UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CÂMPUS CORNÉLIO PROCÓPIO
DIRETORIA DE GRADUAÇÃO E EDUCAÇÃO PROFISSIONAL
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LEZIANE CAMPOS

ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA E ESTRATÉGIAS EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA POSSÍVEL ARTICULAÇÃO?

CORNÉLIO PROCÓPIO
2016

LEZIANE CAMPOS

ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA E ESTRATÉGIAS EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA POSSÍVEL ARTICULAÇÃO?

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Andresa Maria Justulin

CORNÉLIO PROCÓPIO

2016

FOLHA DE APROVAÇÃO

BANCA EXAMINADORA

Prof.ª Dr.ª Andresa Maria Justulin
(orientador)

Prof.ª Elizabeth Maria Giacobbo

Prof. Jader Otavio Dalto

"A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso"

Dedico este trabalho à minha família.

AGRADECIMENTOS

A Deus que tornou possível a minha existência e meu caminhar.

Agradeço a minha orientadora Prof.ª Dr.ª Andresa Maria Justulin, pela sabedoria com que me guiou nesta trajetória.

A banca examinadora, por aceitar e por contribuir na elaboração e aperfeiçoamento desta pesquisa.

Aos meus colegas de sala e demais professores que estiveram, de alguma forma, envolvidos neste trabalho.

O projeto desta pesquisa não seria realizado sem a colaboração dos alunos pesquisados e entrevistados, por esse motivo gostaria de deixar aqui meus sinceros agradecimentos e desejos de sorte e sucesso a eles.

À Secretaria do Curso, pela cooperação.

Gostaria de deixar registrado também o reconhecimento à minha família, pois acredito que sem o apoio deles seria muito difícil vencer esse desafio.

Enfim, a todos os que, por algum motivo, contribuíram para a realização desta pesquisa.

O importante não é a maneira de se realizar os sonhos. O importante é a maneira de se conduzir a vida. Se você conduz a vida de maneira correta, os problemas se resolvem por si. Os sonhos virão até você.

RANDY PAUSCH

CAMPOS, Leziane. **Atitudes em relação à matemática e estratégias em resolução de problemas: uma possível articulação?** 2016. 79 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2016.

RESUMO

O presente trabalho teve por objetivo investigar como as atitudes em relação à Matemática e as estratégias em resolução de problemas se articulam. Os participantes desta pesquisa foram 25 estudantes do 2º Ano de uma escola estadual de Ensino Normal, da cidade de Cornélio Procópio/ Paraná. Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram: questionário informativo, escala de atitudes em relação à Matemática e Prova de Matemática composta por problemas. Após a aplicação deste último instrumento, alguns estudantes foram selecionados a partir de sua pontuação na escala de atitudes para refazer a prova “pensando em voz alta”. Com os dados, os registros de resolução de problemas dos participantes, buscou-se encontrar evidências para verificar como (e se) as atitudes em relação à Matemática interferem no modo como os alunos elaboram estratégias de resolução de problemas. Os resultados indicaram que durante a resolução de problemas não apenas o conhecimento cognitivo estava sendo requerido, mas também aspectos afetivos, que influenciam o próprio “pensar” matemático. Além disso, conclui-se que as atitudes em relação à matemática e as estratégias em resolução de problemas articulam-se, sendo que estratégias que conduziram à resposta do problema sempre foram utilizadas por alunos que apresentaram atitudes positivas. Assim, uma consequência possível é que alunos com atitudes negativas em relação à Matemática não sejam bons resolvedores de problemas. No entanto, essa realidade não é definitiva e pode ser modificada. A valorização de aspectos afetivos no ensino de Matemática e o uso da resolução de problemas como metodologia de ensino pode ser um caminho para mudanças no cenário apresentado.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Atitudes. Estratégias. Ensino de Matemática. Educação Matemática.

CAMPOS, Leziane. **Atitudes em relação à matemática e estratégias em resolução de problemas: uma possível articulação?** 2016. 79 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2016.

ABSTRACT

The purpose of the present study was to investigate how the attitudes towards mathematics and problem solving strategies are articulated. The participants of this study were 25 students of 2nd year of a state school of Ensino Normal, the city of Cornélio Procópio/Paraná. The instruments used for data collection were: informative questionnaire, scale of attitudes towards mathematics and mathematics test composed by problems. After application of the latter instrument, some students were selected from their score on the attitude scale to redo the test "thinking aloud". With the data, the solving problems records of participants, we sought to find evidence to see how (and if) the attitudes towards mathematics interfere with the way students prepare solving problem strategies. The results indicated that while solving problems not only cognitive knowledge was being required, but also emotional aspects that influence the actual "thinking" mathematician. Moreover, it is concluded that the attitudes toward math and problem solving strategies are articulated, and strategies that led to the problem of response have always been used by students who had positive attitudes. Thus, a possible consequence is that students with negative attitudes towards mathematics are not good problem solvers. However, this reality is not final and can be modified. The appreciation of affective aspects in the teaching of mathematics and the use of problem solving as a teaching methodology can be a way to change the scenario presented.

Keywords: Problem Solving. Attitudes. Strategies. Mathematics Teaching. Mathematics Education.

Sumário

1 INTRODUÇÃO

As pesquisas em Educação Matemática, dentre outros aspectos, buscam trazer contribuições consideráveis para os processos educativos dentro da sala de aula. Parte dessas pesquisas trata também da formação do professor de Matemática, investigando questões relacionadas à formação inicial ou continuada.

Antes de situar e tratar da presente pesquisa serão feitas as apresentações da trajetória da pesquisadora e das razões pelas quais optou pela realização deste trabalho.

A minha trajetória[1] no curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Tecnológica Federal do Paraná-UTFPR, Campus de Cornélio Procópio, iniciou-se no ano de 2001, ingressando no Curso de Tecnologia em Eletrotécnica (hoje extinto). No decorrer do curso, as disciplinas que envolviam os conteúdos de Matemática eram as que mais me agradavam e identificava alcançando nelas os melhores resultados, em contrapartida, nas disciplinas referentes à área técnica e tecnológica, por vezes, tive muita dificuldade. A conclusão desse curso não aconteceu devido ao estágio obrigatório, pois não me identificava com a área e, sem esse, não existia a possibilidade de iniciar o Trabalho de Conclusão de Curso. Em 2011, a Universidade Tecnológica Federal do Paraná-UTFPR, Câmpus de Cornélio Procópio, passou a ofertar o curso de Licenciatura em Matemática e, com isso, a oportunidade de voltar ao curso de graduação desejado aconteceu. Nesta etapa, alguns obstáculos se apresentaram, mas as realizações e os aprendizados superam os momentos difíceis.

Já no Curso de Licenciatura em Matemática, durante observações de aulas do Ensino Fundamental, como parte da atividade dos Projetos do PIBID[2], e nas primeiras observações da disciplina de estágio, o comportamento de alunos e o modo como os professores realizavam o desenvolvimento das aulas despertavam minha atenção.

No decorrer do referido curso, em diversos momentos, a apresentação de uma aula era proposta com uma metodologia diferenciada, proporcionando aos

[1]Nesses primeiros parágrafos a escrita do texto será na primeira pessoa do singular, pois se refere à experiência pessoal do graduando.

[2] Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência.

futuros professores conhecer diferentes metodologias a serem empregadas em sala de aula.

Dentre elas, a Metodologia de Resolução de Problemas, citada diversas vezes nas disciplinas, foi apenas estudada, mais a fundo, no ingresso do Projeto PIBID, e sempre me despertou um interesse em conhecer mais sobre ela.

O Curso de Licenciatura em Matemática também contribuiu para pensar sobre o papel do professor dentro da sala no processo de construção e/ou manutenção de suas atitudes em relação à Matemática e ao trabalhar Resolução de Problemas. Destes, dois campos teóricos me chamaram atenção: as atitudes em relação à Matemática e a Resolução de Problemas.

Uma das linhas de estudo da Psicologia da Educação Matemática investiga os aspectos afetivos da aprendizagem matemática, sendo que um desses refere-se às atitudes. Pode-se considerar que o desenvolvimento de atitudes positivas em relação à Matemática deveria fazer parte dos objetivos dos professores.

Por outro lado, a Metodologia de Resolução de Problemas exige do professor e dos alunos uma nova postura e atitudes em relação ao trabalho em sala de aula. O professor precisa preparar ou escolher problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir.

É sabido que sempre houve muita dificuldade para ensinar e aprender Matemática. Apesar disso, todos reconhecem a importância e a necessidade da Matemática para se entender o mundo e nele viver. De acordo com Brasil (1997, p. 26), o processo de formação dos indivíduos pode ser estimulado nas aulas de Matemática ao se direcionar o trabalho para o desenvolvimento de atitudes no aluno, buscando que o mesmo tenha confiança na sua própria capacidade, e na dos outros, para construir conhecimentos matemáticos, o empenho em participar ativamente das atividades em sala de aula e o respeito à forma de pensar dos colegas.

Por outro lado, a resolução de problemas se mostra como peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios.

Neste cenário, esta investigação buscará compreender as relações entre as atitudes em relação à Matemática e as estratégias utilizadas pelos alunos ao resolver problemas matemáticos. Para tanto, esta pesquisa pode ser qualificada como sendo de cunho qualitativo e os referenciais teóricos serão, sobretudo, autores que discutem a Resolução de Problemas e as Atitudes em relação à Matemática.

A pergunta diretriz pode ser descrita como: “Quais são as relações entre as atitudes em relação à Matemática e as estratégias utilizadas pelos alunos ao resolver problemas matemáticos?” Desse modo, investigou-se em que as atitudes em relação à Matemática interferem no modo como os alunos elaboram estratégias de resolução de problemas.

São identificados, a partir disso, os objetivos específicos desta pesquisa: Identificar as atitudes em relação à Matemática dos sujeitos; Identificar as estratégias utilizadas por eles ao participarem de uma prova envolvendo Resolução de Problemas; Selecionar alunos com atitudes positivas, atitudes negativas e com pontuação próxima à média dos sujeitos participantes da pesquisa, para resolverem novamente a prova, “pensando em voz alta”, ou seja, descrevendo verbalmente todos os processos e raciocínios utilizados; Investigar as relações entre as atitudes e as estratégias de resolução de problemas apresentadas.

Os procedimentos utilizados para desenvolvimento da pesquisa foram: questionário informativo sobre a vida escolar e opiniões dos estudantes sobre a Matemática e as atividades desenvolvidas na disciplina; escala de Atitudes em relação à Matemática (adaptada e validada por Brito, 1996) do tipo likert de 4 (quatro) pontos, composta por 21 questões e Prova de Matemática, composta por 7 (sete) problemas.

A matemática se desenvolveu e continua a se desenvolver, a partir de problemas. Esta pesquisa pretende levar ao leitor uma investigação sobre como as atitudes em relação à Matemática e as estratégias em resolução de problemas se articulam.

Sendo apresentado o foco deste trabalho, a título de organização este texto está estruturado em quatro momentos:

1º momento: Apresentação dos referenciais teóricos da investigação que tratam das Atitudes em relação à Matemática e da Resolução de Problemas;

2º momento: Apresentação da Metodologia, com destaque para os procedimentos metodológicos e a justificativa pela opção da pesquisa qualitativa e o estudo de caso.

3º momento: Aplicação dos instrumentos para coleta de dados, seleção dos alunos com atitudes positivas, negativas e com pontuação próxima à média dos sujeitos participantes da pesquisa, para o momento “pensar em voz alta”.

4º momento: Apresentação e análise dos dados coletados e articulação dos resultados a proposta da pesquisa. Apresentação das referências do trabalho e das conclusões encontradas e construídas a partir dos dados.

2 ATITUDES E A MATEMÁTICA

O significado da palavra atitude, encontrada em dicionários, envolve aspectos oriundos da psicologia, do social ou do próprio senso comum. Segundo o dicionário Michaelis Moderno da Língua Portuguesa, a palavra *atitude* pode ser entendida como: *Norma de proceder ou ponto de vista, em certas conjunturas. Propósito ou significação de um propósito.* ***Psicológico -*** *Tendência a responder, de forma positiva ou negativa, a pessoas, objetos ou situações.* ***Sociológico -*** *Tendência de agir de uma maneira coerente com referência a certo objeto.*

De modo mais específico e que convém a este trabalho, para a Psicologia da Educação Matemática, atitude pode ser definida como:

> [...] Uma disposição pessoal, idiossincrática, presente em todos os indivíduos, dirigida a objetos, eventos ou pessoas, que assume diferente direção e intensidade de acordo com as experiências do indivíduo. Além disto, apresenta componentes do domínio afetivo, cognitivo e motor. (BRITO, 1996, p. 11).

Ao compreender que uma atitude pode ser aprendida e que não é algo fixo, ou seja, que existe a possibilidade de transformar uma atitude negativa em uma atitude positiva, os profissionais de Educação Matemática podem trabalhar tais aspectos afetivos em suas salas de aula.

Ainda sobre o conceito de atitude, Utsumi (2000, p. 30) destaca que “há muita confusão com relação ao termo atitude, sendo que muitos confundem atitudes com seus correlatos, como comportamento, gosto, valores e crenças” que vai ao encontro das ideias apresentadas por Araújo (1999, p. 44), para quem “os significados atribuídos às atitudes nem sempre são consensuais; geralmente a atitude aparece ligada à aspectos afetivos”.

Klausmeier (1977) considera, ainda, que “atitudes e valores estão entre os resultados mais vitais aprendidos na escola, pois são importantes para determinar como os indivíduos reagem a situações e também o que buscam na vida”. (p. 446).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCNs) apresentam a seguinte afirmação a respeito de atitudes:

> A formação de indivíduos éticos pode ser estimulada nas aulas de Matemática ao direcionar- se o trabalho ao desenvolvimento de atitudes no aluno, como, por exemplo, a confiança na própria capacidade e na dos outros para construir conhecimentos matemáticos, o empenho em participar ativamente das atividades em sala de aula e o respeito à forma de pensar dos colegas. (BRASIL, 1997, p. 26).

Pode-se dizer que, em geral, a construção de atitudes é apenas deixada como uma responsabilidade da família e da igreja, deixando de lado o papel da escola na formação da atitude dos alunos.

Nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCNs) destaca-se que:

> De acordo com as Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394/96), o Ensino Médio tem como finalidades centrais não apenas a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos durante o nível fundamental, no intuito de garantir a comunidade de estudos, mas também a preparação para o trabalho e para o exercício da cidadania, a formação ética, o desenvolvimento de autonomia intelectual e a compreensão dos processos produtivos. (BRASIL, 2006, p. 68)

As orientações evidenciam a importância em considerar os aspectos afetivos a serem desenvolvidos no conjunto das disciplinas e, em especial, na Matemática. Além dos conhecimentos adquiridos ao longo da escolaridade, também deve ocorrer a preparação para a cidadania, a formação ética e a formação da autonomia intelectual, dentre outros.

2.1 Atributos ou características que definem as atitudes

Klausmeier (1977), em seus estudos sobre as atitudes, mostrou que o conceito de atitude possui cinco características relevantes:

- Aprendibilidade

Todas as atitudes são aprendidas. O indivíduo aprende a se comportar intencionalmente ou não, de modo favorável ou desfavorável, em relação a um objeto, ideia ou pessoa.

- Estabilidade

Essa característica é referente à duração ou permanência de uma atitude, que pode permanecer, mudar ou desaparecer, de acordo com a situação. O gosto, as atitudes e os valores são diferenciados a partir da estabilidade.

O gosto refere-se a algo específico, como gostar de um tipo de leitura. Os valores são mais gerais, como o valor da leitura, ou o hábito de ler para o homem. As atitudes encontram-se entre os valores e os hábitos.

As atitudes se tornam mais estáveis na vida adulta mas, mesmo assim, podem ser modificadas.

- Significado Pessoal – Societário

As atitudes interferem nas relações entre uma pessoa e outras, ou entre uma pessoa e coisas. Esse interagir afeta a forma como um indivíduo tem a visão de si mesmo.

- Conteúdo Afetivo – Cognitivo

O componente cognitivo de atitude refere-se ao conteúdo informacional, a maneira que entende o fato, sua concepção a respeito dele, existindo uma indissociação entre esses componentes. O componente afetivo refere-se às emoções que um indivíduo tem em relação ao objeto da atitude, sendo essa relação agradável ou desagradável.

- Orientação Aproximação – Evitamento

Quando as atitudes são favoráveis em relação a um objeto, elas, provavelmente, induzem o indivíduo a uma aproximação. Caso contrário, o sujeito irá evitá-lo ou apresentar comportamentos negativos em relação ao objeto. Por exemplo: Se existir uma atitude negativa em relação à religião, certamente a pessoa não frequentará a igreja. Se tiverem uma forte atitude positiva em relação ao meio ambiente, o sujeito defenderá campanhas de preservação e conservação da natureza.

As características das atitudes podem ser resumidas conforme o quadro a seguir:

Quadro 1: Características que definem as atitudes

Atitudes		
sem consciência ←	aprendibilidade	→ intencionalidade
temporário ←	estabilidade	→ permanente
baixo ←	significado pessoal societário	→ alto
afetivo alto ←	conteúdo afetivo cognitivo	→ cognitivo alto
aproximação alta ←	orientação aproximação evitamento	→ esquiva alta

Fonte: Klausmeier (1977, p. 414)

2.2 Componentes das atitudes e variáveis afetivas

O estudo das atitudes tem um grande destaque dentro da literatura psicológica e educacional, e trabalhos nestas áreas mostram as preocupações com o desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem.

Brito (1996, p.13) nos diz que “atitudes são componentes dos estados internos dos indivíduos e o comportamento é a manifestação desse estado”. Em muitos casos, comportamento e atitudes são confundidos e tomados como sinônimos, mas comportamento é a reação de uma pessoa diante de um determinado objeto.

Brito (1996) apresenta os três componentes de atitude:

- Cognitivo: é o conhecimento que os indivíduos apresentam em relação ao objeto da atitude. São influenciados e influenciam as crenças e percepções de um sujeito sobre um determinado objeto ou pessoa.
- Afetivo: sentimento ou resposta emocional que um indivíduo dá a um objeto ou pessoa como, por exemplo, gostar ou não gostar;
- Motor: comportamento evidenciado com relação à pessoa ou objetos.

As atitudes de uma pessoa não são inatas nem estáveis, elas são aprendidas e podem variar com o passar do tempo. Devido a isso é importante que adultos, ao conviver com crianças, busquem desenvolver nelas atitudes positivas em relação à Matemática e à escola em geral.

A forma como os alunos se desenvolvem está ligada diretamente ao “gostar” da disciplina. Assim, é possível que alunos que apresentem atitudes positivas em relação à Matemática tenham um desempenho melhor do que aqueles que apresentam um sentimento de aversão à Matemática.

McLeod e Adams (1989 apud BRITO, 1996) tiveram como núcleo de suas pesquisas o estudo das variáveis afetivas que mais influenciam no desempenho dos alunos e destacaram as seguintes:

- *Confiança:* é uma das variáveis afetivas mais importantes, pois o educando que apresenta confiança nos estudos possui interesse em estudar. Além disso, a confiança pode influenciar a escolha profissional do sujeito.
- *Ansiedade:* essa variável pode indicar falta de confiança. A ansiedade, que não é dirigida a um determinado objeto mas a um conjunto de fatores, pode interferir na aprendizagem. A Álgebra é um campo matemático cujas pesquisas indicam um alto nível de ansiedade dos alunos.
- *Atribuições de sucesso ou fracasso:* o professor deve considerar as diferenças individuais, tomando o erro do aluno como um indício do seu nível conceitual e trabalhando a partir disso. Poderá, ainda, propor situações diversas e valorizar conquistas, ao invés de classificar seus alunos.
- *Utilidade:* A percepção de que a Matemática é útil e presente na vida cotidiana, aparentemente, provoca no aluno maior interesse e possibilita a aprendizagem mais facilmente. Entretanto, nem todos os conteúdos matemáticos podem ser relacionados com o cotidiano, mas essa relação pode despertar o interesse do aluno e, no decorrer da escolaridade, gerar confiança no educando, que desenvolverá atitudes positivas em relação à Matemática.

Junto aos aspectos cognitivos estão também as variáveis afetivas que podem interferir no desempenho do aluno. Portanto, se o estudante não achar necessário aprender, se considerar o conteúdo sem importância para sua vida ou, ainda, apresentar um alto grau de ansiedade gerado por falta de confiança em matemática, poderá ter um desempenho ruim e apresentar atitudes negativas em relação a essa disciplina.

No Ensino de Matemática, os fatores emocionais podem ser classificados como sendo de ordens primárias e secundárias. Os de ordem primária relacionam-se com aspectos da personalidade do indivíduo e os de ordem secundária são gerados a partir de causas externas ao sujeito.

As atitudes em relação à Matemática são geradas por fatores externos e, portanto, são secundárias. O fato de a Matemática necessitar de abstração pode causar o aparecimento da ansiedade e de atitudes negativas nos alunos. É o que destaca Brito (1996):

> As atitudes mais negativas são encontradas na sétima e oitava séries, que são as séries onde o ensino de Matemática, particularmente a álgebra, passa a exigir uma capacidade de abstração cada vez maior do estudante. (BRITO, 1996, p.295).

Klausmeier (1977, p. 414) afirmou que as atitudes aprendidas pelas pessoas, por quaisquer meios, influenciam seus comportamentos de aproximação-evitamento em direção às ideias, e também ao seu pensamento sobre o mundo físico e social. A partir desta afirmação, fica claro que o papel do educador é elementar no processo de formação de atitudes positivas em relação à Matemática e que, além de desenvolver aspectos conceituais e procedimentais, deve ser explorado o autoconceito positivo, a autonomia em seus esforços e o prazer da resolução do problema.

2.3 Escalas de atitudes em relação à Matemática

Dentro da literatura são encontrados vários métodos para compreender e estudar as atitudes. Neste campo, destacam-se os estudos (AIKEN (1970), GARDNER (1977), KULM (1980); SHIBECI (1982), FINLEY et. al. (1992), citados em

Brito (1998)), a respeito das atitudes relacionadas ao ensino de Ciências e Matemática. Segundo esses autores, as técnicas mais comuns para acessar as atitudes são:

- Escalas diferenciais (Thurstone);
- Escala de postos ou classificações (Rating Scales);
- Escalas de classificação somativa;
- Escalas de diferencial Semântico;
- Inventários de interesse;
- Hierarquia de preferências ou 'ranking';
- Técnicas projetivas;
- Observação antropológica;
- Entrevistas;
- Dados observacionais controlados;
- Análise de conteúdos de depoimentos.

Sobre as pesquisas que tratam do tema investigado, Aiken (1970 apud BRITO, 1996) afirmou que, embora a maioria das investigações tenha tratado da atitude em relação à Matemática, também podem ser encontrados trabalhos sobre atitudes em relação a conteúdos específicos e, ainda, atitudes em relação a tipos de problemas matemáticos.

A contribuição do referido autor no estudo das atitudes em relação à Matemática é reconhecida por pesquisadores que tratam do tema. A existência de uma ferramenta que "mede" as atitudes em relação à Matemática em muito contribuiu para essa área de pesquisa.

> As atitudes com relação à Matemática têm sido objeto de interesse dos pesquisadores por muitos anos. A quantidade de pesquisa conduzida nessa área tem aumentado, sobretudo durante os últimos 25 anos, especialmente depois do desenvolvimento da Escala de atitudes matemáticas por AIKEN e DREGER (1961) e revista dois anos mais tarde (1963). AIKEN (1970, 1976) apresentou uma revisão bastante completa dos estudos sobre atitudes com relação à Matemática e a relação entre as variáveis atitudinais da Matemática e os aspectos a elas relacionados. (AKSU, 1991, p.188 apud BRITO, 1998).

A escala de atitudes, utilizada nesta pesquisa (ANEXO B), trata das atitudes em relação à Matemática em si, evitando conjecturas referentes aos sentimentos dos alunos face à atuação do professor, aos tipos de atividades matemáticas propostas, etc.

> Qualquer atitude, enquanto fenômeno humano, um constructo psicológico próprio do sujeito humano, é composta por dimensões afetivas e cognitivas e se expressa através do comportamento. Entretanto é unidimensional no sentido de que o afeto caminha apenas em uma direção, sendo incompatível dois elementos ocuparem a mesma posição, no mesmo instante. Isso significa que as atitudes podem ser modificadas e alteradas durante a vida do indivíduo, mas elas não podem ser antagônicas em um dado momento. (BRITO, 1998, p. 115).

Portanto, esse tipo de escala de Aiken e Dreger (1961), Aiken (1963), adaptada e validada por Brito (1996), propõe a medir apenas a direção do sentimento dos indivíduos com relação à Matemática, deixando de lado outros aspectos transitórios como, por exemplo, o professor, o método de ensino, entre outros.

As escalas do tipo Likert fazem parte das chamadas “escalas somativas”, na qual as respostas obtidas de cada indivíduo são somadas a partir de uma pontuação atribuída. Essas escalas Likert são formadas, geralmente, por cinco alternativas: Concordo Totalmente, Concordo, Indeciso, Discordo e Discordo Totalmente. Para cada item é atribuído um valor que pode variar de 1 (um) até 5 (cinco) pontos. Esses pontos são atribuídos a cada questão e, ao fim do questionário, cada indivíduo terá um número de pontos relacionados às suas respostas e o total de pontos vem a construir um escore. A escala adaptada, entretanto, exclui a alternativa Indeciso, o que obriga o aluno assumir uma direção.

Algumas vantagens em empregar as escalas de atitudes:

- Podem ser aplicadas a grande número de sujeitos;
- Não se detém em um único aspecto da Matemática;
- Possibilita ao professor de Matemática verificar as atitudes de sua turma no decorrer do ano letivo, direcionando os resultados obtidos.
- Também pode ser usado como recurso auxiliar para verificar métodos novos de ensino, se esses são ou não são eficazes.

- Mostra uma informação vinculada a um grupo de estudantes e independente de opinião particular de uma pequena parcela do grupo.

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas[3], enquanto atividade humana, ocorre desde o surgimento do próprio homem. Nos papiros, por exemplo, podem ser encontrados diversos problemas envolvendo necessidades humanas, como as medições de terra ou divisões de pães. Entretanto, a resolução de problemas não é exclusividade da Matemática, ocorrendo também em outras ciências e as soluções obtidas possibilitam o avanço e expansão da própria fronteira do conhecimento. Neste texto, será tratada da resolução de problemas matemáticos e dos avanços e perspectivas ao relacionar tal atividade no ensino de Matemática.

Ao definir o que se entende por problema, esta pesquisa se apoiará em ONUCHIC (1999) que compreende problema como “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”. A autora ainda esclarece que “o problema não é um exercício no qual o aluno aplica de forma quase mecânica uma fórmula ou uma determinada técnica operatória”. (ONUCHIC, 1999, p. 215).

3.1 A resolução de problemas: breve histórico

A atividade de resolver problemas, para muitos, é sinônimo de um processo matemático a ser feito. Verdadeiros problemas matemáticos são aqueles que o resolvedor não possui um método ou caminho para chegar ao resultado (POLYA, 1944). Alguns matemáticos que se depararam e trabalharam sobre problemas foram:

- Descartes (1596-1950) foi matemático e filósofo, e tinha a intenção de publicar um método universal para resolver problemas, porém seu

[3] Será utilizado “r” e “p” minúsculos, ao se referir à atividade de resolver problemas e “R” e “P” maiúsculos, quando se tratar da Metodologia ou campo teórico.

manuscrito *Regras para a Direção do Espírito* foi encontrado após sua morte ainda incompleto;

- Leibnitz (1646-1716) também pensou em escrever algo como “A arte da Invenção”, mas nunca chegou a concluir tal tarefa. Muitos fragmentos dessa engenhosa tarefa foram encontrados e demonstram o quão valiosas eram suas ideias. Uma das frases atribuídas à Leibnitz é: “Nada é mais importante do que observar as origens da invenção, as quais são, na minha opinião, mais interessantes que as próprias invenções”;

- Bolzano (1781-1844), lógico e matemático, dedicou parte de sua vasta obra sobre Lógica *Wissenchaftslehre* à questão da Heurística[4]. O autor, sobre suas pretensões, destaca:

> Não me julgo, de maneira alguma, capaz de apresentar aqui qualquer processo de investigação que não tenha sido já há muito tempo percebido por todos os homens de talento e de forma alguma prometo que o leitor encontrará aqui qualquer completa novidade nesse assunto. Farei, no entanto, todo possível para formular, em linguagens claras, as regras e os meios de investigação que são observados por todos os homens capazes, os quais na maioria das vezes, não tem sequer consciência de as estarem seguindo. Embora não mantenha a ilusão de conseguir plenamente nem mesmo isso, ainda tenho a esperança de que o pouco aqui apresentado possa agradar a alguém e encontrar mais tarde alguma aplicação. (BOLZANO, vol. 3, p. 293 apud POLYA, 1944)

Ao analisar a resolução de problemas, no contexto do ensino de Matemática, cabe reportar à sua origem recente, o século XX. Antes, porém é preciso situar as fases e teorias em que esteve apoiado o ensino de Matemática, a fim de uma melhor compreensão do papel e destaque da Resolução de Problemas.

Segundo Lambdin e Walcott (2007), citado em Onuchic e Allevato (2011), essas fases merecem um olhar detalhado, pois cada uma delas corresponde a um período em que a educação, em geral, caminhava através de mudanças radicais e fundamentais e contribuía com práticas novas e inovadoras para a Educação Matemática.

[4] Heurística era o nome de um certo ramo de estudo, não bem delimitado, pertencente à Lógica, à Filosofia ou à Psicologia, delineado mais raramente apresentado com detalhes, hoje praticamente esquecido.

Quadro 2 - Fases da Educação Matemática e as Teorias Psicológicas de Aprendizagem.

Fases	Principais Teorias e Teóricos	Foco	Como atingir
Exercício e prática (aprox. década de 1920 - 1930)	Conecionismo e Associonismo (Thorndike)	Facilidade com Cálculo	• Rotina, memorização de fatos e algoritmos. • Quebrar todo trabalho em séries de pequenos passos.
Aritmética significativa (aprox. décadas de 1930 – 1950)	Teoria de Gestalt (Brownell, Wentheimer, Van Engen, Fehr)	Compreensão de ideias e habilidades aritméticas. Aplicações da matemática em problemas do mundo real.	▪ Ênfase nas relações matemáticas. ▪ Aprendizagem incidental. ▪ Abordagem de atividade orientada.
Matemática Moderna (aprox. década de 1960 – 1970)	Psicologia do desenvolvimento, teoria sociocultural (ex: Piaget Brunner, Dienes)	Compreensão da estrutura da disciplina.	▪ Estudo das estruturas Matemáticas. ▪ Currículo em espiral. ▪ Aprendizagem por descoberta.
Volta às bases (aprox. década de1970)	Retorno ao coneccionismo.	(Retorno à) preocupação com o desenvolvimento do conhecimento e das habilidades.	▪ (Retorno à) aprendizagem de fatos por exercício e prática.
Resolução de Problemas (aprox. década de 1980)	Construtivismo, Psicologia cognitiva e teoria sociocultural (Vygotsky)	Resolução de problemas e processos de pensamentos matemáticos.	▪ Retorno à aprendizagem por descoberta. ▪ Aprendizagem através da resolução de problemas.
Padrões, avaliação, responsabilidade (aprox. década de 1990 até o presente)	Psicologia cognitiva, teoria sociocultural vs renovada ênfase na psicologia experimental. (NCBL)	Guerras matemáticas: preocupação com a alfabetização matemática dos indivíduos vs preocupação com gestão dos sistemas educacionais.	▪ NFS – desenvolvimento de currículos baseados em padrões e orientados ao estudante vs foco na preparação para os testes com expectativas específicas.

Fonte: Lambdin e Walcott (2007, p. 5).

Traduzido por Onuchic e Allevato (2011, p. 77)

O quadro 2 mostra que a Resolução de Problemas ganhou destaque a partir da década de 1980. No entanto, na década de 1940, as ideias de Polya (1944), considerado o “Pai da Resolução de Problemas”, ganham destaque. Polya ainda não se preocupava com a resolução de problemas como metodologia de ensino, mas destacava o papel das heurísticas. Seu livro conhecido como “A arte de resolver problemas” apresenta uma sequência de quatro fases que o pesquisador julgou serem aquelas que um resolvedor de problemas executa durante a resolução de qualquer problema: 1) compreender o problema; 2) estabelecer um plano; 3) executar o plano; e 4) examinar a solução obtida (POLYA, 1944).

Na década de 1980, nos Estados Unidos, a resolução de problemas passou a orientar as pesquisas. No entanto, a maneira como era explorada, nas pesquisas ou em sala de aula, apresentou variações. Schroeder e Lester (1989 apud ONUCHIC, 1999) identificaram três usos para a resolução de problemas:

- Ensinar *sobre* resolver problemas

Quando um professor trabalha desta forma, sempre vai procurar ressaltar o modelo de resolução de Polya ou algum tipo de variação deste. Nele, são apresentadas as quatro etapas:

1ª: compreender o problema;
2ª: criar um plano;
3ª: levar avante esse plano;
4ª: olhar de volta o problema original e verificar a resposta obtida.

- Ensinar Matemática *para* resolver problemas

Ao ensinar a resolver problemas, o foco passa a ser a maneira como a Matemática é ensinada e as formas de aplicá-la em problemas rotineiros e problemas não rotineiros. Neste caso, a proposta de aprender Matemática é saber usar. E, para isso, são apresentados aos alunos muitos exemplos de conceitos e estruturas matemáticas e, é claro, a oportunidade de resolver muitos problemas com os conceitos aprendidos.

- Ensinar Matemática *através* da resolução de problemas

No final dos anos de 1980, algumas pesquisas passam a questionar o ensino e as estratégias e modelos, e começam a discutir os aspectos didáticos e pedagógicos da resolução de problemas. Para Andrade (1998, p.12 apud ONUCHIC, 1999), a Resolução de Problemas ganha formas de uma metodologia de ensino, sendo o ponto inicial para a construção do conhecimento matemático. A partir desse pensamento, os problemas passam a ser formulados de maneira a contribuir para a formação dos conceitos, mesmo sem uma apresentação formal da Matemática. As ações são voltadas para os alunos, para que eles possam construir a Matemática por meio da resolução de problemas.

No momento em que a resolução de problemas possibilita a criação dos conceitos matemáticos, os problemas deixam de serem apenas exercícios de fixação e passam a ser o instrumento utilizado para descoberta e construção do conceito. O aprendizado, desse modo, passa a ser visto como uma extensão do que é real, sendo considerados as especificidades do conteúdo de problemas, os tipos de problemas e os métodos de solução.

Apesar das concepções apresentadas, de acordo com Onuchic (1999), é possível encontrá-las em diversas variações e combinações. Além da teoria, em sala de aula, o professor pode adotar cada uma delas, em momentos variados, ou ainda, combinações ou variações dessas concepções.

3.2 A Resolução de Problemas nos Documentos Oficiais

Os documentos oficiais trazem muitas indicações sobre a resolução de problemas como uma atividade prática, mas também tratam a Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino. Os PCN+[5], do Ensino Médio, destacam que:

> A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício

[5] Parâmetros Curriculares Nacionais.

> semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas. (BRASIL, 1999, p. 112).

Nas OCN[6] para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) existe uma ressalva quanto ao uso de problemas "fechados", a de que eles pouco incentivam o desenvolvimento de habilidades. Em contrapartida os problemas do tipo "aberto" possibilitam que o aluno adquira procedimentos para resolução de problemas. O documento destaca também que, em sala de aula, o uso de problemas "abertos" pode transformar a própria relação entre professor e os alunos e entre os alunos e o conhecimento matemático. Uma grande vantagem dessa abordagem seria a de que o conhecimento matemático passa a ser entendido como uma importante ferramenta para resolver problemas, e não mais como algo a ser cobrado nas avaliações.

As *Diretrizes Curriculares da Educação Básica*, que norteiam o ensino da disciplina de Matemática, no estado do Paraná (PARANÁ, 2008), apresentam a Resolução de Problemas como uma tendência metodológica da Educação Matemática. Desse modo, o referido documento orienta os profissionais para o uso desta e de outras metodologias em Educação Matemática ao trabalhar os conteúdos estruturantes. Sobre a Resolução de Problemas, com base em Schoenfeld (1997), o documento recomenda que:

> O professor deve fazer uso de práticas metodológicas para a resolução de problemas, como exposição oral e resolução de exercícios. Isso torna as aulas mais dinâmicas e não restringe o ensino de Matemática a modelos clássicos. A resolução de problemas possibilita compreender os argumentos matemáticos e ajuda a vê-los como um conhecimento passível de ser aprendido pelos sujeitos do processo de ensino e aprendizagem (PARANÁ, 2008, p.63).

Sobre o papel do professor dentro da Metodologia de Resolução de Problemas, apoiando-se nos trabalhos de Smolee e Diniz (2001), o documento destaca que:

> Cabe ao professor assegurar um espaço de discussão no qual os alunos pensem sobre os problemas que irão resolver, elaborem uma estratégia, apresentem suas hipóteses e façam o registro da solução encontrada ou de recursos que utilizaram para chegarem ao resultado. Isso favorece a formação do pensamento matemático, livre

[6] Orientações Curriculares Nacionais.

> do apego às regras. O aluno pode lançar mão de recursos como a oralidade, o desenho e outros, até se sentir à vontade para utilizar sinais matemáticos (PARANÁ, 2008, p.63).

As Diretrizes trazem, ainda, as etapas de resolução de um problema apresentadas por Polya (1944), já tratadas neste texto.

3.2.1 Tipos de Exercícios e de Problemas

Em sala de aula, a apresentação de um problema pode, ou não, motivar os alunos a resolvê-lo. Muitas vezes, quando o problema, por mais difícil que seja, é resolvido, uma sensação de alegria toma conta daquele que cumpriu sua tarefa. Cabe ao professor a tarefa de incentivar os alunos e de selecionar um problema adequado para a série que está trabalhando.

Ao trabalhar problemas é importante que o professor conheça os diversos tipos de problemas matemáticos e suas potencialidades. Como já apresentado, na resolução de problemas não se tem uma estratégia previamente conhecida, como ocorre ao resolver exercícios. Tal distinção é fundamental ao tratar de exercícios e problemas.

Dante (2011, p. 30) mostra que é preciso fazer uma clara distinção entre o que é um exercício e o que é um problema. Exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar determinado algoritmo ou procedimento. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas.

Exemplo 1:

Efetue $123 \div 3$. Ou, na forma de problema-padrão: Divida 123 balas igualmente entre 3 crianças.

Para ele uma situação-problema ou problema-processo, é a descrição de uma situação em que se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução. A resolução de um problema-processo exige certa dose de iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias.

Exemplo 2:

Foram convidadas 38 crianças para o aniversário de Paulinho. O pai dele precisa alugar mesas quadradas para fazer uma longa fila, colocando as mesas lado a lado, uma encostada na outra. Ele quer que cada lado disponível da mesa seja ocupado por uma única criança. Qual é o menor número possível de mesas que ele deverá alugar?

Seria agradável um equilíbrio entre o número de exercícios e o de problemas que são dados a uma classe.

Exercícios de Reconhecimento

Este tipo de exercício usualmente propõe que o resolvedor reconheça ou se lembre de um fato específico, uma definição ou enunciado de um teorema. A função principal dos chamados "exercícios de reconhecimento" é testar as definições, casos básicos, teoremas e assim por diante. Geralmente, esses exercícios são propostos na forma de verdadeiro ou falso, múltipla escolha, preencha os espaços ou de comparação.

Exemplos:

1) Dados os números 2, 5, 10, 101, 156 e 213, quais são pares?

2) Qual é o sucessor de 54?

3) Um milhar é equivalente a quantas centena?

Exercícios Algorítmicos

A palavra algoritmo pode ser entendida como um modo de resolução do problema que se dá parte por parte, sempre como um algoritmo numérico. Geralmente, nos anos iniciais, são exercícios que pedem a execução dos algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais. Seu objetivo é treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores.

Exemplos:

1) Calcule o valor de [(15 x 5) ÷ 3] ÷ 2.

2) Efetue:

a) 25 + 82 =

b) 32 x 7 =

Problemas – Padrão

A resolução desse tipo de problema apenas envolve a aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente. O problema tem sua resolução clara no enunciado, e a tarefa básica do resolvedor é a de transformar a linguagem usual em linguagem matemática, identificando as operações ou algoritmos necessários para resolvê-lo. O objetivo desses problemas é recordar e fixar os fatos básicos, por meio dos algoritmos das quatro operações fundamentais, e reforçar o vínculo existente entre essas operações e seu emprego nas situações do dia a dia.

Problemas-padrão simples (resolvidos com uma única operação)

Exemplos:

1) Em uma praça há 17 meninos e 22 meninas brincando. Quantas crianças estão na praça?

2) Divida igualmente 20 figurinhas entre 4 crianças.

Problemas-padrão compostos (resolvidos com duas ou mais operações)

Exemplos:

1) Gabriel, Heloisa e Renan possuem juntos 90 figurinhas. Sabendo que Gabriel tem 32 figurinhas e os outros dois possuem quantidades iguais, determine o número de figurinhas de cada um.

2) Marta tem 7 anos a mais que o triplo da idade de Marina. As duas juntas têm 55 anos. Qual é a idade de cada uma?

Problemas – Processo ou Heurísticos

Neste tipo de problema cabe ao aluno elaborar um plano, encontrar uma estratégia de acordo com sua intuição, testá-la e verificar se chegou à solução correta. Os problemas-processo aguçam a curiosidade do aluno e permitem que ele desenvolva a criatividade, a iniciativa e o espírito explorador. Esses problemas possibilitam que o aluno desenvolva estratégias e procedimentos[7] para resolver situações-problema, o que, em muitos casos, é mais importante do que encontrar a resposta correta. Para chegar a uma resposta válida, o resolvedor usa uma grande variedade de processos de pensamento.

[7] Para Van Del Walle (2009) Estratégias para resolver problemas são métodos identificáveis de abordar uma tarefa. Procedimentos está diretamente ligado a habilidades matemáticas básicas.

Exemplo:

Numa reunião de equipe há 7 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?

Problemas de Aplicação

Os problemas de aplicação envolvem situações reais, que acontecem no dia a dia e necessitam da Matemática para serem resolvidos. Por meio de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar a situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações, etc. Geralmente, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. São apresentados, principalmente, em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios oriundos de outras áreas, e cuja resposta se relacione a algo que desperte interesse.

Para Santos (1997) os problemas de aplicação fornecem ao aluno a oportunidade de usar uma variedade de habilidades matemáticas, procedimentos, conceitos e fatos para resolver problemas reais. Esse tipo de problema possibilita que o aluno perceba a utilidade e a importância da Matemática no cotidiano.

Exemplos:

1) Aumentando-se a base e a altura de um retângulo em 25%, em que porcentagem aumentará a área?

Problemas de Pesquisa Aberta

Esses problemas não trazem em seu enunciado a estratégia para resolvê-lo, e isso requer que o aluno encontre um possível caminho. O objetivo mais importante desse tipo de problema é incentivar a conjecturar, isto é, considerar (algo) como provável e, com base em indícios, supor, presumir e deduzir. Esses problemas podem e devem ser utilizados em todos os níveis de ensino.

Seguindo KRULIK (1997, p. 44) um problema extravagante pode atrair os alunos porque eles não consideram extravagante despertar sua curiosidade intelectual, e isso pode ocorrer também com jogos matemáticos e quebra-cabeças que são ricas fontes de problemas de pesquisa aberta.

Exemplo:

> Dois piratas estavam enterrando seu butim em uma ilha, com a guarda-costeira em perseguição inclemente. Perto da praia havia duas rochas grandes e uma palmeira solitária. Barba-azul A saiu de uma rocha e, caminhando ao longo da reta perpendicular à reta da rocha e a palmeira contou em passos uma distância igual àquela entre a rocha e a palmeira. Barba-azul B fez uma coisa semelhante com relação à outra rocha e à palmeira. Eles então caminharam um em direção ao outro e enterraram o tesouro no meio do caminho. Dois anos mais tarde, os piratas voltaram à ilha para desenterrar o tesouro, mas descobriram que a palmeira não estava mais lá. Como eles poderiam proceder para encontrá-lo? (KRULIK,1997, p.44)

Situações – Problema, Problema Desafio e Problema Quebra-Cabeça

O autor Henry Pollak, professor de Educação Matemática, Ph. D., da Universidade de Harvard (1951) diz que o melhor a fazer é ao invés de chegar ao aluno e dizer-lhes: "'Eis um problema; resolvam-no', diga-lhes 'Eis uma situação pensem nela'".

Os problemas desafios e problema quebra-cabeça são aqueles que envolvem e desafiam os alunos. Eles aparecem na chamada "Matemática recreativa" e solucioná-los depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque, alguma regularidade, que é a chave da solução.

Exemplo:

1) (DANTE, 2011, p.31) Felipe e Josué estão colecionando o mesmo tipo de figurinhas. Felipe já tem 190 figurinhas coladas no álbum e Josué tem 178. Se Felipe conseguir 28 figurinhas fazendo trocas com seus colegas de escola e Josué conseguir 37:

a) qual dos dois ficará com mais figurinhas no álbum?

b) quantas ele terá a mais que o outro?

c) quantas faltarão ainda para Felipe e Josué se o total de figurinhas do álbum for 300?

d) quantos pacotes Felipe ainda precisará comprar, se em cada um vêm 2 figurinhas, mas uma é sempre repetida?

e) quanto Felipe gastará se cada pacote custa R$ 0,20?

2) (POLYA, 2006, p. 186). Roberto tem 10 bolsos e 44 moedas. Ele quer colocar as moedas nos bolsos, mas de tal maneira distribuídas que em cada bolso fique um número diferente de moedas. Será possível consegui-lo?

Sobre os propósitos de cada um dos tipos de problemas empregados nas aulas de Matemática, a partir de (CHARLES; LESTER, 1982, p.10 apud SANTOS, 1997), evidencia que:

- Exercícios de fixação/reconhecimento: fornecem aos alunos práticas em usar algoritmos;
- Problemas simples/padrão: fornecem aos alunos experiências em traduzir problemas reais simples e que envolvem só um tipo de cálculo;
- Problemas complexos: fornecem aos alunos experiência em resolver situações-problemas, que traduzem problemas reais e envolvem dois ou mais cálculos;
- Problemas de processo/abertos: exibem aos alunos os processos que são inerentes em resolução de problemas e no pensamento envolvido na compreensão dos problemas. Estes problemas servem para desenvolver, nos alunos, estratégias gerais de entendimento, planejamento e resolução de problemas assim como avaliação de tentativa para encontrar a solução;
- Problemas de aplicação: fornecem aos alunos a oportunidade de usar uma variedade de habilidades matemáticas, procedimentos, conceitos e fatos para resolver problemas reais. Levam o aluno a perceber a utilidade e a importância da Matemática no cotidiano;
- Problemas desafio: fornecem ao aluno a oportunidade de engajar-se potencialmente em atividades de recreação matemática. Estes problemas chamam a atenção para a importância de utilizar abordagens flexíveis e de perceber o problema através de várias perspectivas. Ou seja, a importância de ter um pensamento flexível e olhar o problema por vários ângulos.

3.4 Estratégias em Resolução de Problemas

Para Van de Walle (2009), as estratégias para resolver problemas podem ser descritas como "métodos identificáveis de abordar uma tarefa que é completamente independente do tópico específico ou assunto temático" (p. 77). As estratégias estão presentes em todas as fases da resolução de problemas: *compreender o problema, resolver o problema e refletir sobre a resposta e solução*.

Os objetivos de se trabalhar e explorar as estratégias na resolução de problemas, de acordo com Van de Walle (2009) são:

- Desenvolver habilidades de análises de problema – desenvolver a habilidade dos alunos em analisar/compreender um problema desconhecido, encontrar informações necessárias, descartar as dispensáveis e mostrar com clareza o objetivo ou meta do problema ou tarefa.
- Desenvolver e selecionar estratégias – com o propósito de auxiliar os estudantes a desenvolver sua própria estratégia de resolução de problemas estas servindo como ferramenta para uma variedade de contextos de resolução de problemas.
- Justificar as soluções – para auxiliar os alunos em avaliar a validade de suas respostas.
- Estender ou generalizar problemas - incitar nos alunos o desejo de ir além da solução para os problemas, testar os resultados encontrados em outras situações ou utilizando para formar regras ou procedimentos gerais.

Ao tratar dos métodos ou estratégias para resolver problemas, Santos (1997) identificou as seguintes:

- Estratégias gerais
  Procurar um padrão, regularidade; generalizar
  Usar dedução (ou indução)
  Trabalhar de trás pra frente
  Adivinhar (dar palpites) e testar
  Resolver um problema semelhante mais simples
  Escrever uma equação (fórmula)

- Estratégias de apoio
  Reler o problema

Procurar palavras e frases-chave
Escrever informações relevantes
Fazer uma lista, tabela ou quadro organizado
Experimentar dados ou dramatizar a situação
Usar números simples

E conclui, dizendo que nas atividades de resolução de problemas é importante que se apresente um desafio aos alunos para que eles tenham curiosidade e vontade de resolver a questão.

No momento em que estratégias importantes e úteis são desenvolvidas, elas devem ser identificadas, destacadas e discutidas. Indicar pelo nome uma estratégia pode fornecer um meio útil para os estudantes falarem sobre seus métodos e para fornecer dicas ou sugestões. Elas são importantes antes dos alunos compreenderem o problema ou durante a fase em que o aluno trabalha, sozinho ou com companheiros, no problema.

Van de Walle (2009, p. 77) elenca algumas estratégias consideradas por ele como prováveis de acontecer em problemas matemáticos:

- Desenhar uma figura, simular algo, usar um modelo. Esta é a estratégia de utilizar modelos para ajudar a pensar. Ao "simular algo" pode-se ter uma real interpretação da situação-problema.
- Procurar um padrão. A procura de padrões está no centro de muitas tarefas de resolução de problemas, especialmente na área do raciocínio algébrico.
- Construir uma tabela ou um quadro. O uso de quadros é normalmente combinado com a busca de padrões como uma maneira de resolver problemas ou construir novas ideias.
- Encontrar uma forma mais simples do problema. Uma modificação do problema para uma forma mais simples, buscando maneiras mais fáceis de compreender e analisar o que se pretende no original.
- Experimentar e verificar. O propósito aqui é verificar o que acontece. Uma maneira de iniciar a investigação para uma tarefa muito difícil. A reflexão, mesmo sobre uma tentativa falha, pode conduzir a melhores ideias.

- Organizar uma lista. Nesta ocasião cabe considerar sistematicamente todos os possíveis resultados em uma situação, ou mesmo descobrir quantas possibilidades existe ou verificar se todos os possíveis resultados foram verificados.

A resolução de problemas, em muitos casos, é deixada em um papel secundário nos currículos de Matemática, antecedida pelo conteúdo. Por outro lado, mesmo quando a ênfase da aula é para os problemas, as estratégias de como resolvê-los são deixadas de lado:

> Musser e Shaughnessy sugerem que o currículo deveria se basear mais em estratégias do que em conteúdo, pois os alunos poderiam aprender primeiro muitas estratégias de resolução de problemas envolvendo o conteúdo de uma área em particular – exemplo, matemática –, para só mais tarde então, tomar conhecimento de como essas estratégias se generalizam quando cruzam com as outras áreas de conhecimento, como física, biologia, política e economia. (KRULIK,1997, p.188)

Por fim, tratar da resolução de problemas e de suas estratégias inclui as formas como os problemas são representados, os significados da linguagem matemática, as formas como se conjectura, elabora e se raciocina. A partir dessa compreensão pode se considerar a resolução de problemas como atividade principal da Matemática.

4 METODOLOGIA

Esta seção apresenta a abordagem metodológica utilizada e a justificativa para sua escolha. Será realizada uma introdução sobre pesquisa qualitativa, passando para a descrição das etapas, atividades e desenvolvimento do trabalho proposto.

4.1 Pesquisa Qualitativa

O adjetivo "qualitativo", para Garnica (2004, p.86), se encaixa adequadamente às pesquisas que reconhecem:

- A transitoriedade de seus resultados;
- A impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa é comprovar ou refutar;
- A não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar;
- Que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-la podem ser (re)configurados;
- A impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas.

Goldenberg (2004, p. 13) afirma que nenhuma pesquisa é controlada em sua totalidade, com previsões definitivas para começo, meio e fim. Ressalta também que a pesquisa é um processo em que é impossível prever todas as etapas. Assim, o pesquisador vivencia um estado de tensão, pois o seu conhecimento é parcial e limitado.

> Os pesquisadores que adotam a abordagem qualitativa em pesquisa se opõem ao pressuposto que defende um modelo único de pesquisa para todas as ciências, baseado no modelo de estudo das ciências da natureza. Estes pesquisadores se recusam a legitimar seus conhecimentos por processos quantificáveis que venham a se transformar em leis e explicações gerais. Afirmam que as ciências sociais têm sua especificidade, que pressupõe uma metodologia própria. (GOLDENBERG, 2004, p. 16).

No caso da presente pesquisa, investigaram-se as possíveis relações entre as atitudes e as estratégias em resolução de problemas, e a abordagem qualitativa mostrou-se mais adequada por possibilitar compreensões sobre como tais objetos se relacionam. A pesquisa e os instrumentos aplicados aos alunos buscaram encontrar possíveis relações entre as atitudes e as estratégias. Seria interessante se apenas as atitudes dos alunos em relação à matemática fossem captadas nessa pesquisa, mas a presença do professor em sala de aula pode de alguma forma influenciar nessa atitude.

Sobre os tipos de dados trabalhados pela pesquisa qualitativa, podem ser encontrados, essencialmente, os *dados verbais* e os *dados visuais*. No primeiro caso, os dados são coletados através de entrevistas ou como narrativas. E no segundo, os dados resultam de aplicações de diversos métodos observacionais que vão da observação participante à etnografia[8] e à análise de fotografias e filmes, dentre outros.

4.2 Estudo de Caso

O estudo de caso como modalidade de pesquisa pode ser entendido como sendo:

> (...) uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse. (PONTE, 2006, p.2)

Desse modo, buscando-se conhecer melhor o fenômeno estudado, o estudo de caso possibilita uma análise particular adentrando na realidade investigada. A opção por essa modalidade de pesquisa também se deu por compreender que:

> O estudo de caso reúne o maior número de informações detalhadas, por meio de diferentes técnicas de pesquisa, com o objetivo de apreender a totalidade de uma situação e descrever a complexidade de um caso concreto, através de um mergulho profundo em um objeto delimitado, o estudo de caso possibilita a penetração na realidade social, não conseguida pela análise estatística. (GOLDENBERG, 2004, p. 33).

As etapas ou fases, a serem percorridas ao longo da pesquisa, podem ser entendidas e apoiadas em Gil (1995). Para o referido autor “o estudo de caso não aceita um roteiro rígido, mas é possível definir quatro fases que mostra seu

[8] Etnografia é inerente a qualquer aspecto da Antropologia Cultural, que estuda os processos da interação social: os conhecimentos, as ideias, técnicas, habilidades, normas de comportamento e hábitos adquiridos na vida social de um povo.

delineamento: delimitação da unidade-caso; coleta de dados; seleção, análise e interpretação dos dados e elaboração do relatório" (GIL, 1995, p. 58).

Nesse sentido, a presente pesquisa foi realizada em uma turma do Ensino Normal, na Cidade de Cornélio Procópio. As atividades desenvolvidas buscaram melhor compreender as relações entre as atitudes e as estratégias em resolução de problemas. Para isso, o estudo de caso mostrou-se como uma possibilidade no levantamento das estratégias utilizadas por sujeitos que serão selecionados a partir de suas atitudes em relação à Matemática.

A presente pesquisa tratou-se de um estudo de caso, pois considerou uma sala de aula e sua realidade como investigação. Assim, verificou-se como (e se) as atitudes dos alunos em relação à Matemática influenciam suas estratégias em resolução de problemas.

4.3 Procedimentos

A pesquisa teve como participantes alunos de um Colégio que oferece Ensino Normal, situado na Cidade de Cornélio Procópio. A turma era composta por 25 alunos, e participaram desta pesquisa 19 alunos.

Na presente pesquisa, os seguintes instrumentos foram utilizados:

1. Questionário informativo sobre a vida escolar e opiniões dos estudantes sobre a Matemática e as atividades desenvolvidas na disciplina. Este instrumento, composto por 13 (treze) questões foi adaptado do questionário proposto por Brito (1996). (ANEXO A).

2. Escala de Atitudes em relação à Matemática (adaptada e validada por Brito, 1996) do tipo likert de 4 pontos, composta por 21 questões. A última afirmação não faz parte da escala original proposta por AIKEN e DREGER (1961) e AIKEN (1963), mas foi acrescentada por Brito (1996) com o objetivo de analisar a auto percepção do aluno a respeito de seu desempenho em matemática. (ANEXO B). Dez proposições referem-se às atitudes negativas e dez às atitudes positivas. A pontuação máxima da escala é 80 pontos, atribuídos conforme o seguinte critério:

- Para as proposições que se referem às atitudes positivas
  (3, 4, 5, 9, 11, 14, 15, 18, 19, 20):
  Concordo totalmente - 4 pontos
  Concordo - 3 pontos
  Discordo - 2 pontos
  Discordo totalmente - 1 ponto
- Para as proposições que se referem às atitudes negativas (1,2,6,7, 8, 10, 12, 13, 16, 17, 21):
  Discordo totalmente - 4 pontos
  Discordo - 3 pontos
  Concordo - 2 pontos
  Concordo totalmente - 1 ponto

A pontuação na escala de atitudes foi feita por meio dos procedimentos descritos por Brito (1998). De acordo com a autora, os resultados variam de 20 a 80 pontos. Ao ser calculada a média dos sujeitos, as pontuações abaixo desse valor são consideradas atitudes negativas e as pontuações acima, são atitudes positivas em relação à matemática.

3. Prova de Matemática, composta por 7 (sete) problemas. O objetivo para a aplicação deste instrumento é o de levantar as diferentes estratégias utilizadas pelos participantes ao resolver problemas. Esta prova foi elaborada a partir dos conteúdos estruturantes das Diretrizes Curriculares do Paraná (PARANÁ, 2008). (ANEXO C).

Após a aplicação desses instrumentos foi realizada uma análise dos questionários e das provas. Em seguida, foram selecionados seis alunos: 2 (dois) com atitudes positivas, 2 (dois) com atitudes negativas e 2 (dois) com pontuação próxima à média dos sujeitos participantes da pesquisa, para uma etapa em que as estratégias utilizadas na prova foram discutidas em um “Pensar em voz alta”. Neste momento, o aluno foi convidado a resolver sua prova novamente, explicando em voz alta como pensou. O pesquisador inferiu, quando necessário, fazendo questões para melhor compreender o que estava sendo feito pelo aluno.

A partir desses resultados investigou-se como (e se) as atitudes em relação à Matemática dos alunos influenciam nas estratégias utilizadas para a resolução dos problemas propostos.

5 ANÁLISES DOS DADOS

5.1 Descrições dos participantes

No dia programado para aplicação dos questionários e das provas, apenas 19 alunos estavam presentes em sala de aula. Algumas características como idade, se o participante já foi reprovado ou não, disciplina que mais gosta, a que menos aprecia e atitudes em relação à matemática serão apresentadas a seguir.

Em relação à idade dos alunos, a figura 1 indica que a maioria dos participantes tem entre 16 e 17 anos:

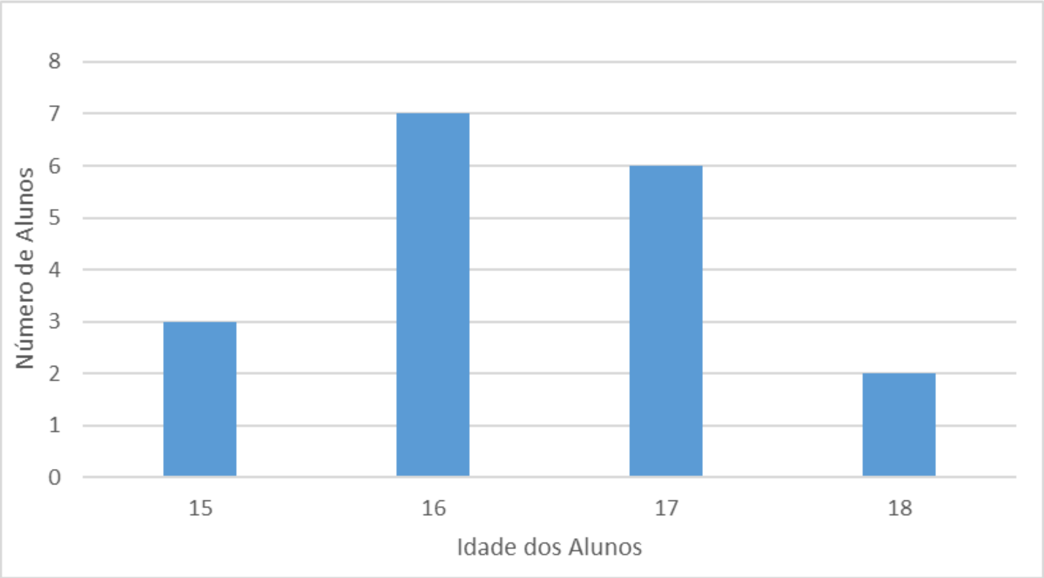


Figura 1 – Distribuição dos alunos quanto as suas idades

De acordo com informações do questionário individual respondido pelos alunos, verificou-se que apenas um sujeito do sexo masculino estuda nesta sala.

Em relação às questões referentes à vida escolar de cada aluno, sobre se ele já havia ou não sido reprovado, identificou-se que a maioria dos alunos já foram reprovados, conforme figura 2:

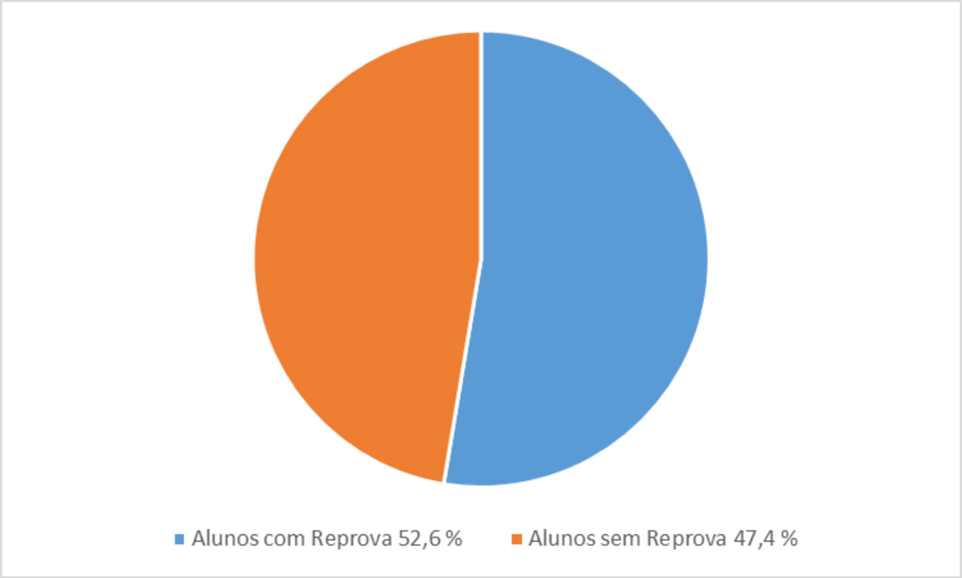


Figura 2 – Reprovação ao longo da vida escolar

Em relação às disciplinas preferidas pelos alunos, Química foi a mais citada, (seis alunos), seguida pela disciplina Concepções Norteadoras da Educação Especial, que faz parte do currículo de formação de docentes, (citada por três alunos). Quando solicitado que os participantes assinalassem a matéria que menos gostavam, a mais citada foi Matemática, por nove alunos.

Em outra questão foi proposto para que o aluno, caso ele tivesse possibilidade, retirasse uma disciplina. Foram citadas três vezes Matemática e Biologia, e três alunos afirmaram que não retirariam nenhuma disciplina. Pode-se notar que, mesmo os alunos não apreciando algumas matérias como, Matemática, eles possuem a consciência de que esta é uma disciplina importante no currículo escolar.

Outra questão solicitava que o aluno indicasse o conteúdo matemático que ele mais gostou de estudar e o que menos havia gostado. Entre os preferidos foram indicados fração, por cinco alunos, seguido pelo conteúdo de equação do primeiro grau e equação do segundo grau, citados por quatro alunos cada. Entre os conteúdos matemáticos que os alunos menos gostam, destacam-se duas respostas: um dos participantes afirmou “todos, não gosto de Matemática.” e, outro, “todos, pois não entendo nada do que o professor passa pra gente.”

5.2 As atitudes em Relação à Matemática dos participantes

Nessa seção, realizar-se-á uma análise dos resultados obtidos na Escala de Atitudes em Relação à Matemática. O quadro 3 apresenta um panorama das atitudes em relação à Matemática dos sujeitos que participaram da pesquisa:

Quadro 3 – Resultados apresentados pelos alunos na escala de Atitudes em Relação à Matemática

Alunos	Pontuação na Escala	Classificação
A 1*	55	Positiva
A 2	65	Positiva
A 3*	70	Positiva
A 4	52	Positiva
A 5	37	Negativa
A 6	41	Negativa
A 7*	48	Positiva
A 8	36	Negativa
A 9	36	Negativa
A 10*	71	Positiva
A 11	38	Negativa
A 12	40	Negativa
A 13*	29	Negativa
A 14	50	Positiva
A 15	38	Negativa
A 16	45	Negativa
A 17	49	Positiva
A 18*	27	Negativa
A 19	39	Negativa

Fonte: dados da pesquisa

*Alunos que participaram da entrevista “Pensar em voz alta”

A pontuação da escala de atitudes variou de 27 a 71 pontos, com uma média de 45,58 pontos e desvio padrão de 12,64 pontos, numa escala de 20 a 80 pontos, conforme figura 3:

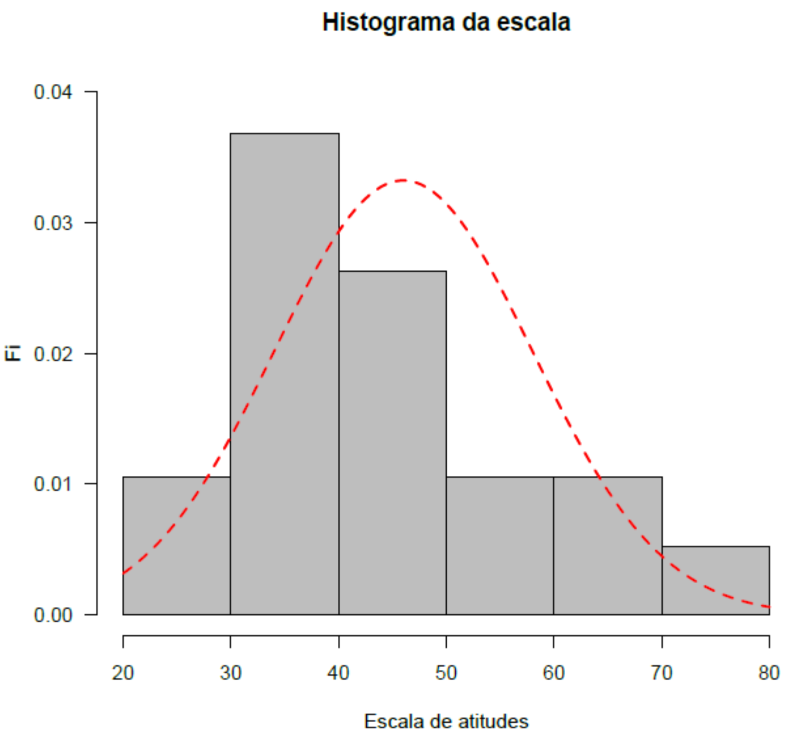


Figura 3 – Distribuição da pontuação das atitudes dos participantes.

A distribuição da pontuação das atitudes é um modo mais compacto de apresentar os dados divididos em intervalos de classe. Esse tipo de gráfico é geralmente utilizado na apresentação de dados qualitativos. O diagrama de caixa (ou box plot) apresenta três quartis, o mínimo e o máximo dos dados em uma caixa retangular e o segundo quartil indica a mediana.

Segundo Montgomery (2000, p. 20) os diagramas de caixas são muito úteis em comparações gráficas entre conjuntos de dados, uma vez que têm alto impacto visual e são fáceis de entender.

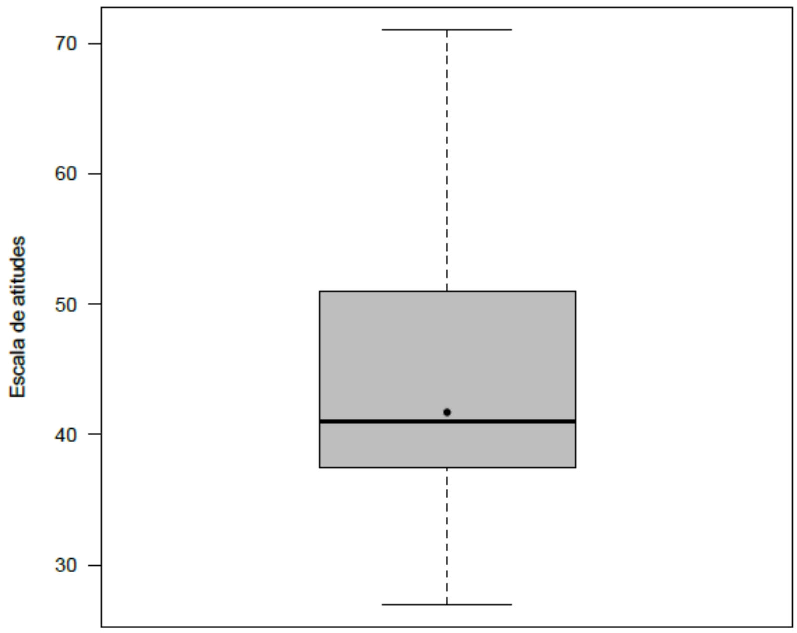


Figura 4 - Box Plot com a distribuição da pontuação das atitudes dos participantes.

A partir da análise das atitudes em relação à matemática deste grupo de participantes, pode-se afirmar que as atitudes dos sujeitos pesquisados tendem a ser negativas. Essas atitudes foram construídas ao longo da escolaridade desses alunos, mas a influência do professor é um fator que aparece nas respostas dos participantes quando, por exemplo, um deles diz que "não entende nada do que o professor da sala de aula diz".

5.3 Análises das estratégias utilizadas na Prova de Matemática [9]

Nesta seção será realizada uma análise dos resultados obtidos nas provas aplicadas aos alunos, buscando identificar as principais estratégias encontradas nas provas e no momento do pensar em voz alta. As estratégias para resolução de problemas serão analisadas à luz dos autores Van de Walle (2009) e Santos (1997).

[9] Para esta análise de dados, o problema 6 não será considerado devido a um erro de impressão da prova.

Cada uma das estratégias utilizadas será considerada dentro do seguinte contexto: como o aluno compreendeu o problema, se resolveu o problema e se parou para refletir sobre a resposta e solução.

A pesquisadora indicou algumas respostas esperadas previamente e possíveis estratégias que poderiam ser utilizadas pelos alunos. A prova de matemática foi composta por problemas abertos e o aluno poderia utilizar de diferentes estratégias para chegar à resposta.

PROBLEMA 1 (Problema das cédulas):

No meu bolso tenho cédulas de R$ 10, R$ 20 e R$ 50. Que quantia poderei obter, ao retirar:

a) duas cédulas? b) três cédulas?

Para resolver o problema e obter as respostas esperadas, o aluno deveria considerar que tem 3 (três) cédulas no bolso:

a) Caso retire duas cédulas do bolso, teria os possíveis valores:

Retirando uma nota de R$ 10,00 e uma nota de R$ 20,00, a soma seria de R$ 30,00.

Retirando uma nota de R$ 10,00 e uma nota de R$ 50,00, obteria R$ 60,00.

Retirando uma nota de R$ 20,00 e uma nota de R$ 50,00, teria a soma de R$ 70,00.

As estratégias utilizadas poderiam ser variadas: esquemas, escrita do raciocínio utilizado, dedução ou indicação das contas de adição realizadas.

b) Para este caso, as três cédulas são retiradas do bolso e se teria apenas uma possibilidade, obtida pela adição dos valores das três notas, que seria R$ 80,00.

Antes de apresentar as estratégias encontradas neste problema, é necessário relatar a forma com que os alunos interpretaram e responderam o problema. Quando questionados sobre *“que quantia poderei obter ao retirar: a) duas* *cédulas? e b) três cédulas?”,* os alunos pesquisados consideraram que, ao retirar uma determinada cédula, ela deveria ser excluída, sobrando as demais notas que estavam dentro do bolso e, assim, o valor que sobrava dentro do bolso seria a resposta desejada. Ao analisar os registros, pode-se ver que esse equívoco na interpretação do problema interferiu diretamente em sua resposta final.

Possivelmente esse equívoco esteja relacionado à palavra “retirar” como sinônimo de “tirar”, e que reporta a uma subtração. Nesse caso, a interpretação do problema não foi satisfatória e, com isso, os alunos executaram planos que não conduziram à resposta esperada. A ação desejada seria semelhante a realizada em uma urna quando se retira determinadas bolas e se verifica os valores obtidos.

Dessa forma, apenas quando questionados sobre o sentido da palavra “retirar”, os alunos deram uma nova interpretação ao problema. Isso aconteceu, quase todas as vezes, no pensar em voz alta, em que os alunos passaram a pensar nos valores das cédulas que estariam na mão quando retiradas duas ou três cédulas do bolso.

O quadro 4 apresenta um panorama dos tipos de estratégias utilizadas e dos resultados obtidos:

Quadro 4 – Resultados gerais apresentados pelos alunos pesquisados no problema 1

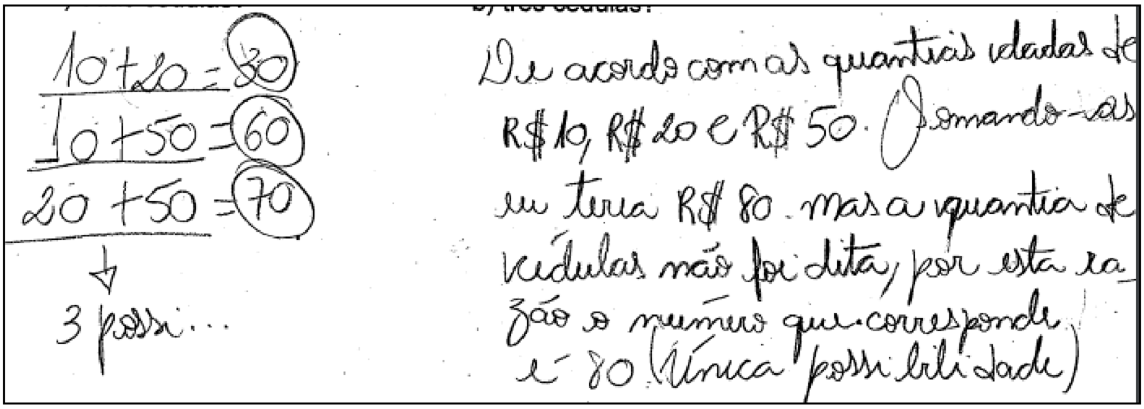
Problema 1	**Número de alunos**
A – Problema com estratégia que leva ao resultado correto	6
B – Problema sem resposta	0
C – Problema com estratégia equivocada	10
D – Problema em branco	1
E – Não entendi	2

Fonte: dados da pesquisa

O problema 1, foi abordado pelos alunos que preferiram em sua maioria utilizar da dedução, utilizando os dados fornecidos no problema e, a partir de suas interpretações, busca-se a resolução do problema dado.

A resolução do aluno identificado como A8 com atitude negativa, seguiu o modelo de resolução muito próximo ao que foi apresentado como um possível caminho:

Figura 5 - Estratégia utilizada pelo Aluno A8 no problema 1.



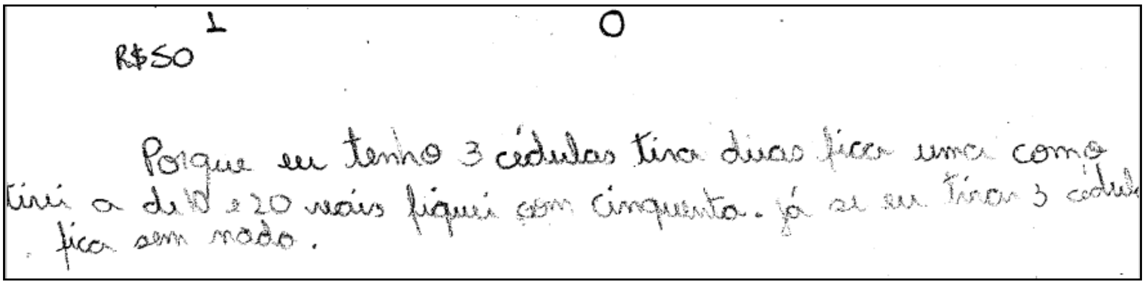
10+20=30
10+50=60
20+50=70
3 possi...

De acordo com as quantias dadas de R$10, R$20 e R$50. Somando-as eu teria R$ 80. mas a quantia de cédulas não foi dita, por esta razão o número que corresponde é 80 (única possibilidade)

Fonte: dados da pesquisa

O aluno A1 apresentou atitudes positivas, pensou nas cédulas que restaram dentro do bolso, conforme apresentado anteriormente:

Figura 6 - Estratégia utilizada pelo Aluno A1 no problema 1



1 R$50 0

Porque eu tenho 3 cédulas tira duas fica uma como tirei a de 10 e 20 reais fiquei com cinquenta. já se eu tirar 3 cédul fica sem nada.

Fonte: dados da pesquisa

Durante o "pensar em voz alta", o aluno A1 resolveu novamente o problema 1. A primeira resolução se deu da forma apresentada acima, e ao ser questionado pela pesquisadora, ele altera sua resposta a partir do modo de interpretar o problema:

P: *Ó, eu tenho no meu bolso três notas é esse mesmo problema uma nota de 10 uma nota de 20 e uma nota de 50, e aí eu tô tirando do bolso pra saber qual que é a possibilidade de eu ter na mão muda o jeito de pensar?*
A1: *Muda... porque vai sair nota diferente eu olhado vou querer tirar a de 50!*
P: *Quando eu tenho três notas, eu vou tirar 3 notas, eu só tenho 3 notas tirei as 3 quanto que eu fico na mão?*
A1: *Na mão, eu fico com 80.*
P: *Beleza! Então, eu só tenho uma possibilidade, né?*
A1: *É!*
P: *Porque eu já tirei tudo. E se eu tirar duas notas quantas possibilidades eu tenho?*
A1: *É... tem possibilidade de ficar com 30 e tem 3 possibilidades... daí é 30, 60 e 70, né?*

PROBLEMA 2 (Problema de Álgebra):
Como parte de seu programa de ginástica, Beto decidiu fazer abdominais toda manhã. Em 1º de abril ele fez apenas uma; no dia 2 de abril fez três abdominais; no dia 3 de abril ele fez cinco e no dia 4 de abril fez sete. Suponha que Beto tenha continuado a aumentar o número de abdominais a cada dia, seguindo esse padrão durante todo o mês de abril.
Responda:
a) Quantas abdominais ele fez no dia 15 de abril?
b) Quantas abdominais ele fez até o dia 15 de abril?
c) Quantos abdominais ele fez no dia 30 de abril?

Fonte: Krulik e Rudnick (2005), Tradução de *Problem-Driven Math – Applying the Mathematics Beyond Solutions.*

Para chegar à resposta esperada, o aluno poderia buscar estratégias diversas. Ele poderia montar uma tabela, ir somando os valores ou usando outros recursos desejados. Ele deveria responder no item (a) que Beto fez, no dia 15, 29 abdominais. No item (b) a resposta é que Beto fez até o dia 15, 225 abdominais. Poderia utilizar conhecimentos de Progressão Aritmética, caso lembrasse, fazendo a soma dos termos, iniciando-se com o primeiro elemento com valor 1(um) e razão 2 (dois). No item (c), a resposta é que Beto fez, no dia 15, 59 abdominais.

No quadro 5 são apresentados os resultados gerais sobre o desempenho dos alunos no problema 2:

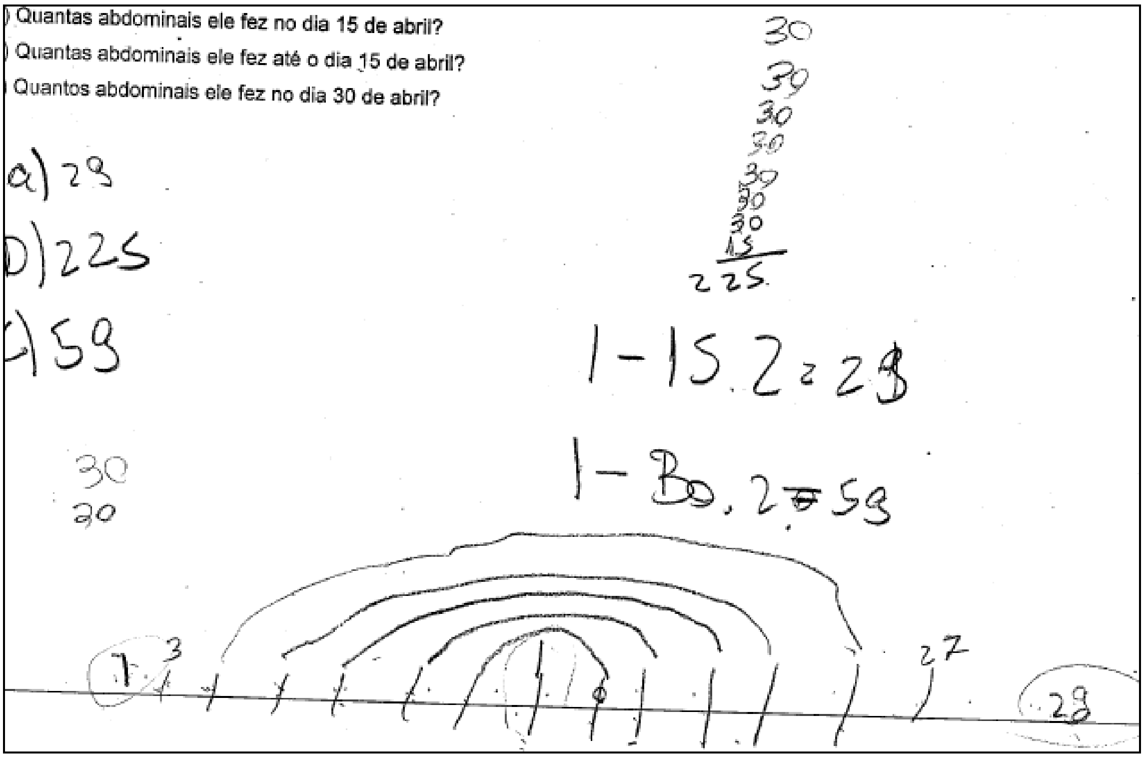
Quadro 5 – Resultados gerais apresentados pelos alunos pesquisados no problema 2

Problema 2	**Número de alunos**
A – Problema com estratégia que leva ao resultado correto	10
B – Problema sem resposta	0
C – Problema com estratégia equivocada	7
D – Problema em branco	1
E – Não entendi	1

Fonte: dados da pesquisa

Uma das estratégias utilizadas na resolução desse problema, foi desenvolvida ao representar em uma reta os números ímpares até 29, que foi a resposta do item (a). Em seguida, percebeu que poderia somar o primeiro elemento com o último da sequência, o que sempre resultava em 30. Daí, o aluno foi construindo essa soma dos termos:

Figura 7 - Estratégia utilizada pelo Aluno A10 no problema



Fonte: dados da pesquisa

O aluno A10, que também participou do “pensar em voz alta” e apresentou na escala atitudes positivas, explicou a forma como pensou sobre o problema:

P: *Você já pensou, você fez alguma tabela, você pensou nisso daqui direto?*
A10: *Não... é porque eu já fiz! Já vi fazendo conta assim uma vez...*
P: *Ah, tá!*
A10: *Na OBMEP!*
P: *Ah, entendi!*
A10: *É a mesma conta...!*

A explicação do aluno A10, ao resolver este problema, mostra que uma estratégia parecida já tinha sido usada ao participar dos cursos preparatórios para a prova da OBMEP. Neste caso, pode-se dizer que a estratégia utilizada baseou-se na resolução de problema semelhante.

Em seguida, A10 explicou a forma como pensou sobre o problema:

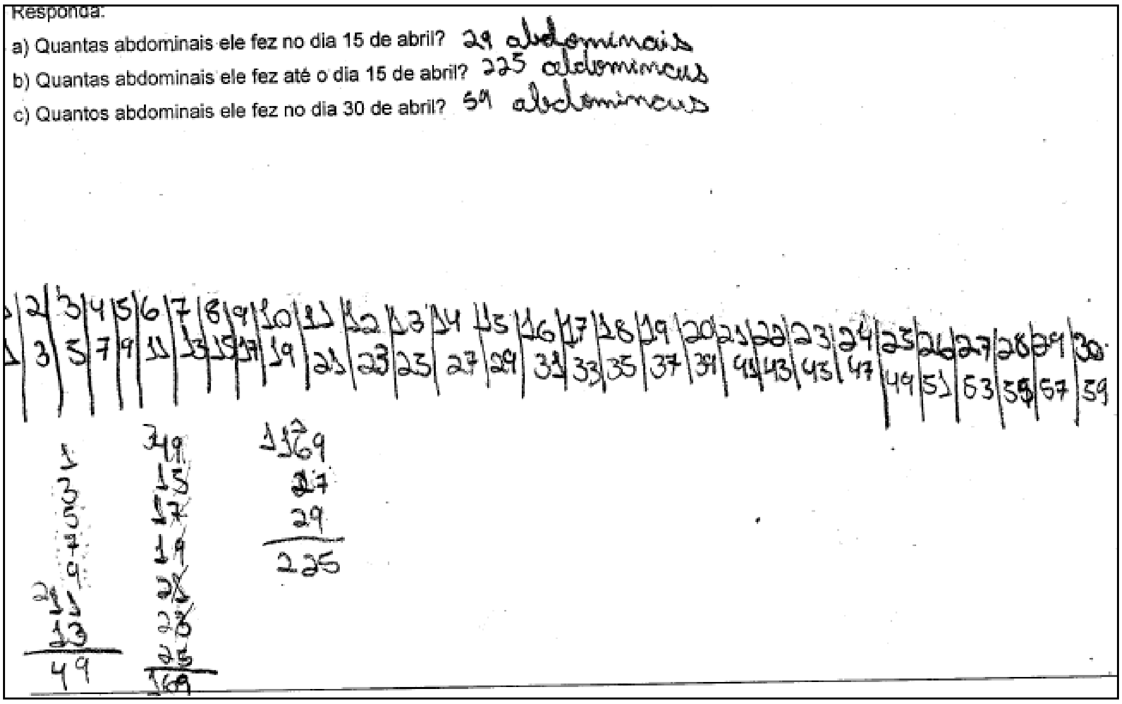
A10*: Tô pensando em de fazer uma média aritmética... em pegar no meio e ir quebrando... todos os outros números (somando-se), em sequência dá 30!*

...

A10: *(...) Aqui é 29... aqui é 1, os dois juntos dão 30! Então, eu sei que aqui (mostra o número 29) menos dois, né?... porque ele vai aumentando dois a cada dia... aqui 27 e aqui seria 3, dá 30 denovo!*
P: *Hum Hum!*
A10: *Daí, assim, em sequência... vai dando par, todos vão batendo 30! Até chegar ao último já que é um número ímpar que é 15, sobra um... ficaria sozinho que é o 15... Daí coloca o quinze no final... daí eu somei!*

Já o aluno A2 que apresentou na escala atitudes positivas em relação à matemática, utilizou como estratégia procurar um padrão, regularizar. Ele associou os dias aos números de abdominais realizados, chegando, assim, a resposta a uma resposta válida.

Figura 8 - Estratégia utilizada pelo Aluno A2 no problema


Responda:
a) Quantas abdominais ele fez no dia 15 de abril? 29 abdominais
b) Quantas abdominais ele fez até o dia 15 de abril? 225 abdominais
c) Quantos abdominais ele fez no dia 30 de abril? 59 abdominais

Fonte: dados da pesquisa

PROBLEMA 3 (Problema de Álgebra):

(Tinoco, 2011, p. 56) Dona Solange fabrica bombons caseiros e os vende em caixas decoradas. Em cada caixa ela coloca 6 bombons e as vende por R$ 4,00.

a) Se ela tiver 80 bombons, quantas caixas D. Solange fará?

b) Escreva uma igualdade (uma sentença, em Português) que represente essa relação.
c) Qual a expressão que representa a quantia recebida por D. Solange pela venda de um número qualquer de caixas de bombons?

Para resolver o item (a) deste problema uma das possíveis estratégias seria a divisão dos 80 bombons em caixas, contendo 6 bombons em cada um. Isso poderia ser feito a partir do algoritmo da divisão ou mesmo por partição ou desenhos. O resultado seria 13 caixas completas com 6 bombons, sobrando 2 bombons.

No item (b) o aluno deveria escrever a igualdade da seguinte forma: “Oitenta bombons são iguais a treze caixas com seis bombons cada e mais dois bombons”.

O item (c) solicitava que o aluno indicasse a expressão matemática que representa a quantia recebida pela venda de um número qualquer de caixa de bombons. Os alunos deveriam utilizar a Álgebra para apresentar a resposta final: $Y = 4.\ x$, onde Y é a quantia recebida e x representa a quantidade de caixas de bombons vendidas. Os alunos poderiam utilizar diferentes variáveis para apresentar sua resposta.

Quadro 6 – Resultados gerais apresentados pelos alunos pesquisados no problema 3.

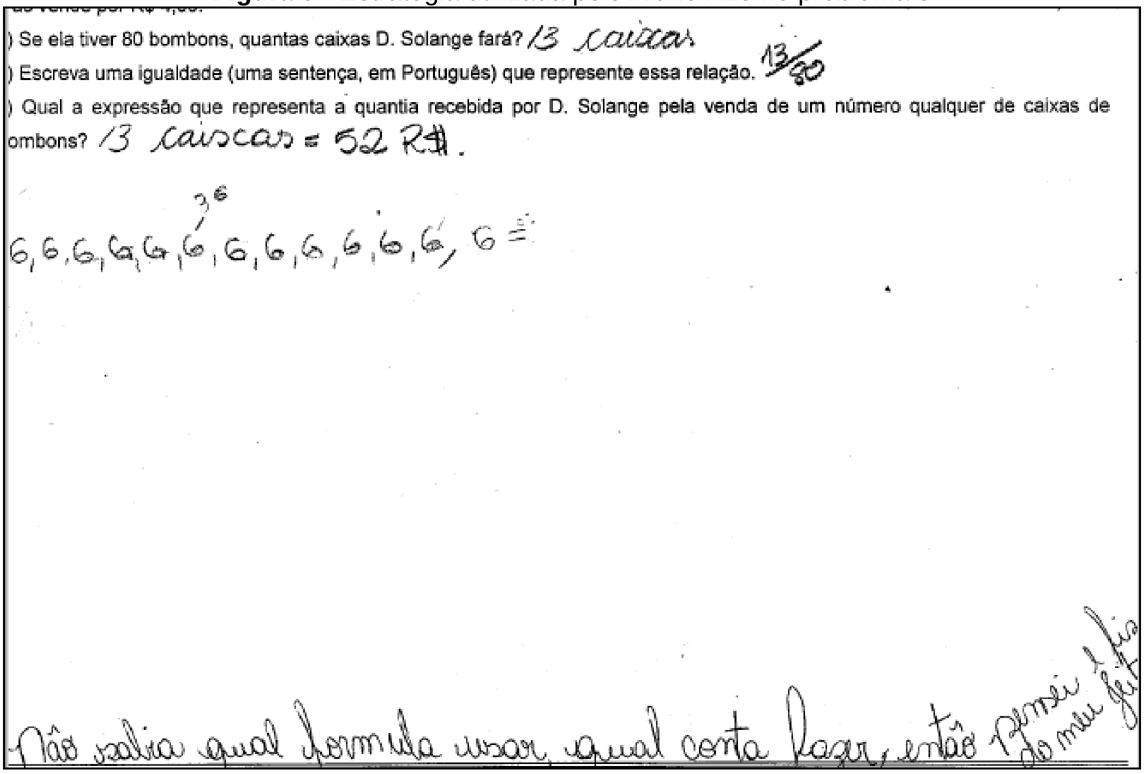
Problema 3	**Número de alunos**
A – Problema com estratégia que leva ao resultado correto	4
B – Problema sem resposta	1
C – Problema com estratégia equivocada	12
D – Problema em branco	0
E – Não entendi	2

Fonte: dados da pesquisa

Nesse problema 3, verifica-se a preocupação do aluno em encontrar um algoritmo para aplicação das informações fornecidas no problema. Na resposta apresentada pelo aluno A15, é encontrada uma justificativa por não ter apresentado a fórmula. Esse fato evidencia como a Matemática é associada aos algoritmos e sua utilização é tão importante para o aluno que, ao não apresentar a fórmula, julga ser necessário apresentar uma justificativa.

O aluno A15 apresentando atitudes negativas, ao que parece, tentou utilizar a estratégia de partição, para encontrar a quantidade de caixas produzidas com 80 bombons, e sua resposta é pertinente às questões do problema, com exceção da letra b.

Figura 9 - Estratégia utilizada pelo Aluno A15 no problema 3


) Se ela tiver 80 bombons, quantas caixas D. Solange fará? 13 caixas

) Escreva uma igualdade (uma sentença, em Português) que represente essa relação. 13/80

) Qual a expressão que representa a quantia recebida por D. Solange pela venda de um número qualquer de caixas de ombons? 13 caiscas = 52 R$.

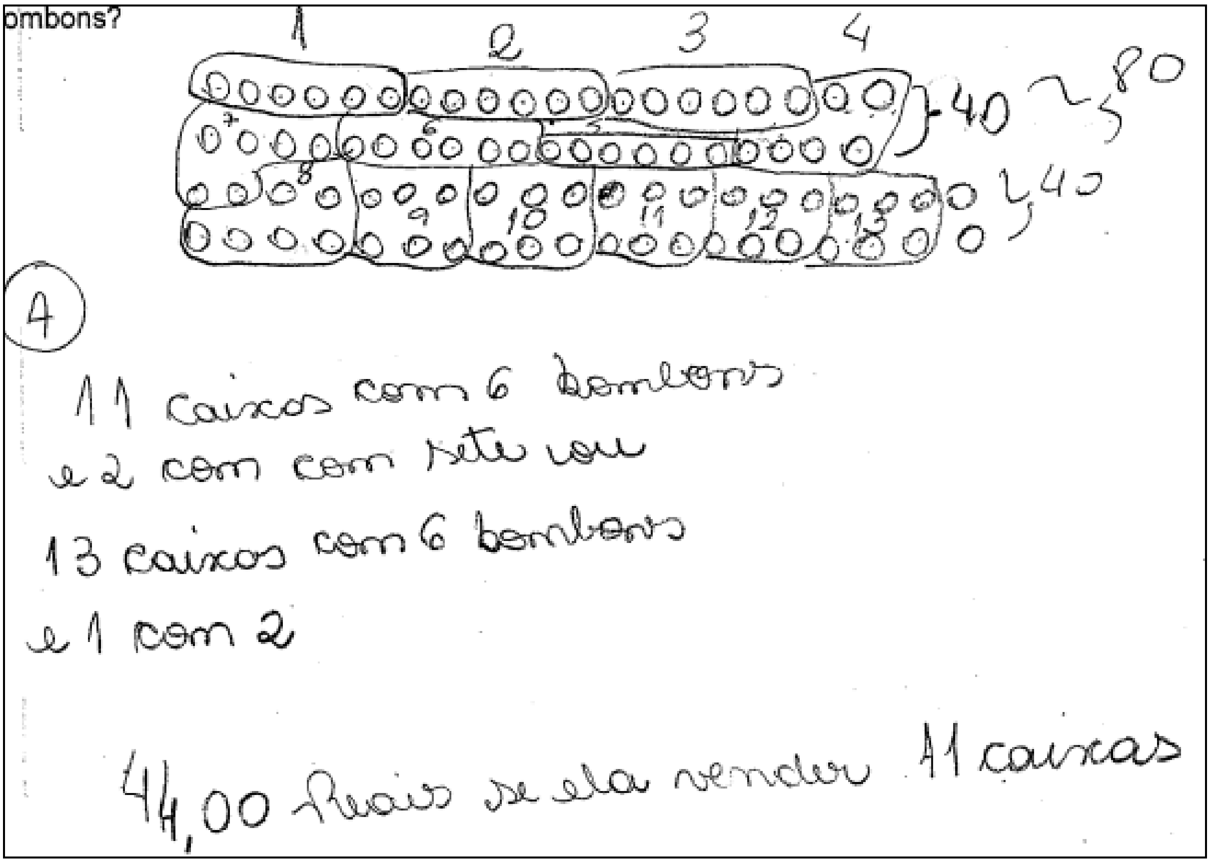
6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6 =

Não sabia qual formula usar, qual conta fazer, então pensei e fis do meu jeito

Fonte: dados da pesquisa

A aluna A7 que apresenta atitude negativa, obteve sucesso em escolher a estratégia de partição e desenhar os respectivos bombons. No entanto, ao contar a quantidade de caixas com seis bombons, obtida na distribuição, ficou faltando duas caixas, o com que fez essa aluna não chegasse no resultado correto esperado.

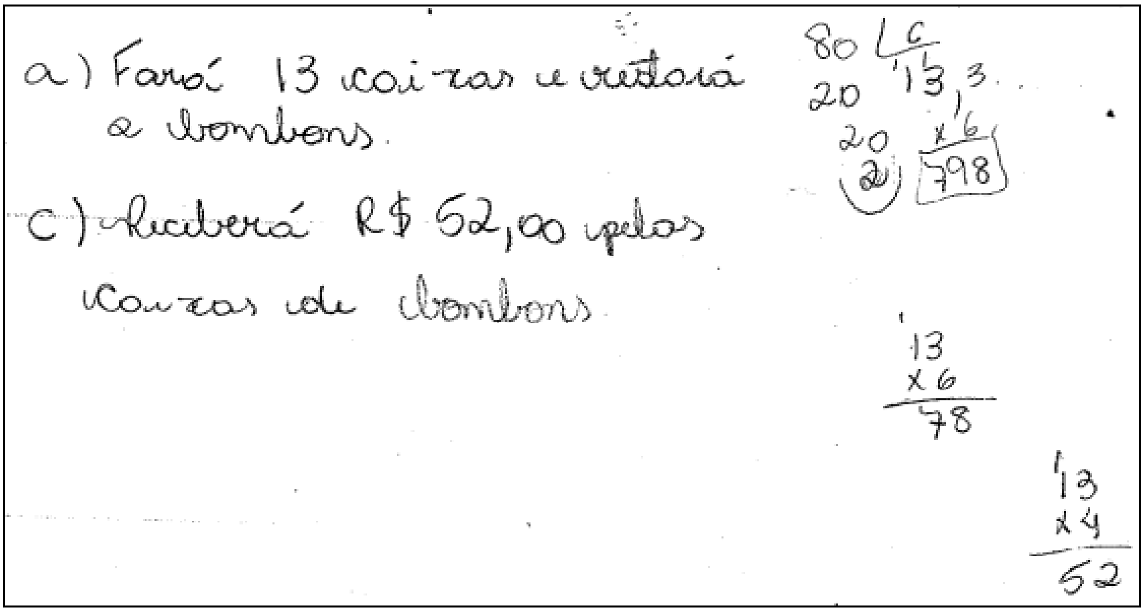
Figura 10 - Estratégia utilizada pelo Aluno A7 no problema 3.



Fonte: dados da pesquisa

Na figura 11, o aluno A3 apresenta atitudes positivas, utilizou como estratégia a aplicação do algoritmo da divisão e da multiplicação para obtenção dos resultados esperados.

Figura 11 - Estratégia utilizada pelo Aluno A3 no problema 3.

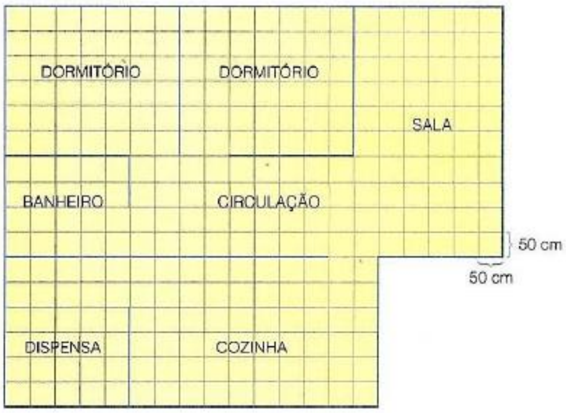


Fonte: dados da pesquisa

__PROBLEMA 4 (Problema de Grandezas e Medidas):__

Problema 4: **(Bonjorno, 2006, 5ª série, p. 257)**

Para anunciar a venda de sua casa no jornal, Hélio desenhou uma planta mostrando a área interna da casa. Na planta, cada quadradinho representa um quadrado de 50 *cm* por 50 *cm*. Se Hélio está pedindo R$650,00 por metro quadrado construído, quanto custará a casa?



Neste problema, o aluno precisaria notar que as medidas apresentadas na planta da casa estão em *cm* (representada no desenho) e o preço é dado por m^2. Por isso, é necessário que sejam feitas conversões para resolver o problema, encontrando a área total, que neste caso resulta em 72,5 m^2 e multiplicando pelo valor dado no problema de R$650,00. O aluno deveria apresentar como resposta final o valor total de R$ 47.125,00.

Quadro 7 – Resultados gerais apresentados pelos alunos pesquisados no problema 4.

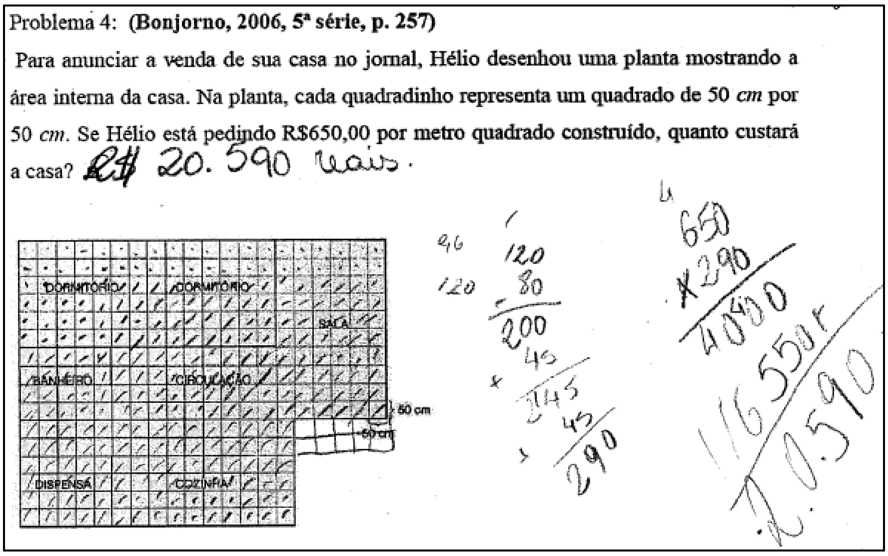
Problema 4	**Número de alunos**
A – Problema com estratégia que leva ao resultado correto	1
B – Problema sem resposta	0
C – Problema com estratégia equivocada	15
D – Problema em branco	1
E – Não entendi	2

Fonte: dados da pesquisa

O aluno, para iniciar a resolução deste e de qualquer problema, precisa em primeiro lugar fazer sua leitura. Em seguida, deve fazer o reconhecimento dos dados que o problema apresenta, verificando a necessidade de transformação (ou conversão) dos dados e aplicar as estratégias necessárias para a sua resolução. De acordo com quadro 7, quinze alunos desenvolveram estratégias equivocadas para a resolução deste problema.

Na figura 12, o aluno A15 contou os quadradinhos apresentados e, após isso, passou a operar com os números informados no problema. O aluno contou 290 quadrados e multiplicou pelo valor do metro quadrado, R$650,00, obtendo equivocadamente o valor de R$ 20. 590,00. Neste caso, ele não notou que cada quadrado não representava 1 metro quadrado.

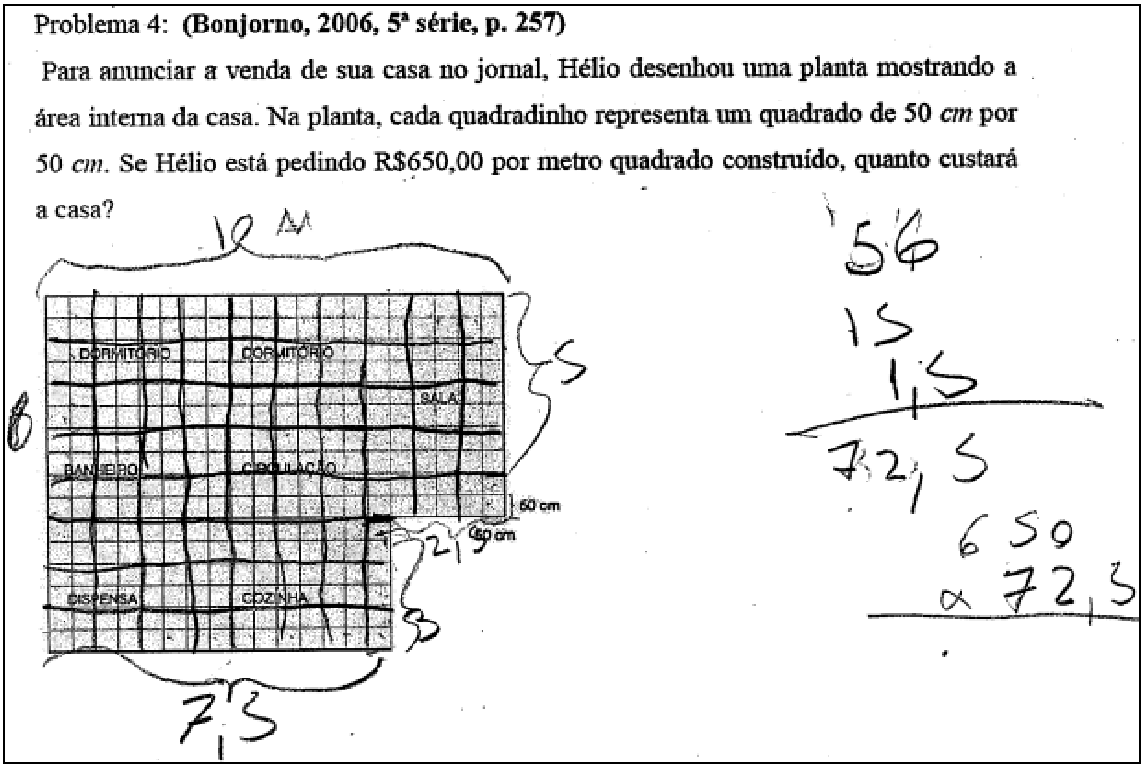
Figura 12 - Estratégia utilizada pelo Aluno A15 no problema 4.



Fonte: dados da pesquisa

Na figura 13 é possível verificar que o aluno A10, preferiu separar os quadradinhos por m^2 e encontrou a quantidade total de metros quadrados da casa de Hélio. O entanto, ao resolver o algoritmo da multiplicação equivocou-se ao concluir o resultado da operação. Pode-se dizer que o aluno utilizou de um padrão de contagem dos metros quadrados na resolução de seu problema.

Figura 13 - Estratégia utilizada pelo Aluno A10 no problema 4.


Problema 4: **(Bonjorno, 2006, 5ª série, p. 257)**

Para anunciar a venda de sua casa no jornal, Hélio desenhou uma planta mostrando a área interna da casa. Na planta, cada quadradinho representa um quadrado de 50 *cm* por 50 *cm*. Se Hélio está pedindo R$650,00 por metro quadrado construído, quanto custará a casa?

Fonte: dados da pesquisa

Ao participar do pensar em voz alta, o aluno A10 percebeu seu equívoco ao resolver novamente o problema.

A10: *(...) Agora, essa aqui... na planta, cada quadradinho representa 50 cm por 50 cm. Se Hélio está pedindo 650 (reais) por metro quadrado construído, quanto custará a casa? A primeira coisa que eu fiz foi deixar em metro quadrado... seria a junção de quatro quadradinhos. Aí, eu dividi a casa toda em metro quadrado, fui desenhando de novo...*
P: *Pode fazer!*
A10: *Então, agora eu sei que cada quadrado desse... tem um metro quadrado. Daí, eu contei o tanto de quadrados que tem aqui: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez... se é dez metros quadrados... Não, dez metros... aqui é oito! Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito,... aqui, é: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito! Então é oito aqui! é 3 aqui! é 2,5! e aqui é 5! Daí, eu peguei tudo isso aqui... Não, na verdade, peguei isso aqui que seria 8 vezes 8 multipliquei... dá 64! Daí, eu deixei ali. Aí, eu contei essa parte... daí, eu peguei essa parte aqui, que seria 5 vezes 3... porque daí, eu pego esse meio aqui... 5 vezes 3, daria 15. Daí, eu peguei esse resto que em metro quadrado dá 1,5... Que dá... deixa eu ver minha conta que eu fiz antes*
P: *Deixo, aqui!*
A10: *Nossa! Nossa, não é sete, é oito vezes sete! Não é oito vezes oito! Então, aqui dá 56... então, aqui não dá oito, dá 7,5! Isso mesmo, daí eu volto e somo aqui... dá dois sobe um, dá 7! Eu sei que a casa inteira tem 72 metros quadrados e meio. Agora, eu multiplico pelo valor que ele pede por cada metro quadrado.*

PROBLEMA 5 (Problema de Números):

(RADIX 8, p. 31) Camila e Marta são ciclistas e percorrem uma pista circular no mesmo sentido. Camila leva, em média, 40s para percorrer a pista e marta leva 36s. Sabendo que em certo momento ambas cruzam juntas a linha de chegada, responda: a) Depois de quantos minutos, mantendo o mesmo ritmo, elas se encontrarão novamente na linha de largada? b) Quantas voltas dará uma até se encontrarem novamente na linha de chegada?

A resolução deste problema requer uma forma de associar os números 40 e 36 para começar a pensar sobre ele. O conteúdo matemático envolvido neste problema é Mínimo Múltiplo Comum (M.M.C.). Os alunos poderiam resolvê-lo por meio de tabelas, esquemas ou através do cálculo do M.M.C. No item (a), a resposta esperada era 6 minutos e, no item (b), a resposta seria 9 voltas.

Quadro 8 – Resultados gerais apresentados pelos alunos pesquisados no problema 5.

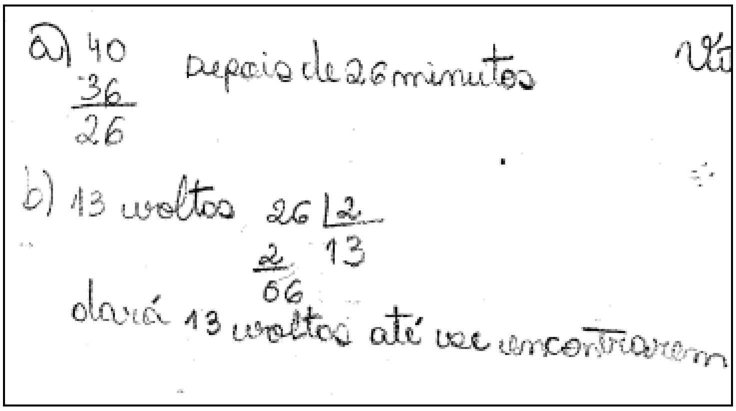
Problema 5	**Número de alunos**
A – Problema com estratégia que leva ao resultado correto	1
B – Problema sem resposta	0
C – Problema com estratégia equivocada	10
D – Problema em branco	3
E – Não entendi	5

Fonte: dados da pesquisa

O quadro 8 indica que apenas um aluno, dos 19 participantes, obteve sucesso ao escolher a estratégia aplicada na resolução do problema 5. Três alunos deixaram o problema em branco, e cinco alunos não conseguiram entender o que era pedido. É importante lembrar que o conteúdo envolvido neste problema se refere ao Ensino Fundamental e que a turma participante era de Ensino Médio.

Na figura 14, é possível observar que o aluno A19 na escala em relação à matemática apresentou atitudes negativas, preocupou-se em fazer operações com os números apresentados pelo enunciado do problema e entendeu parcialmente o que foi pedido no problema. A resposta de A10 está correta, mas as estratégias utilizadas não fazem sentido.

Figura 14 - Estratégia utilizada pelo Aluno A19 no problema 5.

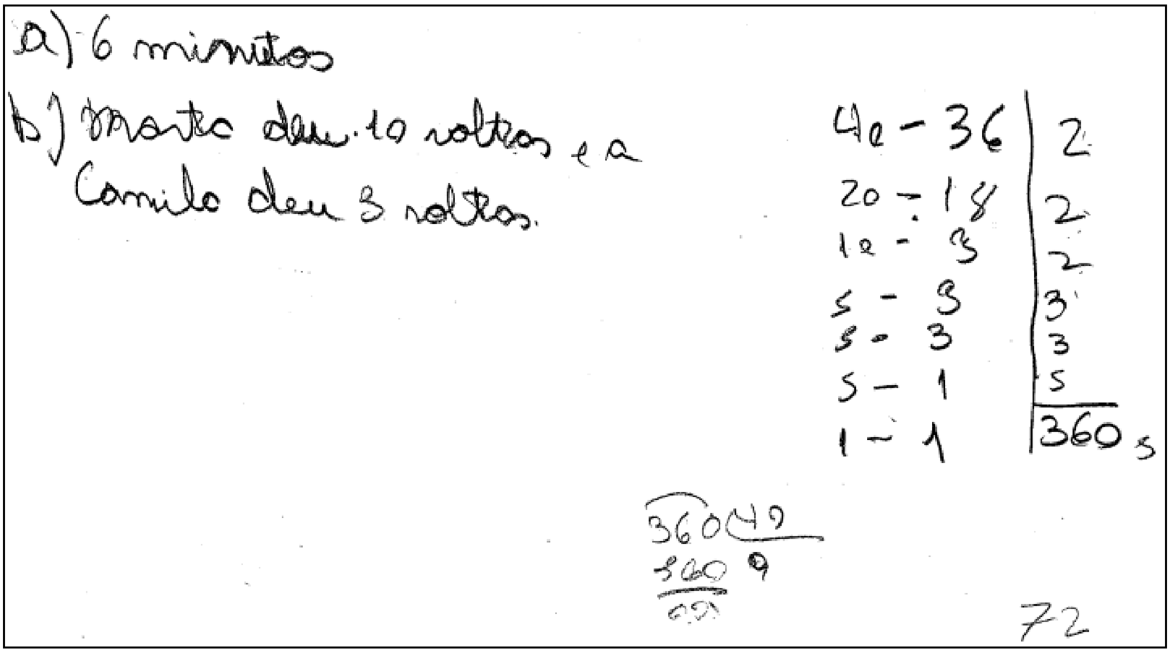


Fonte: dados da pesquisa

O aluno A10, novamente, na figura 15, apresenta uma estratégia interessante, que é retomada no pensar em voz alta:

A10: *É, as ciclistas aqui, né? Pra ver quando elas se encontram... Eu fiz com MMC! Depois de quantos minutos, mantendo o mesmo ritmo, elas se encontrarão uma estando a 36 km/h e a outra está andando a 40... daí eu fiz MMC de 40 e 36, daí multiplica... (...)360!*
(...)
A10: *(...) Então... eu sei que depois de 360 segundos, elas se encontrarão de novo. Mas já que estão pedindo minutos é só converter, daí em minutos... cada minuto tem 60 segundos, eu sei que dá seis minutos. Então, depois de seis minutos elas se encontram! Daí, a (b), quantas voltas dará uma até se encontrar novamente na linha de chegada. Daí, é só dividir sabendo quantos segundo cada demorava a Marta vai dar 10 e a Camila deu 360 dividido por quatro... daí, não... por quarenta! Ah, 9, né? Dá nove voltas.*

Figura 15 – Estratégia utilizada pelo Aluno A10 no problema 5.



Fonte: dados da pesquisa

PROBLEMA 7 (Problema de Geometria):   (CENTURIÓN, 2007) Um terreno retangular tem 36 m de comprimento por 21m de largura. O dono desse terreno deseja cerca-lo com árvores plantadas com iguais distâncias entre elas e quer manter entre as árvores a maior distância possível medida em um número inteiro de metros. Se em cada canto do terreno for plantada uma árvore, qual será a distância entre as árvores e quantas árvores deverá plantar?

Ao propor esse problema, esperava-se que os alunos desenhassem o retângulo de lado 36m e 21m. Após o desenho a estratégia utilizada pelo aluno na distribuição das árvores poderia seguir de forma separada para 36 e 21 ou encontrar um número comum aos 2 e só assim encontrar a distância em que cada árvore seria plantada. A resposta esperada seria que deveriam ser plantadas ao todo 38 árvores, com espaços de 3 metros entre elas. O conteúdo matemático envolvido neste problema é o Máximo Divisor Comum.

Os alunos poderiam desenvolver suas próprias estratégias para resolver o problema:

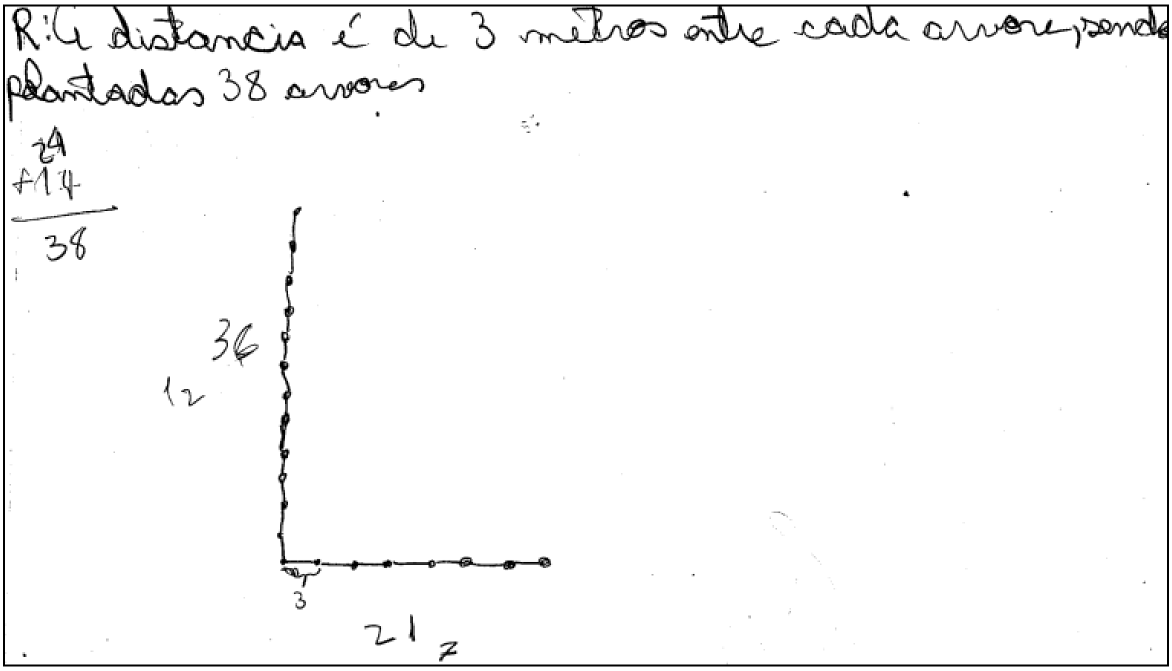
Quadro 9 – Resultados gerais apresentados pelos alunos pesquisados no problema 7.

Problema 5	**Número de alunos**
A – Problema com estratégia que leva ao resultado correto	1
B – Problema sem resposta	0
C – Problema com estratégia equivocada	10
D – Problema em branco	4
E – Não entendi	4

Fonte: dados da pesquisa

Pode-se observar que a estratégia utilizada pelo aluno A 10 possibilitou que ele encontra-se a distância de 3 metros entre as árvores. Em seguida, ele fez a distribuição delas em uma parte do terreno percebendo que do outro lado seria da mesma forma.

Figura 16 – Estratégia utilizada pelo Aluno A10 no problema 7.



Fonte: dados da pesquisa

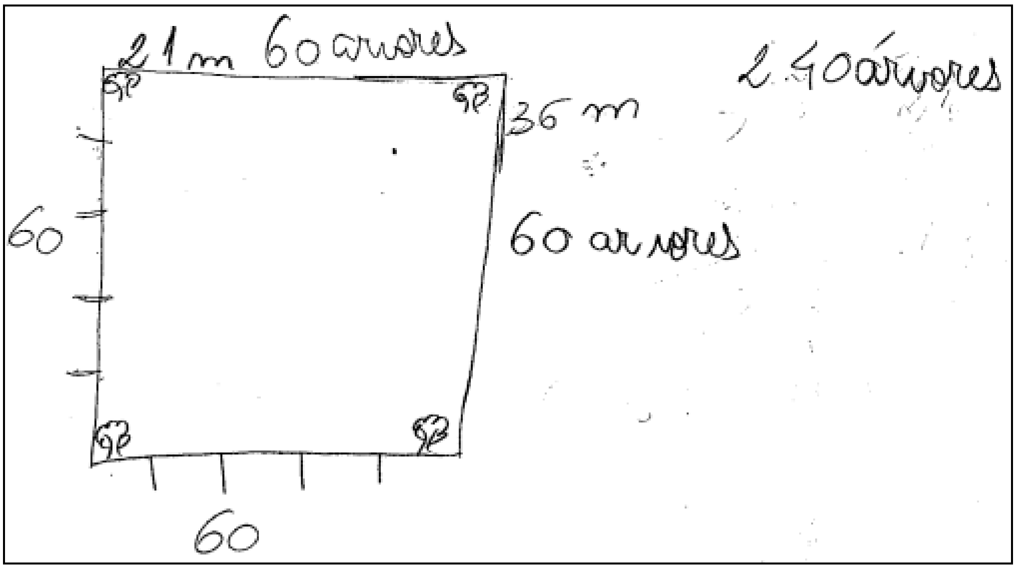
Durante o pensar em voz alta, o aluno A 10, indicou a forma como pensou para resolver o problema:

A10: É o das árvores...
P: É!
(...)
A10: (...) Vou fazer assim... primeira coisa que eu acho é o MDC, que é máximo divisor comum, que é três entre os dois, Daí então, 3 seria a medida máxima que ele poderia colocar as plaquinhas (árvores).
P: As árvores... as distâncias!

A10: As distâncias máximas! Então, sabendo disso, eu vou preenchendo aqui... teria que ter doze... um, dois, três, quatro... doze! Porque 12 vezes 3, 36, que é a quantidade de metros que tem... e aqui, pra ter 21, tem que ter 7 vezes 3, 21... Daí, para o outro lado é só repetir...
(...)
A10: Dependendo da distância... se for na de 21 vai ter sete, se for na de 36, vai ter doze ...
P: Então aí, ó, você tem sete árvores?
A10: Sim!
P: E aí, você tem...?
A10: Doze aqui!
P: Se eu contar essa aqui então, eu tenho mais onze aqui?
A10: Sim!
P: Então oito com 11, dá 19, então vão ser 38 arvores não é?
A10: 38!

Nos registros da aluna A8, ela representa o retângulo e não se preocupa em verificar as dimensões de seus lados, coloca apenas os valores, e desconsidera as medidas de seus lados. Em cada lado ela distribuiu, aleatoriamente, 60 árvores. Destaca-se que ela não se preocupa em fazer uma retrospectiva de sua resposta, onde perceberia que sua resposta seria impossível, de acordo com os dados do problema.

Figura 17 – Estratégia utilizada pelo Aluno 8 no problema 7.



Fonte: dados da pesquisa

Dentre todas as estratégias utilizadas pelos alunos observados, é possível notar modos particulares de enfrentar e resolver o problema. Alguns alunos ficam presos a fórmulas e a resoluções mecânicas dos problemas apresentados em classe e, com isso, preferem não se aventurar a pensar ou caminhar sozinho na resolução dos problemas apresentados. A interpretação do problema também se mostra como um obstáculo para o aluno, bem como seu nível de conhecimento matemático.

5.4 As Atitudes em Relação à Matemática e as Estratégias em Resolução de Problemas: uma análise a partir dos dados.

Dentro desta seção pretende-se fazer uma relação daquilo que os teóricos trazem sobre Atitudes em Relação à Matemática, sobre Resolução de Problemas e, em especial, sobre estratégias em resolução de problemas e os dados apresentados nesta pesquisa.

Inicialmente, o entendimento de problema apresenta algumas distinções, seja do ponto de vista afetivo ou cognitivo. Schoenfeld (1992), citado por Vila e Callejo (2006, p. 29) apresenta o problema como uma ferramenta para pensar matematicamente, Vila e Callejo (2006) usam o termo problema para designar uma situação ou proposta com finalidade educativa. A resolução de problemas é definida por Abrantes (1996), citado por Vila e Callejo (2006, p. 29), como o ambiente e como a natureza de atividades de aprendizagem matemática.

Observando essas diversas definições sobre problema e sobre resolução de problemas é possível refletir a partir da prova de problemas aplicada e das resoluções obtidas. Os resultados sugerem que alunos com atitudes positivas em relação à matemática compreendem melhor e apresentam estratégias mais diversificadas ao resolverem problemas. Em contrapartida, aqueles que apresentam atitudes negativas, buscam a “fórmula” para resolução do problema, ou seja, ficam presos ao uso da técnica. Essas características puderam ser observadas tanto na Prova de Problemas como no momento do “pensar em voz alta”.

A análise do questionário pessoal dos participantes da pesquisa revelou que eles empregam pouco tempo para estudar os conteúdos fora da sala de aula, o que pode interferir no desempenho em Matemática: Nove, dos dezenove alunos, estudam menos de uma hora por semana; quatro alunos estudam de uma a duas horas, um aluno estuda mais de duas horas e três alunos responderam que nunca estudam essa matéria.

Os participantes da pesquisa também revelaram alguma dificuldade com a interpretação de alguns problemas. Muitos deixaram questões em branco e, outros, ficaram presos ao algoritmo que resolveria o problema. Esses últimos mostraram como os alunos resolvem problema como aplicação, e não como construção de um conteúdo.

O problema 1, das cédulas, por exemplo, mostrou que as interpretações dos alunos e da pesquisadora foram diferentes. Os estudantes estão, geralmente, presos aos algoritmos e aqueles que apresentam estratégias tem uma interpretação equivocada. Krulik e Rudnick (1997) consideram que são necessárias várias leituras do problema para que este seja compreendido pelos alunos, sendo que a boa compreensão do problema é a fase crítica e primordial no processo de resolução. (POLYA, 1978)

Outra dificuldade apresentada pelos alunos foi na obtenção da informação matemática a partir do enunciado. Alguns deles não conseguiram identificar a operação correta e acabaram deixando de fazer ou resolvendo incorretamente o problema. Alves (1999) afirma que os alunos que encontram dificuldades na obtenção da informação matemática (o enunciado) tendem ao erro.

Nas entrevistas foi possível constatar que os estudantes têm o hábito de aplicar os dados diretamente na fórmula e não de traçar um plano para executar. Em muitos casos encontrados, neste e em outros problemas, o aluno apenas justificou a não resolução do problema por não saber a fórmula.

> Se levássemos em consideração os destinatários, veríamos a distinta dificuldade que pode supor tal tarefa para diferentes resolvedores; isso nos levaria a dar a importância aos conhecimentos prévios do resolvedor, as diferentes capacidades pessoais, às idéias de aplicação significativa/ aplicação rotineira e, em função disso, a distinguir tipologias de tarefas em uma escala que denominamos exercícios problemas... Isso nos levaria a também dar importância a um grande conjunto de aspectos cognitivos. (VILA; CALLEJO, 2006, p. 28)

No problema 2, de contagem, além da dificuldade de interpretação do problema, é possível perceber a dificuldade do aluno em apresentar um plano de resolução. Como mostra Vila e Callejo (2006), é possível correr o risco de acabar reduzindo essas considerações a um processo de mecanização da resolução de problemas. E essa não é a proposta da Resolução de Problemas!

As entrevistas com o "pensar em voz alta" permitiram constatar que os estudantes estão, geralmente, acostumados a trabalhar com aspectos ligados à operacionalidade da matemática. Assim,

> Apesar de considerarmos que dar ênfase tanto à tarefa como seus destinatários seja muito mais rico, achamos também que talvez estejamos reduzindo a educação à preparação ou ao adestramento, com o que continua tendo escasso interesse para a formação matemática. (VILA e CALLEJO, 2006, p. 28)

As soluções encontradas no problema três de álgebra mostram claramente a insegurança dos alunos ao utilizar as estratégias para a solução dos problemas propostos. No "pensar em voz alta", a intervenção da pesquisadora possibilitou a identificação de estratégias que tentaram, inicialmente, identificar a operação que deveria ser realizada e, em seguida, aplicar os algoritmos necessários. Dessa forma, verificou-se que os estudantes ficam presos em estratégias consolidadas em sala de aula e demonstram falta de autonomia para explorar novas possibilidades de solução e passividade para empreender tentativas para resolver os problemas de outras formas.

No problema 4, que envolve grandezas e medidas, já no quadro 6, página 54, encontra-se apenas uma estratégia que obteve sucesso ao ser trabalhada. Aqui, Vila; Callejo (2006) apresentam, na resolução de um problema, três fases ou grupos de ações: a abordagem ou preparação, o desenvolvimento, e a revisão global.

> Na fase de abordagem, convém uma exploração ou familiarização minuciosa, de modo que se contemple a situação de mais de um ponto de vista, porque da quantidade de idéias que se manejem pode surgir a qualidade. Na fase de desenvolvimento, é importante a tomada de decisões sobre a maneira de aplicar aquela estratégia que se selecionou como adequada para a resolução do problema. Igualmente importante é decidir continuar pelo caminho empreendido ou abandoná-lo. A revisão global do processo permite verificar a correção do mesmo, examinar a possibilidade de melhorar e vislumbrar possíveis generalizações do resultado ou do processo, assim como formular novos problemas mudando os dados, a condição ou a pergunta. (VILA; CALLEJO, 2006, p. 31).

Ao verificar o conteúdo das respostas dos alunos não é possível encontrar essas etapas em nenhuma questão da prova e a atividade de resolver problemas não se configura como um momento de desenvolver o raciocínio matemático e, sim, de encontrar as respostas certas com o menor esforço possível.

Com o problema 4, de números e de geometria, também se percebe que as fases anteriormente descritas não são empregadas. Ao se depararem com o problema a ser resolvido, os alunos, por diversas vezes, apenas utilizaram os números apresentados no enunciado do problema e aplicaram uma operação, sem revisar ou mesmo verificar o que era pedido.

Os aspectos que influenciam o processo de resolução de problema, para Kilpatrick (1985 apud VILA; CALLEJO, 2006, p. 32) seriam:

> Uma boa bagagem organizada de conhecimentos em torno do conteúdo. Uma boa bagagem de procedimentos para representar e transformar o problema. Um sistema de controle e guia da seleção de conhecimentos e procedimentos.

No caso dos alunos, participantes desta pesquisa, além da dificuldade em torno do conteúdo, também apresentaram dificuldades nos demais aspectos mencionados, além de atitudes negativas em relação à Matemática.

6 Considerações Finais

A questão norteadora desta pesquisa é: “Quais são as relações entre as atitudes em relação à Matemática e as estratégias utilizadas pelos alunos ao resolver problemas matemáticos?” E, neste último capítulo, serão apresentadas as considerações e conclusões da pesquisa, no intuito de respondê-la.

A primeira etapa deste trabalho contemplou a revisão bibliográfica de estudos sobre atitudes em relação à Matemática, em pesquisas para compreender a construção das escalas de atitude, em aprofundar o conhecimento em Resolução de Problemas e em Estratégias utilizadas na resolução de problemas. Realizou-se, então, a construção da fundamentação teórica para esta pesquisa. Também se fez a escolha da turma participante da pesquisa e, após essa escolha, buscou-se obter as devidas autorizações com os responsáveis, para a aplicação dos questionários e provas.

Um dos primeiros objetivos da pesquisa foi o de identificar as atitudes em relação à Matemática dos sujeitos. Os resultados indicaram que os participantes apresentam atitudes negativas em relação à Matemática.

Com os dados, os registros de resolução de problemas dos participantes, buscou-se encontrar evidências para verificar como (e se) as atitudes em relação à Matemática interferem no modo como os alunos elaboram estratégias de resolução de problemas.

Os alunos com atitudes positivas (A2, A3, A10, A7) foram aqueles que apresentaram as estratégias que chegaram em respostas válidas para os problemas apresentados. Já os alunos com atitudes negativas apresentaram respostas como “não entendi o que o problema pede” ou “não sei qual formula usar”.

Todos os alunos, convidados para o momento “pensar em voz alta” (A3, A10, A13, A18, A1, A7), participaram com bastante entusiasmo e conseguiram, a partir da intervenção da pesquisadora, resolver mais problemas, encontrar erros e se saíram melhor do que na atividade individual. Esse comportamento, por parte do aluno, pode ser justificado pelo ambiente e o momento descontraído que se tornou o “pensar em voz alta”. O mesmo ocorreu fora da sala de aula e em um local da escola escolhido pelo participante.

Parece claro que durante a resolução de problemas não apenas o conhecimento cognitivo estava sendo requerido, mas também aspectos afetivos, que influenciam o próprio “pensar” matemático:

> (...) Mason, Burton e Stacey (1998) afirmam, quanto aos fatores que influenciam no grau de efetividade do raciocínio matemático que é preciso acrescentar a confiança e o domínio dos estados emocionais e psicológicos. Em qualquer caso, nessa categoria dos afetos incluem-se aspectos como as atitudes (a motivação, o interesse, a confiança, a perseverança, o gosto por assumir riscos, a tolerância a ambiguidade e a resistência à finalização prematura) as emoções em sentido mais amplo. (VILA; CALLEJO, 2006, p. 32 -33)

Nessa direção, a figura do professor de Matemática da turma esteve presente nas falas e maneiras de verificar o problema. Pode-se perceber que ele influencia os estudantes e o modo como tratam a Matemática.

Voltando à pergunta norteadora desta pesquisa, conclui-se que as atitudes em relação à matemática e as estratégias em resolução de problemas articulam-se. Nas resoluções dos problemas propostos, as estratégias que conduziram à resposta do problema sempre foram utilizadas por alunos que apresentaram atitudes positivas.

Por fim, destaca-se que atitudes, de acordo com a literatura estudada, podem ser modificadas, estratégias podem ser desenvolvidas em sala de aula e a Resolução de Problemas deve ser trabalhada pelos alunos e não somente com eles. Assim, uma consequência possível é que alunos com atitudes negativas em relação à Matemática não sejam bons resolvedores de problemas. No entanto, essa realidade não é definitiva e pode ser modificada. A valorização de aspectos afetivos no ensino de Matemática e o uso da resolução de problemas como metodologia de ensino pode ser um caminho para mudanças no cenário apresentado.

Propostas de novos estudos, a partir dos resultados desta pesquisa, poderiam ocorrer a partir das seguintes lacunas: Qual a visão de professores sobre as atitudes de seus alunos em relação à Matemática? Quais ações os professores podem desenvolver, em sala de aula, para trabalhar a resolução de problemas e fazer de seus alunos bons resolvedores de problemas?

7 REFERÊNCIAS

ALVES, E. V. **Um estudo exploratório dos componentes da habilidade matemática requeridos na solução de problemas aritméticos por estudantes do ensino médio.** 1999. 186 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas,1999.

ARAÚJO, E. A. **Influência das habilidades e das atitudes em relação à matemática e a escolha profissional.** 228 p. 1999. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. SEMTEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino médio. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio.** Linguagens Códigos e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, v. 1, 2006.

BRITO, M. R. F. **Um estudo sobre as atitudes em relação à Matemática em estudantes de 1º e 2º graus**. Trabalho de Livre docência. 1996. 383 f. Faculdade de educação - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1996.

BRITO, M. R. F. Adaptação e validação de uma escala de atitudes em relação à Matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 6, n. 9, p. 109-162, jan/jun. 1998.

BRITO, M. R. F. et al. **Psicologia da educação matemática**. Florianópolis: Insular, 2001.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática** : teoria e prática. 1. ed. - São Paulo : Ática, 2011.

GARNICA, A. V. M. **História Oral e educação Matemática**. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo, v. 3, p. 58, 1995.

GOLDENBERG, M., **A arte de Pesquisar:** como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais. Rio de Janeiro: Record, 2004.

JUSTULIN; A. M. **Um estudo sobre as relações entre atitudes, gênero e desempenho de alunos do ensino médio em atividade envolvendo frações**. 2009. 250 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2009.

KLAUSMEIER, H. J.; GOODWIN, W. **Manual de psicologia educacional:** Aprendizagem e Capacidades Humanas. Tradução: Maria Célia Teixeira Azevedo de Abreu. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1977. 413 - 446p.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C.; CALADO, V. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. Grupo Gen-LTC, 2000.

ONUCHIC, L. R. **Ensino Aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas.** In: BICUDO, M. A. V. (Org). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectiva. São Paulo: UNESP, 1999. (seminários e debates). p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**. Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

PARANÁ, SEED. **Diretrizes curriculares de Matemática para a Educação Básica**. 2008.

PAUSCH, R.; ZASLOW, J. **A lição final**. Rio de Janeiro: Agir, 2008.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: interciência, v. 2, 1978.

POLYA, G. **How to solve it**. Princeton: Princeton University Press, 1944.

PONTE, J. P. da. Estudos de caso em Educação Matemática. **Bolema**, n. 25, p. 105-132, 2006. Disponível em:< http://hdl.handle.net/10451/3971> Acesso em: 10 maio. 2016.

REYS, R. E.; KRULIK, S. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

SANTOS, V. M. P. dos. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática:** métodos alternativos**.** Rio de Janeiro: Projeto Fundão, Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1997.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

UTSUMI, M. C. **Atitudes e habilidades envolvidas na solução de problemas algébricos: um estudo sobre o gênero, a estabilidade das atitudes e alguns componentes da habilidade matemática**. 2000. 246 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**. Artmed Editora, 2009, p. 58 – 78.

VILA, A.; CALLEJO, M. **Matemática para aprender a pensar:** o papel das crenças na resolução de problemas. Trad. Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

ANEXO A

Questionário dos alunos

Prezado Aluno (a)

Estou realizando um estudo sobre resolução de problemas e atitudes em relação a matemática. Espero contar com sua colaboração, participando de algumas atividades.

Muito Obrigada

Leziane

Nome: Série:

Escola:

QUESTIONÁRIO

(Adaptado de Brito, 1996)

1) Gênero:
( ) masculino ( ) feminino

2) Qual a sua idade?

3) Já foi reprovado alguma vez? Se não passe para questão 6.
( ) sim ( ) não

4) Quantas vezes você já repetiu de ano, isto é, quantas vezes foi obrigado a fazer a mesma ano?
( ) Uma vez
( ) Duas vezes
( ) Três vezes
( ) Quatro vezes
( ) Cinco vezes ou mais

5) Assinale o ano(s) que você repetiu:

( ) 1ª Ano do Ensino Fundamental

( ) 2ª Ano do Ensino Fundamental

( ) 3ª Ano do Ensino Fundamental

( ) 4ª Ano do Ensino Fundamental

( ) 5ª Ano do Ensino Fundamental

( ) 6ª Ano do Ensino Fundamental

( ) 7ª Ano do Ensino Fundamental

( ) 8ª Ano do Ensino Fundamental

( ) 9ª Ano do Ensino Fundamental

( ) 1º Ano do Ensino Médio

( ) 2º Ano do Ensino Médio

( ) 3º Ano do Ensino Médio

( ) 4º Ano do Ensino Médio

6) Quantas horas por semana, fora da sala de aula, você estuda Matemática?

( ) Nunca estudo essa matéria

( ) Estudo menos de 1 (uma) hora

( ) Estudo durante 1 (uma) hora certinha

( ) Estudo entre 1 (uma) e 2 (duas) horas

( ) Estudo mais de duas horas

7) Você se distrai facilmente nas aulas de Matemática?

( ) Não, eu sempre presto atenção nas aulas de Matemática.

( ) Sim, eu não consigo prestar atenção nas aulas de Matemática.

( ) Na maioria das vezes, eu me distraio nas aulas de Matemática.

( ) Na maioria das vezes, eu presto atenção nas aulas de Matemática.

8) Suas notas de Matemática geralmente são:

( ) Acima da nota da maioria da classe

( ) Igual à nota da maioria da classe

( ) Menor que a nota da maioria da classe

9) Assinale abaixo a matéria que você mais gosta. Assinale apenas uma alternativa.

( ) Gosto de todas as matérias

( ) Filosofia

( ) Não gosto de nenhuma

( ) História

( ) Matemática

( ) Português

( ) Ciências

( ) Biologia

( ) Educação Física

( ) Inglês

( ) Geografia

( ) Física

( ) Arte

( ) Química

( ) Outra Qual? ___________________

10) Assinale abaixo a matéria que você menos gosta. Assinale apenas uma alternativa.

( ) Gosto de todas

( ) Filosofia

( ) Não gosto de nenhuma

( ) História

( ) Matemática

( ) Português

( ) Ciências

( ) Biologia

( ) Educação Física

( ) Inglês

( ) Geografia

( ) Física

( ) Arte

( ) Química

( ) Outra Qual?_____________________

11) Dentre os conteúdos de Matemática que você já estudou, qual você mais gostou? Porquê?

12) Dentre os conteúdos de Matemática que você já estudou, qual você menos gostou? Por quê?

13) Se você pudesse tirar uma matéria da escola, qual você escolheria?

( ) Todas as matérias

( ) Nenhuma

( ) Matemática

( ) Português

( ) Ciências

( ) Educação Física

( ) Geografia

( ) Física

( ) Arte

( ) Química

( ) Filosofia

( ) História

( ) Biologia

( ) Inglês

( ) Outra Qual? ________

ANEXO B

ESCALA DE ATITUDES COM RELAÇÃO À MATEMÁTICA

(Aiken e Dreger, 1961, Aiken, 1963)

(Adaptada e validada por Brito, 1996)

INSTRUÇÃO: Cada uma das frases abaixo expressa o sentimento que pessoas apresentam com relação à Matemática. Você deve comparar o seu sentimento pessoal com aquele expresso em cada frase, assinalando um dentre os quatros pontos colocados abaixo de cada uma delas, de modo a indicar com a maior exatidão possível, o sentimento que você experimenta com relação à Matemática.

01- Eu fico sempre sob uma terrível tensão na aula de Matemática.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

02- Eu não gosto de Matemática e me assusta ter que fazer essa matéria.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

03- Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas de Matemática.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

04- A Matemática é fascinante e divertida.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

05- A Matemática me faz sentir seguro (a) e é, ao mesmo tempo, estimulante.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

06- "Dá um branco" na minha cabeça e não consigo pensar claramente quando estudo Matemática.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

07- Eu tenho sensação de insegurança quando me esforço em Matemática.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

08- A Matemática me deixa inquieto (a), descontente, irritado (a) e impaciente.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

09- O sentimento que tenho com relação à Matemática é bom.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

10- A Matemática me faz sentir como se estivesse perdido (a) em uma selva de números e sem encontrar a saída.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

11- A Matemática é algo que eu aprecio grandemente.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

12- Quando eu ouço a palavra Matemática, eu tenho um sentimento de aversão.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

13- Eu encaro a Matemática com um sentimento de indecisão, que é resultado do medo de não ser capaz em Matemática.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

14- Eu gosto realmente da Matemática.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

15- A Matemática é uma das matérias que eu realmente gosto de estudar na escola.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

16- Pensar sobre a obrigação de resolver um problema matemático me deixa nervoso(a).

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

17- Eu nunca gostei de Matemática e é a matéria que me dá mais medo.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

18- Eu fico mais feliz na aula de Matemática que na aula de qualquer outra matéria.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

19- Eu me sinto tranquilo (a) em Matemática e gosto muito dessa matéria.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

20- Eu tenho uma reação definitivamente positiva com relação à Matemática: Eu gosto e aprecio essa matéria.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

21- Não tenho um bom desempenho em Matemática.

( ) Concordo Totalmente ( ) Concordo ( ) Discordo ( ) Discordo Totalmente

ANEXO C

PROBLEMA 1 (Problema das cédulas): No meu bolso tenho cédulas de R$ 10, R$ 20 e R$ 50. Que quantia poderei obter, ao retirar:

a) duas cédulas?

b) três cédulas?

PROBLEMA 2: Como parte de seu programa de ginástica, Beto decidiu fazer abdominais toda manhã. Em 1º de abril ele fez apenas uma; no dia 2 de abril fez três abdominais; no dia 3 de abril ele fez cinco e no dia 4 de abril fez sete. Suponha que Beto tenha continuado a aumentar o número de abdominais a cada dia, seguindo esse padrão durante todo o mês de abril. Responda:

a) Quantas abdominais ele fez no dia 15 de abril?

b) Quantas abdominais ele fez até o dia 15 de abril?

c) Quantos abdominais ele fez no dia 30 de abril?

Krulik e Rudnick (2005) Tradução de *Problem-Driven Math – Applying the Mathematics Beyond Solutions.*

PROBLEMA 3: **(Tinoco, 2011, p. 56)** Dona Solange fabrica bombons caseiros e os vende em caixas decoradas. Em cada caixa ela coloca 6 bombons e as vende por R$ 4,00.

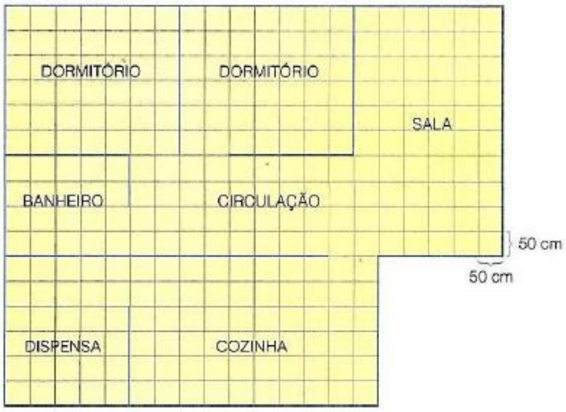
a) Se ela tiver 80 bombons, quantas caixas D. Solange fará?

b) Escreva uma igualdade (uma sentença, em Português) que represente essa relação.

c) Qual a expressão que representa a quantia recebida por D. Solange pela venda de um número qualquer de caixas de bombons?

Problema 4: **(Bonjorno, 2006, 5ª série, p. 257)**

Para anunciar a venda de sua casa no jornal, Hélio desenhou uma planta mostrando a área interna da casa. Na planta, cada quadradinho representa um quadrado de 50 *cm* por 50 *cm*. Se Hélio está pedindo R$650,00 por metro quadrado construído, quanto custará a casa?



<u>Problema 5:</u> (RADIX 8, p. 31) Camila e Marta são ciclistas e percorrem uma pista circular no mesmo sentido. Camila leva, em média, 40s para percorrer a pista e marta leva 36s. Sabendo que em certo momento ambas cruzam juntas a linha de chegada, responda:

a) Depois de quantos minutos, mantendo o mesmo ritmo, elas se encontrarão novamente na linha de largada?

b) Quantas voltas dará uma até se encontrarem novamente na linha de chegada?

<u>Problema 6:</u> (RADIX 8, p. 17) Quando Rodrigo joga suas bolinhas de gude em grupos de duas, três, quatro, cinco ou seis, sobre uma bolinha, e quando junta em grupos de 7 não sobram bolinhas. Quantas bolinhas de gude Rodrigo tem?

<u>Problema 7:</u> (CENTURION, 2007) Um terreno retangular tem 36 m de comprimento por 21m de largura. O dono desse terreno deseja cerca-lo com árvores plantadas com iguais distâncias entre elas e quer manter entre as árvores a maior distância possível medida em um número inteiro de metros. Se em cada canto do terreno for plantada uma árvore, qual será a distância entre as árvores e quantas árvores deverá plantar?