Universidade Estadual de Londrina

ANDRÉ LUIS TREVISAN

PROVA EM FASES E UM REPENSAR DA PRÁTICA AVALIATIVA EM MATEMÁTICA

Londrina
2013

ANDRÉ LUIS TREVISAN

PROVA EM FASES E UM REPENSAR DA PRÁTICA AVALIATIVA EM MATEMÁTICA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito para obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco

Londrina
2013

Catalogação elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da Universidade Estadual de Londrina

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

T814p Trevisan, André Luis.
Prova em fases e um repensar da prática avaliativa em matemática / André Luis Trevisan. – Londrina, 2013.
168 f. : il.

Orientador: Regina Luzia Corio de Buriasco.
Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2013.
Inclui bibliografia.

1. Matemática – Estudo e ensino – Teses. 2. Estudantes – Testes e medidas educacionais – Teses. 3. Educação matemática – Teses. 4. Aprendizagem – Avaliação – Teses. I. Buriasco, Regina Luzia Corio de. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. III. Título.

CDU 51:37.02

ANDRÉ LUIS TREVISAN

PROVA EM FASES E UM REPENSAR DA PRÁTICA AVALIATIVA EM MATEMÁTICA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, como requisito para obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco
(orientadora)
Universidade Estadual de Londrina

Profa. Dra. Angela Marta Pereira das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina

Profa. Dra. Marcia Cristina da Costa Trindade Cyrino
Universidade Estadual de Londrina

Profa. Dra. Maria Isabel Ramalho Ortigão
Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Profa. Dra. Maria Tereza Carneiro Soares
Universidade Federal do Paraná

Londrina, 04 de março de 2013.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por mais esta conquista.

À minha orientadora Regina, não apenas pela oportunidade de realizar este trabalho, mas pela constante acolhida e pela experiência compartilhada.

Aos meus pais, que jamais mediram esforços para que eu pudesse chegar aonde cheguei.

À Ana Carolina, esposa e companheira, pelo apoio e incentivo incondicionais.

Aos companheiros do GEPEMA, pela convivência, pelos ensinamentos e pela amizade construída.

À UTFPR câmpus Apucarana (aqui representada por todos os profissionais e colegas presentes ao longo dos últimos quatro anos) pela oportunidade de realização deste trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, por seus ensinamentos.

Às professoras da banca Maria Isabel, Maria Tereza, Angela Marta e Márcia Cristina, pelas contribuições na construção deste trabalho.

A todos os professores que "passaram" pela minha vida e que, direta ou indiretamente, foram "fontes de inspiração".

Aos estudantes que fazem parte do estudo ("sala linda", como se autodenominavam): mais que minhas "cobaias" (como eles mesmos diziam), pessoas maravilhosas com as quais tive o prazer de conviver ao longo dos últimos quatro anos e que, ao final de mais uma jornada, presentearam-me com o título de "padrinho" da turma.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para que este trabalho fosse realizado.

Instruir-te-ei, e ensinar-te-ei o caminho que deves seguir; guiar-te-ei com os meus olhos.

Salmo 32:8

TREVISAN, André Luis. **Prova em fases e um repensar da prática avaliativa em Matemática**. 2013. 168f. Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

RESUMO

Este texto tem por objetivo apresentar reflexões oriundas da utilização da prova em fases como instrumento de avaliação em aulas de Matemática, em uma turma de Educação Profissional de Nível Médio. Para isso, apresentamos inicialmente uma descrição pormenorizada da experiência, tomada inicialmente como um “fracasso”, mas aos poucos percebida como fundamental na modificação na própria prática pedagógica. Nesse processo, a atitude passiva frente a uma avaliação em que se busca medir o quanto de uma técnica ou algoritmo é reproduzida pelo estudante foi aos poucos “caindo por terra”. A apresentação das percepções dos estudantes frente a um instrumento diferenciado de avaliação, bem como uma análise de sua produção escrita em questões da prova trouxeram elementos que permitiram analisá-lo criticamente. Partindo de considerações a respeito de algumas “falhas” na sua elaboração e implementação, analisamos as questões que compuseram a prova, à luz da abordagem conhecida como Educação Matemática Realística, buscando refletir também a respeito do conteúdo matemático subjacente às questões (a Trigonometria). Esse repensar aparece segundo três focos: os itens que compuseram a prova, o conteúdo matemático subjacente a esses itens e as próprias atitudes enquanto professor de Matemática. Ao longo de todo o texto, organizado segundo uma estrutura que busca preservar, em essência, o modo como a pesquisa foi sendo “tecida”, procuramos sempre contrapor criticamente o que “foi feito” com aquilo que “poderia ter sido feito”, numa tentativa constante de repensar a própria prática avaliativa.

Palavras-chave: Educação Matemática, Educação Matemática Realística, Avaliação da Aprendizagem, Prova em Fases, Prática Reflexiva.

TREVISAN, André Luis. **Stage test and a rethinking of assessment practice in Mathematics**. 2013. 168f. Doctorate thesis (Post-Graduation Program on the Teaching of Sciences and Mathematics Education) – State University of Londrina, Londrina, 2013.

ABSTRACT

This text aims to present reflections arising out of the use of stage test as an assessment instrument in mathematics lessons, in a Middle Level Professional Education class. For this, we first present a detailed description of the experiment, taken initially as a "failure”, but gradually perceived as fundamental in the change in our own pedagogical practice. In this process, my passive attitude against assessment that tries to measure how much of a technique or algorithm is reproduced by a student was, gradually, "falling apart". Presenting the perceptions of students facing a differentiated assessment instrument, as well as an analysis of their written production in answering the questions, brought elements that made possible to examine the stage test critically. Starting from considerations about some "flaws" in its preparation and implementation, we analyze the questions of the examination using the approach known as Realistic Mathematics Education, also seeking for reflections about the underlying mathematical content issues (Trigonometry). This rethink appears according to three foci: the items that composed the test, the underlying mathematical content to these items and the own attitudes as teacher of Mathematics. Throughout the text, organized according to a structure that seeks to preserve, in essence, the way the research was being done, we always tried to oppose critically what was done with what could have been done in a constant attempt to rethink our own assessment practice.

Key words: Mathematics Education, Realistic Mathematics Education, Learning Assessment, Stage test, Reflexive Practice.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Este trabalho de tese retrata o caminho trilhado na busca de compreender um pouco mais o processo de constituir-me[1] professor (pesquisador) de (Educação) Matemática. É resultado de um processo de reflexão, em que me tornei protagonista da minha própria pesquisa, na qual propus-me a investigar minha prática pedagógica na busca de compreender minha atuação em sala de aula e em especial minha prática avaliativa, a partir das relações com os vários contextos nos quais encontro-me inserido.

No início do ano de 2010, ingressei como estudante regular de Doutorado no programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL). Desde então, não estive em momento algum afastado de minhas atividades na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), instituição na qual atuo desde 2009. Na verdade, nem mesmo faria sentido se estivesse, uma vez que pesquisar minha própria prática docente tornou-se parte central deste trabalho.

Assim, passei a dividir-me entre as obrigações enquanto estudante de Doutorado (disciplinas, grupo de pesquisa, encontros de orientação, participação em eventos) e como professor da Educação Básica e do Ensino Superior. Ou melhor, passei a dividir-me entre o lado professor e o desejo de me tornar pesquisador.

Por diversas vezes, intrigou-me (e, por que não dizer, incomodou-me) o fato de não conseguir separar essas duas realidades. Seria possível essa separação? Seria necessária? Seria desejável? Por diversas vezes, questionei-me se “daria conta”[2] de desenvolver uma pesquisa estando, ao mesmo tempo, tão envolvido com minha própria prática. O fato de estar em sala de aula atrapalharia a elaboração de uma reflexão teórica esperada em nível de doutorado? Seria possível refletir academicamente, “mergulhar nas leituras”, como dizia minha orientadora?

---

[1] Tomo a liberdade de utilizar em alguns momentos a primeira pessoa do singular e em outros a primeira pessoa do plural para descrever, respectivamente, situações que dizem respeito unicamente a mim e reflexões conjuntas com minha orientadora.

[2] Expressão “emprestada” da colega Marcele, membro do GEPEMA, referindo-se à capacidade física e psicológica de resolver alguma tarefa com sucesso.

Certamente minhas (pré-)concepções acerca da Matemática, de ensinar Matemática e, principalmente, de avaliar em Matemática provêm da minha própria formação enquanto estudante e professor em formação. “Desenhar” essas experiências vivenciadas foi o ponto de partida numa tentativa de interpretar quem sou, o que penso, como penso e por que assim penso. Essa primeira narrativa abre o Capítulo 1 deste texto.

Em meios às minhas inquietações, apresento ainda nesse capítulo alguns episódios que retratam o modo como a pesquisa foi sendo constituida. Finalizo-o explicitando a questão de pesquisa e trazendo alguns aspectos metodológicos do trabalho.

O Capítulo 2 é reservado à apresentação do contexto no qual se desenvolveu a pesquisa: a utilização do instrumento de avaliação *prova em fases* junto a uma turma do Curso de Educação Profissional Técnica de Nível Médio Integrado em Vestuário da UTFPR câmpus Apucarana. Ao longo do capítulo, descrevo o processo de elaboração da prova, a implementação de suas várias fases e o processo de correção. Não se trata de uma simples descrição, uma vez que sua elaboração possibilitou-me “olhar com outros olhos” uma experiência que inicialmente eu havia interpretado como um “fracasso”. Ao colocar no papel de forma pormenorizada o modo como as coisas aconteceram, fui “dando-me conta” de como minha prática avaliativa estava sendo modificada.

Minha atitude passiva frente a uma avaliação em que se busca medir o quanto de uma técnica ou algoritmo é reproduzida pelo estudante foi aos poucos “caindo por terra”. Para incluir-me de forma consistente e comprometida (GARNICA, 2001) em uma pesquisa a respeito da minha própria prática avaliativa, buscando ir além de um olhar enquanto professor, na direção de um olhar como pesquisador, fez-se necessária a busca por interlocutores.

O Capítulo 3 é então dedicado a apresentar alguma discussão com base em autores que tratam do papel da avaliação no contexto da aprendizagem escolar. São feitos apontamentos dos trabalhos que vêm sendo desenvolvidos no GEPEMA[3], Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação, na direção da avaliação como prática de investigação e como oportunidade de aprendizagem. Discuto, por fim, características da abordagem conhecida como

[3] http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/index.html.

Educação Matemática Realística - RME (do inglês *Realistic Mathematics Education*), inspiração inicial para a proposta de utilização da prova em fases.

No Capítulo 4 apresento algumas das percepções dos estudantes frente a esse instrumento diferenciado de avaliação, bem como uma análise de sua produção escrita em questões da prova. Além de possibilitar compreender os próprios estudantes como sujeitos do processo de avaliação e inferir algo acerca de seu conhecimento matemático, essa etapa do processo de pesquisa trouxe elementos que permitiram analisar criticamente o próprio instrumento, a prova em fases. Afinal, conforme lembra-nos Van Den Heuvel Panhuizen (1996), repensar a avaliação implica repensar os instrumentos e as tarefas de avaliação.

Tal análise é feita no Capítulo 5. Partindo de algumas “falhas” na elaboração e a implementação da prova em fases, apresento uma discussão que tange ao repensar da minha própria prática avaliativa, na direção de contrapor criticamente o que fiz com aquilo que poderia ter feito.

Finalizo este trabalho buscando de algum modo explicitar, no Capítulo 6, como respondemos nossa questão de pesquisa, e destacando algumas perspectivas para pesquisas futuras.

O modo como a pesquisa foi sendo “tecida”, atrelado à opção em entrelaçar a descrição da experiência utilizando o instrumento prova em fases com nossas análises e com a literatura que lhe dá suporte, faz como que este texto esteja organizado segundo uma estrutura pouco usual. Tal opção justifica-se pela preocupação em preservar, em essência, a estrutura como o trabalho foi sendo elaborado.

1. DAS MOTIVAÇÕES À QUESTÃO DE PESQUISA

1.1 COMEÇANDO... PELO COMEÇO? MINHA TRAJETÓRIA ENQUANTO PROFESSOR

Apesar dos constantes questionamentos se eu estava certo da minha decisão, sempre manifestei a vontade de ser professor. Não apenas professor, mas um bom professor. Enquanto estudante, seja da Educação Básica e mesmo no Ensino Superior, entendia que ser “bom professor” era sinônimo de não “enrolar” a aula, planejá-la, conduzi-la de forma a cumprir o que havia planejado, cumprir o programa, ter autoridade frente aos estudantes, organizar uma prova coerente com as aulas e que contemplasse os pontos importantes da disciplina. Não que isso tudo não seja importante. Mas no mínimo não é tão fundamental quanto eu imaginava naquele momento.

Pois bem, frente à escolha em ser professor, muitos dos meus professores diziam que eu tinha potencial para mais, que seria um “desperdício” (como se, para ser um bom professor, não precisasse muita coisa). Apesar disso, houve também aqueles que me apoiaram em minha decisão, alguns deles tornando-se mais tarde colegas de profissão.

Em 2002, ingressei no chamado “cursão” da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), o básico integrado em Matemática, Física e Matemática Aplicada e Computacional. Ainda hoje é assim: os ingressantes permanecem três semestres neste curso básico, antes de optarem pela modalidade na qual se formarão. “Neste período, eles têm contato com os conceitos fundamentais que alicerçam o conhecimento em Matemática e Física” (UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, 2011). A opção pelo curso a ser seguido nos semestres subsequentes é livre, não envolvendo qualquer processo seletivo, de modo que qualquer um dos três cursos pode ter desde nenhum até 140 novos estudantes.

Ao final de três semestres deveria fazer uma escolha. Optei pelo Bacharelado em Matemática Aplicada e Computacional, mas cursei em concomitância a Licenciatura em Matemática. Certamente essa escolha teve forte influência da “paixão” desenvolvida pela disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. Embora não reconhecesse naquele momento o potencial pedagógico de instrumentos como mapas conceituais, diário de aulas, projetos de ensino e *softwares* de visualização, hoje vejo em minha própria prática reflexos dessas metodologias “inovadoras” propostas pelas professoras responsáveis pelas aulas da disciplina. Ainda no primeiro semestre de graduação, encantava-me a ideia de um dia poder atuar como professor de Cálculo e organizar minhas próprias aulas utilizando todos esses recursos.

Muitos colegas bacharéis em Matemática Aplicada e Computacional cursavam esporadicamente disciplinas da Licenciatura, em geral, como enriquecimento curricular, sem necessariamente ter a pretensão de concluir essa habilitação. Em conversas informais, constatava que a prioridade deles seria atuar em empresas, longe da sala de aula. A Licenciatura seria apenas um “quebra-galho”: se nada desse certo haveria a opção pela sala de aula.

No meu caso, sempre foi o contrário: optei pela Matemática Aplicada não porque desejasse atuar como bacharel na área, mas porque enxergava nesse curso mais possibilidades de compreender a que serve e em que se aplica, afinal, a Matemática. Isso me possibilitaria ser um “melhor” professor. Além disso, a cada semestre, a prática pedagógica dos meus professores “bacharéis matemáticos” mais me desmotivava a optar pelo bacharelado em Matemática. Eram exaustivas aulas copiando as demonstrações que escreviam na lousa, e que posteriormente eram memorizadas e reproduzidas nas provas. As disciplinas do curso também não atendiam minha necessidade de enxergar “em que se aplica” a Matemática.

Embora sempre participasse de oficinas, eventos, simpósios que aconteciam na Faculdade de Educação, *habitat* dos professores das disciplinas pedagógicas, acreditava que a opção “só” pela Licenciatura não daria conta da Matemática que ansiava por aprender. Embora essa fosse minha visão como estudante de graduação, arrisco-me a dizer que minha opinião não mudou muito.

Enfim, ambas as habilitações foram finalizadas em quatro anos. Era chegado o fim da graduação, e o mestrado era condição *sine qua non* na busca da carreira como professor universitário. Mas em qual área? Afinal eu não poderia ficar nessa dúvida eterna entre a Matemática Aplicada e a Educação Matemática. Naquele momento, optar pela Educação Matemática implicaria deixar para trás a possibilidade de atuar em disciplinas matemáticas, para vislumbrar um futuro como professor de Didática e Metodologia de Ensino. Afinal, eram assim que se apresentavam os editais para concursos públicos na carreira universitária naquele momento. Por outro lado, na escolha pela Matemática Aplicada não caberiam discussões acerca da prática pedagógica, nem mesmo a respeito daquelas "práticas inovadoras" das minhas professoras de Cálculo.

Optei pelo mestrado em Matemática Aplicada. Por quê? Mais uma vez, de certo modo, meu pragmatismo falou mais alto: não era admissível para mim, na época, falar em Educação Matemática, sem antes ter posto o pé em uma sala de aula. Para mim, o estágio obrigatório da graduação e os três anos atuando em cursinho não eram suficientes; afinal, tratava-se de uma realidade recortada, uma prática em momentos pontuais. Sentia necessidade de alguma experiência em uma sala de aula "de verdade", senão correria o risco de tornar-me algum tipo de professor como aqueles que eu criticava. Já dizia Sácristan (1998, p. 136): "Se se quer saber o que é verdadeiramente a educação, conviria muito mais analisar as práticas nas aulas do que se deter muito no discurso embelezado". No fundo, apesar da opção pela Matemática Aplicada, estar em sala de aula sempre foi meu maior desejo. Mesmo hoje, terminando o Doutorado, (felizmente) esse desejo permanece.

Talvez o fato de ter sido classificado "tão lá embaixo" na seleção do mestrado tenha me desmotivado antes mesmo de ingressar no mestrado. Afinal, modéstia a parte, eu era um dos melhores estudantes da graduação. Talvez o fato de ter que encontrar os mesmos "não tão bons" professores da graduação tenha me desmotivado no início. Talvez porque não estava mais entre os "melhores" tenha me desmotivado no durante. Talvez o lado professor e a necessidade da sala de aula "de verdade" tenham me feito voltar para minha cidade natal, ao fim do primeiro ano de mestrado, para aceitar uma proposta de trabalho como professor da Educação Básica. Sim, são muitos "talvezes", mas possivelmente cada um deles tenha me influenciado com algum peso naquele momento.

Não abandonei o mestrado, porém distanciei-me fisicamente da Unicamp. Já havia concluído as disciplinas e a meu ver, para escrever a dissertação, não necessitava estar presente na Instituição. Mal sabia o quanto estar longe do ambiente universitário dificultaria as coisas. Ainda assim, algumas idas esporádicas a Campinas ao longo do segundo ano do mestrado possibilitaram-me concluí-lo, mas distanciaram-me da pesquisa e do envolvimento com a Matemática Aplicada.

Estava iniciando (ou apenas tomando mais espaço) meu lado professor. Iniciei o ano de 2007 trabalhando com um quinto ano e um sexto ano do Ensino Fundamental em uma escola particular. Logo veio o sétimo ano, e em seguida o Ensino Médio. Seis meses mais tarde, iniciava também a tão almejada carreira enquanto professor do Ensino Superior, em contrato temporário na UEL (Universidade Estadual de Londrina).

No ano seguinte, algumas outras aulas, monitorias, outra Instituição de Ensino Superior. Pois é, com tantas aulas e em níveis de escolaridade tão variados, senti na pele como era ser um professor “de verdade”. Em momento algum me arrependo, pois aprendi muito nesse período. Além disso, a atuação na Educação Básica muitas vezes mostrou-se mais gratificante que no Ensino Superior. Apesar de o lado professor ocupar-me quase por completo, ainda assim consegui cursar como estudante especial uma disciplina no programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEL em 2008.

No início de 2009, assumi como professor efetivo da UTFPR (Universidade Tecnológica Federal do Paraná), câmpus Apucarana. Ao trabalhar nessa instituição, foi possível manter por mais alguns anos aquela que se mostrou ser uma “paixão”: atuar com as turmas de Ensino Médio, existentes na Instituição por conta dos cursos técnicos[4]. Além disso, o lado pesquisador começava a “aflorar” novamente. Com a carga de aulas bem mais reduzida, sobrava mais tempo para preparar melhor as aulas e voltar a estudar. Nesse ano, cursei várias disciplinas, como estudante especial do programa. Dentre elas, “Tópicos de Educação Matemática”, ministrada pela professora Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco, que propiciou um ambiente de leituras e estudos na área de Educação Matemática.

Naquele momento, algumas das minhas reflexões eram um tanto limitadas, baseadas apenas em leituras que haviam sido feitas durante a graduação. Penso que cursar a disciplina ampliou minha capacidade de análise crítica, e as discussões realizadas motivaram-me a frequentar, ainda em 2009, os encontros do GEPEMA, Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação,

[4] No fim do ano de 2012 fui transferido, a pedido, do câmpus Apucarana para o câmpus Londrina da UTFPR. Desde então, tenho atuado exclusivamente com disciplinas matemáticas em cursos superiores.

coordenado pela professora Regina. Motivaram-me também a preparar-me para o ingresso como estudante regular no programa, o que aconteceu no início de 2010.

Ao mesmo tempo em que cursava disciplinas da Pós-Graduação, incluindo uma chamada “Avaliação da Aprendizagem Escolar”, semanalmente participava dos encontros do GEPEMA, que acontecem às segundas-feiras, no período da manhã (em caráter de estudo, aberto a estudantes de graduação e pós-graduação e professores da Educação Básica) e no período da tarde (em caráter de pesquisa, com os orientandos de Pós-Graduação). É nesse espaço que inquietações, dilemas e dúvidas vinham à tona, mas também novos aprendizados.

Enquanto isso, na UTFPR, algumas ações ainda modestas têm sido desenvolvidas na tentativa de fomentar pesquisas no âmbito educacional . Durante os anos de 2011 e 2012, ocupei na Universidade a função de Responsável pelo Departamento de Educação, formado por uma equipe bastante eclética composta por pedagogas, psicólogas, assistentes sociais e enfermeira, e juntos buscamos delinear ações visando, entre outros, “propor melhorias no desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem por meio do acompanhamento de desempenho de docentes e discentes” (Art 46, UTFPR, 2009).

Dessas, destaco duas. No segundo semestre de 2011, organizamos[5] um projeto intitulado “Oficina de Avaliação - A difícil tarefa de avaliar com qualidade”. Por meio dele, propusemos organizar, em oito encontros quinzenais de uma hora e meia, um espaço de reflexão a respeito dos instrumentos de avaliação utilizados por professores das diversas áreas do conhecimento da instituição (BARBOZA; TREVISAN; AMARAL, 2012).

Uma segunda “ação” foi a aprovação, em edital de pesquisa da Fundação Araucária, do projeto “Avaliação da aprendizagem em ensino de ciências da natureza e matemática”. A partir do segundo semestre de 2012 temos[6] nos reunido semanalmente em um grupo de discussão e reflexão no qual buscamos realizar uma leitura da avaliação das aprendizagens no âmbito do ensino de Ciências da Natureza e da Matemática, ampliando a compreensão dessa temática a

[5] Refiro-me, especificamente nesse trecho, ao trabalho desenvolvido em conjunto com as pedagogas da UTFPR, Wierly Barboza e Roseli Gall do Amaral.

[6] Acrescento aqui, além das pedagogas já mencionadas, a participação da professora Alessandra Baron, doutora em Química, e da técnica em assuntos educacionais Alessandra Soato, bióloga e mestre em Ensino de Ciências.

partir da concepção de vários autores, como também, fazer um estudo dos instrumentos disponíveis visando ações de formação.

Certamente minhas crenças a respeito de ensino e aprendizagem mudaram, depois de novas leituras e novas experiências. Não sou capaz de explicitar quais eram, mas certamente provinham da minha própria experiência enquanto estudante. Hoje entendo o conhecimento como algo que não seja simplesmente transmitido ou descoberto, mas construído por meio de e nas interações sociais, a partir de situações que possibilitem aos estudantes produzir algum significado àquilo que lhes é proposto. E, como não poderia deixar de ser, modificaram-se também minhas crenças a respeito de avaliação, como será discutido mais a frente.

1.2 A Proposta "Indecente"

Ao cursar a disciplina "Tópicos em Educação Matemática" no primeiro semestre de 2009, ainda como estudante especial, deparei-me com o texto "A avaliação como Prática de Investigação e Análise da Produção Escrita em Matemática" (VIOLA DOS SANTOS; BURIASCO; CIANI, 2008, p. 36). Ao referir-se à avaliação praticada em sala de aula, os autores apresentavam-na tomada muitas vezes como "instrumento de punição que provoca medo, angústia, rejeição" e como "filtro de classificação em um processo de exclusão". Incomodava-me naquele momento o caráter tão pessimista presente nas palavras dos autores. Afinal, que tanto mal poderia causar na vida do estudante uma simples "provinha"? Uma boa nota seria consequência do empenho daquele estudante: ele havia prestado atenção às aulas, desenvolvido as tarefas que o professor havia solicitado, havia se preparado para a prova. Que mal poderia haver nisso? Em contrapartida, uma nota baixa indicava que, de algum modo, aquele estudante era relapso, não prestava atenção às aulas, não desenvolvia as tarefas propostas, não estudava para as provas. Simples, não?

Participar de um grupo de pesquisa em que se discute avaliação certamente mostrou-se (e ainda tem se mostrado) um grande desafio. Hoje entendo que tratar dessa temática não é uma tarefa simples. Talvez eu tenha espelhado muito em mim mesmo. Afinal, em toda minha trajetória escolar sempre fiz provas; e sempre fui bem, pois sempre estudava. Por que as coisas deveriam mudar? Se havia funcionado comigo, por que não haveria de funcionar com os outros?

Segundo Barlow (2006, p.161), “na recepção intelectual dos mesmos conhecimentos, a reação afetiva às mesmas situações varia infinitamente de um indivíduo a outro”. De fato, minha reação afetiva à avaliação naquele momento, restrita a minha própria experiência escolar enquanto receptor de conhecimentos, era bastante limitada.

“Mergulhar” nas leituras a respeito dessa temática tão complexa exigiu (e continua exigindo) um esforço constante para desprender-me de alguns preconceitos. Não é nada fácil, principalmente quando se está, no seu dia a dia, em círculos de conversas entre professores nos quais o discurso enfatiza, como justificativa do baixo rendimento, a falta de comprometimento e a falta de “base” observada em estudantes tanto da Educação Básica quanto em ingressantes nos cursos superiores. É comum encontrarmos entre os professores aqueles que oferecem aulas de revisão nas primeiras semanas de aula, ou até mesmo cursos de nivelamento, nos quais são “retomados” conteúdos matemáticos oriundos dos níveis anteriores de escolaridade (como se os estudantes, anteriormente, já houvessem tido alguma oportunidade para aprendê-los!), como forma de buscar uma solução para essa situação. Entretanto, mesmo depois destes “esforços”, é visível a decepção e a frustração dos professores, já que parte considerável dos estudantes apresenta, ainda, desempenho insuficiente nas provas. Crentes que nada mais possa ser feito, os professores, muitas vezes, não reorganizam suas práticas pedagógicas e, em consequência, não oportunizam aos seus estudantes meios para a compreensão e superação das dificuldades.

Afinal, para muitos, cabe ao professor

> ‘ensinar o conteúdo’ já previsto em um programa, ao aluno, ‘prestar atenção’ e, em seguida, fazer uma série de exercícios para ‘treinar’ o que ‘aprendeu’, mesmo que, muitas vezes, não reconheça a importância do conteúdo; ao final do bimestre, o aluno faz uma prova, a qual, quase sempre, contém exercícios análogos aos já resolvidos em suas tarefas e, então, o professor atribui alguma nota a essa prova (FERREIRA, 2009, p.14).

Nesse trecho, Ferreira (2009) elenca um emaranhado de ritos presentes no cotidiano escolar: é preciso cumprir o programa; fazer exercícios para aprender o conteúdo; é preciso fazer uma prova ao final do bimestre; é preciso atribuir alguma nota a essa prova. Podemos extrapolar: primeiro o professor ensina o conteúdo, e depois aplica a prova; a prova precisa ser feita individualmente; as questões da prova devem ser guardadas “a sete chaves”, quem presta atenção às aulas apresenta boas notas, mas quem não presta...

Enfim, nessa visão conservadora de avaliação, se algo “dá errado”, a culpa é, ou do professor, ou do aluno. Embora essa visão de culpabilidade esteja muito presente no contexto escolar, esse fenômeno de insucesso “raramente é visto enquanto relação, do ponto de vista interno da adequação ou inadequação do modo de ensinar aos modos de aprender dos alunos” (ROLDÃO, 2001, p. 130). Para essa autora, é necessária uma reapreciação das práticas que circunscrevem todo o contexto escolar:

> Como se ensina? Que faz o professor para ensinar – Fazer aprender – Aqueles alunos? Como organiza o ensino e não apenas os conteúdos de um programa? Que sabe ou que estuda sobre a construção e apropriação do conhecimento? Que decisões toma, com quem e com que análise prévia de cada situação? (ROLDÃO, 2001, p. 130).

A autora fala da necessidade de uma ruptura nos pressupostos, nos princípios e nas práticas da escola enquanto organização curricular. Entendemos que essa dinâmica de reconceitualização da escola perpassa um profundo repensar da avaliação que hoje se pratica na escola, na busca de tomá-la como um projeto intencional e planejado no cotidiano das aulas.

Mas como fazer? Como tornar a avaliação uma prática de investigação, que possibilite ao professor interpretar, incluir, regular e mediar os processos de ensino e de aprendizagem? Barlow (2006, p.165) nos dá uma pista: é necessário *matar* o imaginário avaliador, pondo em questão e rejeitando os mitos e os ritos vetores de falsas aparências; mas, também, é preciso saber ressuscitá-lo, conservando ou recriando “aquilo que é portador de sentido e rico de eficácia potencial”.

Por que não me tornar, então, “cobaia de mim mesmo”, matar meu próprio imaginário avaliador? Quais seriam os mitos que eu trazia “nas minhas tripas"[7] e os ritos que eu praticava enquanto professor-avaliador? "O mito nos faz considerar uma coisa como verdadeira, porque ela é dita desde sempre [...] e o rito nos faz considerar como bom aquilo que é feito desde sempre" (BARLOW, 2006, p. vii). Que mitos e ritos circunscreviam meu ato de avaliar? Que "coisas" eram consideradas verdadeiras para mim nesse contexto?

Pois bem, naquele momento minha concepção de avaliação resumia-se em "fazer prova". Portanto, reconceitualizar a avaliação implicaria, basicamente, modificar o instrumento de avaliação (a prova). Mas não muito... afinal, nas aulas de Matemática, a prova escrita é vista como algo "sacrossanto" e recoberto por uma "aura de glória".

A ideia de "experimentar" a prova escrita como instrumento de avaliação em minhas aulas, em moldes parecidos com a *prova em duas fases,* surgiu no início do ano de 2010, quando ingressei no doutorado. Trata-se de uma prova escrita realizada em dois momentos: uma primeira etapa na sala de aula, com tempo limitado, e uma segunda fase, num tempo maior, em geral, a ser feita em casa. Para De Lange (1987), a prova em duas fases oportuniza aos estudantes refletir a respeito de seu próprio trabalho: depois de resolvida pela primeira vez na escola, a prova é corrigida e comentada pelo professor e, posteriormente, devolvida ao estudante para o trabalho adicional em casa.

Entretanto, diferentemente dela, a proposta feita pela professora Regina Buriasco foi elaborar uma prova que contemplasse todo o conteúdo anual de uma das disciplinas a ser ministrada naquele ano, e com todas as fases sendo feitas em sala de aula. Achei a proposta "indecente". Como assim, uma prova envolvendo todo o conteúdo? E que, ainda por cima, os estudantes teriam acesso no primeiro dia de aula? Aquilo ia contra meus princípios. Quem iria prestar atenção às minhas aulas, já que todos conheceriam a prova logo no início? Sem a prova, qual seria minha moeda de troca (ameaça) com as turmas?

Mas, nas palavras de Barlow (2006), era necessário matar meu imaginário avaliador. Aceitei o desafio, com uma condição: elaborei a prova contemplando apenas conteúdos programados para o primeiro semestre. Naquele momento, parecia muito arriscado envolver o conteúdo anual. Além disso, caso não

[7] Expressão utilizada pela professora Regina Buriasco ao se referir às preconcepções que temos a respeito de alguma temática, e das quais, muitas vezes, não conseguimos nos desprender.

desse certo, teria ainda o segundo semestre para “pôr as coisas nos eixos”. Como forma de diferenciar esse instrumento da *prova em duas fases*, referiremo-nos a ele simplesmente como *prova em fases.*

Em princípio, pensamos essa proposta apenas como um “piloto”. A partir da leitura de alguns relatos que descreviam experiências similares àquela que pretendia desenvolver e sem muito (ou sem nenhum!) embasamento teórico, selecionei um rol de questões típicas, provenientes de livros didáticos e provas aplicadas em anos anteriores, e “parti para o campo”.

Utilizei esse instrumento na disciplina de Matemática das três turmas com as quais atuei no ano de 2010: segundo, terceiro e quarto anos do Curso de Educação Profissional Técnica de Nível Médio Integrado em Vestuário, da UTFPR câmpus Apucarana. Embora fosse um “piloto”, algumas opções foram necessárias, dentre elas, a escolha da turma que seria observada; optei pelo segundo ano, por possuir maior afinidade com a turma.

Para essa turma, a prova foi organizada para ser resolvida em seis fases[8], sendo composta por questões que contemplavam todo o conteúdo programado para o semestre. Não havia indicação de quais questões deveriam ser resolvidas a cada etapa, de modo que os próprios estudantes deveriam ser capazes de saber qual resolver, podendo alterar as resoluções, nas etapas subsequentes, sempre que julgassem necessário. Os estudantes receberam a prova logo no primeiro dia de aula e tiveram um tempo de 25 minutos para trabalhar com ela. Nossa intenção não necessariamente era que os estudantes resolvessem as questões nesse primeiro momento, mas apenas “tomassem nota” do que seria prova naquele bimestre (mesmo porque as questões contemplavam conteúdos que ainda seriam explorados em aula). Ao final desse tempo, devolveram-na, e assim se sucedeu nas outras cinco fases, porém num tempo maior (100 minutos). Assim, à medida que o semestre passava e os conteúdos eram trabalhados na aula, os alunos teriam “condições” de resolver as questões da prova. Essas seriam apenas “pontuadas” ao final da terceira e da sexta fases, para atribuição das notas do primeiro e segundo bimestres, respectivamente. Embora soubessem de sua nota parcial, os estudantes não tiveram acesso aos critérios de correção antes do final da sexta fase.

[8] Apresentaremos mais adiante a razão pelo qual optamos por “seis” fases.

Além disso, ao final da terceira fase, ao lado de cada resolução, apresentei um questionamento, independentemente de estar correta ou incorreta, buscando instigar os estudantes a refletirem acerca das resoluções que haviam apresentado até aquele momento. Este foi o único *feedback* que tiveram de sua prova.

Ao longo daquele semestre, organizei um diário de campo[9] que incluía a descrição de cada uma das fases da prova, bem como minhas observações e percepções[10] ao longo do processo. A fim de acompanhar as resoluções, fiz cópia das provas de todos os estudantes, a partir da segunda fase da prova.

À medida que o semestre passava e passavam também as fases da prova, inquietava-me a sensação das coisas estarem "dando errado". Na condição de professor, minha expectativa era que, ao possibilitar aos estudantes alterar suas resoluções, nas várias fases da prova, esta de fato se efetivaria. Também imaginava que, de algum modo, os estudantes "comprariam a ideia", dedicando-se com afinco à resolução das questões. Sentia-me extremamente frustrado, pois, ao contrário daquilo que esperava, mostravam-se descontentes com a proposta, e não "davam o retorno" que eu havia idealizado. Passavam-se as fases da prova, muitas questões em muitas provas permaneciam em branco, mesmo eu tendo trabalhado com a turma o conteúdo necessário para sua resolução. Chegar ao final da sexta fase da prova foi um alívio! Poderia, enfim, voltar a aplicar provas como fazia até então. Mal sabia eu que (felizmente!) isso nunca mais aconteceria.

Apesar da minha resistência em tomar a prova em fases como objeto de estudo para uma pesquisa, mostrou-se bastante prazeroso organizar o relato dessa proposta "piloto", o que deu origem a um artigo intitulado "Algumas reflexões a respeito da utilização de um instrumento de avaliação" (TREVISAN; BURIASCO, 2011).

Apresentar esse relato e compartilhar a experiência com outros

[9] Denomino "diário de campo" o conjunto de anotações tomadas ao longo das aulas em que os estudantes resolviam a prova em fases. Não serão transcritas neste texto, mas utilizadas como embasamento para as descrições e análises apresentadas.

[10] A expressão "observações" remete às anotações presentes no diário de campo de caráter descritivo (Por exemplo, "dois estudantes entregaram a prova antes do fim da primeira aula"), enquanto "percepções" caracterizam impressões de caráter pessoal (Por exemplo, "ao fim da prova, sinto-me frustrado com o fato de muitos estudantes entregarem a prova muito antes do tempo previsto para seu término").

pesquisadores no I SIPERE[11] causou-me "novos ânimos" e deu novos rumos ao trabalho; esse evento pode ser considerado como um "divisor de águas" para o delineamento de uma pesquisa que deu origem a essa tese de doutorado.

Hoje enxergo nesse episódio aquilo que Garnica (2001, p. 8) denomina "maturidade vivencial", necessária a uma incursão mais plena na pesquisa qualitativa

> é o contato com os pares, o conhecimento das articulações das e nas instituições, o tráfego pelo mundo acadêmico em suas múltiplas perspectivas, as concepções que se formam com a compreensão de textos, contextos e teorias, o experienciar de perspectivas que não são, em princípio, "nossas", mas que a nós se oferecem como símbolos ávidos por serem interpretados. [...] Essa gama de diferentes fatores subsidiam e enriquecem a pesquisa realizada na vertente qualitativa, dado, principalmente, estar nas mãos do pesquisador – e não de um método pré-definido – a responsabilidade pela apreensão dos conhecimentos que – espera-se – possam ser compartilhados, tornados públicos.

Para esse autor, incluir-se consciente e comprometidamente numa linha de pesquisa (no caso, qualitativa) é "abrir-se ao fato de que essa inclusão, ela própria, já é, por si, elemento essencial para essa maturação em ação" (GARNICA, 2001, p. 8). Assim, a maturidade do pesquisador e da pesquisa são fatores que se retroalimentam, e a pesquisa acaba por constituir-se ao longo dela própria. Compartilhar com outros pesquisadores minhas angústias e frustrações foi fundamental para "olhar com outros olhos" a experiência.

1.3 Nosso Problema de Pesquisa

> Após ter passado algum tempo no campo, [o investigador] encontra-se em muito melhor situação para discutir quais os seus planos e o que poderá tirar de seus dados. Pode, então, discutir alguns temas emergentes. Evidentemente que não terá certeza sobre a evolução do estudo, nem acerca da forma como irá efectuá-lo (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 106).

[11] I Simpósio sobre os impactos das políticas educacionais nas redes escolares, http://www.ppgecm.ufpr.br/Site_SIPERE/index.html.

Segundo esses autores, os investigadores qualitativos recolhem dados “ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas [...] em função de um contacto aprofundado com indivíduos, nos seus contextos ecológicos naturais”. Além disso, ainda que venham a “seleccionar questões específicas à medida que recolhem dados, a abordagem à investigação não é feita com o objectivo de responder a questões prévias ou de testar hipóteses” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 16).

Para eles, num universo qualitativo é preferível realizar algum trabalho de campo antes de escrever qualquer proposta de pesquisa. Alguns investigadores qualitativos experientes inclusive “aconselham os principiantes a não efectuar revisões substanciais de literatura antes da recolha de dados, mesmo que estejam certos da relevância da literatura”. Afinal, a “revisão de literatura pode influenciar, demasiadamente, a escolha de temas e, assim, limitar a análise indutiva – uma vantagem importante da abordagem qualitativa” (BOGDAN; BIKLEN, p. 105).

Assim, o

> investigador qualitativo evita iniciar um estudo com hipóteses previamente formuladas para testar questões específicas para ‘responder, defendendo que a formulação das questões deve ser resultante da recolha de dados e não efectuada *a priori*. É o próprio estudo que estrutura a investigação, não idéias preconcebidas ou um plano prévio detalhado (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 106).

Ao encontro dessas ideias, Garnica (2001, p.6) aponta que é

> o cotidiano que faz aflorarem as perplexidades que levam às perguntas sobre o mundo que, por sua vez, pedem por modos de ação que permitam a compreensão que, finalmente, são carregadas de volta à cotidianidade, num ciclo contínuo e interminável.

Ora, entendemos que no cotidiano da sala de aula usual, na qual vivenciamos a experiência com a utilização da prova em fases, foi possível identificar um contexto propício à realização de uma investigação de caráter qualitativo, a partir da análise sistemática dos dados já recolhidos. A abordagem à investigação não foi feita com o objetivo de responder a questões prévias ou testar hipóteses. Ao contrário disso, o olhar enquanto investigador, explicitado por meio da formulação e reformulação da questão de investigação, resultou da recolha de dados obtidos a partir da experiência com a utilização da prova em fases como instrumento de avaliação e também numa perspectiva de refletir a respeito da avaliação como uma prática de investigação. Na condição de pesquisador numa busca constante em incorporar a perspectiva qualitativa, tornei-me mais reflexivo e passei a "ter menos certezas" das coisas (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 285).

Borba e Araújo (2004, p.27) lembram-nos que o processo de construção da pesquisa é, "na maioria das vezes, um longo caminho, cheio de idas e vindas, mudanças de rumos, retrocessos". Esse *design* da pesquisa foi sendo construído à medida que a própria pesquisa desenvolveu-se.

Não podemos dizer que existiam hipóteses claramente definidas enquanto recolhíamos informações a partir da experiência com a prova em fases, mas ao mesmo tempo não podemos ignorar que, enquanto professor, tinha como expectativa que a experiência "desse certo".

Ao elaborar a prova em fases, propiciando aos estudantes resolvê-las ao longo de um semestre, alterando suas resoluções sempre que julgassem necessário, imaginava que estava tornando a avaliação uma prática de investigação. Porém, ao debruçar-me sobre a literatura e buscar um referencial que sustentasse essa minha prática, pude perceber uma série de "falhas" tanto na elaboração quanto na implementação do instrumento. Embora tivesse modificado o instrumento, as questões que o compuseram e, mais do que isso, minha própria atitude frente a ele continuavam "tradicionais". Aquela que seria então uma experiência "piloto" tornou-se o objeto central da pesquisa, pois se mostrou um meio para repensar minha própria prática pedagógica.

Em meios às "idas e vindas" e às minhas inquietações, percebi que não teria "pernas" para analisar a experiência em todos os aspectos referentes à minha prática pedagógica (entendida aqui como o conjunto das minhas ações em sala de aula). Assim, optei por focar a avaliação e investigar o modo como a experiência com a prova em fases possibilitou repensar minha prática avaliativa, em especial no que diz ao modo como "encarava" e como hoje "encaro" a avaliação.

Tomamos então como questão de pesquisa: **como a experiência com a utilização da prova em várias fases possibilitou um repensar da minha prática avaliativa?**

Mais especificamente, propusemo-nos investigar:

- a utilização da *prova em fases* como instrumento de avaliação em uma turma do Ensino Médio;
- as percepções dos estudantes frente ao instrumento;
- a produção escrita dos estudantes em questões da prova, antes e depois de um momento de intervenção;
- a prova em fases como meio para repensar a prática avaliativa;
- a avaliação como oportunidade de aprendizagem.

1.4 Caracterização da pesquisa

Não cabe dedicarmos um capítulo específico para a apresentação dos "procedimentos metodológicos", visto que estes se encontram entremeados ao longo de todo o texto. Ainda assim, julgamos pertinente dedicar esta sessão a uma discussão um pouco mais focada na caracterização da pesquisa. Tomando como referência o problema de investigação formulado e os objetivos deste estudo, optamos por usar em nosso trabalho uma abordagem de investigação qualitativa[12] de cunho interpretativo.

Embora os fundamentos da investigação qualitativa em Educação remetam-nos ao século XIX, é apenas no início dos anos 70 do século XX que agências de financiamento manifestaram interesse por propostas que fizessem uso das abordagens qualitativas (BOGDAN, BIKLEN, 1994, p. 39). Atreladas a uma longa e rica tradição histórica, porém um reconhecimento recente, investigações designadas como qualitativas englobam uma diversidade de abordagens e métodos.

Em especial no que diz respeito às investigações em Educação Matemática, Borba e Araújo (2004, p.01) apontam que há uma "imensa diversidade de formas de fazer pesquisa e de questões sobre o fazer pesquisa que estão em permanente modificação". Para esses autores, pesquisa qualitativa refere-se a uma

> forma de conhecer o mundo que se materializa fundamentalmente através dos procedimentos conhecidos como qualitativos, que

[12] Não queremos dizer aqui que investigadores quantitativos não se interessem pelo processo. Entendemos, porém, que este seja o foco do pesquisador qualitativo.

> entende que o conhecimento não é isento de valores, de intenção e da história de vida do pesquisador, e muito menos das condições sócio-políticas do momento (BORBA; ARAÚJO, 2004, p. 3).

Apesar das diferenças, todas as investigações ditas qualitativas apresentam algumas características comuns (BOGDAN; BIKLEN, 1994), que reconhecemos em nosso estudo.

1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.

Entendemos que os dados recolhidos em uma situação de avaliação, na qual se utiliza como instrumento a prova escrita, com questões usualmente presentes em uma prova escrita, caracteriza o "ambiente natural" de ocorrência: o cotidiano de uma sala de aula de Matemática do Ensino Médio em uma Instituição pública.

2. A investigação qualitativa é descritiva.

A descrição minuciosa do contexto da pesquisa, dos sujeitos envolvidos, da elaboração e formatação da prova e de cada uma das fases evidencia o método de recolha de informação que possibilitará uma compreensão do objeto de pesquisa.

3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos produtos.

Além da utilização da *prova em fases* como instrumento de avaliação em uma turma "usual" do Ensino Médio, da produção escrita dos estudantes em questões da prova e da percepção desses estudantes, a utilização desse instrumento como meio para repensar a prática avaliativa enquanto professor-pesquisador tornou-se objeto de investigação.

4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.

A elaboração do objeto de estudo começa a se estabelecer após a recolha de informações. Não há o intuito de confirmar ou informar hipóteses construídas previamente. Pretende-se aqui tomar uma experiência vivenciada, envolvendo a utilização diferenciada de um instrumento de avaliação – a prova escrita, como o objeto de análise e reflexão.

5. *O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.*

Além da percepção do professor-pesquisador em “constante construção”, houve também a preocupação em buscar caracterizar a percepção dos participantes (os estudantes) a respeito desse processo.

Por se tratar de uma investigação acerca da própria prática profissional, a componente reflexiva teve um papel decisivo em todas as etapas do trabalho. Segundo Ponte (2002, p.6), a investigação acerca da própria prática é

> um processo fundamental de construção do conhecimento sobre essa mesma prática e, portanto, uma actividade de grande valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela se envolvem activamente. E, para além dos professores envolvidos, também as instituições educativas a que eles pertencem podem beneficiar fortemente pelo facto dos seus membros se envolverem neste tipo de actividade, reformulando as suas formas de trabalho, a sua cultura institucional, o seu relacionamento com o exterior e até os seus próprios objectivos.

Constituem-se como procedimentos metodológicos (ALVES-MAZZOTTI, 2004) da nossa pesquisa a indicação das motivações, do problema de pesquisa e das etapas de desenvolvimento, apresentados no Capítulo 1; a descrição detalhada do contexto, dos participantes e do cronograma, apresentada no Capítulo 2; e o instrumental para análise de dados (no caso, seguindo as orientações da Análise de Conteúdo descritas na sequência deste Capítulo).

Como forma de aumentar a credibilidade em nossa pesquisa, utilizamo-nos de vários e distintos instrumentos para coleta de dados, incluindo: um diário de campo com a descrição de cada uma das fases da prova, e minhas observações e percepções ao longo do processo, os diários de aulas dos estudantes, as informações oriundas de um questionário respondido pelos estudantes ao final da prova e as resoluções de todos os estudantes às questões da prova em cada uma das fases.

No que diz respeito às resoluções das questões da prova, estas foram analisadas à luz da Análise de Conteúdo (BARDIN, 1977, p.42), entendida como um

> conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens.

As diferentes etapas da Análise de Conteúdo organizam-se em torno de três polos cronológicos: (a) a pré-análise, (b) a exploração do material e o tratamento dos resultados e (c) a inferência e a interpretação.

A pré-análise é a etapa de organização propriamente dita, e possui três missões: a escolha dos documentos a serem submetidos à análise, a formulação das hipóteses e dos objetivos e a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final.

Constituiu-se como *corpus* dessa parte do estudo o conjunto das resoluções de cada estudante a cada uma das questões da prova, a partir da segunda fase. A constituição desse *corpus* atende às regras de seleção apontadas por Bardin (1977): todos os documentos retidos para análise constituem-se em diferentes resoluções (representatividade) de uma mesma prova (homogeneidade), resolvida por diferentes estudantes, todos de uma mesma turma (exaustividade), mostrando-se adequados enquanto fonte de informação para a pesquisa (pertinência).

Caracteriza-se como hipótese a afirmação provisória que nos propomos a verificar (confirmar ou infirmar), recorrendo aos procedimentos de análise, e como objetivo a finalidade geral a que nos propomos investigar (BARDIN, 1977, p.98). Conforme mencionamos anteriormente, não existiam hipóteses bem definidas ao se propor a análise das produções escritas, porém algumas expectativas. Esperava-se que os estudantes alterassem suas resoluções ao longo das fases da prova, aprimorando-as e as tornando mais completas, e que os questionamentos apresentados ao lado de cada questão, sem qualquer indicação de estar ou não correta, contribuíssem nessa direção.

Nesse sentido, a etapa de análise propriamente dita teve como objetivo investigar possíveis mudanças nas resoluções das questões da prova entre a terceira e a quarta fases, momento em que os estudantes depararam-se com questionamentos ao lado das resoluções apresentadas até aquele momento. Com vistas a codificar e categorizar a produção escrita dos estudantes, utilizamos o código de identificação formado pela letra E (estudante) seguido de uma numeração com dois dígitos (01, 02, ..., 25) segundo a ordem com que seus nomes apareciam no diário de classe da disciplina. Quando nos remetermos às suas provas, utilizamos o código P (prova) seguido dessa mesma numeração de dois dígitos.

Os dados brutos foram tratados de maneira a serem “falantes” e válidos, para que assim se pudessem propor inferências e interpretações. O resultado desse processo e a descrição detalhada desses procedimentos serão apresentados no Capítulo 4.

2. UM PRIMEIRO OLHAR PARA A PROVA EM FASES

2.1 O CONTEXTO DA PESQUISA

2.1.1 A UTFPR

A prova em fases foi utilizada como instrumento de avaliação junto às turmas do Curso de Educação Profissional Técnica de Nível Médio Integrado em Vestuário, da UTFPR câmpus Apucarana. Essa Instituição é a primeira no Brasil a receber a denominação "Tecnológica", e tem uma história um pouco diferente das outras universidades. A Instituição não foi criada, mas transformada a partir do Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná (CEFET – PR). Como a origem deste Centro é a Escola de Aprendizes Artífices, fundada em 1909, a UTFPR herdou uma longa e expressiva trajetória na Educação Profissional. Com ampla abrangência no estado, a UTFPR tem hoje doze câmpus e pretende ampliar essa atuação. Cada câmpus mantém cursos planejados de acordo com a necessidade da região onde está situado e grande parte deles oferta cursos Técnicos, de Engenharia e de Tecnologia, a maioria reconhecida pelo Ministério da Educação com conceito A (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ, 2011).

O câmpus Apucarana da UTFPR iniciou suas atividades em janeiro de 2007 ofertando o Curso Técnico em Vestuário, destinado aos egressos do Ensino Fundamental. Gradativamente, os cursos de Graduação passaram a ser ofertados: Tecnologia em Design de Moda, Tecnologia em Processos Químicos, Engenharia Têxtil e Licenciatura em Química, respectivamente. Além destes, há também o Curso de Formação Pedagógica e cursos de Qualificação Profissional destinados aos estudantes e também à comunidade externa (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ, 2011).

O Curso Técnico em Vestuário é desenvolvido em regime anual, tendo ofertado vagas para novas turmas entre os anos de 2007 e 2011. A partir daí, passou por reestruturação, passando a chamar Curso Técnico em Modelagem do Vestuário, tendo sua primeira turma iniciado as atividades em 2012.

Apresentaremos uma breve descrição das características do curso em sua versão mais antiga, pois dele são oriundos nossos sujeitos de pesquisa. Em linhas gerais, o curso visava à formação e qualificação de profissionais com visão técnica para atuarem na área de vestuário, aptos a executar e se adequar às tendências mercadológicas oferecidas pelo setor. O currículo era estruturado integrando a formação geral e a formação técnica, e estava organizado por unidades curriculares (disciplinas): Língua Portuguesa e Literatura, Língua Estrangeira Moderna, Matemática, Física, Química, Biologia, História, Geografia, Filosofia, Sociologia, Educação Física, Artes e Informática, além das disciplinas da área profissional de Vestuário.

A matriz curricular do curso era distribuída ao longo de quatro anos, com aulas de segunda-feira a sábado em um único período (manhã ou tarde). Era desenvolvido em regime anual com o mínimo de 200 dias letivos e 800 horas (Art. 14, UTFPR, 2007). A admissão acontecia mediante exame de seleção, destinado aos egressos do Ensino Fundamental, e dava direito ao ingresso apenas no primeiro período do curso (Art. 16, UTFPR, 2007).

A matrícula era feita por disciplinas do período para o qual o estudante havia sido promovido, bem como nas disciplinas em dependência, totalizando no máximo quarenta e uma horas-aula semanais. O estudante não podia matricular-se em disciplinas dos períodos subsequentes ao seu caso, se não fosse aprovado em disciplinas que integralizassem doze horas-aula semanais ou mais (Art. 17, UTFPR, 2007), caracterizando retenção no respectivo período.

Nos três primeiros anos, a grade horária era composta por 28 aulas semanais de 50 minutos cada; no quarto ano esse número passava a 27. Cada turno (manhã e tarde) era dividido em cinco aulas. A disciplina de Matemática fazia parte da grade dos quatro anos do curso, tendo três horas-aulas no primeiro e no segundo anos e duas horas-aula no terceiro e quarto ano e era ministrada por um único professor em cada ano.

Os resultados das avaliações eram computados em quatro notas bimestrais, cada uma delas variando de zero a dez pontos. Considerava-se nota final como a resultante da média aritmética das quatro notas bimestrais obtidas pelo estudante. Era considerado aprovado em uma disciplina o estudante que tivesse frequência igual ou superior a 75% do número de aulas estabelecidas no período letivo e alcançasse nota final igual ou superior a sete pontos.

2.1.2 A Disciplina de Matemática

Conforme mencionado anteriormente, a turma escolhida para a realização da pesquisa foi o segundo ano do Curso de Educação Profissional Técnica de Nível Médio Integrado em Vestuário. O plano de ensino organizado para disciplina de Matemática naquele ano encontra-se no Apêndice A e contém a ementa, as estratégias de ensino utilizadas, a bibliografia e os critérios de avaliação (o primeiro desses itens é fixo, e os demais são elaborados pelo próprio professor). A ementa contemplava os seguintes tópicos: Sequências – Progressão Aritmética e Progressão Geométrica; Matrizes – Determinantes – Sistemas Lineares; Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo – Relações Trigonométricas Fundamentais – Arcos Trigonométricos – Equações Trigonométricas – Funções Circulares, ficando a critério do professor a distribuição desses conteúdos ao longo do ano. O Quadro 1 mostra como essa distribuição foi planejada, mês a mês, naquele ano.

Quadro 1 – Distribuição mensal dos conteúdos da disciplina.

Meses	Conteúdos previstos
Março	Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo.
Abril	Relações Trigonométricas Fundamentais – Arcos Trigonométricos.
Maio	Equações Trigonométricas.
Junho	Funções Circulares.
Agosto	Sequências: Progressão Aritmética.
Setembro	Sequências: Progressão Geométrica.
Outubro	Sistemas Lineares e Determinantes.
Novembro	Determinantes e Matrizes.

Fonte: Autor.

As aulas com o segundo ano aconteceram às terças-feiras, nos dois últimos horários, e às quartas-feiras, no terceiro horário. Em minha prática pedagógica naquele momento, costumava alternar momentos expositivos com tarefas de resolução e discussão de exercícios, tanto do livro-texto[13] quanto selecionados de outros materiais, bem como a proposição de tarefas no laboratório de Informática, com a utilização do software Geogebra.

[13] PAIVA, Manoel. **Matemática**. Volume Único. 2a Edição. São Paulo: Moderna, 2004.

No que diz respeito à avaliação do rendimento, acordei com a turma que a nota bimestral era composta por 7,0 pontos oriundos da resolução de questões da prova em fases e 3,0 pontos destinados a um conjunto de tarefas que incluíam a resolução de listas de exercícios tanto em sala de aula quanto em horário extraclasse e apresentações de trabalhos de pesquisa.

Propus também a elaboração de um diário de aulas, organizado no ambiente virtual de gestão de aprendizagem e de trabalho colaborativo – o *Moodle* (*Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment*)[14]. O objetivo desta atividade era que cada estudante construísse um veículo para dialogar com ele mesmo e também comigo a respeito de Matemática, auxiliando-os na sistematização por escrito dos conceitos discutidos em aula. O diário foi feito por meio de relatos semanais, que contemplavam, além de aspectos emocionais e afetivos, exemplos ilustrando os conceitos trabalhados em sala de aula, acompanhados de explicações, com as próprias palavras dos estudantes. Essa foi uma tarefa optativa, que acrescentaria até 1,0 ponto à média bimestral, e sua avaliação foi baseada na frequência da produção e no aspecto reflexivo do conteúdo.

A ideia de agregar às aulas esse instrumento foi motivada a partir de uma experiência similar vivenciada enquanto estudante de Cálculo Diferencial e Integral I, no primeiro semestre da graduação. Parte das orientações que entreguei aos estudantes para elaboração do diário baseou-se em material impresso que recebi na primeira aula daquela disciplina. Acerca desse tipo de registro escrito, Santos, S. (2005, p.128) aponta que pode ser visto tanto como um instrumento para "atribuir significados e permitir a apropriação de conceitos" quanto como ferramenta alternativa para o diálogo, de modo que o processo de avaliação e reflexão a respeito de aprendizagem seja continuamente mobilizado.

Enquanto ferramenta de diálogo, o diário de aulas foi fundamental como registro das diversas percepções/reações dos estudantes a respeito da prova em fases. Vários deles registravam no diário suas opiniões, suas dúvidas, seus avanços e mesmo suas angústias acerca do instrumento de avaliação.

---

[14] http://www.moodle.org.br/

2.1.3 Os Estudantes

No início do ano de 2010, estavam matriculados na disciplina de Matemática 28 estudantes. Deste total, um deles foi transferido e dois trancaram a disciplina, antes mesmo da segunda fase da prova. Consideramos então como sujeitos dessa pesquisa 25 estudantes, sendo cinco do sexo masculino e 20 do sexo feminino, com idades entre 15 e 18 anos. Dois deles estavam retidos e cursavam a disciplina pela segunda vez.

Como forma de autorizar o uso de suas produções escritas para o desenvolvimento do trabalho, todos foram convidados a assinar (ou pedir assinatura ao responsável, no caso de menores de 18 anos) um *Termo de consentimento livre e esclarecido* (Apêndice B).

2.2 A Prova em Fases

2.2.1 A Elaboração da Prova

No ano de 2009, quando ministrei a disciplina de Matemática no primeiro e segundo anos do curso Técnico em Vestuário, utilizei como instrumento de avaliação duas provas escritas realizadas a cada bimestre, acontecendo sempre ao fim de cada mês de aula, e mais uma prova escrita denominada "de recuperação". Cada uma delas tinha valor 3,5 pontos, e em geral era composta de sete questões com valor de 0,5 pontos cada. A cada bimestre, três encontros com duas aulas geminadas eram destinados à realização dessas provas, o que totalizava seis encontros ao fim de cada semestre de aula.

Fazendo analogia a esse modelo, selecionei, para elaboração da prova em fases, 28 questões provenientes de livros didáticos, listas de exercícios e provas aplicadas em anos anteriores. Tomei o cuidado de incluir, segundo minha percepção naquele momento, questões com diversos níveis de complexidade e também que contemplassem todos os conteúdos previstos para os meses de março a junho (primeiro e segundo bimestres), apresentados no Quadro 1. Atribuí para cada questão o valor de 0,5 pontos, de modo que a prova valia 14,0 pontos (7,0 pontos para cada bimestre).

Organizei a prova para que fosse resolvida, em princípio, em cinco encontros (similar ao que acontecia no ano anterior: dois encontros no primeiro bimestre, dois no segundo, e um único encontro para "recuperação" – a meu ver naquele momento, mais que suficiente, uma vez que os estudantes já conheceriam de antemão todas as questões da prova). Optei, porém, por incluir também uma fase adicional, realizada logo no primeiro dia de aula, para que os estudantes realizassem a leitura da prova, tivessem contato com as questões e eventualmente resolvessem algumas delas. Dentre as questões da prova, quatro contemplavam conteúdos de anos anteriores, uma delas logo dentre as primeiras, como uma possível forma de motivação para alguma resolução já na primeira fase. Nesse dia, dispuseram de 25 minutos e nas demais fases, um tempo de 100 minutos (duas aulas).

A cada fase, a resolução das questões era desenvolvida de forma individual em sala de aula; ao final, a prova era recolhida, e os estudantes só tinham acesso a ela novamente nas fases subsequentes. Não havia indicação de quais questões deveriam ser resolvidas, de modo que eles próprios deveriam ser capazes de saber qual resolver a partir, por exemplo, do reconhecimento dos conteúdos já trabalhados, e podendo alterar as resoluções, nas fases subsequentes, sempre que julgassem necessário.

As datas para cada uma das fases foram definidas previamente com base no calendário acadêmico para os cursos técnicos da UTFPR. Aconteceram sempre às terças-feiras, dia em que as aulas eram geminadas. O ano letivo de 2010 iniciou em 01/03, sendo 30/04 o prazo para entrega das notas do primeiro bimestre, e 06/07 para as notas do segundo bimestre. A primeira fase foi na primeira aula da disciplina, e as demais datas foram escolhidas de modo que existisse pelo menos uma fase a cada mês, e também que as não distassem entre si mais de 40 dias. Ao fim da segunda fase, foram necessárias algumas alterações neste calendário, por conta de motivos diversos: "andamento" das aulas e eventuais dispensas para participação de palestras e realização de visitas técnicas, além da minha percepção da impossibilidade em corrigir as provas e fechar as notas caso a sexta fase da prova permanecesse na data limite de fechamento do segundo bimestre. O calendário original e o reestruturado são mostrados na Figura 1.

Figura 1 – Calendários da prova (original e reestruturado, respectivamente).

FASE	DATA
1ª	02/03/2010
2ª	23/03/2010
3ª	13/04/2010
4ª	04/05/2010
5ª	08/06/2010
6ª	06/07/2010

FASE	DATA
1ª	02/03/2010
2ª	23/03/2010
3ª	20/04/2010
4ª	11/05/2010
5ª	08/06/2010
6ª	29/06/2010

Fonte: Autor.

Como forma de atender ao “rito” da entrega dos boletins aos pais ao final de cada bimestre, era necessário atribuir uma nota parcial à prova ao final da terceira fase. Assim, tomei o cuidado de selecionar questões para que metade delas envolvesse conteúdos do primeiro bimestre, e o restante envolvesse conteúdos do segundo bimestre. Essa situação causava-me angústia à medida que aconteciam as aulas, pois temia não conseguir trabalhar todo o conteúdo necessário à resolução de pelo menos metade da prova até o fim do segundo bimestre, o que poderia prejudicar a nota dos estudantes.

Quanto à formatação, a prova continha uma folha de rosto contendo o nome da disciplina, do professor, um espaço para o nome e instruções de como seria desenvolvida. Nas dez páginas que a compunham, foi deixado espaço entre cada questão, de modo que o estudante pudesse fazer a sua resolução logo após o enunciado, e, o espaço ao lado, na página seguinte, foi destinado às correções ou modificações em etapas posteriores à apresentação da primeira resolução. A prova aplicada, juntamente com a folha de rosto, encontra-se no Apêndice C.

Apenas na quarta fase é que os estudantes receberam um retorno das questões resolvidas até então. Ao lado de cada resolução, apresentei um questionamento, sem indicação de estar ou não correta, para que pudessem refletir a respeito das resoluções que haviam apresentado. Ao questioná-los, pretendia provocar um “desequilíbrio na sua estrutura cognitiva, fazendo-a avançar no sentido de uma nova e mais elaborada reestruturação” (MOYSÉS, 1997, p. 37).

2.2.2 A Aplicação da Prova

Apresento a seguir um relato das seis fases da prova, construído com base nas anotações de um diário de campo, incluindo minhas observações e percepções ao longo do processo.

2.2.2.1 A primeira fase

A primeira fase aconteceu na primeira aula da disciplina; apresentei aos estudantes o plano de ensino da disciplina e em seguida entreguei a cada um a prova, a princípio com a folha de rosto virada para baixo.

Houve questionamentos se aquele calhamaço de papel seria um conjunto de listas de exercícios, algum tipo de apostila da disciplina ou mesmo uma proposta de Atividade Prática Supervisionada[15]. Quando disse tratar-se da prova, houve uma inquietação geral; algumas de suas falas podem ser interpretadas como manifestações de: susto ("O quê?"), dúvida ("Como assim"?), medo ("Estamos 'ferrados'"), entusiasmo ("Nossa, que legal"), e mesmo apatia perante a proposta. Alguns imaginaram que a prova seria realizada em casa.

Pedi que, antes de qualquer coisa, lessem silenciosamente as instruções que constavam na capa da prova. Em seguida, a partir de seus questionamentos, esclareci pontos que naquele momento não estavam claros nem mesmo para mim, porém que exigiam uma tomada de decisão, e desse modo passavam a ser combinados com a turma.

"Como saber qual questão resolver a cada fase?". Esclareci que essa era uma decisão que cada um deveria tomar: conforme os conteúdos fossem estudados, deveriam ser capazes de reconhecer qual questão era possível resolver.

Outra dúvida dizia respeito à correção: informei que só iria "corrigir" as questões que estivessem feitas a tinta após a terceira fase, para atribuição da

---

[15] As Atividades Práticas Supervisionadas (APS) são atividades acadêmicas desenvolvidas na UTFPR a partir do ano de 2009 visando à integralização da carga horária mínima do curso. São realizadas pelos discentes em horários diferentes daqueles destinados às atividades presenciais. Em diversas disciplinas tem-se utilizado as "listas de exercícios" como modalidade de APS. Por isso a "suspeita" inicial de alguns estudantes.

nota do primeiro bimestre. Porém, não os informei como seria feita essa correção, já que, naquele momento, isso também não estava claro nem mesmo para mim. Essa falta de esclarecimento gerou reclamações ao receberem a prova na quarta etapa, pois, ao invés do frequente "certo ou errado", os estudantes depararam com questionamentos ao lado de cada questão, sem qualquer indicação se estava correta ou incorreta.

Esclareci que cada questão correta tinha valor de 0,5 pontos, e a nota do primeiro bimestre foi computada pela soma dos pontos obtidos até a terceira etapa. Além disso, como tinham a oportunidade, nas etapas subsequentes, de alterar resoluções e resolver as questões faltantes, os pontos eventualmente obtidos fariam parte da nota do segundo bimestre. Além disso, caso alguém obtivesse até a terceira fase pontos que ultrapassassem 10,0 pontos, o excedente seria atribuído no segundo bimestre. Caso isso acontecesse após a terceira fase, seria lançado retroativamente ao primeiro bimestre. Ficou combinado que poderiam manter as resoluções a lápis tanto na primeira quanto na segunda fase, porém deveriam apresentá-las a tinta ao fim da terceira fase, quando seria feita uma "correção" parcial. Nada foi mencionado das fases posteriores.

Um dos estudantes questionou se seria possível, naquele momento, resolver alguma questão. Respondi que "não sabia", insistindo no fato que cada um deveria decidir qual questão era capaz de resolver. Informei que havia questões contemplando assuntos já discutidos em anos anteriores. "Deve ser de função", disse um deles. Alguns estudantes mostraram-se bastante inquietos, pois desejavam saber quais questões já se poderia resolver, quais poderiam ser resolvidas em cada fase, o que era preciso saber para resolver cada questão.

Questionaram então se não haveria "prova de recuperação". Esclareci que essa prova em si já era uma oportunidade constante de recuperação. Não havia necessidade de uma nova prova ao fim do bimestre. Muitos explicitaram grande preocupação com isso.

Alertei-os da importância de ler com atenção cada questão, para ter alguma ideia do que tratava cada uma delas. Alguns estudantes entregaram a prova antes dos 25 minutos de que dispunham naquela primeira fase. Terminado o tempo combinado, recolhi as provas.

2.2.2.2 A segunda fase

Diante de questionamentos levantados no momento em que os estudantes receberam as provas nessa fase (tais como “onde resolver mesmo?”, “é a lápis ou a caneta?”), retomei alguns combinados, como o de apresentar as resoluções no espaço em branco logo abaixo de cada questão e a necessidade de estar à tinta apenas ao fim da terceira fase. Alguns questionavam a possibilidade de resolver ou não questões específicas (“já dá pra fazer a questão X?”, “o que preciso saber para resolver a questão Y?”). Novamente, insistia dizendo que deveriam ser capazes de identificar quais questões “dariam conta” de resolver e, caso não fossem, que se preparassem para resolvê-las na fase seguinte. À medida que entendiam ter terminado, devolviam as provas.

2.2.2.3 A terceira fase

Ao retomar o combinado de que a resolução das questões a serem “corrigidas” deveria ser à tinta, fiquei preocupado diante das reclamações de alguns dos estudantes do tempo que seria gasto para “passar caneta” em suas resoluções. Optei por manter o combinado, mesmo tendo percebido que vários deles não tiveram tempo de “mexer” em outras questões, senão naquelas que haviam resolvido a lápis até aquele momento.

Surgiram novamente dúvidas do cômputo da nota: quantas questões fazer para obter nota máxima, ou mesmo para não ficar com “nota vermelha”. Mesmo com a possibilidade de refazer questões nas fases seguintes, muitos estudantes mostraram-se bastante preocupados, pois não haviam conseguido resolver muitas questões até aquele momento, estariam sujeitos a algum tipo de represália dos pais/responsáveis, por conta de uma possível “nota vermelha”.

Achei prudente ser direto em algumas respostas: “para que se obtenha nota máxima será necessário acertar pelo menos 14 questões” e “quem obtiver os 3,0 pontos em tarefas diversificadas deverá acertar pelo menos oito questões para alcançar a média”. Informei também que pelo menos metade das questões da prova envolvia conteúdos que já haviam sido discutidos em aula.

Os estudantes passaram a se ocupar com as questões e, ao final do tempo combinado, devolveram as provas.

2.2.2.4 A quarta fase

Foi no início dessa fase que os estudantes receberam, pela primeira vez, um retorno das questões resolvidas até então. Antes de distribuir as provas, escrevi no quadro-negro a questão: “Quanto é o resultado de 12+29?” e, ao lado, duas possíveis resoluções:

$$\begin{array}{rcc} & {\scriptstyle 1} & \\ & 1 & 2 \\ + & 2 & 9 \\ \hline & 4 & 1 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rcc} & {\scriptstyle 1} & \\ & 1 & 2 \\ + & 2 & 9 \\ \hline & 3 & 1 \end{array}$$

Questionei o que havia de diferente, e a resposta foi que a primeira estava certa e a segunda estava errada. Perguntei o que poderia ter acontecido no segundo caso, e alguém disse que a pessoa “esqueceu-se de somar o 1”. Ao lado daquele “1”, aparecendo em ambos os casos, escrevi: “Por que existe esse 1 aqui?”, e utilizei esse exemplo para esclarecer que receberiam questionamentos como esse ao lado de suas resoluções, sem indicação de estar ou não correta. No exemplo, o questionamento corrobora a estratégia utilizada na primeira resolução, indicando uma adição com reserva efetuada corretamente, enquanto na segunda resolução indica um equívoco cometido ao efetuar a operação em questão. Assim, os questionamentos tinham por intuito possibilitar que os estudantes refletissem a respeito de suas resoluções, podendo validá-las, complementá-las, ou mesmo alterá-las.

Como, até então, eu não havia informado à turma a adoção desse procedimento, a decepção de muitos ao receber suas provas foi evidente. Esperavam que na prova estivesse indicado o que estava correto e o que estava incorreto, para que assim pudessem corrigir. Ao folhear suas provas e perceber que de fato não havia marcas de certo ou errado, muitos estudantes ficaram inquietos. Diziam que meus questionamentos iriam confundi-los, pois não saberiam se precisavam refazer ou não as questões.

Retomei o combinado de fazer alterações apenas no espaço ao lado da questão e não rasurar ou acrescentar coisas novas nas soluções apresentadas até então, cabendo a cada um a decisão de alterar ou não sua resolução. Alguns explicitaram, em tom de voz alto, suas dúvidas quanto aos questionamentos feitos. A um questionamento do tipo “Por que....”, alguém respondeu ironicamente “Porque sim, ué!”.

Um dos estudantes disse que na sua prova havia perguntas engraçadas e bobas, já que o professor não tinha nada a questionar e, portanto, inventava esse tipo de coisa. De fato, ele não estava de todo errado!

Por conta da readequação no calendário, a quarta fase foi realizada duas semanas após a terceira, sendo que entre elas nenhum conteúdo havia sido discutido em aula, por conta de feriados e realização de palestra e gincana. Poucos estudantes mostraram-se motivados a rever e refletir a respeito das questões resolvidas, ou mesmo trabalhar com questões novas. Vários estudantes responderam aos meus questionamentos, porém, a meu ver, naquele momento, sem refletir se aquela resposta serviria para rever a estratégia ou o procedimento adotado na resolução. Um exemplo disso ocorreu com a questão 25, que solicitava a medida em radianos de alguns arcos de circunferência. Alguns estudantes haviam apresentado uma resposta em graus, o que me fez apresentar o questionamento: Arcos de circunferência podem ser medidos em quais unidades?[16]. Embora este tenha sido respondido da maneira esperada (Podem ser medidos em graus e radianos), muitos estudantes mantinham ainda suas respostas em uma unidade diferente daquela pedida no enunciado.

Praticamente metade da turma entregou a prova antes do fim de uma aula, apesar de vários colegas sugerirem que utilizassem o tempo restante para a leitura das questões nas quais não se havia ainda “mexido”. De fato, poucos “mexeram” em questões novas.

Minha frustração ao final dessa etapa era evidente. Senti que meus questionamentos tinham mais atrapalhado do que ajudado. Incomodavam-me muitas

[16] Ao referirmo-nos aos questionamentos apresentados por escrito aos estudantes, utilizaremos o seguinte código de identificação: fonte Calibri para destacar questionamentos que eu havia escrito ao lado das resoluções, e fonte Bradley Hand nos casos das respostas que os estudantes eventualmente apresentaram.

das questões presentes na prova, e a cada fase sentia que não as havia escolhido com o devido cuidado. No momento de elaboração da prova, imaginava que aquelas questões haviam sido bem escolhidas, uma vez que contemplavam todo o conteúdo previsto para o semestre, eram similares àquelas que eu utilizava em minhas aulas e permitiram "ver" o que de fato o estudante havia "aprendido" daquele conteúdo. Além disso, eram questões que eu estava habituado a utilizar em minhas provas, e que certamente outros professores utilizam.

Entretanto, grande parte dessas questões apresentava poucas (senão uma única) estratégias possíveis para resolução. Assim, ao longo do semestre sentia-me obrigado a trabalhar em aula questões similares às da prova antes de cada fase, para que os estudantes tivessem pelo menos alguma oportunidade para resolvê-las. Isso me angustiava e, a meu ver, tornava minhas aulas maçantes; não havia tempo para trabalhar algo muito diferente daquilo que havia "engessado" nas questões da prova.

2.2.2.5 A quinta fase

Ao receber as provas nessa fase, foi marcante a preocupação de vários estudantes a respeito do tempo restante para o término das questões. Vários reclamaram ter se passado muito tempo desde a quarta fase (pouco mais de um mês), e não recordavam conceitos vistos no primeiro bimestre. Pediram também para que eu escrevesse no quadro-negro "as fórmulas" (definição das razões trigonométricas recíprocas e a fórmula resolutiva das equações do segundo grau), embora já houvesse combinado que isso não seria feito, o que os deixou ainda mais apreensivos.

Nesse momento, o conteúdo envolvido em praticamente todas as questões já havia sido abordado em aula. Apesar da preocupação inicial que demonstravam com o tempo, pelo menos metade da turma entregou a prova antes do fim da primeira aula.

2.2.2.6 A sexta fase

Ao iniciar a prova, percebia o semblante de enfado e cansaço de vários estudantes, talvez por ser fim do semestre, ou por receberem novamente a mesma prova. Muitos deles mantêm o hábito de resolver primeiro a lápis as questões para depois “passar a caneta”. Temendo prejudicar aqueles que tinham muitas questões para resolver, combinei que poderiam deixar a lápis as questões que ainda estavam faltando. Mesmo havendo estudantes que tinham muitas questões para resolver, muitos as deixaram em branco, entregando a prova antes do tempo disponível.

2.2.3 A Correção das Provas

A correção das provas foi feita seguindo os princípios descritos no “Manual para correção das provas com questões abertas de matemática” (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2003). Segundo as autoras, seu intuito não é que as questões sejam corrigidas apenas como corretas ou incorretas, mas o de verificar, por meio da produção escrita do estudante, seu conhecimento matemático.

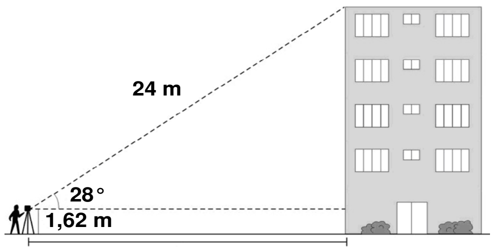
Buscam, assim, levar em consideração o grau de compreensão demonstrado pelo estudante na interpretação da questão, sempre em busca do que ele já sabe e do que está a caminho de saber. Além disso, se a resposta dada a uma questão estiver incorreta, recomendam examinar a produção do estudante para considerar possíveis créditos parciais.

Num primeiro momento, fizemos um levantamento de possíveis estratégias de resolução para cada uma das questões da prova. A partir disso, criamos, para cada uma delas, uma grade com critérios de correção e pontuação. Além disso, ao final de cada fase da prova, tabulamos as questões em que cada estudante havia trabalhado, buscando identificar possíveis estratégias e procedimentos diferentes daqueles que havíamos previsto, readequando os critérios de correção, quando necessário.

Nesse trabalho, consideramos “estratégia como a maneira pela qual o estudante abordou o problema, [...] já o procedimento relaciona-se ao processo de desenvolvimento da estratégia” (DALTO, 2007, p.28). Por exemplo, para a resolução esperada da Questão 1 da prova, mostrada na Figura 2, entendemos como estratégia a identificação das relações trigonométricas que permitiam o cálculo das medidas solicitadas, e como procedimento a montagem e resolução de uma regra de três simples[17] envolvendo essas razões trigonométricas. Nesta figura apresentamos também a resolução esperada para cada item dessa questão.

Figura 2 – Questão 1 e resolução esperada.

Questão 1: Usando as razões trigonométricas, pode-se calcular distâncias e a altura de edifícios sem precisar subir neles. Para isso, uma pessoa de 1,62 m de altura posiciona-se a certa distância do prédio e vê o seu topo a um ângulo de 28°.



a) Usando as medidas que constam no desenho, qual é a altura aproximada do edifício?
b) A que distância essa pessoa encontra-se do prédio?

Resolução esperada:

a) Indicando por d *a altura vertical acima dos olhos da pessoa temos:*

$$sen 28^o = \frac{d}{24}$$

$$0,47 = \frac{d}{24}$$

$$d = 11,28$$

A altura h *procurada será então dada por* $h = 11,28 + 1,62 = 12,9m$

R. A altura é 12,9m.

b) Indicando por x *a distância da pessoa ao prédio temos:*

$$\cos 28^o = \frac{x}{24}$$

$$0,88 = \frac{x}{24}$$

$$x = 21,12$$

R. Essa pessoa encontra-se a 21,12m do prédio.

Fonte: do autor.

[17] Entendemos por regra de três simples o procedimento para resolver problemas de proporcionalidade que envolvem quatro valores, dos quais três são conhecidos. A opção pelo uso dessa expressão justifica-se por ela ser bastante frequente nas aulas.

Utilizamos uma escala de 0 a 10 pontos para atribuição das notas de cada questão[18]: parte dos pontos seria atribuída à identificação da estratégia que resolvia corretamente a questão, parte ao procedimento que resolvia aquela estratégia e parte à resposta, com as respectivas unidades, quando fosse o caso.

Figura 3 – Grade de correção e pontuação da Questão 1.

			Valor	F2	F3	F4	F5	F6
1	**a**	Reconheceu a razão seno	2					
		Utilizou corretamente a razão seno	1					
		Acrescentou a altura da pessoa	2					
		Apresentou resposta com unidades	1					
	b	Reconheceu a razão cosseno	2					
		Utilizou corretamente a razão cosseno	1					
		Apresentou resposta com unidades	1					

Fonte: do autor.

A Figura 3 mostra a grade de correção elaborada para a questão 1, contendo os critérios de correção e pontuação. A sigla F2[19] na segunda coluna indica a pontuação atribuída na segunda fase, F3, a nota na terceira fase e assim por diante, lembrando que essa tabulação foi feita a partir da segunda fase da prova. A grade de correção utilizada para a correção de todas as questões da prova encontra-se no Apêndice D.

A título de exemplo, mostramos na Figura 4 a grade de correção já preenchida para a Questão 1 da prova P03. Neste caso, o estudante identificou na segunda fase as estratégias que resolviam os itens **a** e **b** da questão (reconhecimento das razões seno e cosseno, respectivamente), obtendo 2 pontos em cada um desses itens. Essa pontuação é mantida nas fases seguintes, pois o estudante não apresentou modificação em sua estratégia. Os itens “Utilizou corretamente a razão seno”, “Acrescentou a altura da pessoa” e “Utilizou corretamente a razão cosseno” são entendidos aqui como procedimentos de

[18] Embora, para efeito de cômputo da nota dos estudantes cada questão valha 0,5 pontos, a grade de correção foi pensada numa escala de 0 a 10 pontos. Tal grade foi utilizada apenas para efeito da pesquisa, sendo apresentada aos estudantes apenas suas notas parcial (ao final da terceira fase) e final (ao final da sexta fase).

[19] Justificamos a tabela de pontuação ter sido iniciada na 2ª fase (F2) pelo fato que apenas nessa etapa optamos por sua elaboração como recurso para o acompanhamento das resoluções. Não houve registro das questões que eventualmente foram “mexidas” na primeira fase (F1).

resolução. Obteve 1 ponto no primeiro e no terceiro deles, na segunda fase da prova, e não os alterou nas fases seguintes.

Figura 4 – Grade de pontuação da Questão 1 em P03.

			Valor	F2	F3	F4	F5	F6
1	**a**	Reconheceu a razão seno	2	2	2	2	2	2
		Utilizou corretamente a razão seno	1	1	1	1	1	1
		Acrescentou a altura da pessoa	2			2	2	2
		Apresentou resposta com unidades	1			1	1	1
	b	Reconheceu a razão cosseno	2	2	2	2	2	2
		Utilizou corretamente a razão cosseno	1	1	1	1	1	1
		Apresentou resposta com unidades	1			1	1	1

Fonte: Autor.

Entretanto, como até a quarta fase o estudante não acrescentou a altura da pessoa ao valor obtido por meio da regra de três simples, deixamos em branco até essa fase o espaço reservado à pontuação desse item. Além disso, é partir da quarta fase que o estudante apresenta uma resposta ao problema com as unidades adequadas, recebendo então a pontuação referente a esse item.

2.3 As Primeiras “Inquietações”

O preenchimento das grades de correção nas várias fases da prova pode ser entendido como o início de processo de tratamento dos dados brutos (no caso, das resoluções que cada estudante apresentou a cada uma das questões, em cada uma das fases da prova) proposto pela Análise de Conteúdo.

Uma leitura horizontal das grades de correção (cada questão da prova de cada estudante), seguida de uma leitura vertical (todas as questões da prova de um único estudante), possibilitaram-nos traçar um esquema de quais questões da prova haviam sido “mexidas” até a terceira fase, apresentado no Quadro 3. Nesse esquema, os números na horizontal referem-se às questões da prova, no caso, da questão 1 até a questão 28; os números na vertical referem-se aos estudantes: E1, E2, ... E25. Posições assinaladas com “X” indicam que aquele estudante apresentou algum tipo de produção escrita na referida questão.

Quadro 3 – Questões da prova “mexidas” até a terceira fase.

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20	Q21	Q22	Q23	Q24	Q25	Q26	Q27	Q28
E1	X		X	X	X		X	X	X		X	X			X				X	X	X	X			X	X	X	X
E2	X		X		X			X	X		X	X		X	X				X	X	X	X					X	
E3	X		X	X	X		X	X	X		X	X			X				X	X						X	X	X
E4	X		X		X						X	X			X				X			X			X			X
E5	X		X	X	X		X	X	X		X	X	X	X		X			X	X	X	X			X	X		X
E6	X		X		X			X	X		X	X			X					X	X	X			X			
E7					X				X			X	X		X							X			X		X	X
E8	X		X	X	X		X					X										X			X		X	
E9	X		X		X		X	X	X		X	X			X	X			X	X	X	X			X	X	X	X
E10	X		X	X	X		X	X			X	X			X				X	X	X	X			X	X		
E11	X		X		X			X	X		X	X		X	X	X			X	X	X	X			X	X	X	
E12	X			X	X						X	X			X				X	X	X	X	X	X	X	X	X	
E13	X		X		X		X	X	X		X	X			X	X			X	X	X	X				X	X	X
E14	X		X		X			X	X		X	X		X	X				X	X	X	X			X	X		X
E15	X		X		X		X				X	X				X			X	X	X	X			X	X		
E16	X		X					X				X			X	X				X		X			X	X		X
E17	X		X	X	X		X	X	X		X	X							X	X		X			X	X	X	X
E18	X				X			X			X	X			X				X	X	X	X			X		X	
E19	X		X		X		X	X	X		X	X	X		X	X			X	X	X	X			X	X	X	X
E20	X		X	X	X		X	X			X	X			X	X			X	X	X	X			X	X	X	X
E21	X		X		X		X		X			X			X	X						X			X	X		
E22			X		X				X		X	X								X					X			
E23	X		X		X		X	X			X	X							X	X	X	X				X		X
E24	X		X	X	X		X	X	X		X	X			X	X	X		X	X		X			X	X	X	X
E25	X		X		X		X	X	X		X	X		X	X					X		X				X		X

Fonte: Autor.

Percebe-se que, das 28 questões da prova, 24 delas foram “mexidas” até a terceira fase por pelo menos um estudante. Dessas, nove (no caso, as questões 1, 3, 5, 11, 12, 20, 22, 25 e 28) questões apresentam produção escrita por pelo menos 20 estudantes. Entre elas, estão aquelas que contemplam conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, arcos no ciclo trigonométrico, conversão graus/radianos, e também tópicos vistos em anos anteriores, como conceito de função. Isso mostra que uma boa parte dos estudantes consegue reconhecer naquelas questões conceitos que haviam sido vistos em aula.

Oito questões (7, 8, 9, 15, 19, 21, 26 e 27) apresentam produção de 14 a 19 estudantes; sete questões (4, 13, 14, 16, 17, 23 e 24) foram “mexidas” por menos de 14 estudantes. Por fim, quatro questões (2, 6, 10 e 18) não apresentam produção escrita alguma até a terceira fase; estes últimas envolviam conteúdos que, até a terceira fase da prova, não haviam sido abordados em aula (no caso, equações trigonométricas)

Outro ponto interessante a considerar diz respeito ao número de questões que foram “mexidas” quando olhamos para a prova de cada estudante. Dos 25 estudantes, 14 apresentaram produção escrita em pelo menos 14 questões da prova até a terceira fase.

Mais uma vez, enxergamos aqui um número significativo de estudantes (mais de 50%) que, de algum modo, identificou alguma similaridade entre as questões da prova e os tópicos que haviam sido tratados em aula. Dez estudantes haviam “mexido” em um número de questões entre oito e 13 (de 25% a 50% da prova). Apenas um estudante (E22) apresentou produção escrita em apenas 25% das questões da prova.

Vista por outro ângulo, a grade de correção das questões possibilitou-nos esboçar um “mapa” das possíveis mudanças na resolução das questões da prova entre a terceira e a quarta fases, momento em que os estudantes depararam-se com questionamentos ao lado das resoluções apresentadas até aquele momento. Como já relatado anteriormente, tais questionamentos não indicavam se a resposta estava correta ou não, mas apenas serviam para que os estudantes refletissem a respeito de suas respostas. Desse modo, não necessariamente precisava existir uma resposta escrita a cada um deles. Além disso, poucos foram os estudantes que fizeram algum tipo de alteração em suas resoluções.

Na posição de professor da turma, minha expectativa era que, ao possibilitar aos estudantes alterar suas resoluções nas várias fases da prova, isso de fato se efetivaria. Esperava que os questionamentos apresentados ao lado das resoluções contribuíssem para que essas resoluções fossem aprimoradas, ou mesmo alteradas. Mais do que isso, esperava que essa proposta de utilização de um instrumento "diferenciado" de avaliação fosse "abraçada" e "comprada" por todos os estudantes. As inferências que apresentamos com base em seus diários de aula e no questionário apontam não exatamente nessa direção.

Ao fim daquele semestre, a sensação que tudo tinha "dado errado" era latente. Inquietava-me com o fato de que, num universo de 25 provas, cada uma com 28 questões, a quantidade em que se percebia algum tipo de modificação nas resoluções, depois de feitos os questionamentos, era mínima.

Nas palavras da professora Regina Buriasco, era chegado o momento da retirada dos "óculos[20]", para que pudessem buscar outros "óculos". E estes seriam construídos na perspectiva de "olhar com outros olhos" para os fatos que eram postos:

- quais seriam as razões do "fracasso" com a utilização da prova em fases como instrumento de avaliação?
- por que razões os estudantes não "compraram" a ideia?
- por que meus questionamentos haviam "falhado"?

Assim, não bastava olhar para aquela experiência com "olhos de fracasso", nem sucumbir frente ao "imobilismo gerado pelo sentimento de um conhecimento insuficiente" (HADJI, 1994, p. 129). A reflexão a partir da experiência com a prova em fases mostrou-se como um meio para fazer da avaliação uma prática de investigação. Borba e Araújo (2004) lembram-nos que a revisão de literatura é um procedimento primordial na busca de respostas ao problema de

[20] O termo "óculos" é utilizado na busca de caracterizar a "bagagem teórica" da qual se dispõe no momento em que se faz a exploração dos dados de uma pesquisa e o posterior tratamento dos resultados obtidos.

pesquisa, e é por meio dela que situamos nosso trabalho no processo de produção de conhecimento da comunidade científica.

Nas palavras de Castro (2004), era necessário ampliar os horizontes, ir além e, assim como ela, “ir até a biblioteca” foi fundamental.

3. A BUSCA POR INTERLOCUTORES

Ao contrário daquilo que usualmente encontramos em relatórios de pesquisa, optamos por apresentar nossa “fundamentação teórica” após o relato da experiência vivenciada. Nem mesmo adotaremos a expressão “fundamentação teórica”, uma vez que não partimos de fundamentos presentes em alguma literatura para realizar nosso experimento. Este surge naturalmente de uma prática de sala de aula que buscava ser “melhorada”. Foi na busca de compreender e refletir a respeito dela que elencamos nossos interlocutores.

3.1 O Ato de Avaliar e a Avaliação Escolar

A avaliação em todos os níveis de ensino – da Educação Básica ao Ensino Superior – é uma questão complexa e em permanente discussão. Trata-se de um elemento inerente a toda prática pedagógica e, além da regulação, assume ao mesmo tempo a função de certificação de aprendizagem.

Mas em que consiste afinal, o ato de avaliar?

Primeiramente, é imprescindível tomarmos a pluralidade de verbos que podem designar esse ato, conforme aponta-nos Hadji (1994): verificar, julgar, estimar, representar, determinar, dar um conselho. Barlow (2006), num primeiro momento, mostra-se mais específico frente a essa diversidade, apresentando a avaliação como o ato de emitir um julgamento. Entretanto, amplia essa possibilidade ao apontar que esse julgamento, emitido em relação a uma realidade que pode ou não ser quantificável, depois de se ter ou não efetuado uma medição, pode ser ou não preciso.

Essa aparente sensação de “vale-tudo” em avaliação pode ser “amenizada" se lembrarmos que, para ambos os autores, Hadji (1994) e Barlow (2006), avaliar implica estabelecer uma comparação. Comparação esta que reside na constituição daquilo que se espera (um referente, um ideal) em relação a qual se compara aquilo que de fato existe, que se constata na realidade (o referido), e no estabelecimento de critérios que ao mesmo tempo indicam “as expectativas do julgamento avaliador (é satisfatório porque...) e suas finalidades (eu avalio para...)”

(HADJI, 1994, p. 17).

Esse confronto entre o campo da realidade concreta e das expectativas, “o que foi estabelecido entre o professor concreto e o modelo ideal previamente desenhado” (HADJI, 1994, p. 31) torna o avaliador um comparador que mede a distância do que é e do que se espera que fosse. Mas medir essa distância implica interpretar uma realidade com a qual se depara, confrontar essa realidade concreta com as expectativas, para então se atribuir um valor àquilo que se deseja avaliar.

Pode-se falar então de um *juízo de avaliação*, e mais do que isso, um juízo de valor: “avaliar é mesmo tomar posição sobre o ‘valor’ de qualquer coisa que existe” (HADJI, 1994, p. 35). Como todo juízo, não exprime uma certeza. Trata-se de uma percepção do real, que, confrontada com um critério e tendo sido julgada pelo avaliador, traduzir-se-á em ato e/ou palavras, em uma comunicação a outro do julgamento assim realizado.

Segundo Barlow (2006, p.16), avaliação significa, ao mesmo tempo, *ato de comunicação e espelho da ação*. Com esse jogo de palavras, o autor apresenta-nos a avaliação como algo que se revela mais claramente em sua função: “estímulo a completar, a modificar, a aperfeiçoar a tarefa em andamento”.

Entendamos espelho como qualquer superfície lisa, que reflete a imagem dos objetos. Um reflexo (ABBAGNANO, 2007) é a contração da pupila quando o olho é estimulado pela luz ou a salivação pelo gosto ou pela vista de um alimento. Fala-se de reflexo sempre que se pode determinar, em face de certo estímulo, um campo de reações suficientemente uniformes para serem previstas com alto grau de probabilidade.

A chamada ação reflexa constitui uma classe de reação, previsível a partir do estímulo. Ora, tomar a avaliação como espelho (refletor) implica em aceitá-la como inerente e inseparável de uma ação, neste caso, humana. No âmbito da palavra “ação” (ABBAGNANO, 2007), distingue-se a chamada ação transitiva, que passa de quem opera sobre a matéria externa, e a ação imanente, que permanece no próprio agente. Em princípio, a ação/o ato de avaliar é imanente, uma vez que se consuma no interior do próprio sujeito operante, no caso o avaliador (avaliação enquanto processo). Entretanto, ao produzir uma mensagem de retorno (avaliação enquanto produto – o reflexo), torna-se uma ação transitiva. Essa exteriorização pode acontecer tanto de forma verbal, utilizando o código das palavras escritas ou pronunciadas, como não verbal, por meio de gestos, mímicas, olhares. Em qualquer um dos casos, fica sujeita a todos os imprevistos da comunicação.

Para Barlow (2006, p.54), a avaliação escolar não é uma comunicação como as outras. Essa comunicação se materializa em processos verbais nos quais se evocam palavras em sentido único (do avaliador para o avaliado), que transformam o ato de avaliar “quase sempre em ato judiciário, testemunho juramentado e estabelecido sem réplica ‘em nome da lei’!”.

Entretanto, “em seu sentido mais nobre, a avaliação deveria ser de fato um encontro com o aluno visando melhorar seu trabalho” (BARLOW, 2006, p.54). Em linhas gerais, podemos dizer que essa frase resume em poucas palavras aquilo que entendemos ser a função essencial da avaliação no âmbito escolar, perspectiva essa apresentada por diversos outros autores[21] e da qual compartilhamos.

Em linhas gerais,

> a avaliação pode ter funções muito diferentes: *testar* o nível de conhecimentos ou de habilidades do aluno, *identificar* suas capacidades ou suas dificuldades, *controlar* seus progressos, *dar nota* a seus trabalhos e aos de seus colegas e *classificá-los*, *conceder* um diploma, *prever* a sequência de formação... (BARLOW, 2006, p.112, grifos do autor).

Nessa mesma direção, Buriasco (2000, p. 156) aponta que

> a avaliação tem sido chamada a participar da realização de uma grande variedade de objetivos, tais como: subsidiar o processo de ensino e aprendizagem, fornecer informações a respeito dos alunos, professores e escolas, atuar como um respaldo de certificação e da seleção, orientar na elaboração de política educacionais.

No que diz respeito às funções que a avaliação desempenha na sequência das ações de formação, Hadji (1994) organiza-as segundos três agrupamentos:

---

[21] De Lange (1987, 1999), Hadji (1994), Van Den Heuvel-Panhuizen (1996), Ponte et al. (1997), Buriasco (1999, 2000), Viola dos Santos, Buriasco e Ciani (2008), Esteban (2001, 2009), Santos L. (2010).

- orientar: analisar as aptidões, as capacidades e competências e os interesses necessários às futuras aquisições do estudante;
- certificar: a partir de um inventário dos conhecimentos e aprendizados do estudante, busca-se verificar se ele domina bem as competências e capacidades que faziam parte do objeto de ensino e, eventualmente, outorgar-lhe um diploma;
- regular: guiar constantemente o estudante no seu processo de aprendizagem para diagnosticar as suas lacunas e as suas dificuldades em relação aos saberes a serem adquiridos.

Em torno de cada uma dessas funções principais, desdobram-se aquelas que Hadji (1994, p.66) denomina funções anexas, que implicam em múltiplos cruzamentos e interseções. Afinal, o uso de um mesmo instrumento de avaliação pode ter várias finalidades e qualquer tentativa de classificação dependeria de um conhecimento acurado a respeito das intenções do professor. Afinal, não "convém conceber a função da avaliação como qualquer coisa de unidimensional em que se encerraria todo o sentido de uma prática" (HADJI, 1994, p. 66).

Para esse autor, é essencial determinar o "espaço de 'liberdade'" no qual se operam as escolhas das funções. Assim, no espaço de *apreciação social*, faz-se um juízo a respeito do estudante em função das expectativas quanto às competências requeridas, à futura utilização social da competência escolar adquirida ou do interesse social de aptidões individuais. Já no espaço da *gestão pedagógica*, o juízo formulado tem por função essencial contribuir para que o desenrolar, da melhor maneira possível, das atividades que circunscrevem o ambiente escolar.

Nesta mesma direção, Barlow (2006, p. 74) apresenta a avaliação como não tendo outra finalidade senão ajudar a aperfeiçoar os trabalhos do estudante, de modo que "não terá utilidade se não for assimilada, se não servir de ferramenta para que ele próprio construa seu saber". Este mesmo autor nos alerta que não é possível, quando a intenção é a de gerar aprendizagens, tratar separadamente problemas de avaliação e problemas de gestão didática. Assim,

> durante o desenvolvimento da atividade proposta, o professor verifica e regula, se necessário, a motivação dos alunos, sua interpretação dos enunciados, sua percepção da meta, seu método de trabalho,

> sua produção, sua progressão no sentido da meta visada ou, ao contrário, a origem de suas dificuldades (BARLOW, 2006, p. 95)

Reconhecemos na fala de Santos L. (2010) dois possíveis “espaços de liberdade” da avaliação escolar, a *dimensão certificativa* e a *dimensão reguladora*. Para essa autora, nas atuais orientações curriculares da Matemática,

> de uma dimensão essencialmente certificativa, que responde às exigências decorrentes do modo como estão organizados os sistemas educativos, junta-se-lhe uma outra, a dimensão reguladora da avaliação, que tem por objectivo primeiro contribuir para a aprendizagem (SANTOS L., 2010, p.1).

Entretanto, Buriasco (2000, p. 157) alerta-nos que as práticas nas aulas de Matemática desviam a avaliação de sua dimensão diagnóstica para uma dimensão seletiva.

> A avaliação se desvia de sua função diagnóstica e volta-se, quase que exclusivamente, para a função classificatória, que é incentivada no modo de vida de uma sociedade que valoriza a competição. (...) Apesar de ter como objetivo fornecer dados para a verificação da ocorrência ou não da aprendizagem (com os fins de diagnóstico, para uma retomada do trabalho pedagógico), a avaliação tem servido como mecanismo para eliminação do aluno da escola (BURIASCO, 2000, p. 158).

Acrescenta ainda que,

> para cumprir a principal função da avaliação (ajudar o aluno por intermédio da inter-relação aluno/professor ao longo do processo de ensino e aprendizagem), é preciso que o professor avalie, não o aluno, mas o desenvolvimento do seu trabalho pedagógico (BURIASCO, 2000, p. 158).

Tornar a avaliação parte dos processos de ensino e de aprendizagem implica exercê-la ao longo de toda ação de formação, torná-la permanente, passar da meta de identificar se os estudantes adquiriram conhecimentos que lhes foram propostos para a meta de preparar, orientar, aperfeiçoar a ação do estudante e do próprio professor. Torná-la, portanto, formativa.

Seu objetivo é

> contribuir para melhorar a aprendizagem em curso, informando o professor sobre as condições em que está a decorrer essa aprendizagem, e instruindo o aprendente sobre o seu próprio percurso, os seus êxitos e as suas dificuldades (HADJI, 1994, p. 63).

Segundo esse autor, a função geral de ajuda à aprendizagem envolve outras funções anexas, tais como: segurança – consolidar a confiança do estudante nele mesmo; assistência – fornecer um “ponto de apoio” para o progresso do estudante; *feedback* – fornecer informações úteis das etapas vencidas e as dificuldades encontradas; existência de diálogo entre professor e estudante.

O autor aponta ainda que, para ser formativa, a avaliação deve ter uma função *reforçadora*, ou seja, implica reforço positivo de qualquer competência que esteja de acordo com o objetivo proposto. Além disso, o próprio estudante deve poder reconhecer e corrigir seus erros, atingindo uma função *corretiva*. Deve também ser *reguladora*, permitindo ao estudante ajustar suas estratégias e ao docente adaptar seu dispositivo pedagógico[22].

Para Hadji (1994), a noção de avaliação formativa assenta-se em três conceitos-chave: critério, diagnóstico e regulação. Em primeiro lugar, realizar uma avaliação criterial implica numa formulação detalhada daquilo que o estudante deve ser capaz de fazer, após uma sequência de formação, para que este saiba o que dele se espera e saiba se situar em função disso.

> Para preparar eficazmente um meio de avaliação formativa, será necessário [...] possuir um modelo da progressão cognitiva, e um quadro de correspondência desempenho/competência que permita apreciar a evolução da competência através das melhorias do desempenho (HADJI, 1994, p. 120).

Em segundo lugar, ao adotar uma perspectiva formativa da avaliação, o professor deve esforçar-se por fazer um diagnóstico preciso das dificuldades do estudante, de modo a compreender seus erros e permitir-lhe que os ultrapasse. Para nos pronunciarmos de forma segura, é necessário recolhermos

[22] De acordo com Burochovich (2001), alguns teóricos contemporâneos têm apontado a importância de promover nos estudantes a consciência dos processos pelos quais se aprende. Segundo ela, as estratégias de aprendizagem podem estar mais voltadas para ajudar o aprendiz a organizar, elaborar e integrar a informação (estratégias cognitivas ou primárias) ou para o planejamento, monitoramento e regulação do próprio pensamento (estratégias metacognitivas ou de apoio). Embora não seja foco deste trabalho, reconhecemos alguma proximidade entre a função reguladora da avaliação, presente nos autores por nós visitados, e estratégias metacognitivas de monitoramento apontadas pela autora.

observações no processo de desenvolvimento da tarefa proposta, não nos contentando apenas com o produto final.

Essa gestão do erro não é, pois, uma tarefa fácil. Ao mesmo tempo em que o avaliador deve voltar-se a um objeto concreto, ao observável (as ações do sujeito; os testemunhos que podem fornecer sob a forma de respostas verbais, esquemas, desenhos; as formas de se comportar, como contar nos dedos ou manipular um dado num jogo), deve reportar-se ao objeto analisado inferindo processos que são inobserváveis (o que se passa na “cabeça” do estudante, por exemplo).

> Se queremos “gerir” o erro, para lá do desempenho registrado, é preciso tentar determinar as razões que lhe deram origem, e dizer o que ele revela dos conhecimentos adquiridos ou das falhas dos alunos (HADJI, 1994, p. 125).

Por fim, abordemos o conceito de regulação. Hadji (1994) sintetiza-o como a operação de condução de uma ação que se apoia em informações de retorno (*feedback*) para ajustar a ação realizada ao fim desejado. Tornar a avaliação reguladora implica “ajustar o tratamento didáctico à natureza das dificuldades constatadas e à realidade dos progressos registrados” (HADJI, 1994, p. 125).

Para Hadji (1994, p. 126), a regulação é “uma atividade pedagógica e a avaliação é apenas o seu suporte, ou um dos seus momentos, que corresponde ao processo de *feedback*, no qual assenta o mecanismo de orientação”.

Acrescenta ainda que,

> para regular eficazmente, é preciso poder diagnosticar, quer dizer, dispor de um modelo de funcionamento em relação ao qual só poderemos assinalar disfunções. [...] E mesmo quando dispomos de modelos pertinentes de funcionamento do objecto de aprendizagem e do sujeito que aprende, o sucesso pedagógico nunca está, por isso, assegurado. A descrição, mesmo que científica, do sujeito aprendente e das condições de aprendizagem nunca permite, em caso algum, que se prescreva de forma segura um tratamento susceptível de garantir a aprendizagem (HADJI, 1994, p. 127).

Em Barlow (2006), reconhecemos a constituição de conceito de avaliação formativa perpassando discussões ao longo de toda sua obra. O autor inicialmente refere-se à avaliação como algo que, além da função de controle dos conhecimentos, pode tornar-se um instrumento de formação (embora as duas atividades possam parecer, num primeiro momento, exclusivas uma em relação à outra). Entretanto, informa-nos ser necessário definir outras condições para que uma avaliação seja realmente formativa.

Ao questionar-nos "Quem avalia?", Barlow aponta que é dever do professor informar os estudantes da qualidade de seus trabalhos, além de lhe proporcionar os meios para aperfeiçoá-los. Acrescenta que, em alguns casos, a coavaliação pelos colegas, ou mesmo a autoavaliação, podem se revelar mais eficazes.

Além disso, de acordo com o autor, o

> professor deixa de ser professor para ser apenas avaliador unicamente quando ele pratica uma avaliação *normativa* (em função de critérios predeterminados) e *somativa* (uma vez concluída a atividade). [...] Em compensação, o professor não deixa de ser um professor quando põe em prática uma avaliação *formativa*, observando a atividade do aluno de forma quase que permanente e, ao mesmo tempo, aconselhando-o e encorajando-o, mas também ajudando-o a analisar seus trabalhos em formas de diagnóstico (avaliação "diagnóstica") (BARLOW, 2006, p. 73, grifos do autor).

A nosso ver, esse trecho explicita a forma como Barlow (2006) entende a avaliação formativa, aproximando essa da ideia de diagnóstico, um dos conceitos-chave tomados por Hadji. Esse conceito é ampliado quando o autor trata do "lugar" da avaliação na estratégia de formação. Assim, a ideia de avaliação formativa remete à necessidade de informações de retorno antes e durante o trabalho do estudante, visando "diagnosticar e suprir pontos não-resolvidos, [...] saber se já é possível passar a uma nova etapa de aprendizagem ou, ao contrário, se convém não avançar ainda, ou mesmo voltar atrás" (BARLOW, 2006, p. 95). A avaliação tem assim função pedagógica, como o papel de preparar, orientar, aperfeiçoar a ação do estudante e, eventualmente, a do professor.

Opondo-se à avaliação certificadora, a avaliação formativa implica em trocas entre professor e um estudante ou um grupo de estudantes, que ocorrem não no término da formação, mas durante seu processo. Trata-se,

> para o avaliador, de ajudar seus interlocutores a resolver melhor sua tarefa, fazendo um diagnóstico das dificuldades ou das estratégias em questão. [...] Tais ações de avaliação têm como meta,

> visivelmente, ajudar e encorajar, e desenvolvem-se em clima caloroso. A tal ponto que alguns hesitam em falar em avaliação nesse caso. Porém, não se pode duvidar que essas trocas tenham uma incidência sobre os progressos das aprendizagens, que é exatamente o papel da avaliação, quaisquer que sejam suas modalidades. Uma última característica desse tipo de intervenção é sua dimensão pedagógica. Cabe qualificá-la de avaliação *formativa* (BARLOW, 2006, p. 111, grifo do autor).

Finalizando essa caracterização, Barlow (2006) lembra-nos que a avaliação transmite uma mensagem, e questiona-nos, afinal, a quem ela se dirige. Sem pretender esgotar essa discussão, o autor apresenta-nos alguns possíveis destinatários da avaliação: o professor, a instituição, a sociedade, o estudante, os pais.

Ao falarmos em avaliação formativa, devemos focar nossas atenções a dois desses destinatários: o professor e o estudante. Se essa não tem outro objetivo senão a de ajudar os estudantes a otimizar suas aptidões, de fato a avaliação "dirige-se fundamentalmente ao aluno, de forma direta ou indireta, e apenas nesta condição ela é *formativa*, isto é, coloca-se a serviço de seu desenvolvimento intelectual" (BARLOW, 2006, p. 151, grifo do autor).

Na mesma direção apontada por Hadji e Barlow, outros autores apresentam elementos que nos permitem ampliar nossa caracterização de avaliação formativa. Ao discutir as diferentes funções e os diferentes propósitos a que serve a avaliação, Ponte et al. (1997, p.97) destacam duas delas: "fornecer informação a diversos intervenientes ou interessados no processo de ensino-aprendizagem [...] e constituir uma base para decisões e medidas a tomar". Assim, além de informar o próprio estudante, o professor, os pais, a escola, a comunidade, a respeito do seu progresso nos diferentes domínios de aprendizagem (função de controle), os resultados de uma avaliação fornecem dados para ajudar o professor a avaliar seu próprio ensino (função pedagógica). Esse papel informativo pode auxiliar a tomada de decisões, em especial por parte do estudante e do professor, que envolverá tanto o ajustamento do modo de estudar, por parte do estudante, como o modo de organizar o ensino, por parte do professor.

Assim,

> a avaliação formativa (que ocorre em diversos momentos do processo de ensino-aprendizagem) tem o propósito de fazer pontos

> de situação relativamente ao progresso face aos vários tipos de objectivos do currículo, permitindo ao professor introduzir as necessárias correcções ou inflexões na sua estratégia de ensino (PONTE et al., 1997, p. 99).

Para esses autores, as tarefas de avaliação devem constituir fontes de informação essenciais tanto ao professor quanto aos estudantes. Ao primeiro, devem fornecer dados significativos que dizem respeito às aptidões, preferências e dificuldades de cada estudante, constituindo uma base para orientar futuras atividades. Ao estudante, devem fornecer informações que o ajude na reflexão e autorregulação relativamente ao seu próprio processo de aprendizagem, bem como gerar novas oportunidades para este aprender.

De acordo com Santos L. (2010, p. 2), para que o estudante possa assumir um papel de regulação de sua própria aprendizagem é fundamental que os processos avaliativos sejam transparentes, ou seja, ele deve “saber o que se espera dele, compreender quais os critérios de qualidade de um trabalho e aceitar o erro como um fenômeno natural a todo aquele que aprende”.

Para essa autora, em uma avaliação em serviço à aprendizagem, a comunicação assume um papel fundamental, sendo o questionamento um processo poderoso para o professor ajudar o estudante a regular sua aprendizagem enquanto desenvolve seu trabalho em sala de aula. A “interacção professor-aluno, desenvolvida pelo professor com a intencionalidade de contribuir para a aprendizagem do aluno, é uma forma de levar à prática a avaliação formativa” (SANTOS L., 2010, p.2).

A título de ilustração, a autora apresenta um episódio[23] no qual a intervenção do professor, além de dar pistas para a aluna se autocorrigir, apresenta um questionamento com vistas a desenvolver aprendizagem com significado. Esse “momento de avaliação formativa que decorre de uma intervenção pensada da acção do professor” (SANTOS L., 2010, p.3) procura levar a aluna a raciocinar sobre o que ela fez e como o fez. Além disso, o questionamento apresentado pode também ajudá-la a progressivamente ir desenvolvendo sua própria capacidade de se autoquestionar.

[23] Frente ao erro de uma aluna em uma tarefa que envolvia o preenchimento de uma tabela, o professor, ao invés de apontá-lo, questiona a aluna quanto à existência ou não de alguma regularidade que os valores por ela encontrados parecem apontar.

É importante lembrar que, para que essa prática ocorra num ambiente de aprendizagem, é essencial que os diferentes intervenientes tenham uma "postura positiva face ao erro" (SANTOS L., 2010, p.4). Este deve ser visto como algo "que é natural a acontecer a todo aquele que percorre caminhos de aprendizagem".

3.2 Avaliação como uma Prática de Investigação: Contribuições do GEPEMA

Ao encontro de uma perspectiva de avaliação formativa, os trabalhos desenvolvidos no interior do GEPEMA apontam a avaliação como instrumento de formação presente no processo educativo tanto como meio de diagnóstico dos processos de ensino e de aprendizagem quanto como instrumento de investigação da prática pedagógica. As análises desenvolvidas envolvendo a produção escrita de estudantes são realizadas sob a perspectiva da avaliação como prática de investigação e oportunidade de aprendizagem.

Em sua tese de doutorado, a coordenadora do grupo procurou evidenciar como estudantes e professores lidaram com as questões da prova de matemática da 8ª série do Programa de Avaliação do Sistema Educacional do Paraná relativo a 1997 (BURIASCO, 1999). A partir das respostas que esses estudantes e professores deram às questões, da expressão da importância e adequação dos conteúdos da prova dada por esses mesmos professores e da expressão da importância dos conteúdos da prova dada por um grupo de docentes universitários, a autora apresentou uma análise de conteúdo dessa prova.

Nas primeiras dissertações de mestrado do grupo (NAGY-SILVA, 2005; PEREGO, 2005; SEGURA, 2005; ALVES, 2006; NEGRÃO DE LIMA, 2006; PEREGO, 2006; DALTO, 2007; VIOLA DOS SANTOS, 2007), os autores dedicaram-se a analisar produções escritas de estudantes e professores em questões discursivas rotineiras de Matemática da aferição da AVA/2002 (Avaliação do Rendimento Escolar do Estado do Paraná).

Na sequência, foram desenvolvidos estudos (CELESTE, 2008; SANTOS E., 2008; ALMEIDA, 2009; FERREIRA, 2009; LOPEZ, 2010; BEZERRA, 2010) acerca da produção escrita de estudantes e professores em questões discursivas não-rotineiras de Matemática do PISA (Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes).

Em sua dissertação de mestrado, Pedrochi Junior (2012) apresenta algumas das ações consideradas importantes para que uma avaliação se constitua como oportunidade de aprendizagem: a autoavaliação, o *feedback*, a avaliação como prática de investigação e a utilização da análise da produção escrita.

A tese de doutorado de Ciani (2012), primeira a ser defendida no grupo, apresenta duas propostas de intervenção como subsídio operacional para a constituição de oportunidade de aprendizagem, por meio da análise da produção escrita, como prática de investigação. Segundo a autora, a construção das duas propostas de intervenção gerou indícios de que, por meio da análise da produção escrita, pode-se praticar a avaliação da aprendizagem em sala de aula como oportunidade de aprendizagem.

Esses trabalhos apontam na direção da análise da produção escrita em questões abertas como uma ferramenta de investigação que possibilita obter informações do processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos. Por se tratarem de questões "... que não são de múltipla escolha, que são subjetivas e podem ser chamadas de discursivas" (NAGY-SILVA, 2005, p.11), as questões abertas possibilitam a investigação dos caminhos percorridos pelos estudantes em suas resoluções e para chegar às soluções.

Por meio da análise da produção escrita, pode-se

> conhecer as estratégias que [os estudantes] elaboram, os procedimentos que utilizam, os modos de interpretação que fazem do enunciado, as características dos problemas que constroem a partir de sua interpretação do enunciado original, ao resolverem uma questão (VIOLA DOS SANTOS; BURIASCO; CIANI, 2008, p.37).

Atrelado a isso, para uma leitura cuidadosa da atividade matemática dos estudantes, torna-se oportuno o abandono da ideia de erro e a adoção de uma atitude mais abrangente, pautada nas chamadas *maneiras de lidar* (VIOLA DOS SANTOS; BURIASCO, 2008), que caracterizam os estudantes pelo que de fato fazem em suas produções.

> [...] substituindo *'erro'*, que em muitos casos acreditamos estar ainda caracterizando os alunos pela falta, por *'maneiras de lidar'*, expressão que consideramos mais adequada para os processos de

> resolução de uma questão, com o qual acreditamos estar caracterizando os alunos pelo que eles já têm num determinado momento (VIOLA DOS SANTOS, 2007, p.23, grifos do autor).

Esse autor aponta ainda que:

> uma das formas (...) de buscar conhecer mais detalhadamente como os alunos lidam com os problemas matemáticos, como se configuram seus processos de aprendizagem, quais dificuldades encontram, tomando as maneiras de lidar dos alunos, diferentes da correta, como constituintes dos processos de aprendizagem, é a análise da produção escrita de alunos e professores (VIOLA DOS SANTOS, 2007, p.28).

Na mesma perspectiva de analisar a produção escrita sob a ótica das maneiras de lidar, Ferreira (2009, p.22) indica que com esta prática não se limita "a classificar as respostas enquanto certas ou erradas, mas antes, interroga os meios, as trajetórias, os caminhos percorridos que as originaram".

E acrescenta que "a análise da produção escrita, sob o olhar das *maneiras de lidar*, pode permitir interrogar-se sobre os processos nos quais os alunos se envolvem ao resolver um problema, independentemente das respostas apresentadas" (FERREIRA, 2009, p.26, grifo da autora).

Para Ciani (2012, p. 43), além de se apresentar como uma estratégia para implementação da avaliação como prática de investigação, a análise da produção escrita mostra-se "como um caminho para conhecer múltiplos aspectos da atividade matemática dos alunos e, também, como uma possibilidade para capacitar o professor e reorientar sua prática pedagógica".

Assim, a compreensão das maneiras de lidar, propiciada por meio de análise da produção escrita do estudante, pode possibilitar a constituição de ações de intervenção e interação por parte do professor, bem como repensar a própria prática avaliativa.

3.3 A Abordagem Adotada para a Educação Matemática

Tomar a avaliação como prática de investigação e oportunidade de aprendizagem implica repensar o próprio conceito de educação. No que diz respeito à matemática, implica tomá-la como atividade própria do estudante, que mobiliza suas próprias estratégias e procedimentos para explorar um determinado problema, de modo que o foco principal do trabalho em sala de aula não deve estar nos resultados, mas nos procedimentos de solução em si. Identificamos o movimento conhecido como Educação Matemática Realística, que tem como seu precursor o matemático holandês Hans Freudenthal, como uma abordagem para a Educação Matemática que vai ao encontro dessa perspectiva.

Segundo Freudenthal (1979, p. 317), no fim dos anos 50, “a agitação criada pelo Sputnik deu origem a uma discussão a respeito do ensino da Matemática e das Ciências tal como era praticado”, o que culminou com a formulação de inúmeras propostas que foram concretizadas em novos materiais escolares, e “baptizou-se este conjunto de ‘Matemática Moderna’”.

Entretanto, a euforia dos anos 60 deu origem ao desencantamento dos anos 70. Afinal,

> pobres professores, incapazes de acompanhar o movimento, eram obrigados a aprender e, em seguida, ensinar aos outros a ‘nova Matemática’, que, na maior parte das vezes, não era mais que uma nova extravagância, tão impossível de ensinar como de aprender e que, de ‘Matemática’, só tinha o nome. (FREUDENTHAL, 1979, p. 321)

Para Freudenthal, o principal equívoco dos partidários da Matemática Moderna consistia em efetuar “encurtamentos”, com conceitos mais adiantados sendo ensinados na escola infantil. Assim, certos sistemas colocados a serviço de abstrações matemáticas, “desligados de seu sentido e do seu contexto matemáticos, considerados temas de estudo, concretizados de maneira absurda, eram ensinados a crianças de qualquer idade” (FREUDENTHAL, 1979, p. 318).

Em oposição à concepção de Matemática como “disciplina erudita cujo ensino é dispensado a todas as idades”, Freudenthal (1979, p. 318) entende matemática como uma atividade natural e social cuja evolução acompanha a do indivíduo e a das necessidades num mundo em expansão.

Para ele, a

> Matemática é uma actividade humana simultaneamente natural e social, tal como a palavra, o desenho e a escrita. Figura entre as primeiras actividades cognitivas conhecidas e foi a primeira disciplina a ser ensinada, mas evoluiu e transformou-se sob a influência das

> modificações sociais, bem como a sua Filosofia e a maneira de ser ensinada (FREUDENTHAL, 1979, p. 321).

Freudenthal foi fundador e diretor do IOWO (*Institut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs*: Instituto para o Desenvolvimento do Ensino da Matemática, Utrecht, Holanda), entre 1971, ano da fundação, até dezembro de 1980, quando o Instituto cessa suas atividades, por razões políticas (DE LANGE, 1987, p. 11). Entretanto, parte das atividades continuou por meio do OW&OC (*Research Group on Mathematics Education and Educacional Computer Centre*), sediado na Universidade de Ultrech, a partir de janeiro de 1981.

Van Den Heuvel-Panhuizen (1996, p. 9) lembra-nos que o IOWO ofereceu as condições necessárias para o desenvolvimento do *Wiskobas*, projeto do CMLW (*Mathematics Curriculum Modernization Committee*), estabelecido pelo governo holandês, em 1961, para modernizar a educação matemática nas escolas secundárias. Com o início do projeto *Wiskobas*, atenções também se voltaram ao ensino primário por meio de outros projetos.

Embora os fundamentos do projeto *Wiskobas* já houvessem sido iniciados por Wijdeveld e Goffree, foi Freudenthal, por sua resistência ao movimento da Matemática Moderna e aversão aos manuais escolares que estavam sendo exportados para a Holanda, quem deu o impulso inicial para o movimento de reforma da Educação Matemática, que ficou conhecido como Educação Matemática Realística (RME, do inglês *Realistic Mathematics Education*). A razão pela qual a reforma foi chamada de "realística" diz respeito não apenas pela conexão com o mundo real, mas principalmente à ideia de oportunizar aos estudantes situações que eles possam imaginar. Van Den Heuvel-Panhuizen (2005, p. 3) lembra-nos que a tradução do verbo holandês “zichREALISEren” é “imaginar”. É a ênfase dada em tornar algo “real” na mente dos estudantes que dá à RME esse nome.

Freudenthal (1979, p. 323) resume os conceitos fundamentais do IOWO, por meio de alguns *slogans*, dos quais destacamos:

- atividade humana ao invés de disciplina preestabelecida;
- matematização da realidade, ao invés de realidade já matematizada;
- reinvenção ao invés de transmissão de conceitos;

- apresentação da realidade como fonte, *a priori*, da matemática, ao invés de domínio de aplicação;
- articulação da matemática com outros domínios, ao invés de apresentação isolada;
- contextos ricos de significado, ao invés de reunião de problemas de palavras;
- compreensão ao invés de mera reprodução de mecanismos.

Para Freudenthal, a Matemática nunca deve ser apresentada aos estudantes como um produto pronto e acabado. Ao invés de uma matemática “desumanizada”, essa precisa ser conectada à realidade, próxima aos estudantes e relevante para a sociedade, a fim de tornar-se um valor humano (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996).

Nessa perspectiva, os estudantes devem ser tomados como participantes ativos do processo educacional. A eles devem-se propor situações que demandam de organização matemática, da qual emergirão os conceitos matemáticos; deve ser dada a oportunidade de reinventar a matemática, por meio de um processo de *matematização* da realidade.

Em linhas gerais, toma-se matematização como o processo de organização da realidade usando ideias e conceitos matemáticos. Conforme aponta-nos De Lange (1987, p. 37, tradução nossa), num primeiro momento uma situação ou problema do mundo real é explorada intuitivamente, o que significa “organizar e estruturar o problema, tentando identificar os aspectos matemáticos do problema, descobrir regularidades”. Esta exploração inicial com um forte componente intuitivo pode levar ao desenvolvimento, descoberta ou (re)invenção de conceitos matemáticos.

Figueiredo (2000) aponta que, para Freudenthal, matematização é o processo-chave da atividade matemática por duas razões. Em primeiro lugar, porque, além de ser a atividade principal dos matemáticos, a matematização possibilita aos estudantes aproximar os conceitos matemáticos das situações de sua vida diária. Em segundo lugar, porque a Educação Matemática deve ser organizada como um processo de *reinvenção guiada*, em que a matematização oportuniza aos estudantes experimentar algo similar ao processo de desenvolvimento da própria matemática.

Na Educação Matemática tradicional, toma-se o resultado das atividades (formalização por meio da axiomatização) como ponto de partida para o ensino. Para Freudenthal, trata-se de uma *inversão antididática*. A matemática deveria ser ensinada com a finalidade de ser útil. Porém, isso não "poderia ser realizado simplesmente ensinando uma 'matemática útil'; isso inevitavelmente resultaria em um tipo de matemática que é útil apenas em um conjunto limitado de contextos" (GRAVEMEIJER; TERWEL, 2000, p. 780, tradução nossa). Por isso, a matemática deveria ser ensinada como *matematizar*.

Para Gravemeijer (2008, p. 285, tradução nossa),

> a orientação tanto de professores quanto de livros didáticos não só é necessária para garantir que a matemática que os alunos inventam tenha correspondência com a matemática convencional, mas também para que reduza substancialmente o processo de invenção. Os estudantes não podem simplesmente reinventar a matemática que os mais brilhantes matemáticos demoraram muito tempo para desenvolver. Os professores precisam ajudar os estudantes constantemente, enquanto tentam se certificar que os estudantes experienciem seu aprendizado como um processo de 'invenção' matemática.

Um importante papel é assumido pelo professor nesse processo, já que é ele quem conduz diariamente as observações, aplica testes, diagnostica e intervém. A fim de apoiar este processo de reinvenção guiada, as tarefas propostas devem proporcionar ao professor o máximo de informação do conhecimento, dos *insights* e das habilidades do seu estudante.

> Como um ponto especial de atenção, podemos notar que a reinvenção apresenta tanto aspectos individuais quanto coletivos, e é a interação entre alunos, em particular, que funciona como um catalisador. O professor precisa desenvolver tarefas que possibilitem uma variedade de respostas pelos estudantes (GRAVEMEIJER, 2008, p. 289, tradução nossa).

Assim, um dos pontos de partida é apresentar aos estudantes problemas em contextos que sejam realísticos. O professor deve identificar situações que podem ser utilizadas para explorar estratégias informais dos estudantes e, portanto, como pontos de partida para o processo de reinvenção.

Freudenthal sugere olhar para aplicações em que se possam encontrar fenômenos a serem organizados por conceitos, procedimentos e ferramentas matemáticas (*fenomenologia didática*). Assumindo "que a matemática emerge como resultado da resolução de problemas práticos, podemos presumir que as aplicações diárias englobam um fenômeno, que originalmente tem que ser organizado" (GRAVEMEIJER, 2008, p. 290). Consequentemente, devem ser analisadas aplicações diárias objetivando encontrar pontos de partida para elaborar uma proposta de *rota de reinvenção*.

Para Gravemeijer (2008), em contraste com a cultura tradicional de sala de aula, a proposta de reinvenção demanda uma cultura de sala de aula inquisitiva-orientada. A classe tem que trabalhar como uma comunidade de aprendizes, e os estudantes têm que adotar como normas sociais a obrigação de explicar e justificar suas soluções. Espera-se que eles tentem entender os raciocínios dos outros estudantes, e façam perguntas, se não entenderem; e argumentem, se não concordarem.

3.3.1 As Tarefas de Avaliação

Em RME, a avaliação é tomada como parte integrante e indissociável do processo de ensino e a própria educação deve ser vista como um processo permanente de avaliação, de modo que as atividades de ensino e de avaliação devem "andar de mãos dadas".

Uma avaliação condizente com a RME deve, como a educação, tomar a matemática como atividade humana, focando-se em aplicações significativas. Deve levar em conta que, em seu processo de desenvolvimento, os estudantes passam por diversos níveis de matematização e "criam" sua própria matemática.

O trabalho de De Lange (1987) descreve a introdução na Holanda, em 1985, de um novo currículo para o nível secundário, a *Matemática A*, voltado para estudantes que se preparavam para cursos superiores de humanidades e ciências sociais e econômicas. Esse currículo, considerado por muitos como uma revolução por romper com aspectos da educação tradicional, foi desenvolvido entre

1981 e 1985 como resultado do Projeto *Hewet* (conduzido por pesquisadores do OW&OC).

O autor apresenta os principais aspectos do currículo *Matemática A* operacionalizados no desenvolvimento de materiais didáticos experimentais, e um dos pontos destacados é o importante papel atribuído aos contextos. Além de possibilitar que qualquer tópico do currículo seja iniciado por meio de situações realísticas, não restritas ao mundo físico ou social, mas incluindo situações “imagináveis” que possam servir ao desenvolvimento de conceitos matemáticos. Um dos objetivos mais importantes diz respeito à preocupação com desenvolvimento, junto aos estudantes, da habilidade de matematizar.

Ao apresentar os resultados da pesquisa feita junto aos estudantes e professores das primeiras escolas onde se implementou a *Matemática A*, o autor aponta que um dos problemas observados diz respeito ao modo como a avaliação vinha sendo feita. O uso de provas escritas com tempo limitado não possibilitava avaliar, de forma satisfatória, objetivos da *Matemática A* como matematização, reflexão, inventividade e criatividade. Tornou-se necessário pensar novas formas de avaliação.

Em seu trabalho *Framework for classroom assessment in mathematics* (DE LANGE, 1999), o autor apresenta-nos um “esboço” para avaliação em matemática, resultado de cerca de 20 anos de pesquisa no desenvolvimento de práticas de avaliação escolar. Foi construído com o intuito de conciliar os objetivos tanto da Avaliação Escolar quanto da Educação Matemática, tomando uma série de princípios norteadores e discutindo um conjunto de formatos e instrumentos disponíveis para avaliação em sala de aula.

Para ele, enquanto ensinam, os professores precisam saber a respeito dos problemas de aprendizagem de seus estudantes, seus progressos e o nível de formalidade com que estão operando. Eles podem encontrar esta informação por uma variedade de modos, incluindo, por exemplo, observações e discussões das tarefas e projetos propostos, lições de casa, autoavaliação e apresentações orais.

Quando os resultados dessas atividades são utilizados para adaptar os processos de ensino, fala-se em *avaliação didática* ou *formativa*. Além disso, avaliação formativa e avaliação somativa não são mutuamente excludentes, desde que seja oferecido aos estudantes *feedback* das tarefas realizadas.

Em linhas gerais, a avaliação é didática quando "tem por intenção respaldar os processos de ensino e de aprendizagem" (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996, p.2, tradução nossa[24]), o que nos leva a considerar suas finalidades, seu conteúdo, seus métodos e os instrumentos utilizados tendo natureza didática.

Sua finalidade é coletar dados dos estudantes e de seus processos de aprendizagem, a fim de tomar decisões educacionais, que podem envolver decisões mais simples a respeito de atividades de ensino ou decisões mais amplas, como, por exemplo, se os estudantes precisam de assistência suplementar, se se deve ou não introduzir algo novo, como abordar um determinado componente do programa, e ainda, questões relativas à aprovação ou reprovação. O caráter didático é expresso com mais clareza quando se tem como foco a melhoria educacional. Mesmo quando o objetivo da avaliação envolve uma decisão a respeito de aprovação ou reprovação, tanto o processo educacional como o estudante devem ser avaliados.

Assim, os conteúdos de avaliação não podem estar restritos a habilidades isoladas, mas, ao contrário, toda uma gama de metas deve ser coberta, tanto em extensão (todos os componentes curriculares e as ligações entre eles) como em profundidade (todos os níveis de competências).

A natureza didática dos métodos de avaliação envolve a integração entre ensino e avaliação, o que significa que a avaliação deve desempenhar algum papel em cada fase dos processos de ensino e de aprendizagem, tanto "olhando para a frente" quanto "para trás". "Olhar para trás" refere-se a determinar o que os estudantes aprenderam, observar os resultados educacionais. "Olhar para a frente" implica produzir informações para ações futuras.

Por fim, quando almejamos obter um panorama o mais completo possível dos processos de matematização dos estudantes, a avaliação deve envolver o uso de uma extensa variedade de instrumentos para recolha das informações. Exceto pela finalidade específica de servir à avaliação, os

[24] "This is assessment that is intended as a support to the teaching and learning process".

instrumentos de avaliação são muitas vezes indistinguíveis dos instrumentos usados pelo professor para iniciar certos processos de aprendizagem. O importante é que os instrumentos possibilitem, na medida do possível, expor os processos de aprendizagem e forneçam um repertório das habilidades, conhecimentos e *insights* dos estudantes em um dado momento.

De Lange (1999) apresenta uma lista com nove princípios que devem nortear o trabalho do professor que "leva a sério" a avaliação:

1. o objetivo principal da avaliação escolar deve ser a aprendizagem;
2. a matemática deve estar imersa em problemas que sejam realísticos e "valham a pena";
3. os métodos de avaliação devem permitir que os estudantes revelem mais aquilo que sabem ao invés do que não sabem;
4. a avaliação deve ser balanceada e incluir múltiplas e variadas oportunidades para os estudantes mostrarem e documentarem suas realizações;
5. as tarefas de avaliação devem operacionalizar todas as metas do currículo;
6. os critérios de classificação devem ser públicos e consistentemente aplicados;
7. o processo de avaliação, incluindo os critérios de pontuação e classificação, deve ser acessível aos estudantes;
8. os estudantes devem ter oportunidade de receber *feedback* do seu trabalho;
9. a qualidade de uma tarefa deve ser definida por características como autenticidade e equidade.

Essa lista de princípios toma como meta para Educação Matemática capacitar os estudantes a lidar com a matemática envolvida em problemas do mundo real, representar, formular e resolver problemas intra e extramatemáticos, presentes em uma variedade de domínios e configurações. Em outras palavras, contribuir para que os estudantes tornem-se matematicamente letrados.

> Letramento matemático é uma capacidade do indivíduo em identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo,

> de fazer julgamentos bem fundamentados, e de usar a matemática de modo a atender as suas necessidades presentes e futuras enquanto cidadão construtivo, interessado e reflexivo (DE LANGE, 2003, p.76, tradução nossa).

Assim, o letramento matemático não pode ser reduzido ao conhecimento de terminologias matemáticas, fatos e procedimentos, nem mesmo na aquisição de habilidades para realização de operações ou aplicação de certos métodos. Ao contrário disso, deve ser pensado como um "espectro contínuo", em que o conhecimento matemático seja colocado em uso funcionalmente, em uma multiplicidade de contextos.

Para fazer matemática, é necessário recorrer simultaneamente a muitas habilidades, que não podem ser avaliadas independentemente. O autor organiza as competências a serem mobilizadas nas tarefas matemáticas em três níveis.

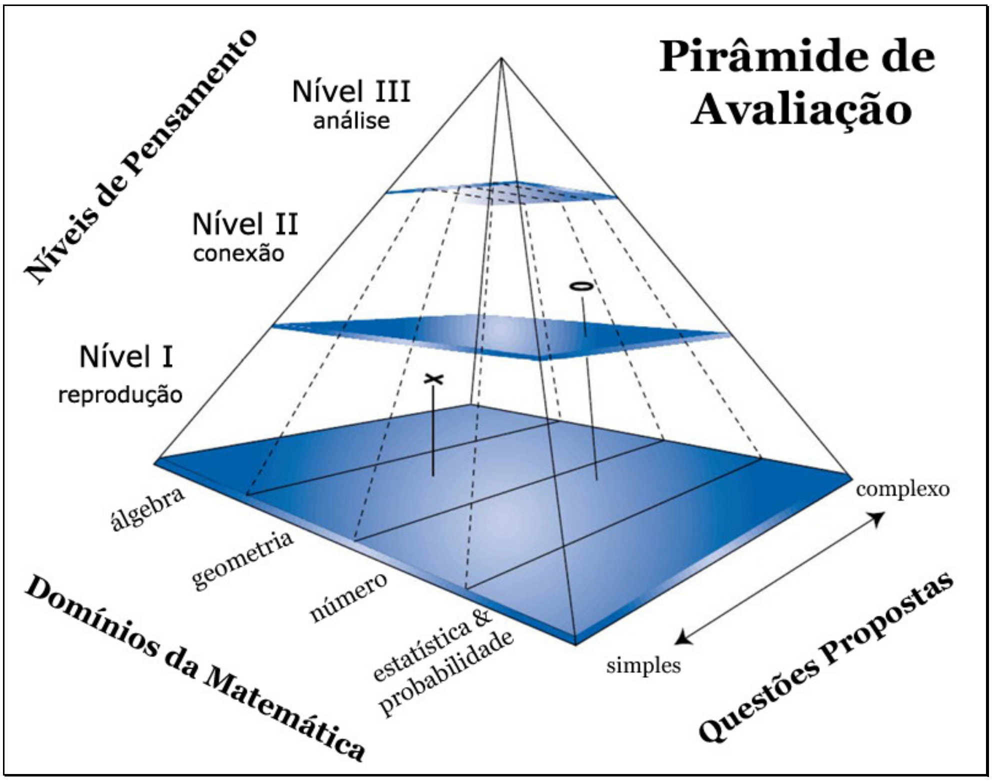
Os itens de tarefas de *Nível 1* envolvem conhecimentos de fatos e representações, reconhecimento de equivalências, recordação de objetos matemáticos e propriedades, realização de procedimentos de rotina, aplicação de algoritmos padrão e desenvolvimento de habilidades técnicas.

As tarefas de *Nível 2* exigem que o estudante comece a fazer conexões entre diferentes vertentes e domínios da Matemática e a integrar informações para resolver problemas simples em que se deve fazer escolha de estratégias e se utilizar ferramentas matemáticas. Espera-se também que os estudantes lidem com diferentes formas de representação, e que sejam capazes de distinguir e relacionar diferentes elementos matemáticos (definições, exemplos, provas).

Por fim, no *Nível 3*, os estudantes devem matematizar situações, analisando, interpretando, desenvolvendo seus próprios modelos e estratégias e apresentando argumentos matemáticos, incluindo provas e generalizações. Esse último nível incorpora habilidades e competências, normalmente, associadas com os outros dois níveis, mais difíceis de serem avaliadas.

Os três níveis de competências mobilizadas em tarefas matemáticas podem ser visualmente representados em uma pirâmide, mostrada na Figura 5 (versão traduzida[25] do original apresentado por De Lange (1999)). Além dos três níveis, outros dois aspectos são mostrados no esquema: os quatro “grandes domínios” da matemática (álgebra, geometria, aritmética e probabilidade e estatística), e o nível de dificuldade das questões (que vão, continuamente, do simples ao complexo, ou do informal para o formal).

Figura 5 – Pirâmide de avaliação proposta por De Lange (1999).



Fonte: Ferreira (2012).

Todas as tarefas de avaliação podem ser localizadas na pirâmide. Além disso, dado

> que a avaliação deve medir e descrever o crescimento do aluno em todos os domínios da matemática e em todos os três níveis de pensamento, as questões em um programa de avaliação completo devem preencher a pirâmide. Devem existir questões em todos os níveis de pensamento, de diferentes graus de dificuldade e em todos os domínios de conteúdo (DE LANGE, 1999, p.17).

Na mesma direção apontada por De Lange (1999), Shannon (1999) fala em três categorias segundo o conhecimento matemático envolvido nas tarefas

[25] Tradução proposta pelos membros do GEPEMA e sistematizada em Ferreira (2012).

de avaliação: habilidades matemáticas, entendimento conceitual e resolução de problemas matemáticos. A primeira categoria contempla questões que objetivam avaliar o conhecimento de fatos e algoritmos, demandando pouco ou nenhum conhecimento conceitual dos estudantes. Tarefas que requeiram que o estudante use, represente ou mesmo explique certo conceito são classificadas na segunda categoria.

Para a autora, “boas tarefas de entendimento conceitual não podem ser resolvíveis por meio de uma matemática inerentemente frágil e composta por ‘lascas’ descontextualizadas e fragmentadas do conhecimento matemático” (SHANNON, 1999, p.16, tradução nossa). Lembra-nos também que a resolução de uma tarefa desse tipo não é totalmente isenta do uso de procedimentos, porém as representações simbólicas requeridas superam “de longe” a simples manipulação algorítmica. Na última categoria temos tarefas que requeiram dos estudantes: selecionar uma abordagem adequada para a situação (que deve ser apresentada de forma pouco estruturada e sem instruções diretas); selecionar procedimentos, conceitos e estratégias necessários, e adotá-los na busca de uma solução; e por fim esboçar algum tipo de conclusão. Segundo a autora, uma avaliação balanceada deve conter questões que contemplem esses três aspectos do conhecimento matemático. Lembra-nos também que esse tipo de classificação, embora baseado em propriedades da tarefa, apresenta fronteiras pouco definidas entre as categorias e nem mesmo se tratam de conceitos mutuamente excludentes.

Apesar das diferentes nomenclaturas, reconhecemos uma relação direta entre os níveis propostos por De Lange (1999) e as categorias apresentadas por Shannon (1999). Questões no Nível 1 avaliam habilidades matemáticas de reprodução, questões no Nível 2 focam em compreensão conceitual e questões do Nível 3 envolvem a resolução daquilo que Shannon (1999) caracteriza como problemas matemáticos.

Segundo Van Den Heuvel-Panhuizen (1996), além da natureza didática da avaliação, é crucial o papel desempenhado pelas tarefas ou problemas escolhidos para avaliação. Em oposição às preocupações puramente psicométricas, “o que” está sendo perguntado é, para a autora, mais importante do que o formato da tarefa ou o instrumento utilizado.

Assim, repensar a avaliação implica repensar os problemas de avaliação. Estes devem ser vistos como situações que requerem uma solução, que podem ser organizadas e esquematizadas (em suma, situações que possam ser matematizadas). Dois critérios gerais apontados pela autora é que os problemas sejam significativos e informativos.

Como a RME baseia-se na ideia de matemática enquanto atividade humana, as situações propostas devem ser bastante familiares para os estudantes e oferecer-lhes uma oportunidade para a matematização. Os estudantes devem aprender a analisar, organizar e aplicar matemática de forma flexível em situações que sejam significativas para eles e os problemas acessíveis, convidativos, e que "valham a pena" serem resolvidos[26]. Os problemas também devem ser desafiadores, e deve ser claro para os estudantes por que algo está sendo perguntado. Outro aspecto significativo dos problemas é que eles permitam aos estudantes "moldar" uma situação-problema, compreendendo-a, mas ao mesmo tempo propondo suas próprias questões.

Assim, a resolução de problemas na RME não significa simplesmente realizar um procedimento fixo, mas propor problemas que possam ser resolvidos de formas diferentes.

Os estudantes deverão desempenhar um papel ativo na construção de seu próprio conhecimento matemático. O ensino deve ser planejado de modo que o professor possa chegar o mais próximo possível do conhecimento informal dos estudantes, para que então possa ajudá-los a alcançar um maior nível de compreensão guiado pela reinvenção.

A fim de apoiar este processo de *reinvenção guiada*, os problemas de avaliação devem proporcionar ao professor o máximo de informação do conhecimento, dos *insights* e das habilidades de seus estudantes. Deve também haver espaço para as construções dos próprios estudantes, o que significa que os problemas devem poder ser resolvidos por diferentes estratégias e em diferentes níveis. Desta forma, os problemas devem ser capazes de tornar o processo de aprendizagem transparente para ambos: os professores e os estudantes.

---

[26] "[…] the problems must therefore be accessible, inviting, and worthwhile solving".

Os estudantes são participantes ativos e, como tal, devem também receber *feedback* de seu progresso de aprendizagem. Além disso, os problemas deveriam possibilitar aos estudantes demonstrar o que sabem mais do que simplesmente revelar o que ainda não sabem. Para a autora, “bons problemas de avaliação em RME têm muito em comum com bons problemas de ensino” (VAN DEN HEUVEL PANHUIZEN, 1996, p. 91, tradução nossa).

Outra característica marcante em RME é o importante papel desempenhado pelos contextos nos problemas de avaliação. Seja referindo-se às situações da vida cotidiana, às situações fantasiosas, ou mesmo aos chamados problemas “nus”[27], o importante é que os contextos apresentem situações apropriadas para a matematização, na qual os estudantes sejam capazes de imaginar algo e fazer uso de suas próprias experiências e conhecimento.

A autora apresenta algumas das principais funções dos contextos em problemas de avaliação:

- potencializar a acessibilidade: além de tornar as situações “reconhecíveis” e facilmente imagináveis, os contextos podem propiciar um ambiente agradável e convidativo, potencializando a acessibilidade ao problema;
- ampliar o alcance e transparência dos problemas: comparados à maioria dos problemas “nus”, os problemas de contexto oferecem aos estudantes mais oportunidade para demonstrar suas habilidades. Se o problema puder ser resolvido em diferentes níveis, sua elasticidade é aumentada, reduzindo o caráter "tudo ou nada" da avaliação;
- incitar estratégias: o aspecto mais importante dos contextos em problemas de avaliação de contextos é que eles podem incitar estratégias. Este papel de provedor de estratégias viabiliza o objetivo fundamental da RME: a capacidade de resolver um problema por meios matemáticos próprios e *insights*.

[27] Expressão usada para caracterizar problemas em cuja formulação utiliza-se de uma linguagem puramente matemática.

Baseando-se em uma vasta literatura, Van Den Heuvel-Panhuizen (1996), apresenta uma visão geral das características de “bons” problemas de avaliação. Dentre elas, destacamos algumas:

- os problemas precisam ser significativos e “valer a pena”: precisam ser matematicamente interessantes e cativantes. Para alguns autores, um problema é uma situação em que nenhum método de solução pronto está disponível, enquanto outros pensam que o estudante precisa ter uma razão para resolver o problema. Além disso, problemas significativos não precisam necessariamente ser diretamente relevantes ou práticos, mas precisam ser atraentes e estimulantes para os estudantes.
- problemas matematicamente interessantes são principalmente aqueles em que mais de uma resposta correta é possível, além de ter certo grau de complexidade. Além disso, bons problemas devem exigir mais do que lembrar de um fato ou a reprodução de uma habilidade, ter componente educativa (tanto estudantes quanto professores vão aprender com a tentativa de respondê-los), e devem ser abertos (o que significa que várias respostas podem ser possíveis).
- os problemas devem elucidar o conhecimento a ser avaliado: os problemas de avaliação devem envolver o que se pretende avaliar, fornecer informações do conhecimento que os estudantes possuem, e expressar o máximo possível o quanto os estudantes assimilaram desse conhecimento e o quanto podem aplicá-lo em novas situações.
- os problemas devem revelar algo dos processos de aprendizagem dos estudantes: é importante que os problemas incitem certas estratégias, exponham as técnicas de solução adotadas pelos estudantes e revelem algo subjacente ao processo de resolução.

3.3.2 Das Intenções aos Instrumentos[28]

O termo instrumento remete a “todos meios capazes de obter um resultado em qualquer campo da atividade humana, prático ou teórico” (INSTRUMENTO, 2007). Quando tratamos do campo da avaliação, mais especificamente da avaliação escolar, esta dispõe de instrumentos, de meios, de ferramentas para “recolher informações sobre os trabalhos dos alunos ou comunicar-lhes indicações a esse respeito” (BARLOW, 2006, p. 134).

De acordo com Hadji (1994), o “avaliador não dispõe de instrumentos que lhe pertençam, e cuja utilização lhe garanta sucesso na sua tarefa”. Assim, há “apenas instrumentos que *podem servir para a avaliação*, seja para produzir observações, seja para analisá-la e interpretá-la, seja para comunicar o juízo formulado” (HADJI, 1994, p. 162, grifos do autor).

Além disso, não há instrumento algum que pertença especificamente à avaliação formativa. Assim,

> a “virtude” formativa não está no instrumento, mas sim, se assim, se pode dizer, no uso que dele fazemos, na utilização das informações produzidas graças a ele. O que é formativo é a decisão de pôr a avaliação ao serviço de uma progressão do aluno e de procurar todos os meios susceptíveis de agir nesse sentido (BARLOW, 2006, p. 165).

Se olharmos para o instrumento prova escrita, este pode ser interpretado e visto tanto como um instrumento de certificação quanto como um instrumento de orientação, dependendo do uso que o professor faça dele. Apesar de suas potencialidades, Van Den Heuvel-Panhuizen (1996, p. 133) aponta que, na maioria dos casos, as questões propostas nas provas escritas de Matemática concentram-se unicamente em habilidades simples, ignorando situações que exigem o estabelecimento de conexões ou mesmo oportunizem a matematização, não fornecendo informações completas das estruturas de conhecimento dos estudantes.

Para essa autora, é fundamental explorar as potencialidades desse instrumento, e a título de exemplo discorre acerca de alternativas às tradicionais provas escritas. Além da escolha de questões que contemplam características que discutimos na sessão anterior, outros formatos são possíveis para a prova escrita.

---

[28] Expressão “emprestada” do subtítulo do livro de Hadji (1994), que remete a uma mudança do foco da discussão do sentido da operação de avaliar para as formas efetivas de pôr em prática esse ato.

Um deles é a chamada *prova em duas fases*. Segundo De Lange (1987), a primeira metade da prova contém questões abertas, e na segunda metade há questões do tipo “ensaio”[29]. A primeira fase é encaminhada como uma prova escrita tradicional: os estudantes devem responder tantas questões quanto possível num espaço de tempo limitado. Espera-se que respondam principalmente as questões abertas da primeira parte. Depois de corrigida pelo professor, a prova é devolvida aos estudantes com indicação da nota parcial e apontamento dos erros mais graves. Numa segunda fase, e em posse dessas informações, o estudante repete o trabalho em casa, podendo responder as questões da maneira que escolher: independente uma das outras, ou na forma de um ensaio. Após o tempo combinado (algumas semanas, por exemplo), a prova é devolvida e novamente corrigida pelo professor.

Para o autor, a correção e pontuação na primeira fase é relativamente objetiva, pois em geral envolve respostas curtas de construção fechada. A segunda fase, por sua vez, é considerada mais trabalhosa, uma vez que questões do tipo “ensaio” dão ao estudante a oportunidade de mostrar aquilo que sabem, gerando uma variedade de produções, desde respostas diretas até verdadeiros “livros”.

Na proposta do uso desse instrumento, a segunda fase não é vista como uma segunda chance, mas como um meio para “*forçar* o estudante a refletir a respeito da sua primeira fase” (DE LANGE, 1987, p.207, grifo do autor, tradução nossa).

[29] “Essay question” corresponde a um item ou uma tarefa em que se propõe ao estudante discorrer a respeito de um tema, como, por exemplo (Van de Heuvel-Panhuizen, 1996), escrever uma resposta para um artigo de jornal ou emitir um parecer acerca de um problema da vida quotidiana.

4. E OS ESTUDANTES, O QUE TÊM A NOS DIZER?

Pensar a avaliação para além de sua função certificadora implica torná-la permanente, preparando, orientando e aperfeiçoando a ação do estudante e do professor. Nas palavras dos autores visitados, fala-se em tornar a avaliação formativa, “observando a atividade do aluno [...], aconselhando-o e encorajando-o, mas também ajudando a analisar seus trabalhos de forma de diagnóstico” (BARLOW, 2006, p. 73).

O papel informativo presente numa avaliação formativa é fundamental na tomada de decisões tanto do estudante, por meio de um “ajustamento” do seu modo de estudar, quanto do professor, no modo como organiza suas práticas pedagógicas.

Enquanto sujeitos participantes da experiência vivenciada com a prova em fases, o que os estudantes têm a nos “dizer”? Em que medida esse instrumento possibilitou que assumissem um papel de regulação da sua própria aprendizagem? Neste capítulo discutimos tanto suas percepções a respeito do instrumento (explicitadas por meio de um questionário e dos diários de aula) quanto algumas inferências a respeito de seus processos de aprendizagem e seu conhecimento matemático, explicitadas por meio na análise de sua produção escrita em algumas das questões da prova antes e depois de um momento de intervenção escrita.

4.1 As Percepções dos Estudantes

O relato das percepções dos estudantes ao longo do processo de resolução da prova foi constituído com base em minhas anotações no diário de campo, em trechos extraídos do diário de aulas e no questionário respondido por eles após a entrega da prova na sexta e última fase.

Denominamos questionário ao instrumento de investigação que foi composto com quatro perguntas (questões abertas) elaboradas no intuito de fornecer ao professor elementos para avaliar a proposta de trabalho que estava sendo adotada junto à turma ao longo do semestre. Antes de ser aplicado, foi apresentado aos membros do GEPEMA, que indicaram sugestões para que as questões se mostrassem claras e a linguagem adequada. Entendemos que, frente a esse procedimento, o questionário pode ser considerado validado pelos pares. Foi respondido de forma escrita por 24 dos 25 estudantes[30], tendo sido mantido seu anonimato.

Tais perguntas objetivaram saber como os estudantes se preparavam para a prova, se buscavam questões similares àquelas da prova, se os questionamentos levantados pelo professor interferiram em seus processos de resolução das questões e qual era sua opinião acerca dos pontos positivos e negativos em relação ao modelo de prova adotado.

No que diz respeito à primeira pergunta do questionário, "Como você se preparava para cada uma das etapas da prova?", cinco deles disseram revisar tarefas feitas em aula, ou buscar resolver outras. Cinco estudantes disseram procurar questões parecidas com aquelas da prova, no livro didático usado em aula, em outros livros didáticos e na internet; um deles disse, entretanto, não saber como resolvê-las ("procurava, mas sem saber o que fazer"). Dez estudantes disseram preparar-se para prova "revisando o conteúdo", a maioria sem explicitar como essa revisão era feita. Desses, dois informaram revisar apenas o último assunto visto após cada fase da prova. Três estudantes disseram prestar atenção às aulas, e um deles enfatizou que, por esse motivo, não precisava estudar em casa. Um estudante informou que "achava estranho estudar para uma prova que já conhecia", mas mesmo assim tentava se preparar.

A segunda pergunta foi elaborada com o objetivo de evidenciar se, em sua rotina de estudos, buscavam temas ou questões similares àquelas que estavam na prova: "Em seus estudos, você buscava temas ou questões similares às da prova?". Três deles disseram que não buscavam, e um deles informou que não o fazia porque esquecia as questões. Quatro deles disseram que "às vezes" procuravam questões similares, e entre eles dois completaram que, quando faziam essa busca, era entre as questões discutidas em aula ou propostas nas tarefas que o professor passava. Os demais disseram que não.

---

[30] Não tive o cuidado de registrar, naquele momento, a razão pela qual um dos estudantes não respondeu ao questionário. Uma hipótese é que tenha faltado à aula naquele dia.

Na terceira pergunta, "Os questionamentos levantados pelo professor ao lado de suas resoluções contribuíram para o processo de resolução da prova? Por quê?", os estudantes mostraram-se bastante divididos. Dez deles disseram que não, apresentando diversos motivos: perdiam muito tempo buscando identificar se havia algo errado em suas resoluções, ou mesmo tentando responder aos questionamentos; alguns questionamentos eram "sem nexo"; não conseguiam identificar os erros por meio dos questionamentos; ficavam com mais dúvidas se sua resposta estava certa ou errada (e preferiam deixar a resolução como estava). Um dos estudantes informou que "foi horrível, não deu certo" e, para outro, "é raro um aluno ter certeza do que fez em uma prova de matemática. Fica pior ainda quando nem um certo nem um errado está ao lado, e ainda tem perguntas". Para nove estudantes, os questionamentos feitos foram positivos, pois possibilitaram "perceber algumas coisas que estavam erradas", ou porque se "dava a chance de resolver de novo corrigindo o erro". Um dos estudantes disse que, apesar dos questionamentos o terem ajudado, alguns deles fizeram-no "de bobo", já que a resolução originalmente apresentada estava correta. Por fim, para quatro estudantes, alguns questionamentos ajudavam, e outros não.

Na quarta pergunta, era pedido que apontassem pontos positivos e pontos negativos em relação ao modelo de prova que havia sido adotado ao longo daquele semestre. A partir das respostas apresentadas, organizamos quatro agrupamentos referentes aos pontos considerados positivos, e cinco referentes aos negativos.

Foram considerados pontos positivos a possibilidade oferecida por esse formato de prova do estudante:

- corrigir, nas etapas subsequentes, as resoluções apresentadas;
- buscar questões similares enquanto preparava-se para a prova;
- preparar-se para prova estudando exatamente o que cai na prova;
- reconhecer similaridade entre as questões da prova e aquelas que eram trabalhadas ao longo das aulas e também propostas nas tarefas.

Foram considerados pontos negativos nesse formato de prova:

- o acúmulo de conteúdos cobrados numa mesma prova;
- o pouco tempo para resolução dos exercícios;
- a dificuldade em identificar questões que já estariam aptos a resolver a cada fase;
- a ausência de indicação de certo ou errado nas questões;
- a dificuldade em recordar tópicos que já tinham sido estudados havia algum tempo;

Recordemos que, ao longo do semestre, foi proposta aos estudantes, em caráter optativo, a elaboração de um diário de aulas, que se tornou uma ferramenta de diálogo entre eles e eu (professor), possibilitando registrar suas opiniões, dúvidas, avanços e mesmo angústias do instrumento de avaliação com o qual estavam trabalhando.

Destacamos desses diários alguns trechos que, de algum modo, remetem-nos ao processo de avaliação. Ao contrário do questionário, nos diários havia identificação. Organizamos esses trechos no Quadro 2, no qual mantivemos as grafias originais utilizadas pelos estudantes. Entendemos que alguns termos utilizados, embora estejam gramaticalmente incorretos, podem fornecer informações “implícitas” da opinião dos estudantes. Isso ocorre, por exemplo, quando um estudante diz que, com essa proposta de prova, seria “muita coisa pra lembraaa...”, em que a repetição da letra “a” enfatiza a quantidade de conteúdos envolvidos, na percepção daquele estudante.

Analisemos os dados apresentados. Suas falas evidenciam reações de superstição (“espero que da próxima vez dê mais certo”, “dá uns resultados muito estranhos e não da pra saber se tá certo ou não”), desafio (“não gostei. Mas vamos experimentar”) e mesmo fatalismo (“no final fica aquele monte de coisa, e eu sem sei qual é o certo”, “foi horrível, não deu certo”).

Quadro 2 – Trechos dos diários de aula que remetem ao processo de avaliação.

Estudante	Data	Trecho
E1	24/03	bom ao início desta semana logo na terça feira tivemos prova de matematica, esta muito melhor do geito que o professor esta fazendo agora,esse novo sistema de prova nos ajuda mais....
	26/03	bom esse sistema de prova ajuda mais pois são para os dois bimestres..alem do mais apos a 1° correção se tem algum exercício errado podemos refazer e isso ajuda para não ficarmos de recuperação. e também podemos mesmo antes da correção refazer as questões!
	01/06	ah ja ia me esquecendo muitas pessoas não gostaram do sistemas de provas....
	25/06	Professor muitos não gostaram pois disseram que preferem o outro sistema de provas pois as questões que o senhor lançou após a primeira correção e eu também falo que confundiu e ajudou a um certo ponto pois ao mesmo tempo da para corrigirmos as questões errada.
E3	07/06	ah professor essas coisas sao muito complicadas de agora, tipo dá uns resultados muito estranhos e nao da pra saber se ta certo ou nao , e nao adianta ver se ta tudo certinho ou nao pra nao dá erro porq pra mim ta sempre certinho , mas sempre tem erros =/
E8	Sem data	Adorei essa idéia do diário...mto criativo! Mais não gostei do que jeito que a prova será aplicadaaa... Aparenta ser mais complicado...será muita coisa pra lembraaa...
E15	16/03	Então... no 1° dia de aula, eu não estava presente, mas fiz a prova em um outro dia. Ainda não sei se é uma boa ideia fazer a mesma prova durante o bimestre. Por um lado é bom, pois já da pra sabe o que tem que estuda para a próxima prova. Por outro lado é ruim... pois quando eu fico muito tempo pensando em alguma coisa, nunca da certo! Começo a refaze, a tenta fazer de outra forma., a imagina coisas.. e no final fica aquele monte de coisa, e eu sem sabe qual é o certo! E isso em matemática é muito ruim.. =/
	10/06	Estou quase terminando a prova.. acho que falta apenas um 5 exercicios, mas tbm acho q tem bastante incompleto, pq eu não mechi nos exercicios que eu ja tinha resolvido! Isso não é bom.. mas como temos apenas mais um dia de prova, provavelmente não vai da pra conferi e vê o que falta. Tomare que eu esteje indo bem.. apesar que eu acho que não! A prova, na minha opiniao não esta dando certo! Ninguem gostou!
E20	27/03	a na prova tinha muitas coisas q a genet nao aprendeu ainda, mais o resto eu consegui fzr..
E22	16/03	O novo sistema se avaliação achei meio esquisito, não gostei. Mas vamos experimentar.
	23/03	A prova, tava meio misturado demais da conta, por isso perdi mnto tempo até achar os exercícios. Resolvi três, talvez seja uma média não ruim, mas péssima. Tive um pouco de dificuldade de interpretar alguns problemas, mas espero que da próxima vez dê mais certo, mas tomara que as três que fiz tenha acertado.
	23/04	Qd entreguei a prova, vc me perguntou se havia progredido. Essa progressão foi meio stranha. De no mínimo 8 questões que vc disse pra com a outra somatória atingir os 70, fiz 7 questões e metade de outra. Acho e tenho certeza que vou ficar com nota vermelha, e isso me assusta, e dá um medo. (aff)
	17/06	Oi professor, voltei!! Queria ser bem sincera quanto ao meu desempenho esse semestre, um zero à esquerda. Aprendo as coisas na sala, chega na hora da prova não consigo fazer nada. Tem coisas que não aprendi de jeito nenhum. Por favor professor, se tiver como no próximo semestre volte para o sistema de antes, era mnto melhor. Se possível, e se não for pedir mnto, dê um trabalho pra quem ficar com nota vermelha nos dois bimestres para recuperar pelo menos um pouco
E25	05/04	A prova foi de boa na lagoa, tirando um exercício de trigonometria que eu sabia que dava pra resolver e não resolvi porque não sabia por onde começar.

Fonte: Autor.

O motivo da insatisfação de alguns estudantes com este modelo de prova não estava claro para muitos deles: “a prova confunde muito”, ou “o negativo eu não sei, mas prefiro provas comuns”. Esta última fala explicita que, perante os estudantes, esse instrumento de avaliação é bastante “incomum”: o “natural” seriam várias provas ocorrendo ao fim de curtos períodos de tempo, com lista de conteúdos delimitada, e com questões similares àquelas propostas em aula. De fato, este é o modelo de prova que eu havia adotado no ano de 2009, e que a quase totalidade dos professores utilizou em outras disciplinas.

Ao dizer que “achava estranho estudar para uma prova que já conhecia”, esse estudante estaria, implicitamente, nos levando a pensar que uma prova deveria ser “imprevisível para ser eficaz”, como acredita o professor Roger Ikor (BARLOW, 2006, p. 68)? O rito do controle escolar cai por terra quando propomos que o estudante conheça de antemão a prova. É inesquecível a imagem dos seus semblantes ao recebê-la no primeiro dia de aula. Os próprios estudantes mostram-se perdidos: como agir frente a essa “facilitação” propiciada pelo professor? Como se poderia “trapacear” o professor; afinal “elaboram-se no imaginário escolar ritos e mitos que glorificam a trapaça” (BARLOW, 2006, p. 113)? Afinal, “o ritual do controle escolar (...) parece fundamentar-se no princípio de que todos os alunos são trapaceiros em potencial”.

Um fato que chamou bastante a atenção (e me deixou um tanto incomodado) diz respeito aos questionamentos feitos acerca da recuperação. O que seria “recuperação” senão propor um instrumento que possibilitasse ao estudante repensar as questões, voltar atrás, superar suas dificuldades, enfim, autorregular sua aprendizagem (HADJI, 1994)? Isso era o que eu pensava, não eles. O rito das duas provas bimestrais, mais uma “prova de recuperação” na última semana de aula do bimestre era o que eles conheciam e esperavam. Para eles, recuperação é sinônimo de resolver outra prova (prova de recuperação), composta por questões “parecidas” com aquelas que compuseram provas aplicadas ao longo do bimestre. Afinal, eu mesmo havia utilizado essa estratégia de avaliação em ano anterior.

Para que ficar “inventando moda” então, como diziam (e continuaram dizendo, pois foram também meus alunos em 2011 e em 2012)? “O que você vai inventar agora?” foi o questionamento do primeiro dia de aula nos anos seguintes.

A manifestação de rejeição à proposta de utilização de um instrumento diferenciado de avaliação ficou ainda mais evidente em suas “reclamações” no momento de receber a prova nas fases seguintes, nas anotações presentes em vários diários de aula, e mesmo no semestre seguinte, em conversas informais com a turma.

Para vários estudantes, porém, a proposta de utilização de um instrumento diferenciado de avaliação foi avaliada positivamente: "esse novo sistema de prova nos ajuda mais", "pra saber o que tem que estudar para a próxima prova", "a prova foi de boa na lagoa[31]".

Enfim, não se consegue agradar a gregos e a troianos.

4.2 Produção Escrita dos Estudantes em Algumas Questões da Prova

Enquanto investigadores, interessava-nos buscar, na produção escrita dos estudantes, indícios que permitissem compreender se a intervenção adotada aproximava-se de uma proposta corretiva (na medida em que possibilitou ao estudante reconhecer e corrigir seus próprios erros) e reguladora (possibilitando ao estudante ajustar suas estratégias de resolução), características estas inerentes a uma avaliação formativa.

Conhecer o modo como os estudantes lidaram com as questões, as estratégias que elaboraram e os procedimentos que utilizaram em suas resoluções, atrelado as suas percepções enquanto "resolvedores" da prova e participantes da pesquisa, possibilitar-nos-á interpretar em que medida a prova em fases desenvolvida com essa turma apresenta indícios de uma avaliação formativa. Trata-se aqui da etapa de codificação e categorização de dados, proposta pela Análise de Conteúdo.

> Não existe o pronto-a-vestir em análise de conteúdo, mas somente algumas regras de base, por vezes dificilmente transponíveis. A técnica de análise de conteúdo adequada ao domínio e ao objectivo pretendidos tem que ser reinventada a cada momento (BARDIN, 1977, p. 31).

Embora não exista esse modelo "predeterminado", inspiramo-nos em trabalhos já desenvolvidos no interior do GEPEMA, e descritos no Capítulo 3, para a análise da produção escrita dos estudantes nas questões da prova.

Nesse sentido, retornei às provas, fazendo novamente uma leitura das resoluções na terceira e quarta fases (antes e depois de apresentar os questionamentos) nas questões que mais foram "mexidas" (a constar, 1, 3, 5, 11, 12,

---

[31] Expressão que remete à ideia de uma prova "tranquila", "sossegada".

20, 22, 25 e 28). Dentre elas, percebi uma maior variedade de alteração nas resoluções, nas questões 1 (item a), 20 (item a), 25 e 28, tomando-as, portanto, como nosso objeto de análise. Conforme apontado por Santos L. (2010), numa avaliação que busca ser formativa, a comunicação entre o professor e os estudantes assume papel fundamental e espera-se que os questionamentos possam ajudar o estudante a regular sua aprendizagem. Assim, ao analisar a produção escrita nas questões apontadas, em que um maior número de estudantes foi mobilizado a refletir a respeito das suas resoluções, pretendemos inferir indícios do modo como se deu essa comunicação.

A partir das resoluções apresentadas pelos estudantes em cada uma delas, organizamos agrupamentos, indicados por G1, G2, e assim por diante, tomando como ponto de corte o procedimento adotado pelo estudante para resolver aquela questão, uma vez que eu havia feito questionamentos similares (ou mesmo iguais) para estudantes que utilizaram o mesmo tipo de procedimento.

Para cada questão, organizamos um quadro, indicando os procedimentos adotados nas resoluções, as provas nas quais identificamos aquele tipo de procedimento, os questionamentos[32] apresentados ao fim da terceira fase da prova e os encaminhamentos dados pelos estudantes nas fases subsequentes. Provas não referenciadas nos quadros indicam que, até aquela fase, nenhuma resolução havia sido apresentada.

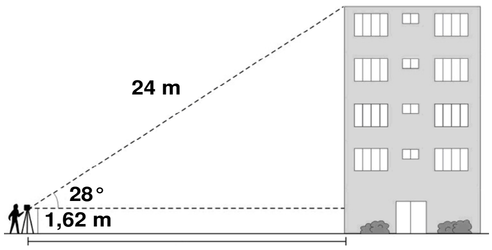
Apresentamos a seguir o estudo realizado para cada uma das questões selecionadas.

[32] Mantemos aqui o código de identificação já mencionado: fonte Calibri para destacar questionamentos que eu havia escrito ao lado das resoluções, e fonte Bradley Hand nos casos das respostas que os estudantes eventualmente apresentaram.

<u>Questão 1(a)</u>:

Figura 6 – Questão 1.

Questão 1(a): Usando as razões trigonométricas, pode-se calcular distâncias e a altura de edifícios sem precisar subir neles. Para isso, uma pessoa de 1,62 m de altura se posiciona a certa distância do prédio e vê o seu topo a um ângulo de 28°.



a) Usando as medidas que constam no desenho, qual é a altura aproximada do edifício?

Fonte: Autor.

Neste item, era necessário identificar qual razão trigonométrica possibilita calcular a altura do edifício, sendo conhecida a medida do segmento que "liga" a pessoa ao topo do edifício (24 metros). Toma-se como pressuposto que o ângulo formado por esse segmento e o segmento horizontal que "liga" os olhos da pessoa ao prédio mede 28^o, e deseja-se obter a medida d do cateto oposto a esse ângulo. Assim, $sen28^o = \frac{d}{24}$ ou seja $d = 11{,}28m$. A essa medida adiciona-se a altura da pessoa, $h = 11{,}28 + 1{,}62 = 12{,}90m$, obtendo assim que a altura do edifício, aproximada por duas casas decimais, é $d = 12{,}90m$.

Dentre os quatro itens analisados, este foi o que apresentou maior variabilidade quanto às soluções apresentadas. Os agrupamentos definidos são mostrados no Quadro 4.

Quadro 4 – Agrupamentos construídos para a Questão 1(a).

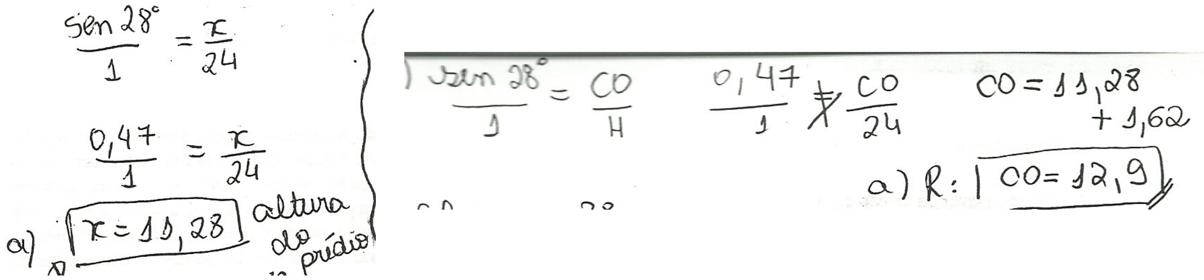
<table>
<tr><th>Grupo</th><th>Prova</th><th>Até a 3ª fase</th><th>Questionamento</th><th>Após a 3ª fase</th></tr>
<tr><td>G1</td><td>P6, P8, P11, P14, P15, P16, P20, P24, P25.</td><td>Identifica corretamente a razão trigonométrica que resolve a questão, resolve corretamente a regra de três $sen28^o = \frac{d}{24}$, adiciona ao valor obtido a altura da pessoa e apresenta como resposta 12,90m.</td><td rowspan="4">Todos os dados do problema foram utilizados em sua resolução?</td><td>Todos mantêm suas resoluções. P15 responde ao questionamento dizendo aparentemente sim. P20 refaz os cálculos, mas mantém a resposta.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">G2</td><td rowspan="2">P1, P3, P4, P5, P9, P10, P13, P17, P19.</td><td rowspan="2">Identifica corretamente a razão trigonométrica que resolve a questão, resolve corretamente a regra de três $sen28^o = \frac{d}{24}$ e apresenta como resposta 11,28m.</td><td>P1, P4, P5, P9, P10, P17 mantêm suas resoluções. P9 responde sim ao questionamento.</td></tr>
<tr><td>P3, P13 e P19 adicionaram ao valor 11,28m a altura da pessoa, apresentando 12,90m como resposta</td></tr>
<tr><td>G3</td><td>P23</td><td>Identifica corretamente a razão trigonométrica que resolve a questão, resolve corretamente a regra de três $sen28^o = \frac{d}{24}$ e apresenta como resposta 11,28 sem unidades.</td><td>Responde sim e mantém a resolução.</td></tr>
<tr><td>G4</td><td>P2</td><td>Ao resolver $sen28^o = \frac{d}{24}$, efetua $d = \frac{24}{0,47}$, obtendo 51,06. A seguir, adiciona a esse valor 1,62m, apresentando a resposta 52,27m.</td><td>Pelos seus cálculos, d=51,06. Isso significa que 51,06 dividido por 24 resulta em 0,47?</td><td>Mantém a resolução.</td></tr>
<tr><td>G5</td><td>P21</td><td>Ao resolver $sen28^o = \frac{d}{24} \rightarrow 0,47 = \frac{d}{24}$, efetua $d = \frac{0,47}{24}$, obtendo 0,025. Não explicita nenhuma resposta.</td><td>Seus cálculos mostram que d=0,025. Então 0,025 dividido por 24 é 0,46?</td><td>Mantém a resolução.</td></tr>
<tr><td>G6</td><td>P12</td><td>Indica $sen = \frac{cat.op}{hip} \rightarrow 0,46 = \frac{24}{x}$, e obtém x=52,17. A seguir, adiciona a esse valor 1,62m, apresentando a resposta 53,79m.</td><td>24 é a medida do cateto oposto a qual ângulo?</td><td>Mantém a resolução.</td></tr>
<tr><td>G7</td><td>P18</td><td>Indica $\cos 28^o = \frac{CO}{24}$, e obtém $CO = 21,6$.</td><td>O que é o cosseno de um ângulo? E o seno?</td><td>Mantém a resolução.</td></tr>
</table>

Fonte: Autor.

O G1 é formado pelas produções dos estudantes que resolveram corretamente a questão, ou seja, forneceram a resposta com a unidade adequada. Em G2 temos as produções nas quais se identifica corretamente a razão trigonométrica que resolve a questão, resolve corretamente a regra de três $sen 28^o = \frac{d}{24}$ e apresenta-se o resultado 11,28 como resposta à questão, com a unidade adequada. O G3 é formado por uma única produção, na qual se efetua o mesmo procedimento de G2, porém apresenta-se a resposta sem unidade. Foram poucos (apenas três) os estudantes desses três grupos que fizeram algum tipo de modificação em suas respostas. A Figura 7 mostra as resoluções em P3, antes e após o questionamento.

Para esses três grupos, apresentou-se um questionamento – Todos os dados do problema foram utilizados em sua resolução? – buscando, por exemplo, instigá-los a: no caso de G1, reler para refletir a respeito da resolução apresentada; para G2, levá-los a perceber que haviam se esquecido de adicionar a altura da pessoa; no caso de G3, perceber que havia uma unidade de medida especificada no enunciado (metros).

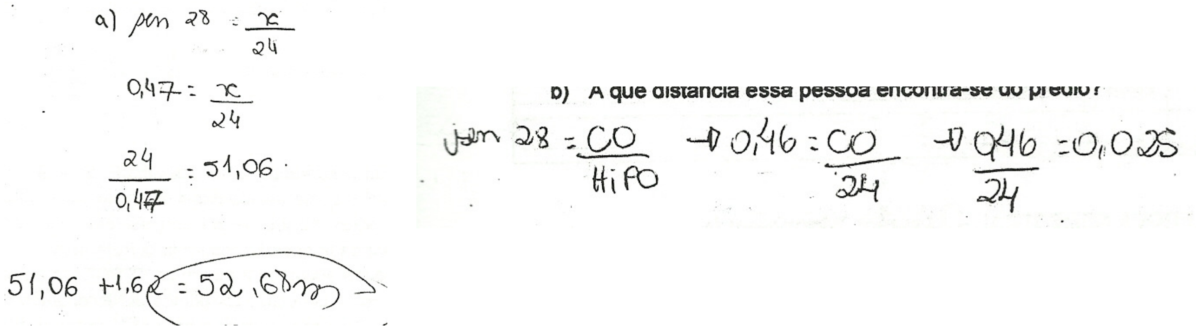
Figura 7 – Resolução da questão 1(a) em P3, na terceira e quarta fases da prova, respectivamente.



Fonte: Autor.

Em G4 e G5, ambos formados por uma única produção, a estratégia desenvolvida pelos estudantes consistiu na identificação da razão trigonométrica adequada à obtenção da medida desconhecida. O procedimento de resolução adotado consistiu, primeiramente, na montagem de uma regra de três substituindo o valor do seno de 28 graus, com aproximação de duas casas decimais. Na sequência, o estudante cuja produção faz parte de G4 realiza, equivocadamente, o produto dos meios da proporção, igualando esse valor ao quociente dos extremos. Em seguida, adiciona ao valor encontrado a altura da pessoa, fornecendo esse resultado como resposta ao problema, com a unidade adequada. Em G5, observamos o desenvolvimento de procedimento similar no cálculo da regra de três, porém também equivocado. Além disso, não explicita alguma resposta. A Figura 8 mostra as resoluções em P2 e P21 apresentadas até a terceira fase, e mantidas mesmo após os questionamentos.

Figura 8 – Resoluções da questão 1(a) em P2 e P21, respectivamente.

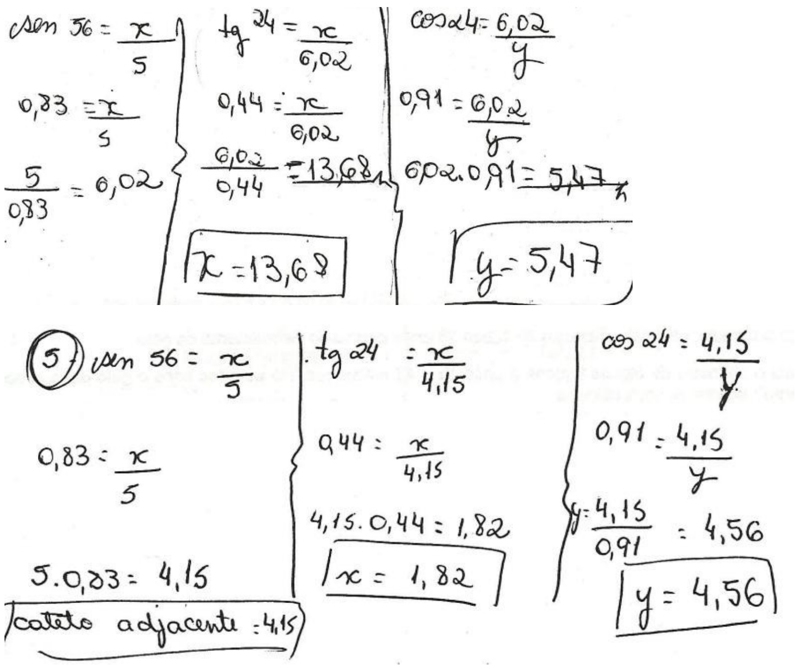


Fonte: Autor.

Para os estudantes desses grupos, buscamos confrontá-los com suas próprias respostas, fazendo-os refletirem acerca do resultado que haviam encontrado na regra de três. No caso de G4, apresentamos um questionamento – Pelos seus cálculos, d=51,06. Isso significa que 51,06 dividido por 24 resulta em 0,47? – e outro para G5 – Seus cálculos mostram que d=0,025. Então 0,025 dividido por 24 é 0,46? Nosso intuito era que percebessem o equívoco e o corrigissem. Ao analisar a produção desses estudantes nas etapas subsequentes, percebemos que no trabalho com esses estudantes nossa expectativa não foi alcançada. Nenhum deles apresentou algum tipo de alteração em suas resoluções, para essa questão.

Entretanto, no caso do estudante P2, que compõe o grupo G4, constatamos que o mesmo tipo de equívoco foi cometido em outras cinco questões da prova (Q5, Q9(a), Q11, Q19 e Q21), todas elas tendo sido reelaboradas após a apresentação de questionamentos similares ao apresentado na questão 1 (Pelos seus cálculos, ...então...). Portanto, há indícios de que o questionamento apresentado ao lado da resolução desse estudante contribuiu para a reelaboração do procedimento desenvolvido anteriormente. A Figura 9 mostra as resoluções da Questão 5 de P2 antes e depois do questionamento.

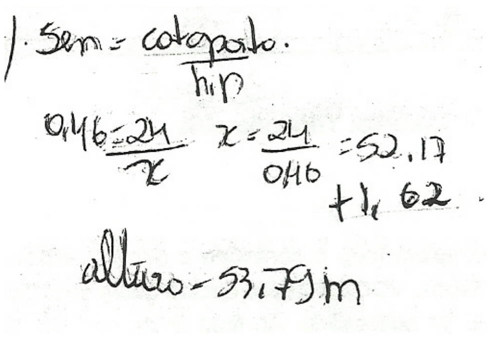
Figura 9 – Resoluções da Questão 5 em P2 antes e depois do questionamento, respectivamente.



Fonte: Autor.

O G6 é também formado por uma única produção. Ao escrever $sen = \frac{cat.op}{hip}$, o estudante mostra saber que o seno de um ângulo é a razão do cateto oposto a ele pela hipotenusa do triângulo retângulo ao qual pertence esse ângulo, e reconhece que essa razão trigonométrica é adequada à obtenção da medida desconhecida. Entretanto, ao montar uma regra de três, atribui equivocadamente o valor 24 como medida do cateto oposto, quando na verdade trata-se da medida da hipotenusa. Na sequência, resolve corretamente a regra de três, e adiciona ao valor encontrado a altura da pessoa, fornecendo esse resultado como resposta ao problema, com a unidade adequada. Para ele, o questionamento – 24 é a medida do cateto oposto a qual ângulo? – buscava levar a perceber o equívoco, revendo essa etapa de sua resolução. Entretanto, isso não ocorreu. A Figura 10 mostra a resolução desse estudante, mantida após o questionamento.

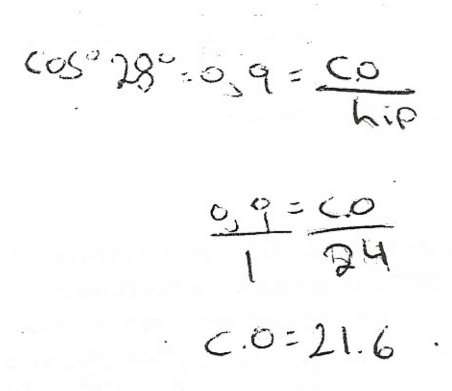
Figura 10 – Resolução da Questão 1(a) em P12.



Fonte: Autor.

Por fim, constitui o grupo G7 a produção de um estudante que resolveu a questão tomando como pressuposto que é o cosseno a razão entre o cateto oposto a um ângulo e a hipotenusa do triângulo retângulo ao qual pertence esse ângulo. Ao montar uma regra de três, toma como incógnita a medida do cateto oposto (indicado por CO), e atribui o valor 24 à medida da hipotenusa. Na sequência, resolve corretamente a regra de três, obtendo que CO=21,6, mas não explicita algum tipo de resposta. Buscando levá-lo a perceber seu equívoco, apresentamos um questionamento – O que é o cosseno de um ângulo? E o seno? A Figura 11 mostra a resolução desse estudante, mantida após o questionamento.

Figura 11 – Resolução da Questão 1(a) em P18.



Fonte: Autor.

Na verdade, equívocos como esse foram recorrentes em diversas outras questões do mesmo estudante. Ainda no item (b) da questão 1, toma o seno como a razão entre o cateto adjacente a um ângulo e o cateto oposto a esse mesmo ângulo. Já em Q5, toma o seno como a razão entre o cateto oposto a um ângulo e a hipotenusa do triângulo retângulo ao qual pertence esse ângulo, porém em lugar de tomar a medida do cateto oposto, toma a medida do cateto adjacente ao montar uma regra de três. Em Q8, toma a medida da hipotenusa em lugar do cateto oposto. Já em Q11 chega a utilizar, na mesma questão, tanto o seno quanto o cosseno como sendo a razão entre cateto adjacente e cateto oposto. Mesmo sendo questionado – Seno e cosseno de um ângulo são a mesma coisa? –, não modificou nenhuma de suas resoluções.

Questão 20(a):

Figura 12 – Questão 20(a) da prova em fases.

Questão 20: Se um arco mede 3780 graus, qual é:

a) Sua 1ª determinação positiva?

Fonte: Autor.

Entendemos como primeira determinação positiva de um arco α o menor arco β que seja côngruo a ele (que tenha a mesma imagem no ciclo trigonométrico). Tem-se então $\alpha - \beta = 360^o \cdot k$, para algum $k \in Z$. Usualmente divide-se a medida do arco α por 360 graus, e toma-se a medida de β como o resto dessa divisão; o quociente indica o número de voltas completas no ciclo trigonométrico.

Percebemos que todos os estudantes haviam utilizado essa estratégia em suas resoluções: dividir 3780 por 360. Porém, instigava-nos saber se compreendiam o significado do algoritmo, interpretando o significado do quociente e do resto dessa divisão. Apresentamos ao lado da maioria das resoluções o questionamento: O que representa o resultado dessa divisão? Os agrupamentos encontrados são mostrados no Quadro 5, apresentado a seguir.

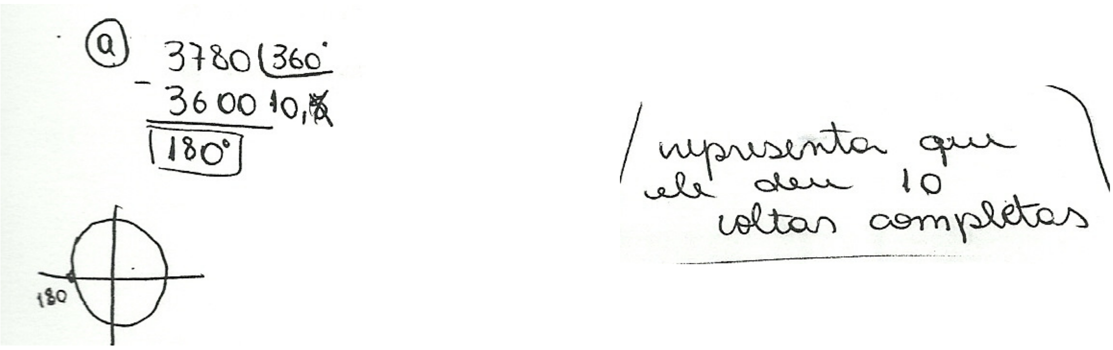
Quadro 5 – Agrupamentos construídos para a Questão 20(a).

Grupo	Prova	Até a 3ª fase	Questionamento	Após a 3ª fase
G1	P1, P2, P6, P10, P13, P14, P17, P19, P20	Indica a "conta armada" 3780 dividido por 360, obtendo quociente 10 e resto 180. Fornece 180 graus como resposta.	O que representa o resultado dessa divisão?	P19 refaz o algoritmo, obtém os mesmos resultados, mas apresenta como resposta 0. P1 e P2 respondem que o resultado da divisão representa o número de voltas completas. P6 e P17 respondem que o resultado representa a 1ª determinação positiva do arco. Os demais mantêm suas resoluções.
G2	P9	Indica a "conta armada" 3780 dividido por 360, obtendo quociente 10 e resto 180. Fornece "10" como resposta.		Mantém sua resolução.
G3	P3	Indica a "conta armada" 3780 dividido por 360, obtendo quociente 10 e resto 180. Não fornece resposta alguma.		Responde que o resultado representa a 1ª determinação positiva do arco.
G4	P11, P12, P15, P16,	Indica 10 como resultado da divisão de 3780 por 360. Em seguida, efetua a multiplicação 360x10 e subtrai esse resultado de 3780, obtendo 180. Fornece 180 como resposta		Mantém a resolução. P11 e P15 respondem que o resultado da divisão representa o número de voltas completas.
G5	P22, P23, P25.	Indica 10,5 como resultado da divisão de 3780 por 360. Em seguida, efetua a multiplicação 360x10 e subtrai esse resultado de 3780, obtendo 180. Fornece 180 graus como resposta		Mantém a resolução.
G6	P18	Indica 10,5 como resultado da divisão de 3780 por 360. Apresenta como resposta: "Não, é neutra".	O que significa um arco ser "neutro"?	Responde ao questionamento dizendo "estar nos pontos 0 graus, 90 graus, 180 graus, 270 graus, 360 graus".
G7	P24	Indica o algoritmo da divisão de 3780 por 360, "cortando" os zeros e obtendo quociente 1 e resto 18. Fornece 18 graus como resposta.	O que significa esse "cancelamento" que você fez?	Mantém a resolução.

Fonte: Autor.

O G1 representa produções de estudantes que utilizaram a “conta armada” como procedimento para efetuar a divisão de 3780 por 360, obtendo quociente 10 e resto 180. Após, reconhecem o arco com medida 180 graus como 1ª determinação positiva do arco de 3780 graus. Entretanto, ao questionarmos qual seria o significado do quociente 10, apenas dois deles indicam tratar-se do número de voltas completas em uma circunferência que correspondem ao arco de 3780 graus. Outros dois dizem ser a 1ª determinação positiva do arco. A Figura 13 mostra a resolução em P2, e também a resposta dada ao questionamento.

Figura 13 – Resolução da Questão 20(a) em P2, e a resposta dada ao questionamento.

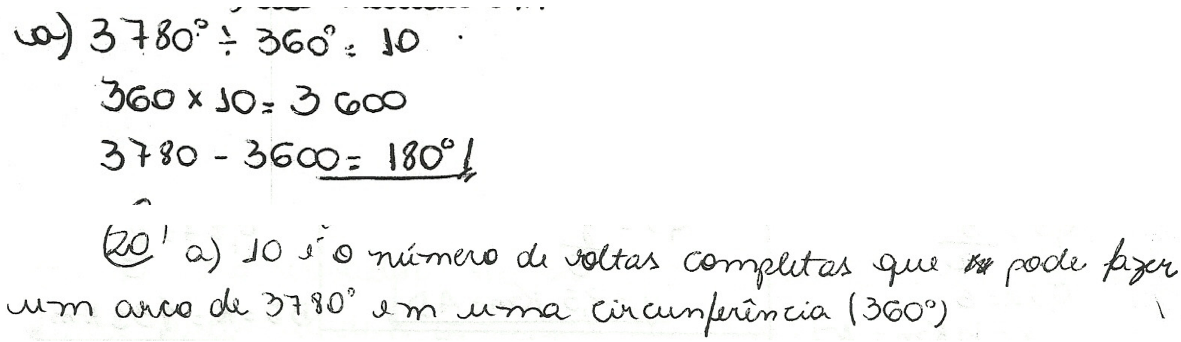


Fonte: Autor.

Tanto G2 quanto G3 são formados por um único estudante, ambos utilizando os mesmos procedimentos de G1. Porém, no caso de G2, fornece o valor 10 como resposta, e, mesmo ao ser questionado do significado do resultado daquela divisão, mantém sua resposta original. Já no caso de G3, talvez possa ter considerado que, apresentados os algoritmos das operações realizadas, estaria respondendo à questão. Ao ser questionado, responde que o resultado da divisão representa a primeira determinação positiva do arco. Porém, não sabemos se o resultado refere-se ao quociente ou ao resto da divisão.

Já G4 e G5 diferem entre si pelo fato de que, no primeiro, apresenta-se 10 como quociente da divisão de 3780 por 360, enquanto no segundo apresenta-se 10,5. Em ambos, adota-se a estratégia de “recuperar” o resto da divisão efetuando a multiplicação de 360 por 10, e subtraindo-se de 3780 esse resultado. Em ambos, a medida 180 graus é fornecida como resposta à questão. Ao serem questionados do significado do resultado daquela divisão, os dois estudantes dizem ser o número de volta completas do arco de medida 3780 graus. A Figura 14 mostra a resolução em P11, e também a resposta dada ao questionamento.

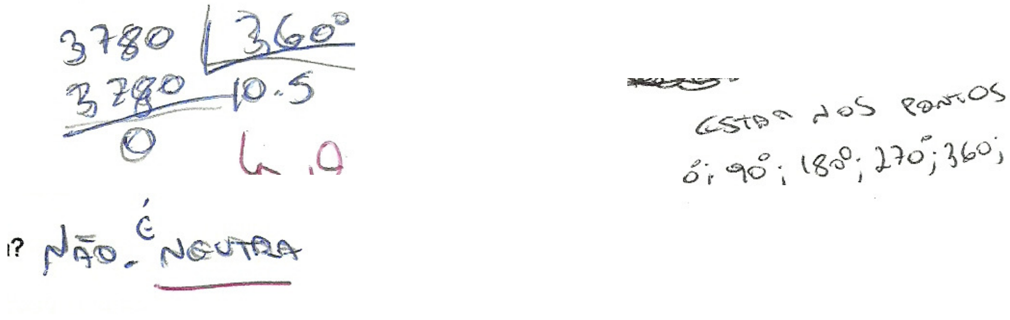
Figura 14 – Resolução da Questão 20(a) em P11, e a resposta dada ao questionamento.



Fonte: Autor.

Em G6, encontramos a produção de um único estudante que, após efetuar a divisão de 3780 por 360, obtendo quociente 10,5, conclui que a primeira determinação positiva é neutra. Ao ser questionado do significado de "neutro", o estudante informa que estão "nos pontos 0 graus, 90 graus, 180 graus, 270 graus, 360 graus", referindo-se aos arcos cujas extremidades encontram-se sobre algum dos eixos do sistema cartesiano ortogonal. A Figura 15 mostra a resolução desse estudante, e também a resposta dada ao questionamento.

Figura 15 – Resolução da Questão 20(a) em P18, e a resposta dada ao questionamento.

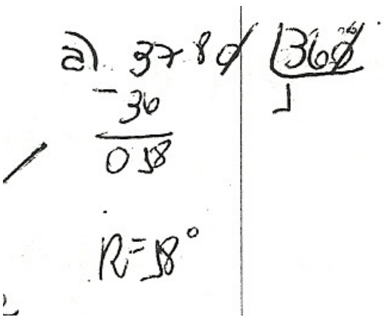


Fonte: Autor.

Embora não encontre na literatura esse termo, como professor, recordo de um episódio de aula na qual esse mesmo estudante questionou a qual dos quadrantes pertencia o arco com medida 90 graus, se ao primeiro ou ao segundo quadrante. Prontamente respondi que seria “neutro”, pois não pertence a nenhum dos quadrantes. Inferimos que ele esteja remetendo-se a esse episódio, ao apresentar sua resposta à questão.

Por fim, G7 corresponde a uma produção em que, ao utilizar a “conta armada” como procedimento para efetuar 3780 dividido por 360, o estudante efetua um cancelamento “cortando” o zero da ordem das unidades tanto do dividendo quanto do divisor. Equivocadamente, apresenta 1 como quociente da divisão de 378 por 36, e 18 como resto, esquecendo-se que o zero cancelado na divisão implicaria em multiplicar por 10 esse resto e tomando o valor 18 graus como resposta. A Figura 16 mostra a resolução desse estudante, mantida mesmo depois do questionamento.

Figura 16 – Resolução da Questão 20(a) em P24.

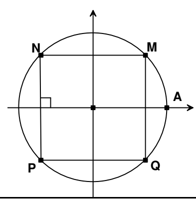


Fonte: Autor.

Questão 25:

Figura 17 – Questão 25 da prova em fases

Questão 25: Na figura abaixo, MNPQ é um quadrado inscrito em um círculo. Se a medida do arco AM é $\pi/4$ rad, determine as medidas dos arcos AN, AP e AQ, em radianos.



Fonte: Autor.

Nessa questão, deveria ser utilizado o conceito de simetria no ciclo trigonométrico, evidenciado pelo fato do ponto M ser vértice de um quadrado inscrito no ciclo. Desse modo, tomando-se $\pi/4$ rad como medida do arco AM, tem-se que AN mede $3\pi/4$ rad, AP mede $5\pi/4$ rad e AQ mede $7\pi/4$ rad. O Quadro 6 mostra os agrupamentos construídos para as respostas dadas a essa questão.

Quadro 6 – Agrupamentos construídos para a Questão 25.

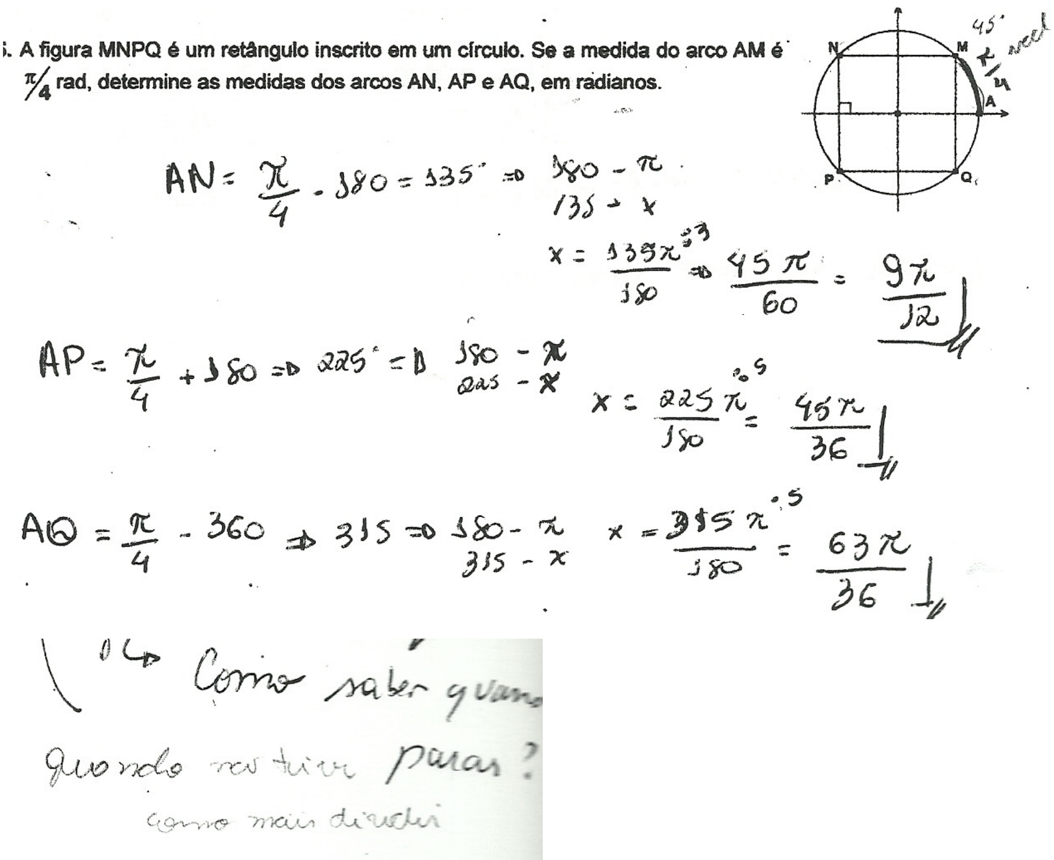
Grupo	Prova	Até a 3ª fase	Questionamento	Após a 3ª fase
G1	P10, P11, P15, P19	Apresenta corretamente, em graus e radianos, as medidas dos arcos solicitados.	Como obteve suas respostas?	P15 justifica que os ângulos são simétricos.
G2	P16, P20, P22	Apresenta corretamente, em graus e radianos, as medidas dos arcos solicitados. Porém, nem todas as medidas em radianos estão na forma irredutível.	Como saber quando parar?	P20 responde que quando não tiver mais como dividir. Nenhuma alteração é feita.
G3	P6	Apresenta corretamente, em graus, as medidas dos arcos solicitados, tomando como referência que $AM = \frac{\pi}{4} rad = \frac{180}{4} = 45^o$. Porém, ao transformar essas medidas em radianos, associa π radianos a 360 graus.	Em quais situações eu uso 180 graus e em quais uso 360 graus?	Nenhuma alteração é feita.
G5	P1, P4, P5, P8, P9, P12, P17, P21, P24	Apresenta corretamente, em graus, as medidas dos arcos solicitados.	Arcos de circunferência podem ser medidos em quais unidades?	P4, P5, P8 e P24 não alteram suas resoluções. P21 responde em graus e radianos, e P12 responde π radianos, mas ambos mantêm suas respostas em graus. P1, P9 e P17 complementam suas respostas, convertendo as medidas dos arcos para radianos.
G6	P7, P18	Marca na própria figura os arcos de 0, 45, 90, 135, 180, 225, 270, 315 e 360 graus.	Qual é a resposta?	Nenhuma alteração é feita.

Fonte: Autor.

Em G1 temos as produções de estudantes que indicaram corretamente, tanto em graus quanto em radianos, as medidas dos arcos. Ao serem questionados como obtiveram suas respostas, um deles justifica que os ângulos (arcos) são simétricos.

O G2 contempla as produções de estudantes que indicaram corretamente, tanto em graus quanto em radianos, as medidas dos arcos, porém nem todas as medidas em radianos estão escritas na forma irredutível. Um questionamento – Como saber quando parar? – foi apresentado na expectativa que esses estudantes efetuassem a simplificação, quando fosse ainda possível. Um deles mostrou compreender que se deve “parar” quando *não tiver mais como dividir*, mas ainda assim não percebeu isso em parte da sua resolução. A Figura 18 mostra a resolução (P20) desse estudante, e também a resposta dada ao questionamento.

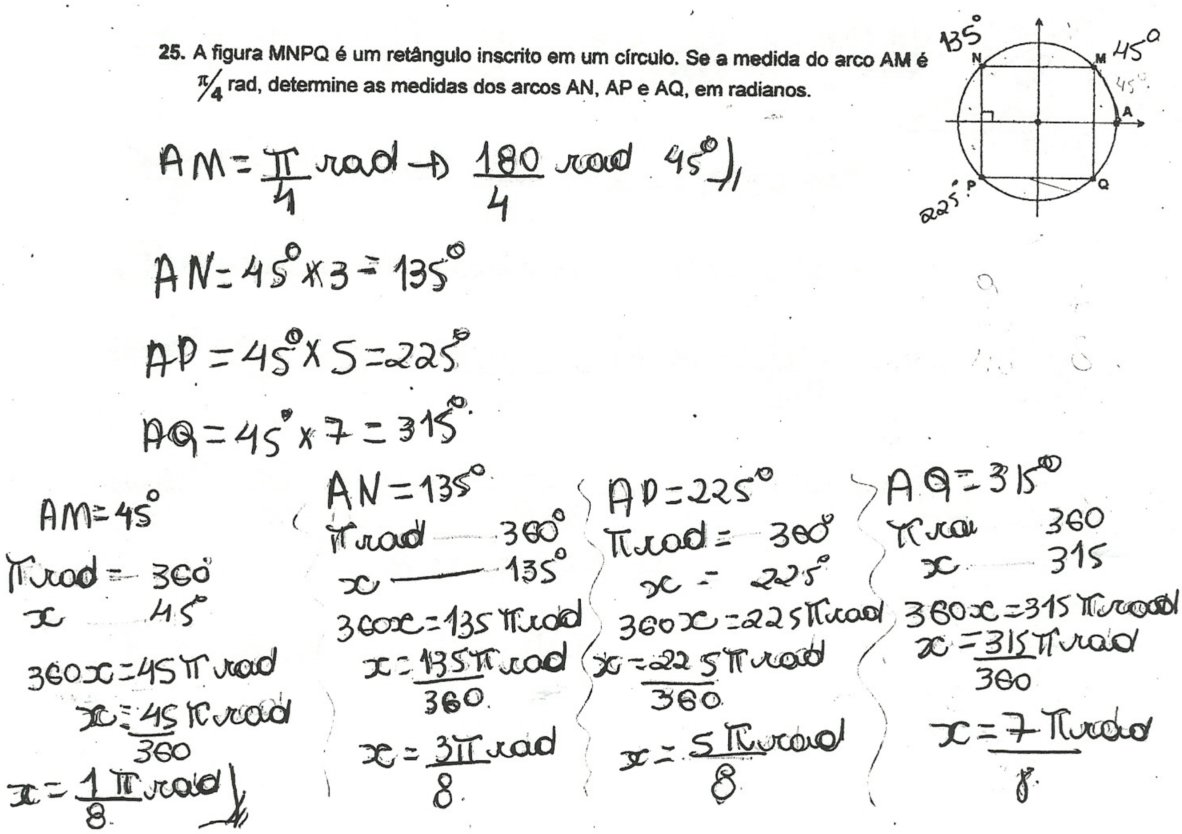
Figura 18 – Resolução da Questão 25 em P20, e a resposta dada ao questionamento.



Fonte: Autor.

Em G3 temos as produções de um estudante que indicou corretamente as medidas em graus. A Figura 19 mostra a resolução desse estudante, e mostra que ele compreende perfeitamente as relações de simetria no ciclo trigonométrico. Porém, ao transformar as medidas em radianos, estabelece equivocadamente uma relação de proporcionalidade tomando π radianos equivalentes a 360^0.

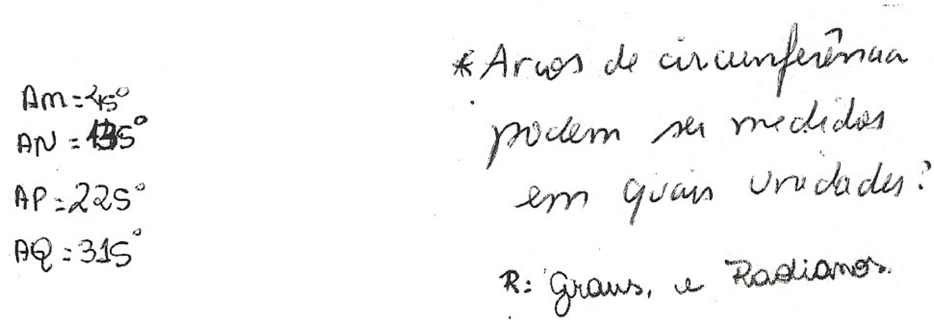
Figura 19 – Resolução da Questão 25 em P6.



Fonte: Autor.

O G4 compreende as produções de estudantes que obtiveram corretamente as medidas, em graus, para os arcos solicitados. Porém, uma vez que o enunciado da questão pedia essas medidas em radianos, apresentamos ao lado de suas resoluções um questionamento – Arcos de circunferência podem ser medidos em quais unidades? Seis dos nove estudantes que têm suas produções nesse grupo mantiveram suas respostas, mesmo um deles (P21) tendo respondido ao questionamento dizendo que arcos de circunferência podem ser medidos *em graus e radianos*. Possivelmente, este estudante tenha respondido de forma mecânica, porém sem refletir se aquela resposta serviria para que alguma etapa da resolução fosse revista. A resolução desse estudante e sua resposta ao questionamento são mostradas na Figura 20.

Figura 20 – Resolução da Questão 25 em P21, e resposta dada ao questionamento.

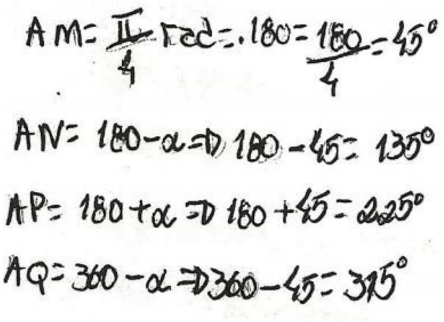


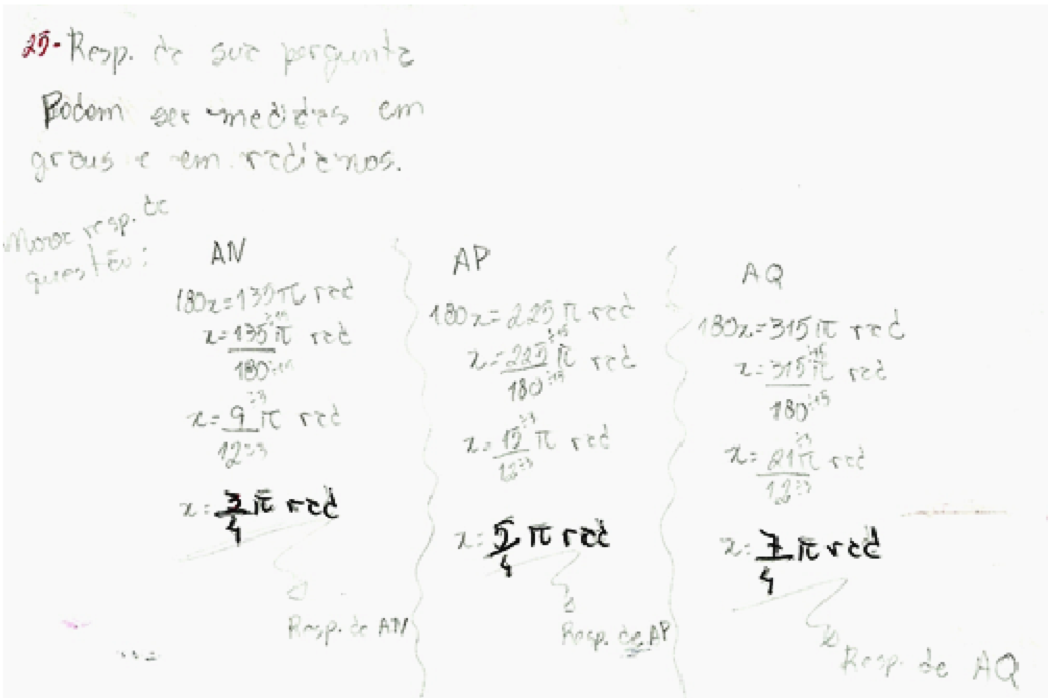
Fonte: Autor.

Os demais estudantes de G4 converteram as medidas de graus para radianos, complementando suas respostas. No caso de P17, com resolução antes e depois mostrada na Figura 21, além de responder ao questionamento (*Podem ser medidas em graus e radianos*), o estudante apresentou uma nova resposta, consistindo na conversão dos valores anteriormente indicados para unidade solicitada no enunciado, no caso radianos. Inferimos que certamente esse questionamento possibilitou a esse estudante uma reflexão acerca da resolução que havia sido apresentada, uma vez que a reelaborou, tornando-a mais estruturada e completa.

Por fim, G6 contém as produções dos estudantes que marcaram no ciclo trigonométrico, além das medidas, em graus, dos arcos simétricos de 45^0, também as extremidades dos quadrantes. Não havia uma indicação explícita de qual era a resposta à questão, e essa resolução foi mantida nas fases subsequentes.

Figura 21 – Resolução da Questão 25 em P17 antes e depois do questionamento, respectivamente.





Fonte: Autor.

Questão 28:

Figura 22 – Questão 28 da prova em fases.

Questão 28: Calcule o comprimento de um arco AB definido em uma circunferência de raio 8 cm por um ângulo central AÔB de 120°.

Fonte: Autor.

A resolução dessa questão envolvia o conceito de comprimento de um arco definido em uma circunferência de raio r conhecido. Nesse caso, o comprimento dessa circunferência será $C = 2 \cdot \pi \cdot 8$ cm, ou seja, $C = 54{,}24$ cm, tomando-se para π uma aproximação até a 2ª casa decimal, conforme informação na capa da prova. Utilizando-se uma relação de proporcionalidade (regra de três), na qual se associa esse comprimento $C = 54{,}24$ cm ao arco de 360 graus, e um comprimento desconhecido ao arco de 120 graus, obtém que esse último será 16,75cm. Os agrupamentos construídos para essa questão são mostrados no Quadro 7.

Quadro 7 – Agrupamentos construídos para a Questão 28.

Grupo	Prova	Até a 3ª fase	Questionamento	Após a 3ª fase
G1	P9, P14, P19, P20,	Calcula o comprimento da circunferência obtendo o valor $C = 50{,}24$ cm. Por meio de uma regra de três, chega ao valor $16{,}75$ cm.	Para P14 e P20: Qual é a resposta? Para P9 e P19: Por que usou este valor [360]?	P14 circula o valor $16{,}75$ cm. P20 indica "R. $16{,}75$ cm". P9 responde que é porque o círculo tem 360 graus.
G2	P13	Calcula o comprimento da circunferência obtendo o valor $C = 50{,}24$ cm. Por meio de uma regra de três, chega ao valor $16{,}75$ (sem unidades).	Qual é a resposta?	Nenhuma alteração é feita.
G3	P16	Calcula o comprimento da circunferência obtendo o valor $C = 50{,}24$ cm. Por meio de uma regra de três, chega ao valor 16^o.	O <u>comprimento</u> de um arco é medido em qual unidade? A resposta é um número inteiro?	Nenhuma alteração é feita.
G4	P23	Na relação $C = 2\pi R$, substitui R por 10, obtendo o valor $C = 62{,}8$. Por meio de uma regra de três, chega ao valor $20{,}9$ cm.	O que representa este número [10]?	Refaz seus cálculos substituindo R por 8 e chega ao valor $16{,}8$ cm.
G5	P1, P3, P4, P5, P17,	Calcula o comprimento da circunferência obtendo o valor $C = 50{,}24$ cm.	Todos os dados do problema foram utilizados?	Nenhuma alteração é feita.
G6	P24	Utiliza a relação $C = \pi R$, substitui R por 8 e π por 120, obtendo o valor $C = 960$ cm.	O que significa este "C" da sua fórmula? π vale 120?	Indica C=comprimento, seguido de $C = 180^o \cdot 8$, chegando a $C = 1{,}4$ cm.
G7	P7	Efetua 120 dividido por 8, obtendo 15 cm.	O que representa este valor [15 cm]?	Nenhuma alteração é feita.

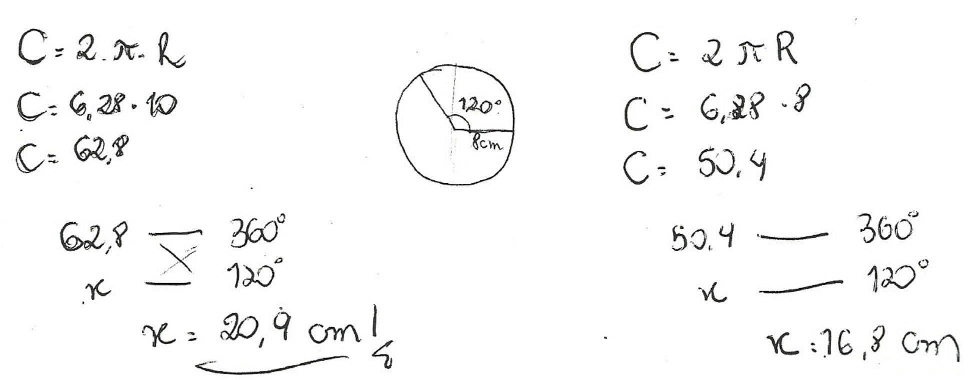
Fonte: Autor.

Em G1 e G2 temos as produções dos estudantes que chegaram ao valor 16,75, sendo que, apenas no primeiro grupo, indica-se que esse valor é uma medida em cm. Para dois deles em G1 questiona-se qual seria a resposta à questão, já que talvez tenham considerado que, apresentados os algoritmos das operações realizadas, estariam respondendo à questão. Um deles circula o valor 16,75cm e o outro escreve “R. 16,75cm”, explicitando ser esse o comprimento solicitado. O mesmo questionamento é feito em G2, pois esperávamos que, ao explicitar a resposta, o estudante incluísse a unidade em que esse comprimento é medido. Porém, nada foi apresentado nas fases seguintes. Para os outros dois estudantes de G1 questionamos por que foi utilizado o valor 360 na montagem da regra de três. A resposta não poderia ser mais óbvia: porque o círculo tem 360 graus.

Em G3 temos a produção de um estudante que chega, por truncamento, ao valor 16, apresentando sua resposta em graus. Para ele, questionamos em qual unidade seria medido o comprimento de um arco, grifando inclusive a palavra “comprimento”. Questionamos também se a resposta seria um número inteiro. Porém, nenhuma alteração foi feita nas fases subsequentes.

O G4 contém a produção de um estudante que, possivelmente por equívoco, tomou o valor 10 como medida do raio da circunferência. Após ter sido questionado o que representaria esse número, refaz seus cálculos tomando o valor 8 em lugar de 10. Na Figura 23 temos essa produção, antes e após o questionamento.

Figura 23 – Resolução da Questão 28 em P23 antes e depois do questionamento, respectivamente.



Fonte: Autor.

O G5 é formado pelas resoluções de cinco estudantes que, em suas resoluções, apresentaram como resposta a medida do comprimento da circunferência. A esses estudantes apresentamos um questionamento – Todos os dados do problema foram utilizados? – buscando instigá-los a perceber que a questão pedia o comprimento de arco, e não da circunferência. Entretanto, nenhum estudante alterou sua resolução nas fases subsequentes.

Em G6 temos a produção de um estudante que tomou $C = \pi R$ possivelmente como medida para “algum” comprimento (da circunferência ou de um arco). Apresentamos então um questionamento buscando compreender que significado esse estudante atribuía àquele C. Além disso, em seu procedimento de resolução, tomou equivocadamente para π o valor 120, o que nos levou a questioná-lo se π vale 120?

A Figura 24 mostra a produção desse estudante, e também as alterações apresentadas após nossos questionamentos, uma delas consistindo na substituição de π agora por 180^0 (possivelmente referindo-se, equivocadamente, à relação π radianos = 180^0), chegando ao valor 1,4 cm (aparentemente incoerente com o procedimento adotado).

Figura 24 – Resolução da Questão 28 em P24 antes e depois do questionamento, respectivamente.

Fonte: Autor.

Por fim, G7 compreende a produção de um estudante que toma o valor 120 (medida do ângulo central que define o arco) e divide por 8 (medida do raio da circunferência), chegando ao valor 15 e a unidade centímetros. Ao ser questionado do significado desse valor, nada é modificado nas demais fases.

4.3 E NÓS, O QUE TEMOS A DIZER?

Ao analisar a produção escrita dos estudantes, buscávamos elementos que nos permitissem interpretar em que medida a experiência com utilização da prova em fases, enquanto formato diferenciado para a prova escrita tradicional, apontava para uma avaliação de caráter formativo.

Embora não enxergasse minha prática pedagógica naquele momento como tradicional, algumas das minhas atitudes enquanto professor apontavam nessa direção. Sem essa falta de clareza, não era possível formular claramente o que esperava que meu aluno fosse capaz de fazer, e muito menos explicitar o que dele esperava e situá-lo em função disso. Ao analisar sua produção escrita, deparamo-nos com situações que evidenciam como foram dúbios os questionamentos que apresentei ao lado de suas resoluções.

Embora saibamos que não seja possível prescrever "de forma segura um tratamento susceptível de garantir a aprendizagem" (HADJI, 1994, p. 127), claramente percebemos divergências entre a resposta ou o encaminhamento dado pelo estudante e aquilo que eu imaginava que faria ao formular o questionamento. Isso nos leva a concluir que, ou os questionamentos estavam mal formulados, ou mesmo a própria questão da prova (voltaremos nesse último ponto mais adiante). Ao discutir a dificuldade de compreensão dos processos reais de aprendizagem e a inadequação do instrumento de avaliação escolhido aos objetivos que o professor pretende atingir, Oliveira e Pacheco (2008, p. 128) fazem a seguinte analogia:

> "Tem gente que não sabe pedir" dizia o simpático gênio da propaganda do Guaraná Antarctica ao receber pedidos que traziam apenas indícios do que se estava pedindo sem explicitar a solicitação com clareza. Muitas vezes, nos instrumentos de avaliação que produzimos, agimos como os felizardos que acharam o gênio da Antarctica. Ou seja, supomos que nossos alunos irão compreender nossa linguagem e nosso objetivo sem dar-lhes as condições necessárias para a compreensão plena do que estamos pedindo que façam.

Os estudantes não entendiam o que eu esperava com os questionamentos; eu mesmo não tinha muita clareza disso. Seria hilária, se não fosse trágica, a proximidade entre tal situação e a constatação feita ao analisar a produção escrita dos estudantes. “Ia por terra” o caráter criterial da avaliação formativa, um dos pilares apontados por Hadji (1994).

As próprias questões que compuseram a prova traziam problemas em sua formulação. Na maioria delas, a resolução priorizava mecanismos, ao invés da compreensão dos conceitos matemáticos, e refletiam minha preocupação excessiva em “cumprir o programa”; não havia para mim uma clareza dos objetivos que pretendia atingir ao explorar os diferentes tópicos que compunham a ementa da disciplina. Eram apresentados simplesmente porque estavam lá, e porque eu os havia “engessado” nas questões da prova.

Esses conteúdos

> já se naturalizaram como parte do processo de escolarização [...] não são questionados por nós, professores, que os habituamos a vê-los onde estão, nem tampouco os objetivos que pretendemos atingir ao trabalhá-los com nossos alunos estão claros. Como, então avaliá-los? Acabamos repetindo esquemas de avaliação, apesar de saber que, muitas vezes, esses mecanismos clássicos são inadequados ao que tentamos inovar em nosso trabalho cotidiano (OLIVEIRA; PACHECO, 2008, p. 130).

Mais do que não me questionar a respeito do conteúdo, minha prática em sala de aula muitas vezes ignorou a própria motivação dos estudantes, sua compreensão e suas dificuldades frente ao que era apresentado. Apesar de recolher observações do processo de desenvolvimento das questões da prova, por meio do preenchimento das grades de correção (o que, de algum modo, possibilitaria “apreciar a evolução das competências através da melhoria do desempenho” (HADJI, 1994, p. 120) dos estudantes nas questões da prova), em pouco essas percepções refletiram-se na minha prática de sala de aula. Esse “diagnóstico”, segundo critério apontado por Hadji (1994) como pilar da avaliação formativa, foi relegado a um segundo plano ao longo de todo aquele semestre. Apenas quando dispus-me a analisar sua produção escrita, passei a interrogar-me a respeito das maneiras como os estudantes de fato lidaram (VIOLA DOS SANTOS, BURIASCO, 2008) com as questões que lhes foram propostas.

Em função disso, não se pode dizer que o questionamento apresentado ao lado das resoluções possa ser caracterizado como um *feedback* de sua produção, uma vez que, em se tratando de uma ação pontual, não possibilitou orientar os processo de ensino e aprendizagem subjacentes. As “trocas” entre professor e estudantes, apontadas por Barlow (2006) como fundamentais a um processo de avaliação formativa, não se efetivaram. Não se pode assim reconhecer o caráter de regulação nesse processo.

O instrumento prova escrita havia sido modificado, porém sua própria “estrutura” carregava uma visão tradicional de avaliação. Se, por um lado, a experiência pontual de utilização da prova em fases na turma em tela não pode ser tomada como uma prática de avaliação formativa (na perspectiva de ser formativa para os estudantes), é inegável seu potencial formativo para mim, enquanto professor.

Além de repensar[33] o instrumento, fica evidente a necessidade de repensar a própria prática avaliativa, numa busca constante de completá-la, modificá-la e aperfeiçoá-la (BARLOW, 2006). Ao trazer para mim essa tarefa, numa busca de melhorar meu próprio trabalho enquanto avaliador, reconheço-me não apenas como um *investigador da própria prática* (segundo Ponte (2002), aquele que estuda não um objeto qualquer, mas certo aspecto da sua prática profissional), mas como alguém que *investiga a própria prática avaliativa*.

Esse caráter de investigação está presente ao longo de todo o texto, na medida em que estamos a todo tempo confrontando o campo da realidade concreta (a descrição de como “as coisas” aconteceram na experiência com a prova em fases) com nossas expectativas (o modo como gostaríamos que “as coisas” tivessem ocorrido), o que nos permite *interpretar a realidade com a qual nos deparamos* (HADJI, 1994), ou, se assim pudermos dizer, estamos “avaliando nossa avaliação”. Ao realizarmos essa tarefa, essa avaliação, buscamos em essência completar, modificar, aperfeiçoar nossas ações enquanto avaliadores (BARLOW, 2006). No Capítulo 5 explicitamos esse nosso “outro olhar” para a prova em fases.

[33] Embora o verbo “pensar” remeta à ideia de refletir sobre algo, optamos por incluir o prefixo “re” com o objetivo de enfatizar o sentido de retrocesso. Assim, embora estivesse já pensando sobre a prova em fases ao vivenciar a experiência com a sua utilização, as percepções sobre ela foram constantemente modificadas e reformuladas.

5. OUTRO OLHAR PARA A EXPERIÊNCIA COM A PROVA EM FASES

Para Barlow (2006), o caráter formativo da avaliação está em possibilitar a preparação, orientação e aperfeiçoamento da ação não apenas do estudante, mas também do professor. Enquanto sujeito do processo de avaliação, coloco-me nesse momento como professor em busca de refletir acerca dos meus próprios "erros" num processo de tomar a avaliação como uma prática de investigação.

Como lembra-nos Hadji (1994), é preciso tentar buscar as razões que deram origem a esses "erros". Não que haja uma "receita" ou um modo "correto" de avaliar. Entretanto, entendo ser necessário confrontar a realidade concreta (aqui representada pela experiência com a prova em fases - o que de fato aconteceu) com as minhas expectativas enquanto professor em busca de avaliar "formativamente" (o que poderia ter sido feito).

Afinal, a própria educação deve ser vista como um processo permanente de avaliação (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996), de modo que o ensino e a avaliação tornam-se elementos indissociáveis. Para Ponte (2002, p.1), "o ensino é mais do que uma actividade rotineira onde se aplicam simplesmente metodologias pré-determinadas [...] Torna-se necessária a exploração constante da prática e a sua permanente avaliação e reformulação".

Essa "avaliação da própria prática avaliativa" será o objeto deste capítulo. Inicialmente, propomo-nos analisar as questões que compuseram a prova em fases, à luz do referencial teórico constituído. Em seguida, na busca de aproximar da discussão de avaliação a uma discussão curricular, propomo-nos refletir acerca do conteúdo matemático subjacente às questões, a Trigonometria. Por fim, buscamos de algum modo sistematizar nosso objeto central deste trabalho: o repensar a respeito da prática avaliativa.

5.1 AS QUESTÕES DA PROVA

Para elaboração da prova em fases, selecionei questões provenientes de livros didáticos, listas de exercícios e provas aplicadas em anos anteriores. De fato, questões "usuais", que possivelmente muitos outros professores escolheriam para compor uma prova. As questões contemplavam todos os conteúdos previstos para o primeiro semestre de aulas, e a meu ver, naquele momento, incluíam diversos níveis de complexidade (fácil, médio, difícil).

À luz do referencial teórico constituído, propusemos então reavaliar as questões que compuseram a prova. Nosso olhar voltou-se aos três níveis propostos por De Lange (1999) e à presença (ou não) de características apontadas por Van Den Heuvel-Panhuizen (1996) para bons problemas de avaliação. Ao longo dessa sessão, discutimos também possibilidades de reformulação de algumas das questões.

No Quadro 8, apresentamos o modo como categorizamos cada uma das questões da prova, juntamente com a descrição dos procedimentos de resolução que justificam essas escolhas. Tal classificação está fortemente baseada na análise da produção escrita dos estudantes ao longo das fases da prova e no modo como minhas aulas foram encaminhadas ao longo daquele semestre (naquilo que entendemos aqui como minha prática pedagógica).

A nosso ver, nenhuma das 28 questões que compuseram a prova pode ser categorizada como pertencente ao Nível 3, uma vez que não ofereceram aos estudantes a possibilidade de matematizar situações. Em nenhuma delas foi possível que desenvolvessem seus próprios modelos.

Reconhecemos em apenas quatro das questões (14%) a possibilidade de os estudantes apresentarem diferentes abordagens de resolução, integrando informações fornecidas no enunciado, escolhendo uma estratégia e, em seguida, identificando e utilizando as ferramentas matemáticas mais adequadas. Foram categorizadas como pertencentes ao Nível 2 as questões 9, 16, 21 e 26. As questões 9 e 16 envolviam mais diretamente conceitos de trigonometria, conteúdo que permeava a prova como um todo. Suas resoluções envolviam possibilidades de escolha de estratégias bastante similares.

Quadro 8 – Categorização das questões da prova, segundo De Lange (1999).

Questão	Nível de competência	Procedimentos de resolução
1	Nível 1	Envolve o reconhecimento das razões trigonométricas e a aplicação de regra de três simples.
2	Nível 1	Envolve a aplicação da relação fundamental da trigonometria e o reconhecimento de propriedades de simetria no ciclo.
3	Nível 1	Envolve a aplicação de algoritmos padrão e a recordação do conceito de função.
4	Nível 1	Envolve o conhecimento dos valores da função cosseno em alguns arcos e do formato do seu gráfico.
5	Nível 1	Envolve o reconhecimento das razões trigonométricas e a aplicação de regra de três simples.
6	Nível 1	Envolve o conhecimento da definição de funções trigonométricas recíprocas (secante, cossecante e cotangente).
7	Nível 1	Envolve a aplicação de uma fórmula dada.
8	Nível 1	Envolve o reconhecimento das razões trigonométricas e a aplicação de regra de três simples.
9	Nível 2	Envolve a escolha de uma estratégia que possibilite obter a medida do segmento $\overline{CD}$ por meio do cálculo da medida do ângulo $A\hat{B}C$ ou do segmento $\overline{AC}$.
10	Nível 1	Envolve a aplicação de algoritmos padrão para resolução de uma equação trigonométrica.
11	Nível 1	Envolve o reconhecimento das razões trigonométricas e a aplicação de regra de três simples.
12	Nível 1	Envolve a aplicação de algoritmos padrão para converter uma medida de graus para radianos e vice-versa.
13	Nível 1	Envolve a aplicação da fórmula do seno de um arco duplo.
14	Nível 1	Envolve a aplicação de algoritmos padrão para resolução de equações trigonométricas.
15	Nível 1	Envolve a aplicação de algoritmos padrão na obtenção dos valores do seno e do cosseno de arcos da primeira volta.
16	Nível 2	Envolve a escolha de uma estratégia que possibilite obter a idade pedida no enunciado, por meio da construção de tabela, teste de valores ou inequação.
17	Nível 1	Envolve a obtenção dos valores máximo e mínimo de uma função trigonométrica.
18	Nível 1	Envolve a aplicação de algoritmos padrão para resolução de equações trigonométricas.
19	Nível 1	Envolve o reconhecimento das razões trigonométricas e a aplicação de regra de três simples.
20	Nível 1	Envolve a aplicação de algoritmo para obter a 1ª determinação positiva de um arco e converter uma medida em graus para radianos.
21	Nível 2	Envolve a escolha de estratégia que possibilite obter as medidas dos segmentos $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ e $\overline{BD}$ e do ângulo $B\hat{A}D$, fazendo uso de relações métricas ou trigonométricas nos triângulos retângulos.
22	Nível 1	Envolve o reconhecimento das razões trigonométricas e a aplicação de regra de três simples.
23	Nível 1	Envolve a aplicação da relação fundamental da trigonometria, o reconhecimento de propriedades de simetria no ciclo e a definição de cotangente de um arco.
24	Nível 1	Envolve a determinação do valor de uma função trigonométrica em um arco dado.
25	Nível 1	Envolve o reconhecimento dos simétricos de um arco da primeira volta.
26	Nível 2	Envolve a integração de informações para resolver um problema utilizando operações com números racionais positivos.
27	Nível 1	Envolve a aplicação de algoritmos padrão para determinar os valores do seno e do cosseno de arcos.
28	Nível 1	Envolve a aplicação de algoritmos padrão para determinar o comprimento de arco de circunferência.

Fonte: Autor.

.

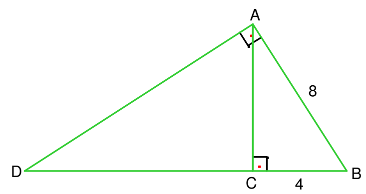
Tomemos, a título de exemplo, a primeira delas, mostrada na Figura 25, cuja resolução envolvia o cálculo da medida do segmento $\overline{CD}$ e do ângulo $B\hat{A}C$. Algumas estratégias possíveis para resolução seriam:

- calcular a medida do segmento $\overline{AC}$ e de um dos ângulos agudos do triângulo ACD;
- calcular a medida do ângulo $A\hat{B}C$ e do segmento $\overline{DB}$;
- calcular os ângulos $B\hat{A}C$ e $A\hat{D}C$;

Escolhida a estratégia, o procedimento de resolução poderia contemplar diferentes ferramentas matemáticas: razões trigonométricas no triângulo retângulo, relações métricas no triângulo retângulo, Teorema de Pitágoras, relações de proporcionalidade e relações entre as medidas dos ângulos internos de um triângulo.

Figura 25 – Questão 9 da prova.

9. Determine:
   a) a medida do segmento $\overline{CD}$
   b) o valor de cos $B\hat{A}C$



Fonte: Autor.

Já as questões 16 e 26 correspondem a duas (dentre as quatro da prova) que contemplavam conteúdos de anos anteriores. A primeira delas (Figura 26) provém de aferição do PISA (Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes, cujas questões públicas são divulgadas pelo INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) e envolve a determinação de ponto de intersecção de duas funções lineares, num contexto de cálculo da frequência cardíaca como função da idade da pessoa. A segunda refere-se à determinação do número de sacas de farinha que deve ser comprada para formar o estoque em uma padaria.

Figura 26 – Questão 16 da prova.

16. Por motivos de saúde, as pessoas deveriam limitar seus esforços, por exemplo, durante as atividades esportivas, a fim de não excederem uma determinada frequência de batimentos cardíacos. Durante anos, a relação entre a frequência cardíaca máxima recomendada e a idade da pessoa foi descrita pela seguinte fórmula:

Frequência cardíaca máxima recomendada = 220 – idade

Pesquisas recentes mostraram que esta fórmula deveria ser um pouco modificada. A nova fórmula é a seguinte:

Frequência cardíaca máxima recomendada = 208 – (0,7 × idade)

Um artigo extraído de um jornal afirmou: "Um dos resultados decorrentes da utilização da nova fórmula em vez da antiga é que o número máximo recomendado de batimentos cardíacos por minuto para as pessoas jovens diminui um pouco e para as pessoas idosas aumenta um pouco".

Com a introdução da nova fórmula, a partir de que idade a frequência cardíaca máxima aumenta em relação à fórmula antiga? Mostre como você resolveu.

Fonte: PISA.

Ambos são problemas que requerem alguma tomada de decisão matemática na escolha da estratégia e das ferramentas a serem utilizadas. Podem ser classificados como problemas não-rotineiros, ou seja, "que muito pouco ou quase nunca aparecem na sala de aula ou no livro didático" (BURIASCO, 1999, p. 95). O contexto presente nesses dois problemas torna as situações "reconhecíveis" e facilmente imagináveis, possibilitando que os estudantes resolvam-nos por meios matemáticos próprios e *insights*.

Por outro lado, as demais questões da prova (82%) pertencem ao Nível 1, e envolvem procedimentos de rotina, sendo bastante similares àquelas propostas nas aulas. Nas palavras de Buriasco (1999), são "exercícios tipo", ou seja, rotineiramente apresentados pelo professor para serem resolvidos sempre da mesma maneira, seguindo o mesmo procedimento passo a passo.

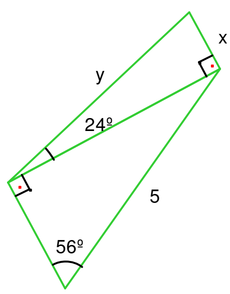
Para Van Den Heuvel-Panhuizen (1996, p.112, tradução nossa), são questões do tipo "tudo ou nada", em que "as respostas só podem estar certas ou erradas, e diferentes níveis de solução - se houver - não podem ser vistos, resultando em uma ausência de pontos de apoio para instrução posterior".

Em seis questões (1, 5, 8, 11, 19 e 22) os estudantes deveriam determinar uma ou mais medidas de um ou mais lados de triângulos, sendo conhecidas algumas das medidas de lados e ângulos. Sua resolução envolvia basicamente a mesma estratégia: o reconhecimento da razão trigonométrica adequada e a aplicação de uma ou mais regras de três simples.

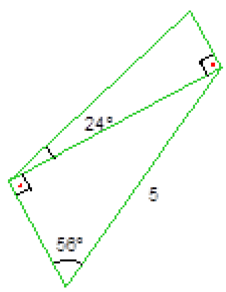
Questões desse tipo são bastante convencionais e frequentes no início do estudo da trigonometria, em geral restritas ao estudo do triângulo retângulo. Apresentam uma única resposta correta (resposta de construção fechada), e sua resolução envolve a aplicação de algoritmos padrão. Envolvem, portanto, apenas habilidades de reprodução. Dois deles (5 e 19) são aquilo que Van Den Heuvel-Panhuizen (2005) denomina "problema de números" ou de contexto puramente matemático. Para a autora, não há nenhum inconveniente em utilizar esse tipo de problema, desde que os estudantes possam imaginar a situação e fazer uso de suas experiências e conhecimento. Uma forma de reformular os problemas em tela nessa direção é apresentá-los na forma "descubra tudo o que for possível" (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996, p.107). Essa proposta de reformulação juntamente com a questão original é mostrada na Figura 27.

Figura 27 – Questão 5 da prova e proposta de reformulação.

1. Determine as medidas de x e y indicadas na figura.



Determine todas as medidas possíveis dos triângulos representados na figura abaixo.



Fonte: do autor.

Além das convencionais medidas de lados e ângulos, a questão oferece ao estudante a oportunidade para cálculo de outros elementos do triângulo, como, por exemplo, a altura, a mediana, a mediatriz, e também oferece ao professor pontos de apoio para a elaboração de questionamentos nas diversas fases da prova.

Já as questões 1, 8, 11 e 22 apresentam algum tipo de contexto, porém em essência esse contexto mostra-se artificial e desprezível ao seu entendimento. São chamados problemas de números “vestidos” ou “problemas de palavras” (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996, 2005). À luz das ideias dessa autora, Ferreira (2009, p.33) apresenta como exemplo de problema desse tipo: “Mamãe foi à feira e comprou 35 laranjas a R$ 0,75 cada uma. Quanto mamãe pagou?”. A partir dessa situação, questiona qual seria a “realidade” mostrada nesse problema, apontando que, quase sempre os estudantes multiplicam 35 por 0,75 sem levar em conta possíveis situações realísticas desse enunciado, tais como:

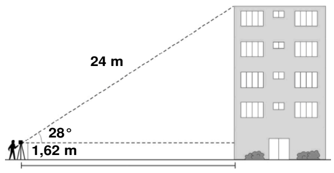
> ‘que mamãe é essa? A minha ou do Joãozinho?’; ‘pra que tantas laranjas?’; ‘será que a mãe da professora fará uma laranjada? Pra quantas pessoas? Mas como sabe que vai usar 35 laranjas?’; ‘que horror, R$0,75 é muito caro para uma laranja, ou será que ela vai pagar R$0,75 nas 35 laranjas?’; ‘vai ficar muito caro essa laranjada, compensa tomar suco numa lanchonete’ (FERREIRA, 2009, p. 33).

Nessa direção, uma possível reformulação para a Questão 1, que pode aumentar sua acessibilidade e ainda incitar alguma reflexão nos estudantes deve considerar dados reais para a situação proposta. Não faz muito sentido que o problema forneça a medida do segmento que “liga” os olhos da pessoa ao topo do prédio, inacessível na prática, mas, sim, a distância horizontal que a pessoa posiciona-se em relação ao prédio. A partir desse valor, e da medida do ângulo em tela, o estudante deve buscar a estratégia mais adequada, o que incluía o uso de uma razão trigonométrica, mas também permitia incluir considerações da altura da pessoa. A análise da produção escrita no que concerne a essa questão mostrou que muitos estudantes desconsideraram esse fato.

Assim, se desejamos avaliar explicitamente se o estudante reconhece a interferência da altura da pessoa na estimativa obtida para a altura do prédio, é pertinente incluirmos um item a respeito desse fato. A questão reformulada, juntamente com a original, é mostrada na Figura 28.

Figura 28 – Questão 1 da prova e proposta de reformulação.

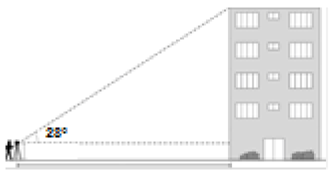
1. Usando as razões trigonométricas pode-se calcular distâncias e a altura de edifícios sem precisar subir neles. Para isso, uma pessoa de 1,62 m de altura se posiciona a certa distância do prédio e vê o seu topo a um ângulo de 28°.



a) Usando as medidas que constam no desenho, qual é a altura aproximada do edifício?

b) A que distância essa pessoa encontra-se do prédio?

Uma pessoa deseja estimar a medida da altura de um prédio, e para isso posiciona-se a 20 metros de distância do mesmo.



a) A partir dos dados, que estimativa essa pessoa encontrará?

b) É possível que outra pessoa dispondo do mesmo equipamento e posicionando-se à mesma distância do prédio obtenha uma estimativa diferente? Explique.

Fonte: Autor.

Merece destaque o fato de que a própria apresentação dos dados do problema por meio de uma figura faz com que os estudantes sejam “direcionados” a utilizar relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo em sua resolução. Caso tivéssemos a intenção de avaliar a capacidade dos estudantes em representar os dados do problema, essa mesma figura poderia ser “limpada”, excluindo o segmento pontilhado que “liga” os olhos da pessoa ao topo do prédio, e também “ampliando” a largura da rua (deixando a cargo do estudante identificar o segmento horizontal que “liga” a pessoa ao prédio). Nesse caso, o enunciado deveria ser reformulado com vistas a apresentar de forma descritiva o ângulo de medida igual a 28 graus.

Van Den Heuvel Panhuizen (1996) relatou uma situação similar a essa, na qual a experiência que se ganhou a partir das respostas dos estudantes possibilitou a reformulação de questões de avaliação, tornando-as mais condizentes com o objetivo inicial. Uma segunda versão dessas questões incluía, além da pergunta original já reformulada, um item adicional denominado “rede de segurança”[34].

A resolução de seis questões (4, 6, 15, 24, 25 e 27) exigia que o estudante recordasse alguns conceitos de simetria no ciclo trigonométrico e a definição das chamadas razões trigonométricas recíprocas (secante, cossecante e cotangente). Todas são exemplos de “problemas de números” e, apesar de algumas diferenças em sua formulação, em essência permitem avaliar uma mesma habilidade: calcular os valores de funções trigonométricas para arcos notáveis e seus simétricos, medidos em graus e radianos. Com vistas a torná-los bons problemas de avaliações, poderiam ser reformulados para, por exemplo, incluir itens que tenham mais de uma resposta e envolvam habilidades presentes nos três níveis da pirâmide de De Lange (1999).

A título de exemplo, apresentamos na Figura 29 uma proposta para reformulação da Questão 15 (juntamente com a questão original), buscando atender essas características.

Figura 29 – Questão 15 da prova e proposta de reformulação.

15. Use os valores notáveis do seno e cosseno para calcular:

a) $\cos\frac{5\pi}{6}$ b) $\cos\frac{2\pi}{3}$ c) $\cos\ 240°$

d) $\cos\frac{5\pi}{4}$ e) $\cos\ 315°$ f) $\cos\ 330°$

Nessa questão, considere os arcos notáveis e seus simétricos. Sempre que possível, forneça o que for pedido. Caso contrário, apresente argumentos que justifiquem a impossibilidade.

a) Um par de arcos, medidos em graus, localizados em quadrantes pares e cujo seno seja o

[34] Safety-net question.

mesmo.

b) Um par de arcos, medidos em graus, localizados em quadrantes vizinhos e cujo seno seja o mesmo.

c) Um par de arcos, medidos em radianos, localizados em quadrantes ímpares e cujo valor do cosseno seja o mesmo.

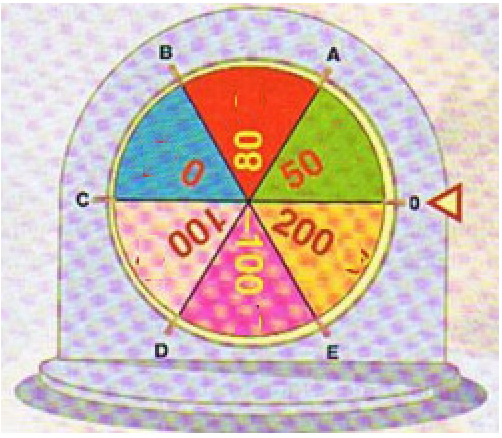
d) Um par de arcos, medidos em radianos, localizados em quadrantes vizinhos e cujos cossenos tenham o mesmo valor em módulo, mas sinais opostos.

Fonte: Autor.

Duas questões (12 e 20) envolviam a aplicação de algoritmos padrão para obtenção da primeira determinação positiva de um arco fora da primeira volta, e para conversão de medidas de graus para radianos e vice-versa. No caso de se obter a primeira determinação positiva, grande parte dos estudantes havia utilizado a mesma estratégia em suas resoluções: dividir a medida do arco por 360 graus e tomar como resposta o resto dessa divisão.

Figura 30 – Proposta em substituição às questões 12 e 20.

Num concurso há um círculo dividido em seis setores geometricamente iguais. Em torno do centro do círculo roda um ponteiro que, após o movimento, indica a quantia em reais que o jogador recebe ou tem de pagar.



Regras do jogo:

- O ponteiro inicia o movimento no 0, no sentido positivo ou no sentido negativo.
- A jogada só é válida no caso de o ponteiro dar no mínimo duas voltas completas. Caso contrário, a jogada é repetida.
- Sempre que, no final da jogada, a seta apontar para a divisão de dois setores, a jogada é repetida.

a) João fez uma jogada. Em cada caso, determine o resultado da jogada, dada a amplitude do arco descrito pela extremidade do ponteiro, justificando sua resposta:

i) 3780 graus

ii) – 1043 graus

iii) $\frac{35\pi}{6} rad$

iv) $\frac{11\pi}{3} rad$

b) Luísa apenas fez uma jogada no sentido positivo e ganhou 80 reais. Escreva uma expressão para as amplitudes possíveis do arco descrito pelo ponteiro, sabendo que deu menos de seis voltas.

Fonte: Autor.

Entretanto, ao questioná-los do significado do quociente dessa divisão, muitos não souberam interpretá-lo. No caso da conversão de medidas de arcos de graus para radianos, usualmente aplicam uma regra de três baseada na relação de proporcionalidade $\pi \quad radianos \quad = \quad 180 \quad graus$, muitas vezes sem atribuir significado ao algoritmo. Nesse caso, sugerimos uma reformulação incluindo um contexto realístico, de modo que o problema exija mais do que lembrar um fato ou reproduzir uma técnica, mas mostre-se atraente e estimulante. Na Figura 30 apresentamos uma proposta em substituição às questões[35].

Na resolução das questões 10, 14 e 18, os estudantes deveriam fazer uso de algoritmos padrão para resolução de equações trigonométricas. A questão 18, embora mais trabalhosa, por envolver a etapa adicional de substituição de variáveis e a posterior resolução de uma equação do segundo grau completa, pode ainda ser classificada de Nível 1, uma vez que estes foram algoritmos padrão ao longo das aulas. Ciani (2012) lembra-nos que o fato do problema ser desse nível não implica que seja mais fácil que os demais, mas que pode ser resolvido recorrendo apenas a habilidades rotineiras e memorizáveis.

Também as questões 2 e 23, embora envolvam uma resolução mais trabalhosa, podem ser classificadas no Nível 1. Trata-se de um modelo de tarefa bastante frequente em livros didáticos: dado o valor do seno ou do cosseno de um arco não notável, e alguma informação (explícita ou implícita) do quadrante em que está esse arco, pede-se o valor de sua tangente, ou de uma ou mais razões trigonométricas recíprocas. Uma resolução esperada para esse tipo de questão faz uso da relação Fundamental da Trigonometria, como mostrado na Figura 31 (Questão 2).

[35] Proposta adaptada de http://www.esaas.com/grupos/matematica/estagios/exerciciossite/FichasTrabalho/FichaTrabalho2_MatA.pdf.

Figura 31 – Questão 2 da prova e resolução esperada.

2. Dado $senx = \frac{12}{13}$, com $\pi/2 \le x \le \pi$, determine o valor da tgx.

$$sen^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\left(\frac{12}{13}\right)^2 + \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = \frac{25}{169}$$

$$\cos x = \pm\frac{5}{13}$$

Como x **está no segundo quadrante,** $\cos x < 0$**, portanto** $\cos x = -\frac{5}{13}$**.**

Então $tgx = \frac{senx}{\cos x} = \frac{\frac{12}{13}}{-\frac{5}{13}} = \frac{12}{13} \cdot \left(-\frac{13}{5}\right) = -\frac{12}{5} = -2{,}4$

R. O valor de tgx é -2,4.

Fonte: Autor.

Muitos estudantes, ao buscar uma solução para a equação $\cos^2 x = \frac{25}{169}$, ignoravam a existência de uma raiz negativa e, portanto, o fato do arco em questão ser do segundo quadrante. Apesar de fundamental, entendemos que estabelecer esse tipo de relação é ainda considerado um procedimento de rotina.

Por outro lado, por disporem de calculadora científica durante a realização das fases da prova, vários deles utilizaram a tecla "arco-seno", obtendo o arco do primeiro quadrante cujo seno vale $\frac{12}{13}$ (no caso, $x = 67{,}38$ graus). Entretanto, seria necessário integrar essa informação àquela dada no enunciado ($\pi/2 \le x \le \pi$) para concluir que o arco em questão não está no primeiro, mas no segundo quadrante e, portanto, vale $x = 180 - 67{,}38 = 102{,}62$ graus. Enfim, ainda com auxílio da calculadora, tomar a tangente desse arco, chegando ao valor $-2{,}4$.

Nesse caso, não se pode falar em uma aplicação de algoritmos padrão, mas no estabelecimento de conexões entre a informação fornecida pela calculadora e as relações de simetria no ciclo trigonométrico.

Ao reformular essa questão, podemos incluir um pedido explícito dessa diferença de procedimentos, como mostrado na Figura 32. Sob esse ponto de vista, as questões 2 e 23 poderiam ser tomadas como sendo do Nível 2.

Figura 32 – Proposta de reformulação para a Questão 2.

É dado um arco $\pi/2 \leq x \leq \pi$ tal que $senx = \frac{12}{13}$. Explique o modo mais eficiente para o cálculo da tgx em duas situações: dispondo e não dispondo de uma calculadora científica.

Fonte: Autor.

Situação similar ocorre com a questão 13, cujo enunciado e a resolução usual são mostrados na Figura 33.

Figura 33 – Questão 13 da prova e resolução usual.

13. Dados $\text{sen x} = \frac{2}{3}$ e $\cos \text{x} = \frac{-\sqrt{5}}{3}$ calcule $sen\ 2\text{x}$.

$$sen2x = 2 \cdot senx \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{5}}{9} = -0{,}99$$

Fonte: Autor.

Em princípio, essa questão pode ser classificada no Nível 1, uma vez que pode ser resolvida pela aplicação da fórmula do seno de um arco duplo ($sen(2x) = 2sen(x)\cos(x)$), usualmente apresentada em qualquer livro didático do Ensino Médio.

Entretanto, essa fórmula não foi apresentada ao longo das aulas, e alguns estudantes, novamente com auxílio da calculadora científica, apresentaram em sua produção escrita indícios de desenvolvimento da seguinte estratégia: por meio da tecla “arco-seno”, obtiveram o arco do primeiro quadrante cujo seno vale $\frac{2}{3}$ (no caso, $x = 41{,}81^0$). Tendo em vista que o cosseno do arco em questão é negativo, concluíram que o arco não está no primeiro, mas no segundo quadrante, e, portanto, vale $x = 180^0 - 41{,}81^0 = 138{,}19^0$. Desse modo, o arco $2x$ vale e $276{,}38^0$, portanto, $sen2x = -0{,}99$. Mais uma vez, essa possibilidade de resolução, que envolve a escolha de uma estratégia e estabelecimento de diversas conexões, implica que essa questão pode ser tomada como do Nível 2.

Mas se, além disso, levarmos em conta que na folha de rosto da prova era apresentada a fórmula para o cálculo do seno da soma de dois arcos ($\mathrm{sen(x+y) = sen(x)cos(y) + sen(y)cos(x)}$), seria possível resolver por meio dela a questão 13. Nesse caso, a estratégia de resolução envolveria um tipo de raciocínio similar àquele apresentado em livros didáticos que deduzem fórmulas para o seno, o cosseno e a tangente de arcos duplos, a partir das fórmulas de seno e diferença de arcos. No caso, tomando $x = y$ na fórmula em questão, obteríamos $\mathrm{sen(x}+x) = \mathrm{sen(x)}\cos(x) + \mathrm{sen}(x)\cos(\mathrm{x})$, o que nos leva a $\mathrm{sen}(2x) = 2sen(x)\cos(x)$. A partir daí, a substituição de valores do seno e do cosseno dados no enunciado levaria à resposta solicitada. Nenhum estudante desenvolveu alguma estratégia nessa direção, porém, se o tivesse feito, poderíamos falar aqui na existência de indícios de matematização, expressa por meio do desenvolvimento de um modelo “próprio” e de uma generalização. Essa possibilidade permite classificar a questão no Nível 3 de De Lange (1999).

Desta análise, levantamos algumas possibilidades de reorganização da questão num formato que Van Den Heuvel-Panhuizen (1996, p. 112, tradução nossa) denomina *super item*, que consiste em “uma informação introdutória e uma série de itens, cada uma deles indicando certo nível de raciocínio”. Nesse caso, a informação introdutória consistiria na apresentação da fórmula para a soma de dois arcos e, na sequência, itens que “conduziriam” o estudante a “reinventar” a fórmula para o seno de um arco duplo. Essa proposta é mostrada na Figura 34.

Figura 34 – Proposta para reformulação da Questão 13 da prova.

Pode-se obter valores das funções trigonométricas a partir da medida de arcos cujos valores trigonométricos são conhecidos. Uma dessas fórmulas é $\mathrm{sen}(x+y) = \mathrm{sen}(x)\cos(y) + \mathrm{sen}(y)\cos(x)$.

a) A partir da tabela de valores trigonométricos dos arcos notáveis, determine o valor de $\mathrm{sen}\,75^o$.

b) Além da fórmula acima, dispondo do valor $sen20^o = 0{,}34$ e utilizando relações trigonométricas vistas em aula, encontre, sem auxílio da calculadora, outros valores de funções trigonométricas.

c) Explique como encontrar o valor de $sen\,2x$, dispondo dos valores de $sen\,x$ e $\cos x$.

Fonte: Autor.

Nesse caso, os estudantes teriam a oportunidade de se envolver com o contexto do problema respondendo itens abertos de complexidade crescente (DE LANGE, 1999). Ao primeiro item deve-se fornecer uma resposta de construção fechada, proveniente da aplicação da fórmula dada. Nesse caso, cabe ao estudante tomar $x = 45^o$ e $y = 30^o$ (ou vice-versa) e, a partir dos valores do seno e do cosseno desses arcos (dados na capa da prova), fazer as devidas substituições da expressão. Trata-se de uma tarefa do Nível 1.

No segundo item (inspirado no exemplo 3.6 de Van Den Heuvel-Panhuizen (1996) é esperado que os estudantes lidem com diferentes relações da trigonometria e relacionem esses elementos. No caso, a partir dos valores do seno e do cosseno de um arco de 20^o, pode-se, por exemplo:

- fazendo uso da relação fundamental da trigonometria ($sen^2 x + \cos^2 x = 1$), obter o valor de $\cos 20^o$;
- utilizando a relação $tgx = \dfrac{senx}{\cos x}$ e a definição das razões trigonométricas recíprocas, calcular o valor de $tg20^o$, $\sec 20^o$, $\cos\sec 20^o$ e $\cot g20^o$;
- tomando $x = y = 20^o$ na fórmula dada do enunciado, obter o valor de $sen40^o$;
- de modo análogo ao que foi feito com o arco de 20^o, calcular os valores de $\cos 40^o$, $tg40^o$, $\sec 40^o$, $\cos\sec 40^o$ e $\cot g40^o$;

- sucessivamente, pode-se obter valores de todas as funções trigonométricas para arcos da sequência $20^o, 40^o, 60^o, \cdots$;
- utilizando relações de simetria, é possível obter os valores das funções trigonométricas para os simétricos dos arcos em tela;
- utilizando redução à primeira volta, é possível obter valores das funções trigonométricas para arcos de outras voltas, simétricos dos arcos em tela;

Diferentemente do item anterior, não podemos dizer que este esteja ligado a um nível fixo, podendo ser respondido em diferentes níveis de competência. Assim, ao contrário de grande parte das questões da prova, que remetiam a respostas do tipo “tudo ou nada”, essa proposta reformulada oferece muitos pontos de apoio para a elaboração de questionamentos ao longo das fases da prova. Assim, mesmo que o estudante tenha obtido alguns valores de funções trigonométricas, sempre é possível confrontá-lo com alguma outra relação já vista em aula na busca de outras possibilidades de resposta.

O terceiro item, por sua vez, oferece ao estudante a oportunidade de desenvolver seu próprio modelo para o cálculo do seno de um arco duplo, apresentando os argumentos matemáticos pertinentes. Novamente, não é possível dizer que este item esteja ligado a um item fixo. Se, em sala de aula, o professor tiver apresentado aos estudantes tal fórmula, esse item resume-se a uma simples tarefa de recordação de objeto matemático (Nível 1). Por outro lado, se, por meios de questionamentos no item anterior, o professor levar o estudante ao cálculo de $sen 40^o$, tomando $x = y = 20^o$ na fórmula dada no enunciado, a resolução do terceiro item possivelmente envolverá um “replicar” desse procedimento, porém em um nível mais elevado (Nível 2). Por fim, se por “mérito próprio” o estudante generalizar essa relação por meio de uma fórmula, sua resolução oferecerá indícios de matematização, e o item poderá ser classificado no Nível 3. Neste modelo de reformulação, cada resposta sucessiva correta exige do estudante um uso mais sofisticado das informações dadas no item anterior.

As questões 3 e 7 envolvem o conceito de função, já estudado em ano anterior. A primeira delas é frequentemente encontrada nos livros didáticos ao tratarem de funções do primeiro grau, envolvendo o valor de aluguel de carros em uma locadora que cobra uma taxa fixa mais um valor por quilômetro rodado. A segunda, assim como a questão 16, provém de aferição do PISA e por meio dela verifica-se a capacidade do estudante aplicar uma fórmula dada. Entendemos que, embora apresentados em contextos interessantes, os problemas são de Nível 1, uma vez que eram bastante rotineiros nas aulas do primeiro ano do Ensino Médio, e sua resolução envolve o desenvolvimento de habilidades técnicas.

Por fim, a resolução da questão 28 remete à aplicação de algoritmo padrão para determinar o comprimento de arco de uma circunferência. A análise da produção escrita dos estudantes mostrou que muitos deles forneceram como resposta a medida do comprimento da circunferência, obtida por meio da fórmula $C = 2\pi R$, e não do arco de 120^o. Tal “confusão” possivelmente seria evitada apresentando a questão em um contexto realístico e que incitasse nos estudantes algum tipo de estratégia. Uma proposta de reformulação, juntamente com a questão original, é apresentada na Figura 35.

Figura 35 – Questão 28 da prova e proposta de reformulação.

28. Calcule o comprimento de um arco AB definido em uma circunferência de raio 8 cm por um ângulo central AÔB de 120°.	Determine a distância aproximada percorrida por cada uma das cadeiras de uma roda-gigante de 8 metros de raio, se ela efetuar: a) uma volta completa. b) parte de uma volta, correspondendo a 120 graus.

Fonte: Autor.

Em suma, a escolha das questões limitou bastante as possibilidades de questionamentos a serem formulados a partir das respostas dos estudantes, com vistas a oportunizar reflexões e reformulações em direção a elaborações mais completas e mais estruturadas. Uma análise crítica torna-se uma tarefa fundamental para o professor que investiga sua própria prática e busca tornar a avaliação uma oportunidade de aprendizagem tanto para seus estudantes quanto para ele mesmo.

Ao encontro dessa perspectiva, FERREIRA (2012) apresenta em seu trabalho um referencial para “leitura” de tarefas de matemática presentes em um livro didático, com vistas a obter um panorama da tipologia dessas tarefas, bem como analisar suas potencialidades e limitações. Concordamos com a autora quando esta aponta que “uma tarefa por si só ‘não tem vida própria’”, uma vez que "ela depende também do 'contexto prático' em que é empregada, do tratamento e situação em que o professor trabalha com ela" (FERREIRA, 2012, p.84).

5.2 Avaliação e Currículo: Alguns Apontamentos

Para Van Den Heuvel-Panhuizen (1996), há um consenso mundial de que os currículos tradicionais deixaram de cumprir as exigências de hoje e que, juntamente com a avaliação, precisam mudar. Esses novos pontos de vista acerca dos objetivos da Educação Matemática, na perspectiva de contribuir para que os estudantes tornem-se matematicamente letrados, tornam necessária uma discussão tanto em relação a métodos diferentes de avaliação quanto aos

> conteúdos considerados básicos ou mínimos para cada uma das séries ou ciclos e que se encontram presentes nos inúmeros programas das secretarias dos ensinos municipal e estadual [...] ou, ainda aqueles presentes nos inúmeros planos de curso de professores e professoras das redes pública e privada de todo o país que, não esporadicamente, orientam suas práticas educativas priorizando e avaliando os conteúdos sugeridos no livro didático adotado (OLIVEIRA; PACHECO, 2008, p. 124).

Segundo esses autores, faz-se necessário que caminhem juntos uma reflexão em torno das questões curriculares e também em relação às tendências de mudanças dos mecanismos e instrumentos clássicos de avaliação. Nesse sentido, entendemos ser imprescindível atrelar à discussão acerca de avaliação uma discussão a respeito do próprio currículo escolar.

Em sua etimologia, a palavra currículo remete à ideia de "curso", o que, no contexto educacional, pode ser entendido como o conteúdo apresentado para o estudo (COSTA, 2011). Essa noção mais geral de currículo, associada a uma lista de conteúdos e objetivos ou questões relativas a procedimentos, técnicas e métodos, tem sido bastante contestada, uma vez que a própria definição de currículo varia segundo a perspectiva na qual é formulada.

Para ele, enquanto as chamadas teorias tradicionais aceitam o *status quo* acerca dos conhecimentos e saberes (escola como reprodutora dos valores da classe dominante), dando por respondida a questão "o que ensinar?", as teorias críticas (que concebem o currículo como uma construção social, cuja finalidade se dá a partir da ideia de universalização) e pós-críticas (baseadas numa discussão a respeito do multiculturalismo) focam primordialmente na questão “por que ensinar?”.

Conforme aponta Sacristán (1998, p. 138), enquanto processo social, o currículo “cria-se” a partir de múltiplos contextos que interagem entre si: os documentos curriculares (currículo previsto e regulado); os livros-textos, os guias-didáticos e materiais diversos (currículo para ser consumido); as programações ou planos que as escolas fazem (currículo no contexto das práticas organizativas); as tarefas de aprendizagem que os estudantes realizam, “das quais extraem a experiência educativa real” e “que podem ser analisadas nos cadernos e na interação da aula e que são, em parte, reguladas pelos planos ou programação dos professores/as” (currículo em ação); e, por fim, o que os professores exigem em seus exames ou avaliações, como exigem e como o valorizam.

Para o autor, são os dois últimos níveis de análise (o currículo em ação e a avaliação posta em prática pelo professor) que caracterizam o “conteúdo real da prática educativa, porque é onde o saber e a cultura adquirem sentido na interação e no trabalho cotidianos” (SACRISTÁN, 1998, p. 138).

> Um retrato mais real do que é a prática nos darão os planos que as equipes de professores/as elaboram numa escola ou os que estes professores/as fazem em suas aulas para seus alunos/as. Os trabalhos acadêmicos que estes realizam, *os exames que o professor/a impõe*, nos quais se valorizam certos conhecimentos adquiridos e reproduzidos de forma singular, ou os que se valorizam em *provas externas*, serão um indicador muito decisivo para saber o que se sugere e obriga a aprender e como fazê-lo (SACRISTÁN, 1998, p. 139, grifos nossos).

Nessa mesma direção, para Oliveira e Pacheco (2008, p. 125), as

> aulas reais, aquelas que estão acontecendo nas escolas, com seus acasos, incertezas e inevitáveis diálogos com o cotidiano fornecem material sobre o qual os professores podem debruçar-se no desenvolvimento e na promoção de alterações na proposta curricular e nos mecanismos de avaliação da aprendizagem.

Para eles, um desafio que se coloca hoje para as escolas é superar a restrição do trabalho pedagógico àquilo que será avaliado pelas provas e mesmo pelos sistemas de avaliação unificados. Afinal, o que se observa no Brasil atualmente é a “implementação de processos de avaliação generalizados para todos os níveis de escolarização, bem como o uso desses processos como mais uma forma de controle do trabalho pedagógico”. Isso tem “levado professores, escolas e alunos a se preocuparem buscando adaptação às exigências dos exames nacionais para evitar o fracasso e as inúmeras consequências dele sobre todos” (OLIVEIRA; PACHECO, 2008, p. 123).

É por meio da incorporação de outros conteúdos, de tarefas mais abrangentes para além dos conteúdos mínimos e, “sobretudo, o desenvolvimento de processos de aprendizagem não restrita aos ‘mínimos’ pode evitar que conteúdos clássicos tornem-se não um mínimo, mas os únicos a serem trabalhados” (OLIVEIRA; PACHECO, 2008, p. 124-125).

Ao investigar o trajeto histórico dos processos de avaliação no ensino de Matemática, Valente (2008) oferece-nos subsídios que permitem compreender como esses processos influenciam na própria organização dos sistemas escolares e como contribuem para que esse conteúdo “mínimo” acabe por se tornar o único trabalhado nas salas de aula “reais”.

Recuando a 1827, ano da criação dos Cursos Jurídicos no Brasil, vemos o surgimento dos ditos cursos preparatórios e com eles os “pontos do exame”, editados pelo Colégio Pedro II em 1828. Foram esses pontos dos exames parcelados que organizaram toda a Matemática escolar e seu ensino, tornando-se referência para a elaboração da própria literatura escolar.

Nesse sistema, essa preparação se dava por meio de apostilas elaboradas a partir das listas de pontos, e “saber de cor” cada um deles era o modo de ser bem-sucedido no ingresso aos cursos superiores. Assim, “o trabalho pedagógico do professor de matemática consistia, então, em fazer com que seus alunos fixassem os pontos”. O professor de matemática assim “permaneceu e sedimentou sua prática por mais de cem anos!” (VALENTE, 2008, p. 16), prática essa que se arrasta até os dias atuais.

Ao apresentar uma discussão quanto às tendências do ensino de trigonometria no Brasil, Nacarato et al (2007, p. 90) apontam para uma manutenção desse caráter propedêutico no Ensino Médio. Para as autoras, tal fato é evidenciado principalmente no ensino privado brasileiro, que “parece desconsiderar todas as orientações curriculares oficiais e centra sua atenção nos vestibulares". Ao produzir seu próprio material, desvinculam-se das orientações oficiais e acabam priorizando procedimentos, em detrimento de conceitos trigonométricos.

Por meio da análise de documentos curriculares e livros didáticos de diferentes décadas do século XX, Nacarato et al (2008) identificaram três tendências presentes no ensino de trigonometria no Brasil segundo diferentes enfoques (geométrico, da geometria vetorial e de funções circulares), e de acordo com o momento histórico em que são privilegiados.

Sempre presente em todos os programas editados pelo Colégio Pedro II (editados do fim do século XIX até meados da década de 30), a trigonometria era sempre precedida pelo ensino de geometria plana e espacial. Revela-se a integração entre essas áreas por meio de um modelo dedutivo com teoremas trigonométricos sendo demonstrados com subsídios da geometria. Até por volta da primeira metade do século XX, constata-se também forte influência de aspectos da gênese da trigonometria, com ênfase em questões históricas, principalmente com referência às obras de Hiparco e Ptolomeu. Seu estudo previa o estudo de "definições das linhas trigonométricas; uso de tábuas trigonométricas; redução ao primeiro quadrante; resolução de triângulos retângulos e resolução de triângulos quaisquer" (NACARATO et al, 2008, p. 75).

Em 1929, é editado o último programa publicado pelo Colégio Pedro II, apresentando características diferenciadas em relação às anteriores no que se refere ao ensino da trigonometria. Possivelmente influenciada por ideias a respeito da necessidade de um ensino experimental e de uma Matemática aplicada, a tendência a relacionar a Matemática com o campo das ciências físicas e naturais resulta na inclusão do ensino de vetores na escola secundária. "Os livros didáticos do período incorporam essas orientações para o ensino de trigonometria, ou seja, este deveria ser precedido do ensino de vetores e todas as definições básicas da trigonometria são exploradas por meio de vetores" (NACARATO et al, 2008, p. 84). Embora o foco na introdução da trigonometria fosse a geometria vetorial, permanece ainda nos livros didáticos das décadas de 30 a 50 de elementos históricos.

A incorporação das ideias da Matemática Moderna a partir da década de 60 apresenta um ensino de trigonometria

> impregnado das noções de funções e conjuntos e passa a ter uma abordagem mais voltada à realização de exercícios, excessiva preocupação com a linguagem matemática e com técnicas de resolução, em detrimento da elaboração conceitual. Todos os livros didáticos do período retratam essas influências e [...] tornaram-se os maiores divulgadores das ideias renovadoras (NACARATO, 2008, p. 87-88)

A chegada da década de 80, e com ela o fracasso da Matemática Moderna, provoca uma mudança nos livros didáticos, e a parte relativa à trigonometria deixa de ser designada como funções circulares e aparece precedida pelo estudo de triângulos. Essa

> característica faz com que interpretemos que, nas décadas de 1980 e 1990, a trigonometria voltou a ter um enfoque geométrico. No entanto, esse enfoque é diferente daquele do início do século, pois este pode ser considerado geométrico a partir do momento em que todo conteúdo trigonométrico é desenvolvido com base no triângulo retângulo. No entanto, tal enfoque se faz presente apenas na introdução do tema, pois, a partir da exploração do círculo trigonométrico, não há preocupação em buscar subsídios na Geometria para demonstrar/provar as propriedades trigonométricas. No entanto, continua existindo uma mescla de princípios das atuais tendências com princípios do Movimento da Matemática Moderna (NACARATO, 2008, p. 90).

Enquanto alguns autores de livros didáticos buscam uma abordagem mais voltada à resolução de problemas, e outros resgatam elementos epistemológicos do desenvolvimento da trigonometria, para Nacarato et al (2008, p. 90), a grande maioria “parece não ter um eixo norteador para as abordagens pedagógicas” e “vem se pautando pelo excesso de transformismos algébricos, destituídos de significado para o aluno”.

Embora não tivesse sido capaz de fazê-lo no momento de aplicação da prova em fases, hoje reconheço nas questões que compuseram a prova em fases essa falta de um “eixo norteador”. Por um lado, questões como as de números 1, 5, 8, 9, 11, 19, 21 e 22, que remetem à trigonometria no triângulo retângulo, refletem tentativas de “contextualização” por meio de (pseudo) aplicações (algumas delas frustradas, como já discutido). Por outro, as questões 2, 6, 14, 15, 18, 23 e 27, que exploram o ciclo trigonométrico, mobilizam habilidades isoladas e procedimentos de rotina e que, no fundo, deixam de ter qualquer significado quando dispomos de uma calculadora e uma tabela trigonométrica. Livros didáticos estão “recheados” de questões desse tipo.

Enquanto um *grande sistema de medidas*, a trigonometria pode oferecer ao professor subsídios para a proposição de tarefas que oportunizem de fato a *matematização* de situações, incluindo o desenvolvimento de modelos e estratégias. Uma possibilidade é resgatar a história da trigonometria por meio da proposição de problemas acessíveis e convidativos, e que possibilitem ao estudante *reinventá-la* (FREUDENTHAL, 1979). Também se podem apresentar situações que envolvam a determinação de distâncias inacessíveis objetivando encontrar pontos de partida para elaboração de *rotas de reinvenção* (GRAVEMEIJER; TERWEL, 2008). Conforme apontam Trotta el al (1979), a própria palavra trigonometria refere-se à ideia de calcular distâncias inacessíveis por meio da semelhanças de triângulos imaginários. Por exemplo, a tarefa de determinar uma distância inacessível ou de difícil acesso (como a altura de um poste ou de largura de um rio, por exemplo) pode ser bastante convidativa e estimulante aos estudantes. Além de incitar diferentes estratégias, pode possibilitar a eles *mostrar o que sabem*, mais do que simplesmente revelar o que ainda não sabem (VAN DEN HEUVEL PANHUIZEN, 1996). A reformulação da Questão 1 (Figura 28) é um exemplo disso.

Com auxílio de duas ripinhas de madeira articuladas por um parafuso e de um transferidor, Trotta et al (1979) sugerem a construção de um modelo que permite estimar, grosseiramente, a altura de um poste. Da necessidade de se aprimorar a técnica e de “encurtar” o processo para diferentes ângulos, sugere-se a criação de uma tabela que apresente diversos ângulos seguidos dos valores de “constantes” características (na verdade, a tangente do ângulo). As imprecisões oriundas dessa técnica remetem ao trabalho do matemático grego Hiparco na construção da primeira tabela trigonométrica. Tais situações podem servir como “inspiração” para professores elaborarem *rotas de reinvenção* para o estudo de conceitos trigonométricos.

É fundamental destacar que os conceitos de trigonometria não se resumem apenas às suas aplicações diárias mais imediatas. Lima et al (1997) lembram-nos que as funções trigonométricas constituem um tema importante tanto por suas aplicações como pelo papel central que desempenham na Análise. Embora seu objeto inicial fosse o tradicional problema de resolução de triângulos, posteriormente (com a criação do Cálculo Infinitesimal, e do seu prolongamento, a Análise Matemática), surgiu a necessidade de atribuir às noções de seno, cosseno e suas associadas tangente, cotangente, secante e cossecante o status de função real de uma variável real. Assim, por exemplo, ao lado de $sen\hat{A}$, o seno do ângulo $\hat{A}$, tem-se também $sen\alpha$, o seno do número real α.

Esses autores lembram-nos também que a importância das funções trigonométricas foi grandemente reforçada com a descoberta de que toda função periódica é uma soma (finita ou infinita) de funções do tipo $A\cos(nx) + Bsen(nx)$, o que deu origem à Análise de Fourier. Tais fatos justificam a necessidade de se propor ao estudante do Ensino Médio situações que demandam matematização dentro da própria Matemática. Um exemplo disso é a "descoberta" de relações trigonométricas dos senos e cossenos da soma e da diferença (por exemplo, como proposto em Trota el al (1979)), ao invés de sua mera "apresentação" desprovida de qualquer significado, seguida dos tradicionais problemas de "aplicação", como em geral encontramos na maioria dos livros didáticos. A reformulação da Questão 13 (Figura 34) é um exemplo de tarefa desse tipo.

Uma concepção de trabalho pautada na *reinvenção* dos conceitos trigonométricos vai ao encontro das orientações curriculares nacionais, expressa por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1999), segundo o qual, o estudo da trigonometria deve estar ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo das identidades e equações para enfatizar aspectos importantes das funções trigonométricas e seus gráficos. Aponta ainda que deve-se pautar o trabalho na resolução de problemas que envolvam medições (em especial cálculo de distâncias inacessíveis e na construção de modelos para fenômenos periódicos).

Salientamos que, embora não seja nosso objeto de investigação, essas reflexões buscam aproximar a temática avaliação com as discussões acerca de currículo e, em especial, essa breve sistematização do conteúdo trigonometria pode fornecer subsídios para que professores em formação inicial e continuada possam avaliar criticamente as tarefas que propõem aos estudantes tanto em momentos de aula quanto em situações de avaliação. Mais do que isso, reconhecer em nossas próprias práticas avaliativas elementos que remetam a fazer com que nossos alunos "fixem os pontos" para a prova. Repensar nossas práticas avaliativas pode ser um primeiro passo na busca de romper com uma cultura escolar de ensino da Matemática que prioriza o "cumprir o programa" e "dar todo o conteúdo" (cultura essa extremamente arraigada na minha própria formação enquanto professor) para uma cultura de aprender matemática com compreensão.

5.3 Um Repensar Da Prática Avaliativa

No cotidiano escolar, a avaliação é parte do trabalho dos professores e tem por objetivo proporcionar-lhes subsídios para as decisões a serem tomadas a respeito do processo educativo. Entendemos que, mais que um instrumento de medida e de classificação que, ao término de uma etapa, "informa" aos estudantes um resultado, a avaliação deve tornar-se um instrumento de formação tanto para o estudante quanto para o professor. Ao invés de uma simples verificação do rendimento escolar, quantificada e traduzida na nota final do estudante, a avaliação deve se fazer presente no processo educativo, entre outros, tanto como meio de diagnóstico dos processos de ensino e de aprendizagem quanto como instrumento de investigação da prática pedagógica, sempre com uma dimensão formativa.

Nesse contexto, refletimos a respeito de uma experiência na qual buscou-se tornar a avaliação parte dos processos de ensino e de aprendizagem, exercendo-a ao longo de toda ação de formação, tornando-a contínua, passando da meta de identificar se os estudantes "adquiriam" conhecimentos que lhes foram propostos para a meta de preparar, orientar, aperfeiçoar a ação do estudante e do próprio professor.

Adotar essa perspectiva formativa da avaliação levou-nos a encará-la como integrada à ação de formação, incorporada ao próprio ato de ensino. Nas palavras de Hadji (1994, p. 63), buscamos repensar formas da avaliação visando

> contribuir para melhorar a aprendizagem em curso, informando o professor sobre as condições em que está a decorrer essa aprendizagem, e instruindo o aprendente sobre o seu próprio percurso, os seus êxitos e as suas dificuldades.

Nesse sentido, compreender a avaliação e executá-la como um projeto intencional e planejado no cotidiano das aulas implicou, entre outras coisas, pensar os instrumentos de avaliação, em especial a prova em fases, e redefini-la de acordo com as possibilidades teórico metodológicas que oferece para avaliar.

A atitude de pesquisador "em constituição" levou-me a tomar a própria experiência como pano de fundo para reflexões da minha prática avaliativa, exigindo um posicionamento crítico diante daquilo que havia sido experienciado. Apresentei assim uma análise da prática vivenciada enquanto "professor", porém com olhos de "pesquisador".

Esse repensar da prática avaliativa aparece ao longo de todo processo de organizar as tramas que culmiram com a elaboração desse texto. Meu descrédito inicial com a utilização da prova em fases revela mais que um "descontentamento" com o instrumento por si só, mas uma perspectiva de avaliação limitada a uma vertente puramente "de rendimento". O aparente fracasso com a prova em fases e a busca por razões que justificassem tal fracasso levou-me a repensar o modo como eu estava avaliando os estudantes.

O "apostar todas as fichas" na prova em fases enquanto instrumento que promoveria a "salvação" da avaliação esbarrou na minha própria concepção de avaliação. Para mim, "caem como uma luva" as palavras de Barlow (2006, p. 165): "a 'virtude' formativa não está no instrumento, mas sim, se assim se pode dizer, no uso que dele fazemos, na utilização das informações produzidas graças a ele". Efetivamente, não posso dizer que fiz o "melhor" uso possível da prova em fases naquele momento, porém enxergo um enorme aprendizado graças às informações a partir dela produzidas.

Por que os estudantes não "compraram a ideia"? Ora, a própria resistência ao novo pode ter sido uma das razões. Num modelo de escola calcado numa função certificadora de avaliação, os estudantes naturalmente acabam por "ajustar-se" àquela que se mostra como a sequência "natural" das coisas: ao fim de uma sequência de ensino, o professor aplica uma prova que lhe permite verificar quais competências foram atingidas, informação essa quantificada por meio de uma nota, informada e selada como fim de uma etapa de trabalho.

A utilização da prova em fases colocou "em xeque" esse modelo de avaliação na qual os estudantes já estavam moldados. Em primeiro lugar, porque a prova já era conhecida. Assim como eles sentiam-se desconfortáveis com esse fato, pois não sabiam bem como estudar para uma prova que já conheciam, eu acabava por orientar minhas aulas com vistas a “prepará-los” para resolver a prova.

A possibilidade de fazer e refazer as questões da prova quantas vezes fossem necessárias, oportunidade genuína quando se fala em *feedback* num contexto de avaliação formativa, mostrou-se bastante limitada naquele momento. Por um lado, a “releitura” das questões da prova, propiciada por meio da análise da produção escrita dos estudantes, mostrou que os questionamentos que eu havia apresentado ao lado de suas resoluções eram bastante limitados, e em pouco contribuíram na direção de possibilitar aos estudantes reconhecer e corrigir seus erros. O aprimoramento dessa “arte de fazer perguntas” deve ser um exercício constante na prática do professor que busca tornar a avaliação uma oportunidade de aprendizagem aos seus estudantes.

Por outro lado, a escolha das questões que compuseram a prova dificultou a elaboração de questionamentos que levassem os estudantes a refletir a respeito de suas resoluções. Um olhar mais cuidadoso mostrou que uma minoria delas apresenta características de “bons” problemas de avaliação. Desse modo, muitas vezes dificultavam, ou mesmo limitavam, as possibilidades de intervenção por meio de questionamentos. Praticamente envolviam estratégias e procedimentos limitados à memorização e reprodução de algoritmos vistos em aula, tolhendo qualquer possibilidade dos estudantes mostrarem-se como sujeitos ativos de seus processos de aprendizagem.

Além disso, a própria imposição de um contrato de trabalho no que concerne à utilização do instrumento de avaliação contribuiu para o sentimento de “fracasso”. Não houve nenhum tipo de negociação com os estudantes no sentido de combinar procedimentos para a realização da prova em fases. As regras vieram prontas e, enquanto professor, não me permiti alterá-las mesmo tendo percebido que as coisas não estavam “andando bem”.

O estabelecimento de um contrato de avaliação não significa que o professor ficará simplesmente à mercê da vontade dos estudantes. Implica, sim, em explicitar as “regras do jogo”, nas palavras de Hadji (1994). A simples informação de que as questões não seriam corrigidas ao fim da terceira etapa (no sentido de apontar quais estavam “certas” e quais estavam “erradas”) possivelmente teria evitado uma série de momentos de “stress” sentidos ao longo da prova. As próprias dificuldades que senti para corrigir as provas poderiam ter sido amenizadas, se os estudantes tivessem clareza da importância de não alterar suas resoluções fora do espaço em branco da prova, como havia sido “informado” na primeira fase da prova. Além disso, a clareza dos critérios de avaliação adotados poderia ser uma “dose” de motivação para que os estudantes buscassem refletir a respeito dos questionamentos ao longo de suas resoluções.

Afinal, o que eu teria feito diferente? Bem, não só teria, como já o fiz (inclusive por mais de uma vez). Passada a “frustração” com a proposta implementada junto ao segundo ano do curso Técnico, “aventurei-me” a uma vez mais utilizar a prova em fases no primeiro semestre de 2011, agora em uma turma de Cálculo Diferencial e Integral I do curso de Tecnologia em Processos Químicos da UTFPR, e outra vez mais com turma da mesma disciplina no segundo semestre de 2011, no curso de Licenciatura em Química.

Em relação à proposta “piloto” descrita e analisada, algumas opções mostraram-se bastante “frutíferas” nas novas experiências:

- a organização da prova, no sentido de incluir questões que mobilizem diferentes níveis de competências propostos por De Lange (1999) e Shannon (1999), que possibilitem aos estudantes demonstrar aquilo que sabem, que possam ser resolvidas por meio de diferentes estratégias, e que atendam às características apontadas por Van Den Heuvel-Panhuizen (1996) para “bons” problemas de avaliação;
- a apresentação de questionamentos ao lado das resoluções ao final de cada uma das fases da prova, no sentido de oportunizar ao estudante um *feedback* mais frequente de sua produção nas questões;
- o informe da nota parcial atingida pelo estudante ao final de cada fase da prova. Embora se trate ainda de uma informação quantificada, é essa nota que ainda “motiva” o estudante no contexto escolar;
- uma efetiva utlização das informações provenientes de cada fase da prova no sentido de repensar e adaptar o encaminhamento

das minhas aulas;

- uma busca constante em “gerir” os erros encontrados nas resoluções, no sentido de elencar possíveis razões que lhe deram origem, e buscando explorá-las ao longo das aulas, mas também procurando inferir aquilo que revelavam dos conhecimentos dos estudantes.

Não se pode ignorar, porém, que a experiência “piloto” vivenciada tenha certa “pureza”, na medida em que a prova foi constituída por questões usuais, possivelmente que muitos outros professores escolheriam para compor uma prova, e foi utilizada em uma sala de aula usual, a partir do encaminhamento usual das aulas de muitos professores: exposição dos conteúdos, seguida da resolução de exercícios e de uma prova. Desse modo, expõe uma experiência que facilmente pode ser reconhecida por qualquer professor “usual” e certamente instigar pelo menos alguns deles a refletir acerca de suas próprias práticas avaliativas.

Ao discutir as várias dimensões da avaliação escolar, Barlow (2006, p. 126) aponta que as inúmeras características parecem dilacerá-la (a avaliação) em apelos muitas vezes contraditórios, chegando muitas vezes a serem paradoxais. Lembra-nos, porém, que a busca pelo equilíbrio entre os diferentes eixos de tensão é que assegura o dinamismo no sistema. Conclui dizendo que, aquele que “imagina ter descoberto o modo de emprego definitivo, deixa de ser criativo”.

Na busca desse “equilíbrio” entre a avaliação “ideal” e a avaliação “real”, percebo que cada nova experiência de utilização da prova em fases mostra-se um novo aprendizado, e novos elementos surgem no sentido de aprimorar não só o instrumento, mas também minhas próprias práticas pedagógicas. E mostram também a inexistência de um modo único de avaliar, e muito menos a existência de um modelo “perfeito” para fazê-lo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao contrário daquilo que vivenciei ao longo da graduação e mesmo do meu projeto de mestrado, ao iniciar a investigação que deu origem a esta tese de doutorado, parti sem um caminho objetivamente delineado, porém com a expectativa de que, de algum modo, ao final dela considerar-me-ia mais próximo de ser um "educador matemático". Pois bem, o trajeto foi longo e permeado por inquietações, dúvidas, questionamentos, decepções, mas também por muitos aprendizados.

O ato de avaliar passou a ter para mim outros sentidos, além daquele com o qual minhas experiências estavam habituadas. Pensar a avaliação não só em sua função certificadora, mas também em suas perspectivas orientadora e reguladora requereu ir além de "verificar" se os estudantes dominavam certo conhecimento para buscar alternativas com vistas a guiá-los constantemente em seus processos de aprendizagem.

Como membro do GEPEMA, senti-me a cada encontro desafiado a "quebrar tabus" e levar para minha prática pedagógica as ideias que eram debatidas. Repensar a avaliação numa perspectiva de prática de investigação e oportunidade de aprendizagem dependeu de uma mudança na própria concepção da matemática como ciência pronta e acabada para uma matemática dinâmica que reflete processos de organização da realidade.

Acredito ser hoje um "melhor" professor, que entende o conhecimento como algo elaborado por meio de interações sociais e das relações que os estudantes estabelecem entre os objetos da Matemática e seus cotidianos, entre eles e outras disciplinas e diferentes contextos. Vejo-me como um professor que deixou

> de se pautar na ideia de avaliação como um conjunto formado por provas e/ou trabalhos, usados apenas para medir os resultados do rendimento escolar, para transformá-los em instrumentos em favor da aprendizagem, que fornecem pistas sobre o processo de matematizar dos estudantes e as intervenções necessárias (MENDES; TREVISAN; BURIASCO, 2012, p. 9).

Ao longo das aulas, tenho buscado aproximar-me de uma perspectiva de trabalho que busca integrar as atividades de ensino e de avaliação, e na qual os estudantes são tomados como participantes ativos do processo educacional.

A respeito da prova escrita... bem, não atingi um “estado de espírito” que permita libertar-me desse instrumento o suficiente para que possa dispensá-lo de minhas aulas. Ao contrário, por estar consciente de suas limitações, tenho me empenhado em buscar suas potencialidades que os estudos em avaliação permitiram-me enxergar. Sem a pretensão de esgotá-las, listo algumas das práticas avaliativas que hoje tenho adotado em minhas aulas nas diferentes disciplinas que tenho ministrado nos cursos técnicos e superiores da UTFPR nesses últimos semestres, e que refletem uma “nova” concepção de avaliação:

- reelaboração de propostas para utilização da prova em fases, conforme já descrito anteriormente;
- substituição das consagradas “listas de exercícios”, frequentemente presentes em disciplinas matemáticas dos cursos superiores, por tarefas de investigação que envolvam problemas flexíveis, elásticos e que possam ser resolvidas por diferentes caminhos. A proposição de tarefas individualizadas tem contribuído para inviabilizar o “rito” de cópia de resoluções de listas de exercícios tão impregnada no mundo universitário;
- eliminação das tradicionais “provas de recuperação” e “exames finais” por propostas de tarefas individualizadas e pulverizadas ao longo do curso, em função das dificuldades apresentadas nas provas escritas. Algumas vezes essas tarefas funcionam como uma segunda, terceira, quarta,... fase da prova escrita inicial, na qual, por meio de questionamentos, os estudantes são instigados a refazer e aprimorar suas soluções anteriores;
- busca constante por oferecer aos estudantes um genuíno *feedback* dos seus trabalhos, instigando-os a adotarem uma postura positiva frente aos seus erros, questionando-os e apresentando pistas de orientação;
- explicitação dos critérios de avaliação de uma dada tarefa antes do seu início, buscando constantemente corresponsabilizar os estudantes em seu processo avaliativo;

- utilização de outros instrumentos de avaliação que, combinados com a prova escrita, possibilitam-me "recolher" informações dos processos de aprendizagem dos estudantes, com vistas a preparar, orientar, aperfeiçoar suas ações, e ao mesmo tempo repensar minha própria prática pedagógica. Incluem-se aqui: diários de aula, projetos computacionais, mapas conceituais, tarefas de investigação, tarefas de modelagem matemática, seminários.

A adoção de outras práticas avaliativas foi (e continua ainda) um grande desafio para mim, assim como tem sido para meus estudantes, já que muitas vezes entram em conflito com tradições pedagógicas já instituídas, chegando mesmo a ser vista como "ameaça" aos modelos de universidade, de aula, de professor e de estudante tradicionalmente produzidos.

Por mais simples que possam parecer essas ações elencadas, a cada dia percebo o quão distante delas estão muitos professores com os quais convivo no meu dia a dia. Os "mitos" e "ritos" escancarados por Barlow (2006) mostram-se com frequência presentes no contexto educacional, e impedem que esses professores vislumbrem essas ações como possibilidades efetivas de reorientar sua própria prática pedagógica.

No que diz respeito às possíveis influências dessas mudanças nos processos de aprendizagem dos estudantes, alguns resultados observados são ainda bastante "empíricos" e indicam a necessidade de novas pesquisas. Em especial, experiências que envolvam a efetiva utilização de diferentes instrumentos de avaliação no contexto do Ensino Superior nas disciplinas da área de Matemática são bastante escassas, o que torna essa uma área bastante promissora para pesquisas futuras.

Atrelado a isso, apontamos nosso interesse em aprofundar os estudos buscando na literatura autores que tratam da investigação a respeito da própria prática. Destacamos que essa necessidade surge a partir do desenvolvimento do próprio trabalho, não sendo uma meta tomada inicialmente a ele.

Não foi possível explorar neste texto tudo que a experiência com a prova em fases possibilitaria interpretar. Cada novo leitor atento elencaria pelo menos um outro olhar segundo seus próprios "óculos", e certamente muitas outras questões de pesquisa podem dela emergir. Arrisco-me (sinto estar arriscando-me demais desde o início deste texto...) a antecipar que não tenho pretensões em utilizar como objeto de novas pesquisas os protocolos oriundos dessa experiência. Correria o risco, numa ânsia por buscar novas interpretações, chegar a conclusões deslocadas de uma efetiva "realidade educacional" (afinal, quase três anos passaram-se entre a aplicação do instrumento e o "amadurecimento" necessário à conclusão desta tese). Ao contrário disso, entendo que as ações em andamento na UTFPR oportunizarão a definição de "novos" objetos e a constituição de "novos" e mais "robustos" protocolos de pesquisa.

Sinto-me satisfeito por ter interpretado tudo o que se mostrou possível até esse momento e estar constituindo-me um professor investigador da própria prática, possibilitando assim partir em busca de novos horizontes.

REFERÊNCIAS

AÇÃO. In: ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ROLDÃO, M. do C. A Mudança Anunciada da Escola ou um Paradigma de Escola em Ruptura?. In: ALARCÃO, I. (Org.). **Escola Reflexiva e Nova Racionalidade**. Rio Grande do Sul: ARTMED, 2001. p. 115-134.

ALMEIDA, V.L.C. de. **Questões não-rotineiras:** a produção escrita de alunos da graduação em matemática. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

ALVES, R. M. F. **Estudo da produção escrita de alunos do Ensino Médio em questões de matemática**. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

ALVES-MAZZOTTI, A.J. **O método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2004.

BARBOZA, W. de L; TREVISAN, A.L; AMARAL, R. G. do. Oficina de Avaliação: a difícil tarefa de avaliar com qualidade. In: III Seminário Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia, 2012, Ponta Grossa. **Anais**... Ponta Grossa: UTFPR, 2012. Disponível em:<http://www.sinect.com.br/2012/selecionados.php>. Acesso em: 25 ago. 2012.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 3. ed. Lisboa: Edições 70, 1977.

BARLOW, M. **Avaliação escolar**: mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BEZERRA, G. C. **Registros escritos de alunos em questões não-rotineiras da área de conteúdo quantidade**: um estudo. 2010. Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Ed. Porto, 1994.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BRASIL. MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais** (Ensino Médio). Brasília: MEC/SEF, 1997.

BURIASCO, R. L. C. de. **Avaliação em Matemática**: um estudo das respostas de alunos e professores. 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília.

BURIASCO, R. L. C. de. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n. 22, p.155-177, jul./dez. 2000.

BURIASCO, R.L.; CYRINO, M. C. C. T.; SOARES, M. T. C. **Manual para correção das provas com questões abertas de matemática** AVA – 2002. Curitiba: SEED/CAADI, 2004.

BORUCHOVITCH, E. Algumas Estratégias de Compreensão da Leitura de Aluno de Ensino Fundamental. **Psicologia Escolar e Educacional**, Campinas, v. 5, n.1, p. 19-26, 2001.

CASTRO, J.F. **Um estudo sobre a própria prática em um contexto de aulas investigativas de Matemática**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

CELESTE, L. B. **A Produção Escrita de Alunos do Ensino Fundamental em Questões de Matemática do Pisa.** 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

CIANI, A. B. **O realístico em questões não-rotineiras de matemática.** 2012. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

COSTA, J.C.O. **O currículo de Matemática no Ensino Médio do Brasil e a Diversidade de Percursos Formativos**. 2001. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo.

DALTO, J. O. **A produção escrita em matemática:** análise interpretativa da questão discursiva de matemática comum à 8ª série do ensino fundamental e à 3ª série do ensino médio da AVA/2002. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

DE LANGE, J. **Mathematics, Insight and Meaning**. Utrecht: OW &OC, 1987.

______. **Framework for classroom assessment in mathematics**. Utrecht: Freudenthal Institute and National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science, 1999. Disponível em: <http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/6279.pdf>. Acesso em: 12 jun. 2010.

_____. Mathematics for Literacy. In: MADISON, B. L.; STEEN, L. A. (Eds). **Quantitative Literacy**: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges. Princeton, New Jersey: National Council on Education and the Disciplines, 2003, p. 75 – 89.

ESTEBAN, M. T. Avaliar: ato tecido pelas imprecisões do cotidiano. In: GARCIA, R. L. (Org.). **Novos olhares sobre a alfabetização**. São Paulo: Cortez, 2001. p. 175-192. Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/23/textos/ 0611t.PDF>. Acesso em: 15 jun. 2010.

______. Avaliação e fracasso escolar: questões para debate sobre a democratização da escola. **Revista Lusófona de Educação**, Lisboa, n. 13, p. 123-124, 2009.

FERREIRA, P. E. A. **Análise da produção escrita de professores da Educação Básica em questões não-rotineiras de matemática**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

______. **Enunciados de tarefas de Matemática: um estudo sob a perspectiva da Educação Matemática Realística**. 2013. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

FIGUEIREDO, N. Realistic Mathematics Education: a different approach to learning and instruction. **Quadrante**, Lisboa, v.9, n.1, p. 87-107, 2000.

FREUDENTHAL, H. Matemática nova ou educação nova? **Perspectivas (**Portugal), v. 9, n.3, p. 317-328, 1979.

GARNICA, A. V. M. Pesquisa Qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis**, Bauru, v. 22, n. 1, p. 35-48, 2001. Disponível em:<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/ File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Vicente8.pdf >. Acesso em: 2 maio 2012.

GRAVEMEIJER, K. RME theory and mathematics education. In: TIROSH, D.; WOOD, T. (Eds). **Internacional handbook of mathematics education**: Vol.1. Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2008, p. 283 – 302.

GRAVEMEIJER, K.; TERWEL, J. Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. **Journal of Curriculum Studies**, Basingstoke, v. 32, n. 6, p. 777-796, 2000.

LIMA, E. L. et al. **A Matemática do Ensino Médio**. Rio de Janeiro: SBM, 1997. (Coleção do Professor de Matemática, v. 1).

LOPEZ, J.M.S. **Análise interpretativa de questões não-rotineiras de Matemática**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

MENINO, H.; SANTOS, L. Instrumentos de avaliação das aprendizagens em matemática. O uso do relatório escrito, do teste em duas fases e do portefólio no 2º ciclo do ensino básico. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 15., 2004, Lisboa. **Actas**... Lisboa: APM, 2004. p. 271-291.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. Campinas: Papirus, 1997.

NACARATO, A. M.; BREDAIOL, C.C.; PASSOS, M.P.F. Tendências presentes no ensino de Trigonometria no Brasil: uma abordagem histórica. In: MENDES, J. R.; GRANDO, R.C. (Org). **Múltiplos olhares**: matemática e produção de conhecimento. São Paulo: Musa Editora, 2007. p. 65-93.

NAGY-SILVA, M. C.; BURIASCO, R. L. C. de. A Análise da Produção Escrita em Matemática: Possível contribuição. In. BURIASCO, R. L. C. de. (Org.). **Avaliação e Educação Matemática**. Recife: SBEM, 2008. p. 29-53.

NAGY-SILVA, M. C. **Do Observável ao Oculto:** um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Lisboa: APM, 2007 (Tradução portuguesa da edição original de 2000).

NEGRÃO DE LIMA, R. C. **Avaliação em Matemática**: análise da produção escrita de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental em questões discursivas. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

OLIVEIRA, I.B. de; PACHECO, D. C. Avaliação e currículo no cotidiano escolar. In: ESTEBAN, M. T. **Escola, currículo e avaliação**. 3.ed. São Paulo: Cortez, 2008. p. 119-136.

PASSOS, A.Q; BURIASCO, R.L.C. de. **A prova em duas fases**: uma experiência na 1ª série do Ensino Médio. Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná. 2009. Disponível em:<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/ pde/arquivos/1505-8.pdf >. Acesso em: 22 mar. 2010.

PEDROCHI JUNIOR, O. **Avaliação como oportunidade de aprendizagem em matemática**. 2012. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

PEREGO, F. **O que a Produção Escrita Pode Revelar?** uma análise de questões de matemática. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

PONTE, J. P. Investigar a nossa própria prática. In: GTI (Org.). **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p. 5-28.

PONTE, J. P. *et al*. **Didática da Matemática – ensino secundário**. Lisboa: Ministério da Educação/Departamento do ensino secundário, 1997.134p. Disponível em:<www.dgidc.min-edu.pt/outrosprojetos/data/outrosprojectos/ Matematica/ Documentos/Brochuras_Secundario/didactica_completa.pdf>. Acesso em: 12 maio 2011.

REFLEXO. In: ABBGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

SACRISTÁN, J.G. O currículo: os conteúdos do ensino ou uma análise prática? In: SACRISTÁN. J.G; GÓMEZ, A.L.P. **Compreender e transformar o ensino**. 4. ed. São Paulo: ArtMed, 1998. p. 119-148.

SANTOS, E. R. dos. **Estudo da produção escrita de estudantes do Ensino Médio em questões discursivas não-rotineiras de Matemática**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

SANTOS, L. **A avaliação das aprendizagens em Matemática**: orientações e desafios. Disponível em:<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/msantos/Textolivro Paulo.pdf>. Acesso em: 30 abr. 2010.

SANTOS, S. A. Explorações da linguagem escrita nas aulas de matemática. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 127-141.

SEGURA, R. de O. **Estudo da Produção Escrita de Professores em Questões Discursivas de Matemática**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

SHANNON, A. **Keeping score**. National Research Council: Mathematical Sciences Education Board. Washington, DC: National Academy Press, 1999.

TREVISAN, A.L; BURIASCO, R.L.C. de. Algumas reflexões sobre a utilização de um instrumento de avaliação. In: SEMINÁRIO SOBRE OS IMPACTOS DAS POLÍTICAS EDUCACIONAIS NAS REDES ESCOLARES, 2011, Curitiba. **Anais**... Curitiba: UFPR, 2011. Disponível em:<http://www.ppgecm.ufpr.br/ Site_SIPERE/index.html>. Acesso em: 20 out. 2011.

TROTTA, F.; JAKUBOVIC, J.; IMENES, L.M.P. **Matemática Aplicada**. 1. série. 2. grau. São Paulo: Moderna, 1979.

UTFPR. **Regulamento da Organização Didático-Pedagógica dos Cursos da Educação Profissional Técnica de Nível Médio da UTFPR**. Curitiba, 2007.

UTFPR. **UTFPR:** inovação e geração de tecnologias. Disponível em: <http://www.utfpr.edu.br/a-instituicao>. Acesso em: 21 jul. 2011.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS. **Departamento de Matemática Aplicada**: formas de ingresso. Disponível em:<http://www.ime.unicamp.br/ ~webgrad/aplicada/page3.html>. Acesso em: 21 jul. 2011.

VALENTE, W.R. Apontamento para uma história da avaliação escolar em Matemática. In: VALENTE, W.R. (Org.). **Avaliação em Matemática**: história e perspectivas atuais. Campinas: Papirus, 2008. p.11-38.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Assessment and Realistic Mathematics Education**. Utrecht: CD-ß Press/Freudenthal Institute, Utrecht University. 1996.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

VIOLA DOS SANTOS, J. R.; BURIASCO, R. L. C. de. Da Idéia de Erro para as Maneiras de Lidar: Caracterizando nossos alunos pelo que eles têm e não pelo que lhes falta. In. BURIASCO, R. L. C. de. (Org.). **Avaliação e Educação Matemática**. Recife: SBEM, 2008. p. 87-108.

VIOLA DOS SANTOS, J. R.; BURIASCO, R. L. C. de; CIANI, A. B. A Avaliação como Prática de Investigação e Análise da Produção Escrita em Matemática. **Revista de Educação,** Campinas, v. 25, p. 35-45, 2008.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Plano de ensino da disciplina de Matemática

UTFPR UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ	**Universidade Tecnológica Federal do Paraná** Campus Apucarana Departamento de Ensino e Pesquisa **COTEM** - *Coordenação Curso Técnico Médio* *Curso de Educação Profissional de Nível Médio-Integrado:* Técnico em Vestuário	Código da Unidade Curricular: MA22A
	Plano de Ensino	Válido a partir de: 1º semestre 2010 Revisão:

Unidade Curricular	**Matemática II**
Curso de Educação Profissional Técnica de Nível Médio-Integrado: Técnico em Vestuário	
Ano	**2º**

Carga horária		
Carga horária da Unidade Curricular prevista no projeto do curso	96	Horas
Número de horas/aula de 50 minutos equivalente = (x horas x 1,2)	116	H/A

Unidades Curriculares relacionadas
Química II, Física II

Competências gerais pretendidas com a Unidade Curricular
Aprofundar os saberes Matemáticos, com procedimentos científicos pertinentes aos seus objetos de estudo, com metas formativas particulares, até mesmo com tratamentos didáticos específicos, aos processos de Design de Moda**.**

Bases Tecnológicas
Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo – Arcos Trigonométricos – Funções Circulares – Relações Trigonométricas Fundamentais – Equações Trigonométricas – Sequências: Progressão Aritmética e Progressão Geométrica.

Fundamentação Legal
Lei nº 9394, de 20/12/1996; Portaria do MEC nº 1005, de 10/09/1997. - Parecer CNE/CEB nº 17/97, de 03/12/1997. - Decreto nº 5154, de 23/07/2004. - Resolução CNE/CEB nº 04/99, de 22/12/1999. - Parecer nº 16, de 05/12/1999. - Parecer CNE/CEB nº 39/04, de 08/12/2004. - Resolução CNE/CEB nº 1, de 03/02/2005. - Resolução CEB nº 3, de 26/06/1998. - Parecer CNE/CEB 15/98 de junho de 1998. - Resolução COEPP nº 65/06, de 22/09/2006, aprova a Abertura do Curso de Educação Profissional Técnica de Nível Médio-Integrado: Técnico em Industrialização do Vestuário – *Câmpus* Apucarana.

	Universidade Tecnológica Federal do Paraná Câmpus Apucarana Departamento de Ensino e Pesquisa **COTEM** - *Coordenação Curso Técnico Médio* *Curso de Educação Profissional de Nível Médio-Integrado: Técnico em Vestuário*	Código da Unidade Curricular: MA21A
	Plano de Ensino	Válido a partir de: 1º semestre 2010 Revisão:

Competências	Habilidades	Bases Tecnológicas	Metodologia			
			NA	**TE**	**RD**	**FA**
Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões, etc.). Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos, baseado na trigonometria.	Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades. Selecionar estratégias de resolução de problemas. Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho. Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades. Interpretar e utilizar os conceitos de trigonometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes para situações do cotidiano. Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.	Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo. Arcos Trigonométricos.	30	1, 4, 5, 7,10, 14	4, 6, 7, 8, 9	1,2,6,7,8,9
		Relações Trigonométricas Fundamentais**.** Equações Trigonométricas.	20	1, 4, 5, 7, 10, 14	4, 6, 7, 8, 9	1,2,6,7,8,9
		Funções Circulares.	30	1, 4, 5, 7, 10, 14	4, 6, 7, 8, 9	1,2,6,7,8,9
		Sequências: Progressão Aritmética e Progressão Geométrica.	26	1, 4, 5, 7, 10, 14	4, 6, 7, 8, 9	1,2,6,7,8,9

Legenda (apresentar todas as siglas e abreviaturas utilizadas no Plano de Ensino)			
NA – Número de Aulas	**TE** – Técnicas de Ensino	**RD** – Recursos Didáticos	**FA** – Formas de Avaliação

TE – Técnicas de Ensino	1. Expositiva-dialogada / 2. Técnica de laboratório / 3. Técnica do estudo dirigido / 4. Técnica de trabalho em pequenos grupos / 5. Pesquisa / 6. Dramatização / 7. Projeto / 8. Debate / 9. Estudo de caso / 10. Seminário / 11. Painel integrado / 12. Visitas técnicas / 13. Brainstorming / 14. Outros: APS – Atividade Prática Supervisionada.
RD – Recursos Didáticos	1. Transparências / 2. Slides / 3. Videocassete / 4. Computador / 5. Mapas/catálogos / 6. Laboratório/oficina / 7. Impressos (apostila) / 8. Quadro de giz / 9. Outros: Diário de aula
FA – Formas de Avaliação	1. Prova objetiva / 2. Prova discursiva / 3. Prova oral / 4. Prova prática / 5. Palestra / 6. Projeto / 7. Relatório / 8. Seminário / 9. Outros: Diário de aula.

Referências Básicas (de acordo com a NBR-6023)
PAIVA, Manoel. **Matemática.** Volume Único. 2ª Edição. São Paulo, Moderna. 2004.
GENTIL, N. et al. **Matemática para o Segundo Grau.** São Paulo, Ática, 1998.
MATEMÁTICA: construção e significado. Volume 1. São Paulo: Moderna, 2008.

Referências Complementares (de acordo com a NBR-6023)
FACCHINI, Walter. **Matemática:** para a escola de hoje. Volume Único. São Paulo, FTD, 2006.
IEZZI, Gelson. et al. **Fundamentos da Matemática Elementar.** Volumes 3 e 4. São Paulo, Atual, 2003.
PACCOLA, H. e BIANCHINI, E. **Curso de Matemática.** Volume Único. 3ª Edição. São Paulo, Moderna. 2003.

APÊNDICE B - Termo de consentimento livre e esclarecido

T E R M O D E
CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Tendo em vista a necessidade de coleta de informações para o desenvolvimento da tese de doutorado no programa em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, Londrina/PR, sob responsabilidade do Prof. André Luis Trevisan, declaro que consinto que o mesmo utilize parcial ou integralmente os registros escritos de meu(minha) filho(a) ....

que constam nas provas de matemática, para fins de pesquisa, podendo divulgá-las em publicações, congressos e eventos da área com a condição de que ele(a) seja citado(a) apenas como participante da pesquisa, garantido o anonimato.

Além disso, comunico que possuo o direito legal de conferir tal permissão.

Declaro ainda que fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) quanto à investigação que será desenvolvida.

,   /05/2010.

Nome:...

Identidade n$^{o.}$: ....

ASS.:____

APÊNDICE C - Prova aplicada

(retirados espaços em branco para resolução)

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td>Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Apucarana
Departamento de Ensino e Pesquisa
COTEM - Coordenação Curso Técnico Médio
Curso de Educação Profissional de Nível Médio-Integrado:
Técnico em Vestuário</td><td>Código da Unidade Curricular:

MA22A
Matemática II</td></tr>
<tr><td>Aluno(a):</td><td>Professor: André Luis Trevisan</td></tr>
</table>

PROVA SEMESTRAL – Assunto: Trigonometria

Instruções:

Esta prova é composta por 28 questões que contemplam todo o conteúdo a ser trabalhado ao longo do 1º semestre desta disciplina. Será desenvolvida em SEIS etapas. VOCÊ é quem decide quais questões está apto a resolver em cada etapa, podendo refazê-las quantas vezes for necessário. Ao final deste período, todo conteúdo necessário à resolução das questões já terá sido trabalhado em sala. Para cada questão resolvida corretamente, você tem um acréscimo de **0,5** pontos à sua nota de prova. A primeira correção acontecerá ao fim da TERCEIRA etapa, e será atribuída uma nota, que corresponderá a sua nota de provas no 1º bimestre. Os pontos acrescentados da QUARTA até a SEXTA etapa corresponderão à nota do 2º bimestre. Se ocorrer de sua nota final exceder 10,0 pontos em algum dos bimestres, os pontos excedentes serão computados no outro.

Esta é uma prova individual e SEM consulta, sendo permitido o uso de calculadora. Caso necessite de rascunho, o mesmo será fornecido pelo professor e deverá ser entregue junto com a prova. **É proibido fazer qualquer tipo de anotação a respeito das questões existentes nesta prova**. Todas as questões DEVEM ser resolvidas À TINTA, acompanhadas de **cálculos que justifiquem as respostas** a cada uma delas. Bom trabalho!!!

Observação: Em casos de aproximação, utilize DUAS casas decimais.

Formulário:

Relação fundamental: $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$

Soma e subtração de arcos:

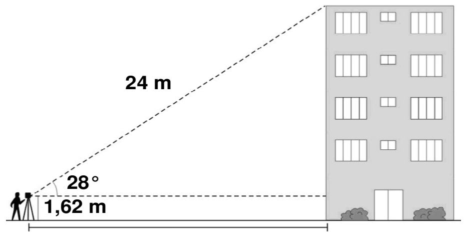
$$\operatorname{sen}(x \pm y) = \operatorname{sen}(x)\cos(y) \pm \operatorname{sen}(y)\cos(x)$$

$$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)$$

$$\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg}(x) \pm \operatorname{tg}(y)}{1 \mp \operatorname{tg}(x)\operatorname{tg}(y)}$$

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

1. Usando as razões trigonométricas pode-se calcular distâncias e a altura de edifícios sem precisar subir neles. Para isso, uma pessoa de 1,62 m de altura se posiciona a certa distância do prédio e vê o seu topo a um ângulo de 28°.



a) Usando as medidas que constam no desenho, qual é a altura aproximada do edifício?

b) A que distância essa pessoa encontra-se do prédio?

2. Dado $senx = \frac{12}{13}$, com $\pi/2 \le x \le \pi$, determine o valor da tgx.

3. Uma loja aluga carros a R$ 80,00 de taxa fixa mais R$ 2,00 para cada quilômetro rodado.

a) Calcule o aluguel do carro para uma rodagem de 67 km.

b) Quantos quilômetros foram rodados, se o cliente pagou R$ 190,00?

c) O valor do aluguel é em função da quantidade de horas em que o cliente permanece com o carro? Se sim, escreva a função.

d) O valor do aluguel é em função da quantidade de quilômetros rodados pelo cliente? Se sim, escreva a função.

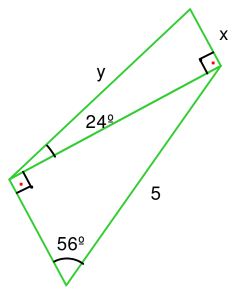
4. Considere a função $f(x) = 3\cos x + 1$.

a) Calcule o valor da função para os seguintes arcos: 0, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3\pi}{2}$, 2π e 3π.

b) Esboce seu gráfico

c) Determine seu conjunto-imagem.

5. Determine as medidas de x e y indicadas na figura.



6. Determine quanto vale:

a) sec 30°, cotg 60° e cossec 0º.

b) sec$\frac{17\pi}{4}$, cotg$\frac{5\pi}{4}$ e cossec 60°.

7. Como resultado do aquecimento da Terra algumas geleiras estão derretendo. Doze anos depois do desaparecimento das geleiras, pequenas plantas chamadas líquens começam a crescer nas pedras. Cada líquen cresce em forma mais ou menos circular. A relação entre o diâmetro deste círculo e a idade do líquen pode ser calculada, aproximadamente, através da fórmula:

$d = 7 \times \sqrt{t-12}$ para $t \geq 12$, onde d representa o diâmetro do líquen em milímetros, e t representa o número de anos passados depois do desaparecimento das geleiras.

a) Aplicando a fórmula, calcule o diâmetro do líquen 16 anos depois do derretimento do gelo.

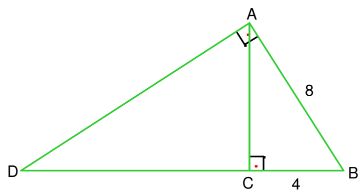
b) Ana mediu o diâmetro de alguns líquens e encontrou 42 milímetros. Há quantos anos o gelo desapareceu nessa área? Mostre os seus cálculos.

8. Uma antena de 15 m de altura é presa ao chão por 4 cabos de aço. O ângulo formado por cada um deles com a ponta da antena mede 45°. Quantos metros de cabo de aço foram usados, aproximadamente, para prender essa antena?

9. Determine:

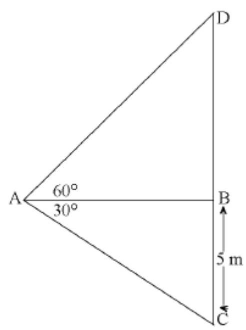
c) a medida do segmento $\overline{CD}$

d) b) o valor de cos $B\hat{A}C$



10. Obtenha a(s) solução(ões) da equação trigonométrica $6\cos^2 x - 7senx - 1 = 0$ para $0 \leq x < 360^o$.

11. Para obter a altura CD de uma torre, um matemático, utilizando um aparelho, estabeleceu a horizontal AB e determinou as medidas dos ângulos, indicadas na figura, e a medida do segmento BC = 5 m. Apresente como resposta o valor que indica, a altura da torre, em metros.



12. Expresse:

a) $\dfrac{\pi}{3} rad$ em graus.

b) $\dfrac{3\pi}{4} rad$ em graus.

c) 120° em radianos

d) 150° em radianos

13. Dados $\text{sen x} = \dfrac{2}{3}$ e $\cos \text{x} = \dfrac{-\sqrt{5}}{3}$ calcule $sen\ 2\text{x}$.

14. Determine o(s) valor(es) de x tal(is) que:

a) $0° \leq x < 360°\ e\ senx = -\dfrac{1}{2}$ b) $0 \leq x < 2\pi\ e\ \cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

15. Use os valores notáveis do seno e cosseno para calcular:

a) $\cos\dfrac{5\pi}{6}$ b) $\cos\dfrac{2\pi}{3}$ c) $\cos\ 240°$

d) $\cos\dfrac{5\pi}{4}$ e) $\cos\ 315°$ f) $\cos\ 330°$

16. Por motivos de saúde, as pessoas deveriam limitar seus esforços, por exemplo, durante as atividades esportivas, a fim de não excederem uma determinada frequência de batimentos cardíacos. Durante anos, a relação entre a frequência cardíaca máxima recomendada e a idade da pessoa foi descrita pela seguinte fórmula:

Frequência cardíaca máxima recomendada = 220 – idade

Pesquisas recentes mostraram que esta fórmula deveria ser um pouco modificada. A nova fórmula é a seguinte:

Frequência cardíaca máxima recomendada = 208 – (0,7 × idade)

Um artigo extraído de um jornal afirmou: “Um dos resultados decorrentes da utilização da nova fórmula em vez da antiga é que o número máximo recomendado de batimentos cardíacos por minuto para as pessoas jovens diminui um pouco e para as pessoas idosas aumenta um pouco”.

Com a introdução da nova fórmula, a partir de que idade a frequência cardíaca máxima aumenta em relação à fórmula antiga? Mostre como você resolveu.

17. Alguns produtos agrícolas têm seu preço de venda com variação periódica. Esses produtos apresentam épocas de safra e épocas de entressafra. Suponhamos que o preço médio de venda da saca de feijão do produtor ao atacadista, numa determinada região, possa ser representado função $p(x) = 30 + 10 \cdot sen\left(\dfrac{x \cdot \pi}{6}\right)$, sendo p o preço médio da saca de 60 kg (reais), e x o mês do ano.

a) Qual o valor máximo obtido com a venda de uma saca de feijão?

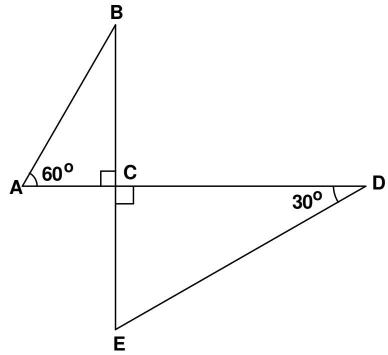
b) Em que mês foi obtido esse valor?

c) Qual foi o pior valor da saca de feijão?

d) Qual é o conjunto-imagem desta função?

18. Determine o conjunto verdade das equações, para $0 \le x < 360^o$:

a) cos x = 2 b) $\text{tg}\, x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ c) tg x + 1 = 0 d) $\text{tg}\, 2x - \sqrt{3} = 0$

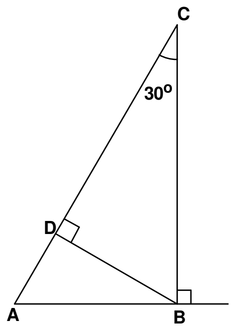


19. Com respeito aos pontos A, B, C, D e E, representados na figura ao lado, sabe-se que CD = 2BC e que a distância de D a E é 12 m. Calcule a distância de A a C, em metros.

20. Se um arco mede 3780º, qual é:

a) Sua 1ª determinação positiva?

b) Sua medida em radianos?

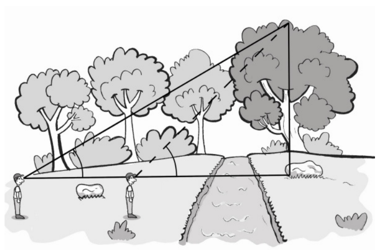


21. Na figura ao lado, em que o ponto B localiza-se a leste de A, a distância AB é de 5 km. Neste momento, um barco passa pelo ponto C, ao norte de B, e leva meia hora para atingir o ponto D. A partir desses dados, julgue as afirmativas a seguir, dizendo se são verdadeiras ou falsas, justificando cada resposta:

a) AC = 10 km. b) AD = 2,5 km.

c) BD = $5\sqrt{3}$ km. d) O ângulo BÂD mede 60°.

e) a velocidade média do barco é de 15 km/h.



22. Uma pessoa, na margem de um rio, vê o topo de uma árvore na outra margem sob um ângulo de 40° com a horizontal, a uma distância de 3,8 m da árvore. Quando recua, vê o topo da mesma árvore sob um ângulo de 20°. Desprezando a altura do observador, responda:

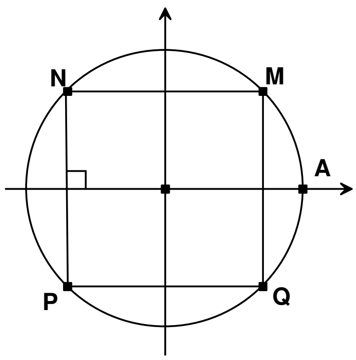
a) Qual é a altura da árvore ?

b) Quantos metros o observador recuou?

23. Dado $\mathbf{sen\, x} = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$, com $x \in 3.°$ quadrante, determine o valor de sec x.

24. Seja a expressão $\mathbf{f(x) = sen\,(2x) - cotg\,(x)}$, no conjunto dos reais. Encontre o valor de $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

25. A figura MNPQ é um retângulo inscrito em um círculo. Se a medida do arco AM é $\pi/4$ rad, determine as medidas dos arcos AN, AP e AQ, em radianos.



26. Uma padaria vende em média 200 baguetes por dia. A receita que o padeiro segue usa 0,45 kg de farinha de trigo por baguete. Para formar um estoque de farinha que dure 15 dias, quantas sacas de 60 kg devem ser compradas?

27. Forneça o valor de:

a) $\cos 3\pi$

b) $3 \cdot \cos\frac{\pi}{4} - \cos\frac{3\pi}{2}$

c) $2 \cdot \text{sen}\frac{9\pi}{4} - \text{sen}\frac{9\pi}{2}$

28. Calcule o comprimento de um arco AB definido em uma circunferência de raio 8 cm por um ângulo central AÔB de 120°.

APÊNDICE D - Grade de correção das questões da prova

Questão		Critérios para correção	Valor
1	A	Reconheceu a razão seno	2
		Utilizou corretamente a razão seno	1
		Acrescentou a altura da pessoa	2
		Apresentou resposta com unidades	1
	B	Reconheceu a razão cosseno	2
		Utilizou corretamente a razão cosseno	1
		Apresentou resposta com unidades	1
2		Identificou a relação fundamental	3
		Aplicou corretamente a relação fundamental	3
		Identificou corretamente o sinal do cosseno do arco	1
		Identificou a tangente como razão entre seno e cosseno	2
		Aplicou corretamente a razão para obter a tangente	1
3	A	Identificou a relação funcional entre as variáveis	2
		Efetuou os cálculos corretamente (x e +)	1
		Apresentou resposta com unidades	1
	B	Identificou a relação funcional entre as variáveis	1
		Efetuou os cálculos corretamente (- e :)	1
		Apresentou resposta com unidades	1
	C	Respondeu a pergunta	1
	D	Identificou a existência da função	1
		Expressou corretamente a função	1
4	A	Identificou os cossenos dos arcos	3
		Obteve o valor correto da função	3
	B	Marcou corretamente os pontos	1
		Ligou os pontos corretamente	1
	C	Identificou os pontos máximo e mínimo do intervalo	1
		Usou a notação correta para expressar a imagem	1
5		Reconheceu a razão seno	3
		Utilizou corretamente a razão seno	1
		Reconheceu a razão tangente	2
		Utilizou corretamente a razão tangente	1
		Reconheceu a razão cosseno	2
		Utilizou corretamente a razão cosseno	1
6		Sabe o significado de secante	1
		Sabe o significado de cossecante	1
		Sabe o significado de cotangente	1
		Efetuou corretamente o cálculo de sec30	1
		Efetuou corretamente o cálculo de cotg60	1
		Concluiu que não existe cossec0	1
		Reduz os arcos ao primeiro quadrante	1
		Efetuou corretamente o cálculo de sec(17pi/4)	1
		Efetuou corretamente o cálculo de cotg(5pi/4)	1
		Efetuou corretamente o cálculo de cossec60	1

7	**A**	Reconhece o valor 16 como tempo	2
		Efetua os cálculos necessários corretamente	2
		Apresentou resposta com unidades	1
	B	Reconhece o valor 42 como diâmetro	2
		Efetua os cálculos necessários corretamente	2
		Apresentou resposta com unidades	1
8		Reconheceu a razão cosseno	3
		Utilizou corretamente a razão cosseno	3
		Multiplicou o valor encontrado por 4	3
		Apresentou resposta com unidades	1
9		Identificou as medidas dos ângulos	2
		Estratégia correta para encontrar AC	2
		Medida correta de AC	1
		Estratégia correta para encontrar DC	2
		Obteve a medida DC	1
		Calculou corretamente o valor de cosBAC	2
10		Identificou a necessidade de utilizar a relação fundamental	2
		Efetuou corretamente a substituição pela rel. fundamental	2
		Buscou resolver a equação do 2º grau	2
		Apresentou solução da eq do 2º grau	2
		Identificou os arcos	1
		Apresentou o conjunto solução corretamente	1
11		Reconheceu a razão tangente	2
		Utilizou corretamente a razão tangente obtendo a medida de AB	2
		Reconheceu a razão tangente	2
		Utilizou corretamente a razão tangente obtendo a medida de DB	2
		Acrescentou DB com BC	1
		Apresentou resposta com unidades	1
12	**A**	Apresenta conhecimento da relação (pi) rad - 180 graus	4
		Converteu corretamente as unidades no item A	1
		Converteu corretamente as unidades no item B	1
		Converteu corretamente as unidades no item C	1
		Converteu corretamente as unidades no item D	1
		Apresentou a resposta na forma irredutível no item C	1
		Apresentou a resposta na forma irredutível no item D	1
13		Obteve o arco cujo seno e cosseno tem o valor dado	5
		Usou informação do quadrante para calcular o arco correto	3
		Obteve o sen2x	2
14	**A**	Efetuou corretamente redução ao 1º quadrante	1
		Reconheceu corretamente os quadrantes	1
		Identificou os arcos	2
		Apresentou o conjunto solução da equação	1
	B	Efetuou corretamente redução ao 1º quadrante	1
		Reconheceu corretamente os quadrantes	1

		Identificou os arcos	2
		Apresentou o conjunto solução da equação	1
15		Converteu arcos de radianos para graus, nos itens A e B	1
		Identificou os simétricos	6
		Apresentou os sinais corretos	3
16		Reconhece que se deve obter um valor tal que as expressões sejam iguais	3
		Sabe aplicar a fórmula 1	2
		Sabe aplicar a fórmula 2	2
		Identifica o valor solicitado	2
		Apresentou resposta com unidades	1
17	**A**	Reconhece que no valor máximo o seno vale 1	1
		Calcula corretamente o valor máximo	1
		Apresentou resposta com unidades	1
	B	Reconhece que o argumento da função é tal que seu seno vale 1	1
		Obtém o valor correto de x	1
		Apresentou resposta com unidades	1
	C	Reconhece que no valor mínimo o seno vale -1	1
		Calcula corretamente o valor mínimo	1
		Apresentou resposta com unidades	1
	D	Usou a notação correta para expressar a imagem	1
18		Apresentou conjunto solução vazio no item A	2
		Efetuou corretamente redução ao 1º quadrante nos itens B,C,D	3
		Transformou as equações C e D em equações imediatas	2
		Identificou os arcos e apresentou conjunto solução nos itens B,C e D	3
19		Reconheceu a razão cosseno	2
		Utilizou corretamente a razão cosseno	2
		Obteve o valor de BC usando a informação CD=2BC	1
		Reconheceu a razão tangente	2
		Utilizou corretamente a razão tangente	2
		Apresentou resposta com unidades	1
20	**A**	Identificou o número de voltas completas	2
		Obteve o resto	2
		Identificou o resto como arco da 1ª determinação positiva	2
	B	Converteu corretamente as unidades	2
		Apresentou a resposta na forma irredutível	2
21		Obteve os ângulos	1
		Reconheceu e utilizou corretamente a razão para calcular AC	1
		Reconheceu e utilizou corretamente a razão para calcular AD	1
		Reconheceu e utilizou corretamente a razão para calcular BD	1
		Identificou a necessidade de obter CD para calcular a velocidade	1
		Julgou corretamente o item A	1
		Julgou corretamente o item B	1
		Julgou corretamente o item C	1
		Julgou corretamente o item D	1

		Julgou corretamente o item E	1
22	**A**	Reconheceu a razão tangente	2
		Utilizou corretamente a razão tangente	1
		Apresentou resposta com unidades	1
	B	Reconheceu a razão tangente	2
		Utilizou corretamente a razão tangente	1
		Subtraiu as distâncias	2
		Apresentou resposta com unidades	1
23		Identificou a relação fundamental	3
		Aplicou corretamente a relação fundamental	3
		Identificou corretamente o sinal do cosseno do arco	1
		Demonstrou conhecimento do conceito de secante	2
		Aplicou corretamente a razão para obter a secante	1
24		Substituindo o arco em lugar de x	2
		Reconhece o conceito de cotangente	1
		Obtém o simétrico de 300 graus	2
		Obtém o simétrico de 150 graus	2
		Calcula o seno de 300 graus	1
		Calcula a cotangente de 150 graus	1
		Obtem o valor para a função	1
25		Identifica o arco AN	4
		Identifica o arco AP	3
		Identifica o arco AQ	3
26		Obtém o total de farinha em um dia	3
		Obtém o total de farinha para 15 dias	3
		Obtém o total de sacas para 15 dias	2
		Apresentou resposta com unidades	2
27	**A**	Reconhece o simétrico de 3pi	1
		Calcula o valor correto do cosseno	1
	B	Conhece os cossenos dos arcos	2
		Efetua corretamente a expressão	1
	C	Reconhece os simétricos dos arcos	2
		Conhece os cossenos dos arcos	2
		Efetua corretamente a expressão	1
28		Conhece a fórmula do comprimento da circunferência	3
		Calcula o comprimento da circunferência	2
		Reconhece 120 graus como parte da circunferência	3
		Obtém a medida do arco de 120 graus	2