

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

CAROLINE CUSTÓDIO

**TÉCNICAS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR REVERSA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO  
2016

CAROLINE CUSTÓDIO

## **TÉCNICAS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR REVERSA**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel.

Orientador: Prof. Dr. Rubens Gallo

Coorientador: Prof. Dr. Ricardo de V. Salvo

CORNÉLIO PROCÓPIO  
2016



**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
**Campus Cornélio Procópio**  
**Departamento Acadêmico de Mecânica**  
**Curso de Engenharia Mecânica**



## **FOLHA DE APROVAÇÃO**

**Caroline Custódio**

### **Técnicas de Transferência de Calor Reversa**

Trabalho de conclusão de curso apresentado às 10:20hs do dia 11/11/2016 como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico no programa de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O candidato foi arguido pela Banca Avaliadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho aprovado.

---

Prof(a). Dr(a). Rubens Gallo - Presidente (Orientador)

---

Prof(a). Dr(a). Ricardo de Vasconcelos Salvo - (Coorientador)

---

Prof(a). Dr(a). Marcos Antonio de Souza Lourenço - (Membro)

---

Prof(a). Dr(a). Henrique Cotait Razuk - (Membro)

A folha de aprovação assinada encontra-se na coordenação do curso.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente à Deus por orientar meus caminhos.

Agradeço minha família, em especial minha mãe Lilian Govea pelo amor incondicional e suporte ao longo da minha vida.

Ao Fernando que esteve ao meu lado desde o início do curso.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Rubens Gallo pelo tema e apoio, ao meu coorientador Prof. Dr. Ricardo de V. Salvo pela sabedoria e paciência compartilhadas durante a realização do trabalho.

Aos meus colegas de turma e de estágio com quem compartilhei e adquiri conhecimento.

Ao supervisor de estágio Tadeu Tonheiro pelos conselhos.

À Prof. Merja Mäkela que me acompanhou durante todo o intercâmbio.

À todos os professores presentes nesta jornada, em especial o Prof. Dr. Ismael (UTFPR – Londrina) que auxiliou na realização do experimento, ao Prof. Genésio que me forneceu um dos programas utilizados.

A Matemática é a única linguagem que temos em comum com a natureza (Hawking, Stephen).

## RESUMO

CUSTÓDIO, Caroline. **Técnicas de transferência de calor reversa**. 2016. 51 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2016.

O presente trabalho propõe a realização de um estudo de um problema de transferência de calor reversa bidimensional utilizando o método da Seção Áurea, a partir de metodologias experimental e numérica. Foram utilizados corpos de prova de alumínio SAE 305 e ferro fundido. Para isso, a equação da difusão de calor foi resolvida numericamente a partir do método de volume finitos com formulação implícita e resolução do sistema linear pelo método CGS. O experimento foi realizado adaptando um equipamento utilizado para a obtenção da condutividade térmica de materiais. As condições de contorno aplicadas foram um fluxo de calor na superfície superior da peça, um fluxo de saída prescrito na superfície inferior e demais faces isoladas.

**Palavras-chave:** Problemas reversos. Transferência de calor. Seção áurea.

## ABSTRACT

CUSTÓDIO, Caroline. **Inverse heat transfer techniques**. 2016. 51 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2016.

This work presents the study of a two-dimensional inverse heat transfer problem using the Golden Section method, based on experimental and numerical methods. Aluminium SAE 305 and cast iron test samples were used. To accomplish this, the heat diffusion equation was solved numerically using the finite volume method with an implicit formulation in time and the linear system was solved using CGS method. The experiment was performed by adapting an apparatus used to measure the thermal conductivity of materials. The boundary conditions imposed were heat flux on the top surface, prescribed flux on the bottom surface and the remaining faces were set as isolated.

**Keywords:** Inverse problems. Heat transfer. Golden section.

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 5.1 – HISTÓRICO DE TEMPERATURA VERSUS TEMPO.....	38
GRÁFICO 5.2 – COMPARAÇÃO DAS TEMPERATURAS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICAS PELOS MÉTODOS REVERSO E DIRETO (AI).....	40
GRÁFICO 5.3 – COMPARAÇÃO DAS TEMPERATURAS NUMÉRICAS PELOS MÉTODOS REVERSO E DIRETO (AI).....	41
GRÁFICO 5.4 – COMPARAÇÃO DAS TEMPERATURAS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICAS PELOS MÉTODOS REVERSO E DIRETO (FoFo).	42
GRÁFICO 5.5 – COMPARAÇÃO DAS TEMPERATURAS NUMÉRICAS PELOS MÉTODOS REVERSO E DIRETO (FoFo).....	43
GRÁFICO 5.6 - COMPARAÇÃO DAS TEMPERATURAS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICAS PELOS MÉTODOS REVERSO E DIRETO (AI).....	44
GRÁFICO 5.7 – COMPARAÇÃO DAS TEMPERATURAS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICAS PELOS MÉTODOS REVERSO E DIRETO (FoFo).	46

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 3.1 – MODELO TÉRMICO BIDIMENSIONAL.....	24
FIGURA 3.2 – BALANÇO DE ENERIA.....	25
FIGURA 3.3 – TÉCNICA DA SEÇÃO ÁUREA.....	28
FIGURA 3.4 – EXEMPLO CASO $F(q''_{Lo}) > F(q''_{Uo})$ .....	29
FIGURA 3.5 – EXEMPLO CASO $F(q''_{Lo}) < F(q''_{Uo})$ .....	29
FIGURA 3.6 – ALGORITMO SEÇÃO ÁUREA.....	30
FIGURA 4.1 – ESQUEMA DA BANCADA EXPERIMENTAL.....	31
FIGURA 4.2 – BANCADA EXPERIMENTAL.....	32
FIGURA 4.3 – DIMENSÕES E POSIÇÃO DOS TERMOPARES NA PEÇA DE ALUMÍNIO.....	33
FIGURA 4.4 – DIMENSÕES E POSIÇÃO DOS TERMOPARES NA PEÇA DE FERRO FUNDIDO.....	33
FIGURA 4.5 – TERMÔMETRO.....	34
FIGURA 4.6 – MÓDULO DE AQUISIÇÃO DE TEMPERATURA.....	35
FIGURA 4.7 – EQUIPAMENTO GERADOR DE FLUXO DE CALOR.....	36
FIGURA 4.8 – FUNCIONAMENTO DO EQUIPAMENTO GERADOR DO FLUXO DE CALOR.....	36
FIGURA 5.1 – DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NA PEÇA DE ALUMÍNIO...	45
FIGURA 5.2 – DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NA PEÇA DE FERRO FUNDIDO.....	47

## LISTA DE EQUAÇÕES

EQUAÇÃO 3.1 – EQUAÇÃO DA DIFUSÃO DE CALOR.....	23
EQUAÇÃO 3.2 – EQUAÇÃO GERAL PARA O SISTEMA LINEAR.....	24
EQUAÇÃO 3.3 – BALANÇO DE ENERGIA.....	25
EQUAÇÃO 3.4 – BALANÇO DE ENERGIA APLICADO A UM CASO GENÉRICO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR.....	25
EQUAÇÃO 3.5 – BALANÇO DE ENERGIA APLICADO A UM CASO EM ESTUDO.....	26
EQUAÇÃO 3.6 – BALANÇO DE ENERGIA APLICADO A UM CASO EM ESTUDO COM FORMULAÇÃO IMPLÍCITA.....	26
EQUAÇÃO 3.7 – BALANÇO DE ENERGIA APLICADO A UM CASO EM ESTUDO EM FORMA DE UM SISTEMA LINEAR.....	26
EQUAÇÃO 3.8 – FUNÇÃO OBJETIVO.....	27
EQUAÇÃO 3.9 – EQUAÇÃO DO LIMITE INFERIOR DO INTERVALO DE INCERTEZA DA TÉCNICA DA SEÇÃO ÁUREA.....	28
EQUAÇÃO 3.10 - EQUAÇÃO DO LIMITE SUPERIOR DO INTERVALO DE INCERTEZA DA TÉCNICA DA SEÇÃO ÁUREA.....	28
EQUAÇÃO 3.11 – NÚMERO DE ITERAÇÕES DA TÉCNICA DA SEÇÃO ÁUREA.....	29

## LISTA DE SIGLAS

Al	Alumínio
CGS	Conjugate Gradient Solver
Fofó	Ferro Fundido
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras Latinas

A	Matriz de coeficientes
B	Matriz de coeficientes
$c_p$	Calor específico
$\dot{E}_{ac}$	Taxa de energia acumulada na peça
$\dot{E}_e$	Taxa de energia de entrada
$\dot{E}_g$	Taxa de energia gerada internamente
$\dot{E}_s$	Taxa de energia de saída
F	Função objetivo
k	Condutividade térmica
N	Número de iterações do método da seção áurea
$q''$	Fluxo de calor
$q_D$	Taxa de transferência de calor no eixo x negativo
$q_E$	Taxa de transferência de calor no eixo x positivo
$q''_{in}$	Fluxo de calor entrando na peça
$q_N$	Taxa de transferência de calor no eixo y negativo
$q''_{out}$	Fluxo de calor saindo da peça
$q_S$	Taxa de transferência de calor no eixo y positivo
T	Matriz temperatura
$\Delta t$	Passo de tempo
t	Tempo
V	Volume
$\Delta x$	Dimensão do elemento de malha na direção x
x	Coordenada cartesiana
$\Delta y$	Dimensão do elemento de malha na direção y
y	Coordenada cartesiana
z	Coordenada cartesiana

## Letras Gregas

$\alpha$	Difusividade térmica
$\varepsilon$	Tolerância relativa
$\rho$	Massa específica
$\tau$	Número de ouro

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>15</b>
1.1 OBJETIVO GERAL.....	16
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	16
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>17</b>
<b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>23</b>
3.1 O PROBLEMA DIRETO.....	23
3.1.1 Solução numérica.....	23
3.2 O PROBLEMA REVERSO.....	26
3.2.1 Seção Áurea.....	27
<b>4 METODOLOGIA.....</b>	<b>31</b>
<b>5 RESULTADOS.....</b>	<b>38</b>
5.1 ANÁLISE DO INTERVALO EM REGIME PERMANENTE.....	39
5.2 ANÁLISE DO INTERVALO EM REGIME TRANSIENTE.....	44
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>48</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>50</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Movida pela curiosidade, a humanidade sempre buscou por explicações e soluções para tudo que esteve ao seu redor. Técnicas, métodos e leis foram criadas para que fosse possível o entendimento do universo, do corpo humano, do comportamento dos animais, etc.

A relação causa/efeito teve grande influência nesse processo de desenvolvimento, em diversas áreas do conhecimento. Mas o interesse aqui se volta para o uso dessa relação na matemática, na física e conseqüentemente na engenharia.

Na matemática muitas vezes os efeitos são determinados a partir da análise de suas causas, esses típicos problemas são chamados de problemas diretos. Mas e quando são conhecidos apenas os efeitos e se deseja determinar suas causas? Para isso existem os métodos de resolução de problemas reversos, que como os problemas diretos constituem uma área de estudos multi-disciplinar, e é partir deles que as causas são determinadas analisando-se os efeitos.

Um exemplo em que a utilização de problemas diretos é muito complicada é em um processo de retificação onde se deseja conhecer o fluxo de calor na interface entre o rebolo e a peça sendo usinada, neste caso medir a temperatura na superfície de contato é quase impossível, é, então, através da utilização de técnicas de transferência de calor reversa que uma solução para esse problema pode ser encontrada. Outro exemplo seria no processo de recozimento, durante o qual é interessante saber a distribuição de temperatura da tira de aço, algo que é complicado de se medir diretamente, então utiliza-se valores de temperatura medidos em regiões acessíveis para se chegar à temperatura na região desejada. Também em outras áreas de conhecimento as técnicas de problemas reversos tem aplicações, como é o caso da medicina com o uso da tomografia computadorizada com a qual os médicos conseguem fazer um diagnóstico a partir de uma imagem.

Este trabalho visa aplicar problemas reversos na área de transferência de calor por condução e utilizar o método da Seção Áurea para sua solução.

## 1.1 OBJETIVO GERAL

Validar o método da Seção Áurea aplicado a um problema de transferência de calor reversa através de um experimento controlado.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Aplicar a transferência de calor por condução em regime transiente.
- Aplicar métodos numéricos e técnicas computacionais para a solução de problemas de transferência de calor.
- Aplicar a técnica da Seção Áurea em um problema de transferência de calor reversa.
- Realizar um experimento controlado.
- Comparar e analisar os resultados obtidos experimentalmente com os resultados obtidos numericamente.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Investigações e estudos de aplicação de métodos reversos na área térmica começaram na década de 1950. E se desenvolveram de forma rápida principalmente por dois motivos, o primeiro se deve a criação de tecnologias avançadas, fazendo com que muitos sistemas tivessem que operar muito próximo ao seu limite térmico, como por exemplo os lançadores de foguetes. O segundo motivo é o grande avanço na área computacional, o que permite a solução deste tipo de problema.

Dentre as vantagens dos métodos reversos as que mais se destacam são a possibilidade de realizar experimentos com condições bastante similares as condições reais, quando comparado com os métodos tradicionais ele é mais rápido e também reduz o gasto de material. Quanto as desvantagens, para problemas de transferência de calor reversa o raciocínio físico é o que assegura a solução, matematicamente só se consegue provar a singularidade da solução de alguns casos reversos e é preciso aplicar algumas técnicas especiais para que a solução seja estável. Quando analisados, a partir das três características citadas nas desvantagens, os problemas de transferência de calor reversa são classificados matematicamente como mal postos.

Ao contrário dos problemas de transferência de calor reversa os problemas diretos são classificados matematicamente como bem postos, tornando a sua solução mais fácil de ser obtida. Por muito tempo problemas mal postos foram considerados impossíveis de serem resolvidos ou ainda com resultados sem importância. Após identificada a utilidade e a importância da resolução de problemas reversos em transferência de calor, a melhor solução encontrada para sua resolução é reformulá-los tornando eles o mais próximo possível de um problema bem posto.

Normalmente, em problemas de transferência de calor os efeitos são os valores de temperatura medidos em regiões acessíveis e as causas são algum parâmetro térmico que influencie a variação desses valores de temperatura, como por exemplo o fluxo de calor. Portanto, em problemas de transferência de calor reversa o parâmetro térmico é determinado pelos valores de temperatura medidos através da utilização da equação de difusão de calor em regime transiente.

Ao longo dos anos vários estudiosos da área propuseram métodos de resolução para os problemas de transferência de calor reversa. Um dos pioneiros foi Stolz, que através de seu método chegou a solução de diferentes problemas de transferência de calor reversa lineares, principalmente envolvendo condução. Até hoje seu método é aplicado com sucesso para diferentes casos. Porém, este método está sujeito a grandes erros devido ao atraso e amortecimento das medições, principalmente quando o intervalo de tempo é pequeno.

O método de Stolz foi melhorado por Beck, que deu origem ao método da Função Especificada, um método de natureza sequencial e conceito simples que não muda a física do problema, além de ser um método em que medições de tempos futuros não afetam as estimativas do presente.

Beck (1969) foi o pioneiro na análise de problemas de condução de calor reverso considerando um problema não linear, onde as propriedades térmicas do material variam com a temperatura. Em seu trabalho ele propôs um método para a resolução deste tipo de problema baseado no método das diferenças finitas, seu método quando comparado ao de Stolz é mais estável mesmo com passos de tempo pequenos. Beck (1969) testou o método para duas condições diferentes, uma quando o fluxo de calor é estimado um a um e quando todos os valores de fluxo são encontrados ao mesmo tempo, comprovando que para o primeiro caso o método é mais eficaz. Também foi realizado um experimento que quando comparado com os dados numéricos a capacidade de análise de dados experimentais foi confirmada.

Blanc *et al.* (1998) publicaram um guia passo a passo para a identificação dos parâmetros e resolução do método da Função Especificada com regularização espacial. Os parâmetros identificados são a distribuição inicial de temperatura, o passo de tempo, o número de tempos futuros, o número e a localização dos sensores e o coeficiente de regularização. No guia, a forma de obtenção de cada um destes parâmetros é explicado detalhadamente e para a confirmação da qualidade dos parâmetros obtidos a partir dos conceitos explicados foi realizado um experimento. Para tanto foi utilizado um tubo suportado por corpos de Teflon em formato de V, a superfície interna do tubo foi então aquecida com a utilização de lâmpadas infravermelhas, foi posicionado uma tela reflexiva também no interior do tubo para gerar uma variação azimutal do fluxo de calor. A superfície externa foi isolada com fibra cerâmica e termopares foram soldados na metade do comprimento do tubo tanto na superfície externa quanto na interna. O teste experimental foi

realizado considerando que as propriedades térmicas do material não variam e o problema é linear. Blanc *et al.* (1998) tinham como objetivo determinar a melhor localização dos sensores e os melhores valores de todos os outros parâmetros, portanto vários experimentos foram realizados com diferentes variações temporal e espacial e todos apresentaram bons resultados. Concluindo que é possível estimar o fluxo de calor a partir de temperaturas medidas em localizações distantes da fonte de calor desde que os parâmetros de estabilização sejam escolhidos adequadamente.

Diferentemente do método da Função Especificada, há métodos mais abrangentes em que a física do problema precisa ser alterada e as medições futuras afetam as medições iniciais, estes métodos são conhecidos como métodos de domínio completo, em que o fluxo de calor é estimado simultaneamente para todos os tempos e posições. Exemplos deste tipo de método são o método de Tikhonov e o método iterativo.

Alifanov e Artyukhin (1975) construíram um algoritmo para a solução de um problema reverso unidimensional não linear com fronteiras móveis. Este método considera as variações das propriedades térmicas do material com a variação de temperatura, fontes de calor e massa internas ao material e movimento de líquido ou gás pelos poros do objeto. Alifanov e Artyukhin (1975) citam como exemplo de aplicação deste modelo uma operação com um material de blindagem de calor composto sobre condições de danos internos de calor e remoção de material. O método é baseado no método de regularização de Tikhonov, e foi considerado estável.

Beck *et al.* (1996) com o objetivo de calcular a história do fluxo de calor na superfície de um corpo fizeram uma comparação com diferentes métodos de resolução de problemas de transferência de calor reversa por condução, sendo eles o método da Função Especificada, a regularização de Tikhonov, a regularização iterativa e a função de Green. Para tanto foi realizado um experimento unidimensional onde duas amostras de mesmo material e dimensões foram aquecidas por um aquecedor de mica posicionado entre elas, as outras superfícies foram isoladas com cerâmica. Beck *et al.* (1996) concluíram que esses métodos podem ser usados de forma eficaz em casos onde o fluxo de calor apresenta rápidas mudanças, pois uma nova estimativa é realizada a cada passo de tempo. Com relação aos métodos, para esta condição unidimensional, todos apresentaram

resultados satisfatórios, o método da Função Especificada de forma geral seria a melhor opção neste caso, pois é o mais simples de ser implementado e os resultados apresentados se aproximam em precisão com os resultados dos outros métodos empregados.

O método da Seção Áurea é utilizado principalmente em problemas com geometria complexa e em problemas em que efeitos convectivos e de radiação não podem ser desprezados.

Carvalho *et al.* (2006) utilizaram o método da seção áurea para estimar a temperatura e o fluxo de calor na interface cavaco-ferramenta em um processo de usinagem. Em seu trabalho Carvalho *et al.* (2006) consideraram uma modelagem tridimensional do problema, as mudanças das propriedades térmicas do material com a variação de temperatura e os efeitos convectivos. Diversos termopares foram utilizados na ferramenta, no calço da ferramenta e no porta ferramenta. Assim, vários testes experimentais foram realizados sob diferentes condições de corte durante a usinagem de uma peça de ferro fundido e a eficácia do método pode ser comprovada nesta configuração.

Alifanov *et al.* (2006) realizaram um estudo para comprovar a eficácia e operabilidade de métodos e equipamentos de *hardware* desenvolvidos, baseados em problemas de transferência de calor reverso, para a determinação de propriedades térmicas de um determinado material poroso e termo isolante com aplicação em estruturas de veículos espaciais. Para isto foi utilizado um sistema computacional – experimental, com uma câmara de vácuo térmica conectada a um sistema de monitoramento e controle. Foram utilizadas amostras de dois diferentes materiais, o ETTI-CF-ULT e o ETTI-CF-ERG em formato de placa plana. O processo experimental foi considerado unidimensional com aquecimento unilateral das amostras e medições com termopares nas superfícies externas, já que são materiais rígidos dificultando a instalação de termopares internamente. O método inverso trabalhado partiu do princípio da regularização com a utilização do método do Gradiente Conjugado. Os resultados mostraram precisão suficiente na obtenção das propriedades térmicas e uma aprovação dos equipamentos e métodos utilizados.

Su e Hewitt (2004) comprovaram a utilização do método de Regularização Iterativo de Alifanov para um problema de transferência de calor reverso com o objetivo de se estimar o coeficiente de transferência de calor variando com o tempo de um escoamento convectivo forçado em ebulição sobre a superfície externa de um

tubo aquecedor. O procedimento experimental foi realizado com a utilização de três tubos concêntricos, onde o tubo interior é o aquecedor, feito de aço inox, e está envolto por dois tubos de vidro, entre o tubo de aço e o primeiro tubo de vidro acontecerá o escoamento forçado em ebulição e pelo segundo tubo de vidro será circulado ar quente para prevenir a condensação do fluido. O termopar foi posicionado na parte interior do tubo de aço inox e foi utilizada uma aproximação unidimensional. Apenas foi detectado uma limitação na escala de tempo que não permite precisão com a utilização do método.

A grande maioria dos trabalhos realizados em transferência de calor reversa foram aplicados em problemas de condução de calor, porém técnicas reversas também são de grande importância para problemas envolvendo convecção.

Gonçalves (1999) apresentou um trabalho com foco na obtenção de temperaturas no interior de fornos rotativos, pensando-se principalmente na incineração do lixo urbano como uma forma de descarte. Porém sua abordagem foi feita de forma mais abrangente, considerando uma placa plana vertical exposta a um meio convectivo com o objetivo de se obter o fluxo de calor transferido para a placa. Gonçalves (1999) fez uso das seguintes técnicas de transferência de calor reversa: Função Especificada Sequencial com e sem termos de regularização e algoritmos genéticos. Para seu trabalho foi escolhida uma solução direta analítica com o uso do método de von Kármán-Pohlhausen. Para validação dos métodos foi construída uma bancada experimental, onde a medição de temperatura foi realizada no interior da camada limite desenvolvida. Por fim, Gonçalves (1999) concluiu que a melhor posição para o sensor de temperatura é o mais distante possível do início escoamento e o mais próximo da parede, assim como os melhores resultados foram obtidos com o método de regularização.

Recentemente, métodos baseados em algoritmos genéticos e redes neurais tem sido estudados e aplicados para solucionar e otimizar os problemas de transferência de calor reversa.

Mirsepai *et al.* (2012) propuseram um modelo de resolução para um problema de transferência de calor envolvendo radiação baseado em inteligência artificial. A radiação é um fenômeno não linear e dependente de propriedades geométricas, fazendo com que problemas inversos que envolvem radiação sejam de difícil resolução. Com o objetivo de estimar o calor emitido por irradiação em um

processo de secagem Mirsephai *et al.* (2012) desenvolveram uma rede neural artificial. Como redes neurais precisam de muitos dados para serem treinadas, um experimento foi realizado, este envolvendo uma secadora onde uma lâmpada de halogênio, atuando como uma fonte de calor, foi instalada na superfície superior da secadora e um termopar na superfície inferior de forma não assimétrica. Uma das vantagens da utilização deste método é a não necessidade de conhecimento sobre as propriedades físicas do sistema. E ao final, foi aprovado com sucesso.

O presente trabalho aborda a aplicação da técnica da Seção Áurea em um problema de transferência de calor reversa por condução, com o objetivo de validar numericamente o método a partir da realização de um experimento simples controlado.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 3.1 O PROBLEMA DIRETO

Os problemas de transferência de calor por condução são governados pela equação da difusão de calor. Abaixo, a Eq. (3.1) representa um problema tridimensional transiente considerando que não há geração de calor no interior do sólido e que a condutividade térmica do material é constante em relação a temperatura.

$$\frac{\partial^2 T(x,y,z,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,z,t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial t} \quad (3.1)$$

Fazendo as devidas considerações, a Eq. (3.1) pode ser utilizada para problemas bidimensionais, unidimensionais e permanentes.

Como citado anteriormente, o objetivo da resolução de um problema direto é obter a distribuição de temperatura na amostra. Para tanto, é necessário considerar as condições de contorno às quais a amostra está submetida. Quatro condições de contorno podem ser aplicadas às fronteiras do sólido em estudo, sendo elas: fluxo de calor prescrito; temperatura prescrita; convecção e isolamento. Um problema pode incluir todas elas ou apenas uma.

##### 3.1.1 Solução numérica

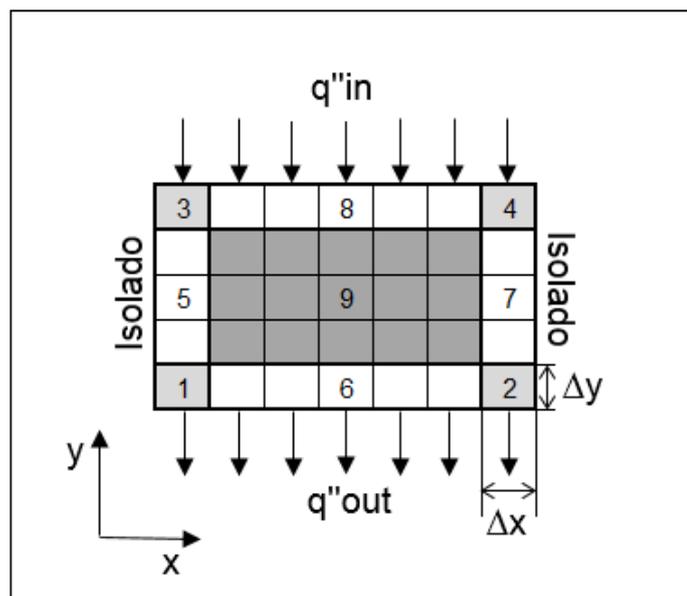
Para a obtenção da distribuição de temperatura da amostra é necessário resolver a equação de difusão de calor. Neste caso, será utilizado o método de volumes finitos com formulação implícita. A formulação implícita foi escolhida pois esta não limita as dimensões da malha e nem o passo de tempo. Porém esta formulação condiciona a solução do problema a solução de um sistema linear mostrado na Eq. (3.2).

$$A \cdot T = B \quad (3.2)$$

Portanto, para a resolução do sistema linear foi escolhido o método do gradiente Conjugado (CGS - *Conjugate Gradient Solver*), um método iterativo que faz uso da eliminação de Gauss. Dentre as características do CGS estão:

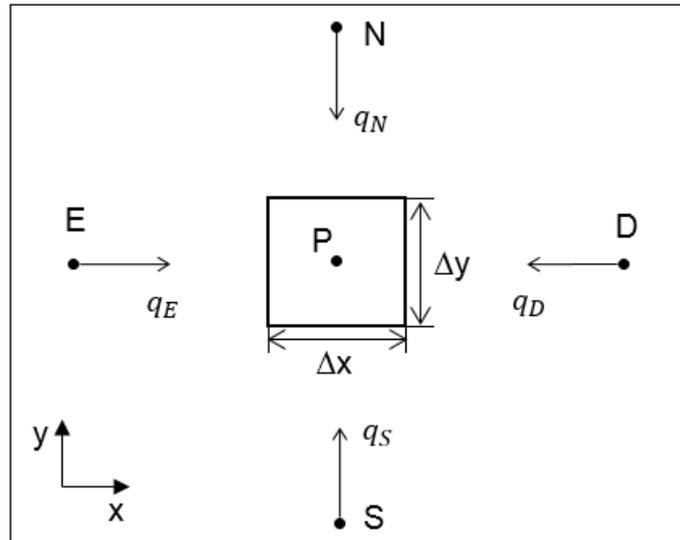
- a facilidade de implementação e o pouco espaço de armazenamento requerido,
- o fato de fornecer a solução em  $n$  passos se nenhum erro de arredondamento ocorrer, onde  $n$  é o número de equações e variáveis,
- a matriz inicial não é alterada durante o processo, sendo que o máximo de dados originais são utilizados,
- sua adequação para a resolução de sistemas lineares provenientes de equações diferenciais.

Em um problema bidimensional, como no caso deste trabalho, há nove casos distintos para os quais a equação da difusão de calor precisa ser discretizada de acordo com as condições de contorno existentes nas fronteiras do sólido. A Figura (3.1) mostra um esquema do modelo aqui abordado e a posição de cada caso.



**Figura 3.1 – Modelo térmico bidimensional**  
**Fonte: Autoria Própria**

A discretização da equação da difusão de calor é feita realizando-se um balanço de energia em cada uma das nove células, como mostrado na Figura (3.2).



**Figura 3.2 – Balanço de energia**  
**Fonte: Autoria Própria**

Na célula mostrada na Figura (3.2), bem como em todas as células de um modelo bidimensional, existem quatro fronteiras que foram denominadas de norte (N), sul (S), direita (D) e esquerda (E) e para cada uma delas há uma condição de contorno. O ponto P está localizado no centro da célula.

O balanço de energia é descrito pela Eq. (3.3):

$$\dot{E}_e - \dot{E}_s + \dot{E}_g = \dot{E}_{ac} \quad (3.3)$$

onde,  $\dot{E}_e$  é a energia que entra na peça,  $\dot{E}_s$  a energia que sai da peça,  $\dot{E}_g$  a energia gerada no interior da peça e  $\dot{E}_{ac}$  a energia acumulada pela peça.

Portanto, para o caso da Figura (3.2) o balanço de energia é o mostrado na Eq. (3.4):

$$q_N + q_S + q_E + q_D = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} V \quad (3.4)$$

Tomando como exemplo a célula da fronteira superior esquerda (caso 3) e suas condições de contorno, que podem ser observadas na Figura (3.1), a Eq. (3.4) pode ser reescrita como:

$$q''_{in}A - kA \frac{(T_P - \frac{T_P + T_S}{2})}{\frac{\Delta y}{2}} + 0 - kA \frac{(T_P - \frac{T_P + T_D}{2})}{\frac{\Delta x}{2}} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} V \quad (3.5)$$

Aplicando-se a formulação implícita e rearranjando a Eq. (3.5) obtém-se:

$$\left( \frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{\alpha \Delta t} \right) T_P^{t+\Delta t} + 0 T_N^{t+\Delta t} - \frac{1}{(\Delta y)^2} T_S^{t+\Delta t} + 0 T_E^{t+\Delta t} - \frac{1}{(\Delta x)^2} T_D^{t+\Delta t} = \frac{1}{\alpha \Delta t} T_P^t + \frac{q''_{in}}{k \Delta y} \quad (3.6)$$

A Eq. (3.6) pode ser reescrita da forma algébrica e linear mostrada abaixo:

$$A_P T_P^{t+\Delta t} + A_N T_N^{t+\Delta t} + A_S T_S^{t+\Delta t} + A_E T_E^{t+\Delta t} + A_D T_D^{t+\Delta t} = B_P \quad (3.7)$$

De maneira similar o balanço de energia deve ser aplicado a todos os outros 8 casos. Obtendo-se para cada um deles as equações de  $A_P$ ,  $A_N$ ,  $A_S$ ,  $A_E$ ,  $A_D$  e  $B_P$ . Assim, é formado o sistema linear da Eq. (3.2).

Por este ser um problema complexo, faz-se necessário o uso de recursos computacionais para sua resolução. Pode-se então fazer uso de um software que já contenha este tipo de resolução ou ainda implementar o problema em alguma linguagem de programação desejada. No presente trabalho foi utilizado um programa implementado em linguagem Fortran90.

### 3.2 O PROBLEMA REVERSO

Com a utilização de diferentes técnicas é possível a partir do campo de temperatura se obter o fluxo de calor imposto ao elemento. Essas técnicas são chamadas de técnicas reversas e são essenciais em diversas aplicações já mencionadas anteriormente.

Grande parte das técnicas reversas fazem uso do modelo direto para sua resolução com o objetivo de minimizar uma função objetivo. A função objetivo deste tipo de problema é uma função de mínimos quadrados definida como a diferença ao quadrado entre a temperatura experimental e a temperatura calculada pelo modelo numérico:

$$F_{OBJ} = (T_{exp} - T_{num})^2 \quad (3.8)$$

Assim, o fluxo de calor é estimado como o valor ótimo que minimiza a Eq. (3.8).

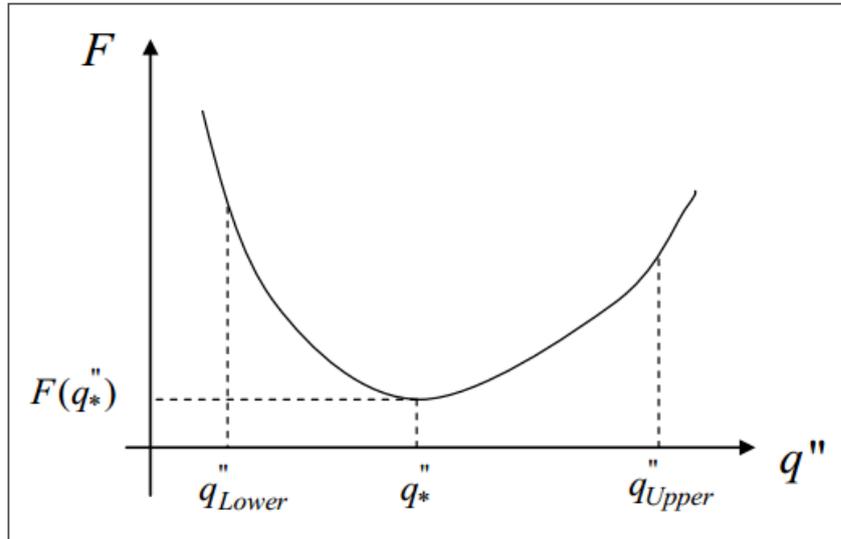
Outras técnicas não fazem uso desta função, mas apresentam em sua formulação alguma forma de obtenção do fluxo de calor ótimo.

O presente trabalho aborda a técnica da Seção Áurea, que faz uso da função objetivo acima descrita. E assim como o modelo direto, esta técnica foi implementada em Fortran90.

### 3.2.1 Seção Áurea

A Seção Áurea é uma técnica de otimização das mais utilizadas na estimação de mínimos de funções. Dentre suas vantagens está sua fácil implementação, a possibilidade de resolução de funções com mais de uma variável, a taxa de convergência conhecida e a não necessidade de derivadas contínuas. Já suas desvantagens estão relacionadas ao alto custo computacional quando comparada com outras técnicas de resolução de problemas reversos, a não possuir experiência armazenada e a dificuldade de resolução de funções com vários máximos ou mínimos.

Considerando a função objetivo  $F$  dependente apenas de uma única variável, no caso  $q''$ , onde deseja-se encontrar seu valor de mínimo. O primeiro passo para aplicar o método da Seção Áurea neste problema é considerar um intervalo que contenha o mínimo da função. Os valores mínimo e máximo desse intervalo serão chamados respectivamente de  $q''_{Lower}$  e  $q''_{Upper}$  e o valor de  $q''_*$  é o que minimiza a função.



**Figura 3.3 – Técnica da seção áurea**  
**Fonte: Carvalho (Problemas inversos, p. 56)**

O método da Seção Áurea consiste em reduzir o intervalo de incerteza até que este se aproxime do valor de  $q''_*$ . Porém existem alguns requisitos que devem ser satisfeitos. O primeiro é em relação ao comprimento do intervalo de incerteza, pois este sempre deve ser aproximadamente 62% do comprimento do intervalo de incerteza anterior. Assim, o cálculo do primeiro intervalo de incerteza a partir de  $q''_{Lower}$  e  $q''_{Upper}$  deve ser realizado da seguinte maneira:

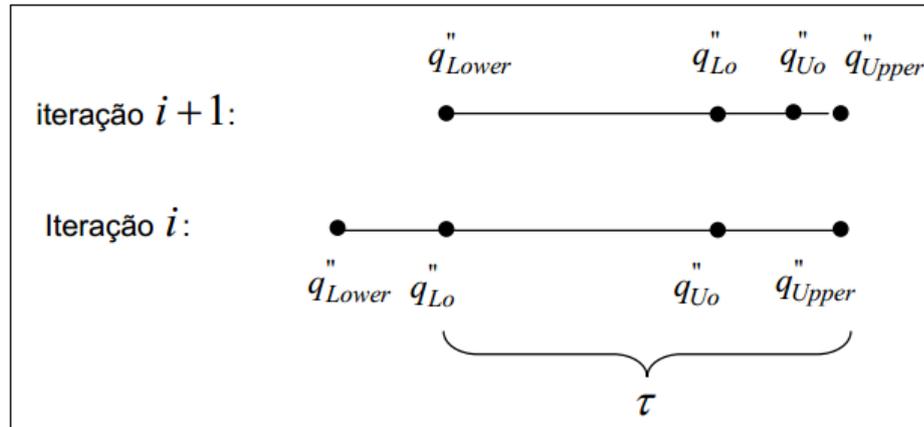
$$q''_{Lo} = (1 - \tau^*)q''_{Lower} + \tau^*q''_{Upper} \quad (3.9)$$

$$q''_{Uo} = \tau^*q''_{Lower} + (1 - \tau^*)q''_{Upper} \quad (3.10)$$

onde,  $\tau^* = (1 - \tau) = 0.382$  e  $\tau$  é denominado número de ouro, os valores de  $q''_{Lo}$  e  $q''_{Uo}$  correspondem aos novos limites inferior e superior, respectivamente, do intervalo de incerteza.

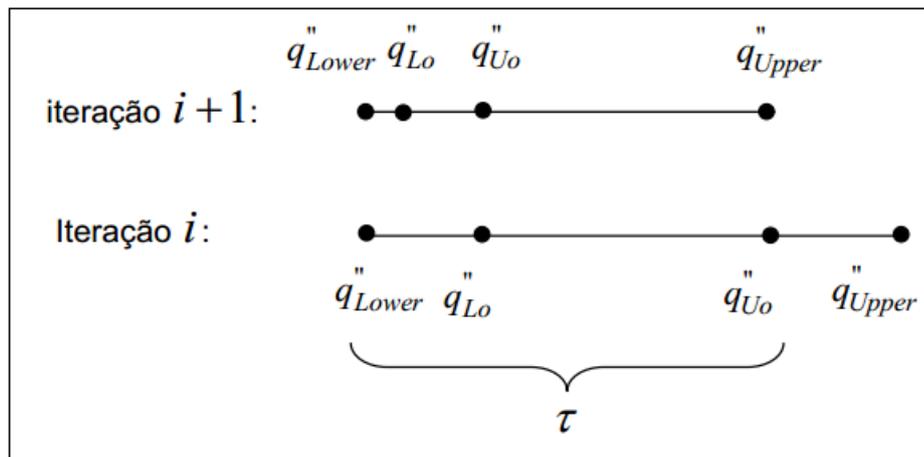
A cada novo valor para os limites do intervalo a função objetivo  $F$  deve ser avaliada.

Um segundo requisito é que se  $F(q''_{Lo}) > F(q''_{Uo})$ , na próxima iteração deve-se adotar  $q''_{Lo}$  como o novo valor de  $q''_{Uo}$  e recalculer  $q''_{Uo}$  a partir da Eq. (3.10), assim como exemplificado na Figura (3.4).



**Figura 3.4 – Exemplo caso  $F(q''_{Lo}) > F(q''_{Uo})$**   
 Fonte: Carvalho (Problemas inversos, p. 60)

O terceiro e último requisito é caso  $F(q''_{Lo}) < F(q''_{Uo})$ , aqui deve-se adotar  $q''_{Uo}$  como o novo valor de  $q''_{Lo}$  e recalculer  $q''_{Lo}$  a partir da Eq. (3.9), um exemplo deste caso está demonstrado na Figura (3.5).



**Figura 3.5 – Exemplo caso  $F(q''_{Lo}) < F(q''_{Uo})$**   
 Fonte: Carvalho (Problemas inversos, p. 60)

O número de iterações ( $N$ ) avaliadas para minimizar a função objetivo  $F$  é definido pela Eq. (3.11).

$$N = -2.078 \cdot \ln \varepsilon + 3 \quad (3.11)$$

onde,  $\varepsilon$  é a tolerância relativa, que representa o percentual de incerteza em relação ao intervalo inicial.

A Figura (3.6) apresenta o algoritmo do método.

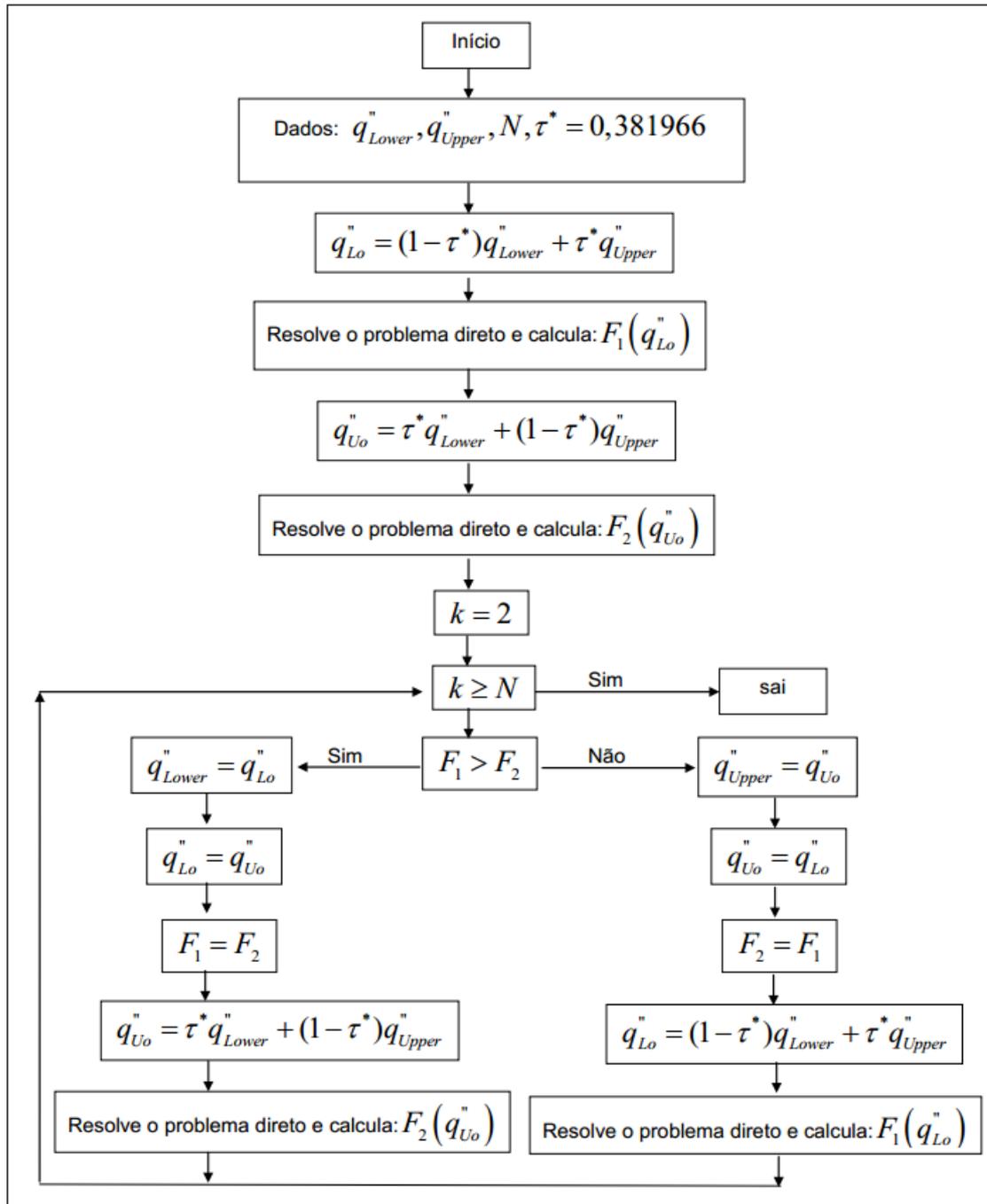
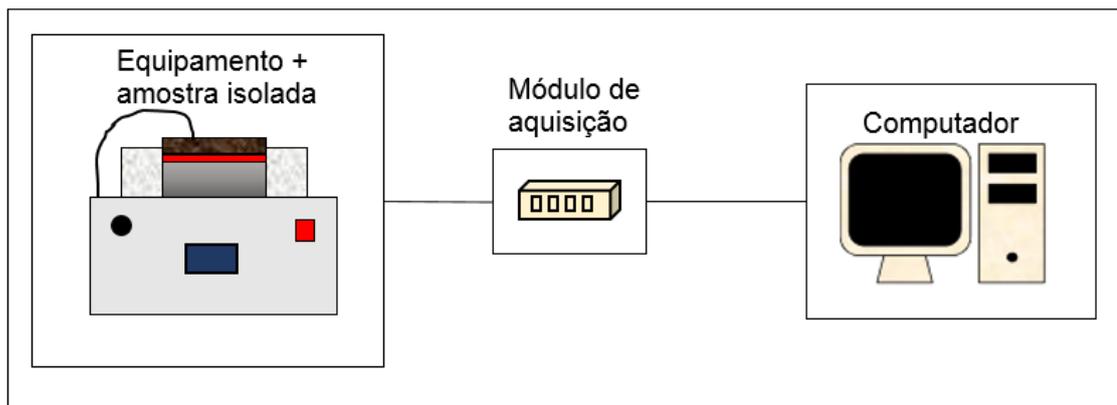


Figura 3.6 – Algoritmo Seção Áurea  
Fonte: Carvalho (Problemas inversos, p. 64)

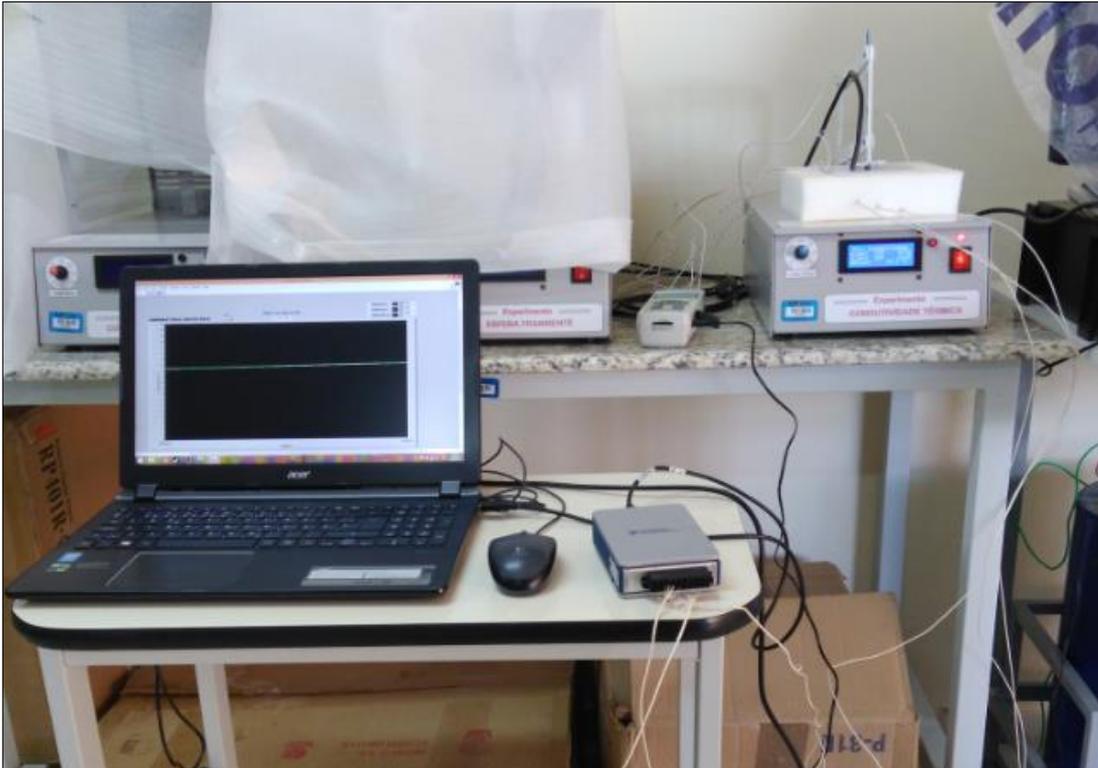
## 4 METODOLOGIA

Para a solução dos problemas direto e reverso utilizou-se um programa em linguagem Fortran90. Como resultado, este programa gera arquivos .curve para os valores de temperatura nas posições das sonda numéricas e .case - Formato *Enight Gold*, extensões aceitas pelo VisIt 2.10.3 o *software* de pós processamento escolhido. Para as simulações com o código em Fortran no ambiente Windows foi utilizado a versão gratuita do software SilverFrost. Ressalta-se que todas as simulações foram realizadas em um computador de uso pessoal.

Para a montagem experimental foi utilizada a bancada de testes mostrada nas Figuras (4.1) e (4.2).



**Figura 4.1 – Esquema da bancada experimental**  
Fonte: Adaptado de Silva (2011, p. 53)



**Figura 4.2 – Bancada experimental**  
**Fonte: Autoria Própria**

Duas amostras de materiais diferentes foram utilizadas, uma de alumínio SAE 305 (liga AA413) e outra de ferro fundido. As propriedades térmicas de cada material estão apresentadas na Tabela (4.1).

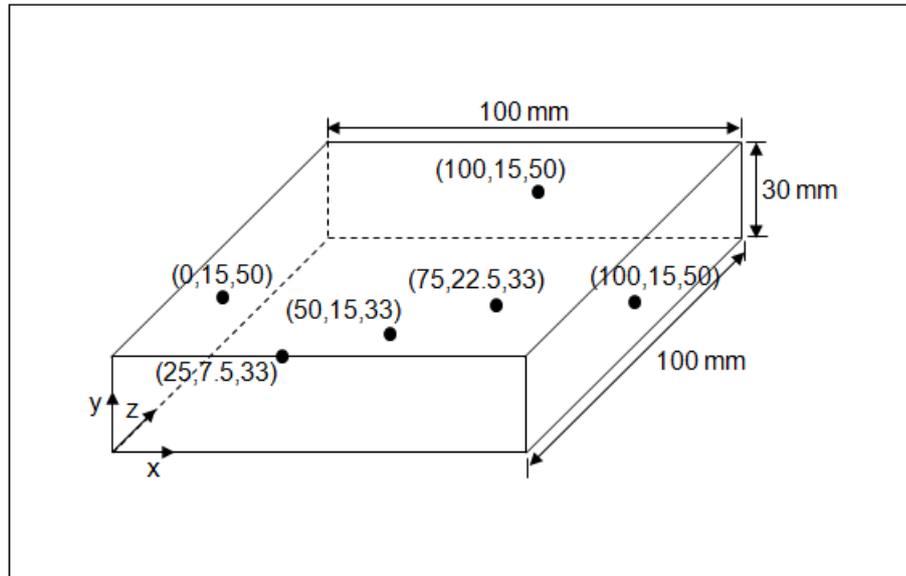
**Tabela 4.1 – Propriedades Térmicas das Amostras**

<b>Propriedades</b>	<b>Alumínio</b>	<b>Ferro Fundido</b>
Condutividade térmica [W/mK]	121	80.2
Difusividade térmica [m <sup>2</sup> /s]	$47.2 \cdot 10^{-6}$	$23.1 \cdot 10^{-6}$

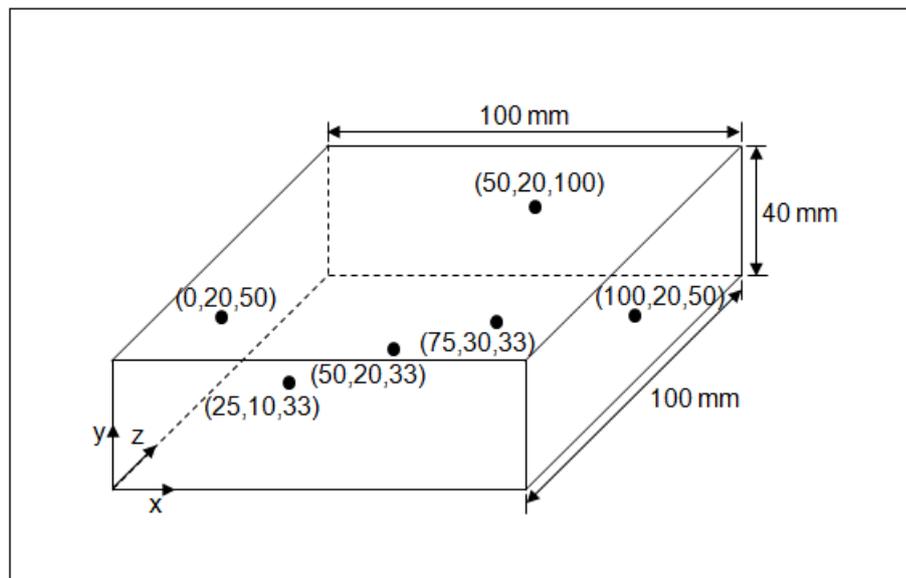
**Fonte: Incropera (2007, p. 930) / Matweb (2016)**

As dimensões da peça de alumínio são 100x30x100 mm e da peça de ferro fundido são 100x40x100 mm. Cada uma delas foi instrumentada com seis termopares do tipo K, formado por chromel e alumel com faixa de medição de -200 a 1260 °C. Um outro termopar de mesmo tipo foi utilizado para medir as variações da

temperatura ambiente durante o procedimento. As Figuras (4.3) e (4.4) mostram as dimensões das amostras e as posições escolhidas para a fixação dos termopares.



**Figura 4.3 – Dimensões e posição dos termopares na peça de alumínio**  
Fonte: Autoria Própria



**Figura 4.4 – Dimensões e posição dos termopares na peça de ferro fundido**  
Fonte: Autoria Própria

Os termopares posicionados nas laterais das peças com fita adesiva foram ligados a um termômetro de contato digital, da Homis, com quatro entradas,

capacidade de medição entre -100 e 1300 °C, resolução de 0.1 °C/ 1.0 °C, calibrado em 25/05/2016 por comparação direta com o padrão. Este termômetro está representado na Figura (4.5). Apenas os valores da temperatura inicial e final foram salvas, porém houve um acompanhamento destas temperaturas durante o experimento.



**Figura 4.5 – Termômetro**  
**Fonte: Autoria Própria**

Os outros três termopares foram fixados em diferentes posições de x e y no interior da peça, através de um furo de 3 mm de diâmetro, estes foram conectados ao módulo de aquisição NI 9211 da National Instruments, Figura (4.6), com entrada para quatro termopares, +-80 mV de entrada analógica, faixa de operação de -40 a 70 °C, resolução de 24-bit e 50/60 Hz de rejeição de ruído. A aquisição dos dados a partir do módulo se deu através de um programa em Labview específico para a aquisição de temperatura.



**Figura 4.6 – Módulo de aquisição de temperatura**  
**Fonte: Autoria Própria**

Foi utilizado pasta térmica da Implastec em todos os termopares fixados na peça, para garantir um maior contato eliminando o ar entre a montagem. Esta, composta de silicone de alto peso molecular com condutividade térmica de  $0.4 [W/mK]$ .

O fluxo de calor foi gerado a partir de um equipamento construído para o experimento de obtenção da condutividade térmica de certos materiais. Este foi fabricado pela SENSU sendo de posse da UTFPR campus Londrina. O equipamento e seu funcionamento estão dispostos nas Figuras (4.7) e (4.8).



Figura 4.7 – Equipamento gerador do fluxo de calor  
Fonte: Autoria Própria

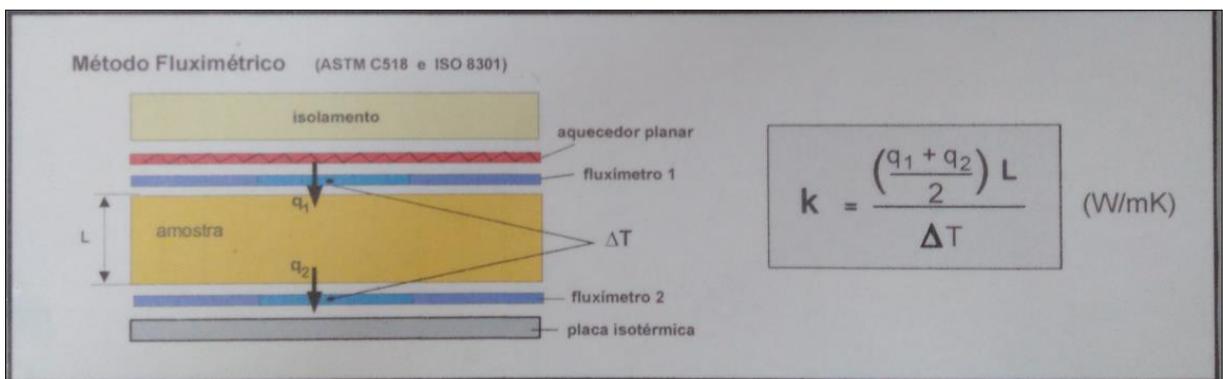


Figura 4.8 – Funcionamento do equipamento gerador do fluxo de calor  
Fonte: Autoria Própria

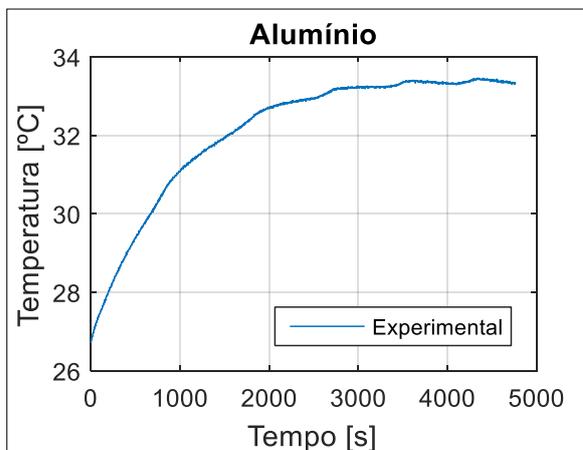
A placa geradora de fluxo do equipamento acima tem 100x100 mm, a mesma dimensão da superfície superior das amostras, portanto a condições de fluxo prescrito está sobre toda esta superfície. A superfície inferior esta apoiada em uma placa com as mesmas dimensões citadas e que mede o fluxo de calor deixando a peça. Todas as superfícies laterais foram isoladas com espuma comum.

Para ambas as amostras o experimento foi realizado por algum tempo após terem atingido o regime permanente. O procedimento foi realizado no laboratório de fluidos da UTFPR campus Londrina, onde a temperatura ambiente foi controlada com a ajuda de um ar condicionado.

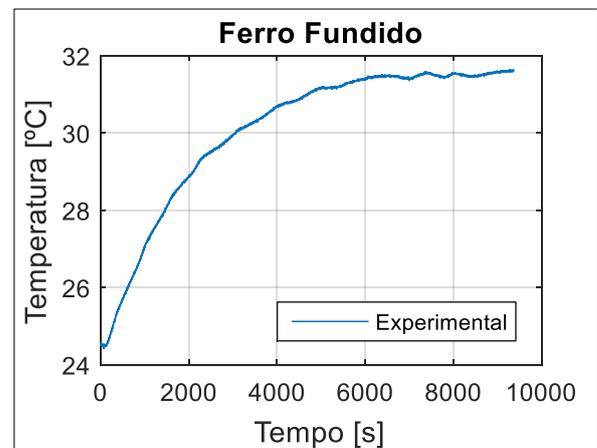
## 5 RESULTADOS

Na realização do experimento a temperatura do alumínio no início da aquisição de dados era de 26.7 °C, para esta amostra considerou-se que o regime permanente foi alcançado em aproximadamente 3000 s e a aquisição continuou até 4760 s, alcançando a temperatura final de 33.3 °C. Já a temperatura inicial do ferro fundido era de 24.5 °C, neste caso observou-se o início do regime permanente em cerca de 6010 s e a aquisição foi considerada até 9361 s, quando a temperatura era de 31.6 °C. A temperatura ambiente variou entre 21.1 °C e 22.4 °C.

O Gráfico (5.1a e b) mostram a curva de temperatura das amostras ao longo do tempo, a partir dos dados obtidos pelos termopares posicionados nas coordenadas (50,15,33) e (50,20,33) das peças de alumínio e ferro fundido respectivamente.



(a) Amostra de alumínio



(b) Amostra de ferro fundido

**Gráfico 5.1 – Histórico de temperatura versus tempo.**  
**Fonte: Autoria Própria.**

Todas as análises foram feitas com base nos dados dos termopares supracitados. A malha escolhida para a peça de alumínio é composta por 100 volumes na direção x e 30 volumes na direção y, sendo cada volume de dimensões 1x1 mm. Para a amostra de ferro fundido a malha contém 100 volumes na direção x

e 40 volumes na direção y, com dimensões de 1x1mm cada. O passo de tempo utilizado é igual ao inverso da taxa de aquisição do termopar que é 1/1.42.

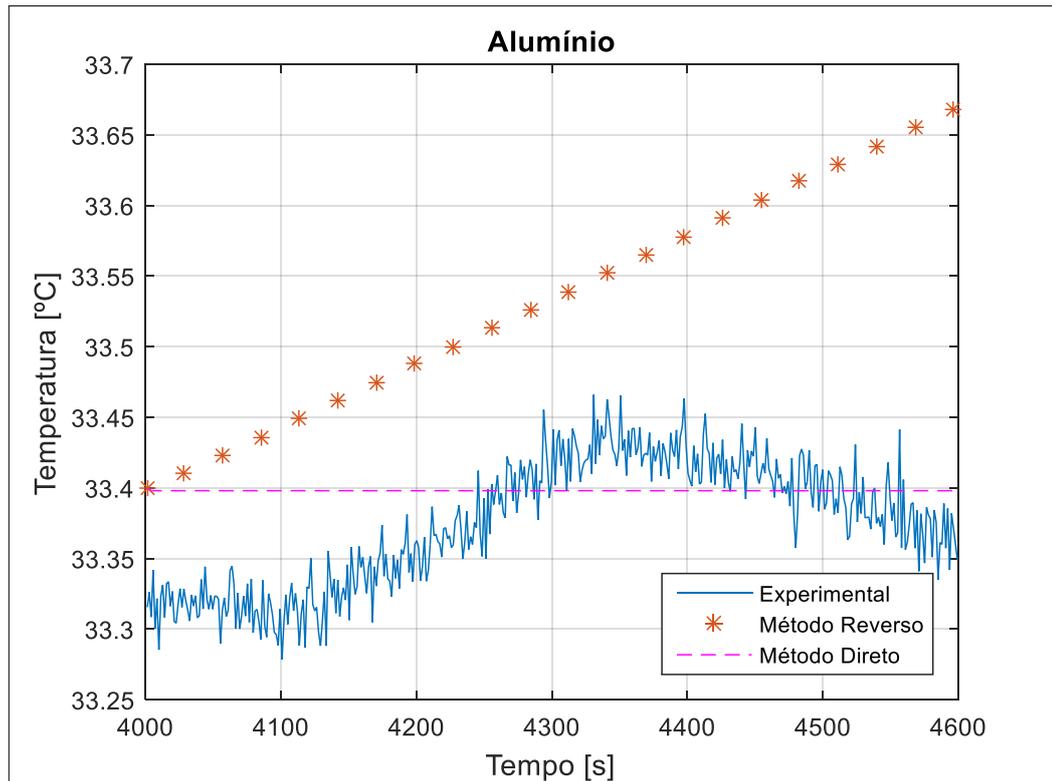
## 5.1 ANÁLISE DO INTERVALO EM REGIME PERMANENTE

Primeiramente, escolheu-se realizar uma análise utilizando um intervalo no qual o experimento se aproxima de um regime permanente.

Para o alumínio o intervalo selecionado inicia em 4000 s e termina em 4600 s. Foi escolhida como temperatura inicial dos métodos computacionais a média das temperaturas experimentais do intervalo, 33.4 °C. Como condições de contorno para o programa direto foi considerado uma função de fluxo constante ao longo do tempo na face norte com valor de 566 W/m<sup>2</sup>, dado mostrado pelo equipamento usado para aquecer a peça, na face sul a condição estabelecida foi a de fluxo prescrito de 566 W/m<sup>2</sup> saindo da peça, tornando o experimento permanente. As faces direita e esquerda foram consideradas isoladas.

No programa reverso as mesmas configurações do programa direto foram utilizadas, exceto a função de fluxo de calor entrando na face norte, pois esta será calculada pelo método. A curva de temperatura experimental no termopar de posição (50,15,33) mm foi incluída como dado de entrada.

Os resultados da execução dos algoritmos computacionais estão apresentados no Gráfico (5.2).

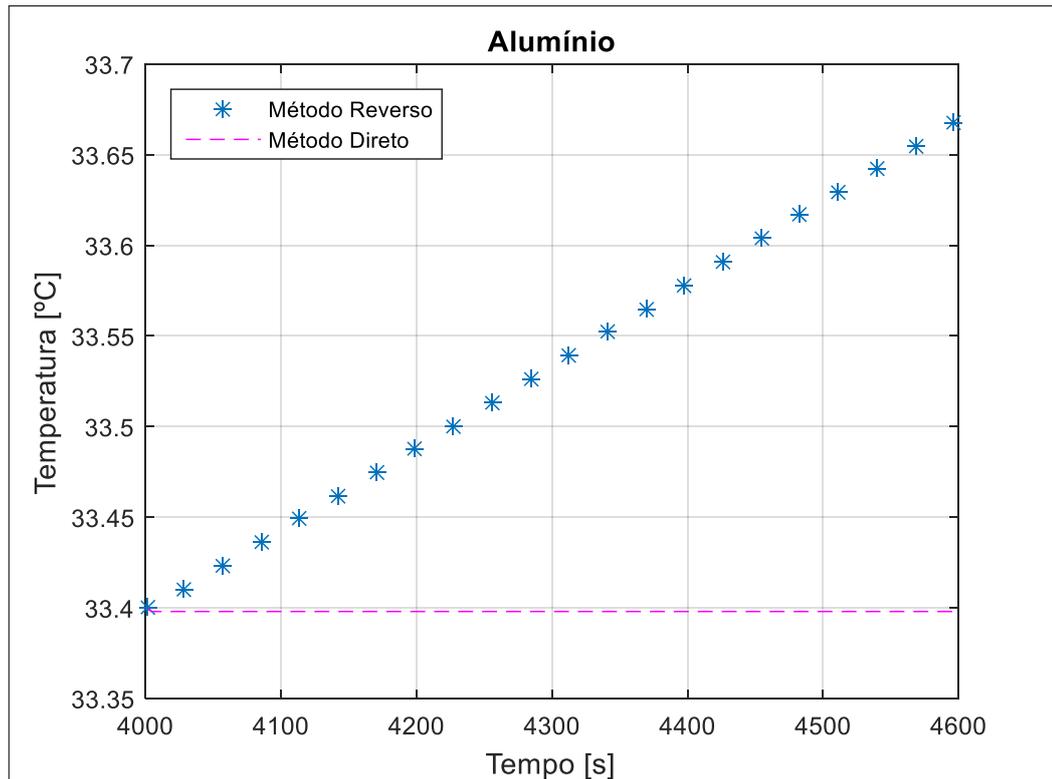


**Gráfico 5.2 – Comparação das temperaturas experimentais e numéricas pelos métodos reverso e direto (Al).**

**Fonte: Autoria Própria.**

Quando observada, a curva de temperatura experimental no intervalo de tempo escolhido não é completamente constante devido a erros de medição, porém uma aproximação permanente pode ser considerada já que a variação de temperatura é pequena. O programa direto nas condições acima expostas, em que a quantidade de fluxo de calor entrando e saindo da peça são as mesmas, comportou-se de maneira esperada, resultando em uma temperatura constante e igual a temperatura inicial estipulada para a peça. No entanto, a estabilização da temperatura pelo programa reverso não foi alcançada, ao final o fluxo obtido por este foi de  $600.93 \text{ W/m}^2$ , o que explica o crescente aumento de temperatura.

Portanto, decidiu-se pela realização de um novo teste, em que adotou-se a curva de temperatura obtida pelo programa direto como dado de entrada para o programa reverso. O resultado alcançado para o valor do fluxo de calor é de  $600.93 \text{ W/m}^2$  e o mesmo comportamento da temperatura é observado, provando que o programa reverso não consegue lidar com as condições de contorno impostas. O Gráfico (5.3) mostra uma comparação entre as temperaturas numéricas do caso explicado.



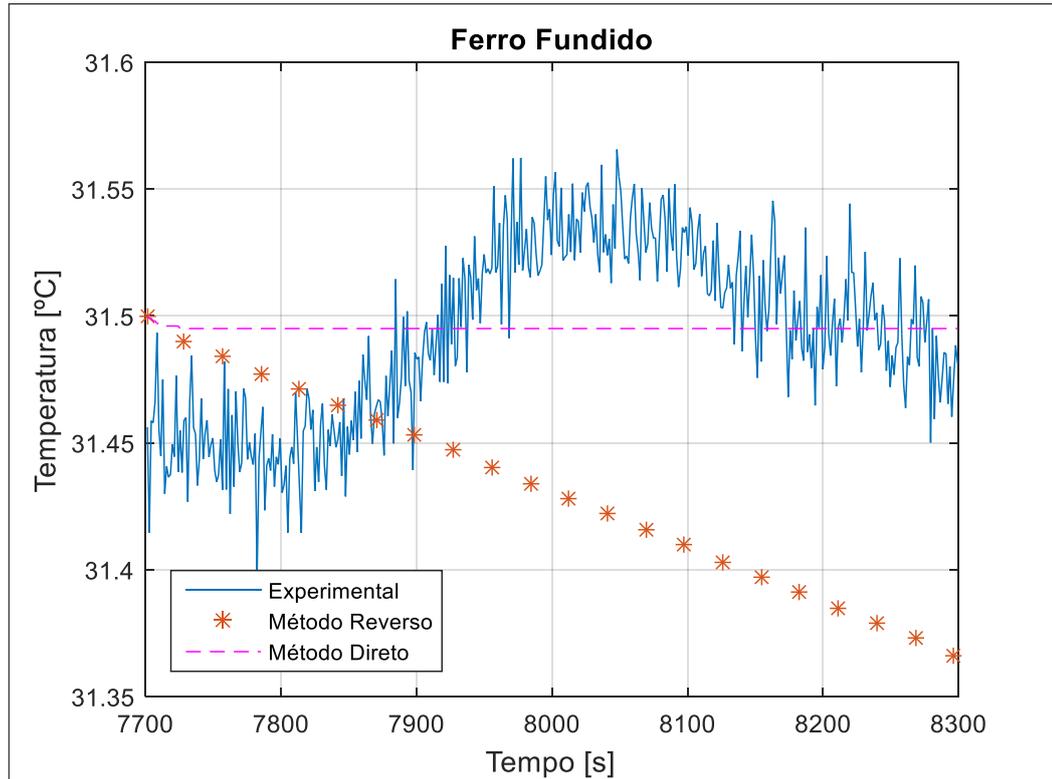
**Gráfico 5.3 – Comparação das temperaturas numéricas pelos métodos reverso e direto (Al).**

**Fonte: Autoria Própria.**

Para o procedimento descrito acima e apresentado no Gráfico (5.3) foi considerado um refinamento de 50% da malha para analisar a influência desta nos resultados. A mudança, entretanto, não gerou melhorias nos resultados, o valor do fluxo continuou  $600.93 \text{ W/m}^2$  e o comportamento da curva de temperatura como mostrado no gráfico acima.

O mesmo procedimento acima descrito para o alumínio foi utilizado para avaliar os resultados experimentais obtidos para o ferro fundido. O intervalo de análise escolhido é de 7700 s até 8300 s. A temperatura inicial utilizada nas configurações foi de  $31.5 \text{ }^\circ\text{C}$ , que representa a média das temperaturas experimentais no intervalo. Para a curva do fluxo de calor entrando na amostra, constante no tempo, e para o fluxo prescrito de calor saindo da peça o valor utilizado foi de  $758 \text{ W/m}^2$ , dado calculado e exibido pelo equipamento com fluxímetro utilizado no aquecimento da peça. Fez-se uso dos valores experimentais do termopar na posição (50,20,33) mm como dado de entrada para o programa reverso.

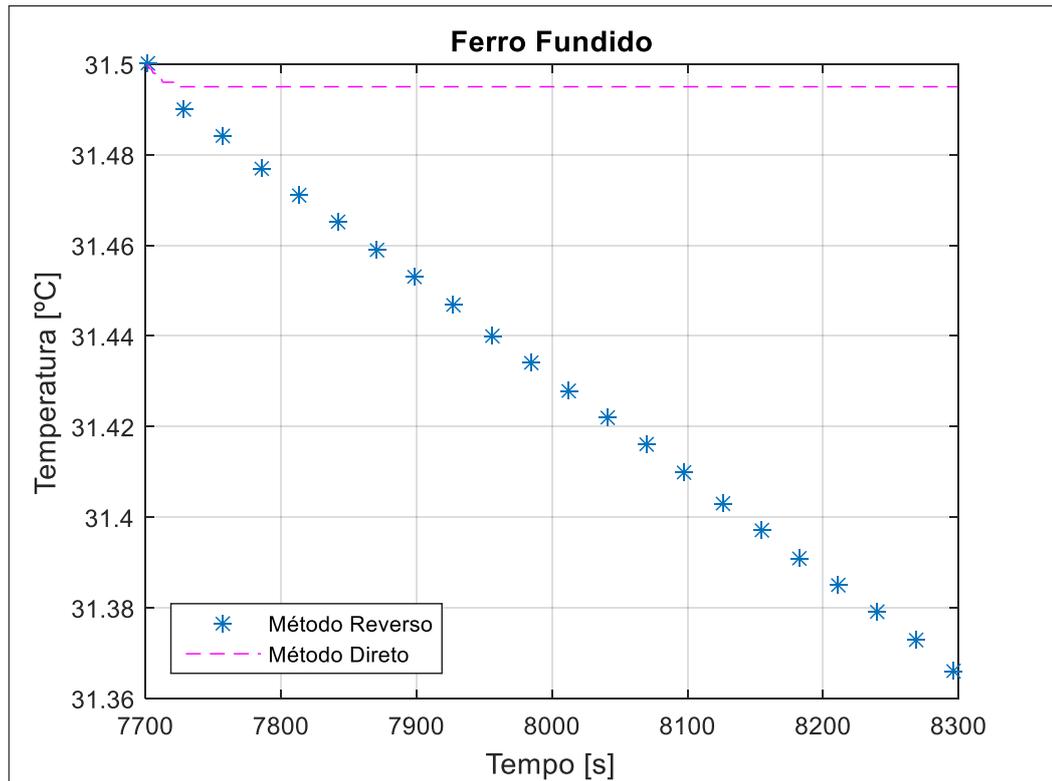
Obtendo-se assim, os resultados exibidos no Gráfico (5.4).



**Gráfico 5.4 – Comparação das temperaturas experimentais e numéricas pelos métodos reverso e direto (Fofu).**

**Fonte: Autoria Própria.**

O gráfico acima comprova a eficiência do método direto na resolução de problemas em regime permanente, porém, apesar do problema reverso utilizar o programa direto em sua resolução este não obteve convergência, o valor de fluxo gerado como resposta foi de  $727.82 \text{ W/m}^2$ . Assim como para a amostra de alumínio, foi simulado o programa inverso com a curva de temperatura obtida pelo programa direto, este resultado está no Gráfico (5.5).



**Gráfico 5.5 – Comparação das temperaturas numéricas pelos métodos reverso e direto (Fofo).**

**Fonte: Autoria Própria.**

Da mesma forma não houve convergência do método reverso e o fluxo de calor obtido foi de  $727.82 \text{ W/m}^2$ . O fato de a temperatura calculada pelo método reverso estar diminuindo para a amostra de ferro fundido pode ser explicada pelas reduções de intervalo do método da Seção Áurea, que não são as mesmas para as simulações de cada amostra, se aproximando assim de um valor menor para o fluxo de calor fornecido à peça de ferro fundido e de um valor maior para o fluxo de calor fornecido para a peça de alumínio.

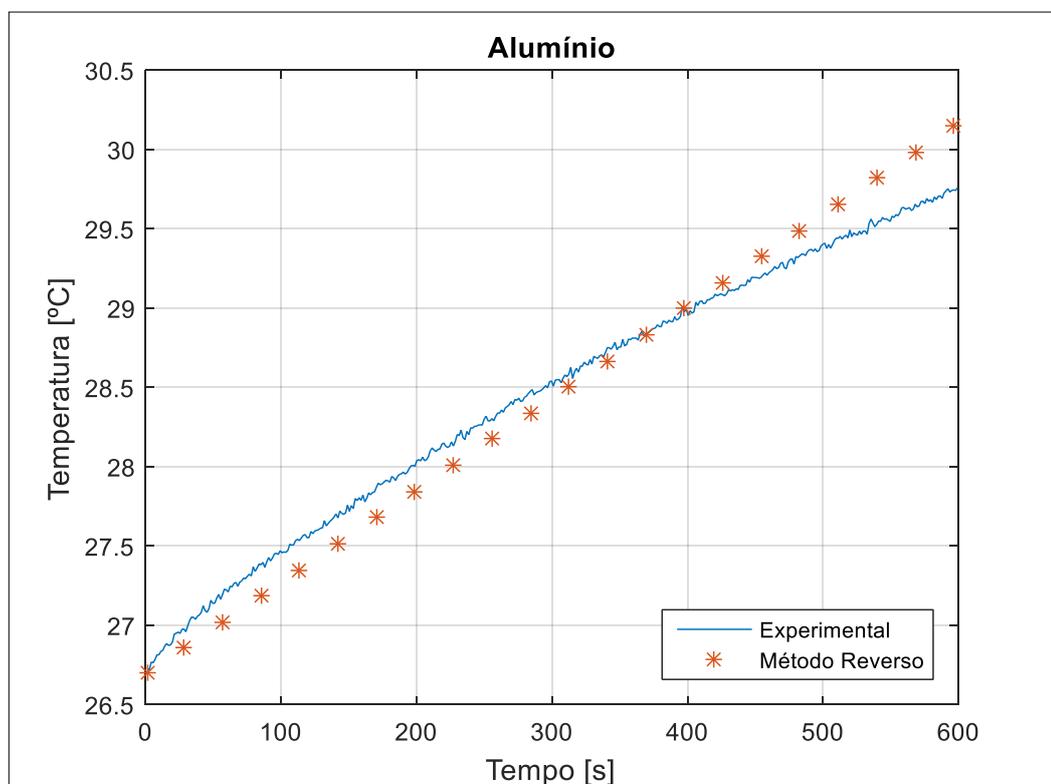
As hipóteses levantadas para o problema de convergência estão relacionadas as condições de contorno adotadas. Para comprová-las diferentes simulações devem ser realizadas. A primeira ideia de tentativa seria considerar como uma curva, ao longo do tempo, o fluxo de calor saindo da peça. Esta análise não foi realizada neste trabalho, sendo deixada como proposta para trabalhos futuros, já que o programa deve ser alterado.

O tempo médio gasto em cada uma das simulações dos intervalos de 600 s para o programa direto foi de 1 min e para o programa reverso foi de 40 min.

## 5.2 ANÁLISE DO INTERVALO EM REGIME TRANSIENTE

Após a avaliação de um intervalo em regime permanente, decidiu-se avaliar um intervalo do regime transiente.

O intervalo escolhido para a amostra de alumínio tem início em 0 s e termina em 600 s. Durante a realização do experimento não foi possível salvar o perfil de fluxo de calor entrando e saindo da peça, portanto o programa reverso será utilizado para obter-se um valor do fluxo que entra na amostra pela face norte. Como condição de contorno na face sul será considerado um fluxo prescrito de  $566 \text{ W/m}^2$  saindo da peça. As faces direita e esquerda estão isoladas. O valor de temperatura inicial fornecido ao programa é o primeiro valor de temperatura que foi medido pelo termopar,  $26.7 \text{ }^\circ\text{C}$ . O Gráfico (5.6) apresenta o resultado obtido a partir desta simulação.

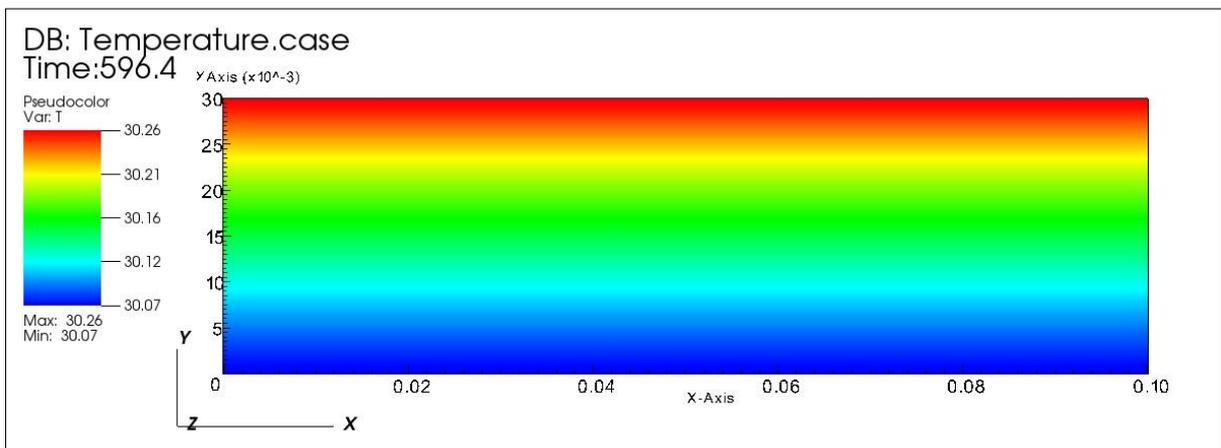


**Gráfico 5.6 – Comparação das temperaturas experimentais e numéricas pelo método reverso (Al).**

**Fonte: Autoria Própria.**

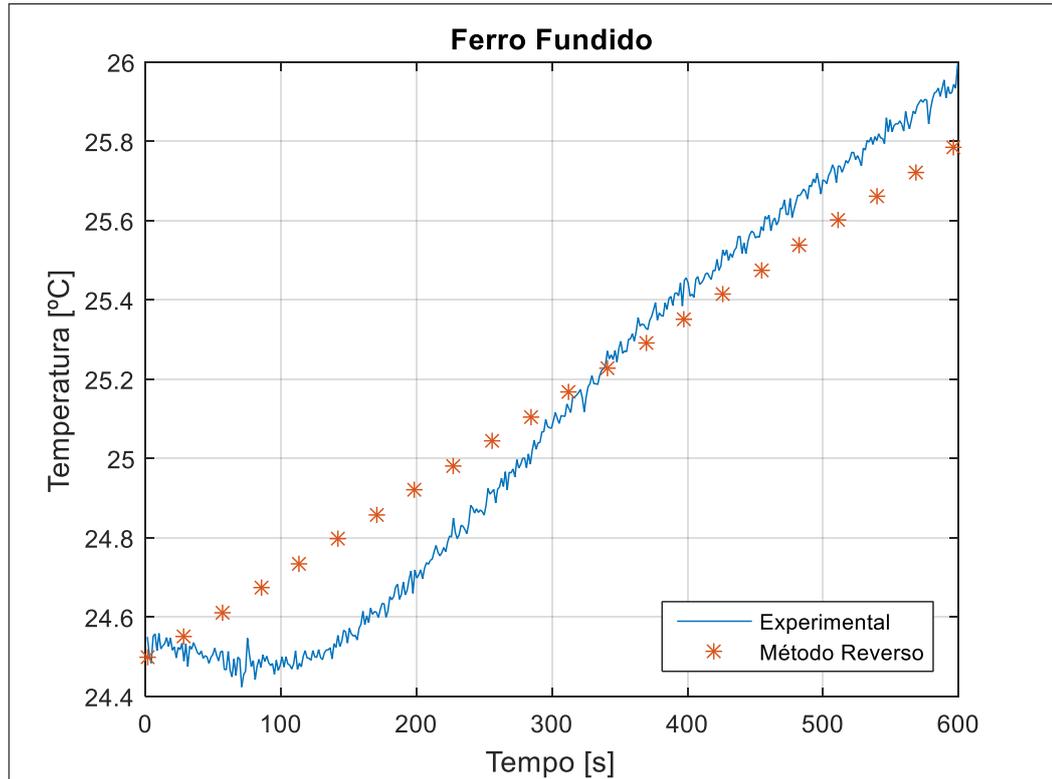
Através da observação do gráfico acima é possível afirmar que o programa reverso se aproximou do resultado experimental. Para tanto, o fluxo de calor que é necessário ser aplicado à face norte é de  $1011.54 \text{ W/m}^2$ . Ao final do experimento o equipamento gerador de fluxo mostrava um fluxo final de  $566 \text{ W/m}^2$  entrando na peça, esta diferença entre os fluxos numérico e experimental pode ser explicada devido a simplificação da condição de contorno aplicada a fronteira sul. O fluxo calculado pelo programa é o fluxo que quando utilizado gera o menor erro médio perante todos os valores de temperatura utilizados na simulação.

A distribuição de temperatura em toda a peça de alumínio ao final dos 600 s simulados está representada na Figura (5.1).



**Figura 5.1 – Distribuição de temperatura na peça de alumínio.**  
**Fonte: Autoria Própria.**

A análise previamente citada foi realizada para o ferro fundido. O intervalo transiente escolhido tem início em 0 s e termina em 600 s. A temperatura inicial configurada para este caso foi de  $24.5 \text{ }^\circ\text{C}$ . A condição de contorno para a face sul foi considerada como fluxo prescrito de  $758 \text{ W/m}^2$  saindo da peça e condição de isolamento para as demais faces. Os resultados obtivos podem ser visualizados no Gráfico (5.6).

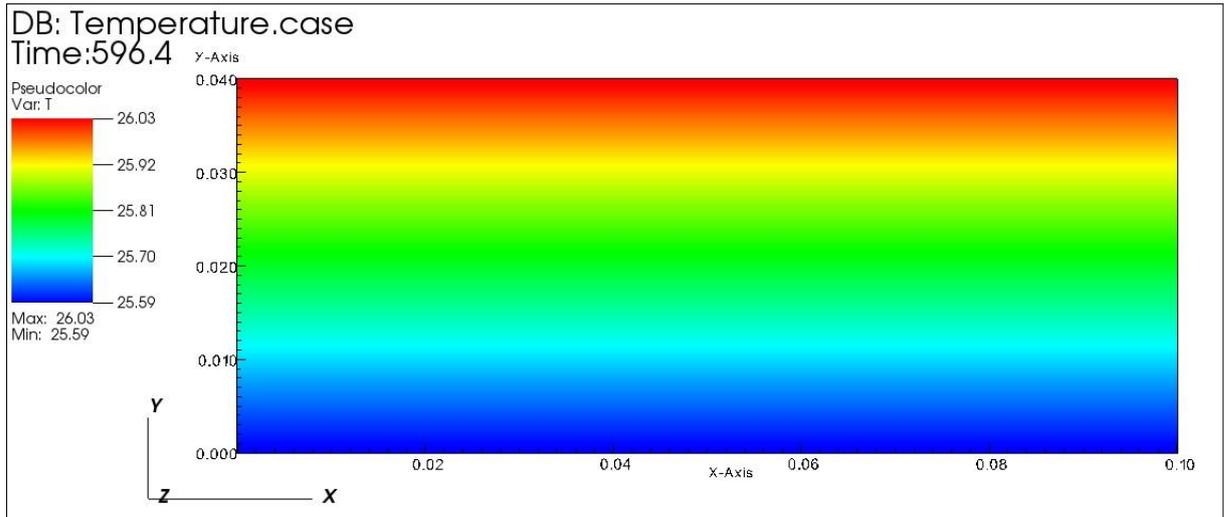


**Gráfico 5.7 – Comparação das temperaturas experimentais e numéricas pelo método reverso (Fofu).**

**Fonte: Autorial Própria.**

Para o ferro fundido o fluxo de calor necessário para que a aproximação acima seja alcançada é de  $1060 \text{ W/m}^2$ , chegando-se assim as mesmas conclusões feitas para a peça de alumínio.

Na Figura (5.2) é possível observar a distribuição de temperatura em toda a peça de ferro fundido em 600 s.



**Figura 5.2 – Distribuição de temperatura na peça de ferro fundido.**  
**Fonte: Autoria Própria.**

O tempo médio das simulações em regime transiente foi de 40 min.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho foram realizadas análises experimentais e numéricas aplicadas a um problema de transferência de calor reverso bidimensional. Para isto foram utilizados corpos de prova de dois materiais distintos, alumínio e ferro fundido.

Inicialmente foram conduzidos testes experimentais, em que um fluxo de calor foi aplicado na face norte das amostras para se obter a curva de temperatura ao longo do tempo no ponto central da peça. A princípio foi observado um comportamento transiente durante os primeiros minutos do experimento, que então estabilizou, apresentando por fim um comportamento permanente.

Em um primeiro momento todos os valores de temperatura obtidos experimentalmente foram inseridos como dado de entrada para o programa reverso, com o objetivo de se obter o valor do fluxo de calor na face norte. Entretanto devido as simplificações nas condições contorno das outras faces e o comportamento não linear da variação do fluxo, o programa não convergiu para uma resposta satisfatória. Já que o fluxo calculado é aquele que quando utilizado gera o menor erro médio perante todos os valores de temperatura.

Partindo dessas considerações foi decidido fazer uma análise de intervalos, transiente e permanente, cujo comportamento do fluxo aproximava-se de um comportamento linear.

Nas análises do regime permanente esperava-se que o fluxo de calor entrando na face norte fosse muito próximo do valor de fluxo saindo da peça pela face sul. Quando esta condição foi simulada pelo programa direto, a resposta convergiu para o comportamento esperado. O mesmo não aconteceu para as simulações com o programa reverso, nas quais o fluxo encontrado não se aproximou do fluxo esperado. Assim pode-se concluir que a implementação do programa reverso não atende as necessidades do problema estudado.

Nas análises do regime transiente foi observada a convergência das temperaturas pelo método. Porém, o valor de fluxo necessário para isto foi muito maior do que o valor do fluxo experimental. Este resultado pode ser explicado pela condição de contorno do fluxo de saída ser constante no tempo. Pode-se concluir que o programa reverso utilizado responde bem em análises de regime transiente com comportamento linear do fluxo de calor.

Faz-se as seguintes sugestões de melhoria:

- Adaptação do programa direto para a utilização de fluxos transientes de entrada e saída;
- Adaptação do programa reverso da Seção Áurea para que seja possível extrair os valores de fluxo ao longo do tempo.
- Desenvolvimento de um novo procedimento experimental para aquisição dos valores de fluxo de entrada e saída ao longo do tempo.

## REFERÊNCIAS

ALIFANOV, O. M.; ANTONENKO, J.; MIKCHAILOV, V. V.; NENAROKOMOV, A. V.; RITTER, H.; SANTOVINCENZO, A.; TITOV, D. M.; YDIN, V. M. **A Study of Spacecraft Structures Materials Thermal Properties Based on Inverse Problems Technique**. 5th European Workshop on Thermal Protection Systems and Hot Structures (ESA SP – 631). Netherlands, 2006.

ALIFANOV, O. M.; ARTYUKHIN, E. A. **Regularized numerical solution of nonlinear inverse heat-conduction problem**. Plenum Publishing Corporation, Traduzido de Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal, Vol. 29, No. 1, pag. 159-164, 1975.

BECK, J. V.; BLACKWELL, B.; HAJI-SHEIKH, A. **Comparison of some inverse heat conduction methods using experimental data**. Elsevier: International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 39, No. 17, pag. 3649-3657, 1996.

BECK, J. V. **Nonlinear estimation applied to the nonlinear inverse heat conduction problem**. International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 13, pag. 703-716, 1969.

BLANC, G.; RAYNAUD, M.; CHAU, T. H. **A guide for the use of the function specification method for 2D inverse heat conduction problems**. Elsevier, Paris: Rev. Gén. Therm., Vol. 37, pag. 17-30, 1998.

CARVALHO, S. R.; LIMA E SILVA, S. M. M.; MACHADO, A. R., GUIMARÃES, G. **Temperature Determination at the Chip-Tool Interface Using an Inverse Thermal Model Considering the Tool and Tool Holder**. Elsevier: Journal of Materials Processing Technology, Vol. 179, pag. 97-104, 2006.

CARVALHO, S. R. **Problemas inversos em transferência de calor**. Apostila de pós-graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia, MG, 2012.

CARVALHO, S. R. **Volumes finitos em transferência de calor e escoamento de fluidos**. Apostila de pós-graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia, MG, 2012.

GONÇALVES, C. V. **Desenvolvimento de técnicas de problemas inversos em convecção de calor**. 1999. Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia, MG.

INCROPERA, Frank P., DEWITT, David P., BERGMAN, Theodore L., LAVINE, Adrienne S. **Fundamentals of Heat and Mass Transfer**. 6. ed. United States of America: John Wiley & Sons, 2007.

MIRSEPHAI, A.; MOHAMMADZAHARI, M.; CHEN, L.; O'NEILL, B. **An Artificial Intelligence Approach to Inverse Heat Transfer Modeling of an Irradiative Dryer**. Elsevier: International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 39, pag. 40-45, 2012.

Propriedades Térmicas do Alumínio do Site MatWeb, 2016. Disponível em: <<http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=6b59b683d2c748dcaf764398d740c8cf>>. Acesso em: 07 outubro 2016.

SILVA, C. P. **Comparação de técnicas de problemas inversos em transferência de calor**. 2011. Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Itajubá, MG.

SU, J.; HEWITT, G. F. **Inverse Heat Conduction Problem of Estimating Time-Varying Heat Transfer Coefficient**. Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 45, pag. 777 – 789. London, 2004.