

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO CIVIL**

DIRCEU BARRETO DA COSTA

**ANÁLISE DE FUROS EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO
PELO MODELO DE BIELAS E TIRANTES**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**CURITIBA
2013**

DIRCEU BARRETO DA COSTA

**ANÁLISE DE FUROS EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO
PELO MODELO DE BIELAS E TIRANTES**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação, apresentado à Disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso Superior de Engenharia de Produção Civil, do Departamento Acadêmico de Construção Civil – DACOC – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Prof. MSc. Amacin Rodrigues
Moreira

**CURITIBA
2013**

FOLHA DE APROVAÇÃO

***ANÁLISE DE FUROS EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO
PELO MODELO DE BIELAS E TIRANTES***

Por

DIRCEU BARRETO DA COSTA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia de Produção Civil, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, defendido e aprovado em 4 de outubro de 2013, pela seguinte banca de avaliação:

Prof. Orientador – Amacin Rodrigues Moreira, MSc.
UTFPR

Prof. José Manoel Caron, MSc.
UTFPR

Prof. Rogério Francisco Küster Puppi, Dr.
UTFPR

“É muito melhor arriscar coisas grandiosas alcançando triunfo e glória, mesmo expondo-se a derrota, do que formar filas com os pobres de espírito que não sofrem tanto nem gozam muito, porque vivem nessa penumbra cinzenta, onde não se conhece derrota nem vitória”.

Franklin D. Roosevelt.

RESUMO

COSTA, D. B. **Análise de Furos em Vigas de Concreto Armado pelo Modelo de Bielas e Tirantes**. 2013. 78f. Trabalho de Conclusão de Curso – (Curso Superior em Engenharia de Produção Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Curitiba, 2013.

Este trabalho trata da resistência de vigas de concreto armado com furos na alma. Para cálculo estrutural é usual o emprego de programas para análise global e análise local de elementos como lajes, vigas e pilares, admitindo-se simplificações no dimensionamento. Entretanto, existem regiões não contempladas nessas análises, tais como dentes em vigas, consolos, vigas paredes e, também, furos em vigas, objeto deste estudo. Vigas de concreto com furos na alma caracterizam as chamadas zonas descontínuas, regiões de não linearidades geométricas onde a hipótese simplificadora de Bernoulli não é válida. Dessa maneira, há necessidade de um procedimento específico para tal análise, que seja baseado em um método racional e cientificamente comprovado. Os Modelos de Bielas e Tirantes permitem que o projetista os utilize em toda a estrutura, tanto nas regiões sem descontinuidades, quanto nas regiões com descontinuidades. A metodologia tem como principais vantagens a melhor visualização do comportamento da estrutura, podendo-se verificar de modo mais claro a distribuição das tensões e a facilidade na identificação das regiões mais solicitadas da estrutura. Por intermédio do programa CAST – Computer Aided Strut-and-Tie – ferramenta gráfica que utiliza os conceitos dos Modelos de Bielas e Tirantes foram desenvolvidas simulações, a partir das variáveis posição e tamanho dos furos, a fim de comparar os resultados da análise numérica com as limitações propostas por autores e com as prescrições da norma em vigor.

PALAVRAS-CHAVE: vigas. furos. aberturas. bielas e tirantes. CAST.

ABSTRACT

COSTA, D. B. **Analysis of Holes in Reinforced Concrete Beams by Strut-and Tie Model.** 2013. 78f. Trabalho de Conclusão de Curso – (Curso Superior em Engenharia de Produção Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Curitiba, 2013.

This work deals with the resistance of reinforced concrete beams with holes in the web. For structural calculation is usual employment programs for analysis of global and local analysis of elements such as slabs, beams and columns, assuming simplifications in design. However, there are regions not included in these analyzes, such as dapped ends, corbels, deep beam and holes in beams, the object of this study. Concrete beams with holes in the web characterized calls discrete zones, regions where the nonlinearities geometric Bernoulli simplifying assumption is not valid. Therefore, there is need for a specific procedure for such analysis, which is based on a rational and scientifically proven. Models Strut-and-Tie allow the designer to use the entire structure, both in regions without discontinuities, as in regions with discontinuities. The methodology has as main advantages the best view of the behavior of the structure, and we can more clearly see the stress distribution and ease the identification of the most requested of the structure. Through the program CAST - Computer Aided Strut-and-Tie - graphical tool that uses the concepts of models will be developed connecting Strut-and-Tie simulations, based on the variables position and size of the holes in order to compare the results of numerical analysis limitations proposed by authors with the requirements of the standard in force.

KEYWORDS: beams. hole. openings. strut-and-tie. CAST.

FIGURAS

Figura 1 - Layout para instalação de tubulações e dutos	11
Figura 2 - Trecho de menor força cortante	16
Figura 3 - Dimensões Máximas de furos em vigas.....	17
Figura 4 - Vista longitudinal (à esquerda) e esquema estático (à direita).....	17
Figura 5 - Pequenas aberturas que não prejudicam a resistência da peça.....	18
Figura 6 - Pequenas aberturas que prejudicam a resistência da peça.....	18
Figura 7 - Vigas com grandes aberturas	19
Figura 8 - Considerações para grandes aberturas	19
Figura 9 - Posição preferencial mantendo-se a integridade das bielas	20
Figura 10 - Viga com aberturas sob flexão pura.....	21
Figura 11 - Falha típica de uma viga sem armadura de cisalhamento	22
Figura 12 - Efeitos da (a) localização horizontal e (b) dimensão da abertura na resistência de uma viga sem armadura de cisalhamento.....	23
Figura 13 - Análise da região do furo	23
Figura 14 - Esforço nas seções S1-S1 e S2-S2.....	24
Figura 15 - Banzos articulados nas extremidades.....	25
Figura 16 - Forças axiais e os momentos atuantes nestas extremidades	26
Figura 17 - Armadura adicional em vigas com aberturas circulares.....	27
Figura 18 - Barras de reforço nas faces do furo	28
Figura 19 - Detalhamento da armadura de reforço do nó	28
Figura 20 - Detalhamento das armaduras das vigas com aberturas	29
Figura 21 - Estribos não-colaborantes e aberturas múltiplas	29
Figura 22 – Dimensões propostas para limites de furos em vigas	31
Figura 23 - Distribuição linear de deformações em viga de concreto armado.....	34
Figura 24 - Exemplos de zonas de descontinuidades	35
Figura 25 - Exemplo de zona de descontinuidade	36
Figura 26 - Caminho de carga formado num bloco de estacas.....	37
Figura 27 - Regiões nodais possíveis no Método das Bielas e Tirantes	38
Figura 28 - Biela prismática e em formato de garrafa	39
Figura 29 - Roteiro da pesquisa	42
Figura 30 - Procedimentos para modelagem no programa CAST.....	44
Figura 31 - Descrição do projeto	45
Figura 32 - Janela de definição das propriedades gerais.....	45
Figura 33 - Janela de definição das linhas diretrizes.....	46
Figura 34 - Alinhamento dos nós e dos carregamentos da estrutura	46
Figura 35 - Elementos de compressão e elementos de tração	47
Figura 36 – Viga Modelo	48
Figura 37 - Tensões nas barras	51
Figura 38- Viga Modelo 1	53
Figura 39 - Áreas de influência.....	53
Figura 40 - Esforços nas barras	54
Figura 41 - Esquema dos nós	55
Figura 42 - Esquema dos elementos.....	55
Figura 43 - Esquema dos nós e elementos na região do furo	55
Figura 44 - Envoltória de resistência	61
Figura 45 - Comparação das forças nas barras	62
Figura 46 - Viga V2	64
Figura 47 - Viga V3	65

Figura 48 - Viga V4	66
Figura 49 - Viga V5	66
Figura 50 - Análise da Viga V1	67
Figura 51 - Análise da Viga V2	67
Figura 52 - Análise da Viga V3	67
Figura 53 - Análise da Abertura, Viga V1	68
Figura 54 - Análise da Abertura, Viga V2	69
Figura 55 - Análise da Abertura, Viga V3	69
Figura 56 - Análise da Viga V4	70
Figura 57 - Análise da Viga V5	70
Figura 58 - Análise da Abertura, Viga V4	71
Figura 59 - Análise da Abertura, Viga V5	71
Figura 60 - Tensões nas barras	72

TABELAS

Tabela 1 - Limites para dimensionamento de furos em vigas	31
Tabela 2 - Limites para dimensionamento de furos em vigas	50
Tabela 3 - Definição das armaduras	52
Tabela 4 - Propriedades geométricas dos elementos da treliça.....	56
Tabela 5 - Propriedades geométricas dos nós da treliça	58
Tabela 6 - Propriedades dos elementos.....	59
Tabela 7 - Definição para armadura Longitudinal.....	62
Tabela 8 - Comparação para solução analítica	63
Tabela 9 - Análise comparativa de segurança	72

SUMÁRIO

RESUMO	5
ABSTRACT	6
1 INTRODUÇÃO	11
1.1 JUSTIFICATIVA.....	13
1.2 OBJETIVOS	13
1.3 LIMITAÇÃO DO TRABALHO.....	14
1.4 ESTRUTURA.....	14
2 REFERENCIAL TEÓRICO	15
2.1 FUROS E ABERTURAS EM VIGAS	15
2.1.1 TAMANHO DOS FUROS E ABERTURAS	16
2.1.2 POSIÇÃO DOS FUROS E ABERTURAS.....	20
2.1.3 ESTUDO DA REGIÃO DOS FUROS E ABERTURAS	23
2.1.4 DETALHAMENTO DA REGIÃO DOS FUROS E ABERTURAS.....	27
2.1.5 PRESCRIÇÕES DA NORMA EM VIGOR	30
2.2 O MODELO DE BIELAS E TIRANTES.....	31
2.2.1 FUNDAMENTOS DO MODELO DE BIELAS E TIRANTES.....	33
2.2.2 REGIÕES DE DESCONTINUIDADES	35
2.2.3 PROCESSOS DE CAMINHO DA CARGA	36
2.2.4 NÓS OU REGIÕES NODAIS	37
2.2.5 BIELAS	38
2.2.6 TIRANTES.....	40
2.2.7 ROTINA DE PROJETO	41
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	41
3.1 ROTEIRO DA PESQUISA.....	42
3.2 UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA CAST	43
4 MODELAGEM DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO	48
4.1 RESOLUÇÃO ANALÍTICA: SILVA E GIONGO (2000)	50
4.2 RESOLUÇÃO DA VIGA MODELO POR MEIO DO PROGRAMA CAST.....	52
4.3 VARIAÇÕES DO MODELO	64
4.4 ANÁLISE COMPARATIVA	67
5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	73
6 REFERÊNCIAS	76

1 INTRODUÇÃO

Nas edificações, utilizam-se furos e aberturas em vigas para possibilitar a passagem de tubulações e dutos, necessários a serviços essenciais como instalações elétricas, hidrossanitárias e de ar-condicionado. (SILVA e GIONGO, 2000)

Mansur (2006) comenta que, por vezes, essas instalações são colocadas por baixo das vigas e, por razões estéticas, são cobertas por um teto suspenso, ocupando assim um espaço desnecessário.

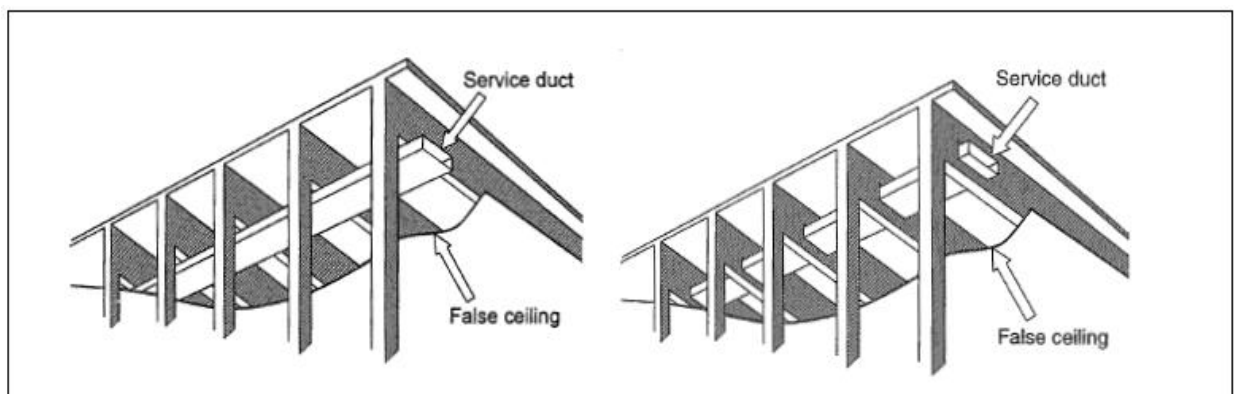


Figura 1 - Layout para instalação de tubulações e dutos

Fonte: Mansur (1999).

Segundo Oliveira (2008), a falta de planejamento e intercâmbio entre projetistas conduzem a erros de execução, como instalações embutidas ou transpassadas através de vigas e pilares, implicando na execução e desempenho da estrutura de concreto armado.

Para Arantes (2001) executar “detalhes” – como aberturas em vigas – sem o devido planejamento, pode enfraquecer estruturalmente esses elementos e criar uma situação de desconhecimento do seu grau de segurança.

De acordo com Souza (2004), um número considerável de elementos utilizados na engenharia estrutural podem ser dimensionados de maneira simplificada, segundo a Hipótese de Bernoulli: “de que seções planas permanecem planas após a flexão do elemento”. Tal proposição facilita muito o dimensionamento de elementos lineares de concreto, pois considera que a distribuição das deformações ao longo da seção transversal segue uma relação linear para todos os estágios de carregamento, inclusive no estado limite último de ruptura.

Entretanto, Souza (2004) salienta que a execução da uma abertura na alma de vigas, exclui a consideração exposta e exige do engenheiro estrutural um dimensionamento prévio e detalhado, a fim de evitar uma possível ruína prematura da peça.

Nesse contexto, Meirinhos (2008, p. 1) comenta que:

Na concepção de um projeto estrutural de concreto armado as regiões da estrutura podem ser estudadas e divididas em dois tipos de zonas distintas: as zonas contínuas em que há uma variação linear das extensões ou deformações na seção transversal, sendo válidas as hipóteses de Bernoulli; e as zonas descontínuas, onde devido a descontinuidades estáticas provocadas por forças concentradas e reações, ou por descontinuidades geométricas causadas por mudanças bruscas na geometria, a variação das extensões ou deformações não é linear.

Ainda, Souza (2004) explica que a presença de aberturas na alma das vigas modifica consideravelmente o seu comportamento estrutural, caracterizando a chamada zona de descontinuidade.

Analisando o comportamento desses elementos estruturais com intuito de sistematizar o dimensionamento das regiões de descontinuidades, existem estudos feitos por diversos pesquisadores com o objetivo de estabelecer as dimensões e a posição adequada das aberturas. SOUZA (2004).

Desses estudos, tem ganhado bastante destaque o chamado Modelo de Bielas e Tirantes (*Strut-and-Tie Method* - designação inglesa), que de acordo com Macedo (2011), resume-se:

Na condensação de todas as tensões de compressão e tração em elementos barra sujeitos a esforços axiais, sendo que estas barras são ligadas entre si por nós. Esse método permite compreender melhor o comportamento de uma estrutura de concreto armado com tal complexidade.

Na implementação do método, Macedo (2011) explica que é elaborado um “esqueleto” interno da estrutura, análogo a uma treliça, podendo-se gerar diferentes modelos admissíveis para o mesmo problema, desde que seja satisfeito o equilíbrio entre os nós e a sua segurança para os estados limite últimos e de serviço.

Souza (2004) afirma que normas internacionais como o CEB (1993), o ACI (2002), o EUROCODE (1992), a CSA (1984, 1994), a EHE (1999), a NS (1992) e a AASTHO (1994, 1998) recomendam a utilização de tais métodos, fornecendo inclusive, uma série de parâmetros para a utilização adequada de tais modelos.

No entanto, Souza (2004) afirma que “a falta de difusão desses

assuntos, bem como, a falta de consenso nas normas especializadas, acabam de certa maneira desmotivando os profissionais da área na utilização do método, restando aos engenheiros estruturais soluções simplificadas, muitas vezes inseguras, baseadas em critérios empíricos utilizados sem maiores problemas no passado”.

1.1 JUSTIFICATIVA

A passagem de tubulações e dutos através de aberturas transversais nas vigas maximiza o efeito do espaço em edificações. Para pequenas construções, o ganho alcançado pode não ser significativo, mas para edifícios de vários pavimentos o ganho é considerável. Qualquer economia de altura multiplicado pelo número de andares pode representar uma economia substancial de altura total, comprimento de dutos do ar-condicionado e dutos elétricos, canalizações e paredes conforme aponta Mansur (2006).

Outro aspecto a considerar, refere-se aos programas para cálculo e análise estrutural. Grande parte dos projetistas utilizam programas voltados para análises globais e locais de elementos estruturais, tais como lajes, vigas ou pilares. Regiões de descontinuidades, como furos em vigas, não contempladas por essas ferramentas, são projetadas por modelos simplificados. (RONCATTO e CAMPOS FILHO, 2006)

Nesse sentido, esta pesquisa justifica-se pela necessidade de um procedimento específico para a análise de furos em vigas de concreto armado, que seja baseado em um método racional e cientificamente comprovado.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral desse trabalho é analisar condições de segurança de furos em vigas de concreto armado com base em duas variáveis: a posição e o tamanho do furo. Será adotado no dimensionamento o Método das Bielas e Tirantes, com sua verificação a partir de modelos numéricos, por meio do programa CAST (Computer Aided Strut-and-Tie) desenvolvido em 1998, na Universidade de Illinois, nos Estados Unidos.

A fim de alcançar o objetivo geral, propõem-se os seguintes objetivos específicos:

- a) Comparar limitações propostas por alguns autores sobre o dimensionamento de furos e aberturas em vigas de concreto armado, referentes as dimensões e a posição adequada dos furos, com as prescrições da NBR 6118 (2003);
- b) Apresentar os conceitos básicos do Modelo de Bielas e Tirantes e aplicá-los no estudo de furos em vigas;
- c) Analisar por meio do programa CAST, modelos teóricos de vigas de concreto armado com abertura na alma;

1.3 LIMITAÇÃO DO TRABALHO

Apresentou-se como limitações do presente trabalho, os seguintes aspectos:

- vigas de concreto armado com aberturas retangulares na alma;
- vigas biapoiadas submetidas à carregamento distribuído;
- dimensionamento e análise fundamentado nos modelos de bielas e tirantes;

1.4 ESTRUTURA

Ao término deste capítulo introdutório, será apresentado no Capítulo 2 o referencial teórico elaborado através de uma fundamentada revisão bibliográfica. Tal revisão busca apresentar, ao prezado leitor, os conceitos essenciais a respeito do estudo de furos e aberturas em vigas de concreto armado e do modelo de bielas e tirantes.

O Capítulo 3 descreve a metodologia para consecução dos objetivos e introduz o programa CAST utilizado na pesquisa.

O Capítulo 4 apresenta a modelagem de vigas de concreto armado com aberturas na alma por meio do programa CAST.

O Capítulo 5 traz as conclusões do presente estudo e apresenta sugestões de pesquisas para futuros trabalhos na área.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo será apresentado o referencial teórico, elaborado por meio de uma revisão bibliográfica sobre os temas relacionados a furos e aberturas em vigas de concreto armado e ao Modelo de Bielas e Tirantes, os quais conduzirão a execução do presente trabalho.

2.1 FUROS E ABERTURAS EM VIGAS

A NBR 6118 (2003) delimita o conceito de furos e aberturas em seu texto. De acordo com a Norma, furos têm dimensões pequenas em relação às peças enquanto as aberturas não. Ainda, um conjunto de furos muito próximos deve ser tratado como uma abertura.

No caso de canalizações embutidas, aberturas segundo o eixo longitudinal de um elemento linear, contidas em um elemento de superfície ou imersas no interior de um elemento de volume, a referida norma não permite os seguintes casos:

- canalizações sem isolamento adequado ou verificação especial quando destinadas a passagem de fluídos com temperatura que se afaste de mais de 15°C da temperatura ambiente;
- canalizações destinadas a suportar pressões internas de mais de 0,3 MPa;
- canalizações embutidas em pilares de concreto quer imersas no material ou em espaços vazios internos à peça, sem a existência de aberturas para drenagem;

2.1.1 TAMANHO DOS FUROS E ABERTURAS

Leonhardt e Monnig (1978) afirmam que as aberturas circulares são mais favoráveis do que aberturas com ângulos retos, devendo-se, no caso de vértices, serem arredondados.

De acordo com Leonhardt e Monnig (1978) nos trechos de menor força cortante, podem-se realizar maiores aberturas, conforme a figura a seguir:

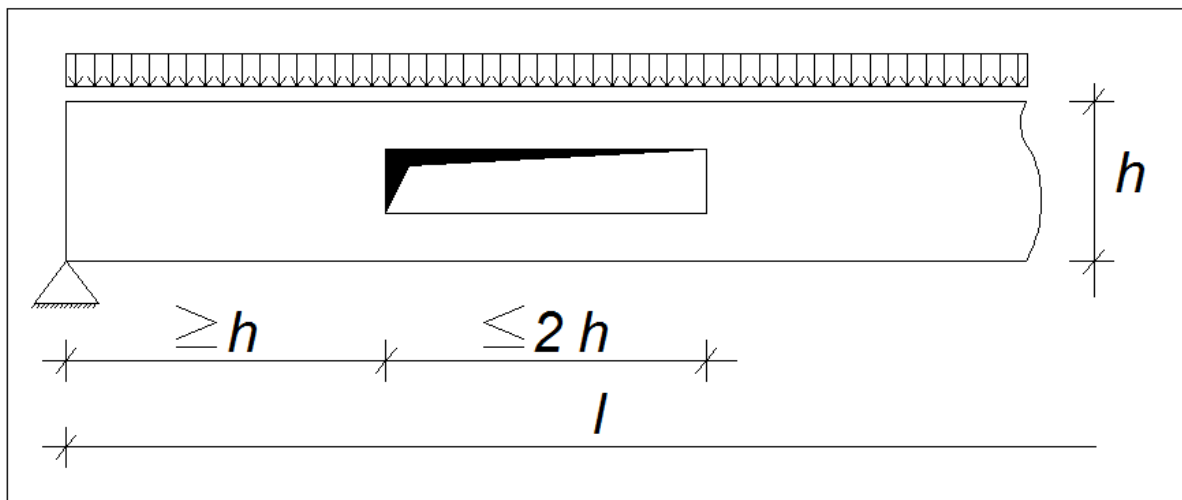


Figura 2 - Trecho de menor força cortante

Fonte: Leonhard e Monnig (1978).

Ainda, Leonhardt e Monnig (1978) afirmam que caso as dimensões das aberturas ultrapassem os valores indicados na figura 2, a peça deve ser tratada como uma viga *Vierendeel*, e que se o comprimento da abertura for menor que 60% da altura da viga, não há necessidade de se levar em conta a presença da abertura no dimensionamento.

A Viga Vierendeel é uma solução intermediária entre a viga em treliça e a viga de alma cheia, onde a diferença está na ausência de diagonais. É constituída por duas cordas denominadas de banzos, ligadas por meio de montantes posicionados à 90°. RESENDE (2008)

Segundo Mansur e Tan (1999), aberturas que são circulares ou quadrangulares podem ser consideradas como pequenas aberturas em uma viga, desde que a profundidade, ou o diâmetro, da abertura não exceda 40% da profundidade da estrutura.

Já para Sussekind (1984), viga furada é aquela em que a furação existente se situa dentro de certos limites máximos, conforme a figura 3, a seguir:

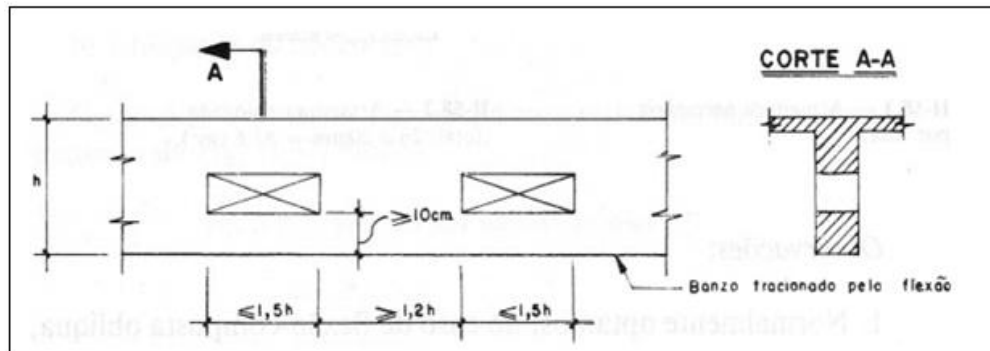


Figura 3 - Dimensões Máximas de furos em vigas
Fonte: Sussekind (1984).

Segundo Sussekind (1984), enquanto os limites máximos forem respeitados, o dimensionamento geral da peça poderá ser feito como para uma viga sem furos, admitindo-se, mesmo na região furada, a validade da seção plana. Se esses limites forem ultrapassados, no cálculo deverá ser considerado um quadro fechado hiperestático, multicelular, conforme a figura a seguir:

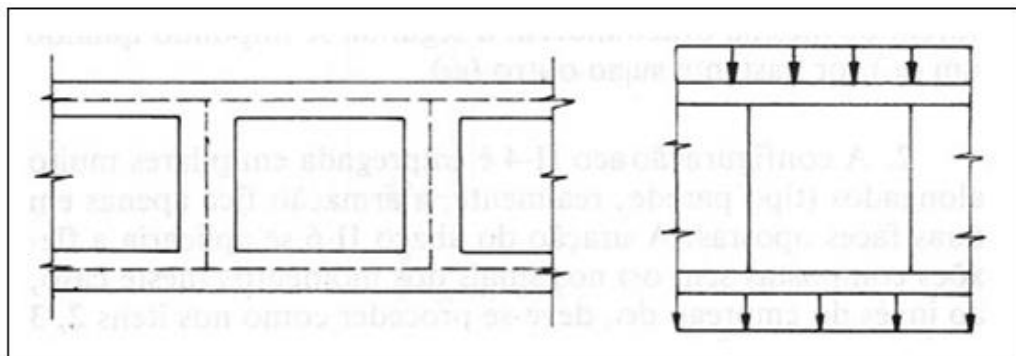


Figura 4 - Vista longitudinal (à esquerda) e esquema estático (à direita)
Fonte: Sussekind (1984).

Fusco (1995) aponta que aberturas pequenas, com diâmetros até a ordem de $0,2h$, podem prejudicar ou não a resistência da viga ao cisalhamento, conforme sua posição. Na figura 5 e 6 estão mostrados os dois casos e, quando as aberturas interferem com as bielas de cisalhamento, apresenta-se um critério para a consideração da diminuição da resistência.

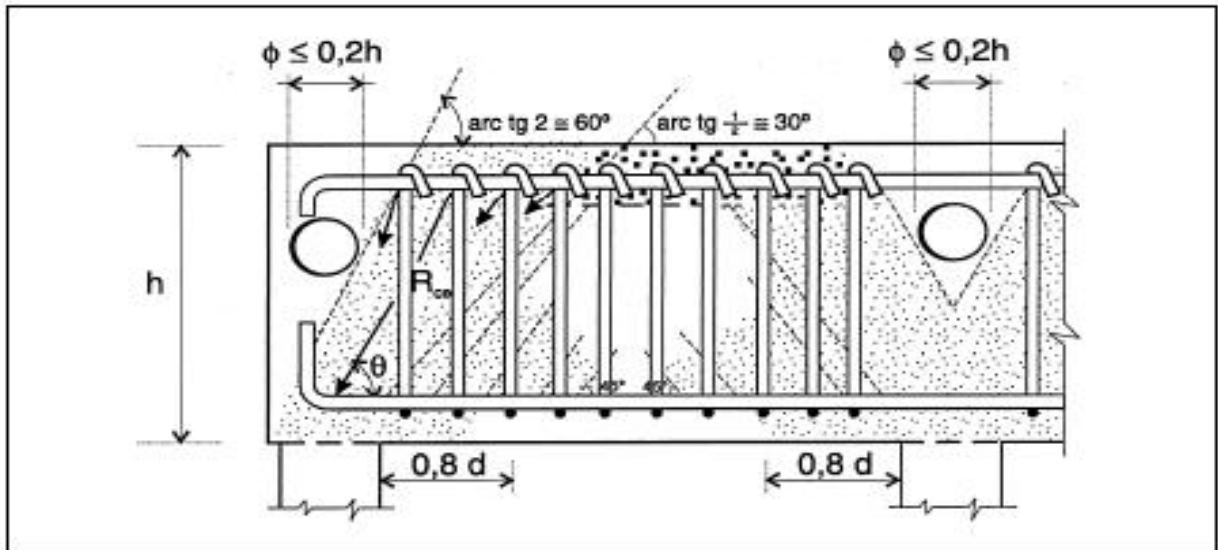


Figura 5 - Pequenas aberturas que não prejudicam a resistência da peça
Fonte: Fusco (1995).

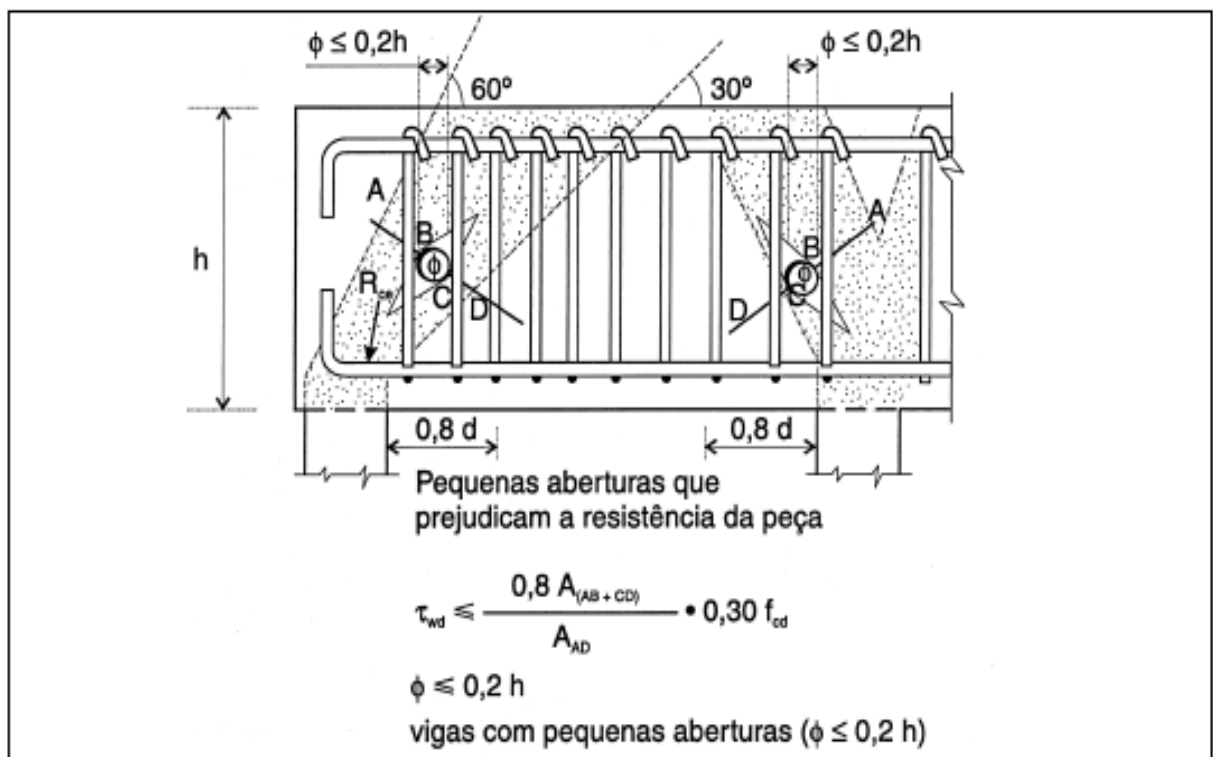


Figura 6 - Pequenas aberturas que prejudicam a resistência da peça
Fonte: Fusco (1995).

Fusco (1995) apresenta, na Figura 7, os critérios de projeto para vigas com grandes aberturas, mas salienta que a abertura não deve ser tão grande ao ponto de comprometer o comportamento global de peça estrutural única.

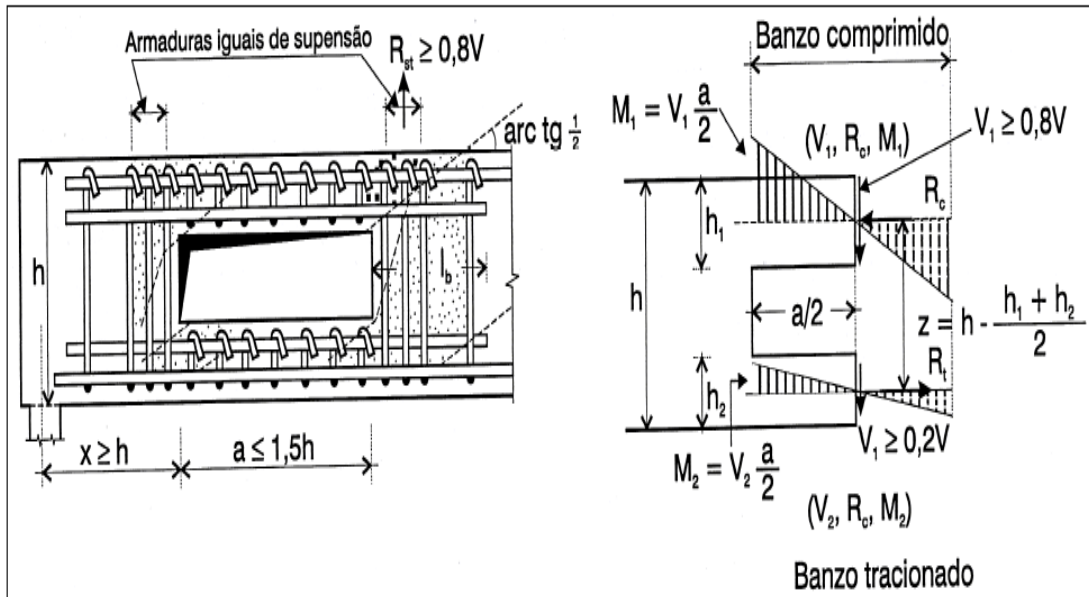


Figura 7 - Vigas com grandes aberturas

Fonte: Fusco (1995).

Segundo Fusco (1995), aberturas que se localizem em posições críticas ou aberturas múltiplas próximas umas das outras, devem ser tratadas como se fosse uma grande abertura, cuidando para que não ocorra fissuração exagerada das partes consideradas como não resistentes.

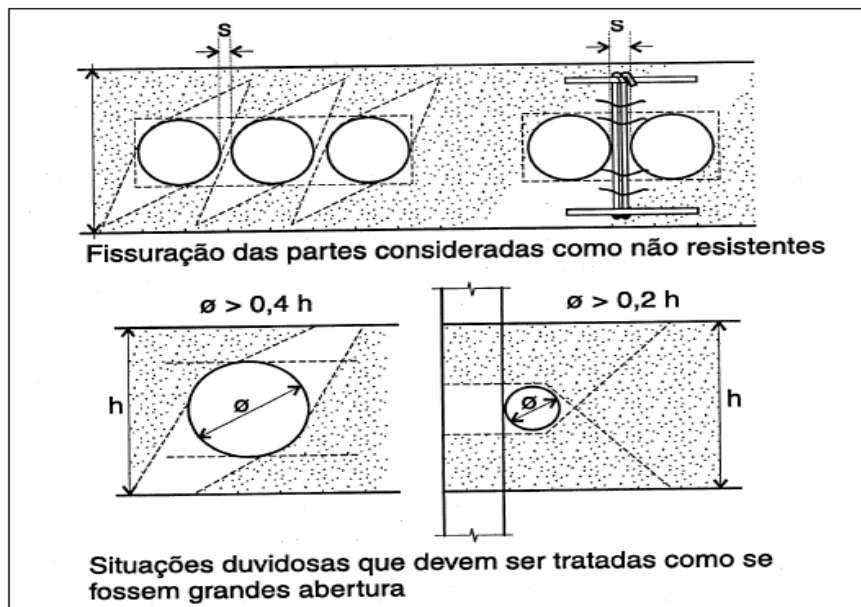


Figura 8 - Considerações para grandes aberturas

Fonte Fusco (1995).

2.1.2 POSIÇÃO DOS FUROS E ABERTURAS

Segundo Leonhardt e Monnig (1978) só se pode executar aberturas nas almas de vigas, no trecho onde exista força cortante, se permanecerem, na alma, as bielas de compressão importantes ou pórticos suficientemente rígidos.

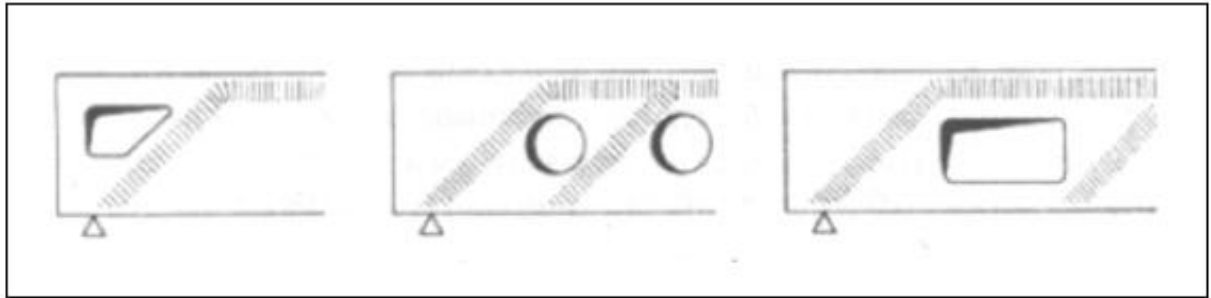


Figura 9 - Posição preferencial mantendo-se a integridade das bielas
Fonte: Leonhardt e Monnig (1978).

De acordo com Simões (1997), no caso de a abertura estar localizada na região de maior solicitação por força cortante, ocorre uma diminuição da seção transversal do concreto e a perturbação do fluxo de tensões de compressão e tração, ocasionando uma concentração de tensões nas extremidades da abertura, o que modifica o mecanismo resistente ao cisalhamento quando comparado, por exemplo, com o mecanismo das vigas com alma cheia.

Nesse contexto, Simões (1997) enfatiza que a posição e a variação da geometria da abertura são de grande importância para que a viga com abertura alcance a mesma resistência que uma viga maciça.

Mansur e Tan (1999) afirmam que a disposição da abertura não irá alterar o mecanismo de transporte de carga, desde que a abertura permaneça dentro da zona de tração do concreto. Se a abertura estiver na zona de compressão e, dessa forma, reduzir a área de concreto resistente à compressão, essa abertura deve ser considerada no dimensionamento da peça, como ilustrado na figura 10.

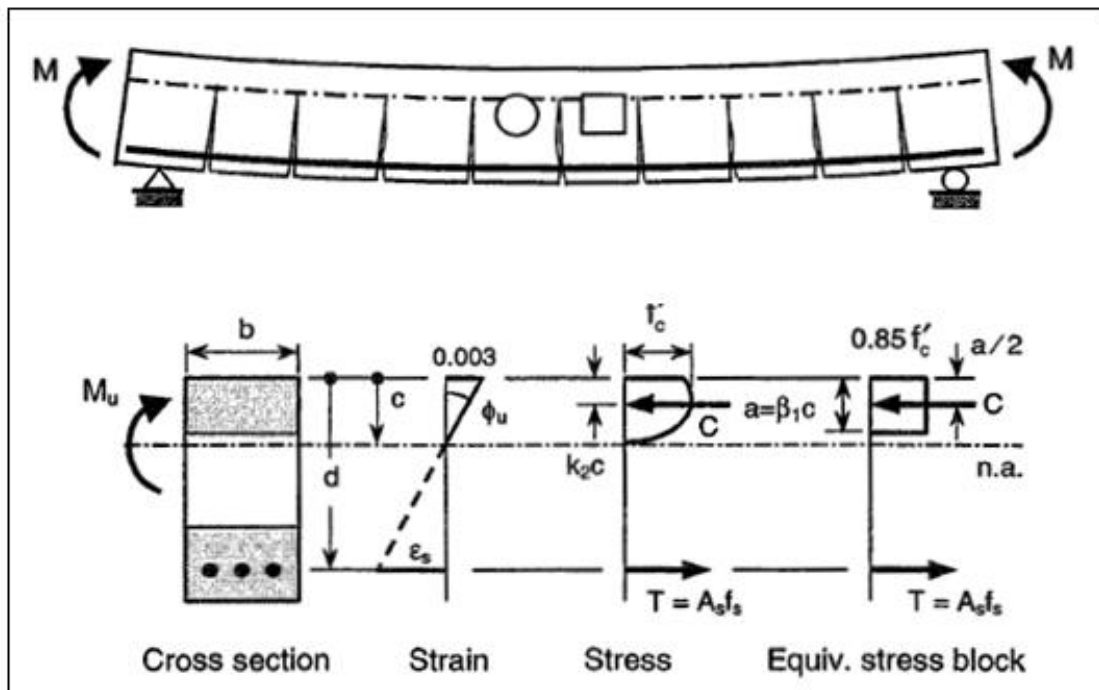


Figura 10 - Viga com aberturas sob flexão pura
Fonte Mansur e Tan (1999).

Mansur e Tan (1999) explicam que em uma viga, o esforço cortante está sempre associado ao momento fletor, exceto no ponto de inflexão. Em uma viga homogênea elástica, tal como uma viga de concreto antes da fissuração, o cisalhamento muda o sentido da tensão de tração principal a partir de uma direção horizontal para uma direção inclinada em relação ao eixo longitudinal da viga. Como o concreto é fraco à tração, a tensão de tração diagonal conduz ao que é conhecida como falha de tensão diagonal de uma viga. Quando a viga é provida com demasiado reforço ao cisalhamento, a falha pode ocorrer também por esmagamento do concreto na direção diagonal, conhecido como insuficiência compressão diagonal.

Os mesmo autores explicam que a abertura constitui uma região de fraqueza da estrutura e o plano de falha sempre passará através do centro da abertura, exceto quando a abertura é muito próxima ao apoio. A seguir, a figura 11 mostra esquematicamente algumas falhas típicas de cisalhamento de vigas contendo aberturas quadradas e circulares.

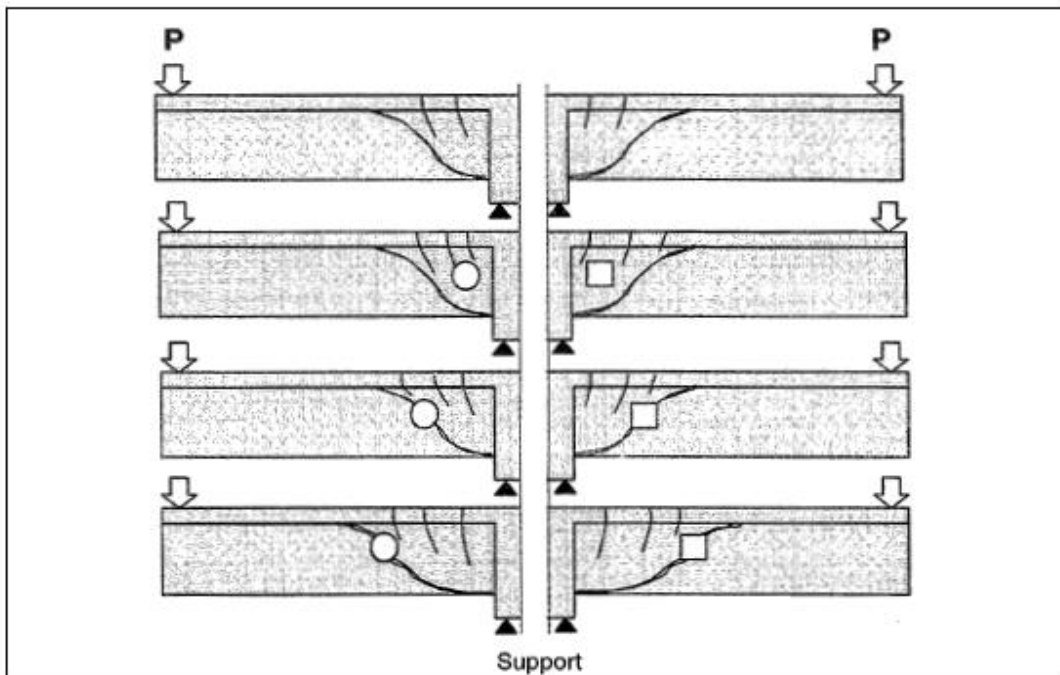


Figura 11 - Falha típica de uma viga sem armadura de cisalhamento
Fonte Mansur e Tan (1999).

O efeito da localização horizontal (em “x”) de uma abertura na resistência ao cisalhamento, $V_u/(\sqrt{f'c} \cdot b_w \cdot d)$, é resumido por Mansur e Tan (1999), na Figura 12, na qual o V_u é a resistência ao cortante último da viga em KN, $f'c$ é a resistência do concreto em MPa, o b_w é a largura em mm, e d é a profundidade efetiva em mm.

Uma abertura localizada adjacente ao apoio não produz qualquer redução no esforço cortante. Entretanto, à medida que a abertura é movida para longe do apoio, ocorre uma redução gradual no cortante até que se estabiliza num valor constante. MANSUR e TAN (1999).

Ainda, Mansur e Tan (1999) indicam que a posição vertical da abertura não tem efeito significativo, enquanto que um aumento no tamanho da abertura conduz a uma redução quase linear na resistência.

No entanto, parece haver um tamanho de abertura, abaixo do qual nenhuma redução da força cortante ocorre. Este tamanho corresponde a cerca de 20% e 30% da altura da viga para as aberturas quadradas e circulares, respectivamente. MANSUR e TAN (1999).

Mansur e Tan (1999) afirmam também que a resistência da viga pode ser completamente restaurada fornecendo estribos de cada lado da abertura.

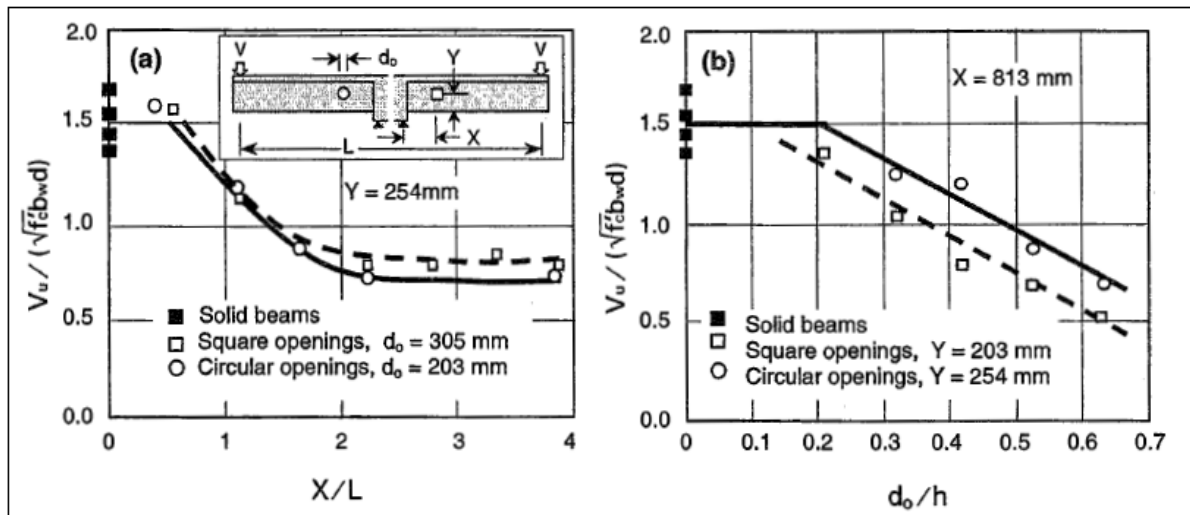


Figura 12 - Efeitos da (a) localização horizontal e (b) dimensão da abertura na resistência de uma viga sem armadura de cisalhamento
Fonte Mansur e Tan (1999).

2.1.3 ESTUDO DA REGIÃO DOS FUROS E ABERTURAS

Sussekind (1984) propõe um estudo da região do furo e recomenda interceptar a viga num plano que atravesse o eixo da abertura, como na figura 13, obtendo-se o equilíbrio, nesta seção, através da aplicação das resultantes dos esforços atuantes:

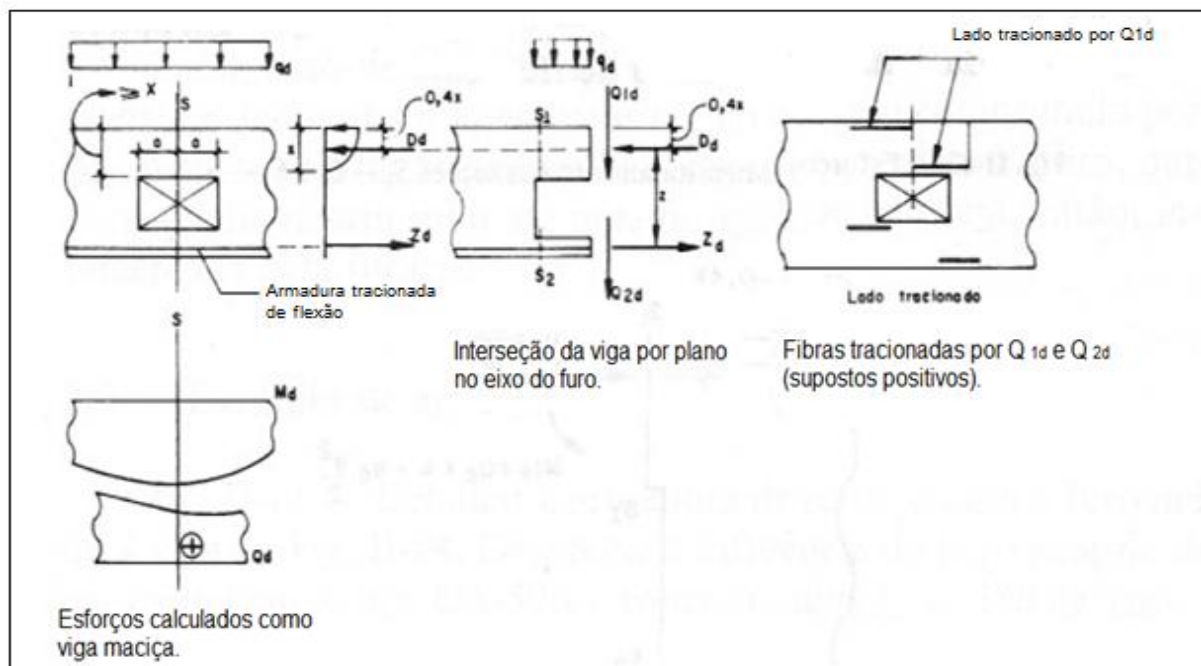


Figura 13 - Análise da região do furo
Fonte: Sussekind (1984).

- O momento fletor será transmitido pelas resultantes D_d e Z_d no concreto e no aço, respectivamente. SUSSEKIND (1984).
- O esforço cortante total Q_d se dividirá em Q_{1d} e Q_{2d} proporcionais à rigidez a flexão de cada banzo. No banzo superior tem-se à rigidez de uma peça comprimida de concreto e no inferior tracionado (fissurado) somente da armadura existente. Como a rigidez no banzo superior é muito maior considera-se $Q_{1d} = Q_d$ e $Q_{2d} = 0,1 Q_d$. Q_d para limitar a fissuração do banzo superior. SUSSEKIND (1984).

Segundo Sussekind (1984), para o dimensionamento considera-se na seção S1-S1, na figura a seguir, atuando um esforço $N_d = D_d$ (a $0,4x$ da borda mais comprimida) e um momento fletor $M_{1d} = Q_d \cdot a$, e na seção S2-S2, $M_{2d} = 0,1 Q_d \cdot a$ e $N_d = Z_d$, aplicada no nível da armadura de flexão tracionada, onde "a" é a altura da região comprimida.

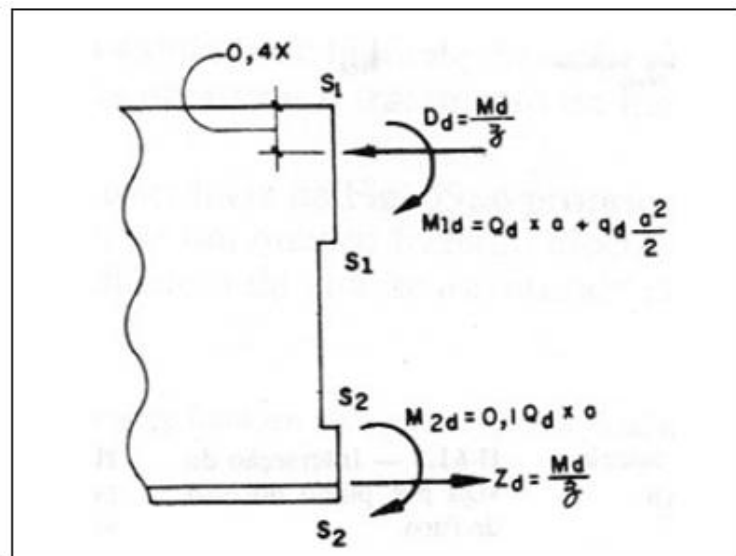


Figura 14 - Esforço nas seções S1-S1 e S2-S2
Fonte: Sussekind (1984).

Mansur e Tan (1999) desenvolveram um modelo para determinar a resistência de vigas de concreto armado com grandes aberturas. De acordo com seu modelo, as seguintes variáveis devem ser consideradas:

- comprimento, altura, excentricidade e localização da abertura ao longo da viga, pois todos estes parâmetros influenciam na parcela de força cortante absorvida por cada banzo (acima e abaixo da abertura); MANSUR e TAN (1999).
- quantidade e arranjo de armaduras compostas por estribos nos banzos superior e inferior da abertura e reforço dos cantos constituído só por estribos e estribos combinados com barras diagonais a 45°; (as barras inclinadas se justificam pelo fato da concentração de tensões nos cantos da abertura devido a redução da seção transversal da viga). MANSUR e TAN (1999).

Mansur e Tan (1999) apresentaram uma proposta de cálculo desenvolvida para vigas com aberturas retangulares sujeitas a flexão simples, sendo que as cargas não são aplicadas diretamente sobre a abertura. O modelo baseou-se na análise da carga de ruptura, satisfazendo-se as condições de equilíbrio, escoamento e o mecanismo de funcionamento.

O mecanismo assumido por Mansur e Tan (1999) em seus estudos consiste de banzos articulados nas extremidades (parte superior e inferior da abertura), em cada canto da abertura, conforme figura a seguir, com a hipótese de força cortante constante ao longo da abertura.

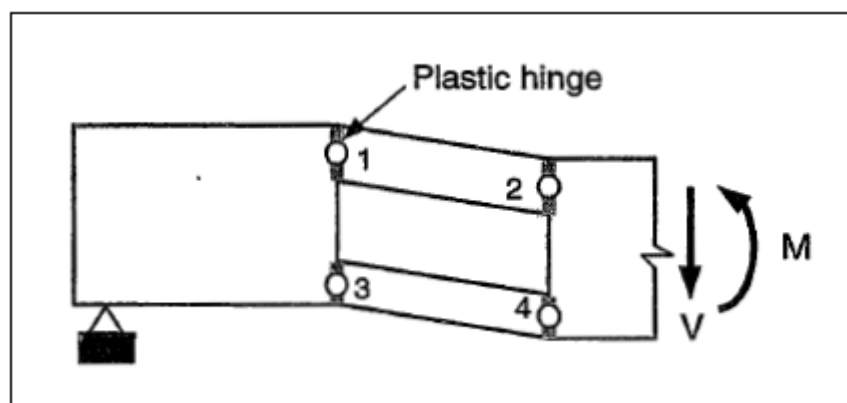


Figura 15 - Banzos articulados nas extremidades
Fonte Mansur e Tan (1999).

No método de cálculo proposto por Mansur e Tan (1999), as forças axiais que agem nos banzos são calculadas em função do momento fletor que atua na seção, considerando os mesmos como colunas não contraventadas. Baseado na solução exata para a carga de ruptura, pois foi admitida a condição de escoamento, o método foi formulado de acordo com os seguintes passos:

Passo 1 - Considerar a viga como um todo e calcular os valores do momento M e da força cortante V no centro da abertura devido a carga última. MANSUR e TAN (1999).

Passo 2 - Assumir uma quantidade e um arranjo de armaduras para os banzos. Construir um diagrama de interação entre momento fletor e força normal usando método do equilíbrio e satisfazendo a compatibilidade de deformações. MANSUR e TAN (1999).

Passo 3 - Determinar as forças axiais N que atuam nos banzos superior e inferior da abertura, sendo que as seções críticas são as de extremidade. Admite-se que nenhuma força externa atue no banzo superior e que a força cortante permaneça constante ao longo do comprimento da abertura. As forças axiais e os momentos atuantes nestas extremidades são mostradas no diagrama de corpo livre, figura a seguir. MANSUR e TAN (1999).

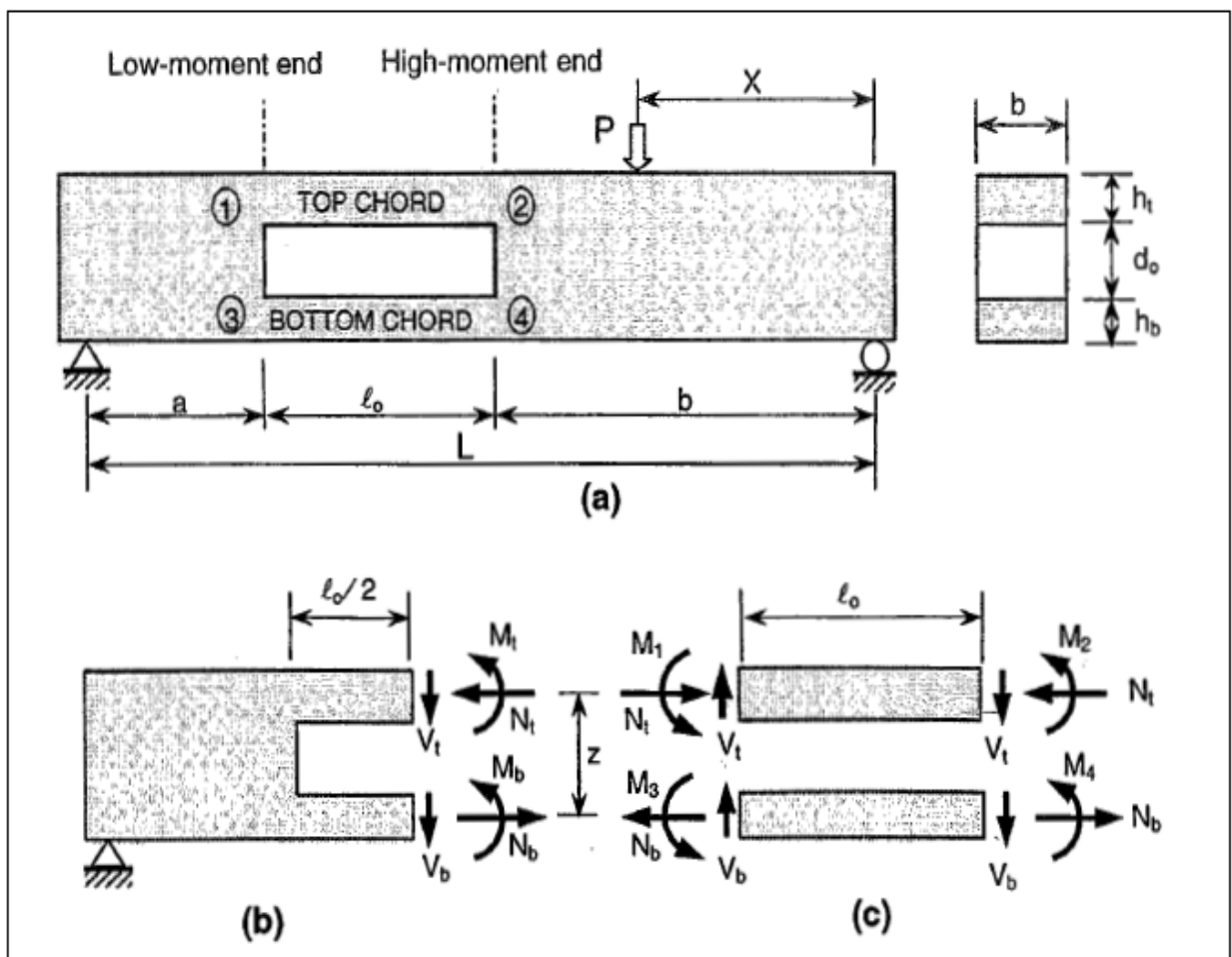


Figura 16 - Forças axiais e os momentos atuantes nestas extremidades
Fonte Mansur e Tan (1999).

2.1.4 DETALHAMENTO DA REGIÃO DOS FUROS E ABERTURAS

A NBR 6118 (ABNT, 2003) recomenda que se o projeto exigir aberturas, as estruturas devem ser calculadas e detalhadas considerando as perturbações das tensões que se concentram em torno dos furos. Se tais medidas não forem tomadas as peças estruturais apresentam o risco de deslocamentos verticais e fissurações acima do permitido devido à perda de resistência, acarretando assim patologias, pois normalmente estas aberturas e canalizações se localizam na região de força cortante máxima devido à facilidade em se ocultá-las.

Segundo Simões (1997), a existência de aberturas na alma de vigas de concreto armado pode levar esses elementos a uma ruína prematura. Nesse caso, para esse tipo de situação, deve ser dada especial atenção, tanto no dimensionamento, quanto no detalhamento.

Para vigas com várias aberturas circulares próximas umas as outras, Leonhardt e Monnig (1978) recomendam o uso de armaduras que se assemelham a uma treliça e barras em forma de V como armadura adicional ao cisalhamento, como mostra a figura 17.

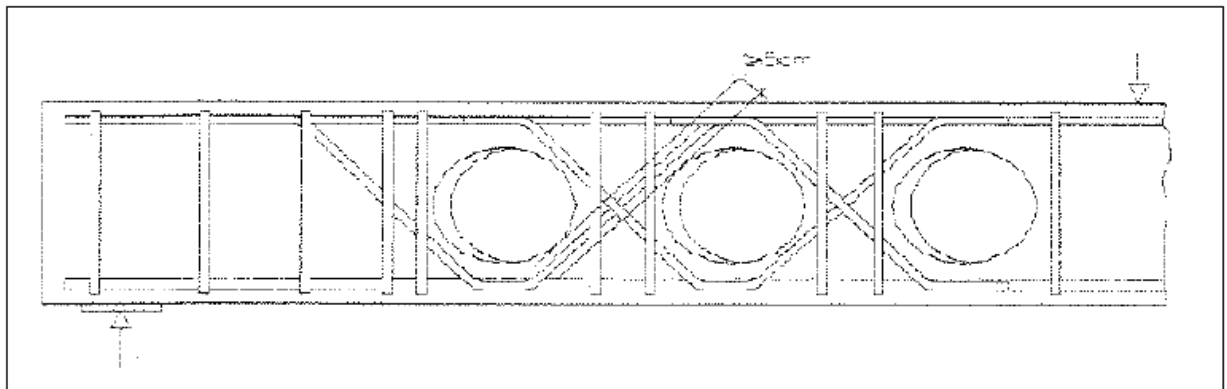


Figura 17 - Armadura adicional em vigas com aberturas circulares

Fonte: Leonhard e Monnig (1978).

Guerrin e Lavour (1990) explicam que para furos suficientemente pequenos que passem no intervalo dos estribos não há nenhuma precaução especial a se tomar, porém, se os estribos forem cortados deve-se dotar as faces do furo com barras de reforço suscetíveis de transmitir os esforços de cisalhamento.

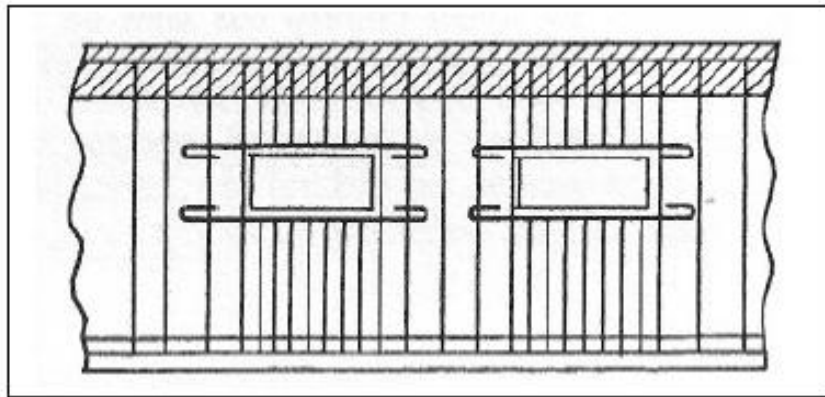


Figura 18 - Barras de reforço nas faces do furo
Fonte: Guerrin e Lavour (1990).

De acordo com Sussekind (1984), no detalhamento da armadura na região do furo considera-se uma armadura simétrica para evitar enganos, como mostra a figura 19.

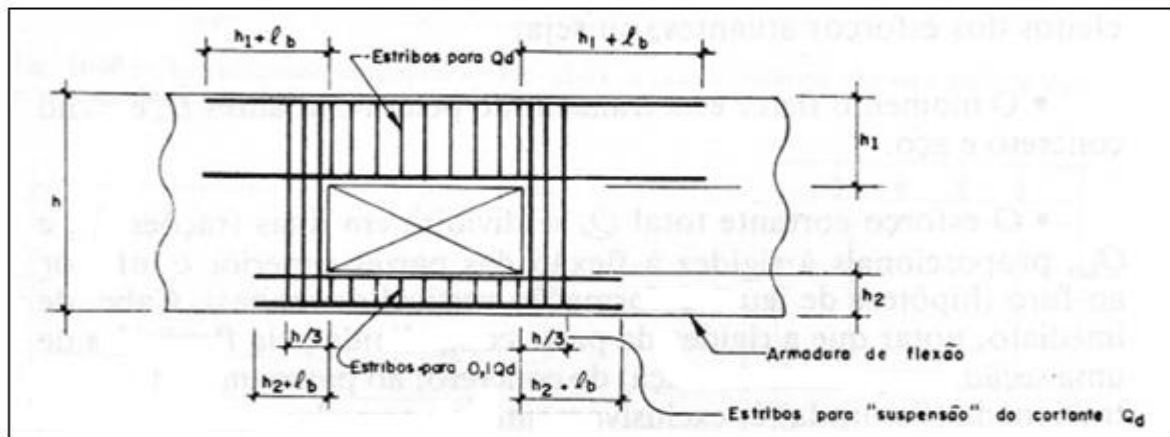


Figura 19 - Detalhamento da armadura de reforço do nó
Fonte: Sussekind (1984).

Sussekind (1984) sugere que o furo deve ser próximo a regiões de cortante nula, para que não seja atingida a espessura do concreto comprimido pela flexão, e assegurar um "tirante" mínimo de 10 cm para conter a armadura de flexão. É usual buscar valores bem baixos para h_2 , para que a cortante seja transmitida pelo banzo superior. Se for necessária que a abertura intercepte a região comprimida por M_d , deve-se adotar armadura de compressão na região do furo para que a linha neutra suba, e não seja interceptada pela abertura.

Para Fusco (1995) o colapso de vigas de concreto armado pode ocorrer segundo ações normais ou ações tangenciais. Entende-se que, no

dimensionamento e verificação, a ruína desses elementos deve ocorrer somente por solicitações normais, e nunca por solicitações tangenciais.

Fusco (1995) considera que no detalhamento das armaduras das vigas com aberturas as bielas diagonais de concreto tenham inclinação entre aproximadamente 30° e 60° em relação ao eixo longitudinal da peça, Figura 20. Na verdade, as bielas podem ter inclinações até menores que 30° ou maiores que 60° , mas não convém considerar as resultantes dessas tensões diagonais fora da faixa mais restrita de $\text{arctg}(3/5)$ e $\text{arctg}(5/3)$.

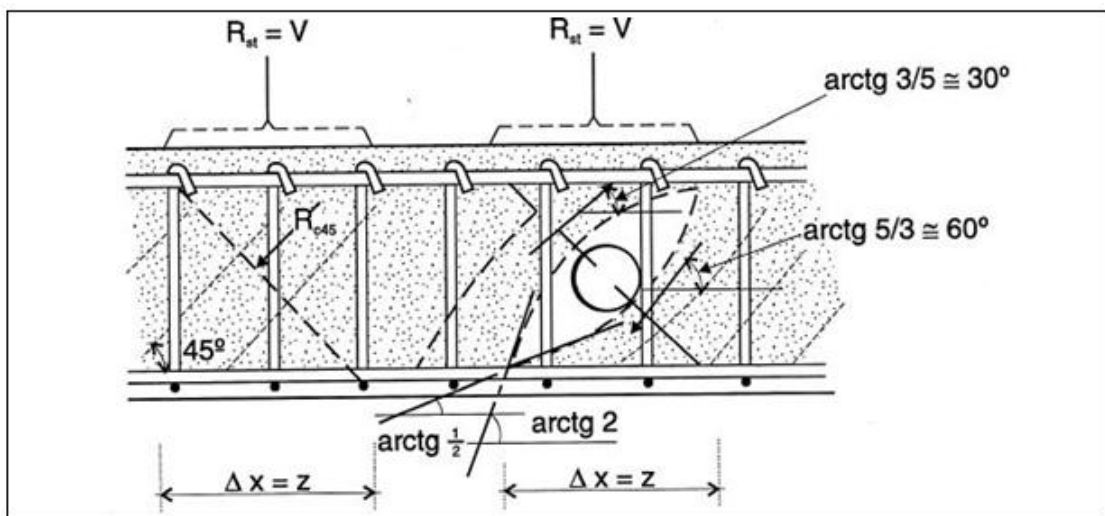


Figura 20 - Detalhamento das armaduras das vigas com aberturas
Fonte: Fusco (1995).

Na figura 21 mostra-se que as aberturas da alma podem tornar não colaborantes certos estribos e que as aberturas múltiplas podem comprometer seriamente a resistência da peça. FUSCO (1995).

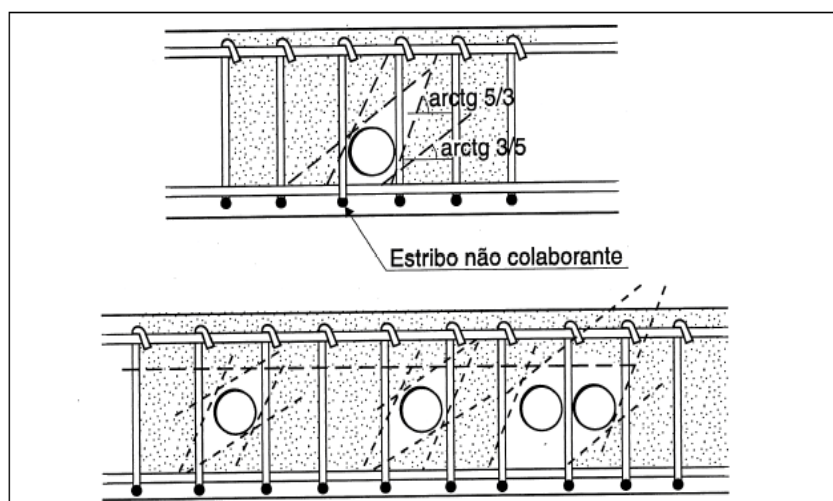


Figura 21 - Estribos não-colaborantes e aberturas múltiplas
Fonte: Fusco (1995).

2.1.5 PRESCRIÇÕES DA NORMA EM VIGOR

A NBR 6118 (2003) prescreve valores limites mínimos para as dimensões de peças estruturais de concreto a fim de evitar um desempenho inaceitável para os elementos estruturais e propiciar condições de execução adequadas.

Em seu item 13.1, a NBR 6118 (2003) recomenda que quando forem previstos furos e aberturas em peças estruturais, deve-se verificar o seu efeito na resistência e na deformação, de modo a não se ultrapassarem os limites previstos nesta Norma.

Segundo a NBR 6118 (2003), os furos têm dimensões pequenas em relação às peças enquanto as aberturas não. Um conjunto de furos muito próximos deve ser tratado como uma abertura.

Conforme a NBR 6118 (2003), furos que atravessam vigas na direção de sua largura dispensam essas verificações, devendo ser respeitadas, as seguintes condições:

- abertura em zona de tração e a uma distância da face do apoio de no mínimo duas vezes a altura da viga ($2h$); NBR 6118 (2003)
- dimensão da abertura de no máximo 12 cm ou um terço da altura ($h/3$); NBR 6118 (2003)
- distância entre faces de aberturas, num mesmo tramo, de no mínimo duas vezes a altura da viga ($2h$); NBR 6118 (2003)
- cobrimentos suficientes e não seccionamento das armaduras. NBR 6118 (2003)

A seguir apresenta-se uma comparação dos limites propostos por alguns autores e a normativa em vigor:

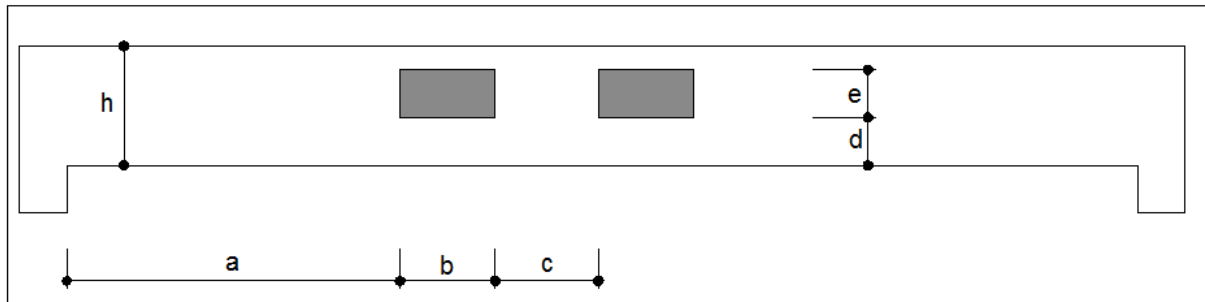


Figura 22 – Dimensões propostas para limites de furos em vigas
Fonte: Autor (2013).

Tabela 1 - Limites para dimensionamento de furos em vigas

DIMENSÕES	LEONHARDT e MONNIG (1978)	SUSSEKIND (1984)	FUSCO (1995)	NBR 6118 (2003)
(a)	$> h$		$\geq h$	$2h$
(b)	$\leq 2 h$	$\leq 1,5 h$	$\leq 1,5 h$	$h/3$ ou 12 cm
(c)		$\geq 1,2 h$		$2h$
(d)		$\geq 10 \text{ cm}$		
(e)				$h/3$ ou 12 cm

Fontes: Autor (2013).

2.2 O MODELO DE BIELAS E TIRANTES

De acordo com Souza (2004), o emprego do Modelo de Bielas e Tirantes para o dimensionamento de armaduras resistentes em estruturas de concreto armado, tem seu princípio no início do século XX, época em que Ritter e Mörsch introduziram a ideia clássica da “Analogia de Treliça”.

Segundo Souza (2004), várias pesquisas contribuíram para o refinamento do método, melhorando os modelos de dimensionamento à ruptura do concreto estrutural e contribuindo para a criação de uma base científica sólida, fundamentada no Limite Inferior da Teoria da Plasticidade.

Entretanto, Souza (2004) enfatiza que a metodologia de resolução de problemas estruturais em concreto, com qualquer formato de geometria, através dos

Modelos de Bielas e Tirantes, teve grande impulso após a publicação dos trabalhos de SCHLAICH e SCHAFER, na década de 80.

Schlaich et al (1987) propuseram uma generalização dos modelos de treliça tornando sua aplicação bastante geral e sendo sua utilização estendida a uma grande variedade de elementos estruturais. Na análise proposta o comportamento dos elementos seria considerado nos seus estados limites, tanto no estado elástico, como plástico, através da modelagem. Denominou-se a esse modelo generalizado de Modelo de Bielas e Tirantes.

Neste capítulo apresentam-se os aspectos importantes que esclarecem o entendimento do Modelo de Bielas e Tirantes, método que tem-se apresentado adequado ao projeto e dimensionamento de estruturas de concreto armado onde o princípio de Bernoulli não pode ser aplicado, como explica Souza (2004).

Para Pinho (1995), o Modelo de Bielas e Tirantes surge como uma generalização do modelo de treliça, aplicável a qualquer zona da estrutura e preferencialmente a estruturas e partes dessas em que não é válida a hipótese de distribuição linear de extensões, como aberturas em vigas.

De acordo com Santos (2006), o modelo tem como grande vantagem a melhor visualização do comportamento da estrutura, podendo-se verificar de modo mais claro a distribuição das tensões.

Para Silva e Giongo (2000), os modelos de bielas e tirantes são representações discretas dos campos de tensão nos elementos estruturais de concreto armado. As bielas são idealizações dos campos de tensão de compressão no concreto e os tirantes, campos de tensão de tração que podem ser absorvidos por uma ou várias camadas de armadura. O modelo idealizado, que é uma estrutura de barras, concentra todas as tensões em barras comprimidas e tracionadas, ligando-as por meio de nós.

Silva e Giongo (2000) explicam ainda que cada barra da treliça representa uma parte de uma viga simples: o banzo inferior é a armadura longitudinal de tração, o banzo superior é o concreto comprimido pela flexão, as diagonais inclinadas de 45° representam o concreto comprimido entre as fissuras (bielas de compressão) e as diagonais tracionadas inclinadas do ângulo α os estribos.

2.2.1 FUNDAMENTOS DO MODELO DE BIELAS E TIRANTES

De acordo com Souza (2004), o Método das Bielas e Tirantes é fundamentado no Teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade que diz que se há um conjunto de cargas externas em equilíbrio com um estado de tensão no interior da estrutura, no qual em nenhum ponto se excede o critério de ruptura para o material, colapsos não podem ocorrer e as cargas externas são um limite inferior para as verdadeiras cargas de colapso.

O Teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade estabelece que um campo tensorial que satisfaz as condições de equilíbrio e de contorno e que não viole o critério de escoamento em nenhum ponto da estrutura, fornece um limite inferior para a estimativa da capacidade de materiais elasto-plásticos perfeitos. No entanto, para que isso seja verdade, o esmagamento do concreto nas escoras e nos nós não pode ocorrer antes do escoamento das armaduras (tirantes ou estribos). (SOUZA, 2004, p. 88)

O Modelo de Bielas e Tirantes adotado geralmente é função da geometria da estrutura e das ações atuantes no contorno. A geometria do modelo pode ser normalmente obtida analisando-se os seguintes aspectos: SILVA e GIONGO (2000).

- tipos de ações atuantes;
- ângulos entre bielas e tirantes;
- área de aplicação das ações e reações;
- número de camadas de armadura;
- cobrimento das armaduras.

Segundo Souza (2004), o Modelo de Bielas e Tirantes pode ser idealizado através do fluxo de tensões elásticas existente na estrutura, por meio do processo do caminho de carga ou através de modelos padronizados.

Souza (2004) aponta ainda que a “Hipótese de Bernoulli” estabelece que: “seções planas perpendiculares ao eixo neutro de uma barra, permanecem planas depois da ocorrência da flexão nessa barra”. Esta hipótese é decorrência de uma simples intuição a respeito do comportamento de um certo elemento estrutural e não é baseada em nenhuma formulação matemática. Contudo, facilita muito o

dimensionamento de elementos de concreto armado, pois é possível assumir que a distribuição de deformações ao longo da altura da seção transversal do elemento é mantida linear, desde o início do carregamento até a ruína.

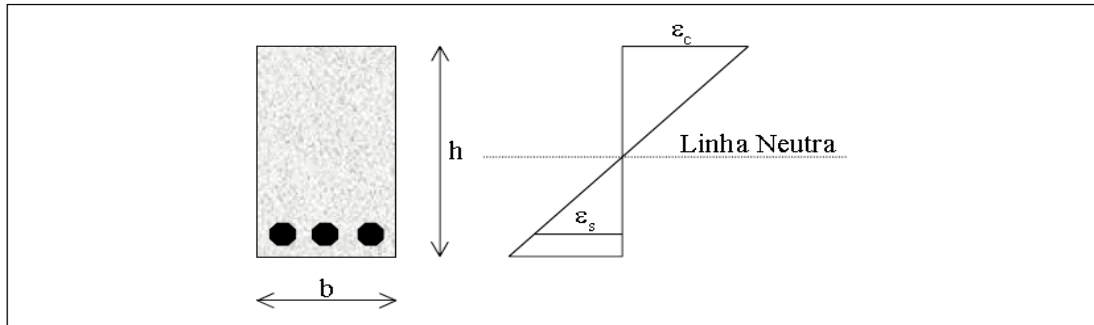


Figura 23 - Distribuição linear de deformações em viga de concreto armado

Fonte: Souza (2004).

No entanto, Souza (2004) afirma que essa simplificação não pode ser estendida para todos os tipos de elementos estruturais, ou mais especificamente, para todas as regiões de um elemento estrutural, conforme se conclui ao estudar o “Princípio de Saint Venant”.

O Princípio de Saint Venant estabelece que se existirem dois sistemas estaticamente equivalentes de forças sendo aplicados na mesma região de um contorno, em corpos diferentes mas geometricamente idênticos, as diferenças ocorridas nas tensões serão desprezíveis em regiões suficientemente afastadas da área de aplicação das cargas. No entanto, imediatamente abaixo do ponto de aplicação das cargas, surgirão diferenças significativas de tensão. (SOUZA, 2004, p. 7)

Segundo Souza (2004), isso pode ser estendido para regiões com geometrias irregulares, que também acabam por provocar uma quebra na linearidade das deformações ao longo da estrutura. Desta maneira costuma-se classificar as causas de perturbação de deformação como sendo de origem estática (causada pela presença de cargas) e geométrica (causada por mudanças bruscas de geometria do elemento estrutural).

2.2.2 REGIÕES DE DESCONTINUIDADES

Na aplicação do Modelo de Bielas e Tirantes, Silva e Giongo (2000) explicam que pode-se subdividir a estrutura em regiões contínuas e descontínuas. As regiões contínuas, ou regiões B, são aquelas em que as hipóteses de Bernoulli, são válidas. Em regiões descontínuas, ou regiões D, essas hipóteses não podem ser aplicadas.

Segundo Meirinhos (2008), é nas regiões D onde se torna necessária a utilização de métodos alternativos de dimensionamento e como tal deve-se começar por identificar tais zonas, onde a distribuição de deformações na secção transversal não é linear.

Da mesma forma, Souza (2004) afirma que nos elementos estruturais para os quais a hipótese simplificadora não pode ser aplicada, ocorrem tensões de cisalhamento significativas. Essas tensões provocam deformações não-planares ao longo da seção transversal, impossibilitando a utilização dos processos correntes de dimensionamento.

Na mesma linha de raciocínio, Meirinhos (2008) afirma que as zonas de descontinuidade surgem quando se está perante pontos de carregamento e zonas de geometria irregular, ou seja, quando se está perante descontinuidades estáticas, geométricas ou ambas.

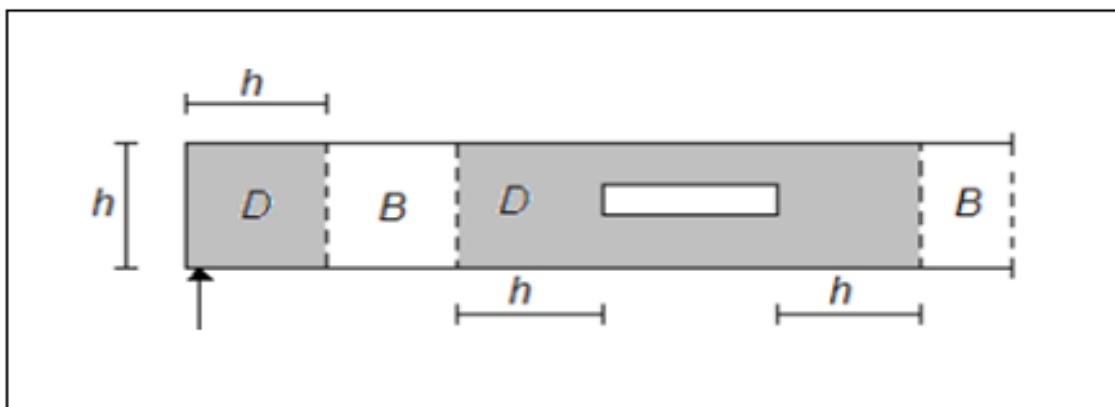


Figura 24 - Exemplos de zonas de descontinuidades
Fonte: Meirinhos (2008).

Ainda, Meirinhos (2008) afirma que a determinação de zonas de descontinuidade pode ser feita aplicando-se o Princípio de Saint-Venant em que se admite que a dimensão do comprimento no qual se dá a regularização das tensões

se aproxima muito da altura da maior secção transversal do elemento. Essa regularização dá-se para ambos o lados do elemento a partir da força aplicada ou variação de secção.

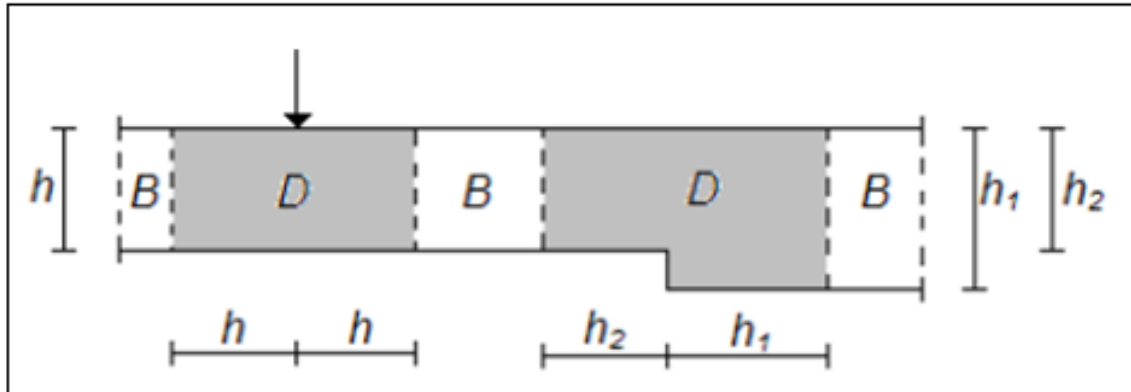


Figura 25 - Exemplo de zona de descontinuidade
Fonte: Meirinhos (2008).

2.2.3 PROCESSOS DE CAMINHO DA CARGA

Para Silva e Giongo (2000), os modelos de bielas e tirantes podem ser sistematicamente desenvolvidos por meio do fluxo de tensões dentro da estrutura pelo processo do caminho da carga. Deve-se, primeiramente, assegurar que o equilíbrio externo da região a ser modelada seja atendido pela determinação de todos os esforços atuantes no contorno. O caminhamento das cargas no interior da estrutura ocorre por meio de campos de tensões de tração e compressão que serão representados por modelos de bielas e tirantes, respectivamente.

Nesse sentido, Souza (2004) concorda que ações uniformemente distribuídas no contorno de uma região são substituídas por forças concentradas equivalentes, de maneira que as ações de um lado da estrutura, depois de percorrerem um determinado caminho de carga, encontrem do outro lado ações que as equilibrem. Os caminhos de carga devem ser alinhados e não podem se interceptar.

Além disso, Souza (2004) afirma que duas ações opostas devem ser interligadas por caminhos de carga os mais curtos possíveis. As curvaturas existentes nesses caminhos de carga representam concentrações de tensões e, em situações onde existam várias alternativas de modelos, o mais adequado será sempre aquele que possui o caminho de carga mais curto.

Após serem desenhados todos os caminhos de carga entre as ações externas, Silva e Giongo (2000) orientam que deve-se substituí-los por linhas de um polígono que são divididas por bielas e tirantes, sendo as bielas representadas por linhas interrompidas e os tirantes, por linhas contínuas. Depois disso, outras bielas e tirantes devem ser acrescentados para equilíbrio dos nós.

Meirinhos (2008) explica que os caminhos de carga representam as zonas mais carregadas da estrutura, ou seja, as zonas críticas do modelo. Mas, é necessário haver um equilíbrio na estrutura interna de bielas e tirantes, acrescentando-se bielas ou tirantes que garantam esse equilíbrio. Nas bielas ou tirantes acrescentados há já uma grande mobilidade na sua localização já que não são de modo algum críticas no funcionamento do modelo.

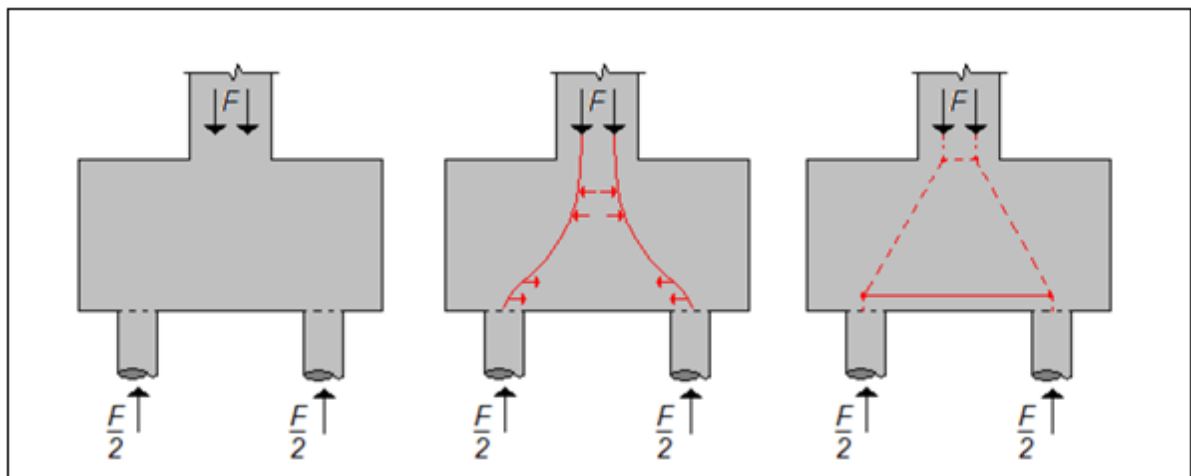


Figura 26 - Caminho de carga formado num bloco de estacas
Fonte: Meirinhos (2008).

2.2.4 NÓS OU REGIÕES NODAIS

Santos (2006) conceitua um nó, ou região nodal, como uma idealização de um volume de concreto no qual ocorrem mudanças bruscas nas direções das forças, provindas das bielas comprimidas, dos tirantes tracionados, de forças de ancoragem e forças externas (ações concentradas ou reações de apoio).

Silva e Giongo (2000) explicam que os nós do modelo são uma idealização simplificada da realidade. No modelo, o nó, pontual, representa uma mudança brusca na direção das forças. Já em um elemento estrutural real de

concreto armado, essas mudanças bruscas nas direções das forças ocorrem numa determinada largura e num determinado comprimento do elemento estrutural.

Souza (2004) explica que podem surgir quatro tipo de regiões nodais:

- CCC – É uma região nodal circundada apenas por bielas;
- CCT – É uma zona nodal circundada por bielas e por um único tirante;
- CTT – É uma zona nodal circundada por uma biela e por tirantes em uma ou mais direções;
- TTT – É uma zona nodal circundada por três ou mais tirantes.

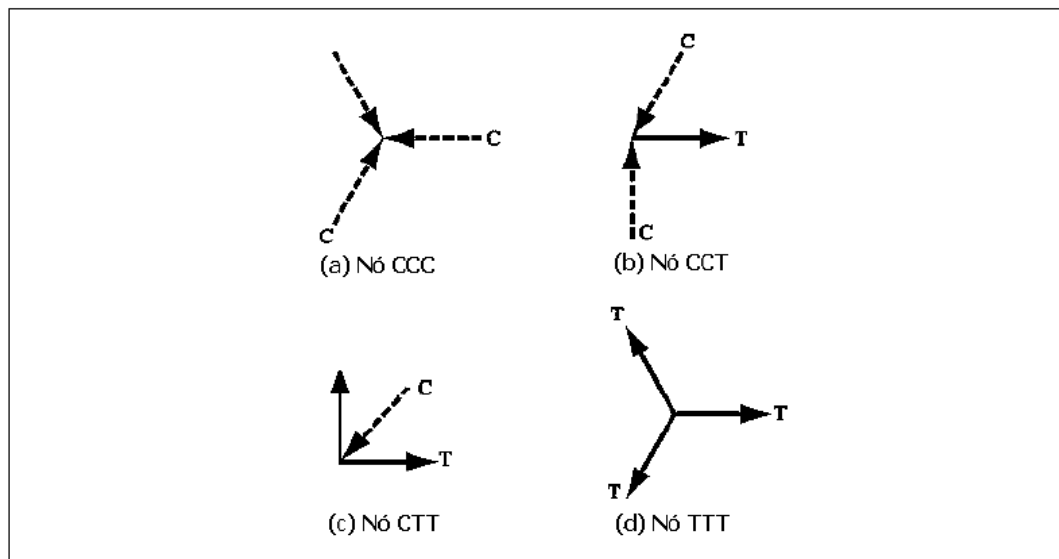


Figura 27 - Regiões nodais possíveis no Método das Bielas e Tirantes
 Fonte: Souza (2004).

2.2.5 BIELAS

Segundo McGregor e Wight (2011), em um modelo de bielas e tirantes, as bielas de concreto representam campos de tensão de compressão. Embora sejam frequentemente idealizadas como membros prismáticos ou afilando uniformemente, as bielas geralmente variam em seção transversal ao longo do seu comprimento. Isso porque os campos de tensões de concreto são mais largos no comprimento médio da biela do que nas extremidades. As bielas que mudam de

largura ao longo do comprimento do elemento são por vezes chamadas de “garrafa”, devido à sua forma.

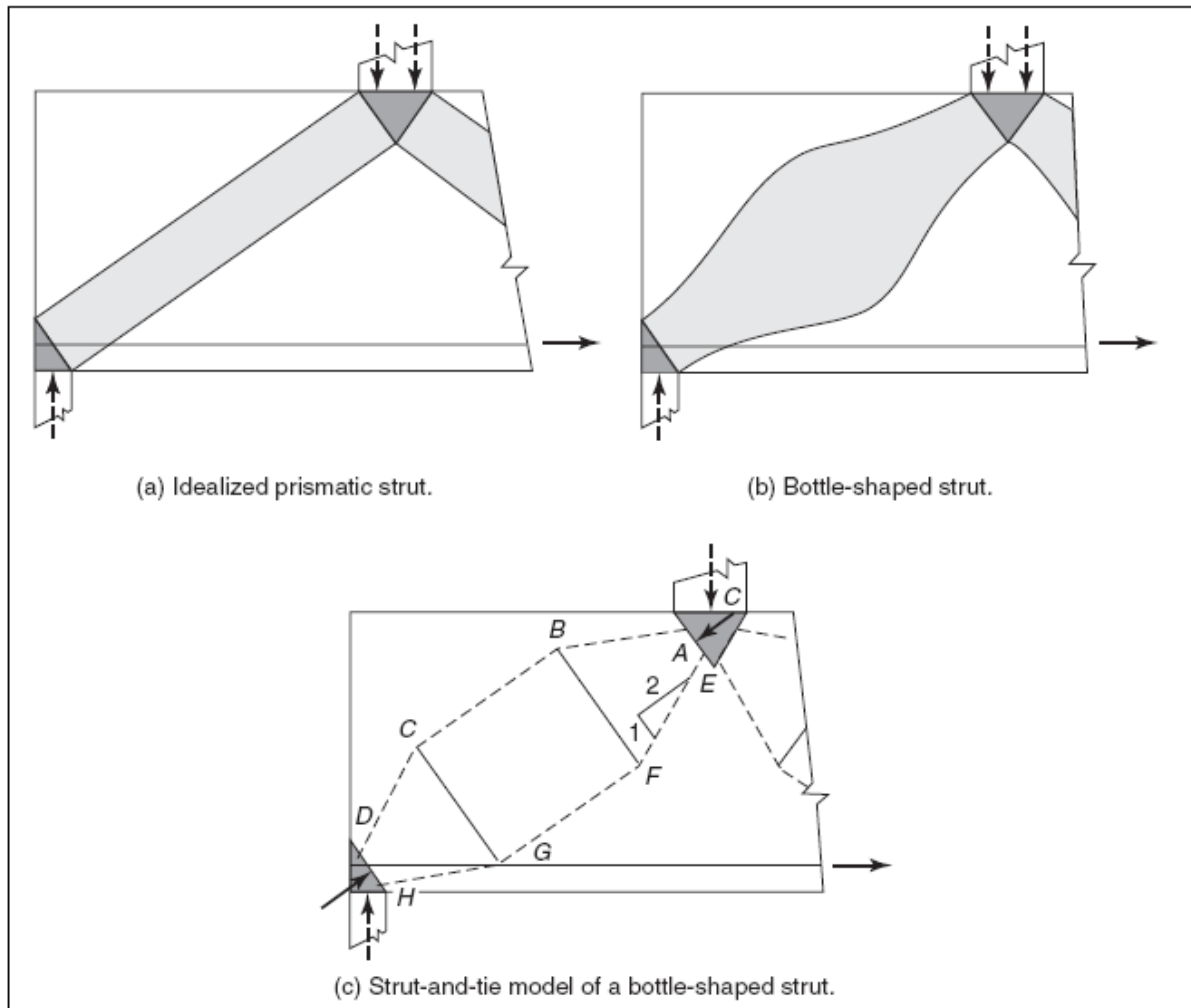


Figura 28 - Biela prismática e em formato de garrafa

Fonte: McGregor e Wight (2011).

Silva e Giongo (2000) explicam que a resistência à compressão das bielas é menor do que a resistência à compressão dos banzos comprimidos pelo efeito da tração da armadura que as atravessa. Os autores seguem os seguintes valores para as resistências das bielas sugeridos por Schafer e Schlaich (1988):

- 0,85 fcd para um estado uniaxial de tensões e sem perturbações;
- 0,68 fcd para campos de tensão de compressão com fissuras paralelas às tensões de compressão;
- 0,51 fcd para campos de compressão com fissuras inclinadas.

Já Fusco (1994), propõe os seguintes valores para as resistências das bielas:

Para $f_{ck} \leq 40$ MPa:

- 1,00 fcd para bielas confinadas em estado plano de tensão;
- 0,85 fcd para bielas não confinadas;
- 0,60 fcd para bielas não confinadas e fissuradas;

Para $f_{ck} > 40$ MPa:

- 0,90 fcd para bielas confinadas em estado plano de tensão;
- 0,80 fcd para bielas não confinadas;
- 0,50 fcd para bielas não confinadas e fissuradas;

Segundo Souza (2004), a NBR 6118 (2003) não descreve formalmente um parâmetro de resistência efetiva para as bielas de concreto. No entanto, a partir das expressões de dimensionamento das armaduras transversais de vigas, chega-se a expressão:

$$0,60 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \cdot f_{cd}$$

2.2.6 TIRANTES

Silva e Giongo (2000) explicam que as forças nos tirantes devem ser absorvidas pelas barras da armadura, sendo a área da armadura necessária obtida por meio da força do tirante e da resistência de escoamento de cálculo do aço considerando o Estado Limite Último:

$$A_s = \frac{\gamma_f \cdot R_{st}}{f_{yd}}$$

Onde:

- As*: área necessária do tirante;
- Rst*: força de tração atuante;
- fyd*: resistência ao escoamento de cálculo do aço;
- γf*: coeficiente de majoração das ações.

2.2.7 ROTINA DE PROJETO

Silva e Giongo (2000) apresentam um roteiro para o projeto de elementos estruturais segundo o Modelo de Bielas e Tirantes:

- divide-se a estrutura em regiões B e D;
- isola-se a região D;
- determinam-se os esforços solicitantes no contorno;
- aplica-se o processo do caminho da carga;
- dimensionam-se os tirantes;
- verificam-se as tensões nas bielas e regiões nodais;
- definem-se o tipo e os comprimentos de ancoragem;
- faz-se o arranjo das armaduras.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O presente trabalho trata-se de uma análise de furos em vigas de concreto armado variando a posição de furos e o tamanho de furos na alma das vigas.

Após um resumo de estudos sobre vigas com furos e aberturas na alma, sobre limitações e orientações propostas por pesquisadores sobre o assunto, será apresentada, neste capítulo, o método para a consecução dos objetivos da pesquisa científica.

Método, para Lakatos e Marconi (2003), “é conjunto das atividades sistemáticas e racionais que, com maior segurança e economia, permite alcançar o

objetivo - conhecimentos válidos e verdadeiros - traçando o caminho a ser seguido, detectando erros e auxiliando as decisões”.

Ainda, Lakatos e Marconi (2003), afirmam que “não há ciência sem o emprego de métodos científicos”.

O procedimento baseia-se na análise de um estudo de caso desenvolvido por Silva e Giongo (2000), que aplicaram analiticamente os modelos de bielas e tirantes no dimensionamento de uma viga biapoiada com abertura na alma.

Apresentado a solução analítica de Silva e Giongo (2000) serão propostas variações da viga modelo e desenvolvidas análises por meio do programa CAST.

3.1 ROTEIRO DA PESQUISA

O trabalho foi dividido em quatro etapas principais, conforme ilustrado na figura a seguir e comentado na continuação.

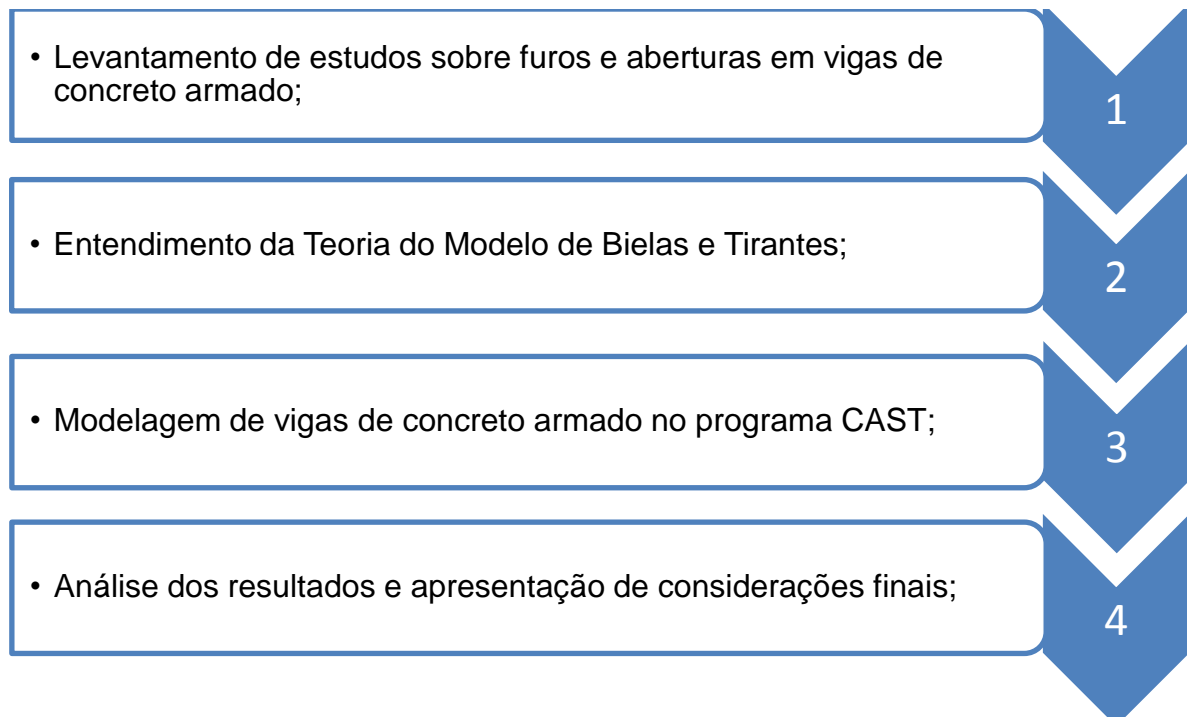


Figura 29 - Roteiro da pesquisa

Fonte: Autor (2013).

1. Apresentou-se orientações e limitações de uso, propostas por pesquisadores, sobre vigas em concreto armada com furos e aberturas na alma. Nessa etapa também abordou-se considerações sobre o dimensionamento e detalhamento da região do furo ou abertura.
2. Na sequência, procedeu-se a uma revisão bibliográfica sobre os Modelos de Bielas e Tirantes;
3. Em seguida, realizar-se-á a modelagem de vigas de concreto armado com aberturas na alma através do programa CAST.
4. Encerra-se este trabalho com a análise dos resultados e com a apresentação das considerações finais.

3.2 UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA CAST

O programa CAST - Computer Aided Strut-and-Tie é uma ferramenta de design gráfico capaz de realizar a análise e o dimensionamento de uma estrutura de concreto armado com base nos modelos de bielas e tirantes.

Começou a ser desenvolvido em 1997 na Universidade de Illinois, nos Estados Unidos, e passou por diversas atualizações, sendo, a partir de 2000, disponibilizado para acesso livre no site <http://www.dankuchma.com/stm/CAST/>.

De acordo com Santos (2006), por meio do programa CAST podem ser desenvolvidos aspectos referentes à análise da região D pelos modelos de bielas e tirantes, desde as propriedades dos materiais, a geometria da região D, as condições de contorno e carregamentos aplicados, as dimensões dos elementos e limites de resistência dos mesmos, até a análise das regiões nodais.

O mesmo autor comenta sobre a interface do programa a qual permite simples utilização e possibilita a concepção e a modificação de elementos estruturais e dos possíveis modelos de bielas e tirantes.

Entretanto, Santos (2006) chama a atenção para o fato do programa não dispor de um processo de otimização que determine automaticamente o modelo de bielas e tirantes mais adequado, sendo necessária a definição do modelo por parte do usuário. O usuário ainda deve possuir embasamento teórico acerca do modelo de bielas e tirantes, suas limitações e peculiaridades.

A seguir, apresenta-se um diagrama com os procedimentos para modelagem com o programa CAST, extraído do site do programa.

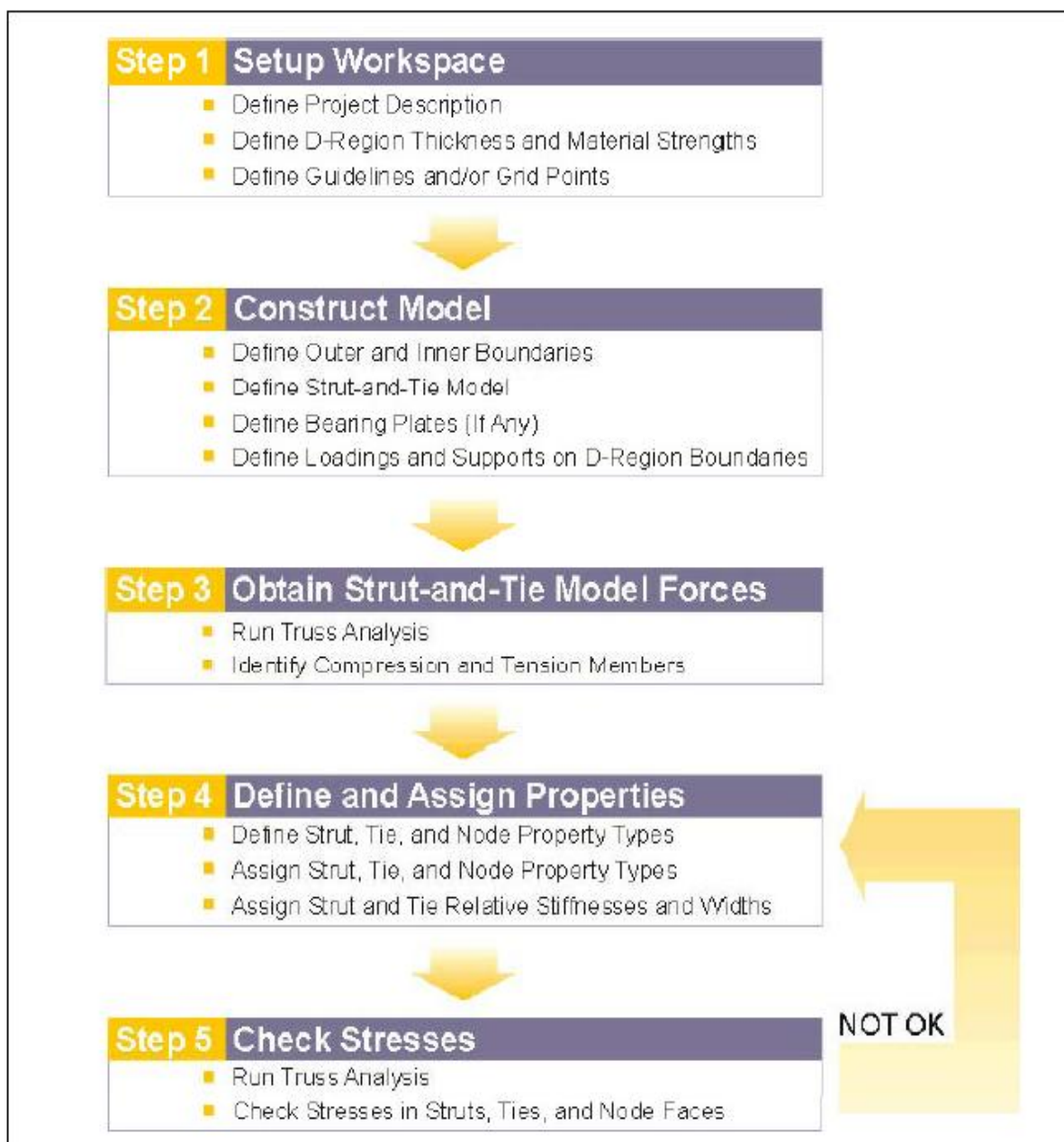


Figura 30 - Procedimentos para modelagem no programa CAST

Fonte: <http://www.dankuchma.com/stm/CAST/procedure.htm>


Ao começar um novo projeto o software CAST solicitará algumas informações de descrição do projeto conforme janela a seguir:

Figura 31 - Descrição do projeto
Fonte: CAST (2000)

Em seguida, devem ser estabelecidas algumas propriedades gerais do projeto, que incluem características dos materiais:

Figura 32 - Janela de definição das propriedades gerais
Fonte: CAST (2000)

Um recurso muito interessante do software para alguém que está começando sua utilização é a possibilidade de se traçar linhas auxiliares para o traçado geométrico do elemento em estudo. Seriam linhas de chamada, configuradas através da inserção de coordenadas no eixo x e no eixo y na área de

trabalho do software. A janela para obter o recurso é acionada com o botão  (ou pressionando *shift* + F3).

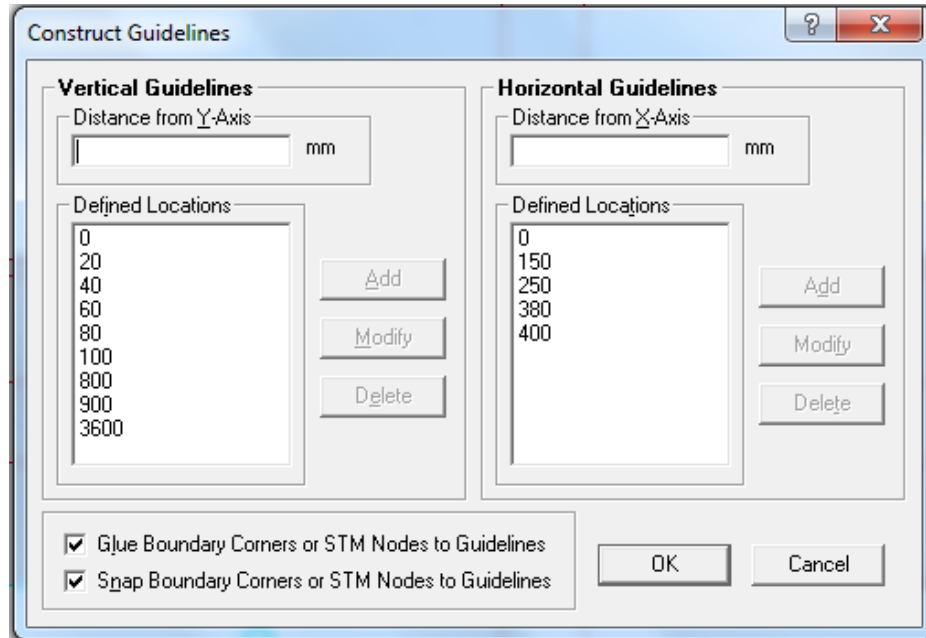


Figura 33 - Janela de definição das linhas diretrizes
Fonte: CAST (2000)

A construção das linhas diretrizes permite ainda o alinhamento dos nós e dos carregamentos da estrutura.

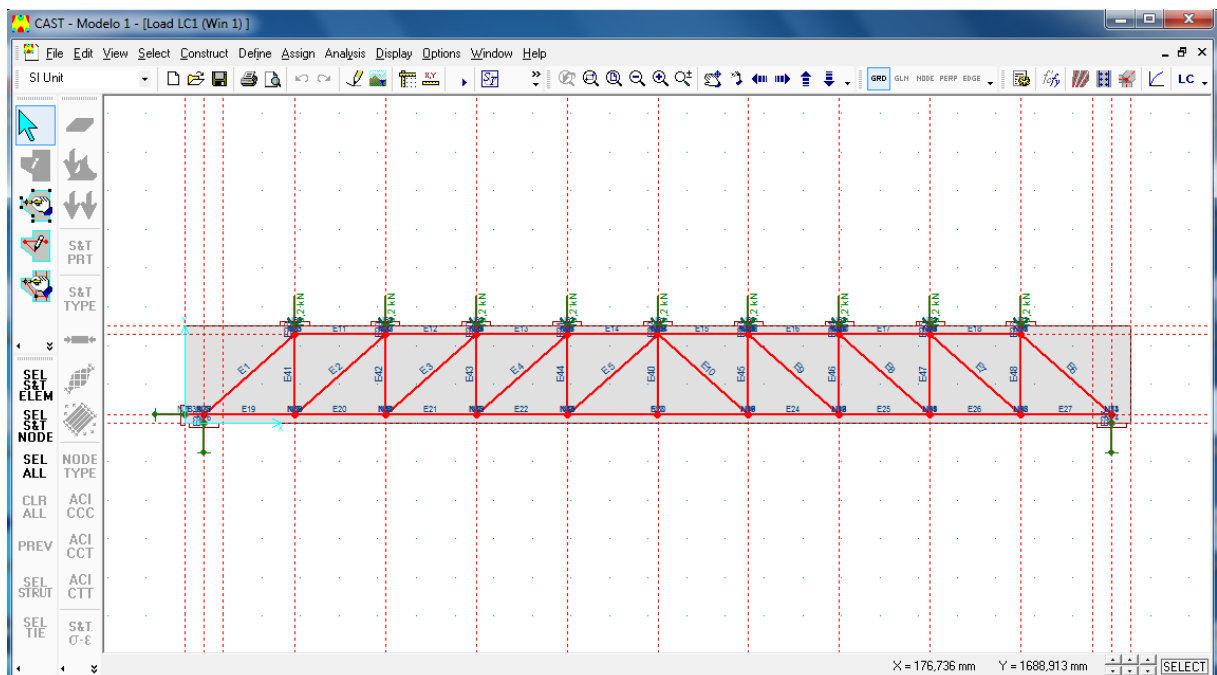


Figura 34 - Alinhamento dos nós e dos carregamentos da estrutura
Fonte: CAST (2000)

Depois da definição de todas propriedades geométricas e características dos materiais do projeto, executa-se a análise do carregamento, clicando na aba *Analysis*, e logo após em *Run Design Calculations*. Na figura, os elementos de compressão são representados por linhas tracejadas azuis, enquanto os elementos de tração são representados por linhas sólidas de laranja.

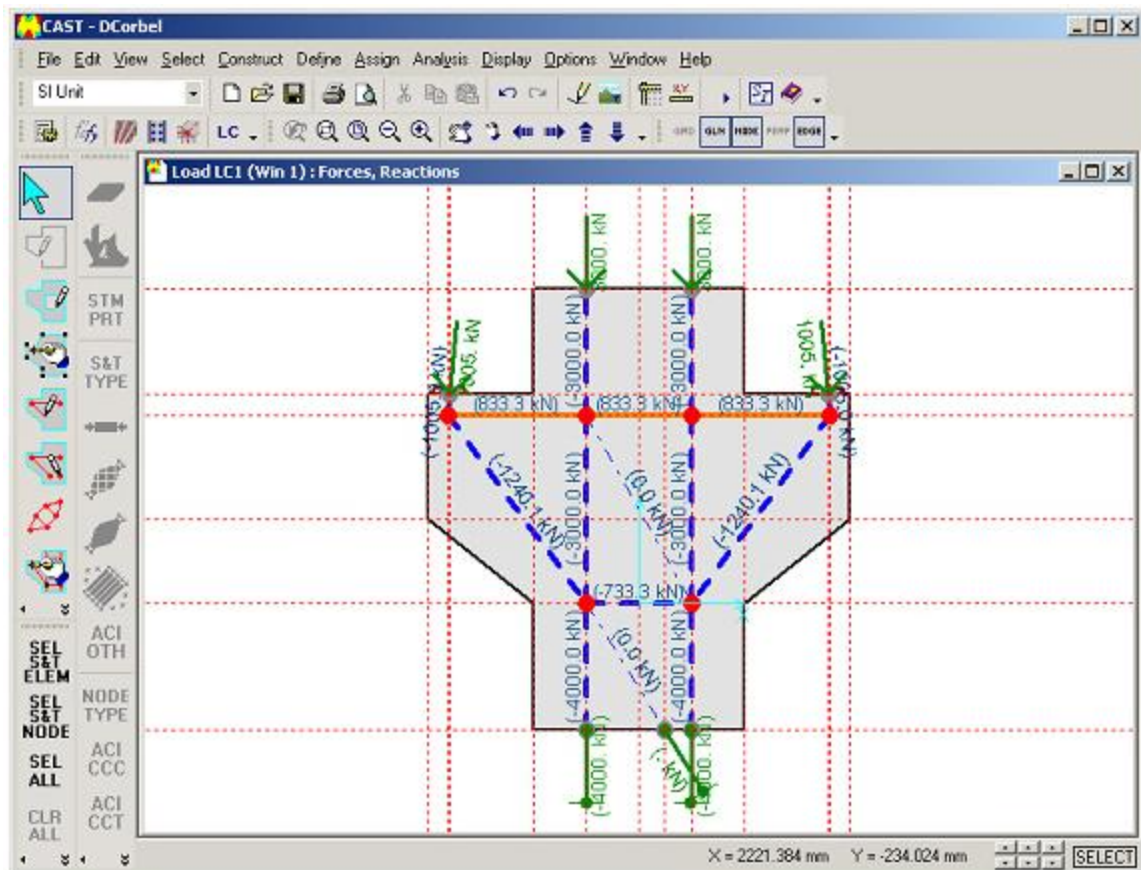


Figura 35 - Elementos de compressão e elementos de tração

Fonte: CAST (2000)

Durante a verificação do Modelo de Bielas e Tirantes construído no CAST são apresentadas tabelas com os resultados obtidos que podem ser exportadas facilmente para o Microsoft Excel, para manipulação dos dados.

4 MODELAGEM DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

A metodologia desenvolvida nesse trabalho fundamentou-se no estudo de quatro modelos de vigas biapoiadas a partir da variação de um modelo teórico com a finalidade de aplicar os limites apresentados por autores e verificar os resultados no programa CAST.

O modelo teórico adotado na pesquisa foi apresentado inicialmente por Silva e Giongo (2000), e trata-se de uma viga de concreto armado simplesmente apoiada com abertura e dimensões indicadas na figura 36, com a finalidade de permitir a passagem de dutos.

A viga possui dimensões de seção transversal iguais a 20 cm de largura e 50 cm de altura. O concreto é de classe C20 e as barras de aço de categoria CA-50. A ação é uniformemente distribuída e de módulo igual a 14KN/m.

A seguir tem-se o modelo de viga com abertura desenvolvido por Silva e Giongo (2000):

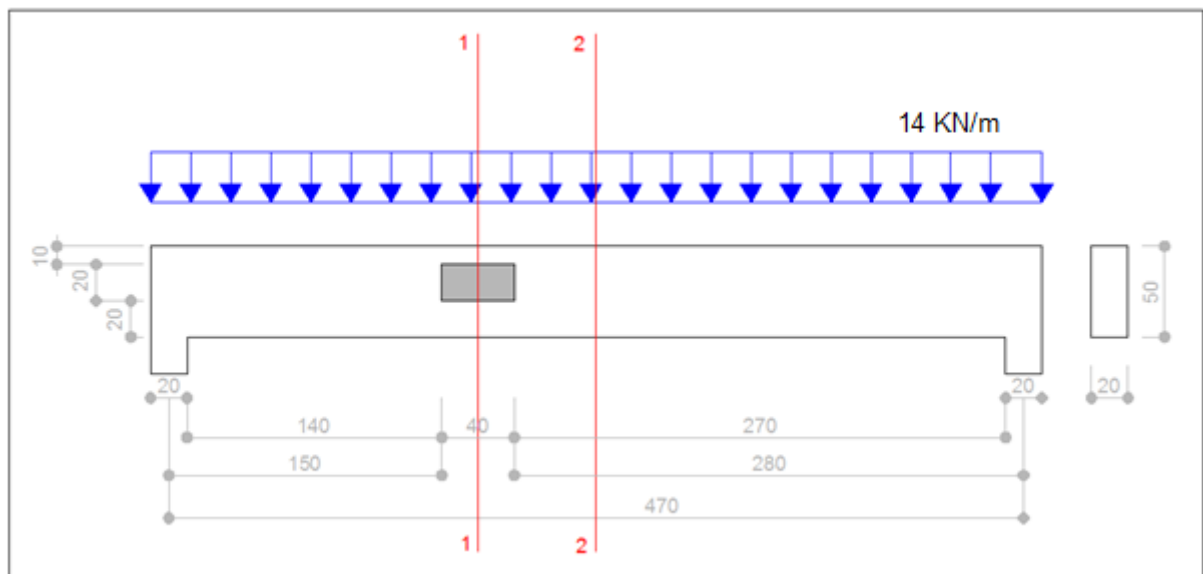


Figura 36 – Viga Modelo
 Fonte: Silva e Giongo (2000).

A NBR 6118 (2003) orienta que o efeito de tal abertura na resistência da viga deve ser verificado, pois apesar da abertura estar a uma distância maior do que $2h$ da face do apoio, ela pode estar interceptando uma biela de compressão.

Para furos que atravessam vigas na direção de sua largura, deve ser respeitada, para dispensa da verificação, a condição de que a abertura esteja na zona de tração e a uma distância da face do apoio de no mínimo $2h$, onde h é a altura da viga.

Ainda, as dimensões da abertura, comprimento de 40 cm e altura de 20 cm, são superiores às permitidas - abertura de no máximo 12 cm ou $h/3$. (NBR 6118, 2003)

Dessa forma, foram considerados como valores padrões iniciais:

- a geometria da viga: comprimento, largura e espessura;
- as condições de contorno: carregamento e apoios; e
- as características dos materiais: resistências do concreto e do aço.

Como variáveis, serão considerados:

- a geometria do furo e abertura; e
- a posição do furo e abertura.

A seguir estão algumas propriedades atribuídas a todas as vigas objetos deste estudo:

- Seção transversal: $b_w = 200$ mm; $h = 400$ mm
- Comprimento efetivo da viga: 4700 mm
- Concreto: C20: $F_{ck} = 20$ MPa
- Aço CA-50 = 500 MPa
- Coeficiente de ponderação das ações: $\gamma_f = 1,4$
- Coeficiente de ponderação de resistência do concreto: $\gamma_c = 1,4$
- Coeficiente de ponderação de resistência do aço: $\gamma_s = 1,15$

4.1 RESOLUÇÃO ANALÍTICA: SILVA E GIONGO (2000)

O cálculo dos esforços solicitantes foram realizados considerando as condições de vinculação e o tipo da ação aplicada.

- $R_k = 14 \text{ [KN/m]} \cdot (4,7 / 2) \text{ [m]} = 32,9 \text{ KN}$
- $V_k = 32,9 \text{ KN}$
 $V_d = 1,4 \cdot V_k = 46,06 \text{ KN}$

Na seção do meio do vão (seção 2-2) tem-se:

- $M_{k2} = 38,7 \text{ KN} \cdot \text{m}$
 $M_{d2} = 1,4 \cdot M_{k2} = 54,2 \text{ KN.m}$
- $V_{k2} = 0$

Na seção que coincide com o meio da abertura (seção 1-1), os esforços solicitantes são:

- $M_{k1} = 35,7 \text{ KN} \cdot \text{m}$
 $M_{d1} = 1,4 \cdot M_{k1} = 50,0 \text{ KN.m}$
- $V_{k2} = 9,1 \text{ KN}$

A Tabela 2, apresentado por Silva e Giongo (2000), define as áreas das armaduras necessárias para absorver as tensões de tração oriundas da ação do momento fletor. Os autores afirmam que devidas as seções serem muito próximas adotou-se a mesma quantidade de barras de $4 \phi 10,0 \text{ mm}$.

Tabela 2 - Limites para dimensionamento de furos em vigas

Seção	Md (KN . M)	kc	βx	x (cm)	ks	As (cm ²)	ϕ
2-2	54,2	8,15	0,13	6,11	0,024	2,77	4 ϕ 10,0
1-1	50	8,84	0,12	5,64	0,024	2,55	4 ϕ 10,0

Fonte: Silva e Giongo (2000).

Para o cálculo dos esforços nas barras da treliça hipotética, Silva e Giongo (2000), fundamentaram-se na topologia desenvolvida para esse tipo de abertura por Cook & Mitchell (1988). Nesse modelo o momento fletor e a força cortante que atuam na seção 1-1 são substituídos pelo binário equivalente e pela resultante das forças atuantes à esquerda da seção.

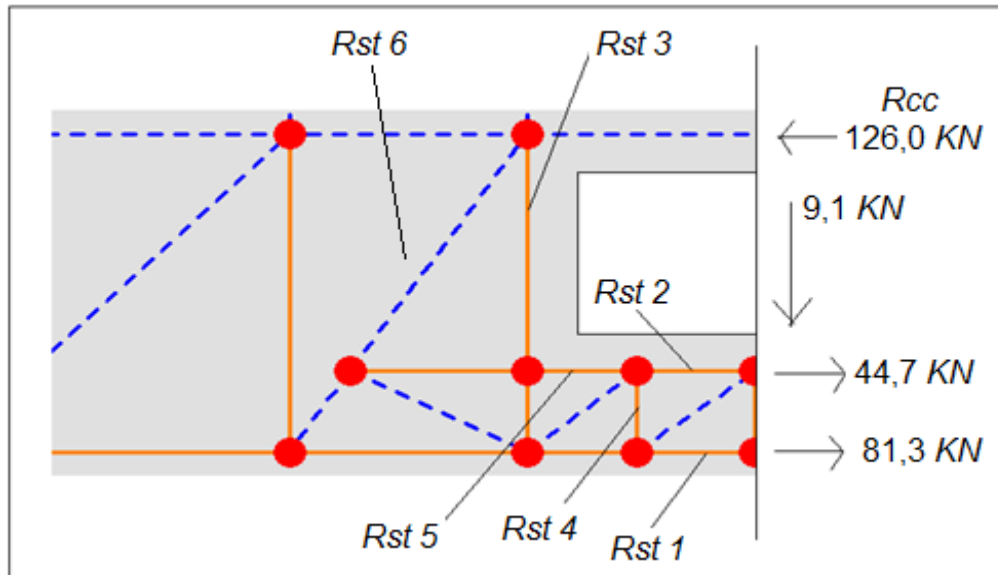


Figura 37 - Tensões nas barras
Fonte: Silva e Giongo (2000).

Determinou-se para a seção 1-1 o valor da posição da linha neutra e os respectivos braços de alavanca, a seguir:

- $x = 5,64 \text{ cm}$
- $z_1 = 45 \text{ cm}$
- $z_2 = 30 \text{ cm}$

As forças dos binários são determinadas assim:

- $\mathbf{Rcc1} = Acc \cdot fcd1 = 20 \cdot 5,64 \cdot 0,782 (2,0/1,4) = 126,0 \text{ KN}$
- $Rst1 (z_1 - z_2) + Rcc1 z_2 = Md \rightarrow \mathbf{Rst1} = 81,3 \text{ KN}$
- $Rst1 + Rst2 = Rcc1 \rightarrow \mathbf{Rst2} = 44,7 \text{ KN}$

Considerando os equilíbrios dos nós, obteve-se as forças nos tirantes e na biela junto à face superior da viga:

- $R_{st1} = 81,3 \text{ KN}$, $R_{st2} = 44,7 \text{ KN}$, $R_{st3} = 18,2 \text{ KN}$,
- $R_{st4} = 9,1 \text{ KN}$, $R_{st5} = 62,3 \text{ KN}$ e $R_{cc1} = 126 \text{ KN}$

Tabela 3 - Definição das armaduras

ARMADURAS	EQUACIONAMENTO	ADOTADO
Armadura de tração inferior	$As1 = R_{st1} / f_{yd} = 1,87 \text{ cm}^2$	3 ϕ 10,0mm
Armadura de tração junto à face inferior da abertura	$As2 = R_{st2} / f_{yd} = 1,03 \text{ cm}^2$	2 ϕ 10,0mm
Armadura de suspensão ao lado da abertura	$As3 = R_{st3} / f_{yd} = 0,42 \text{ cm}^2$	1 estribo de dois ramos de ϕ 6,3mm
Estribos verticais abaixo da abertura	$As4 = R_{st4} / f_{yd} = 0,21 \text{ cm}^2$	2 estribos de dois ramos de ϕ 6,3mm

Fonte: Silva e Giongo (2000).

4.2 RESOLUÇÃO DA VIGA MODELO POR MEIO DO PROGRAMA CAST

A treliça do modelo de bielas e tirantes adotada para a resolução viga de concreto armado com abertura levou em consideração a análise do fluxo de tensões desenvolvida por Cook & Mitchell (1988).

Na configuração da treliça optou-se por transformar o carregamento distribuído em cargas nodais, com a desconsideração dos dois nós extremos. Assim foi possível comprovar a idéia de que, para vigas com essa configuração, muito usual nas estruturas, as regiões superiores das extremidades praticamente não têm função estrutural, confirmando o conceito de que o banzo superior, paralelo ao inferior na região central da viga, tende a se inclinar até se encontrar com o banzo inferior na região do apoio.

Os tirantes estão orientados segundo a direção horizontal e vertical de modo a facilitar uma execução prática já que deste modo as armaduras principais da estrutura também serão, sobretudo, horizontais e verticais.

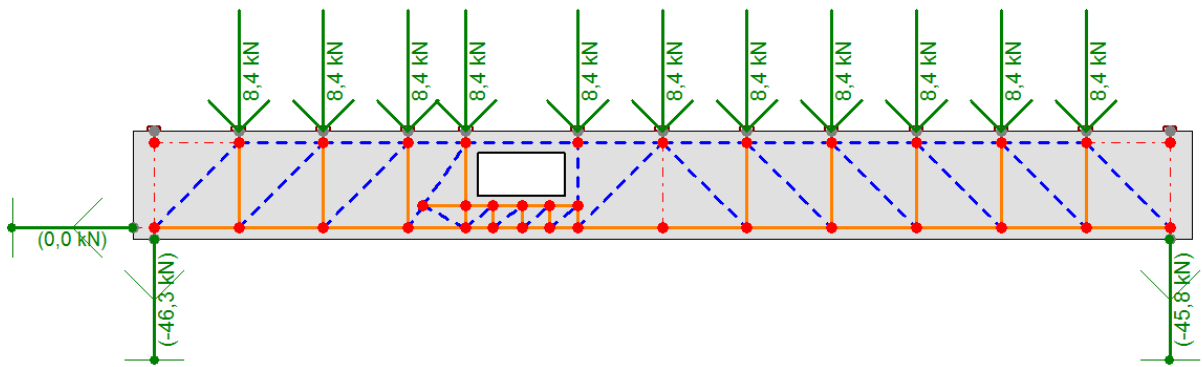


Figura 38- Viga Modelo 1

Fonte: Autor (2013)

As bielas são representadas por linha azuis descontínuas e os tirantes por linhas alaranjadas contínuas. Ainda, os pontos vermelhos representam os nós internos da viga, pertencentes à treliça, e os pontos cinzas, são os nós situados nas faces da viga, nos quais são aplicados os carregamento e definidos os apoios. As barras vermelhas descontínuas denominam-se estabilizadores, que são elementos componentes da treliça que para determinadas condições de apoio e ações atuantes, não são solicitados.

A largura das escoras e tirantes está compreendida dentro da área da peça, já que este fator é limitativo na sua resistência.

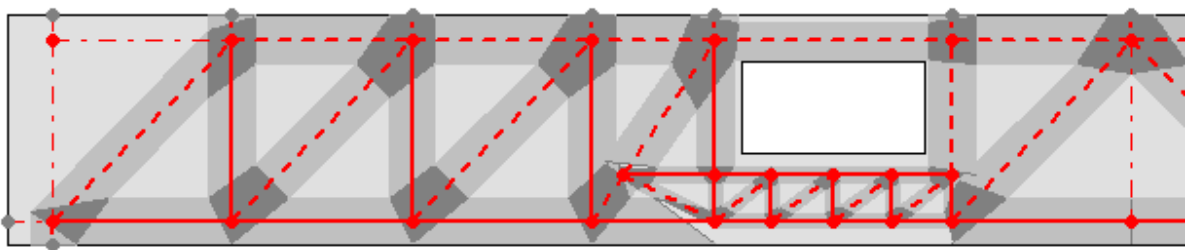


Figura 39 - Áreas de influência

Fonte: Autor (2013)

Nas modelagens, foram atribuídos coeficientes de ponderação dos materiais ligeiramente diferentes dos utilizados nas verificações da norma. O CAST (2000) utiliza como padrão para todas as verificações e, portanto, para todos os coeficientes, os valores e recomendações do ACI.

Sendo assim, o coeficiente de ponderação dos materiais é fator multiplicador de suas resistências. Nas modelagens optou-se por admitir as considerações e as verificações referentes ao ACI, exceto para os valores dos coeficientes de ponderação do concreto (ϕ_c) e do aço (ϕ_s) que assumiram, respectivamente: $\phi_c = 0,75$ e $\phi_s = 0,85$

Assim, após o modelo estar geometricamente definido procede-se ao cálculo estático das forças que atuam nas bielas e tirantes usando-se para isso a função *Analysis* do programa CAST.

A seguir apresentam-se as respostas obtidas na modelagem da viga modelo.

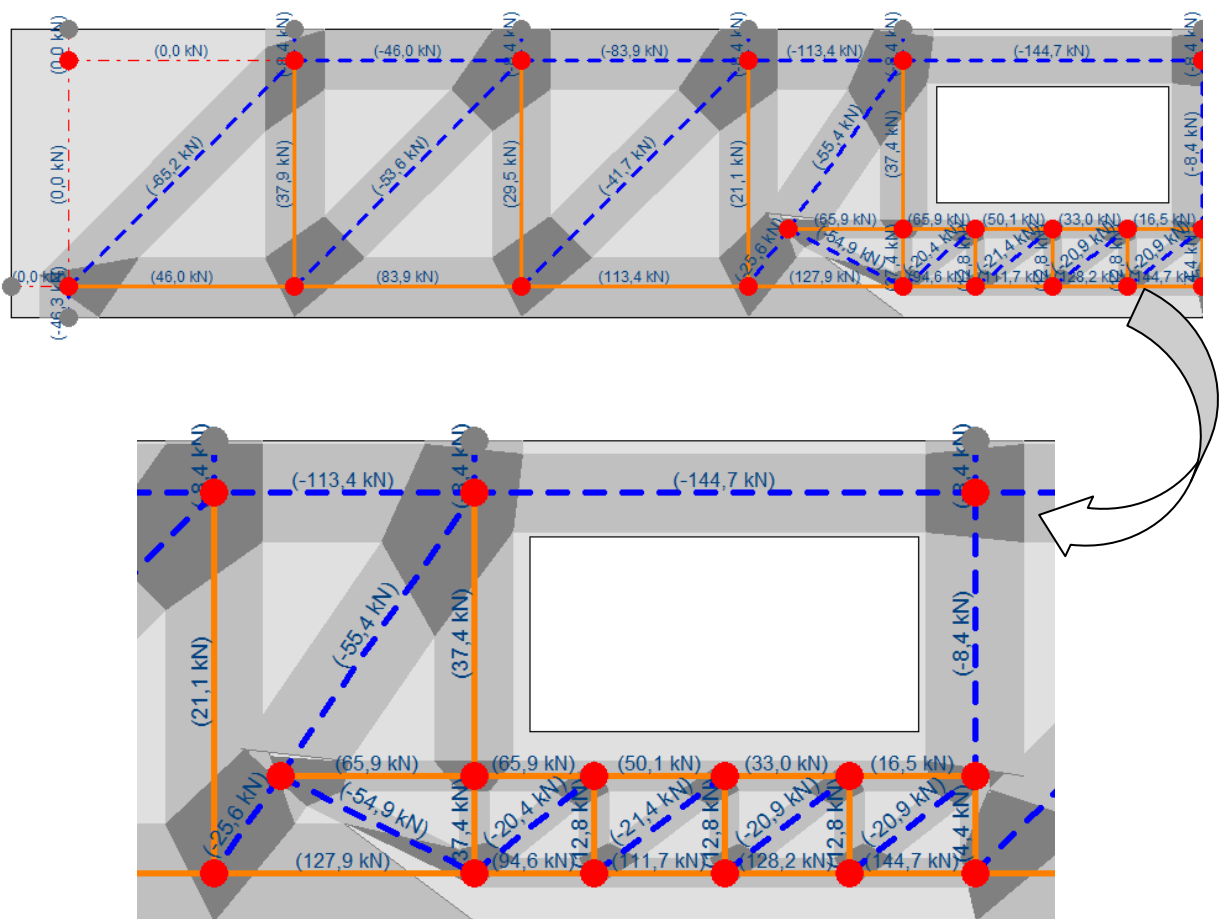


Figura 40 - Esforços nas barras
Fonte: Autor (2013)

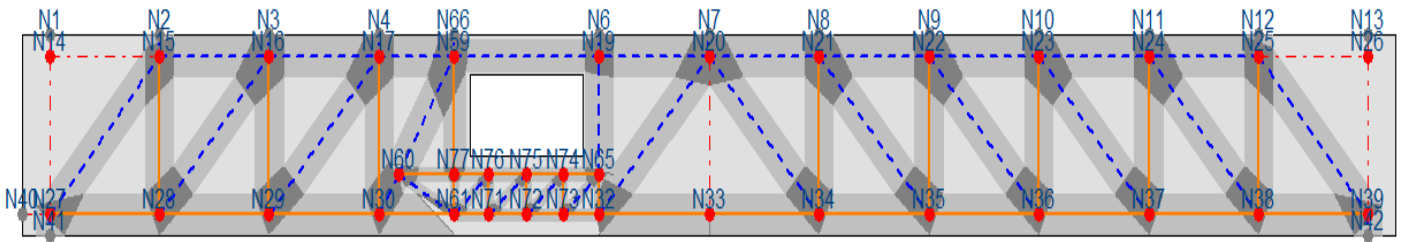


Figura 41 - Esquema dos nós
 Fonte: Autor (2013)

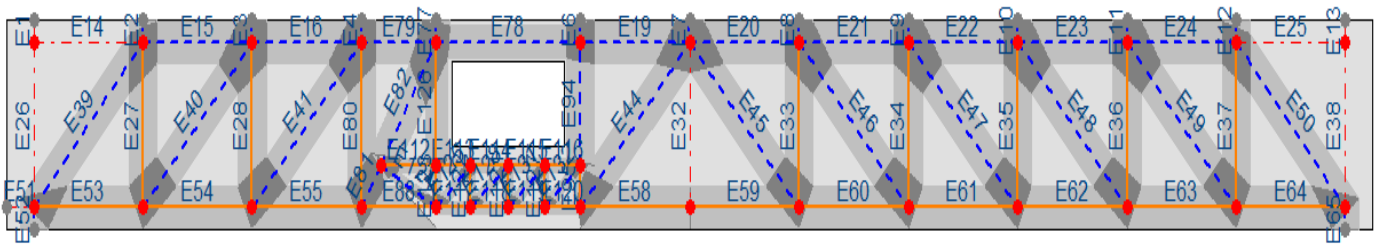


Figura 42 - Esquema dos elementos
 Fonte: Autor (2013)

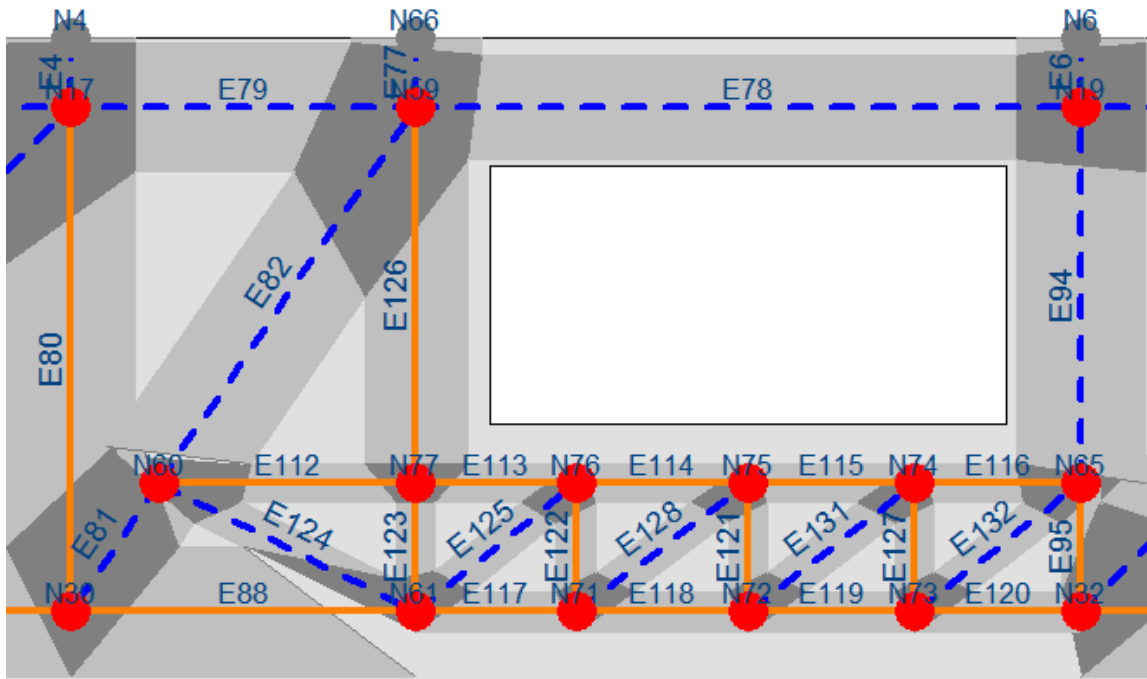


Figura 43 - Esquema dos nós e elementos na região do furo
 Fonte: Autor (2013)

A Tabela 4, a seguir, mostra as propriedades geométricas de cada um dos elementos da treliça, e a Tabela 5, as propriedades geométricas de cada um dos nós da treliça:

Tabela 4 - Propriedades geométricas dos elementos da treliça

Row #	Element ID	Function	End I ID	End J ID	Length (mm)	Direction (deg.)
1	E1	Stabilizer	N1	N14	54	270
2	E2	Strut-and-Tie	N2	N15	54,1	270
3	E3	Strut-and-Tie	N3	N16	54	270
4	E4	Strut-and-Tie	N4	N17	54	270
5	E6	Strut-and-Tie	N6	N19	54	270
6	E7	Strut-and-Tie	N7	N20	54,0	270,00
7	E8	Strut-and-Tie	N8	N21	54,0	270,00
8	E9	Strut-and-Tie	N9	N22	54,0	270,00
9	E10	Strut-and-Tie	N10	N23	54,0	270,00
10	E11	Strut-and-Tie	N11	N24	54,0	270,00
11	E12	Strut-and-Tie	N12	N25	54,0	270,00
12	E13	Stabilizer	N13	N26	54,0	270,00
13	E14	Stabilizer	N14	N15	390,0	0,00
14	E15	Strut-and-Tie	N15	N16	392,0	0,00
15	E16	Strut-and-Tie	N16	N17	392,0	0,00
16	E19	Strut-and-Tie	N20	N19	392,0	180,00
17	E20	Strut-and-Tie	N20	N21	392,0	0,00
18	E21	Strut-and-Tie	N21	N22	392,0	0,00
19	E22	Strut-and-Tie	N23	N22	392,0	180,00
20	E23	Strut-and-Tie	N23	N24	392,0	0,00
21	E24	Strut-and-Tie	N25	N24	392,0	180,00
22	E25	Stabilizer	N25	N26	390,0	0,00
23	E26	Stabilizer	N14	N27	392,0	270,00
24	E27	Strut-and-Tie	N15	N28	392,0	270,00
25	E28	Strut-and-Tie	N16	N29	392,0	270,00
26	E32	Stabilizer	N20	N33	392,0	270,00
27	E33	Strut-and-Tie	N34	N21	392,0	90,00
28	E34	Strut-and-Tie	N22	N35	392,0	270,00
29	E35	Strut-and-Tie	N23	N36	392,0	270,00
30	E36	Strut-and-Tie	N24	N37	392,0	270,00
31	E37	Strut-and-Tie	N25	N38	392,0	270,00
32	E38	Stabilizer	N26	N39	392,0	270,00
33	E39	Strut-and-Tie	N27	N15	553,0	45,15
34	E40	Strut-and-Tie	N28	N16	554,4	45,00
35	E41	Strut-and-Tie	N29	N17	554,4	45,00
36	E44	Strut-and-Tie	N32	N20	554,4	45,00
37	E45	Strut-and-Tie	N20	N34	554,4	315,00
38	E46	Strut-and-Tie	N21	N35	554,4	315,00

39	E47	Strut-and-Tie	N22	N36	554,4	315,00
40	E48	Strut-and-Tie	N23	N37	554,4	315,00
41	E49	Strut-and-Tie	N24	N38	554,4	315,00
42	E50	Strut-and-Tie	N25	N39	553,0	314,85
43	E51	Stabilizer	N40	N27	100,0	0,00
44	E52	Strut-and-Tie	N27	N41	54,0	270,00
45	E53	Strut-and-Tie	N27	N28	390,0	0,00
46	E54	Strut-and-Tie	N28	N29	392,0	0,00
47	E55	Strut-and-Tie	N30	N29	392,0	180,00
48	E58	Strut-and-Tie	N32	N33	392,0	0,00
49	E59	Strut-and-Tie	N33	N34	392,0	0,00
50	E60	Strut-and-Tie	N35	N34	392,0	180,00
51	E61	Strut-and-Tie	N35	N36	392,0	0,00
52	E62	Strut-and-Tie	N36	N37	392,0	0,00
53	E63	Strut-and-Tie	N37	N38	392,0	0,00
54	E64	Strut-and-Tie	N39	N38	390,0	180,00
55	E65	Strut-and-Tie	N39	N42	54,0	270,00
56	E77	Strut-and-Tie	N66	N59	54,0	270,00
57	E78	Strut-and-Tie	N59	N19	516,0	0,00
58	E79	Strut-and-Tie	N59	N17	268,0	180,00
59	E80	Strut-and-Tie	N17	N30	392,0	270,00
60	E81	Strut-and-Tie	N60	N30	121,2	235,63
61	E82	Strut-and-Tie	N60	N59	353,7	55,64
62	E88	Strut-and-Tie	N61	N30	268,0	180,00
63	E94	Strut-and-Tie	N65	N19	292,0	90,00
64	E95	Strut-and-Tie	N65	N32	100,0	270,00
65	E112	Strut-and-Tie	N60	N77	199,6	0,00
66	E113	Strut-and-Tie	N77	N76	124,0	0,00
67	E114	Strut-and-Tie	N75	N76	134,0	180,00
68	E115	Strut-and-Tie	N75	N74	129,0	0,00
69	E116	Strut-and-Tie	N74	N65	129,0	0,00
70	E117	Strut-and-Tie	N61	N71	124,0	0,00
71	E118	Strut-and-Tie	N72	N71	134,0	180,00
72	E119	Strut-and-Tie	N72	N73	129,0	0,00
73	E120	Strut-and-Tie	N73	N32	129,0	0,00
74	E121	Strut-and-Tie	N75	N72	100,0	270,00
75	E122	Strut-and-Tie	N76	N71	100,0	270,00
76	E123	Strut-and-Tie	N77	N61	100,0	270,00
77	E124	Strut-and-Tie	N60	N61	223,2	333,39
78	E125	Strut-and-Tie	N61	N76	159,3	38,88
79	E126	Strut-and-Tie	N59	N77	292,0	270,00
80	E127	Strut-and-Tie	N74	N73	100,0	270,00
81	E128	Strut-and-Tie	N71	N75	167,2	36,73
82	E131	Strut-and-Tie	N72	N74	163,2	37,78
83	E132	Strut-and-Tie	N73	N65	163,2	37,78

Tabela 5 - Propriedades geométricas dos nós da treliça

Row #	Node ID	Function	X (mm)	Y (mm)	Direction (deg.)
1	N1	Load/Support	100,0	500,0	360,00
2	N2	Load/Support	490,0	500,0	360,00
3	N3	Load/Support	882,0	500,0	360,00
4	N4	Load/Support	1274,0	500,0	360,00
5	N6	Load/Support	2058,0	500,0	360,00
6	N7	Load/Support	2450,0	500,0	360,00
7	N8	Load/Support	2842,0	500,0	360,00
8	N9	Load/Support	3234,0	500,0	360,00
9	N10	Load/Support	3626,0	500,0	360,00
10	N11	Load/Support	4018,0	500,0	360,00
11	N12	Load/Support	4410,0	500,0	360,00
12	N13	Load/Support	4800,0	500,0	360,00
13	N14	Strut-and-Tie	100,0	446,0	0,00
14	N15	Strut-and-Tie	490,0	446,0	0,00
15	N16	Strut-and-Tie	882,0	446,0	0,00
16	N17	Strut-and-Tie	1274,0	446,0	0,00
17	N19	Strut-and-Tie	2058,0	446,0	0,00
18	N20	Strut-and-Tie	2450,0	446,0	0,00
19	N21	Strut-and-Tie	2842,0	446,0	0,00
20	N22	Strut-and-Tie	3234,0	446,0	0,00
21	N23	Strut-and-Tie	3626,0	446,0	0,00
22	N24	Strut-and-Tie	4018,0	446,0	0,00
23	N25	Strut-and-Tie	4410,0	446,0	0,00
24	N26	Strut-and-Tie	4800,0	446,0	0,00
25	N27	Strut-and-Tie	100,0	54,0	0,00
26	N28	Strut-and-Tie	490,0	54,0	0,00
27	N29	Strut-and-Tie	882,0	54,0	0,00
28	N30	Strut-and-Tie	1274,0	54,0	0,00
29	N32	Strut-and-Tie	2058,0	54,0	0,00
30	N33	Strut-and-Tie	2450,0	54,0	0,00
31	N34	Strut-and-Tie	2842,0	54,0	0,00
32	N35	Strut-and-Tie	3234,0	54,0	0,00
33	N36	Strut-and-Tie	3626,0	54,0	0,00
34	N37	Strut-and-Tie	4018,0	54,0	0,00
35	N38	Strut-and-Tie	4410,0	54,0	0,00
36	N39	Strut-and-Tie	4800,0	54,0	0,00
37	N40	Load/Support	0,0	54,0	90,00
38	N41	Load/Support	100,0	0,0	180,00
39	N42	Load/Support	4800,0	0,0	180,00
40	N59	Strut-and-Tie	1542,0	446,0	0,00
41	N60	Strut-and-Tie	1342,4	154,0	0,00
42	N61	Strut-and-Tie	1542,0	54,0	0,00

43	N65	Strut-and-Tie	2058,0	154,0	0,00
44	N66	Load/Support	1542,0	500,0	360,00
45	N71	Strut-and-Tie	1666,0	54,0	0,00
46	N72	Strut-and-Tie	1800,0	54,0	0,00
47	N73	Strut-and-Tie	1929,0	54,0	0,00
48	N74	Strut-and-Tie	1929,0	154,0	0,00
49	N75	Strut-and-Tie	1800,0	154,0	0,00
50	N76	Strut-and-Tie	1666,0	154,0	0,00
51	N77	Strut-and-Tie	1542,0	154,0	0,00

A seguir as propriedades atribuídas na treliça:

Tabela 6 - Propriedades dos elementos

Row #	Element ID	Rel. Stiffness	Width (mm)	Property Type	Property Type Name
1	E1	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
2	E2	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
3	E3	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
4	E4	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
5	E6	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
6	E7	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
7	E8	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
8	E9	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
9	E10	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
10	E11	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
11	E12	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
12	E13	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
13	E14	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
14	E15	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
15	E16	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
16	E19	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
17	E20	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
18	E21	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
19	E22	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
20	E23	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
21	E24	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
22	E25	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
23	E26	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
24	E27	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As3
25	E28	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As3
26	E32	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
27	E33	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As3
28	E34	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As3
29	E35	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As3
30	E36	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As3
31	E37	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As3
32	E38	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
33	E39	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
34	E40	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts

35	E41	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
36	E44	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
37	E45	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
38	E46	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
39	E47	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
40	E48	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
41	E49	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
42	E50	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
43	E51	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
44	E52	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
45	E53	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
46	E54	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
47	E55	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
48	E58	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
49	E59	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
50	E60	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
51	E61	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
52	E62	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
53	E63	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
54	E64	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
55	E65	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
56	E77	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
57	E78	1.000	80,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
58	E79	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
59	E80	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As3
60	E81	1.000	80,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
61	E82	1.000	100,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
62	E88	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
63	E94	1.000	100,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As3
64	E95	1.000	30,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As4
65	E112	1.000	30,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As2
66	E113	1.000	30,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As2
67	E114	1.000	30,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As2
68	E115	1.000	30,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As2
69	E116	1.000	30,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As2
70	E117	1.000	30,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
71	E118	1.000	30,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
72	E119	1.000	30,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
73	E120	1.000	30,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As1
74	E121	1.000	30,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As4
75	E122	1.000	30,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As4
76	E123	1.000	30,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As3
77	E124	1.000	30,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
78	E125	1.000	30,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
79	E126	1.000	80,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As3
80	E127	1.000	30,0	Non-Prestressed Reinforcement Tie	As4
81	E128	1.000	30,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
82	E131	1.000	30,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts
83	E132	1.000	30,0	Concrete Strut	(0) ACI Prismatic Struts

Ainda que o programa CAST seja capaz de fornecer uma grande variedade de dados para análise, os principais são constituídos pelas porcentagens das capacidades resistentes de cada elemento e de cada nó, o que já é suficiente para se verificar a validade do modelo.

As respostas são apresentadas em porcentagens de solicitação dos elementos, ou seja, na forma da relação solicitação dividida pela resistência. Valores iguais ou superiores à unidade indicam que o elemento está fora de serviço, ou seja, sua capacidade última foi atingida.

A figura 41 apresenta a envoltória de resistência a que está submetida a via. Os valores entre parênteses representam a razão entre a solicitação no elemento e a resistência do mesmo, também chamada de fator de utilização. Valores baixos tendem às cores frias (azul) e valores altos tendem às cores quentes (vermelho).

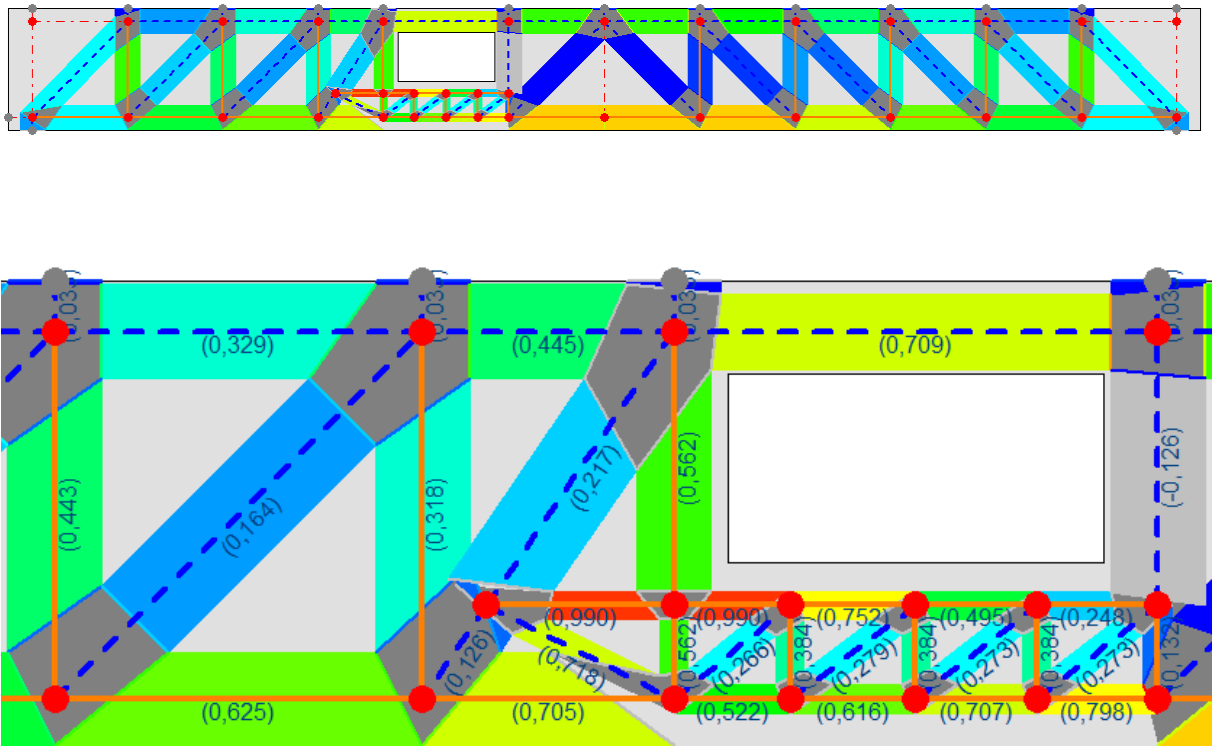
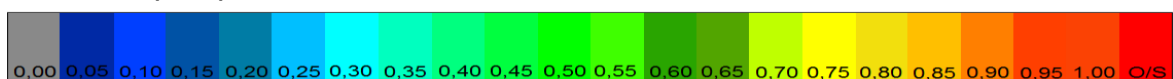


Figura 44 - Envoltória de resistência

Fonte: Autor (2013)



Na tabela 7, a seguir definiu-se 3 ϕ 13mm para a Armadura Longitudinal da viga modelo, por meio da relação de resistência crítica. As demais armaduras da estrutura foram definidas da mesma forma.

Tabela 7 - Definição para armadura Longitudinal

F_{st} (KN)	f_{yd} (KN/cm ²)	$A_{s\ nec}$ (cm ²)	$1,1\ A_{s\ nec}$ (cm ²)	$A_{s\ ef}$	$A_{s\ ef}$ (cm ²)	Stress Ratio
149,1	43,48	3,43	3,77	3 ϕ 13mm	3,681	0,822
144,7	43,48	3,33	3,66	3 ϕ 13mm	3,681	0,798
128,2	43,48	2,95	3,24	3 ϕ 13mm	3,681	0,707
111,7	43,48	2,57	2,83	3 ϕ 13mm	3,681	0,616
94,6	43,48	2,18	2,39	2 ϕ 13mm	2,454	0,522
83,9	43,48	1,93	2,12	3 ϕ 10mm	2,355	0,463
46,0	43,48	1,06	1,16	2 ϕ 10mm	1,570	0,254

Comparando-se a solução analítica com a simulação desenvolvida no programa, verifica-se que o CAST está a favor da segurança:

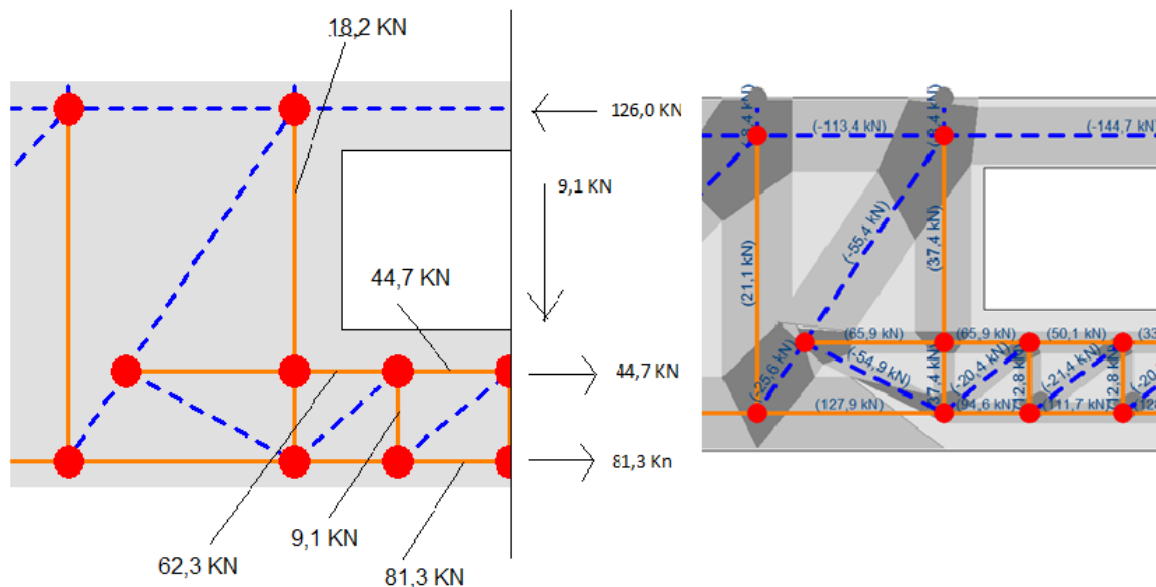


Figura 45 - Comparação das forças nas barras
Fonte: Autor (2013)

Tabela 8 - Comparação para solução analítica

<i>Fst</i> (KN)	<i>Solução Analítica</i> (KN)	<i>CAST</i> (KN)	<i>PORCENTAGEM DE</i> <i>VARIAÇÃO</i>
Rst1	81,3	111,70	37%
Rst2	44,7	50,10	12%
Rst3	18,2	37,40	105%
Rst4	9,1	12,80	41%
Rst5	62,3	65,90	6%
Rcc	126,0	144,70	15%

Para a diferença observada no valor dos esforços deve-se considerar que como o programa CAST não possibilita a inserção de um carregamento distribuído em sua interface.

Nesse caso foi necessário adequar a condição de solicitação de carga distribuída para cargas pontuais equivalentes dispostas nos nós da treliça adotada. Tal forma de adequação das solicitações foi apresentada por Santos (2006) que aplicou o programa CAST na elaboração de uma opção para verificação de vigas.

- $14 \text{ [KN/m]} \cdot (4,7) \text{ [m]} \cdot 1,4 = 92,12 \text{ KN}$
- $92,12 \text{ KN} / 11 \text{ (nr de nós superiores)} = \mathbf{8,37 \text{ KN}}$

Outra observação a ser feita refere-se a condição de não carregamento dos nós extremos da viga, a fim de melhor representar o comportamento de uma viga real, na qual as regiões superiores praticamente não apresentam função estrutural. O carregamento relativo a esses dois nós extremos seria igualmente dividido pelos nós restantes.

Ainda, na modelagem das vigas com furos na alma considerou-se o mesmo valor do carregamento pontual para os nós com distâncias adjacentes desiguais.

4.3 VARIAÇÕES DO MODELO

- Viga v2: furo à 60 cm da face do apoio:

Este modelo de viga apresenta um furo em conformidade às recomendações de Leonhardt e Monnig (1978), e de Fusco (1995), de que o detalhe deve ficar a uma distância de pelo menos uma vez maior que a altura da viga.

Em contrapartida, a execução de tal furação não está em conformidade com a NBR 6118 (2003) que prevê abertura em zona de tração a uma distância da face do apoio de no mínimo duas vezes a altura.

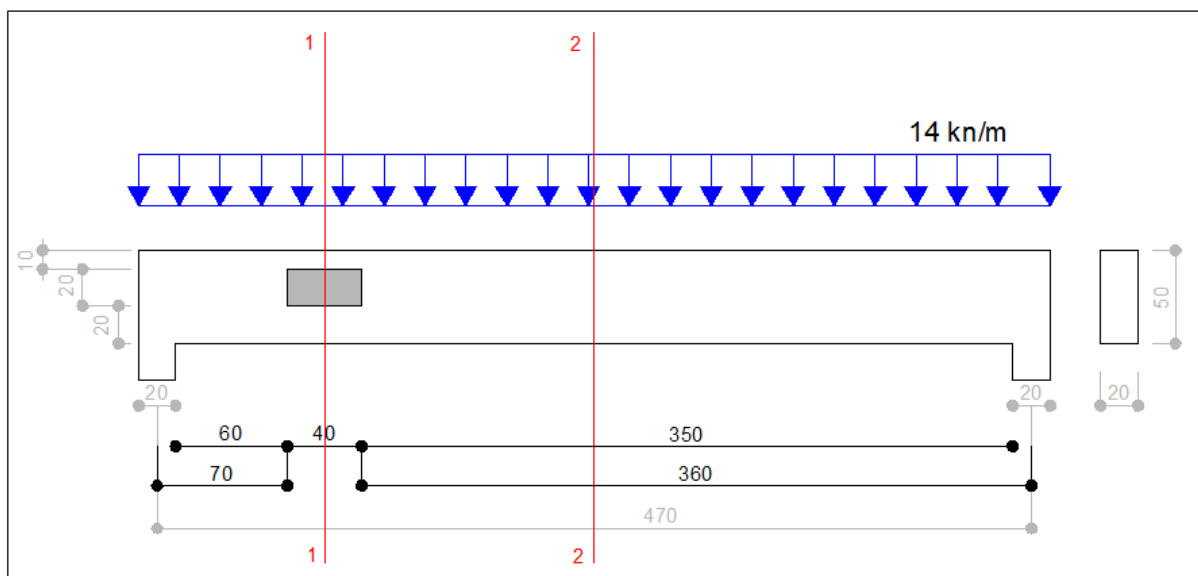


Figura 46 - Viga V2

Fonte: Autor (2013)

- Viga V3: furo a 20 cm da face do apoio;

Apesar deste modelo não estar em conformidade com as recomendações dos pesquisadores citados neste trabalho, e nem com as prescrições da NBR 6118 (2003), busca-se com esta simulação visualizar o mecanismo de ruína da uma viga com um furo onde o esforço cortante é consideravelmente elevado.

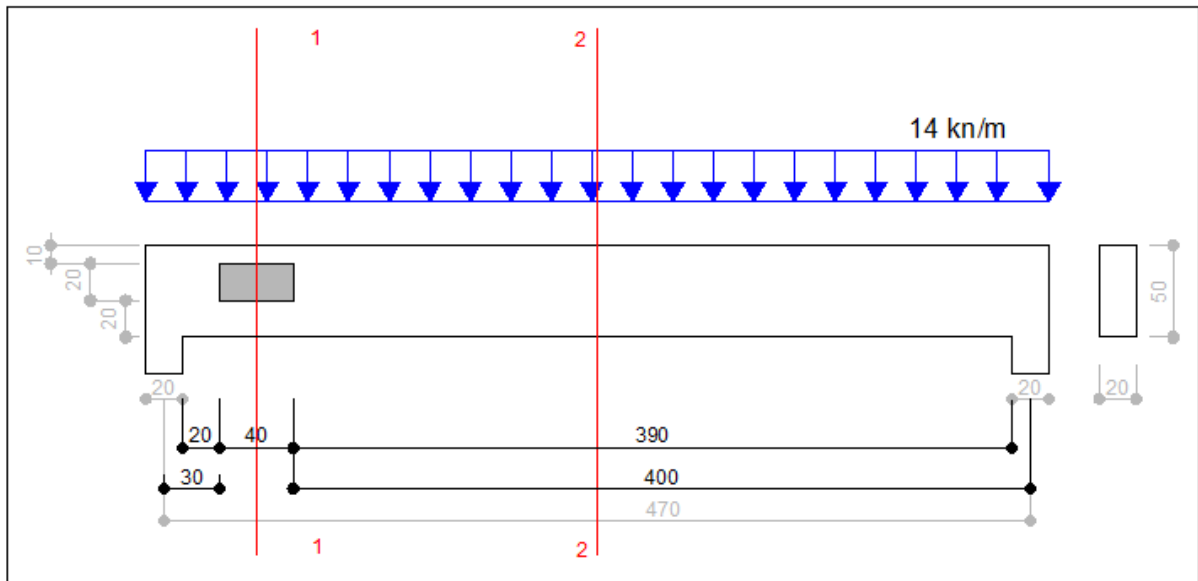


Figura 47 - Viga V3

Fonte: Autor (2013)

Os modelos de viga V4 e V5 apresentam variações considerando o tamanho do furo. Em relação a distância do furo até a face do apoio manteve-se 100 cm para os dois modelos de vigas com o intuito de obter resultados apenas em função da dimensão da abertura, já que a influência do cortante será a mesma.

- Viga V4: abertura de 60 x 20 cm;

O modelo teórico de Viga V4 apresenta um furo de 60 cm de comprimento, podendo ser entendido como um furo para a passagem de dutos. O detalhe do furo está em conformidade com as recomendações de Leonhardt e Monnig (1978), Sussekind (1984) e de Fusco (1995).

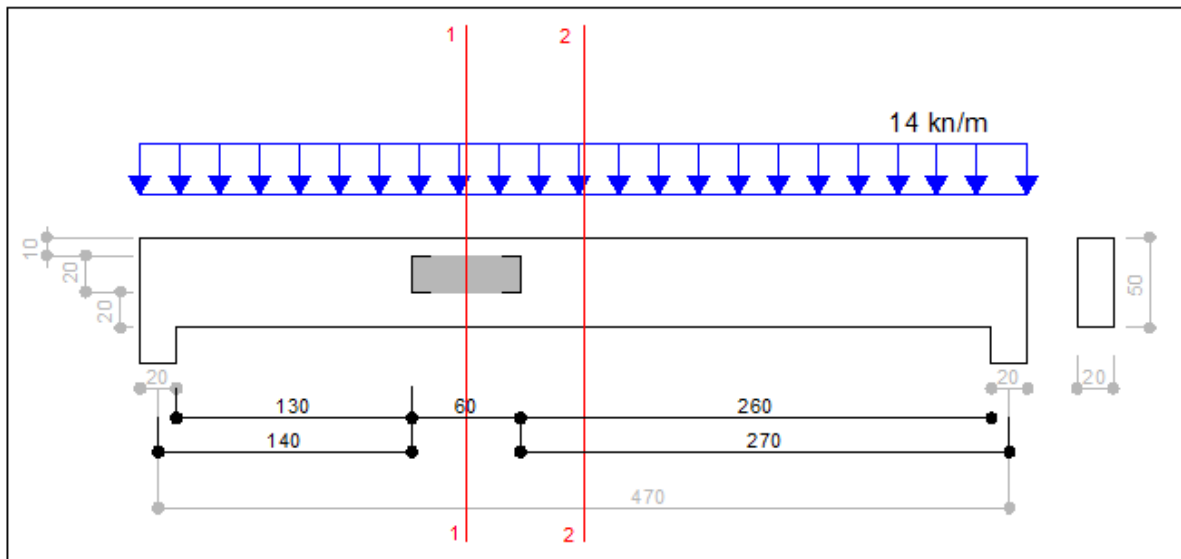


Figura 48 - Viga V4

Fonte: Autor (2013)

- Viga V5: abertura de 80 x 20 cm;

O modelo teórico de Viga V5 apresenta um furo de 80 cm de comprimento, detalhe de furação que não está em conformidade com as recomendações de Leonhardt e Monnig (1978), Sussekind (1984) e de Fusco (1995), que orientam para um tamanho de furo menor que uma vez e meio a altura da viga ($1,5h$).

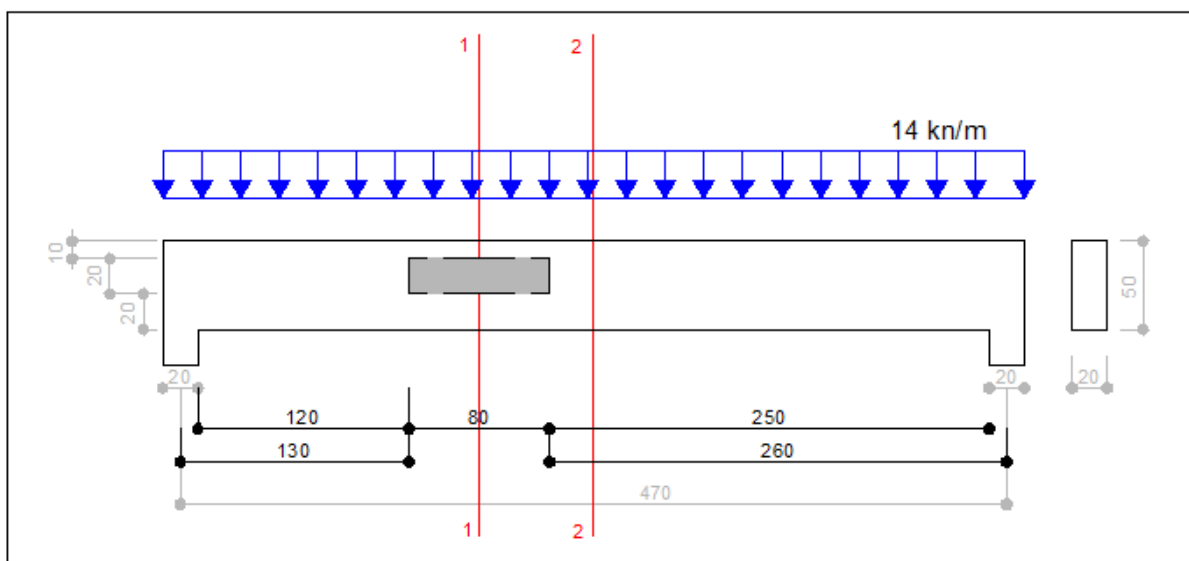


Figura 49 - Viga V5

Fonte: Autor (2013)

4.4 ANÁLISE COMPARATIVA

A seguir, procede-se à análise das vigas de concreto armado com abertura na alma.

A escala de cores fornecida pelo programa CAST facilita o trabalho do projetista na interpretação das regiões mais solicitadas da peça como pode-se ver nas figuras 47, 48 e 49.

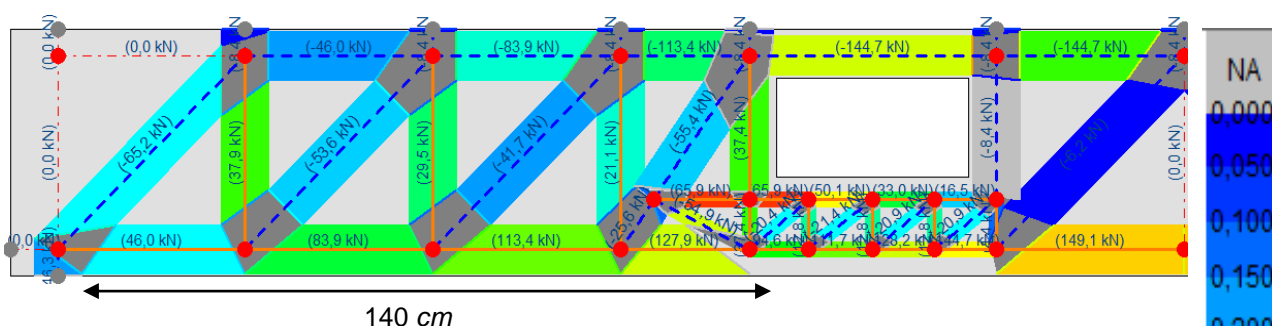


Figura 50 - Análise da Viga V1
Fonte: Autor (2013)

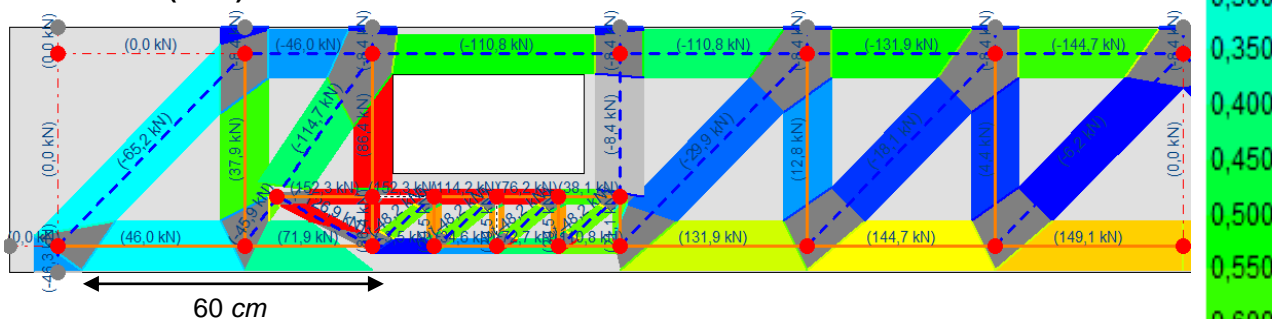


Figura 51 - Análise da Viga V2
Fonte: Autor (2013)

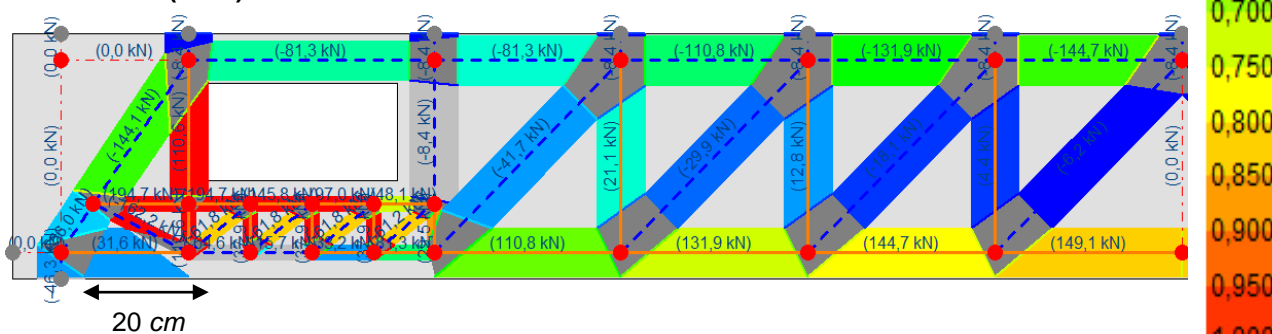
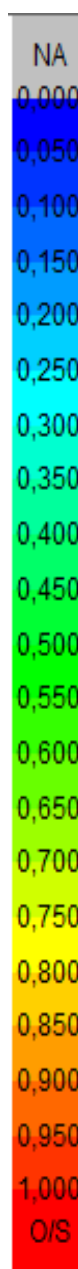


Figura 52 - Análise da Viga V3
Fonte: Autor (2013)



Comparando-se os três modelos pode-se comprovar que a variação na posição horizontal do furo na direção da face do apoio reduz a resistência e a rigidez da viga em função do acréscimo de compressão na biela adjacente ao furo.

Na Viga V1, em conformidade com as prescrições da NBR 6118 (2003), a abertura encontra-se a uma distância da face do apoio maior que duas vezes a altura.

A verificação dessa abertura no programa CAST não resultou riscos para a resistência da peça.

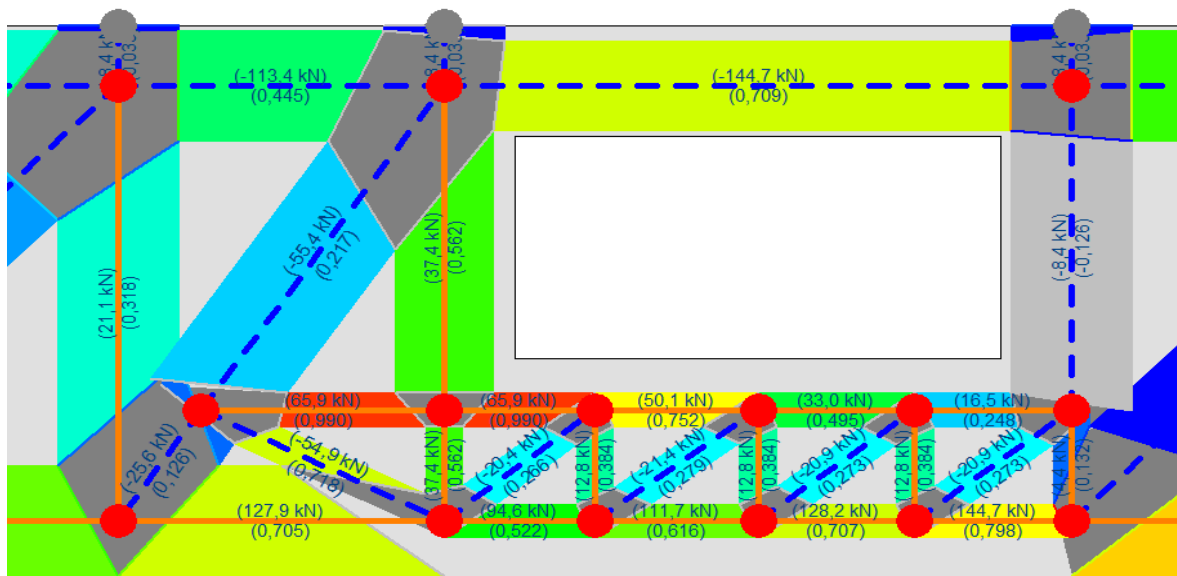
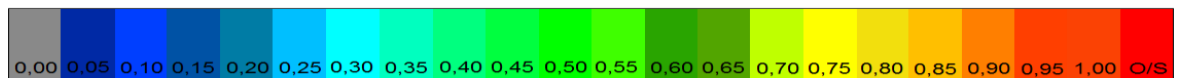


Figura 53 - Análise da Abertura, Viga V1

Fonte: Autor (2013)



Ainda sim, o CAST evidencia que a armadura de tração junto a face inferior do furo da viga está consideravelmente carregada com uma relação de solicitação/resistência de 0,99.

A Viga V2, em conformidade às recomendações de Leonhardt e Monnig (1978), e de Fusco (1995), apresentou ruptura na armadura transversal ao lado da abertura - armadura de suspensão - e também na armadura de tração junto a face inferior do furo da viga - armadura de reforço.

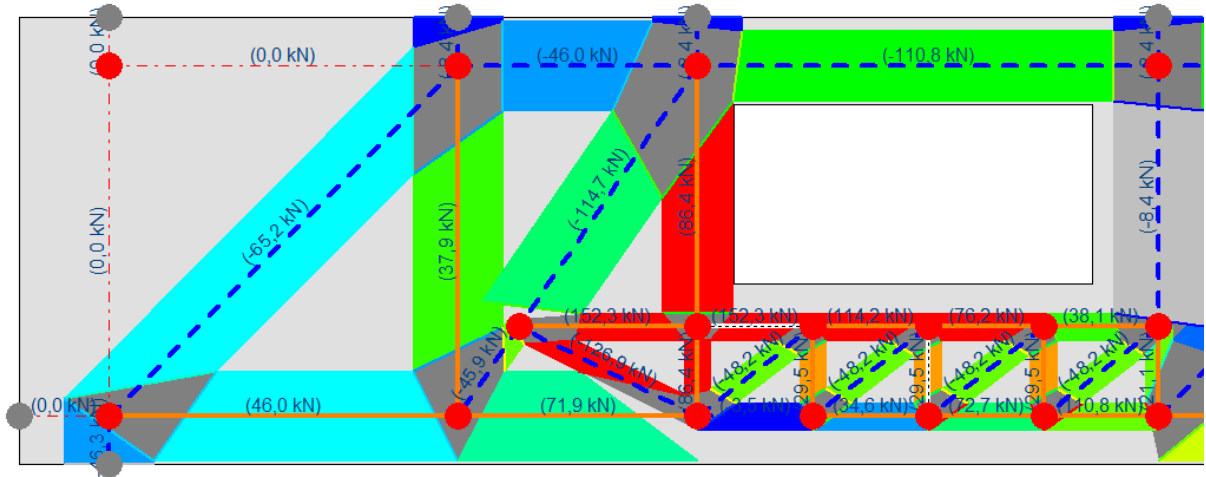
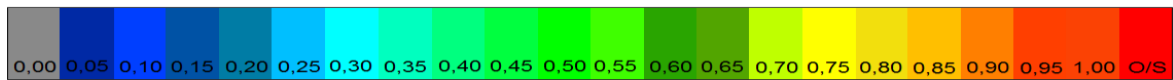


Figura 54 - Análise da Abertura, Viga V2

Fonte: Autor (2013)



A Viga V3, traz um furo a 20 cm da face do apoio, onde o esforço cortante é consideravelmente elevado. Neste caso ocorreu uma ruptura generalizada incidindo na armadura ao lado da abertura, na armadura de tração junto a face inferior do furo da viga e também nas armaduras transversais na parte inferior do furo da viga.

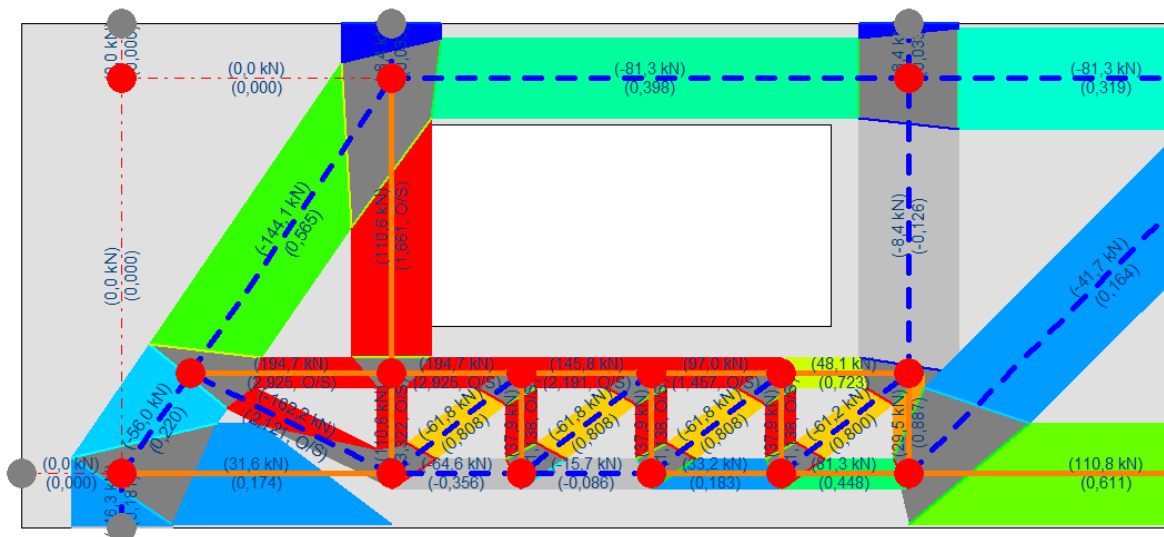
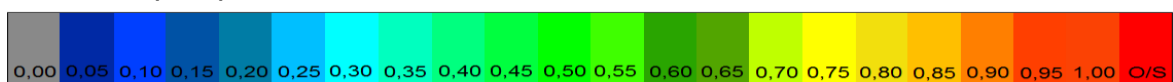


Figura 55 - Análise da Abertura, Viga V3

Fonte: Autor (2013)



Outra consideração importante a ser observada é a resistência do concreto. Analisando os modelos V1, V2 e V3 percebe-se que a tensão na biela

comprimida, lateral a região do furo, aumentou gradativamente de intensidade a medida que foi aproximando-se da face do apoio.

Os modelos de vigas de concreto armado V4 e V5, figuras 53 e 54, tiveram suas dimensões alteradas em relação à viga modelo V1 - figura 47. Ainda, as duas variações de vigas apresentam a distância de face do apoio e de face do furo iguais.

Com isso, pode-se observar que a função posição do furo requer maior atenção do projetista do que a função tamanho do furo, pela propriedade crítica apresentada nas armaduras transversais na região adjacente ao furo.

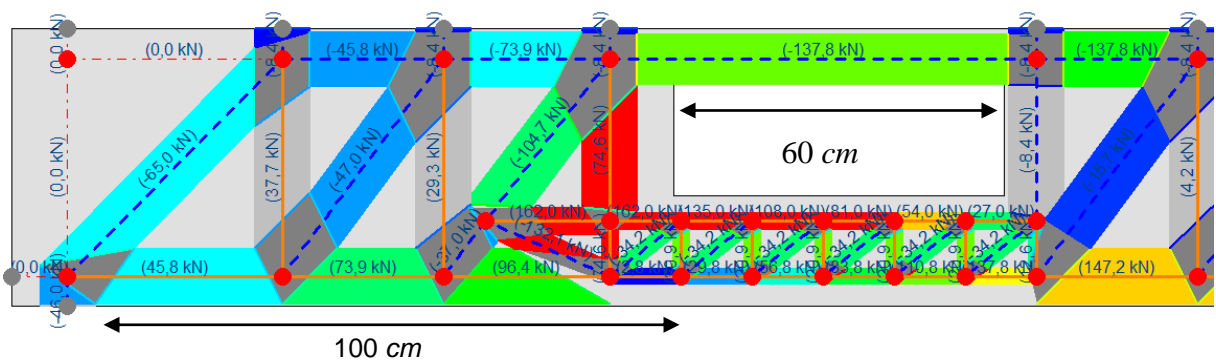


Figura 56 - Análise da Viga V4
Fonte: Autor (2013)

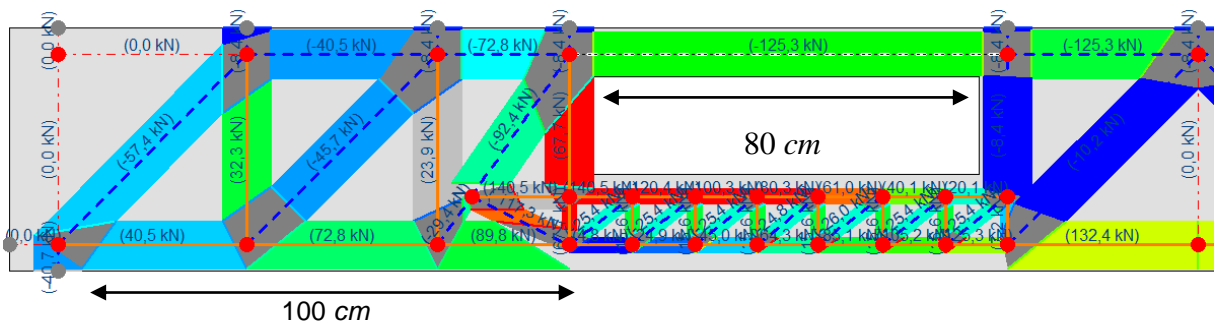
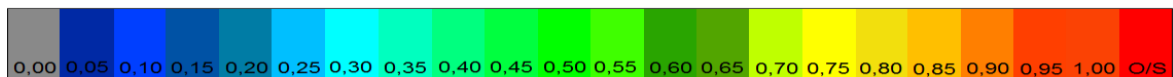


Figura 57 - Análise da Viga V5
Fonte: Autor (2013)



A Viga V4, figura 53, apresenta um furo de 60 cm de comprimento. Apesar de estar em conformidade com as recomendações de Leonhardt e Monnig (1978), Sussekind (1984) e de Fusco (1995), sua armadura de suspensão na parte lateral da abertura resultou em ruína.

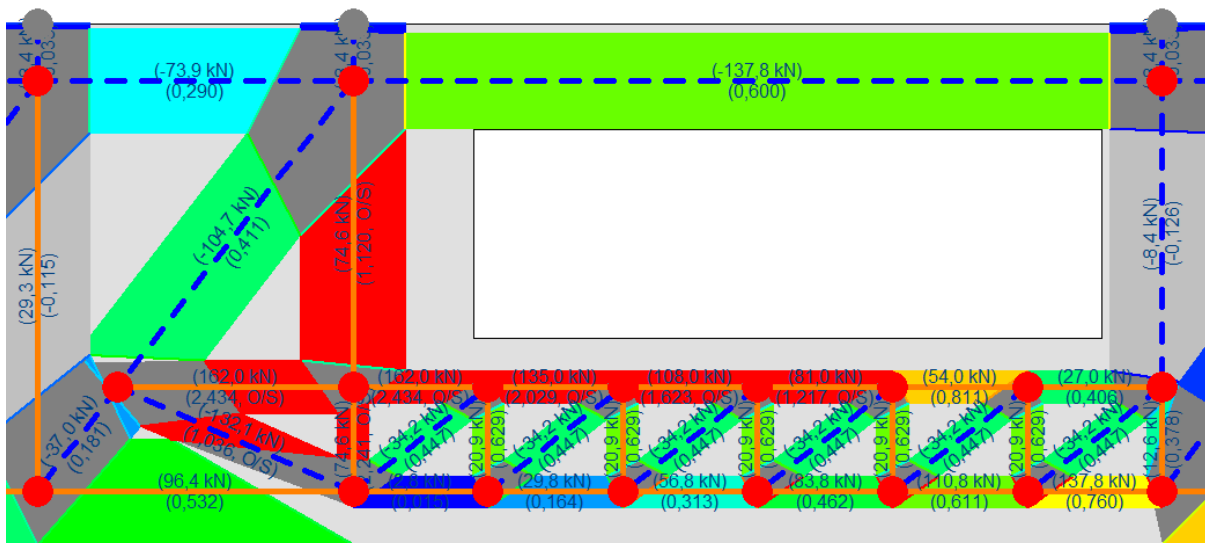


Figura 58 - Análise da Abertura, Viga V4

Fonte: Autor (2013)

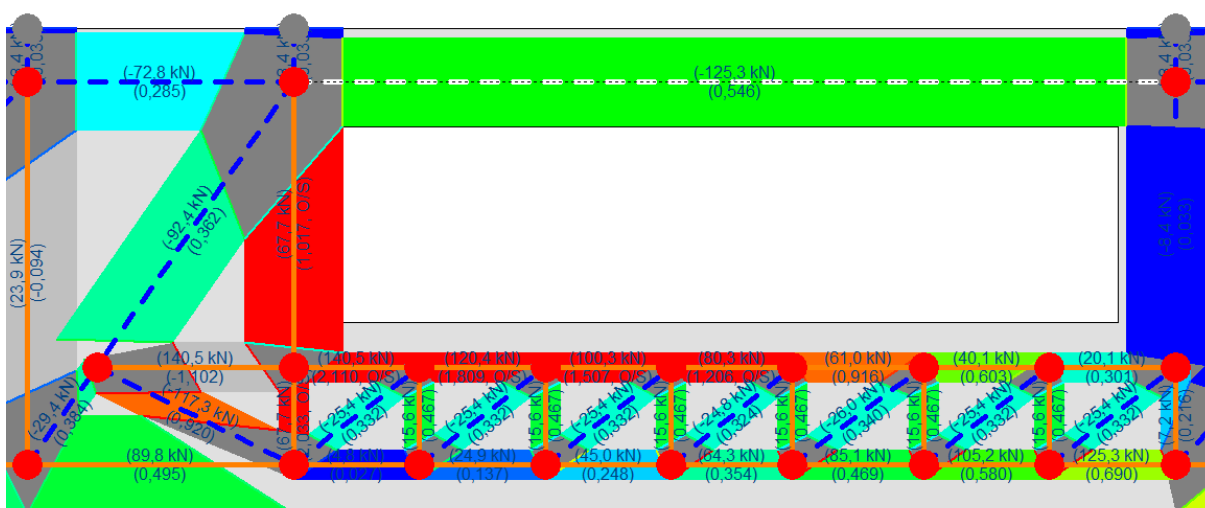
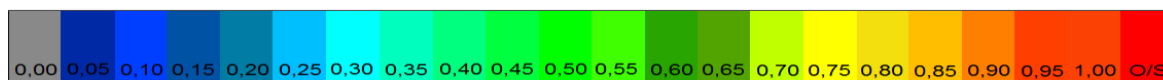


Figura 59 - Análise da Abertura, Viga V5

Fonte: Autor (2013)

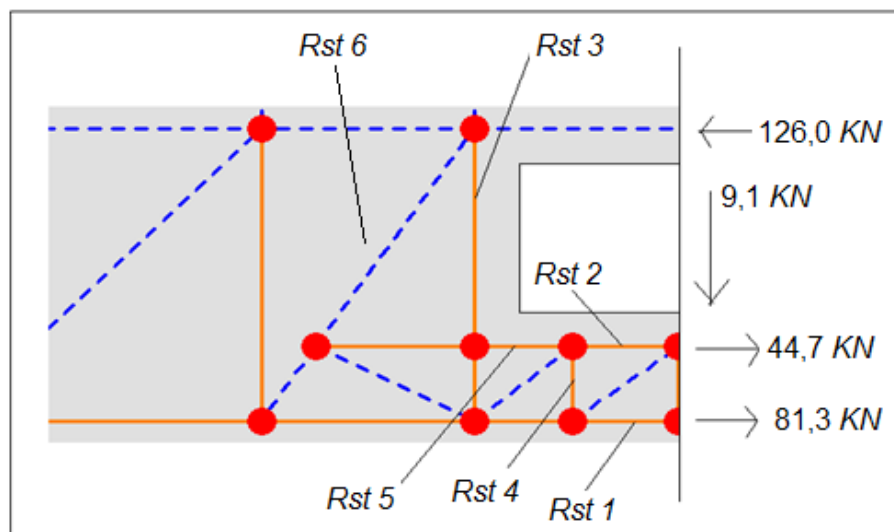
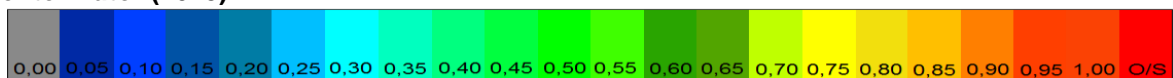


A seguir apresenta-se a Tabela 9, com o comparativo dos resultados das análises dos modelos teóricos de vigas com abertura na alma no programa CAST. Os valores expostos entre parênteses são as resistências últimas para cada elemento.

Tabela 9 - Análise comparativa de segurança

	Viga Modelo	Viga 1	Viga 2	Viga 3	Viga 4	Viga 5
	Solução Analítica (Silva e Gioigo, 2000)					
Distância da abertura à face do apoio	140 [cm]	140 [cm]	60 [cm]	20 [cm]	100 [cm]	100 [cm]
Dimensões da abertura	40 x 20 [cm]	40 x 20 [cm]	40 x 20 [cm]	40 x 20 [cm]	60 x 20 [cm]	80 x 20 [cm]
Rst 1 [KN]	81,3	111,7 (181,3)	34,6 (181,3)	15,7 (181,3)	29,8 (181,7)	24,9 (181,7)
Rst 2 [KN]	44,7	50,1 (66,6)	114,2 (66,6)	145,8 (66,6)	135,0 (66,6)	120,4 (66,6)
Rst 3 [KN]	18,2	37,4 (66,5)	86,4 (66,5)	110,6 (66,5)	74,6 (66,5)	67,7 (66,5)
Rst 4 [KN]	9,1	12,8 (33,3)	29,5 (33,3)	137,9 (33,3)	20,9 (33,3)	15,6 (33,3)
Rst 5 [KN]	62,3	65,9 (66,6)	152,3 (66,6)	194,7 (66,6)	162 (66,6)	140,5 (66,6)
Rst 6 [KN]	-	-55,4 (-255,3)	-114,7 (-255,3)	-144,1 (-255,3)	-104,7 (-254,7)	-92,4 (-255,2)

Fonte: Autor (2013).

Figura 60 - Tensões nas barras
Fonte: Autor (2013).

Rst 6 refere-se a resultante encontrada para a tensão na biela comprimida na lateral do furo. Verifica-se por meio do programa CAST que não houve o esmagamento do concreto, contudo observa-se uma crescente Acréscimo de tensão até o valor de -144,1 KN a medida que o furo se aproxima da face do apoio.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O Modelo de Bielas e Tirantes proporciona ao projetista uma ótima representação da estrutura e de seu comportamento. Uma das grandes vantagens do método é a sua grande adaptabilidade a diferentes geometrias e carregamentos, conseguindo traduzir o seu comportamento de uma forma muito simples e clara. É essa mesma adaptabilidade que torna este tipo de modelação extremamente adaptado às zonas D, regiões de não linearidades geométricas onde a hipótese simplificadora de Bernoulli não é válida.

A modelagem no programa CAST acrescenta agilidade ao projetista pois permite uma melhor visualização do comportamento da estrutura, podendo-se verificar de modo mais claro a distribuição das tensões e identificar as regiões mais solicitadas da peça.

Nesse sentido foi possível analisar as condições de segurança de furos em vigas de concreto armado alterando a posição e o tamanho do furo, com sua verificação a partir de modelos numéricos, no programa CAST.

Pode-se perceber que as prescrições apresentadas pela NBR 6118 (2003) sobre o dimensionamento de furos e aberturas em vigas de concreto armado são de caráter conservador se comparadas às limitações propostas por Sussekind, Leonhardt e Monnig e Fusco, referentes as dimensões e a posição adequada dos furos.

Sobre as limitações propostas constatou-se que:

- As considerações de Leonhardt e Monnig (1978) e Fusco (1995) sobre a distância da abertura até a face do apoio ($\geq h$) foram verificadas por meio da Viga 2, sendo a peça levada a ruína. A condição da NBR 6118 ($\geq 2h$) foi verificada por meio da Viga 1 a qual não apresentou problemas de resistência.
- No que se refere a condição apresentada por Sussekind (1984) de tamanho máximo da abertura ($\leq 1,5 h$), as vigas 4 e 5, que seguiram tal orientação apresentaram perda de resistência, até a ruína.

Os resultados não satisfatórios observados nas vigas modeladas que resultaram na ruína podem ser solucionados com o acréscimo de aço nas regiões mais solicitadas.

No entanto, a modelagem alcançou um resultado esperado pois comprovou-se que a proximidade de uma abertura com a face do apoio na alma de vigas de concreto armado prejudica consideravelmente sua resistência, razão direta do acréscimo de força cortante.

É fato também que a localização do furo ou abertura na proximidade do apoio remete uma exigência maior na resistência da biela comprimida, devendo a resistência do concreto ser verificada conforme a análise da resultante R_{st} 6, apresentada na Tabela 9.

Sobre a variação do tamanho do furo, verificados nos modelos de vigas V4 e V5, não foram observados no CAST resultados críticos.

No entanto deve ser considerado que os furos foram posicionados a uma altura que não propiciou a perda de área de concreto na região de compressão da viga.

Essa pesquisa forneceu resultados que evidenciam a necessidade de um procedimento específico para a análise de furos na alma de vigas de concreto armado, que seja baseado em um método racional e cientificamente comprovado, e o Modelo de Bielas e Tirantes verifica essa demanda.

Como sugestão para futuros trabalhos poder-se-ia explorar os fundamentos do Modelo de Bielas e Tirantes aliados ao potencial do programa CAST para a verificação da influência de furos em vigas nas bielas comprimidas - resistência do concreto - verificando o comportamento de furos em vigas esbeltas em função da largura da seção.

6 REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95), APPENDIX A: Strut-And-Tie Models..** Farmington Hills, Michigan, Estados Unidos, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto.** Rio de Janeiro, 2003.

CAST (2000). Computer Aided Strut-And-Tie. Versão 0.9.11. University of Illinois at Urbana Champaign. United States of America. Disponível em:
< <http://www.dankuchma.com/stm/CAST/> > Acesso em: 10 set. 2012, 14:00.

FUSCO, Péricles B. **Técnica de armar as estruturas de concreto.** 1. ed. São Paulo: Pini, 2005.

_____. **Estruturas de concreto: solicitações tangenciais.** 1. ed. São Paulo: Pini, 2008.

GUERRIN, André, LAVAUUR Roger C. **Tratado de Concreto Armado, Vol 3.** São Paulo: Hemus, 1990.

LAKATOS, Eva Maria.; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica.** 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LEONHARDT, Fritz ; MÖNNIG, Eduard. **Construções de Concreto.** v. 3. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1978.

MANSUR, M. A.; TAN, Kiang H. **Beams Concrete with Openings: Analysis and Design.** Estados Unidos: CRC Press LLC, 1999.

MEIRINHOS, Gustavo F. **Projecto de Betão Armado com Modelos de Escoras e Tirantes assistido por computador.** 2008. 102 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas) – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008. Disponível em: < <http://repositorio-aberto.up.pt/handle/10216/12162> > Acesso em: 15 nov. 2012, 15:20.

MCGREGOR, James G.; WIGHT, James K. **Reinforced Concrete: Mechanics and Design.** 6. ed. Estado Unidos: Prentice Hall, 2011.

PINHO, Maria J. M. de; **Análise e Síntese de Meios Irregulares de Betão Armado pelo Modelo Escora-Tirante**. 1995. 129 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas) – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 1995. Disponível em: < <http://repositorio-aberto.up.pt/handle/10216/13292> > Acesso em: 15 dez. 2012, 12:25.

RESENDE, Anne D. F. L. **Diagnóstico numérico de vigas Vierendeel formadas por perfis tubulares metálicos de seção circular**. 146f. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia 2008.

Disponível em:

<http://www.webposgrad.propp.ufu.br/ppg/producao_anexos/009_AnneDanielleFerraZLopesResende.pdf>Acesso em: 09 jun. 2013 22:45.

RONCATTO, Charles; CAMPOS FILHO, Américo; Aplicação do Método das Bielas e dos Tirantes ao projeto automático de furos na alma de vigas de concreto armado. **47º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO**, Olinda, set. 2005.

SANTOS, Daniel dos. **Análise de Vigas de Concreto Armado utilizando Modelos de Bielas e Tirantes**. 2006. 172 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006. Disponível em:

<<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-22062006-102606/>>Acesso em: 27 dez. 2012, 16:45.

SIMÕES, Ricardo. **Vigas de Concreto de Alta Resistência com Abertura na Alma**. 1997. 129 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1997. Disponível em:

< <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000114486&fd=y> > Acesso em: 03 mar. 2013, 19:50.

SILVA, Reginaldo C. da.; GIONGO, José S. **Modelos de Bielas e Tirantes Aplicados a Estruturas de Concreto Armado**. São Carlos: EESC-USP, 2000.

SOUZA, Rafael A. de. **Concreto Estrutural: Análise e Dimensionamento de Elementos com Descontinuidades**. 2004. 379 f. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004. Disponível em:

< http://www.lmc.ep.usp.br/people/tbitten/gmec/teses/tese_Rafael.pdf > Acesso em: 27 dez. 2012, 14:31.

SUSSEKIND, José C. **Curso de Concreto, Vol II**. Rio de Janeiro: Globo, 1984.

OLIVEIRA, Dênio R. C. de.; ROSSI, Carlos R. C.; COSTA, Natasha C. da S. Análise Experimental de Vigas de Concreto Armado com Tubos de Aço em Furos Transversais Horizontais ao Cisalhamento. **50º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO**, Salvador, set. 2008.