

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
CÂMPUS CORNÉLIO PROCÓPIO  
DIRETORIA DE GRADUAÇÃO E EDUCAÇÃO PROFISSIONAL  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

TIAGO PONCIANO ANTUNES

**ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DE PROBLEMAS NÃO  
ROTINEIROS DE MATEMÁTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO

2015

TIAGO PONCIANO ANTUNES

**ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DE PROBLEMAS NÃO  
ROTINEIROS DE MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina TCC2, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado.

Orientador: Prof. Dr. Jader Otávio Dalto

CORNÉLIO PROCÓPIO

2015



Ministério da Educação  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
Câmpus Cornélio Procópio  
Diretoria de Graduação  
Departamento de Matemática  
Curso de Licenciatura em Matemática



---

## FOLHA DE APROVAÇÃO

### BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Jader Otávio Dalto

Prof. Dr. Línlya N. Sachs C. De Barbosa

Prof. Me. Elizabeth Maria Giacobbo

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso”

Dedico este trabalho à minha família.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Jader Otávio Dalto, pela sabedoria com que me guiou nesta trajetória e também à banca, Prof. Dr. Línlya N. Sachs C. De Barbosa e a Prof. Me. Elizabeth Maria Giacobbo pelas contribuições.

Gostaria de deixar registrado também, o meu reconhecimento à minha família, pois acredito que sem o apoio deles seria muito difícil vencer esse desafio. A todos que direta ou indiretamente, me ensinaram algo que me fizesse 'crescer' e me tornar uma pessoa melhor. A todas estas pessoas, muito obrigado.

Em especial, meus sinceros agradecimentos:

A Deus, pela vida, sabedoria, perseverança;

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização deste trabalho.

“Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina.”

*Cora Coralina*

## RESUMO

ANTUNES, Tiago Ponciano. **Análise da Produção Escrita de Problemas não rotineiros de Matemática**. 96 p. Trabalho de Conclusão de Curso – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2015.

A proposta deste trabalho é fazer uma análise da produção escrita de problemas não rotineiros de matemática de alunos do Ensino Médio de uma escola do município de Santa Mariana utilizando uma prova escrita com questões do PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos). Pretende-se com este trabalho responder a questões como: como podemos utilizar os registros produzidos pelos alunos ao resolverem problemas não rotineiros de matemática, a fim de se verificar os aspectos mais importantes do processo de resolução destes problemas e das dificuldades e erros cometidos? Quais são as estratégias para a resolução dos problemas não rotineiros? Quais os erros mais frequentes? A metodologia deste trabalho foi a metodologia qualitativa, pois busca compreender a realidade, levando em conta a relação e a interação cotidiana em que o pesquisador se baseia na interpretação para a compreensão dos fenômenos expostos por todos os participantes. Considerando as semelhanças entre as produções, as provas foram agrupadas por procedimentos de resolução. Com isso, foi possível identificar algumas características das produções dos alunos. Este trabalho mostra que é possível utilizar-se da produção escrita dos alunos como prática de investigação a fim de identificar dificuldades dos alunos em relação a problemas não rotineiros de matemática.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Avaliação; Análise da Produção Escrita; Problemas não rotineiros.

## ABSTRACT

ANTUNES, Tiago Ponciano. **Writing Production Analysis of Mathematics' Non Routine Problems.** 96 p. Work Completion of course - Degree in Mathematics. Federal Technological University of Paraná. Cornelius, 2015.

The purpose of this study is to analyze the written production of non-routine problems high school students math of a municipal school of Santa Mariana using a written test with questions from PISA (Programme for International Student Assessment). The aim of this work answer questions such as: how can we use the records produced by the students to solve non-routine problems of mathematics, in order to check the most important aspects of the resolution process of these problems and the difficulties and mistakes? What are the strategies to solve non-routine problems? What are the most common errors? The methodology of this study was qualitative methodology, it seeks to understand the reality, taking into account the relationship and everyday interaction in which the researcher is based on the interpretation to understand the phenomena displayed by all participants. Considering the similarities between the productions, the tests were grouped by resolution procedures. Thus, it was possible to identify some characteristics of student productions. This work shows that it is possible to use the written production of students as practical research in order to identify students' difficulties in relation to non routine math problems.

**Keywords:** Mathematics Education; Evaluation; Analysis writing production; Non-routine problems.



## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	9
1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	12
2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	17
2.1. SUJEITOS.....	17
2.2. INSTRUMENTOS.....	18
3. RESULTADOS E ANÁLISES.....	23
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	40
REFERÊNCIAS.....	43
APÊNDICE A: Leitura das Produções Escritas.....	46

## INTRODUÇÃO

Um dos grandes desafios dos professores de matemática é fazer com que seus alunos adquiram uma aprendizagem significativa em suas aulas. Entretanto, os altos índices de evasão e reprovação nas disciplinas de matemática parecem mostrar o contrário. Mesmo considerando que evasão e reprovação são também motivadas por fatores alheios à escola, é preciso que algo seja feito para tentar mudar esta realidade.

Uma das possibilidades de mudança desta realidade é a reflexão, por parte do professor, de sua prática pedagógica, na perspectiva de melhorá-la, o que possibilita o sucesso do aluno na aprendizagem de matemática. Ao refletir sobre sua prática, o professor deve considerar que ela deve ir além da simples transmissão de conhecimentos prontos e acabados, na qual os alunos são meros receptores do conhecimento. A esse respeito, Silva afirma que

O ensino não pode ser visto como uma mera e mecânica transmissão linear de conteúdos fechados e prontos do docente para o educando, mas um processo de construção de significados fundados em contextos históricos em que se ensina e se aprende e, conseqüentemente, se avalia (SILVA, 2006, p.10).

Ao refletir sobre sua prática, o professor deve também refletir sobre o processo de avaliação, que envolve os objetivos da avaliação, a escolha dos instrumentos, a elaboração e a correção deles. A esse respeito, nota-se que a grande maioria dos professores utiliza um mesmo instrumento para avaliar os alunos: a prova escrita (ou simplesmente prova).

Muitas vezes este instrumento de avaliação gera uma nota para determinar o quanto o aluno "aprendeu" do conteúdo, tornando-se apenas um instrumento seletivo, no sentido de separar aqueles "que aprenderam" daqueles que não aprenderam. Tal prática configura-se como "uma avaliação somativa, que não só seleciona os estudantes, mas os compara entre si e os destina a um determinado lugar numérico em função das notas obtidas" (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p.36-37).

Uma estratégia que pode ser utilizada para amenizar este fato está

relacionada à forma como as questões/problemas presentes nas provas escritas são corrigidas pelo professor. Em geral, em provas escritas com questões abertas ou discursivas, o aluno faz registros escritos na sua resolução. Muitas vezes, estes registros escritos não são considerados na correção da questão, uma vez que há a consideração apenas da resposta, como sendo totalmente correta ou incorreta. Entretanto, os registros escritos produzidos pelos alunos podem ser utilizados pelo professor como forma de acompanhar o processo de resolução das questões, identificando a estratégia desenvolvida por ele, erros que podem ter surgido, dentre outras coisas, superando a característica somativa da avaliação e favorecendo a aprendizagem.

Desta forma, como podemos utilizar os registros produzidos pelos alunos ao resolverem problemas não rotineiros de matemática, a fim de se verificar os aspectos mais importantes do processo de resolução destes problemas e das dificuldades e erros cometidos? Quais são as estratégias utilizadas pelos alunos para a resolução de problemas não rotineiros? Quais os erros mais frequentes?

Neste sentido, este trabalho foi elaborado com o objetivo de refletir sobre o processo de resolução de problemas não rotineiros de matemática a partir da análise da produção escrita de estudantes do primeiro ano do Ensino Médio. Como objetivos específicos, temos: inventariar estratégias e procedimentos utilizados pelos estudantes ao resolverem problemas não rotineiros; conhecer os erros e obstáculos enfrentados por eles ao resolverem estes problemas.

Este trabalho está estruturado em quatro capítulos. No capítulo um são abordados trabalhos em que autores tratam de avaliação, análise da produção escrita e um pouco dos trabalhos realizados pelo Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação (GEPEMA)<sup>1</sup> em relação a análise da produção escrita de problemas não rotineiros. O capítulo dois trata dos procedimentos metodológicos utilizados neste trabalho, informações sobre os sujeitos e os instrumentos para a

---

<sup>1</sup> O Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação - GEPEMA está constituído no Departamento de Matemática e desenvolve suas atividades no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEL. As principais atividades incluem o desenvolvimento da investigação no campo da Educação Matemática e Avaliação, bem como a formação de pesquisadores nesta área, nos níveis de Mestrado e Doutorado.

realização da análise da produção escrita de problemas não rotineiros. No capítulo três, trata-se da identificação do ambiente de coleta de dados e da análise dos resultados. No capítulo quatro apresenta-se as considerações finais deste trabalho. O trabalho é finalizado com a apresentação das Referências que fundamentaram teoricamente esta investigação e os anexos, relacionados às leituras dos problemas 1 e 2 de cada aluno.

## 1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para Kraemer (2006) avaliação vem do latim e significa valor ou mérito ao objeto em pesquisa, junção do ato de avaliar ao de medir os conhecimentos adquiridos pelo indivíduo. Segundo Libâneo, (1994, p. 195) a avaliação é "uma tarefa didática necessária e permanente do trabalho docente, que deve acompanhar passo a passo o processo de ensino e aprendizagem." A avaliação do processo ensino-aprendizagem apresenta três funções: Diagnóstica, Formativa e Somativa. A avaliação diagnóstica é adequada para o início do período letivo, pois permite conhecer a realidade na qual o processo de ensino-aprendizagem vai acontecer. A avaliação formativa é aquela que tem como função controlar, devendo ser realizada durante todo o período letivo, com o intuito de verificar se os estudantes estão alcançando os objetivos propostos anteriormente. Segundo Gil,

A avaliação formativa tem a finalidade de proporcionar informações acerca do desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, para que o professor possa ajustá-lo às características dos estudantes a que se dirige. Suas funções são as de orientar, apoiar, reforçar e corrigir. (GIL, 2006, p. 247, 248).

Esta avaliação ocorre durante o período letivo levando, assim, o professor ajustar, da melhor forma possível, o processo de ensino/aprendizagem. Já a avaliação somativa, tem como função básica a classificação dos alunos, sendo realizada ao final de um curso ou unidade de ensino. Segundo destaca Gil, "é uma avaliação pontual, que geralmente ocorre no final do curso, de uma disciplina, ou de uma unidade de ensino, visando determinar o alcance dos objetivos previamente estabelecidos" (GIL, 2006, p. 248).

Muitas vezes o professor utiliza apenas a avaliação somativa em suas aulas. Para que as funções diagnósticas e formativas sejam também cumpridas por meio de provas, podem ser utilizadas questões abertas ou discursivas que permitam ao aluno deixar sua produção escrita registrada, que pode ser objeto de análise do professor durante a correção das provas.

A produção escrita possibilita tanto conhecer quais "conteúdos matemáticos" os alunos demonstram saber, quanto ter uma compreensão de como utilizam seus conhecimentos matemáticos escolares no seu cotidiano (NAGY-SILVA,

2005; PEREGO, 2005; PEREGO, 2006; NEGRÃO DE LIMA, 2006). Desta forma, analisar o que o aluno produz é muito importante, pois possibilita a tomada de decisão do professor diante da forma que irá continuar abordando os conteúdos em sala de aula. Para a tomada de decisão, o professor precisa saber como está o desempenho de seus alunos de acordo com a sua metodologia. Ao analisar o que os alunos produziram, poderá analisar a resolução de questões, e decidir uma mudança para tentar melhorar estes resultados. Buriasco (2004) afirma que o professor deve,

[...] ter uma noção o mais precisa possível do que seus alunos sabem e são capazes de fazer, desse modo o professor pode, além de tomar decisões adequadas sobre sua prática escolar, contar com seus alunos como interlocutores na compreensão dos caminhos percorridos na busca da resolução da situação [...] (BURIASCO, 2004 p.247).

Como tudo que o aluno produz contém informações do que ele “sabe” e do que ele não “sabe”, é preciso fazer uma investigação muito detalhada e restrita, e sempre individualmente, pois cada aluno pode revelar dificuldades diferentes um dos outros. Assim, o professor deve saber planejar e, para isso, pode considerar que “[...] a análise da produção escrita do aluno é de grande ajuda para o professor nas escolhas, no planejamento, na realização de suas práticas” (BURIASCO; CYRINO; SORAES, 2003 p.4). Ao fazer esta análise, o professor percorre todo o caminho que levou o aluno ao resultado apresentado à questão, tendo uma melhor compreensão do saber matemático do aluno.

De acordo com Buriasco (2004, p 247), é preciso evidenciar o modo como o estudante interpreta sua resolução para dar a resposta, as escolhas feitas, os conhecimentos matemáticos utilizados e a forma como se comunica matematicamente. Analisar a produção escrita dos alunos evidencia o que eles pensaram, as estratégias e possíveis raciocínios utilizados na resolução, além de possibilitar ao professor, verificar possíveis interpretações a respeito da situação.

Se o objetivo da análise da produção escrita é evidenciar o raciocínio do aluno ao resolver uma questão, suas escolhas de estratégias e procedimentos, pode-se utilizar questões que sejam consideradas como problemas. Em termos filosóficos, Saviani (2000) afirma que problema é uma questão cuja resposta desconhecemos e necessitamos conhecer. Para Dante (1998), um problema é qualquer

situação que exige a maneira matemática de pensar e conhecimentos específicos para solucioná-la. O autor ressalta que um bom problema deve: ser desafiador para o aluno; ser real; ser interessante; ser o elemento de um problema realmente desconhecido; não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas; ter um nível adequado de dificuldade. Em resumo, o problema deve ser capaz de instigar a curiosidade, a vontade de resolver e despertar o interesse do aluno, além de desenvolver o pensamento matemático.

O ato de resolver problemas tem grande importância no processo de ensino/aprendizagem, pois proporciona ao aluno desenvolver o pensamento matemático, além de ser um grande incentivador, deixando de ser algo tradicional dos exercícios maçantes e repetitivos utilizados por grande maioria dos professores.

Propor problemas aos alunos para serem resolvidos pode ser muito importante para a análise da produção escrita dos alunos, uma vez que os registros escritos realizados pelos alunos são importantes elementos de análise, principalmente quando os problemas são não rotineiros. Problemas não rotineiros são problemas que, em geral, não são vistos com frequência pelos alunos em sala de aula, e não são encontrados nos livros didáticos; são problemas que envolvem uma situação real e que exige do aluno compreensão e reflexão sobre o assunto abordado.

Alguns trabalhos realizados pelo Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação (GEPEMA), em relação à análise da produção escrita de problemas não rotineiros envolveram o tema "Lixo". As investigações desenvolvidas a partir de 2007, revelaram, por meio da análise da produção escrita, como os estudantes lidam com questões abertas e não rotineiras de matemática quando apresentadas em situação específica de prova. A questão utilizada segue no quadro 1.

Para uma atividade sobre o meio ambiente, os alunos coletaram informações sobre o tempo de decomposição de vários tipos de lixo que as pessoas jogam fora:

<b>Tipo de Lixo</b>	<b>Tempo de Decomposição</b>
Casca de banana	1 a 3 anos
Casca de laranja	1 a 3 anos
Caixas de papelão	0,5 anos
Goma de mascar	20 a 25 anos
Jornais	Alguns dias
Copos de plástico	Mais de 100 anos

Quadro 1 – Enunciado da questão “lixo”. Fonte: PISA.

Essa questão, segundo a classificação presente nos documentos do PISA, está vinculada à área de conteúdo denominado Incerteza, que envolve o estudo de fenômenos e relações probabilísticas e estatísticas. Além disso, envolve a leitura e interpretação de informações e exige que o leitor tome uma posição frente à forma como uma informação é apresentada.

Em relação à análise da produção escrita presente nesta questão, Celeste (2008 p.63) destaca que, "por meio da investigação realizada, foi possível verificar que parte dos estudantes conhece os gráficos e mostra saber que tanto eles quanto as tabelas podem ser utilizados para apresentar as mesmas informações, mas de maneiras diferentes”.

Santos (2008), em relação à mesma questão, destacou a relação do contexto com experiências pessoais ou outros contextos. No trabalho de Almeida (2009), foi apresentada uma análise dos registros escritos de graduandos em Matemática visando obter indícios de um processo de matematização desses ao resolverem a questão “Lixo”.

Em relação a este mesmo problema, outros autores, ao trabalhar a análise da produção escrita de problemas não rotineiros, como Bezerra (2010), afirmam



que a respeito da análise da produção escrita obtida deste problema, apontam que um dos principais obstáculos dos alunos estava na interpretação que eles faziam do enunciado, ou seja, muitas vezes as dificuldades encontradas estão relacionadas mais à compreensão do enunciado do que ao problema em si.

Desta forma, com os trabalhos já realizados por estes autores em relação à análise da produção escrita de problemas não rotineiros, pode-se evidenciar alguns aspectos importantes a serem levados em conta ao se analisar a produção escrita de problemas não rotineiros. Um deles é a importância de um enunciado claro, que não confunda os alunos na sua resolução, isso é muito importante, pois se o aluno interpreta o enunciado de uma forma diferente do que se é esperado, o aluno tem grande chance de se equivocar na sua resolução.

O GEPEMA, por meio dos trabalhos realizados, tem sugerido que a análise da produção escrita pode ser utilizada para investigar os processos de ensino e de aprendizagem da matemática em relação a problemas não rotineiros. Ao utilizar a análise da produção escrita de problemas não rotineiros "pode-se obter informações que auxiliam tanto o professor como estudantes na tomada de consciência e decisão acerca de suas ações." (LOPEZ 2010).

Além disso, é importante resaltar a importância das informações obtidas nestes trabalhos desenvolvidos pelo grupo GEPEMA, em relação a como essas informações podem auxiliar os professores na sua tomada de decisão. No caso particular das investigações apresentadas pelo GEPEMA em relação ao problema "Lixo", pode-se perceber por exemplo, que alguns alunos relacionaram o contexto da questão com suas experiências do seu próprio cotidiano. Assim, a partir da análise da produção escrita deste problema, foi possível construir intervenções que têm por objetivo orientar os estudantes.

## 2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia empregada neste estudo é a metodologia qualitativa, que busca compreender a realidade, levando em conta a relação e a interação cotidiana em que o pesquisador se baseia na interpretação para a compreensão dos fenômenos expostos por todos os participantes. Esta pesquisa tem o "ambiente natural como fonte direta de dados, sendo o pesquisador o seu principal instrumento." (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p.11).

Segundo Garnica (2004, p.86) uma pesquisa qualitativa deve reconhecer:

- A transitoriedade de seus resultados;
  - A impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar;
  - A não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar;
  - Que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas uma trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re) configurados.

Ainda segundo este autor, esses pressupostos podem ser reconfigurados no desenvolvimento da pesquisa, ou seja, durante o processo de pesquisa, o pesquisador pode fazer alterações nessas etapas.

A análise da produção escrita foi realizada a partir dos procedimentos de análise utilizados nos trabalhos do GEPEMA (p. ex. DALTO, 2007; SANTOS 2014, NEGRÃO DE LIMA, 2006) e do Manual de Correção de Questões Abertas de Buriasco, Cyrino e Soares (2003).

### 2.1. SUJEITOS

A produção escrita objeto de análise foi obtida a partir de um instrumento (prova escrita) aplicada a alunos do Ensino Fundamental/Médio com a faixa etária de 15 a 16 anos, matriculados em uma escola pública do município de Santa Mariana.

## 2.2. INSTRUMENTOS

O instrumento para a coleta de dados deste trabalho, foi uma prova com questões do PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos) por serem questões não rotineiras, isto é, não são frequentemente trabalhadas em sala de aula e geralmente não são encontradas em livros didáticos, e por já serem validadas.

O PISA foi criado com o objetivo de obter informações acerca do que estudantes, com idade entre 15 anos e 16 anos, independentemente da série que estão, fazem com o que aprendem na escola. Por isso a escolha de alunos entre 15 a 16 anos do Ensino Fundamental/Médio para a coleta de dados deste trabalho.

As questões que integram a prova escrita são as apresentadas no quadro seguinte que continuam nas próximas páginas. (Quadro 2).

### Pinguins

Os pinguins são aves marinhas que não voam pertencentes à ordem dos *Sphenisciformes*. Existem 18 espécies de pinguins, sendo que todas elas habitam no hemisfério sul. A grande maioria das espécies vive na Antártica, mas são encontradas também sempre ao sul de países como Austrália e da Nova Zelândia, e ao sul de continentes como a África e a América do Sul. Os casais de pinguins são fieis, sendo que só se separam quando não conseguem reproduzir. No período de reprodução, os pinguins procuram plataformas de gelo ou rochas onde possam depositar seus ovos, onde geralmente é um único ovo, raramente dois. O tipo de ninho varia de espécie para espécie. O período de incubação dura entre 5 e 6 semanas. Dentre as espécies estão:

- Pinguim-saltador-da-rocha: esta ave mede até 55 cm e caracteriza-se por plumagem branca e preta e sobranceiras de cor amarela que terminam em longas penas da mesma cor.
- Pinguim gentoo: é uma das três espécies de pinguim mais rápida do planeta debaixo d'água. A origem do seu nome é incerta, mas pensa-se ter sido usada no século XVIII por portugueses e ingleses para se referir a vários grupos étnicos, provavelmente como termo depreciativo para Hindus.
- Pinguim-de-magalhães : é um pinguim sul-americano característico de águas temperadas e de temperaturas entre 15 graus centígrados e abaixo de zero grau centígrado.

O fotógrafo de animais, Jean Baptiste foi numa expedição de um ano e tirou inúmeras fotografias de pinguins e das suas crias.

Interessou-se, em particular, pelo crescimento de tamanho de diferentes colônias de pinguins.

**Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.



Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

**Questão2: PINGUINS**

O Jean questiona-se sobre a forma como vai evoluir, ao longo dos próximos anos, o tamanho de uma colônia de pinguins. Para determinar esta evolução, ele parte dos seguintes pressupostos:

- No início do ano, a colônia tem 10.000 pinguins (5000 casais).
- Cada casal de pinguins tem uma cria na primavera de cada ano.
- No final do ano, morrem 20% de todos os pinguins ( adultos e crias).

No final do primeiro ano, quantos pinguins ( adultos e crias) tem a colônia?

**Questão3: Pinguins**

O Jean parte do princípio de que a colônia continuará a crescer da seguinte maneira:

- No início de cada ano, a colônia tem um número igual de machos e de fêmeas, os quais formam casais.
- Cada casal de pinguins tem uma cria na primavera de cada ano.
- No final de cada ano, morrem 20% de todos os pinguins ( adultos e crias).
- Os pinguins com um ano de idade também terão crias.

De acordo com os pressupostos anteriores, qual fórmula matemática descreve o número total de pinguins,  $P$ , ao fim de 7 anos?

$$P = 10\,000 \times (1,5 \times 0,2)^7$$

$$P = 10\,000 \times (1,5 \times 0,8)^7$$

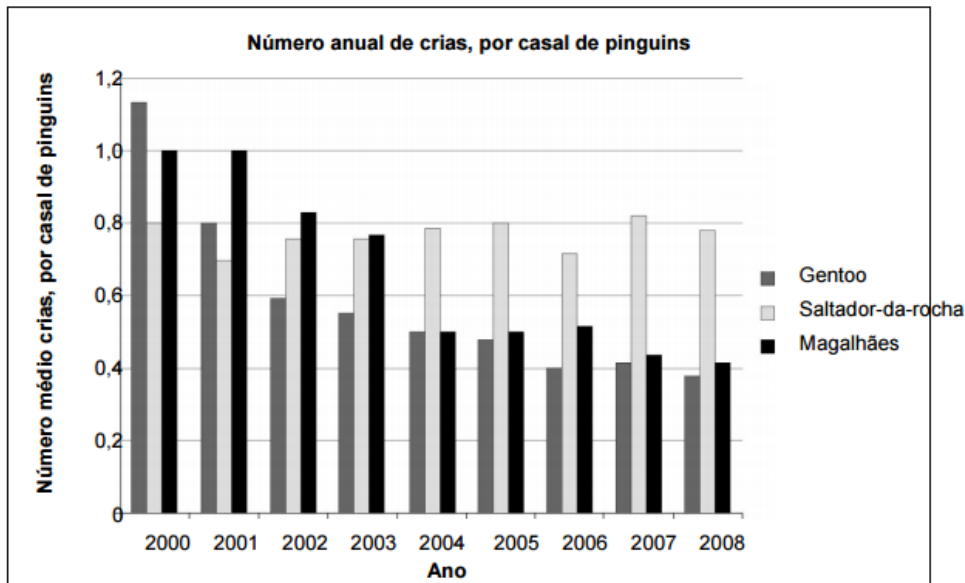
$$P = 10\,000 \times (1,2 \times 0,2)^7$$

$$P = 10\,000 \times (1,2 \times 0,8)^7$$

**Questão4: PINGUINS**

Depois de regressar de sua expedição, o Jean Baptiste procurou na internet quantas crias tem, em média, um casal de pinguins.

Ele descobre o gráfico de barras seguinte para três tipos de pinguins: Gentoo, Saltador-da-rocha e Magalhães.



De acordo com o gráfico anterior, são verdadeiras ou falsas as afirmações seguintes acerca destes três tipos de pinguins? Justifique sua resposta.

<b>Afirmção</b>	<b>A afirmação é verdadeira ou falsa?</b>
Em 2000, o número médio de crias, por casal de pinguins, era superior a 0,6.	Verdadeira / Falsa
Em 2006, em média, menos de 80% dos casais de pinguins teve uma cria.	Verdadeira / Falsa
Por volta de 2015, estes três tipos de pinguins estarão extintos.	Verdadeira / Falsa
Entre 2001 e 2004, o número médio de crias, por casal de pinguins Magalhães, diminui.	Verdadeira / Falsa

Quadro 2 – Questões sobre o tema Pinguins (Fonte: PISA, 2012)

Assim, seguem as resoluções e respostas esperadas no quadro abaixo, que continuam na próxima página.

**Gabarito Problema 1:**

Primeiramente, devemos analisar que um ovo pesa 78 g, e que o segundo ovo pesa 110 g. Logo, podemos fazer a diferença do peso:

$$110 \text{ g} - 78 \text{ g} = 32 \text{ g}$$

Agora, vamos fazer a porcentagem de 32 g, lembrando que 110 corresponde ao 100%,

$$\begin{array}{l} 110\text{g} \text{ --- } 100\% \\ 32\text{g} \text{ --- } x\% \end{array}$$

Aplicando regra de três, por termos uma proporção, obtemos:

$$\begin{array}{l} 110x = 32 \cdot 100 \\ 110x = 3200 \\ X = 3200 / 110 \\ X = 29\% \text{ aproximadamente.} \end{array}$$

Fazendo o mesmo procedimento para o ovo de 78 g.

$$\begin{array}{l} 110 \text{ g} \text{ --- } 100\% \\ 78 \text{ g} \text{ --- } x\% \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 110 \cdot x = 78 \cdot 100 \\ 110 \cdot x = 7800 \\ X = 7800 / 110 \\ X = 70,9\% \end{array}$$

Agora é só subtrair os dois valores,

$70,9 - 29 =$  Aproximadamente 41% o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo.

**Gabarito Problema 2:**

Para cada primavera temos mais uma cria de pinguins por casal, logo temos mais 5.000 pinguins.

Total

$$10.000 + 5.000 = 15.000$$

Ma, morrem 20% do total, logo

$$15.000 \text{ \_\_\_\_\_\_ } 100\%$$

$$X \text{ \_\_\_\_\_\_ } 20\%$$

$$15.000 * 20 = 100 * x$$

$$X = 300.000 / 100 = 3.000$$

Assim, morrem 3.000 pinguins, logo

$$15.000 - 3.000 = 12.000 \text{ pinguins no final do primeiro ano.}$$

### **Gabarito Problema 3:**

Pelo problema 2, temos 12.000 pinguins por ano, logo

$$10.000 * (1,5 * 0,8)^7$$

multiplicando 1,5 por 0,8 obtemos 1,2, assim

$$10.000 * (1,2)^7$$

$$(10.000 * 1,2)^7$$

$$(12.000)^7$$

Logo,  $10.000 * (1,5 * 0,8)^7$  representa a quantidade de pinguins ao fim de 7 anos.

### **Gabarito Problema 4:**

Verdadeira
Verdadeira
Falsa
Falsa

Quadro 3 – Resoluções e respostas esperadas (Fonte: Autor)

### 3. RESULTADOS E ANÁLISE

A aplicação deste trabalho e a coleta de dados foram realizadas no município de Santa Mariana, devido à disponibilidade de turma. A instituição é uma escola Estadual do município de Santa Mariana- Paraná e está localizada a 20 km de Cornélio Procópio. A turma disponibilizada foi uma turma do 1º ano do período matutino. A turma é composta de 28 alunos, sendo que no dia da aplicação compareceram 25 alunos. O tempo de aplicação foi de 2 horas/aula.

Os alunos permaneceram nos seus lugares, e calmos. O tempo de aplicação foi suficiente para todos os alunos resolverem a prova, e durante a aplicação não ocorreu nenhum imprevisto. A aplicação se iniciou às 7h50 min. Após a aplicação, procedeu-se a correção dos problemas a partir da produção escrita dos alunos e dos seguintes critérios de correção, presentes no quadro 4 :

Crédito	Classificação	Critério de correção
0	Errado	Questão em branco ou solução incorreta;
1	Parcialmente correto	O aluno começou o raciocínio correto, mas não terminou o raciocínio e chegou a uma resposta incorreta. Ou simplesmente, chutou a resposta;
2	Correto	O aluno começou o raciocínio correto e desenvolveu até chegar à resposta correta;

Quadro 4– Critérios de correção.

Cada produção escrita recebe um dos três créditos (0, 1 ou 2), a partir do critério definido.



Segue, no quadro abaixo, a atribuição de créditos em relação a cada problema, sendo que 4A, 4B, 4C e 4D referem ao problema 4 de falso e verdadeiro, que foi subdividido para melhor compreensão dos resultados. Os alunos foram nomeados com as letras do alfabeto (ex: Aluno A, B, C, etc) para garantir o anonimato dos mesmos. Neste quadro podemos verificar que nenhum aluno errou todos os problemas.

ALUNOS	PROBLEMAS						
	1	2	3	4A	4B	4C	4D
A	0	1	1	1	0	2	2
B	0	0	0	0	1	0	1
C	0	0	0	0	1	0	0
D	1	0	1	0	2	0	2
E	0	0	0	1	1	1	1
F	0	0	0	2	2	2	2
G	1	2	0	2	0	2	2
H	1	0	1	1	0	1	1
I	0	1	0	2	2	2	2
J	1	0	0	0	1	1	1
K	0	0	1	0	1	2	2
L	1	0	0	1	1	0	1
M	1	0	0	2	2	2	2
N	1	0	0	2	2	2	0
O	1	0	0	1	0	2	1
P	1	1	0	1	0	1	0
Q	0	0	1	2	2	2	2
R	0	0	0	2	2	0	2
S	1	0	0	2	2	0	2
T	0	0	0	0	2	0	2
U	0	0	0	2	0	2	2
V	0	0	0	2	2	0	2
W	1	0	1	0	2	0	2
X	0	0	1	2	2	2	2
Y	1	0	0	2	2	0	2

Quadro 5 – Correção dos problemas em relação aos critérios

No Quadro 6, segue a distribuição e a porcentagem de cada problema em relação aos critérios de: Errado, Parcialmente Correto e Correto.

Problema	Porcentagem de acerto de cada questão					
	Errado	%	Parcialmente correto	%	Correto	%
1	13	52	12	48	0	0
2	21	84	3	12	1	4
3	18	72	7	28	0	0
4A	7	28	6	24	12	48
4B	6	24	6	24	13	52
4C	10	40	4	4	11	44
4D	3	12	6	24	16	64

Quadro 6 – Porcentagem de acerto por problema.

Segue abaixo, um gráfico com a porcentagem de acerto de cada aluno em relação a correção dos quatro problemas.

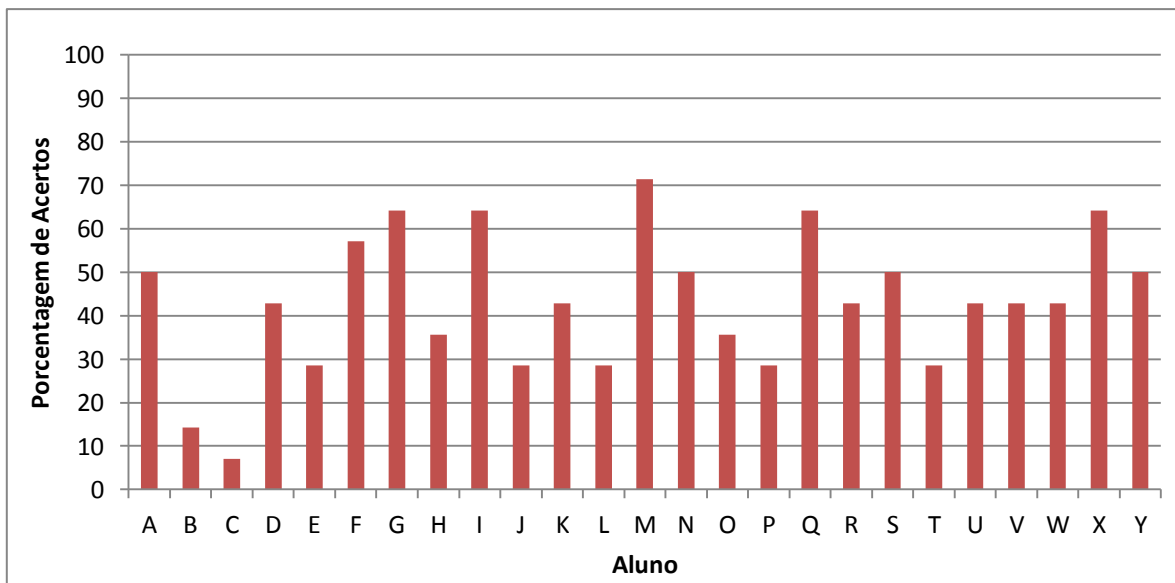


Figura 1– Porcentagem de acertos de cada aluno.

Com a correção geral de todos os problemas, segue abaixo um quadro (Quadro 7) com a quantidade de acertos, considerando que o aluno tenha acertado no mínimo parcialmente cada problema, pois como o interesse é a produção escrita do aluno, é preciso considerar os problemas em que o aluno deixou o seu registro escrito.

Problema	Acertou parcialmente/corretamente
1	12
2	3
3	7
4A	18
4B	19
4C	16
4D	22

Quadro 7 – Dados dos alunos que acertaram parcialmente/totalmente cada problema.

Para a análise da produção escrita, que é mais detalhada, foram escolhidos dois dos quatro problemas presentes na prova escrita. Dentre os quatro problemas, os que tiveram menor desempenho do que o previsto foram os problemas 1, 2 e 3. Assim, foram escolhidos o problema 1 e o problema 2 para realizar a análise, por serem aqueles em que os alunos apresentaram pior desempenho dentre os outros problemas.

Após a primeira correção, as produções escritas foram agrupadas a partir de leituras das produções feitas (em anexo) e de similaridades de estratégia de resolução. O quadro 8 abaixo mostra agrupamentos das produções escritas referentes ao problema 1. Em cada um dos seis grupos, são apresentadas a quantidade de provas e a característica principal que está presente em todas as produções de cada grupo.

Grupo	Quantidade de provas	Característica
G1	4	Apresentam somente uma resposta incorreta de 22% para a questão.
G2	11	Apresentam a subtração de $110-78$ e efetuam o cálculo corretamente chegando ao resultado 32g, mas não concluem o problema.
G3	2	Apresentam uma resposta incorreta mas calcularam 78% de 110 e chegaram corretamente em 85,8%.
G4	1	Realiza somente a subtração de $110-78$ mas erra o cálculo e apresenta a resposta 42.
G5	1	Apresenta o cálculo da porcentagem de 32 e chega corretamente na resposta de 29%, mas não conclui o problema.
G6	6	Outros
<i>Total</i>	<i>25</i>	

Quadro 8 – Agrupamento das descrições do problema 1 pelas estratégias

A seguir, são apresentadas análises das produções escritas dos estudantes de cada um dos grupos identificados anteriormente.

#### Grupo 1: 04 provas

Problema	Errado	Parcialmente incorreto	Correto
1	4	0	0

Neste grupo, destaca-se que todos os alunos apresentaram somente a resposta de 22% como a solução do problema 1. Como exemplo, o aluno I, que apresenta como resposta “aproximadamente 22%”. Um possível raciocínio que o aluno

I tenha tido seria de subtrair 110g de 78g, mas efetuou de maneira errada a subtração, e ao invés de chegar a 32g, chega em 22g. É possível notar que o aluno I não utiliza nenhum procedimento esperado para a resolução deste problema.

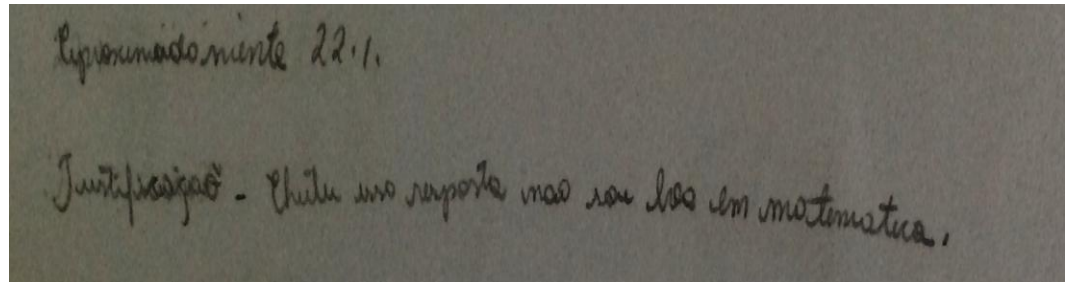


Figura 2: Produção escrita do Aluno I

Grupo 2: 11 provas

Problema	Errado	Parcialmente incorreto	Correto
1	0	11	0

No grupo 2, destaca-se os alunos que iniciaram o problema corretamente, realizando a subtração da massa do ovo de 78g pelo ovo de 110g mas todos apresentam a resposta correta como sendo 32g. Um exemplo deste procedimento pode ser verificado pela resolução do aluno S. Como pode-se observar, o aluno não utilizou os procedimentos esperados para concluir o problema, mas efetua a subtração de 78 g de 110g, chegando a uma resposta de 32g. O aluno efetuou corretamente a subtração, mas considera que este resultado seja a solução do problema 1.

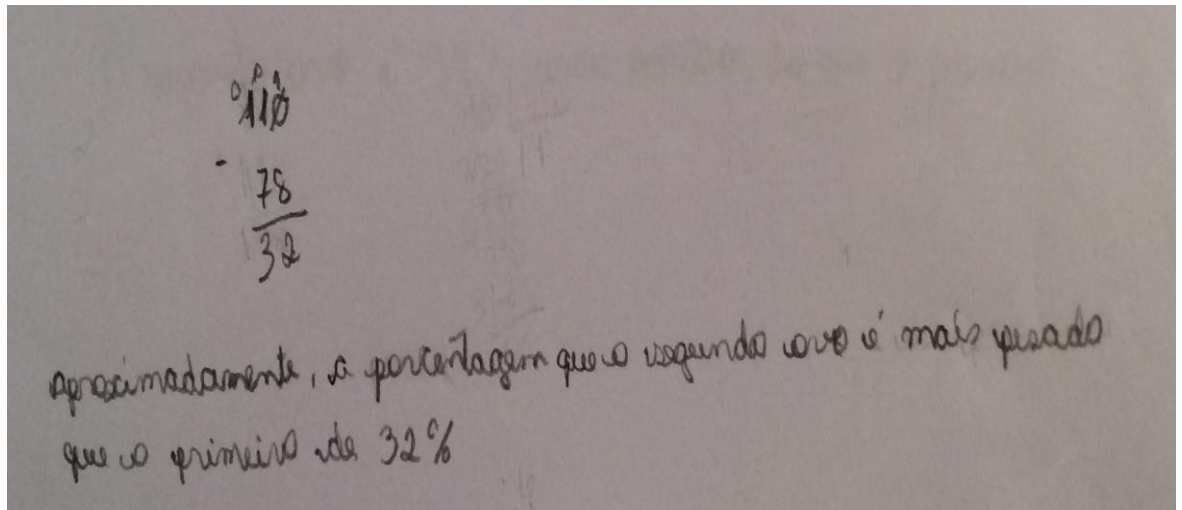


Figura 3: produção escrita do Aluno S

Grupo 3: 02 prova

Problema	Errado	Parcialmente incorreto	Correto
1	2	0	0

No grupo 3, destaca-se pelos alunos apresentarem uma resposta incorreta mas calcularam 78% de 110 e chegaram corretamente à resposta 85,8%. Como exemplo, tem-se o Aluno B. O aluno B não apresenta a solução esperada, mas efetua o cálculo de porcentagem de 78% de 110. Ele chega corretamente na resposta de 85,8%, mas considera que essa seja a solução do problema. Mesmo não chegando à solução, pode-se observar que o Aluno B conseguiu calcular porcentagem de maneira correta. O possível raciocínio do aluno B é de que ao calcular 78% de 110g ele encontraria a porcentagem que o ovo de 110g é mais pesado do que o ovo de 78g. Considerou assim, que 85,8% seria a resposta do problema.

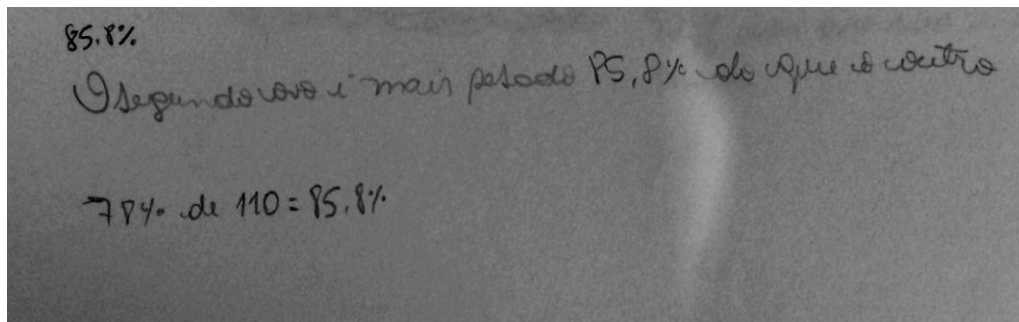


Figura 4: produção escrita do Aluno B

Grupo 4: 01 prova

Problema	Errado	Parcialmente incorreto	Correto
1	1	0	0

No grupo 4, destaca-se pelo Aluno K realizar a subtração de 110g por 78g mas realiza o cálculo incorretamente e apresenta a resposta 42. O aluno K, não apresenta a solução esperada, mas considera que ao realizar a subtração de 110g por 78g chegaria na solução do problema. Mas efetua a subtração errada chegando a um valor de 42.

$$\begin{array}{r} 110 \\ - 78 \\ \hline 42 \end{array}$$

Figura 5: produção escrita do Aluno k

Grupo 5: 01 prova

Problema	Errado	Parcialmente incorreto	Correto
1	0	1	0

No grupo 5, destaca-se que 1 aluno iniciou o problema de forma correta, mas não desenvolveu todos os cálculos para encontrar a resposta do problema. O Aluno G inicia a resolução esperada, apresenta corretamente o cálculo da porcentagem de 32 em relação a 110. Efetua corretamente a regra de três e encontra 29%. O possível raciocínio que o Aluno G tenha realizado foi fazer a subtração de 110g por 78g, chegando a uma resposta de 32g, assim calcula a porcentagem de 110 em relação a 32, chegando corretamente em 29%. Apresenta este valor, como sendo a solução para o problema.

Handwritten student work showing a percentage calculation:

$$\begin{array}{l} 110 \text{ --- } 100\% \\ 32 \text{ --- } x\% \end{array}$$

$$110x = 3200$$

$$x = \frac{3200}{110}$$

$$x \approx 29\%$$

Final answer boxed:  $R \approx \text{Aproximadamente } 29\%$

Additional handwritten work on the right side of the page shows a calculation:  $\frac{320}{100} = 3.2$ ,  $\frac{110}{3.2} = 29.1$ , and  $\frac{110}{3.2} = 29.1$ .

Figura 6: produção escrita do aluno G



Grupo : 06 prova

Problema	Errado	Parcialmente incorreto	Correto
1	6	0	0

Neste grupo, destaca-se por alunos que não apresentaram a solução esperada e chutaram a resposta ou não apresentaram nenhum cálculo para justificar sua resposta. Como por exemplo o aluno U que apresenta a solução de “Aproximadamente 62%” não apresenta nenhum uso dos valores apresentados no enunciado, simplesmente parece “chutar” um valor incoerente para a solução.

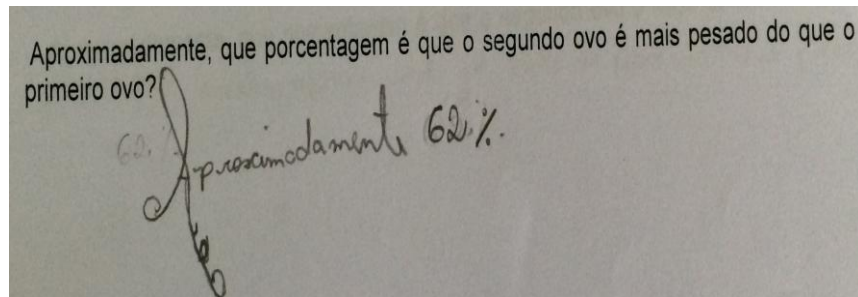


Figura 7: produção escrita do Aluno U

Podemos observar que, dentre os 25 alunos, apenas 12 alunos acertaram parcialmente o problema 1, ou seja, iniciaram o raciocínio correto, mas que por algum motivo não concluíram o raciocínio. Dentre os 12 que tiveram o mesmo raciocínio apenas o aluno G realizou a “regra de três”, ou seja, foi o que chegou mais próximo de concluir o problema, tendo em vista de que se ele fizesse o mesmo para o outro valor, chegaria à resposta correta. Os outros alunos apenas realizaram a subtração  $110 - 78$ .

O problema 1 aborda principalmente a compreensão e o conteúdo de porcentagem e o uso de regra de três simples além de operações simples de subtração. Os alunos possuem bastante dificuldade neste conteúdo de porcentagem. Os poucos que iniciaram o problema corretamente, não sabiam o que fazer com os valores obtidos.

O quadro abaixo mostra os agrupamentos das produções escritas dos 25 alunos em relação ao problema 2. Em cada um dos seis grupos, são apresentadas a quantidade de provas e a característica principal que está presente em todas as produções de cada grupo.

Grupo	Quantidade de provas	Característica
G1	1	Apresenta o cálculo de porcentagem correto e chega a uma resposta de 12.000 pinguins.
G2	1	Apresenta apenas uma descrição dos valores e aparentemente soma 10.000 com 2.500 e chega a um resultado de 12.500 corretamente. Não chega a resposta do problema.
G3	3	Apresentam uma resposta incorreta e realizam cálculos de porcentagem de maneira correta, mas multiplicação de maneira incorreta.
G4	3	Apresentam a resposta incorreta, mas realizam operação de adição, subtração de maneira correta.
G5	3	Apresentam a resposta incorreta mas realizam operação de adição, subtração de maneira correta e subtraem 20% de maneira correta.
G6	14	Outros
<i>Total</i>	<i>25</i>	

Quadro 9 – Agrupamento das descrições do problema 2 pelas estratégias

Grupo 1: 01 prova

Problema	Errado	Parcialmente incorreto	Correto
2	0	0	1

No grupo 1, destaca-se um aluno que apresenta o cálculo de porcentagem correto e chega a uma resposta de 12.000 pinguins que é a resposta correta do problema 2. O Aluno G, apresenta a solução esperada para o problema 2. Inicia o cálculo de porcentagem de maneira correta, chegando a um valor de 3.000 pinguins, não apresenta os cálculos, mas supõe-se que tenha efetuado a subtração do total de pinguins 15.000 pela quantidade de pinguins que morrem por ano 3.000, chegando na resposta correta de 12.000 pinguins. Este foi o único que chegou a solução esperada do problema, realizando os cálculos de porcentagem e subtração corretamente.

$15000 \text{ — } 100\%$   
 $x \text{ — } 20\%$   
 $100x = 3000000$   
 $x = \frac{3000000}{100}$   
 $x = 30000$   
 R: Terá a colônia 12.000 pinguins.

Figura 8: produção escrita do aluno G

Grupo 2: 01 provas

Problema	Errado	Parcialmente incorreto	Correto
2	1	0	0

No grupo 2, destaca-se um aluno que apresenta apenas uma descrição dos valores e aparentemente soma 10.000 com 2500 e chega a um resultado de 12.500 corretamente. Não chega a resposta do problema. Um possível raciocínio deste aluno foi considerar apenas a soma do total de pinguins pelas crias, chegando a um valor de 12.500 corretamente, mas o Aluno X não considera a porcentagem de pinguins que morrem por ano, nem apresenta este cálculo.

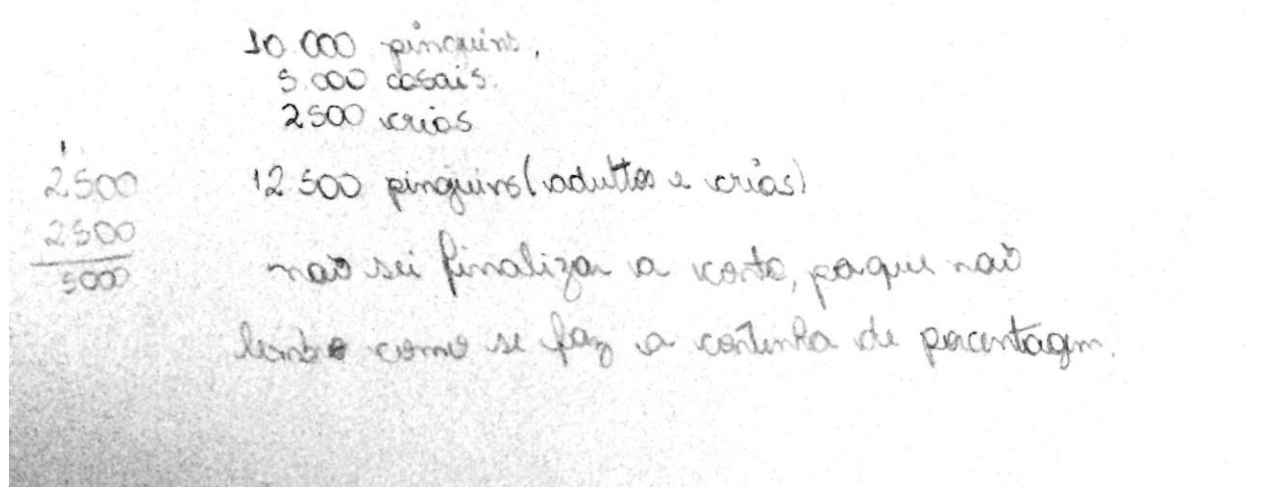


Figura 9: produção escrita do aluno X

Grupo 3: 03 provas

Problema	Errado	Parcialmente incorreto	Correto
2	2	1	0

No grupo 3, destaca-se alunos que apresentam uma resposta incorreta e realizam cálculos de porcentagem corretamente. mas de multiplicação de maneira incorreta. Não chegam a resposta do problema 2. Por exemplo o aluno B, que não apresenta a solução esperada. O possível raciocínio utilizado por ele foi multiplicar os casais, 5.000 pinguins, chegando a uma resposta errada de 25.000, mas subtrai 20% de 25.000 corretamente. Podemos supor, que apresenta 20.000 como a resposta correta do problema 2.

Handwritten work showing calculations for problem 2. The student starts with 20.000. Then they calculate 5.000 multiplied by 5.000 to get 25.000. Then they subtract 20% of 25.000 to arrive at 20.000.

Figura 10: produção escrita do Aluno B

Grupo 4: 03 provas

Problema	Errado	Parcialmente incorreto	Correto
2	2	1	0

No grupo 4, os alunos apresentam a resposta incorreta mas realizam operação de adição, subtração de maneira correta. Por exemplo, o Aluno S não apresenta a solução esperada, mas um possível raciocínio seria subtrair o total de pinguins 10.000 pelo total de crias por ano, 5.000. Efetua corretamente a subtração, mas apresenta este resultado como a resposta para o problema 2.

Handwritten work for Aluno S. At the top, there is a calculation:  $\frac{20}{100} \cdot 5000$ , followed by  $- 5000$  and a horizontal line, with  $5000$  written below it. Below the calculation, the text reads: "no final do primeiro ano. 5000 pinguins tem a colônia".

Figura 11: produção escrita do Aluno S

Grupo 5: 03 provas

Problema	Errado	Parcialmente incorreto	Correto
2	2	1	0

No grupo 5, os alunos apresentam a resposta incorreta mas realizam operação de soma, subtração de maneira correta e subtraem 20% de maneira correta, não chegam a resposta do problema 2. Por exemplo, o Aluno C não apresenta a solução esperada, mas seu possível raciocínio seria somar os casais, 5.000 pinguins, mais as crias, mas coloca um valor de 1.000 crias, soma corretamente e subtrai deste resultado 20%, chegando em 4.800 pinguins. Apresenta este valor como a solução do problema. O aluno C se equivocou ao colocar 1.000 crias, seguindo o raciocínio dele, se tem 5.000 casais, e cada casal tem uma cria no final de cada primavera, então deveria colocar 5.000 crias.

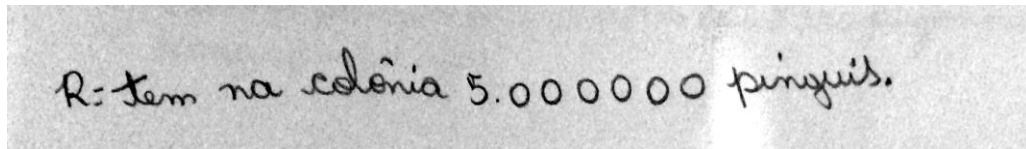
Handwritten work for Aluno C. The calculation is:  $5000 \text{ casais} + 1000 \text{ crias}$ , followed by a horizontal line and  $6000$  below it. Below that, it says  $6000 \text{ (adultos e crias)}$ , followed by  $- 20\% \text{ (morte)}$ , another horizontal line, and  $4.800$  at the bottom.

Figura 12: produção escrita do Aluno C

Grupo 6: 14 provas

Problema	Errado	Parcialmente incorreto	Correto
2	14	0	0

No grupo 6, destaca-se por alunos que apenas “chutam” um valor para a resposta, ou simplesmente colocam um valor incoerente ou deixam a questão em branco. Por exemplo, o Aluno N, apresenta apenas uma resposta de 5.000.000 de pinguins, não apresenta a solução esperada e nem os cálculos do seu raciocínio para chegar nesta resposta.



R: tem na colônia 5.000000 pinguins.

Figura 13: produção escrita do Aluno N

Em relação ao problema 2, dentre os 25 alunos, apenas 1 aluno acertou corretamente a resposta do problema, enquanto 3 alunos acertaram parcialmente, ou seja, apenas iniciaram a solução. O problema 2, assim como o problema 1 aborda porcentagem e operações simples de adição e subtração, além da compreensão do que se pede no problema. Alguns alunos apresentaram o raciocínio correto, ao menos iniciaram de maneira correta, mas não concluíram o raciocínio, ou seja, os alunos não sabiam o que fazer muitas vezes com os valores que encontravam, simplesmente paravam e apresentavam o valor encontrado como a solução para o problema 2.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o tema porcentagem passou a ser, em particular, abordado nos livros didáticos a partir do 5º ano do Ensino Fundamental I se estendendo ao longo do restante do Ensino Fundamental II. A partir deste trabalho, pode-se perceber a grande importância deste conteúdo em sala de aula. É um fato que os alunos chegam ao Ensino Médio sem o domínio este conteúdo, ao menos sabem sobre ele mas não sabem como utilizá-lo em uma situação prática, como na resolução de um problema. Essa situação pode se

resultar do fato de que a escola não esteja motivando os alunos em relação aos conteúdos. Não basta apenas saber o conteúdo, é preciso algo a mais; é preciso focar na aprendizagem dos alunos dentro desse ambiente escolar em que estão inseridos.



#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho iniciou com algumas questões sobre como podemos utilizar os registros produzidos pelos alunos ao resolverem problemas não rotineiros de matemática, a fim de se verificar os aspectos mais importantes do processo de resolução destes problemas e das dificuldades e erros cometidos. Quais são as estratégias utilizadas pelos alunos para a resolução de problemas não rotineiros? Quais os erros mais frequentes?

Na tentativa de buscar respostas para estas inquietações, foi aplicada uma prova com que continha 4 problemas não rotineiros do PISA (2012) com o tema “Pinguins” em uma turma do ensino médio de uma escola pública do município de Santa Mariana. Com os dados coletados, foi realizada a correção destas provas com auxílio dos critérios elaborados. A partir das correções foi realizada a análise da produção escrita dos alunos de dois problemas que estavam na prova. Em seguida, as produções dos alunos foram agrupados por resoluções, erros e raciocínios semelhantes.

Com os dados coletados, pode-se verificar que, em contato com a produção escrita dos alunos, foi possível identificar quais as dificuldades que os alunos possuem, mesmo que o aluno não faça nenhuma operação matemática, pelo menos justificando, como exemplo “Não me lembro como faz porcentagem.” É possível mostrar ao professor onde se encontra seu aluno, em relação aos conteúdos. Muitas vezes, os professores continuam o conteúdo sem ter noção que seus alunos não aprenderam determinado conteúdo de séries anteriores e, como isso não é sanado, os alunos continuam com essas dificuldades até chegar ao final do Ensino Médio ou até mesmo na graduação.

As estratégias dos alunos, em relação a problemas não rotineiros, são muito parecidas aos comuns exercícios que realizam nas aulas de matemática. Como os alunos tem contato pela primeira vez com uma situação não rotineira, eles tendem a utilizar todos os valores que estão no problema na aplicação de um procedimento que resolve os problemas a que estão acostumados nas aulas, mostrando a dificuldade da resolução de problemas apresentada por Myers (2003): a incapacidade de ver o

problema a partir de uma nova perspectiva.

Em relação aos erros, muitos alunos não sabiam calcular porcentagem, o que ficou evidente, assim como algumas operações básicas como adição, subtração e multiplicação. Esses seriam os erros mais frequentes que se pode observar com este trabalho.

Pode-se evidenciar que os alunos não estão adaptados com os tipos de problemas abordados, sendo eles não rotineiros, ou seja, não frequentemente utilizados pelo professor em sala de aula. Fica claro que os alunos estão acostumados com exercícios que apenas executam o algoritmo para chegar à resposta. Quando o aluno precisa compreender o conteúdo para aí sim utilizá-lo em uma situação prática, como resolver problemas não rotineiros, os alunos muitas vezes não sabem como lidar com as informações contidas no problema, ou muitas vezes possuem a compreensão, mas não sabem relacionar com o conteúdo, ou mesmo não sabem o conteúdo.

Este trabalho teve como objetivo inventariar estratégias e procedimentos utilizados pelos estudantes ao resolverem problemas não rotineiros; conhecer os erros e obstáculos enfrentados por eles ao resolverem estes problemas.

Os objetivos foram alcançados, sendo já citados durante as considerações finais. É possível evidenciar que a forma como o professor aborda seus conteúdos é de suma importância em sala de aula. Alguns conteúdos básicos podem ser trabalhados pelos professores de maneira indireta, como ao resolver problemas, um conteúdo específico como o de porcentagem abrange vários outros conteúdos, como a própria adição, subtração, multiplicação e divisão. Estes conteúdos são tão importantes quanto o de porcentagem, pois sem eles, os alunos não são capazes de resolvê-lo. Assim, não basta o professor apresentar um novo conteúdo e se esquecer de que com este conteúdo pode-se abordar a matemática básica, mas o fato é que a grande maioria dos alunos possuem dificuldades e muitos professores “acreditam” que eles saibam. Todas essas observações podem ser obtidas a partir da análise da produção escrita dos alunos.

Com a produção escrita, o professor pode sim identificar as dificuldades dos alunos, como já foi dito, e uma reflexão sobre esta dificuldade nos faz pensar que é preciso promover uma mudança significativa nas salas de aula e essa mudança deve

partir da nossa concepção de professor. Cabe ao professor a tomada de decisão diante da produção escrita, pois o professor pode continuar do jeito que está, ou pode mudar a sua prática e tentar mudar este quadro, pois por menor que seja a mudança os resultados vão ser fundamentais para uma verdadeira aprendizagem, na qual o aluno realmente compreenda o conteúdo.

## 5.REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, V. L. C. de. **Questões não-rotineiras: a produção escrita de alunos da graduação em Matemática**. 2009. 144f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2009
- BARBOSA, F. O. **Análise da produção escrita de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental em situações que envolvem expressões algébricas**. Brasília.2008.
- BEZERRA, G. C. **Registros escritos de alunos em questões não rotineiras da área de conteúdo quantidade: um estudo**. 2010. 183f. Dissertação ( Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática)- universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2010
- BORBA, M. C. Et.al. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntico, 2004.
- BURIASCO, R. L. C. De. **Algumas Considerações sobre Avaliação Educacional. Estudos em Avaliação Educacional**. São Paulo. n. 22. p.155-178, jul-dez 2000.
- BURIASCO, R. L. C. de; CYRINO, M. C. de C. T.; SOARES, M. T. C. **Manual para correção das provas com questões abertas de matemática**. matemática AVA – 2002. Curitiba: SEED; CAADI, 2003.
- BURIASCO, R. L. C. De; SOARES, M. T. C. Avaliação de sistemas escolares: da classificação dos alunos à perspectiva de análise de sua produção matemática. In: VALENTE, W. (Org). **Avaliação em Matemática**. São Paulo:Papirus, 2008.
- BURIASCO, R. L. C. De. **Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido**. IN: ROMANOWSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.; JUNQUEIRA, S. A. (orgs). **Conhecimento Local e Conhecimento Universal: a aula e os campos do conhecimento**. Curitiba: Champagnat, 2004
- CELESTE, L. B. **A produção escrita de alunos do Ensino Fundamental em questões de matemática do PISA**. 2008. 85f. Dissertação ( Mestrado em Ensino de Ciências e educação Matemática)- Universidade Estadual de londrina.2008.
- CURY, H. N. **Análise de erros em educação matemática**. Veritati, Salvador n.4 p.2-5, jun.2004
- DALTO, J. O. **A produção escrita em matemática: análise interpretativa da questão discursiva de matemática comum à 8ª série do ensino fundamental e a 3ª série do ensino médio da AVA/2002**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina 2007.
- DANTE. L.R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 2ªed. São Paulo: Ática,1998

FERREIRA, P. E. A. **Análise da produção escrita de professores da educação básica em questões não-rotineiras de matemática**. 2009. 166f. Dissertação (Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2009.

GARNICA, A. V. M. História oral e educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GIL, A. C. **Didática do ensino superior**. São Paulo, 2006.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª.edição, São Paulo. Atlas,2002

PISA, Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, Disponível em : <http://portal.inep.gov.br/internacional-novo-pisa-itens>, Acesso em 5 de Maio de 2015.

KRAEMER, M. E. P. **Avaliação da aprendizagem como construção do saber**. 2006

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994. 2ª edição.

INFOESCOLA, **Pinguins**, Disponível em :<http://www.infoescola.com/aves/pinguim> visitado em: 22 de Julho de 2015.

LOPEZ, J. M. S. **Análise interpretativa de questões não-rotineiras de matemática**. 2010. 141f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2010.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem na escola: reelaborando conceitos e criando a prática**. Salvador: Malabares comunicação e Eventos,2003..

LÜDKE, M e ANDRÉ, M. E .D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MYERS, D. Pensamento e Linguagem. In: \_\_\_\_\_. **Introdução à Psicologia Geral**. Rio de Janeiro: LTC, 2003

NAGY-SILVA, M. C e BURIASCO, R. L.C. de. **Análise da produção escrita em matemática: algumas considerações**. Ciência & Educação, Bauru, v.11, n.3, pp. 499-511, 2005

NEGRÃO DE LIMA, R. C. **Avaliação em Matemática: Análise da produção escrita de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental em questões discursivas**. 2006. 181 p. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

PAVANELLO, R. M. e NOGUEIRA, C. M. I. **Avaliação em Matemática: algumas considerações**. Estudos em Avaliação Educacional, v. 17, n. 33, jan./abr. 2006

PEREGO, S. C. **Questões abertas de Matemática: um estudo de registros escritos.** 2005. 103 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

PEREGO, F. **O que a produção escrita pode revelar?** O que a produção escrita pode revelar? Uma análise de questões de matemática. 2006. 127 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática)- Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

SANTOS, E. R. **Estudo da produção escrita de alunos do Ensino Médio em questões discursivas não rotineiras de matemática.** 2008. 166f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2008.

SANTOS, E. R. **Análise da produção escrita em matemática: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino.** 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2014.

SAVIANI. D. **Educação do senso comum à consciência filosófica.** Campinas/SP:Autores Associados, 2000.

SILVA, J. F. Introdução: **Avaliação do ensino e da aprendizagem numa perspectiva formativa reguladora.** In: Silva, J.F.; HOFFMANN, J.; ESTEBAN, M.T. (Orgs). Práticas avaliativas e aprendizagens significativas: em diferentes áreas do currículo. Porto Alegre: Mediação, 2006, p. 7-18.

VIOLA DOS SANTOS, J. R ; PASSOS, A. Q ; MARQUES, A. F : **Análise de erros e maneiras de lidar: um olhar a respeito das produções de GEPEMA.** p.17-21

## APÊNDICE A – Leitura das Produções Escritas

### Leitura do problema 1

### Produção Escrita do Aluno G:

**Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

$$\begin{array}{l} 110 \text{ — } 100\% \\ 32 \text{ — } x\% \end{array}$$

$$110x = 3200$$

$$x = \frac{3200}{110}$$

$$x \approx 29\%$$

$$R \approx \text{C aproximadamente } 29\%$$

**Leitura:** Podemos analisar que o aluno compreendeu o que o problema estava pedindo. O aluno G faz a subtração dos valores do ovo de 110 g por 78 g, e chega ao valor de 32 g. Ele calcula a porcentagem de 32, chegando a aproximadamente 29% mas não realiza a porcentagem do ovo de 78g e não realiza a subtração desses dois valores. O aluno G chega à resposta de 29%.

**Produção Escrita do Aluno D:**

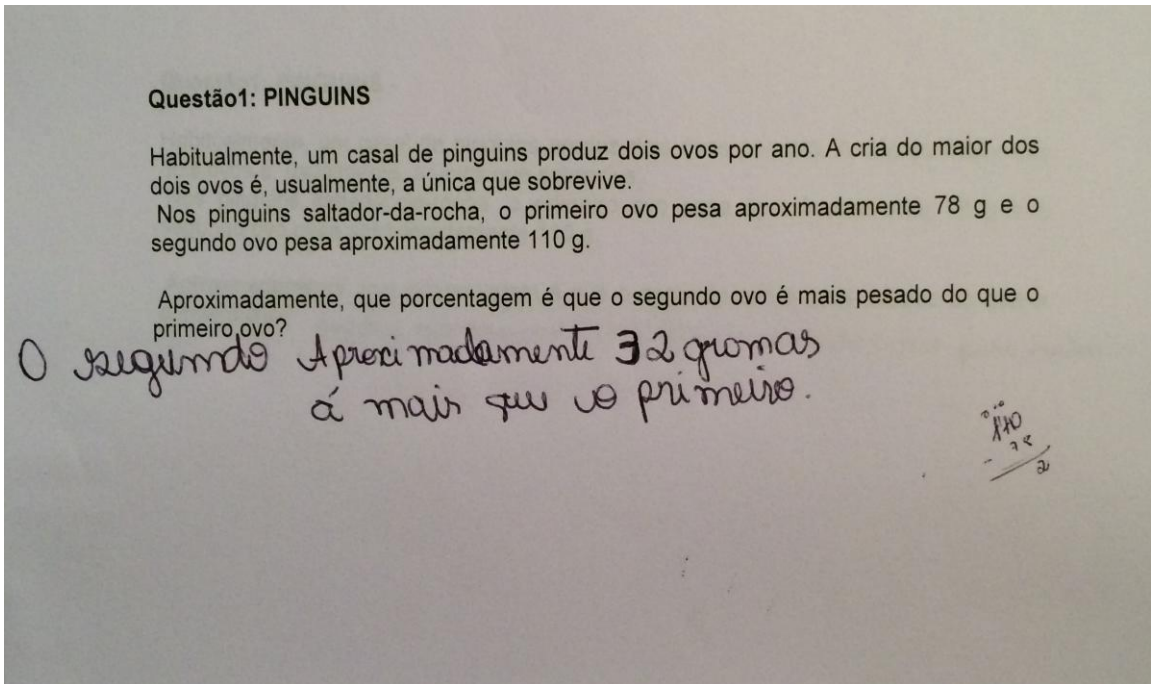
**Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

O segundo aproximadamente 32 gramas é mais que o primeiro.



**Leitura:** O aluno D realizou a operação de subtração do ovo de 110 g pelo ovo de 78 g, ele monta a operação mas não chega a terminá-la. Ele conclui que a resposta é de “O segundo aproximadamente 32 gramas é mais que o primeiro.”



**Produção Escrita do Aluno H:****Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

*medida aproximada de 32% do peso do 1 ovo para o outro*

**Leitura:** O aluno H, apresenta apenas a resposta incorreta, chegando a uma resposta de 32 g. Pode-se concluir que o aluno H realizou apenas a subtração do ovo de 110 g pelo de 78 g.

### Produção Escrita do Aluno J:

**Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

~~do 2º ovo é mais pesado~~ 32% ~~do 1º ovo é mais pesado~~  
 Percebe

$$\begin{array}{r} 110 \\ - 78 \\ \hline 32 \end{array}$$

**Leitura:** O aluno J realizou apenas a subtração do ovo de 110 pelo ovo de 78g. Pode-se observar que ele compreendeu o que se pedia no problema, mas não concluiu o raciocínio.

### Produção Escrita do Aluno L:

**Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

Handwritten work showing calculations:

$$\begin{array}{r} 110 \\ - 78 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 78 \\ - 78 \\ \hline 0 \end{array}$$

Handwritten note: eu cheguei nesse resultado através da conta de menos

**Leitura:** O aluno L realizou a subtração do ovo de 110g pelo ovo de 78g, chegando a um resultado de 32. Ele ainda justificou “ eu achei esse resultado através da conta de menos”. Assim, podemos dizer que o aluno L sabia o que estava pedindo o problema, iniciou o raciocínio correto mas não desenvolveu.

### Produção Escrita do Aluno M:

#### Questão1: PINGUINS

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

R = A porcentagem aproximada é de 32.

$$\begin{array}{r} 110 \\ - 78 \\ \hline 32 \end{array}$$

justificativa = Eu cheguei nesse resultado através da conta de menos, pra ver a diferença.

**Análise:** O aluno M realizou apenas a subtração do ovo de 110 pelo ovo de 78g. Pode-se observar que ele compreendeu o que se pedia no problema, mas não concluiu o raciocínio. Justificou “ Eu cheguei nesse resultado através da conta de menos, pra ver a diferença.”

**Produção Escrita do Aluno N :****Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

R: aproximadamente 32% que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro.

Eu achei essa resposta fazendo conta de menos.

**Análise:** O aluno N realizou apenas a subtração do ovo de 110 pelo ovo de 78g. Pode-se observar que ele compreendeu o que se pedia no problema, mas não concluiu o raciocínio. Justificou “ Eu achei essa resposta fazendo conta de menos”.

### Produção Escrita do Aluno O:

#### Questão1: PINGUINS

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

*→ aproximadamente 32% mais que o primeiro ovo e mais pesado que o primeiro*

$$\begin{array}{r} 110 \\ - 78 \\ \hline 032 \end{array}$$

**Análise:** O aluno O realizou apenas a subtração do ovo de 110 pelo ovo de 78g. Pode-se observar que ele compreendeu o que se pedia no problema, mas não concluiu o raciocínio.

**Produção Escrita do Aluno P :****Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

*aproximadamente 32% o segundo ovo é mais pesado que o primeiro.*

$$\begin{array}{r} 110 \\ - 78 \\ \hline 032 \end{array}$$

**Leitura:** O aluno P realizou apenas a subtração do ovo de 110 pelo ovo de 78g. Pode-se observar que ele compreendeu o que se pedia no problema, mas não concluiu o raciocínio.

**Produção Escrita do Aluno S:****Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

$$\begin{array}{r} 110 \\ - 78 \\ \hline 32 \end{array}$$

Aproximadamente, a porcentagem que o segundo ovo é mais pesado que o primeiro de 32%

**Leitura:** O aluno S realizou apenas a subtração do ovo de 110 pelo ovo de 78g. Pode-se observar que ele resolveu corretamente a subtração.



**Produção Escrita do Aluno W:****Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

O segundo ovo é 32% mais pesado do que o primeiro

**Leitura:** O aluno W apresentou apenas a resposta, incorreta, o que deduz que ele realizou a subtração do ovo de 110 g pelo ovo de 78 g, mas a subtração ele realizou corretamente.

**Produção Escrita do Aluno Y:****Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

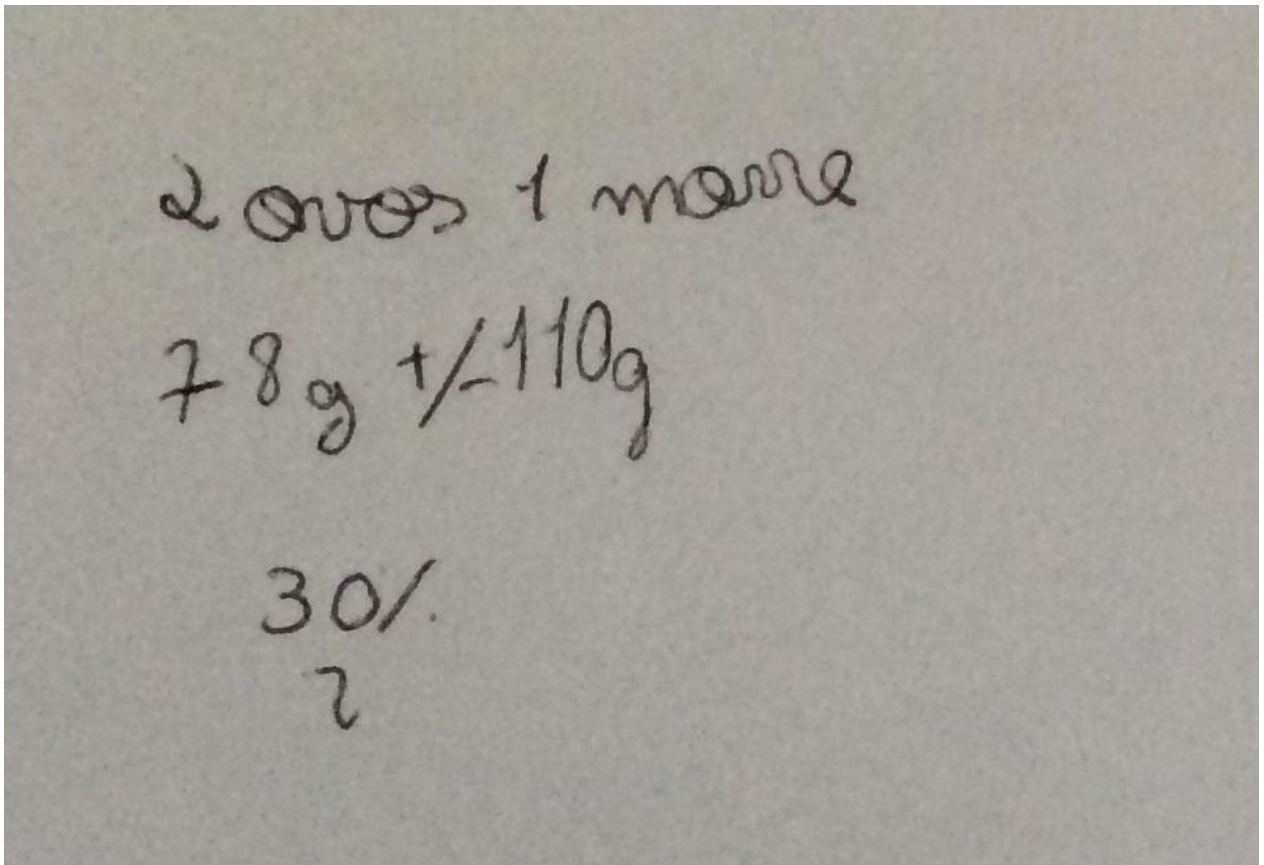
Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

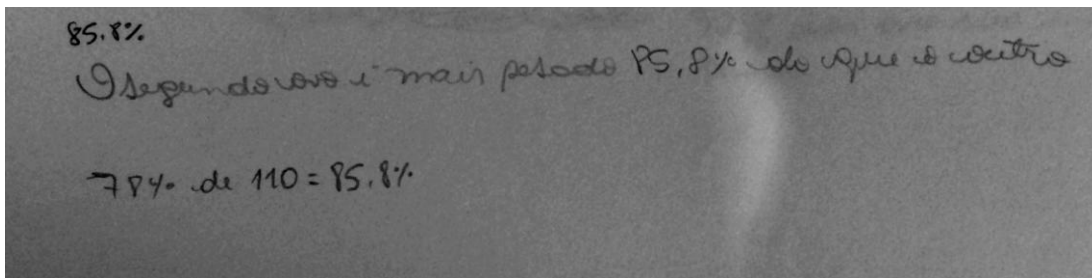
$$\begin{array}{r} 110 \\ - 78 \\ \hline 032 \end{array}$$

*aproximadamente 32% o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro.*

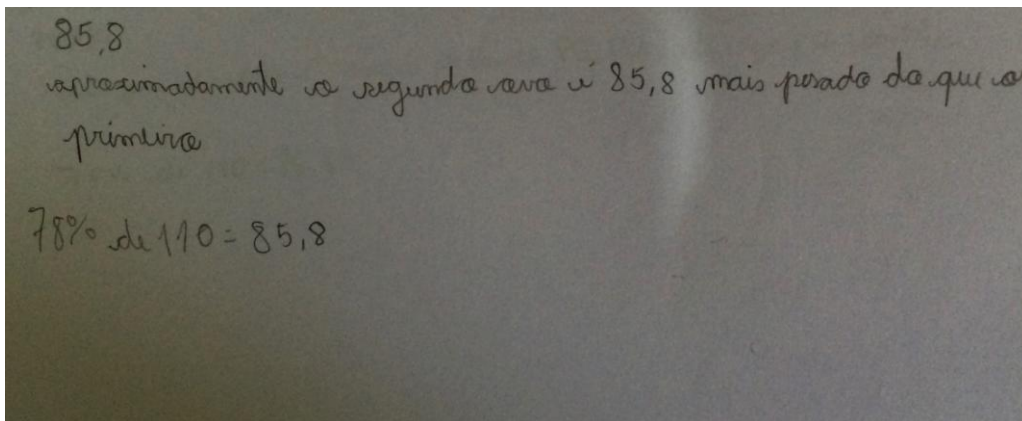
**Leitura:** O aluno Y realizou apenas a subtração do ovo de 110 pelo ovo de 78g. Pode-se observar que sabe resolver a subtração.

**Produção Escrita do Aluno A:**

**Leitura:** O aluno A simplesmente escreve 78g +/- 110g e escreve 30% para a resposta final, o que seria incorreto.

**Produção Escrita do Aluno B:**

**Leitura:** O aluno B, escreve que o segundo ovo é mais pesado 85,8% do que o outro. O aluno faz  $78\% \text{ de } 110 = 85,8\%$  corretamente. Ele apresenta como resultado final 85,85.

**Produção Escrita do Aluno C:**

**Leitura:** O aluno C, escreve que o segundo ovo é mais pesado 85,8% do que o outro. O aluno faz  $78\% \text{ de } 110 = 85,8\%$  corretamente. Ele apresenta como resultado final 85,85.

**Produção Escrita do Aluno E:****Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

22%

**Leitura:** O aluno E, simplesmente chuta o valor de 22%

**Produção Escrita do Aluno F:****Questão1: PINGUINS**

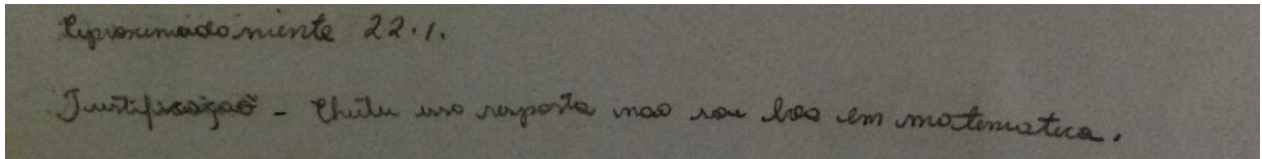
Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

22 %

**Leitura:** O aluno F, simplesmente chuta o valor de 22%

**Produção Escrita do Aluno I:**

Aproximadamente 22.1.  
Justificação - chutei uma resposta mas sou burro em matemática.

**Leitura:** O aluno chuta simplesmente o valor de 22% e justifica “chutei essa resposta não sou boa em matemática”.



### Produção Escrita do Aluno K:

#### Questão1: PINGUINS

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

O segundo ovo pesa 42 Kg mais que o primeiro.

$$\begin{array}{r} 110 \\ - 78 \\ \hline 42 \end{array}$$

**Leitura:** O aluno k, faz a subtração de 110 por 78, e chega ao resultado errado de 42.

O aluno errou a subtração.

**Produção Escrita do Aluno Q:****Questão1: PINGUINS**

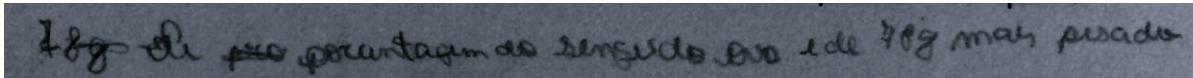
Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

*Aproximadamente 22%.*

**Leitura:** O Aluno Q chuta simplesmente o valor de 22%.

**Produção Escrita do Aluno R:**

78g de peso porcentagem do segundo ovo e de 78g mais pesado

Leitura: O Aluno R, simplesmente apresenta a resposta final dizendo que o “segundo ovo é de 78g mais pesado”.

**Produção Escrita do Aluno T:****Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

• A porcentagem é de 0,75g

**Leitura:** O Aluno T, diz que a porcentagem é de 0,75g.

**Produção Escrita do Aluno U:****Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

62. Aproximadamente 62%.

**Leitura:** O Aluno U, diz que é 'Aproximadamente 62%'.

### Produção Escrita do Aluno V:

#### Questão1: PINGUINS

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

*Aparenta ser a sua 100% de diferença pinguins 100% de cada espécie de pinguins por diferenças de uma g e que causa a espécie a diferença 78+110=100% de diferença de cada espécie. Justificação? 100% de diferença.*

**Leitura:** O Aluno V, diz apenas uma justificativa incoerente e fora de nexos: ‘ A porcentagem que 100% dos ovos dos pinguins 100% deles de cada espécie de pinguins por diferenças de uma g e que causa a espécie a diferença  $78+110=100\%$  de diferença de cada espécie. Justificação? 100% de diferença.’

**Produção Escrita do Aluno X:****Questão1: PINGUINS**

Habitualmente, um casal de pinguins produz dois ovos por ano. A cria do maior dos dois ovos é, usualmente, a única que sobrevive.

Nos pinguins saltador-da-rocha, o primeiro ovo pesa aproximadamente 78 g e o segundo ovo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, que porcentagem é que o segundo ovo é mais pesado do que o primeiro ovo?

*Não lembro qual conta faz para descobrir a porcentagem*

Leitura: O Aluno X, diz apenas “ não lembro qual a conta faz para descobrir a porcentagem”.

## Leitura do problema 2

### Produção Escrita do Aluno A :

**Questão2: PINGUINS**

O Jean questiona-se sobre a forma como vai evoluir, ao longo dos próximos anos, o tamanho de uma colônia de pinguins. Para determinar esta evolução, ele parte dos seguintes pressupostos:

- No início do ano, a colônia tem 10.000 pinguins (5000 casais).
- Cada casal de pinguins tem uma cria na primavera de cada ano.
- No final do ano, morrem 20% de todos os pinguins ( adultos e crias).

No final do primeiro ano, quantos pinguins ( adultos e crias) tem a colônia?

$$\begin{array}{r}
 10.000 \\
 + \cancel{5.000} \\
 + 5.000 \text{ cria} \\
 \hline
 15.000 \\
 - 20\% \text{ de } 15.000 \\
 \hline
 \text{aproximadamente } 11.000 \text{ pinguins sobrevivem}
 \end{array}$$

**Leitura:** O Aluno A, soma 10.000 mais 5.000 e chega a uma resposta de 15.000 corretamente, mas subtrai 20% de maneira errada. Apresenta solução de 11.000 pinguins.



### Produção Escrita do Aluno B :

**Questão2: PINGUINS**

O Jean questiona-se sobre a forma como vai evoluir, ao longo dos próximos anos, o tamanho de uma colônia de pinguins. Para determinar esta evolução, ele parte dos seguintes pressupostos:

- No início do ano, a colônia tem 10.000 pinguins (5000 casais).
- Cada casal de pinguins tem uma cria na primavera de cada ano.
- No final do ano, morrem 20% de todos os pinguins ( adultos e crias).

No final do primeiro ano, quantos pinguins ( adultos e crias) tem a colônia?

20.000

$$\begin{array}{r} 5.000 \\ \times 5.000 \\ \hline 25.000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25.000 \\ - 20\% \\ \hline 20.000 \end{array}$$

**Leitura:** O Aluno B multiplica 5.000 por 5.000, e chega a uma resposta incorreta de 25.000, ao invés de 25.000.000, depois subtrai 25% de 25.000 de forma correta. Não apresenta uma resposta final para o problema.

**Produção Escrita do Aluno C :**

Handwritten mathematical work by student C. The work is divided into two parts. The first part shows an addition: 5000 casais plus 1000 crias, with a horizontal line underneath, resulting in 6000. The second part shows a subtraction: 6000 (adultos e crias) minus 20% (morte), with a horizontal line underneath, resulting in 4.800.

$$\begin{array}{r} 5000 \text{ casais} \\ + 1000 \text{ crias} \\ \hline 6000 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 6000 \text{ (adultos e crias)} \\ - 20\% \text{ (morte)} \\ \hline 4.800 \end{array}$$

**Leitura:** O Aluno C, soma 5.000 casais mais 1000 crias e chega a solução correta da operação 6.000, depois subtrai 20% de 6.000 e chega a 4.800 de forma correta.

**Produção Escrita do Aluno D :****Questão2: PINGUINS**

O Jean questiona-se sobre a forma como vai evoluir, ao longo dos próximos anos, o tamanho de uma colônia de pinguins. Para determinar esta evolução, ele parte dos seguintes pressupostos:

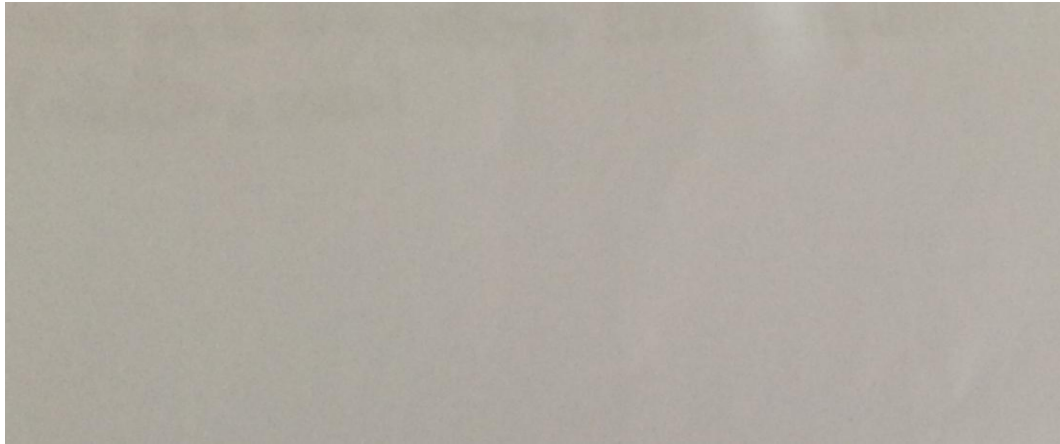
- No início do ano, a colônia tem 10.000 pinguins (5000 casais).
- Cada casal de pinguins tem uma cria na primavera de cada ano.
- No final do ano, morrem 20% de todos os pinguins ( adultos e crias).

No final do primeiro ano, quantos pinguins ( adultos e crias) tem a colônia?

no final do ano restam 8.000 pinguins  
(adultos e crias).

**Leitura:** O Aluno D, apresenta somente uma resposta incorreta para o problema “ No final do ano restam 8.000 pinguins ( adultos e crias)”.

**Produção Escrita do Aluno E :**



**Leitura:** O aluno E, deixa ao problema em branco.

**Produção Escrita do Aluno F:**

The image shows handwritten work on a dark background. On the left, the number 13.000 is written and underlined. On the right, there is a calculation: 10.000 is written, followed by an equals sign and the text "(5000 cêntavos)" in parentheses. Below this, "x 2" is written, and then "= 20%" is written.

**Leitura:** O Aluno F, aparenta tentar resolver o problema com multiplicação e subtração de 20%. Subentende-se que apresenta a resposta final de 13.000.

### Produção Escrita do Aluno G :

O Jean questiona-se sobre a forma como vai evoluir, ao longo dos próximos anos, o tamanho de uma colônia de pinguins. Para determinar esta evolução, ele parte dos seguintes pressupostos:

- No início do ano, a colônia tem 10.000 pinguins (5000 casais).
- Cada casal de pinguins tem uma cria na primavera de cada ano.
- No final do ano, morrem 20% de todos os pinguins ( adultos e crias).

No final do primeiro ano, quantos pinguins ( adultos e crias) tem a colônia?

$$\begin{array}{l} 15000 \text{ — } 100\% \\ x \text{ — } 20\% \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 100x = 300000 \\ x = \frac{300000}{100} \\ \boxed{x = 3000} \end{array}$$

R: Terá a colônia 12.000 pinguins.

**Leitura:** O Aluno G, calcula corretamente 20% de 15.000 e Subentende-se que ele subtrai o valor encontrado, 3.000 de 15.000, pois encontra a resposta correta do problema, “terá a colônia 12.000 pinguins.”

**Produção Escrita do Aluno H :****Questão2: PINGUINS**

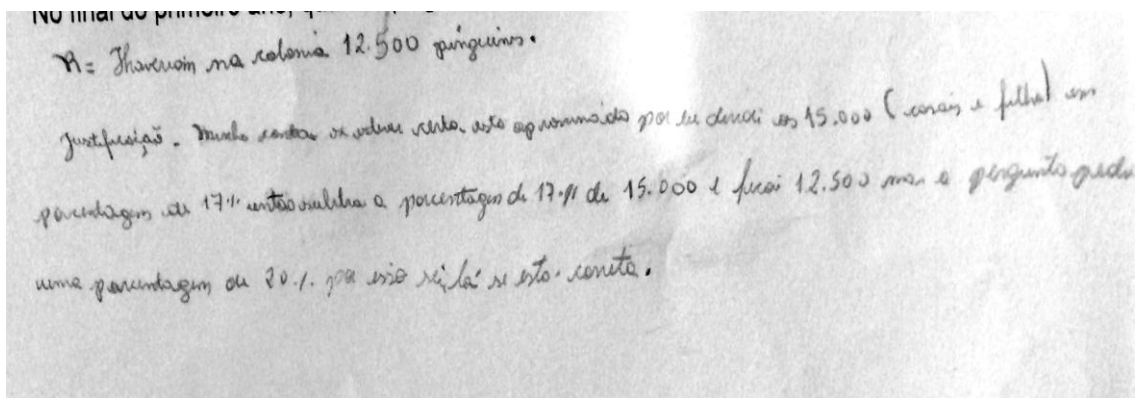
O Jean questiona-se sobre a forma como vai evoluir, ao longo dos próximos anos, o tamanho de uma colônia de pinguins. Para determinar esta evolução, ele parte dos seguintes pressupostos:

- No início do ano, a colônia tem 10.000 pinguins (5000 casais).
- Cada casal de pinguins tem uma cria na primavera de cada ano.
- No final do ano, morrem 20% de todos os pinguins ( adultos e crias).

No final do primeiro ano, quantos pinguins ( adultos e crias) tem a colônia?

Tera na colonia 15300 pinguins filhotes e adultos

**Leitura:** O Aluno H, apresenta apenas uma resposta incorreta para o problema, “Tera na colonia 15.300 pinguins filhotes e adultos.”

**Produção Escrita do Aluno I :**

NO final do primeiro ano, a

R = Haveriam na colônia 12.500 pinguins.

Justificação - Minha conta ex. valeu certo. isto aproximado pois eu dividi os 15.000 (crias e adultos) em porcentagem de 17% então subtraí a porcentagem de 17% de 15.000 e fiquei 12.500 mas a pergunta pedia uma porcentagem de 20%. por isso sei lá se está certa.

**Leitura:** O Aluno I, apresenta apenas a justificação de sua resposta: “ Minha conta se estiver certa está aproximado pois eu dividi os 15.000 ( crias e adultos) em porcentagem de 17% então subtraí a porcentagem de 15.000 e ficou 12.500 mas a pergunta pedia uma porcentagem de 20% por isso sei lá se está certa.”



### Produção Escrita do Aluno J :

**Questão2: PINGUINS**

O Jean questiona-se sobre a forma como vai evoluir, ao longo dos próximos anos, o tamanho de uma colônia de pinguins. Para determinar esta evolução, ele parte dos seguintes pressupostos:

- No início do ano, a colônia tem 10.000 pinguins (5000 casais).
- Cada casal de pinguins tem uma cria na primavera de cada ano.
- No final do ano, morrem 20% de todos os pinguins ( adultos e crias).

No final do primeiro ano, quantos pinguins ( adultos e crias) tem a colônia?

sobram 8.000 pinguins na colônia

$$\begin{array}{r} 10.000 \times 0 \\ \div 20 \end{array}$$

$$x = 10000 \cdot 20$$

$$x = 0,8$$

**Leitura:** o Aluno J, apresenta uma resolução sem coerência, apresenta uma resposta de “sobram 8.000 pinguins na colônia”.

**Produção Escrita do Aluno k :****Questão2: PINGUINS**

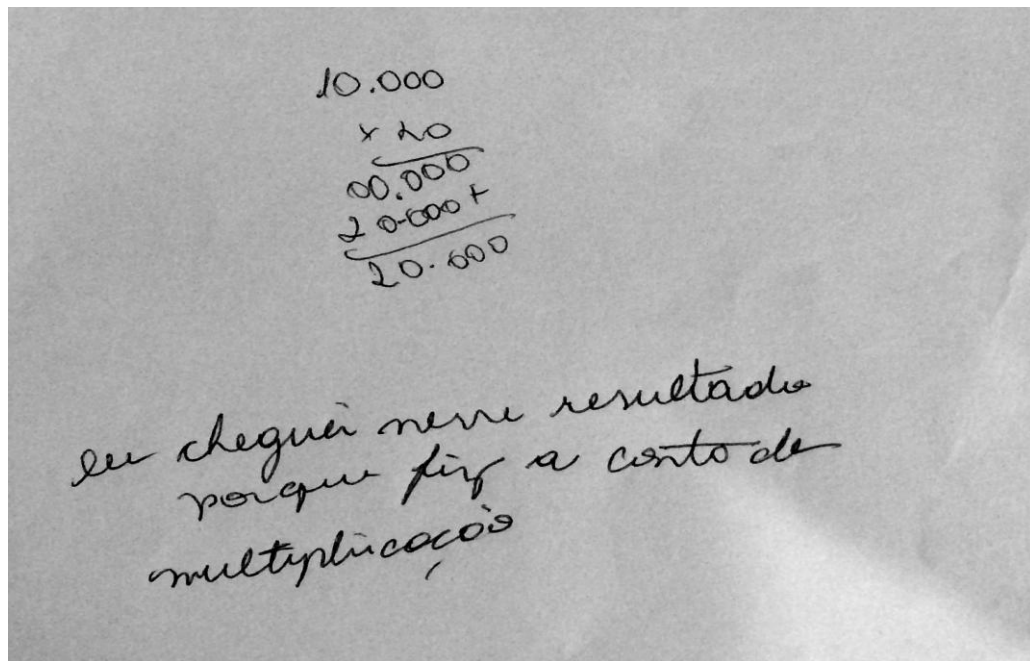
O Jean questiona-se sobre a forma como vai evoluir, ao longo dos próximos anos, o tamanho de uma colônia de pinguins. Para determinar esta evolução, ele parte dos seguintes pressupostos:

- No início do ano, a colônia tem 10.000 pinguins (5000 casais).
- Cada casal de pinguins tem uma cria na primavera de cada ano.
- No final do ano, morrem 20% de todos os pinguins ( adultos e crias).

No final do primeiro ano, quantos pinguins ( adultos e crias) tem a colônia?

*na final do primeiro ano a colônia tem 8.000 pinguins adultos e 3000 pinguins crias.*

**Leitura:** o Aluno k, apresenta apenas a resposta, incorreta, para o problema “ no final do primeiro ano a colônia tem 8.000 pinguins adultos e 3.000 pinguins crias”.

**Produção Escrita do Aluno k:**

**Leitura:** O Aluno K, apresenta uma multiplicação de 10.000 por 20, mas realiza o cálculo incorretamente chegando em 20.000 ao invés de 200.000.

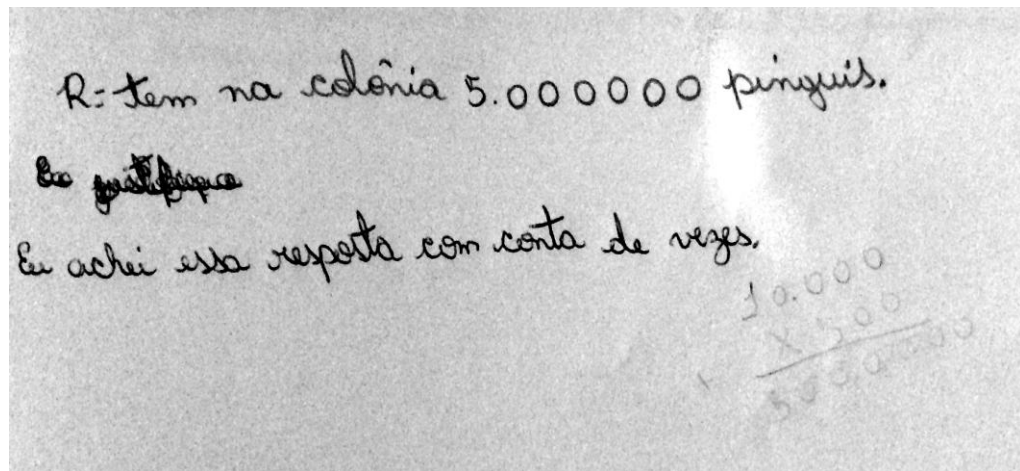
**Produção Escrita do Aluno L:**

R = 19.960 Pinguins

justificativa = Eu fiz um calculo de menos do total de pinguins e

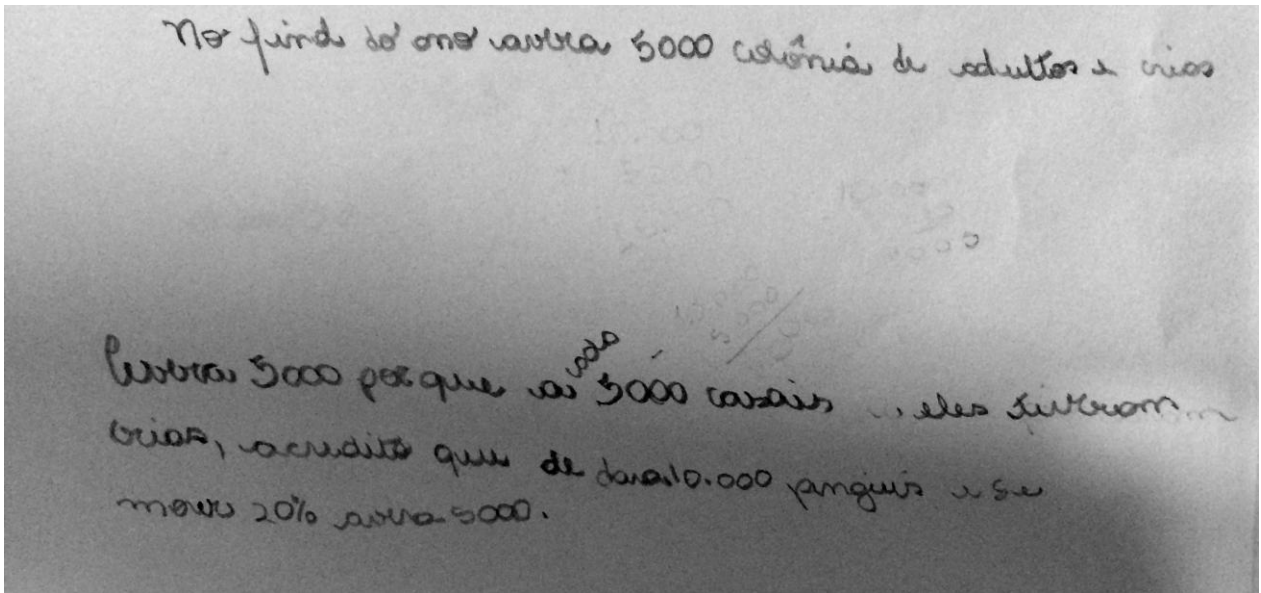
Tirei 20% e obtive esse resultado.

**Leitura:** O Aluno L, apresenta apenas a justificativa para o resultado obtido “Eu fiz um calculo do total de pinguins, tirei 20% e obtive esse resultado”.

**Produção Escrita do Aluno M :**

**Leitura:** O Aluno M, apresenta apenas a resposta justificando “Eu achei essa resposta com conta de vezes”.

**Produção Escrita do Aluno N:**



**Leitura:** O Aluno N, não apresenta cálculo, mas justifica sua resposta, “Avera 5.000 por que a cada 5.000 casais eles tiveram crias, acredito que de cada 10.000 pinguins e se morrer 20% avera 5.000”.

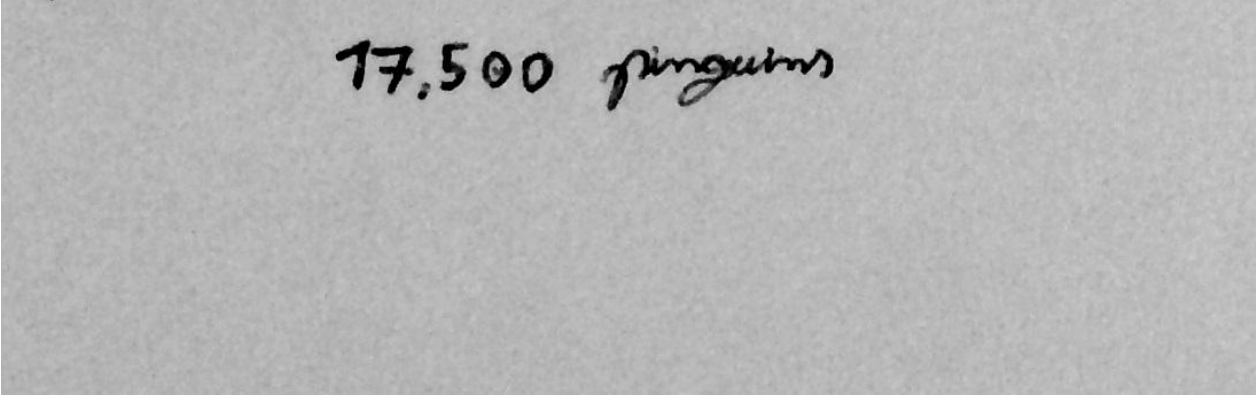
**Produção Escrita do Aluno O:**

Handwritten student work showing a math problem:

$$\begin{array}{r} 10.000 \\ + 5.000 \\ \hline 15.000 \\ - 20 \\ \hline 15.80 \end{array}$$

**Leitura:** O Aluno O, apresenta 10.000 mais 5.000 e subtrai 20 de forma incorreta.

**Produção Escrita do Aluno P:**

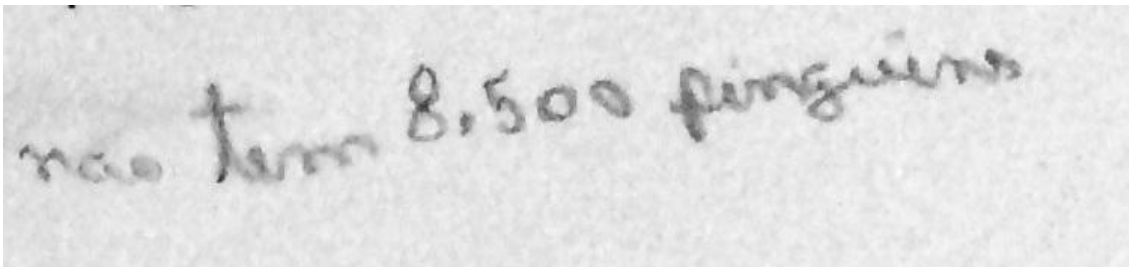


17.500 pinguins

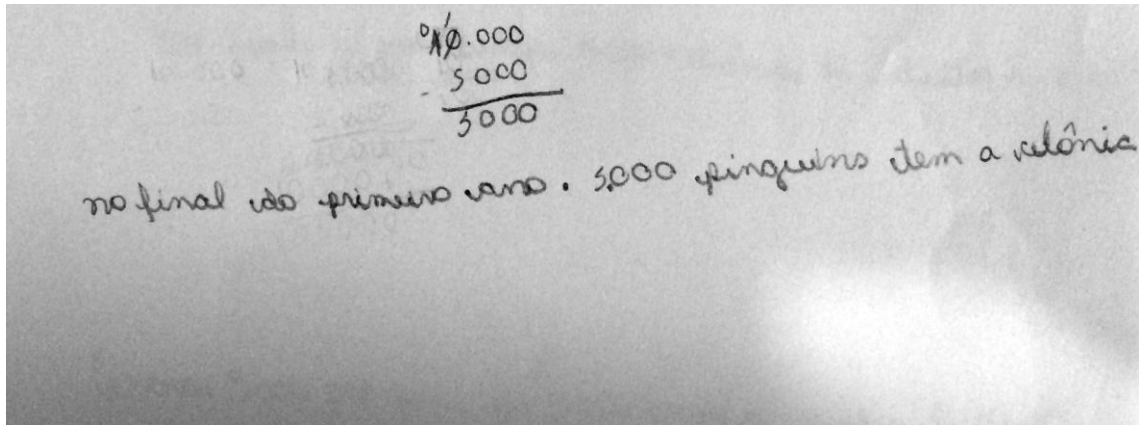
**Leitura:** O Aluno P, apresenta apenas a resposta, incorreta, de 17.500 pinguins.



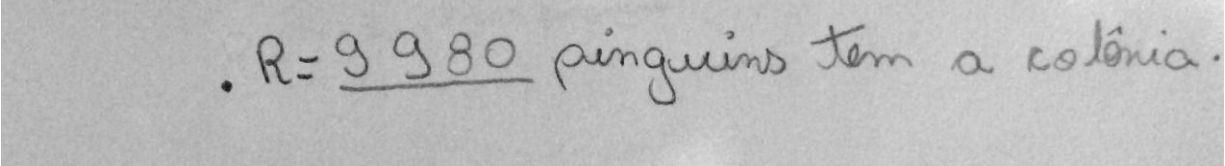
**Produção Escrita do Aluno Q :**

A photograph of a piece of paper with handwritten text in black ink. The text reads "não tem 8.500 pinguins". The handwriting is somewhat cursive and slightly slanted.

**Leitura:** O Aluno Q, apenas apresenta “não tem 8.500 pinguins”.

**Produção Escrita do Aluno R:**

**Leitura:** O aluno R, subtrai 10.000 por 5.000 e chega a resposta do cálculo correta de 5.000.

**Produção Escrita do Aluno S:**

. R = 9 980 pinguins tem a colônia.

**Leitura:** o Aluno S, apresenta apenas uma resposta, incorreta, de “9.980 pinguins tem a colônia”.

**Produção Escrita do Aluno T:**

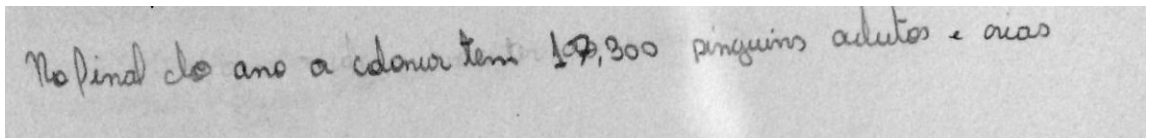
$$\begin{array}{r} 10\ 000 \\ + 5\ 000 \\ \hline 15\ 000 \end{array}$$
$$15.000 / 20 = 0,35$$
$$15.000 / 20$$

**Leitura:** O Aluno T, apresenta somente a soma de 10.000 mais 5.000 e chega corretamente em 15.000. apenas escreve “15.000%20”.

**Produção Escrita do Aluno U:**

$6.000 \times 70 \rightarrow 5000$   
 $6.000 \times 70 \rightarrow 5000$   
 $6.000 \times 70 \rightarrow 5000$   
 $6.000 \times 70 \rightarrow 5000$   
 $20 \times 70 \rightarrow 100\%$   
 $20 \times 70 \rightarrow 100\% = 50 \text{ pinguins} + 100\%$   
 $5000 \text{ pinguins}$   
 justificação: 20% também de quem mencionam das colônias dos adutores e as crianças.

**Leitura:** O Aluno U apresenta uma solução tentando usar desigualdade de maneira incorreta. Chega a um resultado de 5.000 pinguins.

**Produção Escrita do Aluno V:**

No final do ano a colônia tem 17,900 pinguins adultos e crias

**Leitura:** O Aluno V, apresenta apenas a resposta “No final do ano a colônia tem 17.900 pinguins adultos e crias”.

**Produção Escrita do Aluno W:**

10.000 pinguins,  
5.000 casais.  
2.500 crias

2.500  
2.500  
— 5000

12.500 pinguins (adultos e crias)

não sei finalizar a conta, porque não lembro como se faz a conta de porcentagem.

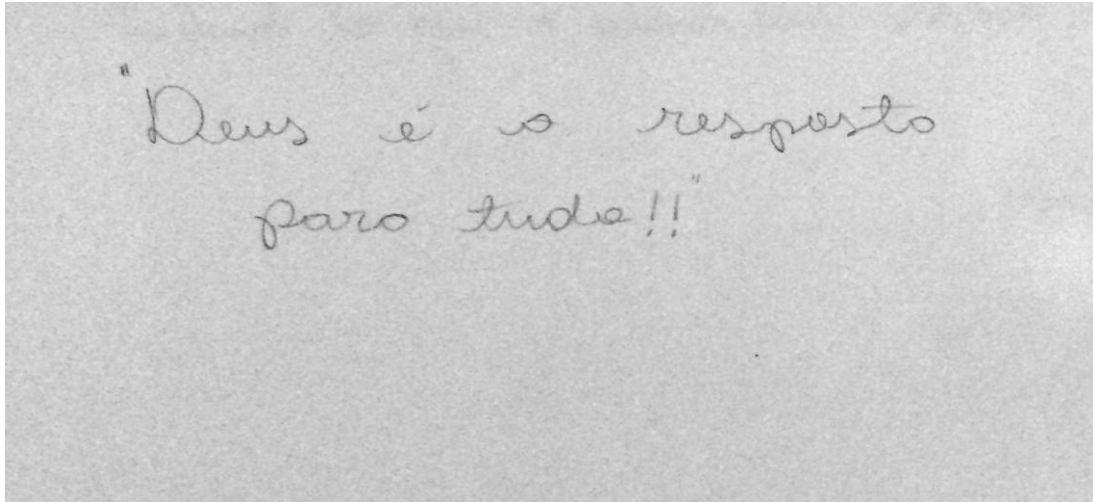
**Leitura:** O Aluno W, soma os pinguins adultos e crias “12.500 pinguins ( adultos e crias)” e justifica “ Não sei finalizar a conta porque não lembro como faz a conta de porcentagem”.

**Produção Escrita do Aluno X:**

Handwritten student work showing a math problem and a justification. The student lists: 10.000 pinguins, 5.000 casais, and 2.500 crias. To the left, there is a vertical addition: 2.500 plus 2.500 equals 5.000. To the right, the student writes: 12.500 pinguins (adults and chicks). Below this, the student explains: "não sei finalizar a conta, porque não lembro como se faz a continha de porcentagem."

**Leitura:** O aluno X soma 10.000 casais mais 2.500 crias, chega a um resultado de 12.500. Justifica: "Não sei finalizar a conta, porque não lembro como se faz a continha de porcentagem."



**Produção Escrita do Aluno Y :**

**Leitura:** O Aluno Y, apenas diz " Deus é a resposta de tudo!!".

