (E_2)	Flexão Vertical	Cisalhamento (G_{12})	ν_{12}	ν_{21}
4247	2391	3246	1131	0,54	0,31

Fonte: PIZZINI (2017).

As propriedades utilizadas na alma em OSB são apresentadas na Tabela 16 indicando os resultados para as vigas com os respectivos valores de módulo de elasticidade longitudinal, transversal e coeficiente de Poisson para cada direção. O valor E_z foi obtido por meio de laudo técnico (GOÉS, 2007), os valores de G_{xz} e G_{yz} foram obtidos utilizando a proporção 1/20 de G_{xy} , proporção utilizada na norma europeia BS EN 12369-1 (2001).

Tabela 16 – Propriedades elásticas do OSB em MPa

	OSB
E_x	4247
E_y	2391
E_z	914
G_{xy}	1131
G_{xz}	57
G_{yz}	57
ν_{xy}	0
ν_{xz}	0
ν_{yz}	0

O coeficiente de Poisson do OSB adotado nas simulações numéricas foi 0, apesar de existirem métodos analíticos para determinação desse coeficiente, como o apresentado por Thomas (2003). Guimarães (2016) concluiu que para esse tipo de simulação, a ausência do Coeficiente de Poisson não afeta consideravelmente o resultado.

5.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS ADOTADOS

Simulou-se as vigas ensaiadas experimentalmente por Carlin (2017) e foi comparado os resultados numéricos e experimentais. O autor utilizou para a montagem das mesas, madeira serrada da espécie *Eucalyptus grandis*, e a alma, constituída de OSB estrutural, como mostrada na Figura 23.



Figura 23 – Vigas I-Joists
Fonte: CARLIN (2017)

As vigas foram ensaiadas segundo a configuração de flexão a 4 pontos, conforme recomendações da ASTM D 198, Figuras 24 e 25. A Tabela 17 apresenta os resultados experimentais de flecha das 6 vigas ensaiadas por Carlin (2017).

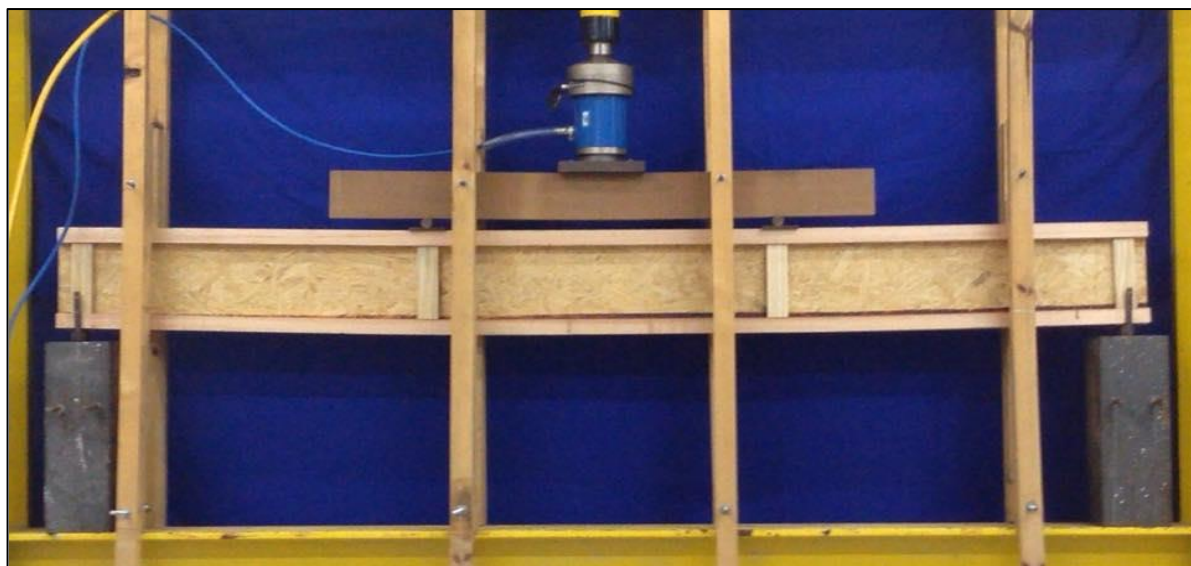


Figura 24 – Realização de ensaio de flexão em viga I-Joist
Fonte: CARLIN (2017)

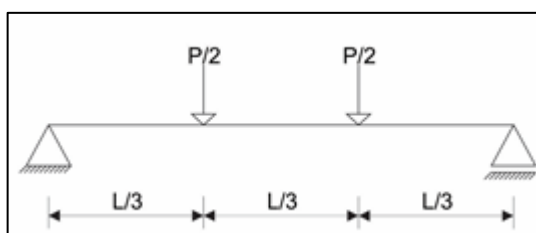


Figura 25 – Ensaio de flexão em 4 pontos

Tabela 17 – Resultado experimental obtido por Carlin (2017)

Vigas	Flecha (mm)	P (N)
1	3,28	7845
2	3,60	7845
3	3,66	7845
4	3,65	7845
5	3,90	7845
6	4,04	7845

Fonte: CARLIN (2017)

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados das análises numéricas realizados nessa pesquisa. As propriedades elásticas e simulações foram realizadas conforme especificações apresentadas no Capítulo 5.

6.1 ANÁLISE DAS VIGAS

Foram realizadas as simulações para as vigas PRI60 241. As vigas simuladas têm vão de 2,3 m, a razão L/H é de 9,5, a simulação foi realizada como sendo flexão em 4 pontos com 2 x 3922,5 N. Foi adotado elemento sólido tridimensional (*brick*) com 6 mm de lado, as condições de vinculação foram um apoio fixo e outro apoio móvel. Com a simulação, cálculos analíticos e resultados experimentais de Carlin (2017), obtiveram-se os resultados descritos nas Tabelas 18 a 23 para cada viga.

Tabela 18 – Resultados da simulação da Viga 1

Modelo	Flecha (mm)
Analítico Momento Fletor	2,09
Analítico Cisalhamento	1,18
PTV (M+V)	3,27
Rancourt	3,19
Numérico	3,22
Experimental	3,28

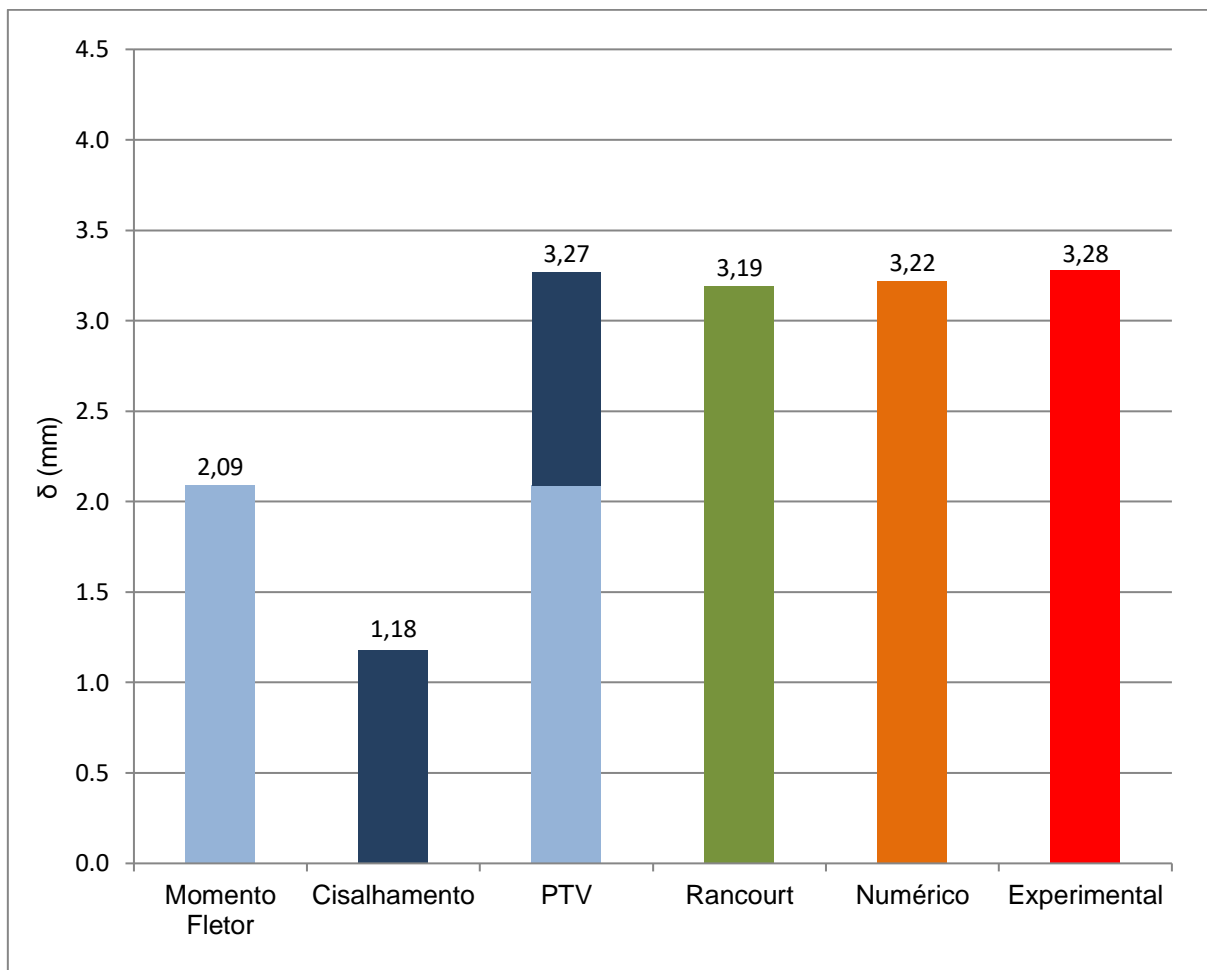


Gráfico 1 – Resultados da Viga 1

Tabela 19 – Resultados da simulação da Viga 2

Modelo	Flecha (mm)
Analítico Momento Fletor	2,38
Analítico Cisalhamento	1,18
PTV (M+V)	3,56
Rancourt	3,47
Numérico	3,50
Experimental	3,60

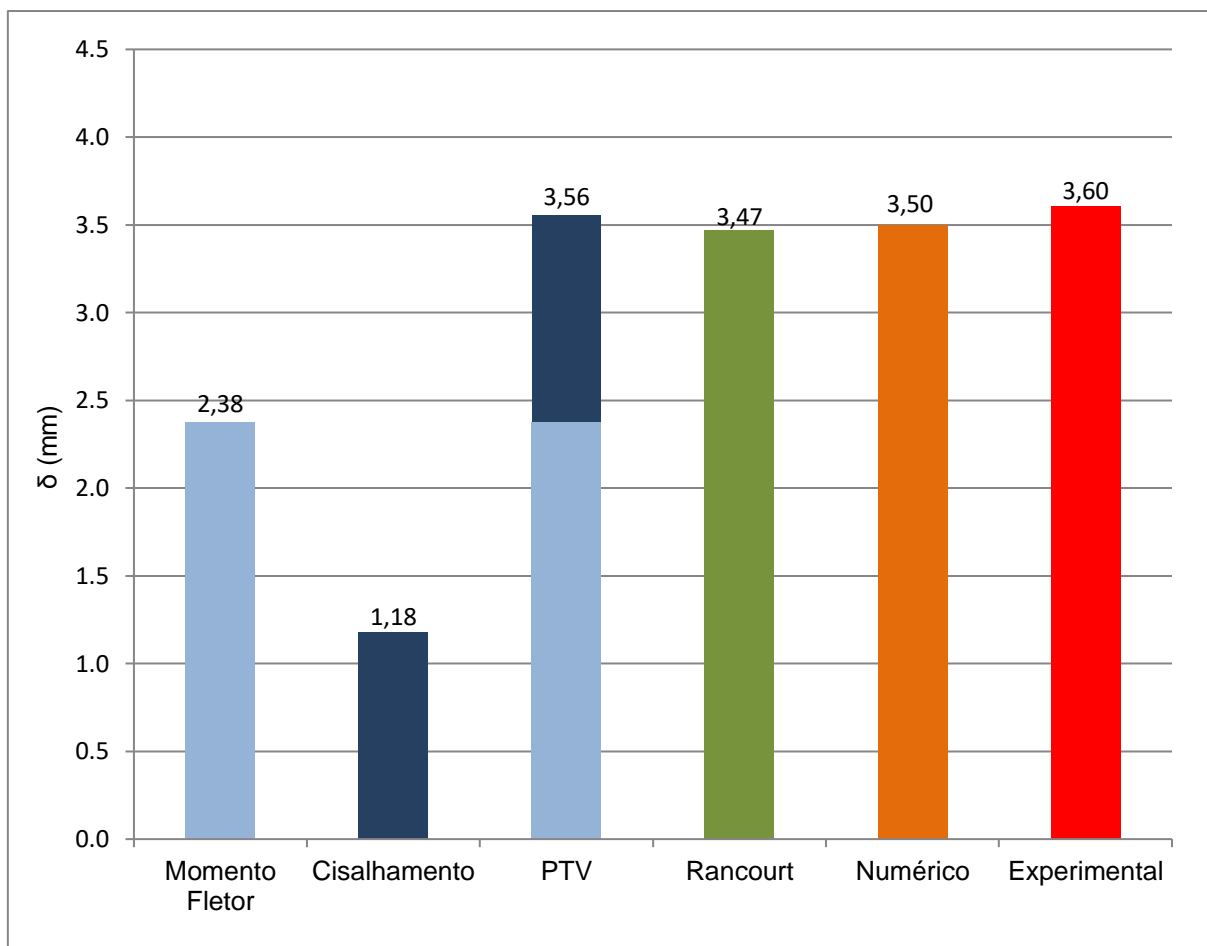


Gráfico 2 – Resultados da Viga 2

Tabela 20 – Resultados da simulação da Viga 3

Modelo	Flecha (mm)
Analítico Momento Fletor	2,41
Analítico Cisalhamento	1,18
PTV (M+V)	3,59
Rancourt	3,50
Numérico	3,53
Experimental	3,66

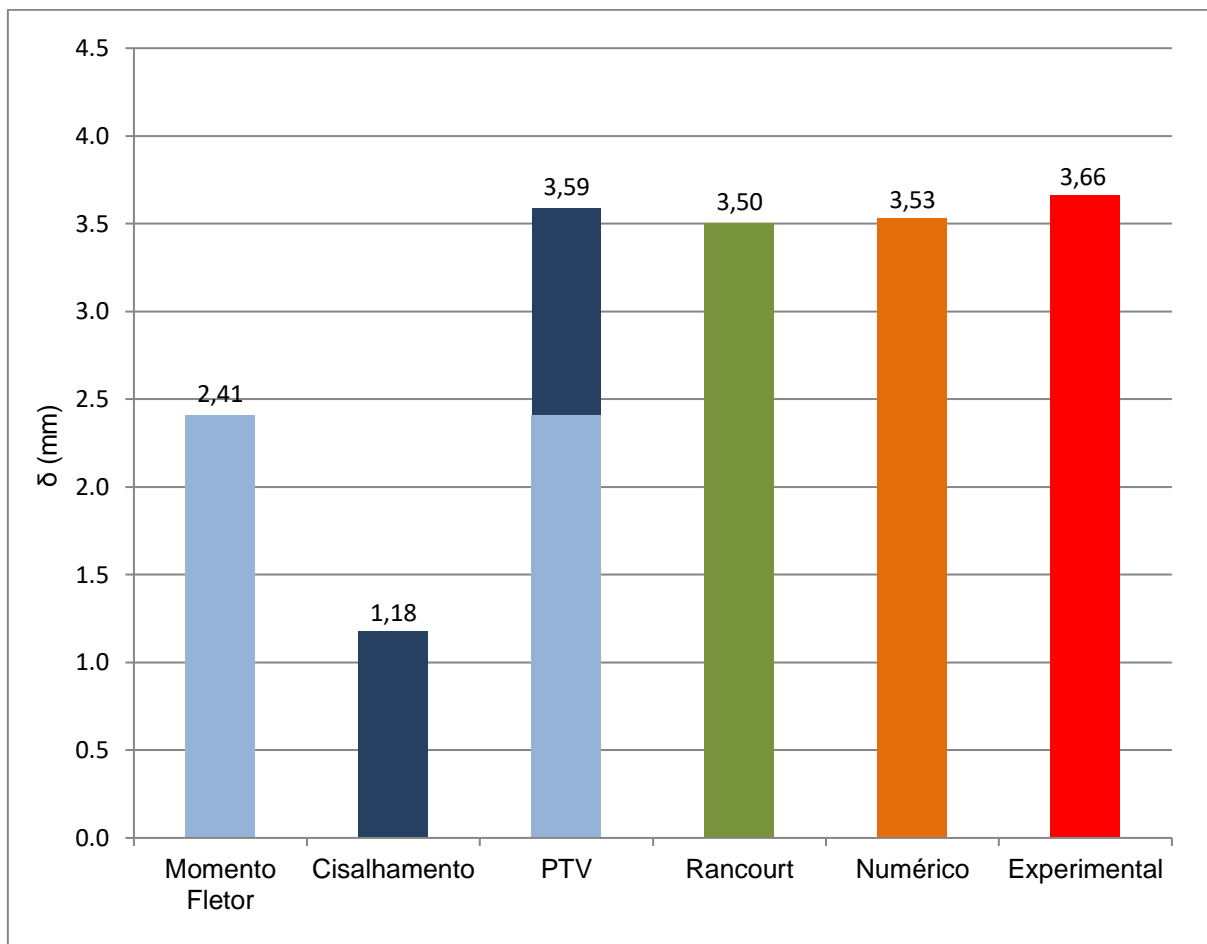


Gráfico 3 – Resultados da Viga 3

Tabela 21 – Resultados da simulação da Viga 4

Modelo	Flecha (mm)
Analítico Momento Fletor	2,48
Analítico Cisalhamento	1,18
PTV (M+V)	3,66
Rancourt	3,58
Numérico	3,61
Experimental	3,65

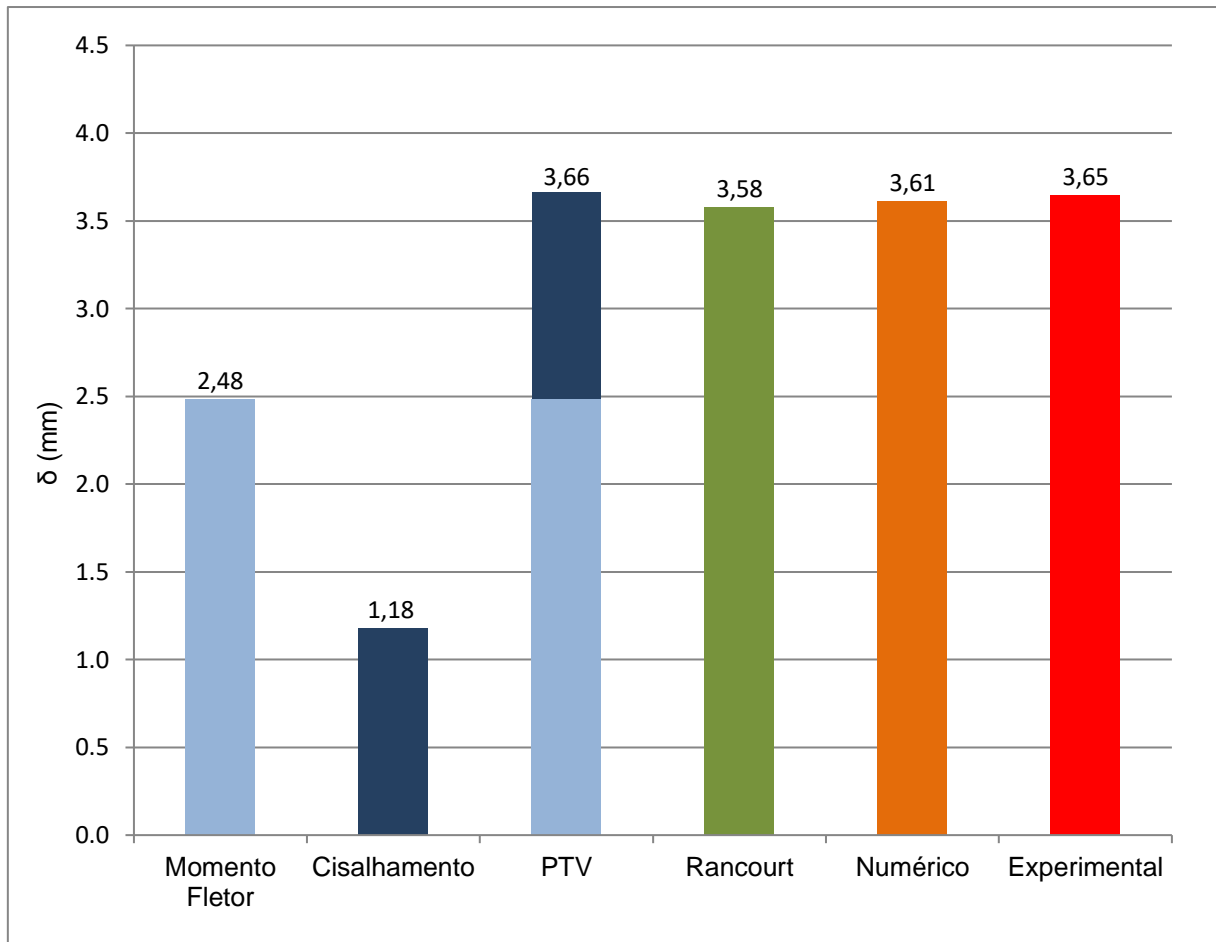


Gráfico 4 – Resultados da Viga 4

Tabela 22 – Resultados da simulação da Viga 5

Modelo	Flecha (mm)
Analítico Momento Fletor	2,53
Analítico Cisalhamento	1,18
PTV (M+V)	3,71
Rancourt	3,62
Numérico	3,66
Experimental	3,90

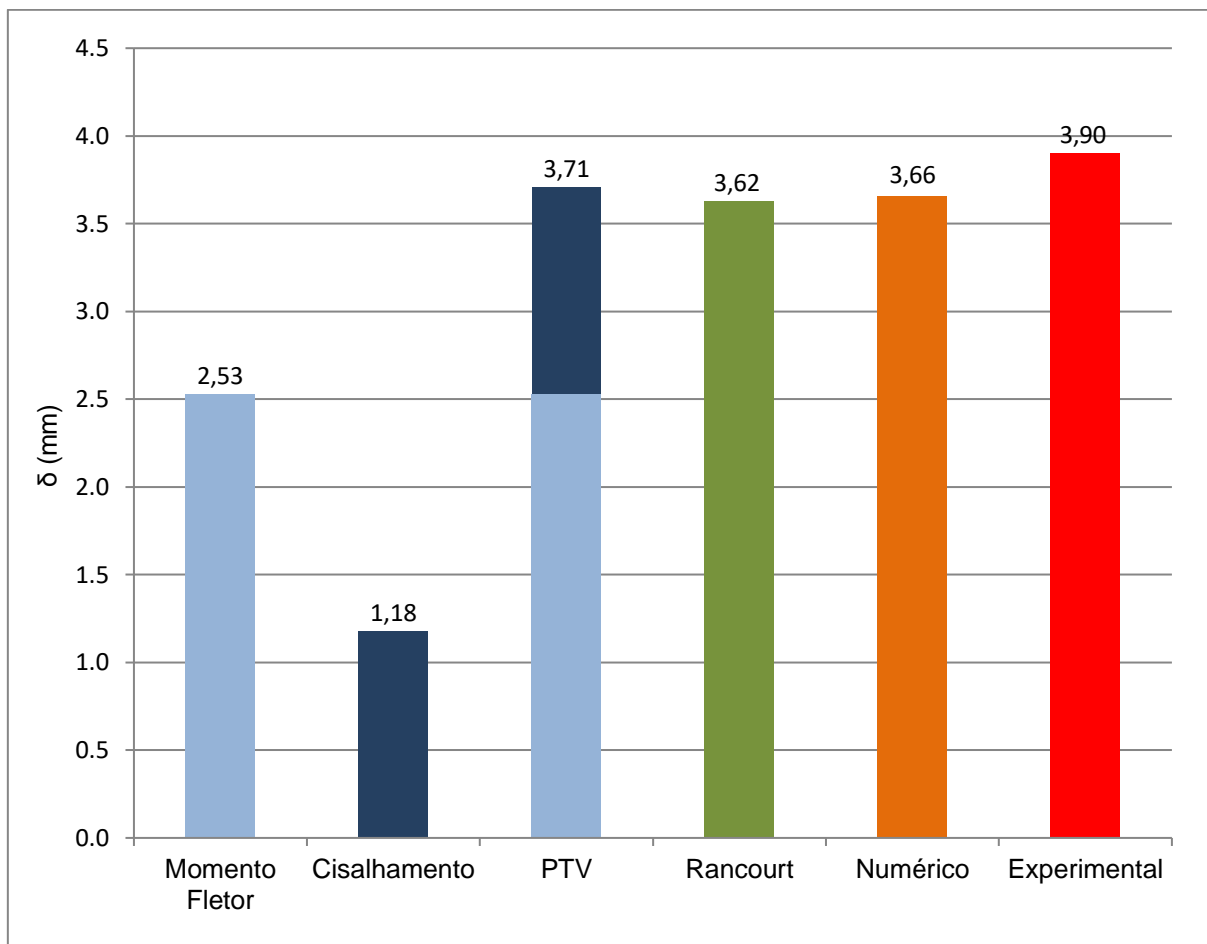


Gráfico 5 – Resultados da Viga 5

Tabela 23 – Resultados da simulação da Viga 6

Modelo	Flecha (mm)
Analítico Momento Fletor	2,57
Analítico Cisalhamento	1,16
PTV (M+V)	3,73
Rancourt	3,66
Numérico	3,67
Experimental	4,04

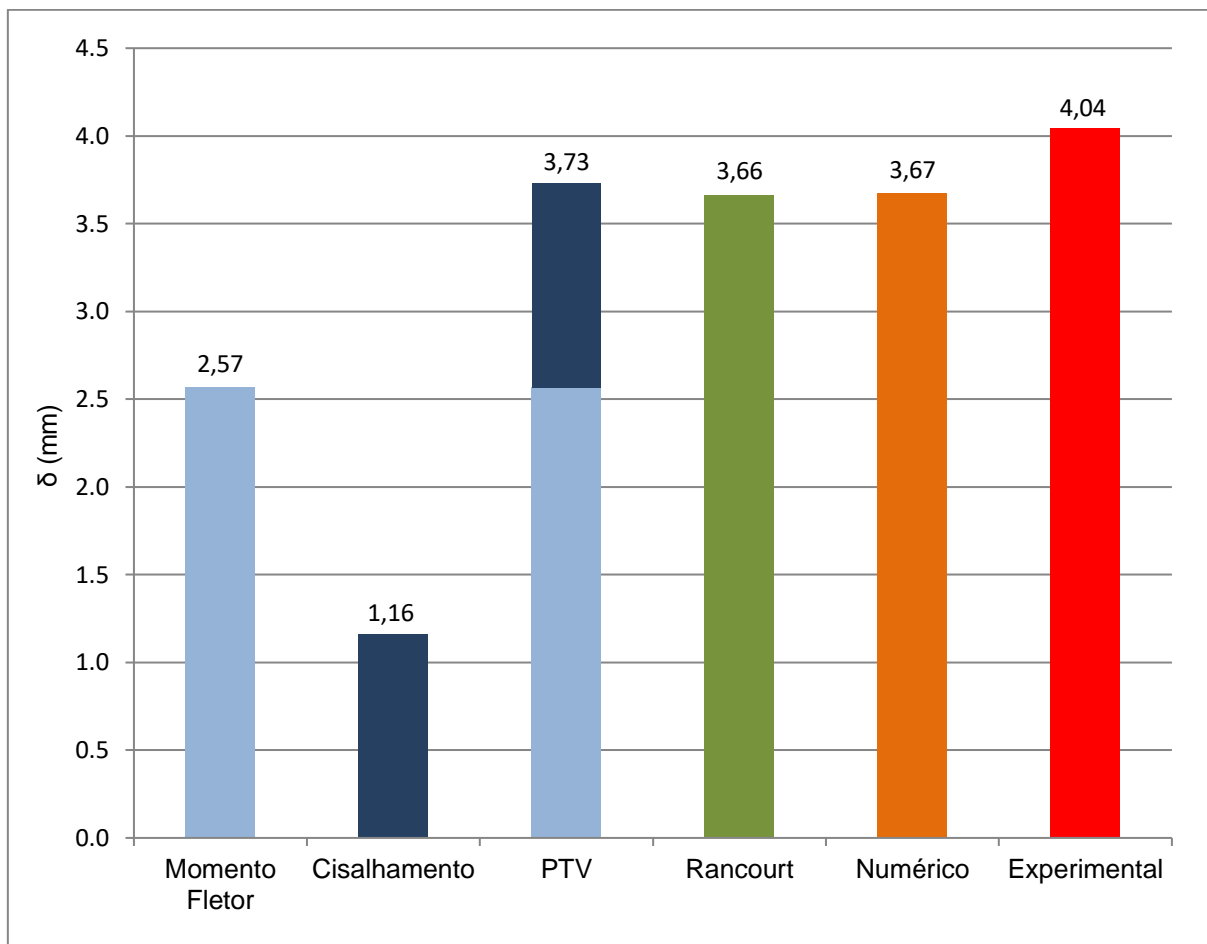


Gráfico 6 – Resultados da Viga 6

A Tabela 24 apresenta um comparativo entre a flecha numérica e analítica na região central do vão, mostrando a diferença entre modelo analítico considerando apenas o momento fletor, modelo analítico considerando momento fletor e cisalhamento e modelo analítico de Rancourt.

A diferença foi calculada segundo a Equação 28.

$$Diferença(\%) = \frac{Flecha\ numérica - Flecha\ analítica}{Flecha\ numérica} * 100 \quad (28)$$

Tabela 24 – Comparativo flecha modelo numérico x modelos analíticos

	Analítico (M)	Analítico PTV	Analítico Rancourt
Viga 1	35,05%	-1,62%	0,92%
Viga 2	32,09%	-1,61%	0,79%
Viga 3	31,79%	-1,60%	0,78%
Viga 4	31,23%	-1,38%	0,91%
Viga 5	30,79%	-1,40%	0,84%
Viga 6	30,03%	-1,61%	0,20%

As diferenças (%) entre os modelos analíticos do PTV e MEF e Rancourt e MEF foram respectivamente de aproximadamente 1,5% e 0,7%. Tais resultados demonstram boa correlação dos resultados dos diferentes métodos, corroborando com os resultados de Guimarães (2016). Deve-se ressaltar também a necessidade de caracterização completa das constantes elásticas da madeira para análises numéricas em elementos finitos.

A Tabela 25 apresenta um comparativo entre a flecha experimental de Carlin (2017), teórica e numérica na região central do vão, mostrando a diferença entre modelo analítico considerando apenas o momento fletor, modelo analítico considerando momento fletor e cisalhamento, modelo analítico de Rancourt e MEF.

A diferença foi calculada segundo a Equação 29.

$$Diferença(\%) = \frac{Flecha\ exp. - Flecha\ numérica\ ou\ analítica}{Flecha\ exp.} * 100 \quad (29)$$

Tabela 25 – Comparativo flecha experimental x modelos analíticos ou numérico

	Analítico (M)	Analítico PTV	Analítico Rancourt	MEF
Viga 1	36,11%	0,13%	2,69%	1,79%
Viga 2	34,07%	1,30%	3,69%	2,92%
Viga 3	34,25%	2,01%	4,36%	3,61%
Viga 4	31,88%	-0,49%	1,84%	0,93%
Viga 5	35,14%	4,91%	7,06%	6,28%
Viga 6	36,44%	7,65%	9,35%	9,16%

Dos resultados apresentados nas Tabelas 24 e 25 pode-se verificar que o modelo analítico que considera apenas o momento fletor é inadequado para o cálculo de flecha de vigas I em madeira, com diferença de cerca de 30% se comparado com o valor experimental. Este valor é coerente com o apresentado na revisão bibliográfica, no qual Garbin (2013) indica que a diferença entre a flecha experimental e teórica considerando apenas o momento fletor apresentam diferenças de 19% a 31%.

O modelo analítico do PTV, que leva em consideração a deformação devido ao momento fletor e a força cortante, demonstrou bons resultados. Além disso, o modelo apresentou simplicidade e praticidade em suas análises, pois são necessárias apenas duas constantes elásticas para cada material (E e G), respectivamente módulo de elasticidade longitudinal e módulo de elasticidade transversal.

O modelo analítico de Rancourt, modelo da norma americana *APA Performance Rated I-Joist Form Z725* (2012), também apresentou bons resultados. Este modelo é caracterizado pela simplicidade do seu uso, pois este apresenta equações tabeladas para cada geometria de seção transversal e condições de vinculação.

O modelo de elementos finitos também apresentou bons resultados. O modelo é confiável e sua grande vantagem é o estudo de casos complexos, sem um grande dispêndio de custo e tempo, por outro lado, este tipo de análise requer uma grande quantidade de informações, como dimensões e propriedades elásticas de todos os componentes do elemento estrutural.

A partir do estudo proposto neste trabalho é possível classificar os métodos de análise para flechas de vigas I em madeira. O modelo de Rancourt é o modelo mais indicado para normatizações, pois apresenta maior praticidade com suas equações tabeladas. O modelo do PTV é o ideal para o estudo de casos simples, pois apresentou os melhores resultados e apenas necessita de duas constantes, o módulo de elasticidade longitudinal e transversal e o modelo de elementos finitos surge como alternativa para estudos com alto grau de complexidade, no qual é necessária uma análise mais refinada do problema.

7 CONCLUSÕES

O estudo de vigas I-Joists em território nacional é importante, pois diferente dos países onde o uso de vigas I acontece em grande escala, no Brasil, os órgãos normativos apresentam poucas recomendações a respeito do mesmo. A proposta inicial deste trabalho teve como principal objetivo comparação da rigidez de vigas I-Joists, essa comparação foi realizada a partir da utilização de modelo numérico, via elementos finitos, modelos analíticos nacionais e internacionais e resultados experimentais da bibliografia. Através dessa análise foi possível obter as seguintes conclusões:

- A flecha teórica calculada sem considerar a deformação por cisalhamento apresenta erro da ordem de 30%, sendo inadequado para o cálculo de flecha;
- O modelo teórico de Rancourt é o mais indicado para normatização, devido seus bons resultados e praticidade de cálculo;
- O modelo do PTV apresentou os melhores resultados;
- O modelo numérico se mostrou adequado para análises de vigas I-Joists, mas devido a necessidade de muitas constantes elásticas seu uso é indicado para casos complexos;

Este trabalho avaliou os diferentes métodos de cálculo de flecha para vigas I-Joists de madeira, entretanto, para maior conhecimento do comportamento estrutural das vigas, sugere-se que pesquisas sejam realizadas avaliando o comportamento no estado limite último e também as deformações ao longo do tempo.

REFERÊNCIAS

AMERICAN WOOD COUNCIL. **Guideline Wood I-Joists: manual for engineered wood construction**. American Forest & Paper Association, 1999. 36 p.

AMERICAN WOOD COUNCIL. **Wood I-Joist Awareness Guide**. Washington: American Forest & Paper Association, 2006b. 6 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7190**: Projeto de Estruturas de Madeira. Rio de Janeiro, 1997.

ASTM, American Society for Testing and Materials. **D198**: Standard Test Methods of Static Tests of Lumber in Structural Sizes. West Conshohocken, 2002.

ASTM, American Society for Testing and Materials. **D5055**: Standard Specification for Establishing and Monitoring Structural Capacities of Prefabricated Wood I-Joists. West Conshohocken, 2004.

AUTODESK, Knowledge Network. **Autodesk Simstudio Tools 2016** - Help. 2016. Disponível em < <http://help.autodesk.com/view/SIMS/2016/PTB/>>. Acesso em 16 Jul. 2016.

AUTODESK, Knowledge Network. **Autodesk Simulation Mechanical 2016** - Help. 2016. Disponível em < <http://help.autodesk.com/view/ASMECH/2016/ENU/> >. Acesso em 16 Jul. 2016.

BODIG, J.; JAYNE, B. A. **Mechanics of Wood and Wood Composites**. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1982.

CARLIN, T. **Avaliação Experimental da Influência da Deformação por Cisalhamento em Vigas “I-Joist”**. 2017. 86 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Civil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2017.

ENGINEERED WOOD ASSOCIATION. **A Guide to Engineered Wood Products. Form Nº C800B**. 2010.

ENGINEERED WOOD ASSOCIATION. **Performance Rated I-Joists**. Form Nº EWS X720H. 2012.

ENGINEERED WOOD ASSOCIATION. **Performance Rated I-Joists**. Form Nº EWS Z725D. 2012.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **CSN EN 12369-1 - Wood-based panels - Characteristic values for structural design - Part 1: OSB, particleboards and fibreboards**. Brussels. 2001

FISETTE, P. **Chosing Between Oriented Strandboard and Plywood**, 2005. Disponível em: <<http://bct.eco.umass.edu/publications/by-title/choosing-between-oriented-strandboard-and-plywood/>>. Acesso em: 16 Jul. 2016.

FISETTE, P. **The Argument for I-Joists: new products and increased competition make superior I-Joist performance available at solidlumber prices**. In: Fine Homebuilding Magazine, n. 129, p. 70-73, 2000.

FURLANI, J. E. **Um Estudo Sobre a Variação Numérica do Coeficiente de Poisson na Madeira**. 1995. 144 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil, Campinas, 1995.

GARBIN, D. **Análise do Desempenho Estrutural de Vigas I com Mesas Constituídas de Madeiras Reaproveitadas de Batentes**. 2013. 69f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Civil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2013.

GUIMARÃES, H. W. **Estudo de Modelos Analíticos e Numéricos para o Cálculo de Flecha em Vigas I-Joist**. 2016. 83 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Civil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2016.

GÓES, J. L. N. **Análise de Vigas de Madeira Pregadas com Seção Composta I**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

GÓES, J. L. N. **Investigação das propriedades físicas e mecânicas de calços de OSB**. Jerônimo Monteiro, 2007. Laudo Técnico - Universidade Federal do Espírito Santo, Jerônimo Monteiro, 2007.

LEICHTI, R. J.; FALK, R. H; LAUFENBERG, T. L. **Prefabricated Wood Composite I-Beams: a literature review**. Wood and Fiber Science 1990.

LIMA, A. L. **Comportamento Estrutural de Vigas em Madeira, com Seção “I”, de Mesas em Pinus Maciço e Alma em OSB**. 2005. 94 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

LIMA, F. M. **Desempenho Estrutural de Vigas "I-Joists" - Padronização e Subsídios para o Pré Dimensionamento**. 2014. 84f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Civil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2014.

MACÊDO, A. N.; JUNIOR, C. C. **Estudo de Emendas Dentadas em Madeira Laminada Colada (MLC): avaliação de método de ensaio – NBR 7190/1997**. 1996. 124 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1996.

MASCIA, N. T. Concerning the Elastic Orthotropic Model Applied to Wood Elastic Properties. **MADERAS, Ciencia y tecnología**. V.5 n.1 Concepción, 2003. ISSN 0718-

221X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.4067/S0718-221X2003000100001>>. Acesso em: 16 Jul. 2016.

PEDROSA, A. L. **Desempenho Estrutural de Vigas “I” Constituídas por PLP e Compensado de Pinus Taeda L. e Eucalyptus Dunnii Maiden e OSB de Pinus spp.** 2003. 106 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2003.

PIZZINI, P. R. **Determinação experimental das constantes elásticas da madeira de *Eucalyptus grandis* e chapas de OSB.** 2017. 95 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Civil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2017.

RANCOURT, D. G. **Structural Behavior of Wood I-Joist / OSB Roof Panel Assemblies.** Master of Science (in Civil & Environmental Engineering)-University of Maine, Orono, 2008.

RIBEIRO, W. F. **Análise de Diferentes Resinas e Geometrias de Ligações para Vigas de Madeira Compostas em Perfil I.** 2012. 51 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Civil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2012.

SANTANA, C. L. O. **Vigas de Madeira de Seção Composta com Alma em Chapa de Compensado.** 1997. 214f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.

SANTOS, A. M DE L. **Avaliação Teórica e Experimental de Vigas em “I” Pré-fabricadas de Madeira com Flange de Painéis de Lâminas Paralelas (LVL) e Alma de Painéis de Partículas Orientadas (OSB) e Compensado.** 2008. 94 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade de Brasília, Brasília, 2008.

SORIANO, H. L. **Análise de Estruturas Método das Forças e Método dos Deslocamentos.** São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2006. 308 p.

SORIANO, H. L. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas.** São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2003. 608 p.

STRUCTURAL BOARD ASSOCIATION. **OSB in wood frame construction**, 2005. 34 p.

TIMOSHENKO, S. E.; GERE, J. E. **Mêcnica dos Sólidos: Volume II.** Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora, 1984. 450 p.

THOMAS, W. H. Poisson's ratios of an oriented strand board. **Wood Science Technology**. v. 37. p. 259-268. Sierra, 2003 ISSN 1432-5225. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s00226-003-0171-y>>. Acesso em: 16 Jul. 2016.

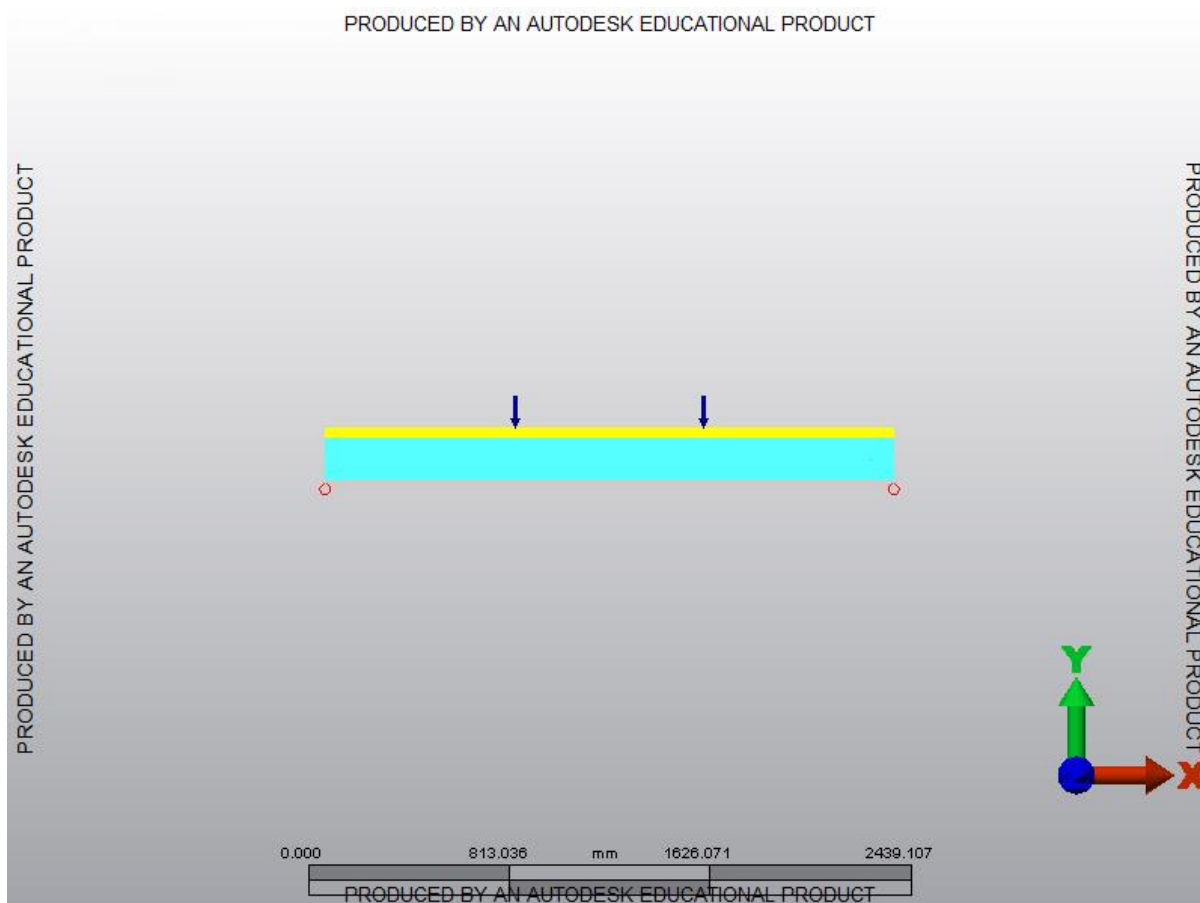
USDA, United States Department of Agriculture. **Wood Handbook – Wood as an engineering material.** Madison: Forest Products Laboratory, 1999. 473 f.

USDA, United States Department of Agriculture. **Wood Handbook - Wood as an engineering material**. Madison: Forest Products Laboratory, 2010. 508 f.

YEH, Borjen. **ASTM Standard for Engineered Wood Products**. 2003.

YOUNG, Warren C; BUDYNAS, Richard G. **Roark's Formulas for Stress and Strain**. New York: McGraw-Hill, 2002. 832 p.

APÊNDICE A - RELATÓRIO ANÁLISE DA VIGA 1



Design Analysis Viga 1

Created by

Author: Matheus

Department:

Created Date: 3/28/2017

Summary

Model Information

Analysis Type - Static Stress with Linear Material Models

Units - Custom - (N, mm, s, °C, K, V, ohm, A, J)

Model location - C:\Users\matheus\Desktop\Simu\Viga 1\V1.fem

Design scenario description - Design Scenario # 1

Analysis Parameters Information

Load Case Multipliers

Static Stress with Linear Material Models may have multiple load cases. This allows a model to be analyzed with multiple loads while solving the equations a single time. The following is a list of load case multipliers that were analyzed with this model.

Load Case	Description	Pressure/Surface Forces	Gravity/Acceleration	Angular Velocity (Omega)	Angular Acceleration (Alpha)	Displacement	Thermal	Electrical
1	Load Case Description	1	0	0	0	1	0	0

Centrifugal Information

Angular Velocity (Omega) Magnitude = 0 (RPM)

	x	y	z
Rotation Center Point (mm)	0	0	0
Rotation Axis	0	0	0

Angular Acceleration (Alpha) Magnitude = 0 (RPM/s)

	x	y	z
Rotation Center Point (mm)	0	0	0
Rotation Axis	0	0	0

Multiphysics Information

Default Nodal Temperature	0 °C
Source of Initial Nodal Temperatures	Loads from FEA Editor
Time step from Heat Transfer Analysis	Last
Default nodal voltage	0 V
Source of nodal voltages	Model file

Processor Information

Type of Solver	Automatic
Disable Calculation and Output of Strains	No
Calculate Reaction Forces	Yes
Invoke Banded Solver	Yes
Avoid Bandwidth Minimization	No
Stop After Stiffness Calculations	No
Displacement Data in Output File	No
Stress Data in Output File	No
Equation Numbers Data in Output File	No
Element Input Data in Output File	No
Nodal Input Data in Output File	No
Centrifugal Load Data in Output File	No

Part Information

Part ID	Part Name	Element Type	Material Name
1	Component1:1	Brick	V1 sup
2	Component2:1	Brick	V1 sup
3	Component3:1	Brick	V1 sup
4	Component4:1	Brick	OSB 1
5	Component5:1	Brick	V1 inf
6	Component6:1	Brick	V1 inf
7	Component7:1	Brick	V1 inf

Element Information

Element Properties used for:

- Component1:1
- Component2:1
- Component3:1
- Component4:1
- Component5:1
- Component6:1
- Component7:1

Element Type	Brick
Compatibility	Not Enforced
Integration Order	2nd Order
Stress Free Reference Temperature	0 °C

Material Information

V1 sup -Brick

Material Model	Orthotropic
Material Source	matheus
Material Source File	C:\Users\matheus\Desktop\Simu\matheusdas.mlb
Date Last Updated	2017/03/28-12:56:00
Material Description	None
Mass Density	7.85e-009 N·s ² /mm/mm ³
Modulus of Elasticity - Local Axis 1	16136.45812 N/mm ²
Modulus of Elasticity - Local Axis 2	1095.4826 N/mm ²
Modulus of Elasticity - Local Axis 3	572.6209 N/mm ²
Shear Modulus of Elasticity - Local Plane 12	643.6561 N/mm ²
Shear Modulus of Elasticity - Local Plane 13	440.8603 N/mm ²
Shear Modulus of Elasticity - Local Plane 23	80.5577 N/mm ²
Poisson's Ratio - Local Plane 12 (Major)	0.32
Poisson's Ratio - Local Plane 13	0.03
Poisson's Ratio - Local Plane 23	0.02
Thermal Coefficient of Expansion - Local Axis 1	0 1/°C
Thermal Coefficient of Expansion - Local Axis 2	0 1/°C
Thermal Coefficient of Expansion - Local Axis 3	0 1/°C

OSB 1 -Brick

Material Model	Orthotropic
Material Source	matheus
Material Source File	C:\Users\matheus\Desktop\Simu\matheusdas.mlb
Date Last Updated	2017/03/28-12:58:44
Material Description	None
Mass Density	7.85e-009 N·s ² /mm/mm ³
Modulus of Elasticity - Local Axis 1	4246.74 N/mm ²
Modulus of Elasticity - Local Axis 2	2391.39 N/mm ²
Modulus of Elasticity - Local Axis 3	914 N/mm ²
Shear Modulus of Elasticity - Local Plane 12	1131.05 N/mm ²
Shear Modulus of Elasticity - Local Plane 13	56.5525 N/mm ²
Shear Modulus of Elasticity - Local Plane 23	56.5525 N/mm ²
Poisson's Ratio - Local Plane 12 (Major)	0
Poisson's Ratio - Local Plane 13	0
Poisson's Ratio - Local Plane 23	0
Thermal Coefficient of Expansion - Local Axis 1	0 1/°C
Thermal Coefficient of Expansion - Local Axis 2	0 1/°C
Thermal Coefficient of Expansion - Local Axis 3	0 1/°C

V1 Inferior -Brick

Material Model	Orthotropic
Material Source	matheus
Material Source File	C:\Users\matheus\Desktop\Simu\matheusdas.mlb
Date Last Updated	2017/03/28-12:59:51
Material Description	None
Mass Density	7.85e-009 N·s ² /mm/mm ³
Modulus of Elasticity - Local Axis 1	17479.5293 N/mm ²
Modulus of Elasticity - Local Axis 2	1186.6619 N/mm ²
Modulus of Elasticity - Local Axis 3	620.2814 N/mm ²
Shear Modulus of Elasticity - Local Plane 12	697.2289 N/mm ²
Shear Modulus of Elasticity - Local Plane 13	477.5541 N/mm ²
Shear Modulus of Elasticity - Local Plane 23	87.2627 N/mm ²
Poisson's Ratio - Local Plane 12 (Major)	0.32
Poisson's Ratio - Local Plane 13	0.03
Poisson's Ratio - Local Plane 23	0.02
Thermal Coefficient of Expansion - Local Axis 1	0 1/°C
Thermal Coefficient of Expansion - Local Axis 2	0 1/°C
Thermal Coefficient of Expansion - Local Axis 3	0 1/°C

Loads

FEA Object Group 3: Nodal Forces

Nodal Force

ID	Description	Vertex Number	Node Number	Magnitude (N)	Vx	Vy	Vz	Load Case / Load Curve
2	Unnamed	17963	14891	356.605	0	-1	0	1
9	Unnamed	1295	1295	356.605	0	-1	0	1
3	Unnamed	18217	15145	356.605	0	-1	0	1
1	Unnamed	17454	14382	356.605	0	-1	0	1
4	Unnamed	8230	N/A	356.605	0	-1	0	1
7	Unnamed	10914	9378	356.605	0	-1	0	1
8	Unnamed	4498	4498	356.605	0	-1	0	1
6	Unnamed	13235	10927	356.605	0	-1	0	1
5	Unnamed	9000	8228	356.605	0	-1	0	1
11	Unnamed	3735	3735	356.605	0	-1	0	1
10	Unnamed	3990	3990	356.605	0	-1	0	1

FEA Object Group 4: Nodal Forces

Nodal Force

ID	Description	Vertex Number	Node Number	Magnitude (N)	Vx	Vy	Vz	Load Case / Load Curve
12	Unnamed	17581	14509	356.605	0	-1	0	1
16	Unnamed	11041	9505	356.605	0	-1	0	1
22	Unnamed	13362	11054	356.605	0	-1	0	1
21	Unnamed	3608	3608	356.605	0	-1	0	1
13	Unnamed	17836	14764	356.605	0	-1	0	1
15	Unnamed	9127	8355	356.605	0	-1	0	1
17	Unnamed	4117	4117	356.605	0	-1	0	1
18	Unnamed	4371	4371	356.605	0	-1	0	1
14	Unnamed	8357	N/A	356.605	0	-1	0	1
19	Unnamed	1422	1422	356.605	0	-1	0	1
20	Unnamed	18344	15272	356.605	0	-1	0	1

Constraints

FEA Object Group 1: Nodal General Constraints

Nodal General Constraint

ID	Description	Vertex Number	Node Number	Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
7	Unnamed	49692	42392	Yes	Yes	Yes	No	No	No
2	Unnamed	60853	49325	Yes	Yes	Yes	No	No	No
6	Unnamed	49694	42394	Yes	Yes	Yes	No	No	No
3	Unnamed	60854	49326	Yes	Yes	Yes	No	No	No
5	Unnamed	49693	42393	Yes	Yes	Yes	No	No	No
11	Unnamed	47756	41224	Yes	Yes	Yes	No	No	No
8	Unnamed	59308	N/A	Yes	Yes	Yes	No	No	No
1	Unnamed	57002	47780	Yes	Yes	Yes	No	No	No
4	Unnamed	60852	49324	Yes	Yes	Yes	No	No	No
9	Unnamed	59310	48936	Yes	Yes	Yes	No	No	No
10	Unnamed	47758	41226	Yes	Yes	Yes	No	No	No

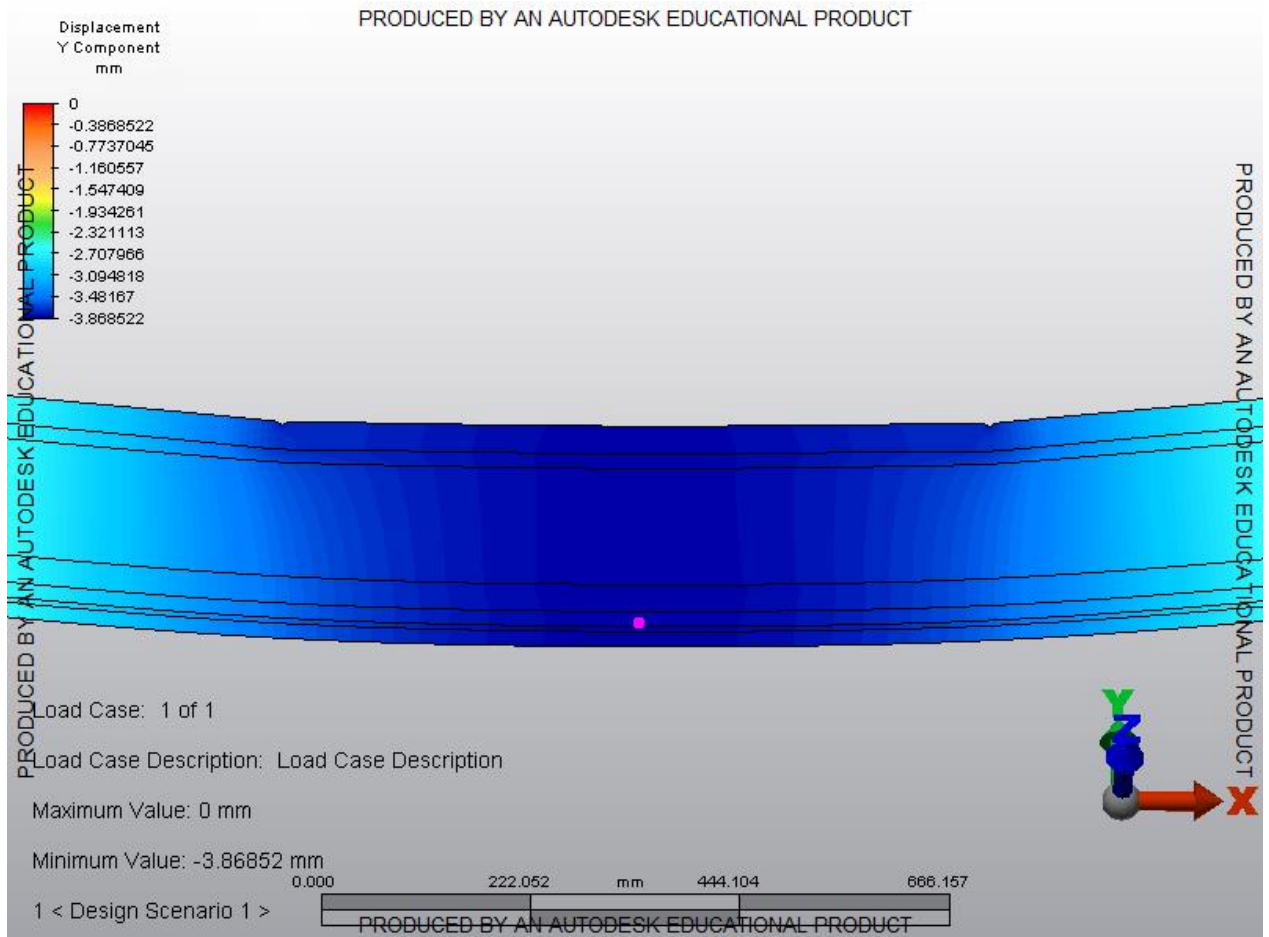
FEA Object Group 2: Nodal General Constraints

Nodal General Constraint

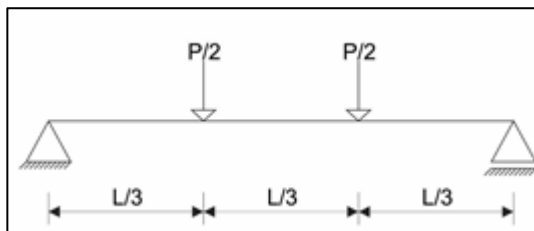
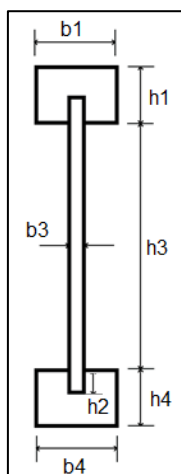
ID	Description	Vertex Number	Node Number	Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
21	Unnamed	47757	41225	No	Yes	Yes	No	No	No
16	Unnamed	49307	42007	No	Yes	Yes	No	No	No
19	Unnamed	59307	N/A	No	Yes	Yes	No	No	No
18	Unnamed	49308	42008	No	Yes	Yes	No	No	No
12	Unnamed	56619	47397	No	Yes	Yes	No	No	No
22	Unnamed	47755	41223	No	Yes	Yes	No	No	No
14	Unnamed	60469	48941	No	Yes	Yes	No	No	No
13	Unnamed	60468	48940	No	Yes	Yes	No	No	No
15	Unnamed	60467	48939	No	Yes	Yes	No	No	No
20	Unnamed	59309	48935	No	Yes	Yes	No	No	No
17	Unnamed	49309	42009	No	Yes	Yes	No	No	No

Results Presentation Images

Displacement



APÊNDICE B – MEMORIAL DE CÁLCULO DA VIGA 1



Constantes elásticas:

Item	Modulo de elasticidade (N/mm ²)	Razão modular
Mesa Superior	16136,46	1,61
Alma	3246,26	0,32
Mesa inferior	17479,53	1,75
Comparativo	10000	

Dados geométricos:

Item	Dimensão (mm)
b1	63,1
b3	9,5
b4	62,7
h1	36,1
h2	15,5
h3	172,9
h4	35,5

Item	Centro de gravidade (mm)	Área da seção transformada (mm ²)	Inércia efetiva (mm ⁴)
Mesa superior	227,16	3438,13	40273488,73
Alma	121,95	628,82	2182603,36
Mesa Inferior	17,04	3633,29	38462556,03
Total	119,427	6146,31	80918648,12

Item	Valor
Centroide seção transformada	119,43 mm
Inércia efetiva (I _{ef})	80918648,12 mm ⁴
Rigidez efetiva (E*I _{ef})	8.09E+11 mm ⁴
Fator de forma PRI 60 - 241	2,72
Inércia real (I)	53685855,19 mm ⁴
Área real (A)	6146,31 mm ²

Cálculo de flecha:

Item	P (N)	L (mm)	G Alma (Mpa)	K (Rancourt)
Viga 1	7845,32	2300	1132,97	21974000

Flecha Rancourt:

$$\delta = \frac{23PL^3}{1296EI} + \frac{6PL}{8K}$$

$$\delta = 3,19 \text{ mm}$$

Flecha PTV:

$$\delta = \frac{23PL^3}{1296EI} + \frac{f_s}{GA} \left(\frac{PL}{6} \right)$$

$$\delta = 3,27 \text{ mm}$$

Flecha M:

$$\delta = \frac{23PL^3}{1296EI}$$

$$\delta = 2,09 \text{ mm}$$